

Використання ймовірнісних методів в побудові паралельних і розподілених алгоритмів на прикладі задачі про візантійських генералів

Ймовірнісні алгоритми використовують результат “підкидання монети” і можуть допускати неправильні відповіді з обмеженою ймовірністю. Однією з галузей, де вони широко застосовуються, є паралельні і розподілені обчислення.

Протокол візантійської угоди - класична проблема теорії розподілених обчислень. Історична аналогія полягає у виробленні угоди генералами Візантії за умови, що деякі генерали можуть посилати завідомо неправдиві повідомлення. Ця проблема полягає в наступному. Кожен з процесорів має початкове значення 0 або 1. Є декілька несправних процесорів, інші - справні. Несправні процесори можуть об'єднувати зусилля по запобіганню досягнення угоди. Між процесорами можливий обмін повідомленнями, процесор закінчує протокол з рішенням 0 або 1, яке повинно відповідати таким вимогам: всі справні процесори завершують протокол з ідентичним рішенням; якщо всі справні процесори починають протокол з одного значення, то вони повинні закінчити з спільним рішенням. Протокол складається з декількох раундів. На протязі раунду кожен процесор посилає по одному повідомленню іншим процесорам і отримує повідомлення від них. Процесор не зобов'язаний посилати однакове повідомлення всім процесорам, справні процесори дотримуються протоколу, несправні - ні. Угода вважається досягнутою, якщо всі справні процесори прийняли рішення, що задовольняють даним вимогам.

Дослідимо число раундів, потрібних для досягнення угоди. Детермінований протокол вимагає не менше $t+1$ раунду. Ймовірнісний алгоритм досягнення угоди ґрунтується на процедурі “підкидання монетки”, яка видає 1 і 0 з ймовірністю $1/2$. Алгоритм полягає в наступному: для кожного раунду розіслати всім процесорам повідомлення; отримати повідомлення від всіх інших процесорів; обчислити повідомлення, що зустрічається частіше (включаючи власне); обчислити число появи цього повідомлення серед інших; “підкинути монетку” і, в залежності від значення, яке випало, та порогів похибки, присвоїти значення повідомленню в цьому раунді.

При використанні ймовірнісного алгоритму математичне очікування числа раундів для досягнення візантійської угоди обмежене константою. Отже, під час розв'язання ряду задач паралельних і розподілених обчислень ймовірнісні алгоритми дають кращий результат, ніж детерміновані.

¹ студент 3^{го} курсу навчання за напрямом “Комп'ютерна інженерія”;

² викладач кафедри програмного забезпечення