

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ІМ. С.П. ТИМОШЕНКА

ПИРОГОВ Володимир Васильович

УДК 531.38: 531.36: 533.6.013.42

**ОСОБЛИВОСТІ ЗРІВНОВАЖЕННЯ МАЯТНИКАМИ
ОБЕРТОВОГО НЕСУЧОГО ТІЛА
В ІЗОЛЬОВАНІЙ СИСТЕМІ**

01.02.01 – теоретична механіка

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2014

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі деталей машин та прикладної механіки Кіровоградського національного технічного університету Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник доктор технічних наук, професор **Філімоніхін Геннадій Борисович**, Кіровоградський національний технічний університет, професор кафедри деталей машин та прикладної механіки.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор **Кіфоренко Борис Микитович**, провідний науковий співробітник відділу динаміки складних систем Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України;

кандидат фізико-математичних наук,
Константінов Олександр Володимирович,
старший науковий співробітник
відділу аналітичної механіки
Інституту математики НАН України.

Захист відбудеться “15” квітня 2014 р. о 13³⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.166.01 в Інституті механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ, вул. Нестерова, 3.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ, вул. Нестерова, 3.

Автореферат розісланий “14” березня 2014 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор фізико-математичних наук

Жук О.П.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Процес усунення (чи збільшення) пасивними демпферами кута нутації космічних апаратів (КА), положення яких у просторі стабілізується обертанням, досліджується у рамках оберткових ізольованих механічних систем (ІС), складених з оберткового несучого тіла (НТ) і приєднаних до нього тіл, відносним рухам яких перешкоджають сили в'язкого опору. З часом рух таких ІС встановлюється і вони починають обертатися як одне ціле навколо осі, на якій лежить незмінний вектор кінетичного моменту системи. На основних ustalених рухах НТ обертається навколо подовжньої осі, а на побічних – ні. Оскільки на практиці будуть здійснюватися тільки стійкі рухи, то дослідження таких систем зводиться до виділення всіх ustalених рухів і дослідження їх умовної стійкості (за умов, що мають місце закони збереження руху центра мас і кінетичного моменту системи).

Дослідженню таких ІС присвячені роботи Алпатова А.П., Алпера Дж.Р., Артющіна Ю.П., Болграбської І.О., Васильєва В.Г., Воротнікова В.І., Горошка О.О., Докучаєва Л.В., Ісакова А.В., Ігнат'єва А.О., Каргу Л.І., Кіфоренка Б.М., Ковтуненка В.М., Кононихіна Г.А., Лимарченка О.С., Мартинюка А.А., Мірера С.А., Овчіннікова М.Ю., Пожарицького Г.К., Рейтера Г.С., Румянцева В.В., Савченка А.Я., Сазонова В.В., Сімаєва В.Л., Саричева В.А., Томсона У.Т., Філімоніхіна Г.Б., Хорошилова В.С., Константінова О.В., Alper J.R., Bainum P.M., Fuechsel P.G., Haseltine W.R., Likins P.W., Mackison D.L., Mingori D.L., Taylor R.S. та інших вчених.

В роботах Горошка О.О., Філімоніхіна Г.Б., Філімоніхіної І.І. запропоновано використовувати у якості демпферів кута нутації КА пасивні автобалансири (АБ). На сьогодні це єдиний пасивний спосіб усунення кута нутації КА як від неточного надання йому початкового обертання, так і від незрівноваженості. Було встановлено, що АБ будь-якого типу здатні усунути кут нутації від цих двох факторів тільки у випадку сплуснутого, статично незрівноваженого НТ за умови, що площа зрівноваження АБ співпадає із площиною статичної незрівноваженості і відстань від центра мас НТ до площини зрівноваження не перевищує певного граничного значення.

На сьогодні не досліджені ІС з конкретними типами АБ, зокрема – маятниковими, у яких маятники насаджені на подовжню вісь НТ. Так, не досліджені перехідні процеси під час встановлення основного руху, не оцінений залишковий кут нутації при встановленні АБ на більшій за граничну відстані. З іншого боку, у таких системах, на відміну від відомих, можуть з'являтися одно- чи багатопараметричні сім'ї ustalених рухів, що ускладнює застосування загальноприйнятих підходів дослідження їх динаміки.

Отже, актуально дослідити особливості зрівноваження маятниками НТ в ІС, складеній з НТ і маятників, насаджених на його подовжню вісь.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана в Кіровоградському національному технічному університеті відповідно до держбюджетних тем "Динаміка оберткових тіл з автобалансирами", держреєстрація № 0108U001326, період виконання 2008-2009 р.р., "Зрівнова-

ження і віброзахист тіл”, держреєстрація № 0112U001108, період виконання 2012-2014 р.р., і планами наукових робіт кафедри деталей машин та прикладної механіки.

Метою роботи є: побудова теоретико-механічних моделей ІС, складених з обертового незрівноваженого НТ і маятникових АБ; дослідження умовної стійкості основних і побічних усталених рухів; оцінка перехідних процесів та залишкового кута нутації.

Задачі досліджень:

1) побудувати плоскі і просторові теоретико-механічні моделі обертових ІС, складених з незрівноваженого НТ та маятників, насаджених на подовжню вісь НТ, відносному руху яких перешкоджають сили в'язкого опору;

2) дослідити процес усунення маятниками великих кутів нутації, знайти залишковий кут нутації при встановленні АБ на відстані, більшу за граничну;

3) дослідити процес усунення незрівноваженості (і малих кутів нутації) маятниками у випадках, коли основні рухи стійкі.

Об'єктом дослідження є: процес усунення незрівноваженості (і кута нутації) НТ маятниками в обертовій ІС із в'язким розсіюванням енергії.

Предметом дослідження є: математичні моделі зазначених ІС; умови існування, зародження, зникнення і стійкості різних усталених рухів, зокрема їх сімей; перехідні процеси; залишковий кут нутації.

Наукова новизна одержаних результатів.

1. Уперше побудовані плоска і просторова моделі ІС, складених з незрівноваженого НТ та математичних маятників, насаджених на його подовжню вісь, відносному руху яких перешкоджають сили в'язкого опору.

2. З врахуванням аналогії у роботі кульових, маятникових і рідинних АБ уперше досліджений процес усунення великих кутів нутації цими АБ, та оцінений залишковий кут при встановленні цих АБ на більшу за гранично допустиму відстань до центра мас НТ.

3. В рамках плоскої моделі ІС уперше встановлено, що побічні рухи нестійкі.

4. В рамках просторової моделі ІС, за умови, що площина зрівноваження маятників співпадає із площиною статичної незрівноваженості і відстань від центра мас НТ до площини зрівноваження не перевищує певного граничного значення, та в рамках плоскої моделі ІС з двома маятниками уперше встановлено, що у випадку відсутності незрівноваженості чи у випадку максимальної незрівноваженості, яку можуть зрівноважити маятники, у системі існує і умовно асимптотично стійка відповідно однопараметрична сім'я чи псевдосім'я основних рухів, при цьому нульовий корінь характеристичного рівняння відповідає за перехід від одного до іншого усталеного руху із сім'ї чи псевдосім'ї і не впливає на її асимптотичну стійкість.

Достовірність отриманих результатів обумовлена використанням методів теоретичної механіки, теорії умовної стійкості стаціонарних рухів нелінійних автономних систем, результати підтверджуються розрахунками на ПЕОМ.

Практичне значення одержаних результатів полягає у тому, що вони можуть бути використані при проектуванні АБ-демпферів для КА, положення яких у просторі стабілізується обертанням. Результати роботи використовуються у навчальному процесі кафедри деталей машин та прикладної механіки КНТУ і увійшли до заключного звіту держбюджетної теми "Динаміка оберткових тіл з автобалансирами", держреєстрація № 0108U001326.

Особистий внесок здобувача. Всі результати, що складають наукову новизну дисертації, отримані особисто здобувачем.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертації обговорювалися на: семінарі з теоретичної механіки, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Київ, 2005 р. (керівник чл.-кор. НАНУ, д.ф.-м.н., проф. А.Ф. Улітко); XXX Академічних читаннях з космонавтики, Москва, 2006 р.; семінарі з теоретичної механіки, Інститут прикладної математики ім. М.В. Келдиша, 2006 р. (керівник д.ф.-м.н., проф. М.Ю. Овчинников); XXII засіданні наукового семінару "Космічна техніка і технології", Дніпропетровський національний університет, 2008 р. (керівник д.т.н., проф. М.В. Петренко); семінарі з теоретичної механіки, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Київ, 2008 р. (керівник д.ф.-м.н., проф. В.В. Мелешко); X, XII та XIV Міжнародних молодіжних науково-практичних конференціях "Людина і Космос", Дніпропетровськ, 2008, 2010 та 2012 р.р.; Міжнародній конференції "Моделирование, управление и устойчивость (MCS-2012)", Севастополь, 2012 р.

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалася й обговорювалася на: XLIII науковій конференції викладачів, аспірантів та співробітників КНТУ (2012); науковому семінарі КНТУ, 22.10.2013 р. (керівник д.ф.-м.н., проф. В.Ф. Гамалій); семінарі з теоретичної механіки, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, 27.10.2012 р. (керівник академік НАНУ А.А. Мартинюк).

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані в 11 наукових роботах, серед яких 7 статей у фахових виданнях, 4 роботи в збірниках тезисів конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти розділів, висновків, списку літературних джерел, трьох додатків і містить 180 сторінок. Основний обсяг дисертації складає 164 сторінки, додатки містять 16 сторінок. Робота включає 19 рисунків, 3 таблиці, список використаних літературних джерел з 109 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі обґрунтована актуальність теми, сформульовані мета та задачі досліджень, вказується наукова новизна та практичне значення результатів роботи, наводяться апробація, публікації, загальна структура роботи.

У розділі 1 «Стан питання, мета та задачі досліджень, вибір методів досліджень» приведено огляд робіт з дослідження динаміки і стійкості рухів ІС, складених з обертового НТ та приєднаних тіл. Обґрунтовані актуальність, мета та задачі досліджень, обрані методи досліджень.

У розділі 2 «Дослідження процесу усунення АБ великих кутів нутації та визначення залишкового кута нутації» доведена аналогія у роботі маятникових, кульових і рідинних АБ (рис. 1) при усуненні великих кутів нутації, викликаних неточним наданням початкового обертання НТ, та виникненні залишкового кута нутації через встановлення цих АБ на відстані до центра мас НТ більшу за гранично допустиму.

В п. 2.1 досліджений принцип дії АБ при усуненні великих кутів нутації (рис. 1). Під дією відцентрових сил, що виникають за рахунок складової $\vec{\Omega}_K$ кутової швидкості обертання НТ, маятники, кулі або рідина максимально відхилятимуться від вектора кінетичного моменту $\mathbf{K}$.

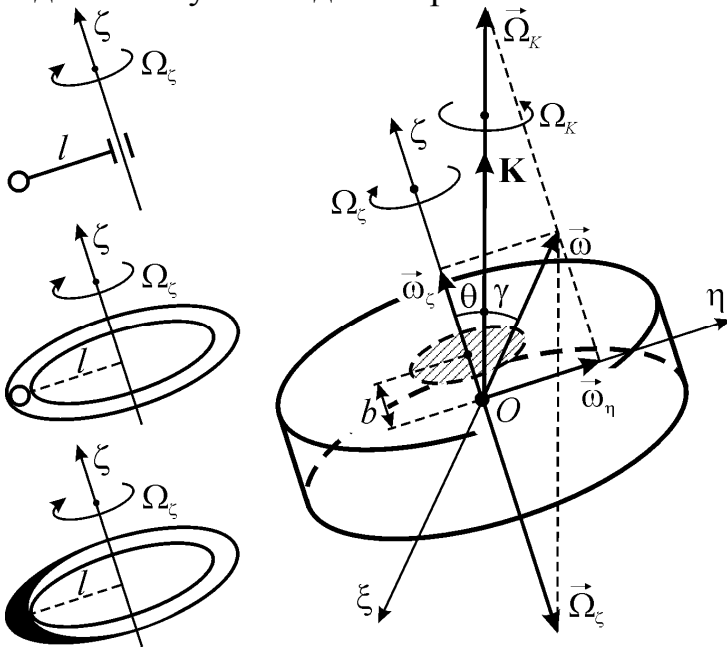


Рис. 1. Процес усунення АБ великих кутів нутації

НТ при цьому буде обертатися відносно маятників, куль або рідини навколо осі ζ з відносною кутовою швидкістю $\vec{\Omega}_\zeta$.

При наявності в'язкого тертя кут нутації θ у випадку сплюсненого НТ зменшуватиметься, а у випадку витягнутого НТ – збільшуватиметься.

Здійснена оцінка затухання великих кутів нутації:

- для випадку осесиметричного НТ ($A=B<C$)

$$\cos\theta = \cos\theta_0 e^{\mu[(C-A)/(AC)]t}, \quad |\cos\theta| \leq 1; \quad (1)$$

- для випадку неосесиметричного НТ ($A<B<C$)

$$\cos\theta_0 e^{\mu[(C-A)/(AC)]t} \leq \cos\theta \leq \cos\theta_0 e^{\mu[(C-B)/(BC)]t}, \quad |\cos\theta| \leq 1, \quad (2)$$

де θ , θ_0 – відповідно поточний і початковий кут нутації; μ – коефіцієнт опору, який залежить від типу АБ; A , B , C – осьові моменти інерції КА.

У п. 2.2 досліджений залишковий кут нутації.

У п.п. 2.2.1 розглянута модель, що описує втрату стійкості основними усталеними рухами системи. ІС складається з НТ і двох маятників, що утворюють маятниковий АБ (рис. 2). НТ має центр мас в точці O , масу M і осьові моменти інерції A , B , C відносно власних головних центральних осей інерції $O\xi\eta\zeta$. На подовжню вісь ζ НТ насаджені два математичних маятника довжиною l і масою $m/2$ кожний (рис. 2, б). Маятники рухаються в площині $O\xi_1\eta_1$, паралельній площині $O\xi\eta\zeta$, розташованій на відстані b від неї. При повороті маятників відносно НТ на них діють сили в'язкого опору.

На основному усталеному русі маятники лежать на прямій ξ_1 , і система обертається навколо подовжньої осі НТ, тобто $\zeta=z_G$ (рис. 2, а). На побічному усталеному русі, внаслідок симетрії системи, маятники відхилені від прямої

ξ_1 на кут φ (рис. 2, б) і вісь ζ утворює з віссю z_G кут α (рис. 2, в).

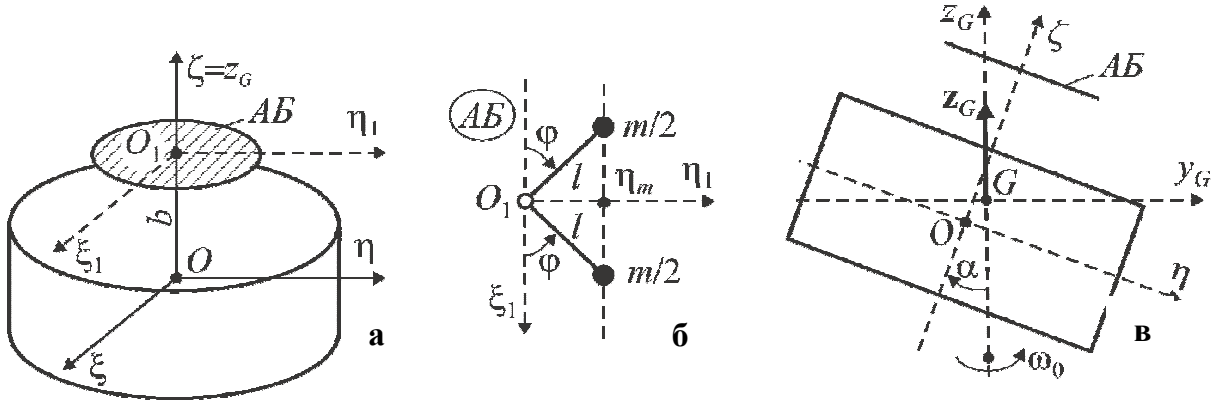


Рис. 2 Модель, що описує втрату стійкості основним усталеним рухом

Стійкість усталених рухів ІС оцінювалась по її осьовому моменту інерції відносно осі z_G . В загальному випадку він є функцією чотирьох узагальнених координат, дві з яких – α , β задають положення осі z_G відносно осей $O\xi\eta\zeta$, а дві φ_1 , φ_2 – положення маятників відносно НТ. В подальшому була використана симетрія ІС для зменшення кількості її ступенів вільності. При цьому було враховано, що на основному русі маятники не відхилені, а на побічних – відхилені на однакові кути $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$. Для дослідження такого механізму втрати стійкості було залишено дві узагальнені координати φ , α .

У п.п. 2.2.2 знайдена умова стійкості основного руху ІС:

$$C - B - Mb^2 > 0. \quad (3)$$

Основний рух втрачає стійкість, якщо $b > b_c$, $b_c = [(C - B)/M]^{1/2}$. (4) Значення b_c не залежить від маси маятників, тому навіть маятники нескінченно малої маси, встановлені на відстані, більшій, чим b_c , призводять до втрати стійкості основним рухом.

У п.п. 2.2.3 знайдені умови виникнення, існування та зникнення різних усталених рухів в залежності від величин параметрів b і l (рис. 3).

У п.п. 2.2.4 досліджена стійкість усталених рухів, знайдені закони зміни кутів α , φ на усталених рухах в залежності від величин параметрів b і l .

Якщо $l \geq l^*$, то:

$$\varphi(b) = \begin{cases} 0, & b \in [0, b_c] \cup [b_{v=-1}, +\infty), \\ \arcsin \left(\frac{1}{l} \sqrt{b \frac{M+2m}{m} \sqrt{\frac{C-B}{M}} - \frac{M+m}{m} \cdot \frac{C-B}{M} - b^2} \right), & b \in (b_c, b_{v=-1}); \end{cases}$$

$$\alpha(b) = \begin{cases} 0, & b \in [0, b_c], \\ \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{1}{M} \left(M + 2m - \frac{2mb}{\sqrt{(C-B)/M}} \right) \right], & b \in (b_c, b_{v=-1}), \\ \pi/2, & b \in [b_{v=-1}, +\infty). \end{cases} \quad (5)$$

В (5) $0 < b_c < b_{v=-1} < +\infty$ – біфуркаційні значення параметра b .

Якщо $l < l^*$, то:

$$\varphi(b) = \begin{cases} 0, & b \in [0, b_c] \cup [b_{v=-1}, +\infty), \\ \arcsin \left(\frac{1}{l} \sqrt{b \frac{M+2m}{m} \sqrt{\frac{C-B}{M}} - \frac{M+m}{m} \cdot \frac{C-B}{M} - b^2} \right), & b \in (b_c, b_{1,u=1}) \cup (b_{2,u=1}, b_{v=-1}), \\ \pi/2, & b \in [b_{1,u=1}, b_{2,u=1}]; \end{cases}$$

$$\alpha(b) = \begin{cases} 0, & b \in [0, b_c], \\ \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{1}{M} \left(M + 2m - \frac{2mb}{\sqrt{(C-B)/M}} \right) \right], & b \in (b_c, b_{1,u=1}) \cup (b_{2,u=1}, b_{v=-1}), \\ \frac{1}{2} \arctg \left[\frac{2mMbl}{(C-B)M_\Sigma - mM(b^2 - l^2)} \right], & b \in [b_{1,u=1}, b_{2,u=1}], \\ \pi/2, & b \in [b_{v=-1}, +\infty). \end{cases} \quad (6)$$

В (6) $0 < b_c < b_{1,u=1} < b_{2,u=1} < b_{v=-1} < +\infty$ - біфуркаційні значення параметра b .

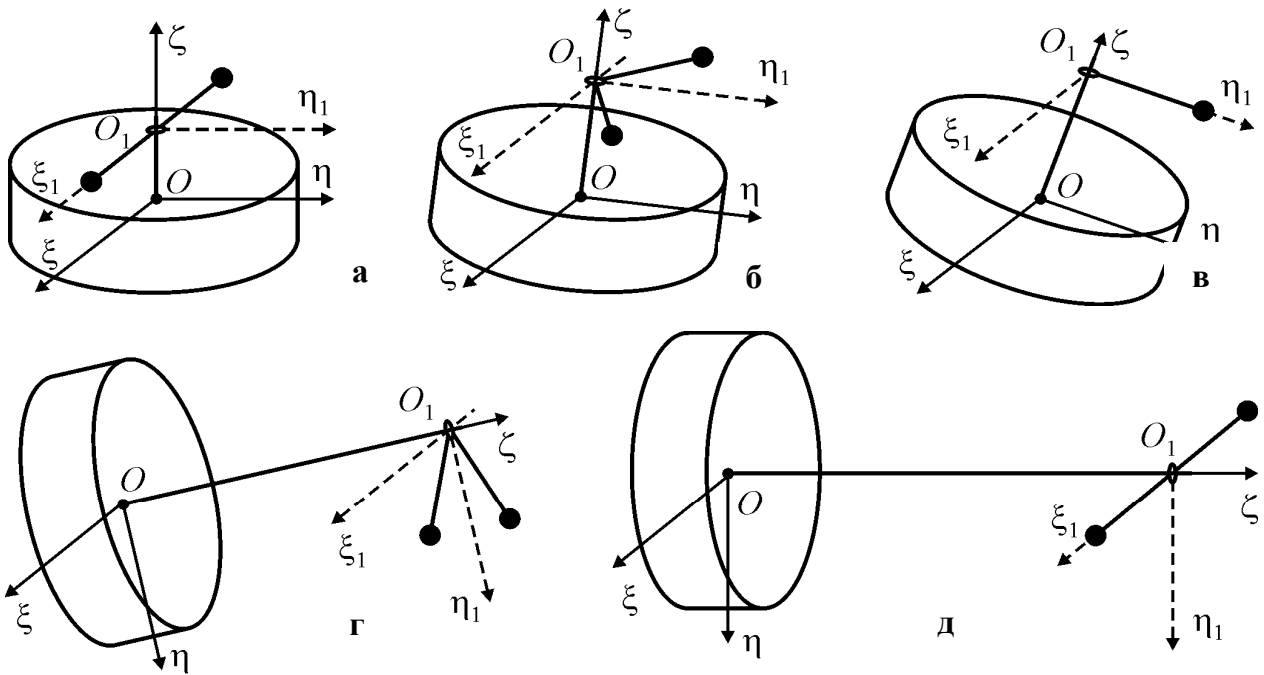


Рис. 3 Стійкі усталені рухи системи при різних b

Формули (5) та (6) можна використовувати для: підбору параметрів маятникових або кульових АБ; оцінки залишкового кута нутації при використанні маятникового, кульового чи рідинного АБ.

У п.п. 2.2.5 розглянутий приклад оцінки залишкового кута нутації α для бразильського КА з кільцевим рідинним демпфером (рідинним АБ) в залежності від висоти його розташування над центром мас КА (рис. 4). Встановлено, що демфер сильно звужує область стійкості основного руху. Невірною його установка на КА призвела до виникнення залишкового кута нутації $\alpha = 1,33^\circ$ у випадку “стійкого” КА ($A, B < C$).

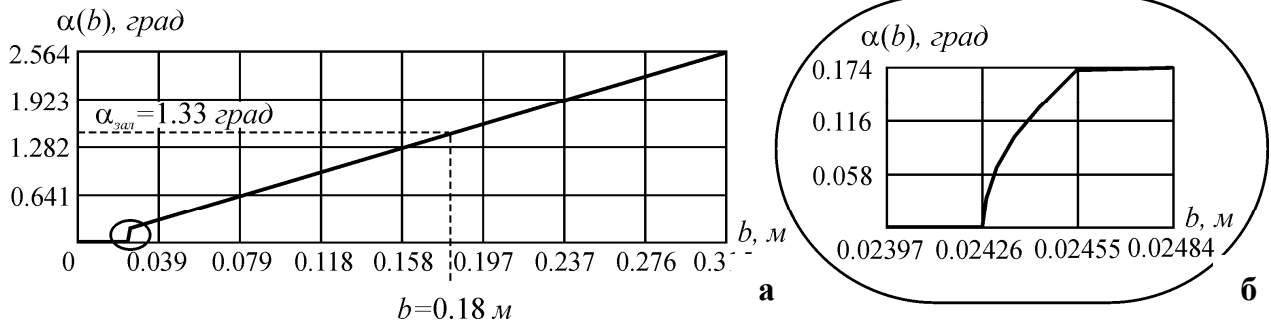


Рис. 4 Графіки зміни залишкового кута нутації α від відстані b

У розділі 3 «Побудова теоретико-механічних моделей ІС з маятниковими АБ» побудована плоска (в якій НТ здійснює плоскопаралельний рух) і просторова (в якій НТ здійснює просторовий рух) моделі зазначених ІС.

У п. 3.1 приведений загальний опис моделі ІС. НТ має масу M , центр мас у точці O і осеві моменти інерції A , B , C відносно його головних центральних осей інерції X , Y , Z (рис. 5, а). Незрівноваженість НТ відносно

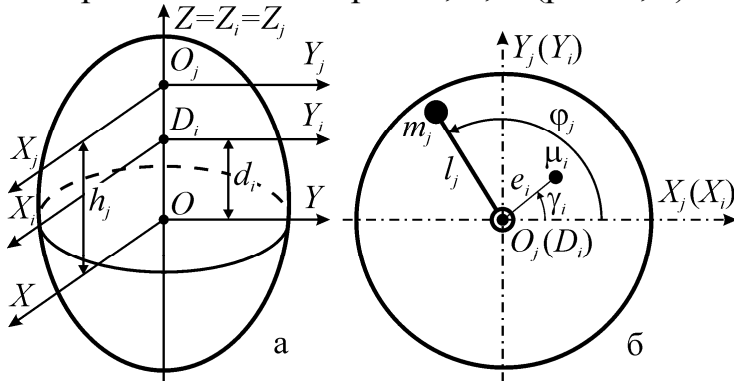


Рис. 5. Модель ІС

осі Z створюють k нерухомих відносно НТ матеріальних точок, розташованих в площинах $X_i D_i Y_i$, паралельних площині XOY (рис. 5). Положення площини $X_i D_i Y_i$ задає координата d_i , яка відраховується по осі Z .

Матеріальна точка має масу μ_i і її положення задає ексцентриситет e_i та кут γ_i , $i = \overline{1, k}$.

На вісь Z насаджені n математичних маятників довжини l_j і маси m_j , розташованих в площинах $X_j O_j Y_j$, паралельних площині XOY (рис. 5, а, б). Положення площини $X_j O_j Y_j$ задає координата h_j , яка відраховується по осі Z .

Опис руху маятників та НТ. Положення j -го маятника визначає кут повороту ϕ_j , який відраховується від осі X_j , паралельної осі X , причому вісь X_j виходить із точки O_j , навколо якої обертається маятник (рис. 5, б). При русі маятника відносно НТ на нього діє момент сил в'язкого опору $-H_j \dot{\phi}_j$, де H_j – коефіцієнт сил в'язкого опору. Так як система ізольована, то центр мас системи – точка G рухається рівномірно, прямолінійно. Без обмеження загальності вважалось, що точка G нерухома. За законом збереження кінетичного моменту системи $\mathbf{K}_G = \text{const}$. Були введені нерухомі осі $G\xi\eta\zeta$, в яких вісь ζ направлена уздовж вектора $\mathbf{K}_G$ (на рис. 6 та 7 осі $G\xi\eta\zeta$ – не показані). Осі $OXYZ$, що жорстко зв'язані з НТ, описують його рух відносно осей $G\xi\eta\zeta$ і визначають його поточне положення.

Просторовий рух НТ (рис. 6). При першому повороті осей $G\xi\eta\zeta$ навколо осі ζ на кут γ , що відповідає першому куту повороту Ейлера-Крилова, осі $G\xi\eta\zeta$ переходять в осі $GX_\gamma Y_\gamma Z_\gamma$, $Z_\gamma = \zeta$. Після другого повороту на кут α навко-

ло осі X_γ осі $GX_\gamma Y_\gamma Z_\gamma$ переходять у осі $GX_\alpha Y_\alpha Z_\alpha$, $X_\alpha = X_\gamma$. Після третього повороту на кут β навколо осі Y_α , осі $GX_\alpha Y_\alpha Z_\alpha$ переходять у осі $GX_G Y_G Z_G$, $Y_\alpha = Y_G$, які визначають кінцеву кутову орієнтацію НТ, бо паралельні осям $OXYZ$ (рис. 6, а). Осі $GX_G Y_G Z_G$ переходять в осі $OXYZ$ після поступальних переміщень на x , y , z , вздовж відповідних координатних осей (рис. 6, б). Отже, просторовий рух ІС визначають $n+6$ узагальнених координат (φ_j , $j = \overline{1, n}$, γ , α , β , x , y , z).

Плоскопаралельний рух НТ (рис. 7). Після повороту осей $G\xi\eta$ навколо осі ζ на кут γ , отримуємо осі $GX_G Y_G$. Осі $GX_G Y_G$ переходять в осі OXY після поступальних переміщень на x , y вздовж відповідних координатних осей (рис. 7). Отже, плоский рух ІС визначають $n+3$ узагальнених координат (φ_j , $j = \overline{1, n}$, γ , x , y). Зауважимо, що кут γ – циклічна координата.

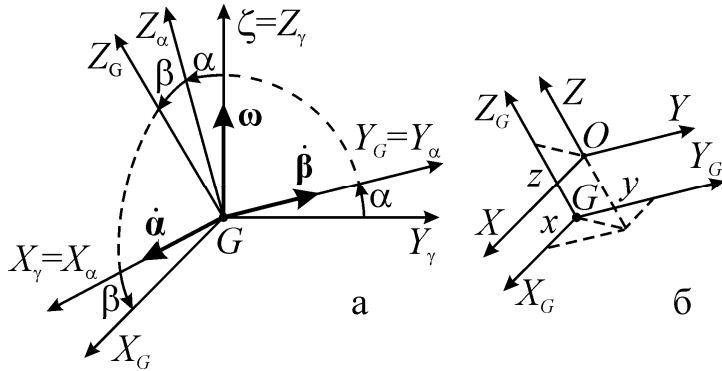


Рис. 6. Схема просторового руху НТ

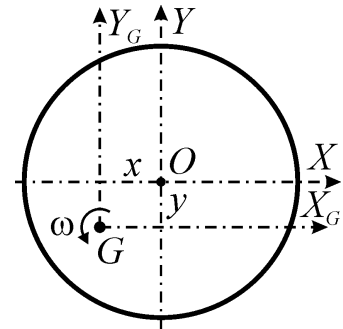


Рис. 7. Схема плоскопаралельного руху НТ

Тензор інерції ІС.

Для плоскої моделі ІС було враховано, що маятники насаджені на вісь Z і рухаються у площині XOY навколо точки O . В силу симетрії системи $\gamma_i = \gamma_0 = 0$. Тензор інерції системи має вигляд:

- відносно осей $OXYZ$

$$J_x = A + \sum_{j=1}^n m_j l_j^2 \sin^2 \varphi_j, \quad J_{xy} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n m_j l_j^2 \sin 2\varphi_j, \quad J_{xz} = J_{yz} = 0,$$

$$J_y = B + \mu e_0^2 + \sum_{j=1}^n m_j l_j^2 \cos^2 \varphi_j, \quad J_z = C + \mu e_0^2 + \sum_{j=1}^n m_j l_j^2; \quad (7)$$

- відносно осей $GX_G Y_G Z_G$

$$\mathbf{J}_G = \mathbf{J}_O - M_\Sigma \begin{pmatrix} y^2 & -xy & 0 \\ -xy & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 + y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{x_G} & -J_{x_G y_G} & 0 \\ -J_{x_G y_G} & J_{y_G} & 0 \\ 0 & 0 & J_{z_G} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

де $M_\Sigma = M + \mu + \sum_{j=1}^n m_j$ - сумарна маса системи.

Для просторової моделі ІС тензор інерції системи має вигляд:

- відносно осей $OXYZ$

$$\begin{aligned}
J_x &= A + \sum_{i=1}^k \mu_i (d_i^2 + e_i^2 \sin^2 \gamma_i) + \sum_{j=1}^n m_j (h_j^2 + l_j^2 \sin^2 \varphi_j), \\
J_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^k \mu_i e_i^2 \sin 2\gamma_i + \sum_{j=1}^n m_j l_j^2 \sin 2\varphi_j \right), \quad J_{xz} = \sum_{i=1}^k \mu_i e_i d_i \cos \gamma_i + \sum_{j=1}^n m_j l_j h_j \cos \varphi_j, \\
J_y &= B + \sum_{i=1}^k \mu_i (d_i^2 + e_i^2 \cos^2 \gamma_i) + \sum_{j=1}^n m_j (h_j^2 + l_j^2 \cos^2 \varphi_j), \\
J_{yz} &= \sum_{i=1}^k \mu_i e_i d_i \sin \gamma_i + \sum_{j=1}^n m_j l_j h_j \sin \varphi_j, \quad J_z = C + \sum_{i=1}^k \mu_i e_i^2 + \sum_{j=1}^n m_j l_j^2; \quad (9)
\end{aligned}$$

- відносно осей $GX_G Y_G Z_G$

$$\mathbf{J}_G = \mathbf{J}_O - M_\Sigma \begin{pmatrix} y^2 + z^2 & -xy & -xz \\ -xy & x^2 + z^2 & -yz \\ -xz & -yz & x^2 + y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{x_G} & -J_{x_G y_G} & -J_{x_G z_G} \\ -J_{x_G y_G} & J_{y_G} & -J_{y_G z_G} \\ -J_{x_G z_G} & -J_{y_G z_G} & J_{z_G} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

де $M_\Sigma = M + \sum_{i=1}^k \mu_i + \sum_{j=1}^n m_j$ - сумарна маса системи.

У п. 3.2 за допомогою основних теорем динаміки отримані рівняння руху ІС і їх інтеграли у розмірному вигляді.

У п.п. 3.2.1 отримані другі інтеграли рівнянь руху ІС на основі закону збереження руху центра мас системи:

- в рамках плоскої моделі ІС

$$M_\Sigma x + \mu e_0 + \sum_{j=1}^n m_j l_j \cos \varphi_j = 0, \quad M_\Sigma y + \sum_{j=1}^n m_j l_j \sin \varphi_j = 0; \quad (11)$$

- в рамках просторової моделі ІС

$$\begin{aligned}
M_\Sigma x + \sum_{i=1}^k \mu_i e_i \cos \gamma_i + \sum_{j=1}^n m_j l_j \cos \varphi_j &= 0, \\
M_\Sigma y + \sum_{i=1}^k \mu_i e_i \sin \gamma_i + \sum_{j=1}^n m_j l_j \sin \varphi_j &= 0, \quad M_\Sigma z + \sum_{i=1}^k \mu_i d_i + \sum_{j=1}^n m_j h_j = 0. \quad (12)
\end{aligned}$$

У п.п. 3.2.2 отримані перші інтеграли рівнянь руху ІС на основі закону збереження кінетичного моменту системи відносно центра мас системи:

- в рамках плоскої моделі ІС

$$J_{z_G} \omega + \sum_{j=1}^n m_j l_j \dot{\varphi}_j (l_j + x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j) = J_z \omega_0; \quad (13)$$

- в рамках просторової моделі ІС (у згорнутому вигляді)

$$J_{x_G} \Omega_x - J_{x_G y_G} \Omega_y - J_{x_G z_G} \Omega_z - \sum_{j=1}^n m_j l_j (z + h_j) \dot{\varphi}_j \cos \varphi_j = -K \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\begin{aligned}
& -J_{x_G y_G} \Omega_x + J_{y_G} \Omega_y - J_{y_G z_G} \Omega_z - \sum_{j=1}^n m_j l_j (z + h_j) \dot{\varphi}_j \sin \varphi_j = K \sin \alpha, \\
& -J_{x_G z_G} \Omega_x - J_{y_G z_G} \Omega_y + J_{z_G} \Omega_z + \sum_{j=1}^n m_j l_j \dot{\varphi}_j (l_j + x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j) = K \cos \alpha \cos \beta, \quad (14)
\end{aligned}$$

де проекції кутової швидкості обертання НТ на осі рухомої системи координат $O_1 X_1 Y_1 Z_1$ визначаються за формулами

$$\Omega_x = \dot{\alpha} \cos \beta - \omega \cos \alpha \sin \beta, \quad \Omega_y = \dot{\beta} + \omega \sin \alpha, \quad \Omega_z = \dot{\alpha} \sin \beta + \omega \cos \alpha \cos \beta. \quad (15)$$

У п.п. 3.2.3 отримані рівняння руху на основі теореми про зміну моменту кількості руху матеріальної системи при застосуванні її до маятників:

- в рамках плоскої моделі ІС

$$\begin{aligned}
& m_j l_j^2 (\dot{\omega} + \ddot{\varphi}_j) + H_j \dot{\varphi}_j + m_j l_j [(\ddot{y} + 2\omega \dot{x} - \omega^2 y + \dot{\omega} x) \cos \varphi_j - \\
& - (\ddot{x} - 2\omega \dot{y} - \omega^2 x - \dot{\omega} y) \sin \varphi_j] = 0, \quad / j = \overline{1, n} /; \quad (16)
\end{aligned}$$

- в рамках просторової моделі ІС (у згорнутому вигляді)

$$\begin{aligned}
& m_j l_j^2 \ddot{\varphi}_j + H_j \dot{\varphi}_j + m_j l_j [\ddot{y} \cos \varphi_j - \ddot{x} \sin \varphi_j + \dot{\Omega}_z (l_j + x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j) - \\
& - (z + h_j)(\dot{\Omega}_y \sin \varphi_j + \dot{\Omega}_x \cos \varphi_j) + 2\Omega_z (\dot{x} \cos \varphi_j + \dot{y} \sin \varphi_j) - \Omega_x^2 (y + l_j \sin \varphi_j) \cos \varphi_j + \\
& + \Omega_y^2 (x + l_j \cos \varphi_j) \sin \varphi_j - \Omega_z^2 (y \cos \varphi_j - x \sin \varphi_j) - \Omega_x \Omega_y (y \sin \varphi_j - x \cos \varphi_j - \\
& - l_j \cos 2\varphi_j) - \Omega_z (z + h_j)(\Omega_x \sin \varphi_j - \Omega_y \cos \varphi_j)] = 0, \quad / j = \overline{1, n} /. \quad (17)
\end{aligned}$$

У п. 3.3 записані рівняння руху в рамках плоскої і просторової моделей ІС у випадку статичного зрівноваження НТ однаковими маятниками ($m_j = m$, $l_j = l$, $H_j = H$) у розмірному вигляді.

У п. 3.4 рівняння руху ІС приведені до безрозмірного вигляду.

В рамках плоскої моделі ІС рівняння руху у безрозмірному вигляді у випадку статично незрівноваженого НТ і n однакових маятників мають вигляд:

$$\xi + \tilde{e}_0 + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \cos \varphi_j = 0, \quad \eta + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sin \varphi_j = 0; \quad (18)$$

$$(R_J - \xi^2 - \eta^2) R_\omega + \xi' \eta - \eta' \xi + \frac{1}{2\tilde{R}_m n} \sum_{j=1}^n \varphi_j' = R_J; \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
& \varphi_j'' + R_\omega' + h \varphi_j' - 2\tilde{R}_m [(\xi'' - 2R_\omega \eta' - R_\omega^2 \xi - R_\omega' \eta) \sin \varphi_j - \\
& - (\eta'' + 2R_\omega \xi' - R_\omega^2 \eta + R_\omega' \xi) \cos \varphi_j] = 0, \quad / j = \overline{1, n} / , \quad (20)
\end{aligned}$$

де безрозмірні:

$$\xi = x/r^*, \quad \eta = y/r^*, \quad R_\omega = \omega/\omega_0, \quad \tau = \omega_0 t, \quad d/dt = \omega_0 (d/d\tau); \quad (21)$$

- параметри

$$R_J = \frac{C + \mu e^2 + nml^2}{M_\Sigma r^{*2}}, \quad \tilde{e}_0 = \frac{\mu e}{nml}, \quad R_m = \frac{nm}{M_\Sigma} = 2\tilde{R}_m, \quad h = \frac{H}{ml^2 \omega_0}. \quad (22)$$

У (21) та (22) $r^*=nml/M_\Sigma$ – найбільша відстань, на яку може відхилитись матеріальна точка, що створює незрівноваженість, від центру мас НТ так, щоб її могли зрівноважити маятники; $M_\Sigma=M+\mu+nm$ – сумарна маса системи.

Безрозмірний осьовий момент інерції системи має вигляд:

$$\tilde{J}_{z_G} = R_J - \xi^2 - \eta^2 = R_J - \left(\tilde{e}_0 + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \cos \varphi_j \right)^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sin \varphi_j \right)^2. \quad (23)$$

Для просторової моделі ІС рівняння руху у безрозмірному вигляді у випадку статично незрівноваженого НТ і двох однакових маятників:

$$\begin{aligned} \xi + R_m (2\tilde{e}_0 \cos \gamma_0 + \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) &= 0, \\ \eta + R_m (2\tilde{e}_0 \sin \gamma_0 + \sin \varphi_1 + \sin \varphi_2) &= 0, \quad \zeta + 2R_m R_h [1 + (\tilde{e}_0 / R_e)] = 0; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\tilde{J}_{x_G} \tilde{\Omega}_x - \tilde{J}_{x_G y_G} \tilde{\Omega}_y - \tilde{J}_{x_G z_G} \tilde{\Omega}_z - R_m R_J (\zeta + R_h) \sum_{j=1}^2 \varphi'_j \cos \varphi_j + \cos \alpha \sin \beta = 0,$$

$$-\tilde{J}_{x_G y_G} \tilde{\Omega}_x + \tilde{J}_{y_G} \tilde{\Omega}_y - \tilde{J}_{y_G z_G} \tilde{\Omega}_z - R_J R_m (\zeta + R_h) \sum_{j=1}^2 \varphi'_j \sin \varphi_j - \sin \alpha = 0,$$

$$-\tilde{J}_{x_G z_G} \tilde{\Omega}_x - \tilde{J}_{y_G z_G} \tilde{\Omega}_y + \tilde{J}_{z_G} \tilde{\Omega}_z + R_m R_J \sum_{j=1}^2 \varphi'_j (1 + \xi \cos \varphi_j + \eta \sin \varphi_j) - \cos \alpha \cos \beta = 0; \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \varphi''_j + \tilde{H} \varphi'_j + \eta'' \cos \varphi_j - \xi'' \sin \varphi_j + \tilde{\Omega}'_z (1 + \xi \cos \varphi_j + \eta \sin \varphi_j) - (\zeta + R_h) \times \\ \times (\tilde{\Omega}'_y \sin \varphi_j + \tilde{\Omega}'_x \cos \varphi_j) + 2\tilde{\Omega}_z (\xi' \cos \varphi_j + \eta' \sin \varphi_j) - \tilde{\Omega}_x^2 (\eta + \sin \varphi_j) \cos \varphi_j + \\ + \tilde{\Omega}_y^2 (\xi + \cos \varphi_j) \sin \varphi_j - \tilde{\Omega}_z^2 (\eta \cos \varphi_j - \xi \sin \varphi_j) - \tilde{\Omega}_x \tilde{\Omega}_y (\eta \sin \varphi_j - \xi \cos \varphi_j - \\ - \cos 2\varphi_j) - \tilde{\Omega}_z (\zeta + R_h) (\tilde{\Omega}_x \sin \varphi_j - \tilde{\Omega}_y \cos \varphi_j) = 0, \quad / j = 1, 2 /; \end{aligned} \quad (26)$$

де введені безрозмірні:

- змінні і час

$$\xi = x/l, \quad \eta = y/l, \quad \zeta = z/l, \quad R_\omega = \omega/\omega_0, \quad \tau = \omega_0 t, \quad d/dt = \omega_0 (d/d\tau); \quad (27)$$

- параметри

$$\tilde{J}_x = [A + \mu(h^2 + e_0^2 \sin^2 \gamma_0) + 2mh^2]/J_z, \quad \tilde{J}_y = [B + \mu(h^2 + e_0^2 \cos^2 \gamma_0) + 2mh^2]/J_z,$$

$$\tilde{H} = \frac{H}{ml^2 \omega_0}, \quad R_m = \frac{m}{M_\Sigma}, \quad R_J = \frac{M_\Sigma l^2}{J_z}, \quad R_h = \frac{h}{l}, \quad R_e = \frac{e_0}{l}, \quad \tilde{e}_0 = \frac{\mu e_0}{2ml}; \quad (28)$$

- проекції кутової швидкості на осі рухомої системи координат $O_1 X_1 Y_1 Z_1$

$$\tilde{\Omega}_x = \alpha' \cos \beta - R_\omega \cos \alpha \sin \beta, \quad \tilde{\Omega}_y = \beta' + R_\omega \sin \alpha,$$

$$\tilde{\Omega}_z = \alpha' \sin \beta + R_\omega \cos \alpha \cos \beta; \quad (29)$$

- осьові та відцентрові моменти інерції ІС

$$\tilde{J}_{x_G} = \tilde{J}_x + R_m R_J \sum_{j=1}^2 \sin^2 \varphi_j - R_J (\eta^2 + \zeta^2), \quad \tilde{J}_{y_G} = \tilde{J}_y + R_m R_J \sum_{j=1}^2 \cos^2 \varphi_j - R_J (\xi^2 + \zeta^2),$$

$$\begin{aligned}\tilde{J}_{x_G y_G} &= \left[\frac{R_m}{2} \left(2R_e \tilde{e}_0 \sin 2\gamma_0 + \sum_{j=1}^2 \sin 2\varphi_j \right) - \xi \eta \right] R_J, \quad \tilde{J}_{x_G z_G} = \left[R_m R_h \left(2\tilde{e}_0 \cos \gamma_0 + \sum_{j=1}^2 \cos \varphi_j \right) - \xi \zeta \right] R_J, \\ \tilde{J}_{y_G z_G} &= \left[R_m R_h \left(2\tilde{e}_0 \sin \gamma_0 + \sum_{j=1}^2 \sin \varphi_j \right) - \eta \zeta \right] R_J, \quad \tilde{J}_{z_G} = 1 - R_J (\xi^2 + \eta^2). \quad (30)\end{aligned}$$

У розділі 4 проведено дослідження в рамках плоскої моделі ІС у випадку статичного зрівноваження НТ двома однаковими маятниками.

У п. 4.1 проведено аналіз основних усталених рухів. На них незрівноваженість усунена маятниками і ІС обертається з постійною кутовою швидкістю навколо осі $Z=Z_G=\zeta$:

$$\tilde{\xi} = 0, \quad \tilde{\eta} = 0, \quad \tilde{R}_\omega, \tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2 - const. \quad (31)$$

Основні рухи знайдені у наступних випадках.

1. $0 < \tilde{e}_0 < 1$ – незрівноваженість ϵ і маятники можуть її усунути з певним запасом (рис. 8, а), існує один (ізолюваний) основний рух:

$$\tilde{\varphi}_1 = -\tilde{\varphi}_2 = \pi - \arccos \tilde{e}_0 = (\pi/2) + \tilde{\varphi}_0, \quad (\tilde{\varphi}_0 = \arcsin \tilde{e}_0, \quad \tilde{\varphi}_0 \in (0, \pi/2)). \quad (32)$$

2. $\tilde{e}_0 = 0$ – незрівноваженість відсутня (рис. 8, б), існує однопараметрична сім'я основних рухів: $\tilde{\varphi}_1 = \theta + (\pi/2), \quad \tilde{\varphi}_2 = \theta - (\pi/2), \quad \theta \in [0, \pi),$ (33)

де θ – параметр, який визначатиме певний рух із сім'ї (рис. 8, б). Тут $\theta \in [0, \pi)$, бо для решти значень $\theta \in [\pi, 2\pi)$ можна отримати усталені рухи, лише змінюючи місцями маятники.

3. $\tilde{e}_0 = 1$ – незрівноваженість найбільша, яку можуть усунути маятники (рис. 8, в), існує один основний рух: $\tilde{\varphi}_1 = \pi, \quad \tilde{\varphi}_2 = -\pi.$ (34)

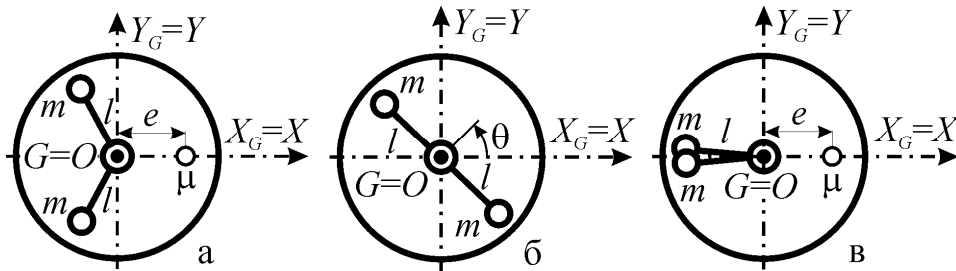


Рис. 8. Основні рухи при різних e_0 (плоска модель ІС)

За наявності незрівноваженості ($\tilde{e}_0 \neq 0$) існують такі побічні рухи:

а) $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi$ – маятники відхилені в протилежний бік від точки, що створює незрівноваженість (рис. 9, а);

б) $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ – маятники відхилені в бік точки, що створює незрівноваженість (рис. 9, б);

в) $\varphi_{1,2} = 0, \quad \varphi_{1,2} = \pi$ – маятники відхилені по різні сторони від точки, що створює незрівноваженість (рис. 9, в).

За відсутністю незрівноваженості ($\tilde{e}_0 = 0$) існує однопараметрична сім'я побічних рухів $\varphi_1 = \gamma + \pi, \quad \varphi_2 = \gamma - \pi, \quad \gamma \in [0, \pi)$ (рис. 9, г), де γ – параметр.

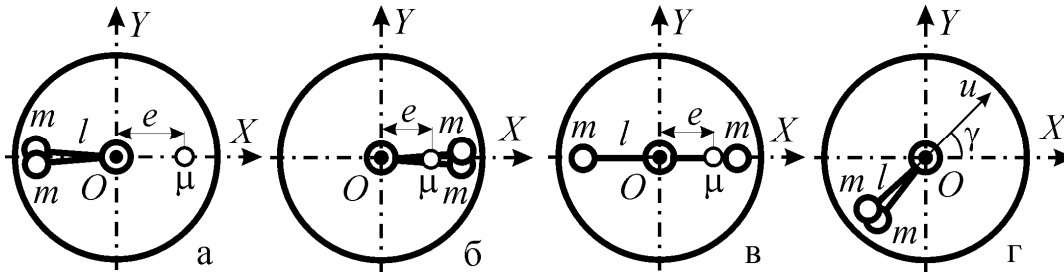


Рис. 9.
Побічні
усталені
рухи
(плоска
модель
ІС)

У п. 4.2 досліджена умовна стійкість основних рухів першим методом Ляпунова та оцінений характер перехідних процесів.

У п.п. 4.2.1 розглянуто випадок, коли $0 < \tilde{e}_0 < 1$. Збурений рух:

$$\xi = u, \quad \eta = v, \quad \varphi_j = \tilde{\varphi}_j + \alpha_j, \quad R_\omega = 1 + p, \quad (35)$$

де u, v, α_j, p – збурення ($|u|, |v|, |\alpha_j|, |p| \ll 1$); $0, 0, \tilde{\varphi}_j, 1$ – незбурений рух. За допомогою лінеаризованих рівнянь (18) та (19) з лінеаризованих рівнянь (20) були виключені залежні змінні u, v та p . Лінеаризовані рівняння руху системи для дослідження умовної асимптотичної стійкості основних усталених рухів по новим змінним γ_1 та γ_2 мають вигляд:

$$\begin{aligned} L_1 &= (1 - qR_m - R_m \sin^2 \tilde{\varphi}_0) \gamma_1'' + h\gamma_1' + R_m \gamma_1 \sin^2 \tilde{\varphi}_0 - R_m \gamma_2' \sin 2\tilde{\varphi}_0 = 0, \\ L_2 &= (1 - R_m \cos^2 \tilde{\varphi}_0) \gamma_2'' + h\gamma_2' + R_m \gamma_2 \cos^2 \tilde{\varphi}_0 + R_m \gamma_1' \sin 2\tilde{\varphi}_0 = 0, \end{aligned} \quad (36)$$

де

$$\gamma_1 = (\alpha_1 + \alpha_2)/2, \quad \gamma_2 = (\alpha_1 - \alpha_2)/2, \quad q = l^2 (M + \mu + nm) / \left[\rho_0^2 \left(M + \mu \frac{e^2}{\rho_0^2} + nm \frac{l^2}{\rho_0^2} \right) \right] \sim 1, \quad (\rho_0^2 \sim e^2 \sim l^2). \quad (37)$$

Характеристичне рівняння системи (36) має вигляд:

$$\Delta(\lambda) = a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0, \quad (38)$$

де

$$\begin{aligned} a_4 &= (1 - R_m \cos^2 \tilde{\varphi}_0) [1 - R_m (q + \sin^2 \tilde{\varphi}_0)], \quad a_3 = h [2 - R_m (1 + q)], \\ a_2 &= h^2 + R_m - R_m^2 \cos^2 \tilde{\varphi}_0 (q + 2 \sin^2 \tilde{\varphi}_0), \quad a_1 = h R_m, \quad a_0 = 0,25 R_m^2 \sin^2 2\tilde{\varphi}_0. \end{aligned}$$

У випадку, коли $R_m \ll 1$, та враховуючи, що $\sin \tilde{\varphi}_0 = \tilde{e}_0$, корені характеристичного рівняння мають такі розкладання:

$$\lambda_{1,2} \approx -h, \quad \lambda_3 \approx -R_m \tilde{e}_0^2 / h, \quad \lambda_4 \approx -R_m (1 - \tilde{e}_0^2) / h. \quad (39)$$

Корені від'ємні і дійсні, тому основні рухи умовно асимптотично стійкі, а перехідні процеси аперіодичні.

У п.п. 4.2.2 розглянуто випадок, коли $\tilde{e}_0 = 0$. Лінеаризовані рівняння руху системи (36) розпадаються на два незалежних рівняння

$$L_1 = (1 - qR_m) \gamma_1'' + h\gamma_1' = 0, \quad L_2 = (1 - R_m) \gamma_2'' + h\gamma_2' + R_m \gamma_2 = 0, \quad (40)$$

корені яких мають вигляд

$$\mu_1 = -h / (1 - qR_m), \quad \mu_2 = 0, \quad \nu_{1,2} = -\frac{1}{2(1 - R_m)} \left[h \pm \sqrt{h^2 - 4R_m(1 - R_m)} \right]. \quad (41)$$

Встановлено, що ненульовий корінь забезпечує асимптотичну стійкість сис-

теми за змінною γ_2 , що відповідає стійкості однопараметричної сім'ї рухів, а нульовий корінь і стійкість руху по змінній γ_1 відповідає за перехід від одного до іншого усталеного руху із сім'ї. В залежності від параметрів системи перехідні процеси аперіодичні або коливально-затухаючі.

У п.п. 4.2.3 розглянуто випадок, коли $\tilde{e}_0 = 1$. Лінеаризовані рівняння руху системи (36) розпадаються на два незалежних рівняння

$$L_1 = [1 - R_m(1 + q)]\gamma_1'' + h\gamma_1' + R_m\gamma_1 = 0, \quad L_2 = \gamma_2'' + h\gamma_2' = 0, \quad (42)$$

корені яких мають вигляд

$$\kappa_1 = -h, \quad \kappa_2 = 0, \quad \nu_{1,2} = -\frac{1}{2[1 - R_m(1 + q)]} \left[h \pm \sqrt{h^2 - 4R_m[1 - R_m(1 + q)]} \right]. \quad (43)$$

Встановлено, що ненульовий корінь забезпечує асимптотичну стійкість системи за змінною γ_1 , що відповідає стійкості однопараметричної псевдосім'ї рухів, а нульовий корінь і стійкість руху по змінній γ_2 відповідає за перехід від одного до іншого усталеного руху із псевдосім'ї. В залежності від параметрів системи перехідні процеси в системі носять аперіодичний або коливально-затухаючий характер.

У п. 4.3 досліджена умовна стійкість усталених рухів енергетичним методом, шляхом дослідження на умовний екстремум $\tilde{J}_{z_G}$. На стійких усталених рухах він повинен приймати максимальне або локальне максимальне значення. В результаті досліджень було встановлено, що у випадку коли $0 < \tilde{e}_0 < 1$ у системи стійкі основні рухи, а побічні – нестійкі.

У розділі 5 проведено дослідження в рамках просторової моделі ІС у випадку статичного зрівноваження НТ двома однаковими маятниками.

У п. 5.1 проведено аналіз основних усталених рухів. На основних усталених рухах незрівноваженість усунена маятниками, і система обертається з постійною кутовою швидкістю $\omega = \dot{\gamma}$ навколо осі $Z = Z_G = \zeta$. Рівняння основних усталених рухів допускають наступний стаціонарний розв'язок:

$$\tilde{\xi} = 0, \quad \tilde{\eta} = 0, \quad \tilde{\zeta} = const, \quad \tilde{\alpha} = 0, \quad \tilde{\beta} = 0, \quad \tilde{R}_\omega, \tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2 = const. \quad (44)$$

Знайдені основні рухи у наступних випадках.

1. $0 < \tilde{e}_0 < 1$ (рис. 10, а), існує один основний рух:

$$\tilde{\varphi}_1 = \varphi_0 + \gamma_0, \quad \tilde{\varphi}_2 = -\varphi_0 + \gamma_0, \quad \gamma_0 \in [0, 2\pi) \quad (\varphi_0 = \pi - \arccos \tilde{e}_0, \quad \varphi_0 \in (\pi/2, \pi)). \quad (45)$$

2. $\tilde{e}_0 = 0$ (рис. 10, б), існує однопараметрична сім'я основних рухів:

$$\tilde{\varphi}_1 = \theta + (\pi/2), \quad \tilde{\varphi}_2 = \theta - (\pi/2), \quad \theta \in [0, \pi), \quad (46)$$

де θ – параметр, який визначає певний рух із сім'ї (рис. 10, б). Тут $\theta \in [0, \pi)$, бо для решти значень $\theta \in [\pi, 2\pi)$ можна отримати усталені рухи, лише змінюючи місцями маятники.

3. $\tilde{e}_0 = 1$ (рис. 10, в), існує один основний рух:

$$\tilde{\varphi}_1 = \pi + \gamma_0, \quad \tilde{\varphi}_2 = -\pi + \gamma_0, \quad \forall \gamma_0 \in [0, 2\pi). \quad (47)$$

У п. 5.2 знайдений тензор інерції на основному русі.

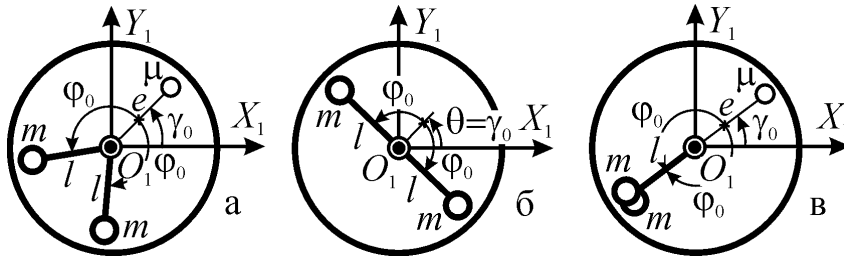


Рис. 10. Основні рухи при різних e_0 (просторова модель ІС)

У п. 5.3 досліджена умовна стійкість основних усталених рухів першим методом Ляпунова та характер перехідних процесів.

У п.п. 5.3.1 розглянуто випадок, коли $0 < \tilde{e}_0 < 1$. Збурений рух:

$$\xi = u, \eta = v, \alpha = \alpha, \beta = \beta, R_\omega = 1 + p, \varphi_1 = \tilde{\varphi}_1 + \alpha_1, \varphi_2 = \tilde{\varphi}_2 + \alpha_2, \quad (48)$$

де $\tilde{u} = 0, \tilde{v} = 0, \tilde{\alpha} = 0, \tilde{\beta} = 0, \tilde{R}_\omega = 1, \tilde{\varphi}_1 = \varphi_0 + \gamma_0, \tilde{\varphi}_2 = -\varphi_0 + \gamma_0$ – основний рух; $u, v, \alpha, \beta, p, \alpha_1, \alpha_2$ – відхилення від незбуреного руху ($|u|, |v|, |\alpha|, |\beta|, |p|, |\alpha_1|, |\alpha_2| \ll 1$). За допомогою лінеаризованих рівнянь (24) та третього рівняння системи (25) з лінеаризованих перших двох рівнянь системи (25) та рівнянь (26) були виключені залежні змінні u, v та p . В результаті отримані лінеаризовані рівняння руху системи для дослідження умовної асимптотичної стійкості основних усталених рухів по змінним γ_1, γ_2 та α, β :

$$\begin{aligned} & \tilde{J}_A \alpha' - R_m \tilde{J}_{AB} \alpha - R_m \tilde{J}_{AB} \beta' + (1 - \tilde{J}_A) \beta - \\ & - 2R_J R_m \zeta_h [(\gamma_1' \cos \gamma_0 - \gamma_1 \sin \gamma_0) \cos \varphi_0 - (\gamma_2' \sin \gamma_0 + \gamma_2 \cos \gamma_0) \sin \varphi_0] = 0, \\ & - R_m \tilde{J}_{AB} \alpha' - (1 - \tilde{J}_B) \alpha + \tilde{J}_B \beta' + R_m \tilde{J}_{AB} \beta - \\ & - 2R_J R_m \zeta_h [(\gamma_1' \sin \gamma_0 + \gamma_1 \cos \gamma_0) \cos \varphi_0 + (\gamma_2' \cos \gamma_0 - \gamma_2 \sin \gamma_0) \sin \varphi_0] = 0, \\ & - \zeta_h \cos \varphi_0 (\alpha'' \cos \gamma_0 + 2\alpha' \sin \gamma_0 - \alpha \cos \gamma_0 + \beta'' \sin \gamma_0 - 2\beta' \cos \gamma_0 - \beta \sin \gamma_0) + \\ & + (1 - 2R_m R_J - 2R_m \cos^2 \varphi_0) \gamma_1'' + \tilde{H} \gamma_1' + 2R_m \cos^2 \varphi_0 \gamma_1 + 2R_m \sin 2\varphi_0 \gamma_2' = 0, \\ & \zeta_h \sin \varphi_0 (\alpha'' \sin \gamma_0 - 2\alpha' \cos \gamma_0 - \alpha \sin \gamma_0 - \beta'' \cos \gamma_0 - 2\beta' \sin \gamma_0 + \beta \cos \gamma_0) - \\ & - 2R_m \sin 2\varphi_0 \gamma_1' + (1 - 2R_m \sin^2 \varphi_0) \gamma_2'' + \tilde{H} \gamma_2' + 2R_m \sin^2 \varphi_0 \gamma_2 = 0, \end{aligned} \quad (49)$$

де:

$$\text{- нові змінні} \quad \gamma_1 = (\alpha_1 + \alpha_2)/2, \quad \gamma_2 = (\alpha_1 - \alpha_2)/2; \quad (50)$$

- безрозмірні параметри

$$\begin{aligned} \tilde{J}_A &= \tilde{J}_x + 2R_m R_J f - R_J \zeta^2, \quad \tilde{J}_B = \tilde{J}_y + 2R_m R_J (1 - f) - R_J \zeta^2, \\ \tilde{J}_{AB} &= R_J \sin 2\gamma_0 (R_e \tilde{e}_0 + \cos 2\varphi_0). \end{aligned} \quad (51)$$

$$\text{В (51)} \quad f = (\cos^2 \varphi_0 - \cos 2\varphi_0 \cos^2 \gamma_0) = \tilde{e}_0^2 \sin^2 \gamma_0 + (1 - \tilde{e}_0^2) \cos^2 \gamma_0.$$

Характеристичне рівняння системи (49) має вигляд:

$$\Delta(\lambda) = a_6 \lambda^6 + a_5 \lambda^5 + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0, \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \text{де } a_0 &= a_0^{(2)} R_m^2 + a_0^{(4)} R_m^4, \quad a_1 = a_1^{(1)} R_m + a_1^{(2)} R_m^2 + a_1^{(3)} R_m^3, \quad a_i = a_i^{(0)} + a_i^{(1)} R_m + a_i^{(2)} R_m^2 + \\ & + a_i^{(3)} R_m^3 + a_i^{(4)} R_m^4, \quad a_j = a_j^{(0)} + a_j^{(1)} R_m + a_j^{(2)} R_m^2 + a_j^{(3)} R_m^3, \quad / i = 2, 4, 6; j = 3, 5 / , \end{aligned} \quad (53)$$

і коефіцієнти:

- при R_m^0 ..., $a_3^{(0)} = 2\tilde{H}(1-\tilde{J}_A)(1-\tilde{J}_B)$, $a_2^{(0)} = \tilde{H}a_3^{(0)} / 2$;
- при R_m ..., $a_2^{(1)} = 2[(1-f)(1-\tilde{J}_A)(1-\tilde{J}_B - R_J\zeta_h^2) + f(1-\tilde{J}_B)(1-\tilde{J}_A - R_J\zeta_h^2)]$, $a_1^{(1)} = \tilde{H}a_2^{(1)}$;
- при R_m^2 ..., $a_0^{(2)} = 4\tilde{e}_0^2(1-\tilde{e}_0^2)(1-\tilde{J}_A - R_J\zeta_h^2)(1-\tilde{J}_B - R_J\zeta_h^2)$; (54)

У випадку, коли $R_m \ll 1$, було знайдено такі розкладання коренів характеристичного рівняння (52):

$$\lambda_{1,2} \approx -\tilde{H}, \lambda_{3,4} \approx \pm ik - \frac{R_m R_J \zeta_h^2 (a + bf)(\tilde{H} \mp ik)}{\tilde{J}_A \tilde{J}_B (1 - \tilde{J}_A)(1 - \tilde{J}_B) [\tilde{H}^2 \tilde{J}_A \tilde{J}_B + (1 - \tilde{J}_A)(1 - \tilde{J}_B)]},$$

$$\lambda_{5,6} \approx -R_m [a_1^{(1)} \pm \sqrt{(a_1^{(1)})^2 - 4a_2^{(0)} a_0^{(2)}}] / (2a_2^{(0)}). \quad (55)$$

де

$$k = \sqrt{(1 - \tilde{J}_A)(1 - \tilde{J}_B) \tilde{J}_A^{-1} \tilde{J}_B^{-1}}, a = \tilde{J}_B (1 - \tilde{J}_A)(1 + \tilde{J}_A - \tilde{J}_B)^2, b = (\tilde{J}_A - \tilde{J}_B)(1 - \tilde{J}_A - \tilde{J}_B)^2.$$

Встановлено, що основний рух умовно асимптотично стійкий, а перехідні процеси – коливально-затухаючі, за виконання умов

$$1 - \tilde{J}_A - R_J \zeta_h^2 > 0, \quad 1 - \tilde{J}_B - R_J \zeta_h^2 > 0. \quad (56)$$

Також встановлено, що умови (56) будуть виконуватися для будь-якого $0 < \tilde{e}_0 < 1$, якщо виконуються наступні умови:

$$C - A - Mh^2 > 0, \quad C - B - Mh^2 > 0. \quad (57)$$

Умови (57) є конкретизованими достатніми умовами стійкості основних рухів і мають місце у граничних випадках, коли $\tilde{e}_0 = 0$ та $\tilde{e}_0 = 1$.

У граничних випадках на основному русі тензор інерції системи – головний центральний і має вигляд:

$$\hat{\mathbf{J}}_{Gi} = \text{diag}(A_{Gi}, B_{Gi}, C_G), \quad / i = \overline{1,4} / , \quad (58)$$

де $A_{Gi}, B_{Gi}, C_G = C + \mu e_0^2 + 2ml^2$ – головні центральні моменти інерції системи (відносно осей X_G, Y_G, Z_G) на i -му граничному основному русі.

Безрозмірні параметри $\tilde{J}_A, \tilde{J}_B$ у граничних випадках мають вигляд:

$$\tilde{J}_{Ai} = A_{Gi} / C_G, \quad \tilde{J}_{Bi} = B_{Gi} / C_G, \quad / i = \overline{1,4} / . \quad (59)$$

У п.п. 5.3.2 розглянуто випадок, коли $\tilde{e}_0 = 0$. Система рівнянь (49) розпадається на дві незалежні підсистеми: до першої входять перше, друге і четверте рівняння із змінними α, β, γ_2 , до другої – третє рівняння із змінною γ_1 .

У безрозмірному вигляді при $\varphi_{01} = \pi/2, \gamma_{01} = 0$, корені характеристичного рівняння першої підсистеми при $R_m \ll 1$, мають вигляд:

$$\lambda_1(\pi/2, 0) \approx -\tilde{H}, \lambda_{2,3}(\pi/2, 0) \approx -\frac{R_m \tilde{H} R_J \zeta_h^2 (1 + \tilde{J}_{B1} - \tilde{J}_{A1})^2}{\tilde{J}_{B1} (1 - \tilde{J}_{A1}) [\tilde{H}^2 \tilde{J}_{A1} \tilde{J}_{B1} + (1 - \tilde{J}_{A1})(1 - \tilde{J}_{B1})]} \pm$$

$$\pm ik_{10} \left\{ 1 + \frac{R_m R_J \zeta_h^2 (1 + \tilde{J}_{B1} - \tilde{J}_{A1})^2}{\tilde{J}_{B1} (1 - \tilde{J}_{A1}) [\tilde{H}^2 \tilde{J}_{A1} \tilde{J}_{B1} + (1 - \tilde{J}_{A1})(1 - \tilde{J}_{B1})]} \right\},$$

$$\lambda_4(\pi/2, 0) \approx -2R_m (1 - \tilde{J}_{A1} - R_J \zeta_h^2) / [\tilde{H} (1 - \tilde{J}_{A1})], \quad (60)$$

де $k_{10} = \sqrt{(1 - \tilde{J}_{A1})(1 - \tilde{J}_{B1})\tilde{J}_{A1}^{-1}\tilde{J}_{B1}^{-1}}$.

Аналогічні ненульові корені характеристичного рівняння першої підсистеми знайдені у випадку, коли $\varphi_{03}=\pi/2$, $\gamma_{03}=\pi/2$.

Корені другої підсистеми рівнянь мають вигляд:

$$\chi_1 = -\tilde{H} / (1 - 2R_J R_m), \quad \chi_2 = 0. \quad (61)$$

Встановлено, що ненульові корені забезпечують асимптотичну стійкість системи за змінними α , β , γ_2 , що відповідає стійкості однопараметричної сім'ї основних рухів, а нульовий корінь і стійкість руху по змінній γ_1 відповідає за перехід від одного до іншого усталеного руху із сім'ї.

У п.п. 5.3.3 розглянуто випадок, коли $\tilde{e}_0 = 1$. Система рівнянь (49) розпадається на дві незалежні підсистеми: до першої входять перше, друге і третє рівняння із змінними α , β , γ_1 , а до другої – четверте рівняння із змінними γ_2 .

У безрозмірному вигляді при $\varphi_{02}=\pi$, $\gamma_{02}=\pi/2$, корені характеристичного рівняння першої підсистеми при $R_m \ll 1$, мають вигляд:

$$\begin{aligned} \lambda_1(\pi, \pi/2) \approx -\tilde{H}, \quad \lambda_{2,3}(\pi, \pi/2) \approx -\frac{R_m \tilde{H} R_J \zeta_h^2 (1 + \tilde{J}_{B2} - \tilde{J}_{A2})^2}{\tilde{J}_{B2} (1 - \tilde{J}_{A2}) [\tilde{H}^2 \tilde{J}_{A2} \tilde{J}_{B2} + (1 - \tilde{J}_{A2})(1 - \tilde{J}_{B2})]} \pm \\ \pm i k_{20} \left\{ 1 + \frac{R_m R_J \zeta_h^2 (1 + \tilde{J}_{B2} - \tilde{J}_{A2})^2}{\tilde{J}_{B2} (1 - \tilde{J}_{A2}) [\tilde{H}^2 \tilde{J}_{A2} \tilde{J}_{B2} + (1 - \tilde{J}_{A2})(1 - \tilde{J}_{B2})]} \right\}, \\ \lambda_4(\pi, \pi/2) \approx -2R_m (1 - \tilde{J}_{A2} - R_J \zeta_h^2) / [\tilde{H} (1 - \tilde{J}_{A2})], \end{aligned} \quad (62)$$

де $k_{20} = \sqrt{(1 - \tilde{J}_{A2})(1 - \tilde{J}_{B2})\tilde{J}_{A2}^{-1}\tilde{J}_{B2}^{-1}}$.

Аналогічні ненульові корені характеристичного рівняння першої підсистеми знайдені у випадку, коли $\varphi_{04}=\pi$, $\gamma_{04}=0$.

Корені другої підсистеми системи рівнянь мають вигляд:

$$\mu_1 = -\tilde{H}, \quad \mu_2 = 0. \quad (63)$$

Встановлено, що ненульові корені забезпечують асимптотичну стійкість системи за змінними α , β , γ_1 , що відповідає стійкості однопараметричної псевдосім'ї рухів, а нульовий корінь і стійкість руху по змінній γ_2 відповідає за перехід від одного до іншого усталеного руху із псевдосім'ї.

ВИСНОВКИ

Аналіз літератури з дослідження процесу усунення (чи збільшення) ПТ кута нутації обертового НТ в ІС показав, що на сьогодні не досліджені ІС з конкретними типами ПТ, що утворюють АБ: маятникові (кульові, рідинні). Так, не досліджені перехідні процеси під час встановлення основного руху, не оцінений залишковий кут нутації при встановленні АБ на більшій за граничну відстані. З іншого боку, у таких систем, на відміну від відомих, можуть з'являтися одно- чи багатопараметричні сім'ї усталених рухів, що ускладнює застосування загальноприйнятих підходів дослідження їх динаміки. В зв'язку з цим у дисертації були одержані такі основні результати.

1. Побудовані плоска і просторова моделі ІС, складених з нерівноваженого НТ та математичних маятників, насаджених на його подовжню вісь, відносному руху яких перешкоджають сили в'язкого опору.

2. Встановлена аналогія у роботі маятникових, кульових і рідинних АБ при: усуненні великих кутів нутації, викликаних неточним наданням початкового обертання НТ; створенні залишкового кута нутації при встановленні цих АБ на відстані до центра мас НТ, більшій за граничну.

Досліджений процес усунення великих кутів нутації цими АБ. Оцінений залишковий кут при встановленні АБ на більшу за гранично допустиму відстань до центра мас НТ.

3. Для плоскої та просторової моделі ІС, складеної з обертового НТ, матеріальної точки, що створює його статичну незрівноваженість, та двох однакових математичних маятників, що насажені на подовжню вісь НТ і рухаються у площині статичної незрівноваженості, встановлено, що:

- коли незрівноваженість є і маятники можуть її усунути з певним запасом, існує один основний рух;
- коли незрівноваженість відсутня, існує однопараметрична сім'я основних рухів;
- коли незрівноваженість максимальна, яку можуть усунути маятники, існує один основний рух, але він породжує псевдосім'ю основних рухів.

4. Для плоскої моделі ІС встановлено, що побічні рухи нестійкі.

5. Для просторової моделі ІС, за умови, що площа маятників співпадає із площиною статичної незрівноваженості і відстань від центра мас НТ до площини зрівноваження не перевищує певного граничного значення, та для плоскої моделі ІС з двома маятниками встановлено, що:

- умовно асимптотично стійкими є окремі основні рухи, якщо вони ізольовані, чи сім'я, або псевдосім'я основних рухів;
- коли незрівноваженість відсутня, один нульовий корінь характеристичного рівняння не впливає на стійкість однопараметричної сім'ї основних рухів, а відповідає за перехід від одного до іншого усталеного руху із сім'ї;
- коли незрівноваженість максимальна, наявність одного нульового кореня у характеристичного рівняння не впливає на стійкість основного руху, а відповідає за перехід від одного до іншого усталеного руху із псевдосім'ї;
- в залежності від параметрів системи перехідні процеси можуть бути аперіодичними або коливально-затухаючими.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Горошко О. О. Стабілізація положення осі обертання абсолютно твердого тіла багатомаятниковим (багатокульовим) автобалансиром / О.О. Горошко, Г. Б. Філімоніхін, В. В. Пирогов, І. І. Філімоніхіна // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. - №4, 2005. – С. 67-76.

2. Filimonikhin G. B. Attitude stabilization of the rotational axis of a carrying body by pendulum dampers /G. B. Filimonikhin, V. V. Pirogov, I. I. Filimonikhina // International Applied Mechanics. – 2007. vol. 43, no. 10, pp. 1167-1173.

3. Філімоніхін Г. Б. Рівняння руху ізольованої системи, яка здійснює просторовий рух / Г. Б. Філімоніхін, В. В. Пирогов, І. І. Філімоніхіна // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. - №4. 2007. – С. 94-100.
4. Пирогов В. В. Стійкість основного руху статично незрівноваженого обертового тіла із двома маятниками (кулями) / В. В. Пирогов // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. –2008. – №3. – С. 89-94.
5. Филимоныхин Г. Б. Использование пассивных автобалансирующих как демпферов угла нутации быстровращающихся спутников / Г. Б. Филимоныхин, В. В. Пирогов, И. И. Филимоныхина // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки: зб. наук. пр. Дніпропетр. нац. ун-ту. – 2008. – Т. VIII. – С. 105–115.
6. Філімоніхін Г. Б. Стійкість основних рухів ізольованої системи, складеної з обертового тіла і двох маятників / Г. Б. Філімоніхін, В. В. Пирогов, І.І. Філімоніхіна // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. - №2. 2011. – С. 63–68.
7. Филимоныхин Г. Б. Исследование процесса устранения пассивными автобалансирами больших углов нутации / Г. Б. Филимоныхин, В. В. Пирогов, И. И. Филимоныхина // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2013. – Т. 6, N 7 (66). – С. 34-38.
8. Пирогов В. В. Стабилизация оси вращения тела в пространстве пассивными автобалансирующими устройствами / В. В. Пирогов // Труды XXX Академических чтений по космонавтике. Москва, 2006 г. – С. 96.
9. Пирогов В. В. Стабілізація положення осі обертання тіла-носія маятниками (кулями) / В.В. Пирогов // X Міжнародна молодіжна науково-практична конференція “Людина і Космос” – Дніпропетровськ, 2008 г. – С. 148.
10. Пирогов В. В. Усунення кута нутації та незрівноваженості обертових ізольованих систем маятниками (кулями) / В. В. Пирогов // XII Міжнародна молодіжна науково-практична конференція “Людина і Космос” – Дніпропетровськ, 2010. – С. 141.
11. Филимоныхин Г. Б. Устойчивость установившихся движений спутника, стабилизируемого вращением, с пассивным автобалансирующим-демпфером угла нутации / Г. Б. Филимоныхин, И. И. Филимоныхина, В. В. Пирогов // Міжнародна конференція “Моделирование, управление и устойчивость (MCS-2012)”, Севастополь, 2012 р. – С. 151-153.

АНОТАЦІЯ

Пирогов В.В. Особливості зрівноваження маятниками обертового несучого тіла в ізольованій системі. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – Теоретична механіка. – Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка, НАН України, Київ, 2014.

Вирішується задача із зрівноваження і усунення кута нутації маятниками обертового несучого тіла в ізольованій системі (ІС).

Побудовані плоска і просторова моделі ІС, в рамках яких незрів-

новажене обертове НТ несе маятники, насаджені на його подовжню вісь.

В рамках плоскої моделі встановлено, що умовно асимптотично стійкі є основні рухи, решта рухів – нестійкі, а перехідні процеси, у випадку, коли маса маятників набагато менша маси системи – аперіодичні, причому у випадках відсутності та максимальної незрівноваженості перехідні процеси, в залежності від параметрів системи, можуть також мати і коливально-затухаючий характер.

В рамках просторової моделі, в якій статично незрівноважене НТ зрівноважується однією парою маятників, у випадку, коли маса маятників набагато менша маси системи, встановлено, що у системи перехідні процеси коливально-затухаючі.

Встановлено, що наявність одного нульового кореня у характеристичного рівняння і у випадку плоскої та просторової моделей ІС, у випадках відсутності та максимальної незрівноваженості, не впливає на стійкість основних рухів, а відповідає за перехід від одного до іншого усталеного руху із однопараметричної сім'ї (псевдосім'ї).

Ключові слова: *несуче тіло, маятники, стійкість руху, автобалансир, кут нутації, демпфер кута нутації.*

SUMMARY

Pirogov V.V. Features of balancing by the pendulums of unstable bearing body in the isolated system. – Manuscript.

The dissertation for a scientific degree of the candidate of physical and mathematical sciences on a speciality 01.02.01 – Theoretical mechanics. – S.P. Timoshenko institute of mechanics, NAS of Ukraine, Kiev, 2014.

Decides an actual task on balancing by the pendulums of revolved bearing absolutely rigid body in the isolated system, consisting of bearing absolutely rigid body and pendulums to relative motion of which hinder the forces of viscid resistance.

Models are built isolated system: flat model, within the framework of which statically unstable isolated system carries out planar motion and carries pendulums; spatial model, within the framework of which statically or dynamically unstable isolated system carries out spatial motion and carries pendulums, thus pendulums are mathematical, and balls are examined as material points.

It's set for flat models, that basic motions are been conditional asymptotically steady, the other motions – unsteady, and transients, in the case when mass of pendulums less mass systems – aperiodic.

Keywords: *bearing body, pendulums, stability of motion, autobalanser, corner of nutation, damper of corner of nutation.*

АННОТАЦИЯ

Пирогов В.В. Особенности уравновешивания маятниками вращающегося несущего тела в изолированной системе. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-матема-

тических наук по специальности 01.02.01 – Теоретическая механика. – Институт механики им. С.П. Тимошенка, НАН Украины, Киев, 2014.

Решается актуальная задача по уравниванию маятниками вращающегося несущего тела (НТ) в изолированной системе (ИС), состоящей из несущего тела и маятников, относительно движению которых препятствуют силы вязкого сопротивления.

Построены модели ИС: плоская, в рамках которой статически неуравновешенное НТ осуществляет плоскопараллельное движение и несет маятники; пространственная, в рамках которой статически или динамически неуравновешенное НТ осуществляет пространственное движение и несет маятники, причем маятники – математические.

В рамках плоской модели ИС установлено, что условно асимптотически устойчивы основные движения, остальные движения – неустойчивы, а переходные процессы, в случае, когда масса маятников намного меньше массы системы, апериодические, причем в случае отсутствия и максимальной неуравновешенности переходные процессы, в зависимости от параметров системы, могут иметь и колебательно-затухающий характер.

В рамках пространственной модели ИС, в которой статически неуравновешенное НТ уравнивается одной парой маятников, подтверждено, что основное движение условно асимптотически устойчиво, при условии, что система вращается вокруг оси максимального момента инерции НТ, а расстояние от центра масс системы до плоскости уравнивания не превышает определенное значение. Установлено, что у системы переходные процессы колебательно-затухающие.

Установлено, что наличие одного нулевого корня у характеристического уравнения в случае плоской и пространственной моделей ИС, в случае отсутствия и максимальной неуравновешенности, не влияет на устойчивость основных движений, а отвечает за переход от одного к другому установившемуся движению из однопараметрической семьи (псевдосемьи).

Ключевые слова: несущее тело, маятники, устойчивость движения, автобалансир, угол нутации, демпфер угла нутации.

