

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



В. В. Пирогов, Г. Б. Філімоніхін, А. Ю. Невдаха

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН. ЧАСТИНА I



Кропивницький - 2017

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра деталей машин та прикладної механіки

В. В. Пирогов, Г. Б. Філімоніхін, А. Ю. Невдаха

**ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І
МАШИН
Частина 1**

навчальний посібник

Рекомендовано Вченою радою Центральноукраїнського національного технічного університету як навчальний посібник для студентів машинобудівних, транспортних та електротехнічних спеціальностей.

Протокол № 9 від 29.05.2017 р.

Кропивницький – 2017

Теорія механізмів і машин. Частина 1: навчальний посібник / Укл. В.В. Пирогов, Г.Б. Філімоніхін, Ю.А. Невдаха. – Кропивницький: ЦНТУ, 2017. – 88 с.

Табл. 5. Іл. 116. Бібліогр.: 7 назв.

Укладачі: **доц., к.ф.-м.н. Пирогов Володимир Васильович;**
проф., д.т.н. Філімоніхін Геннадій Борисович;
доц., к.т.н. Невдаха Андрій Юрійович.

Рецензент: **д.т.н., проф. Кузьо І.В.,** завідувач кафедри механіки та автоматизації машинобудування Національного університету “Львівська політехніка”.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	6
ОСНОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ.....	7
1. ВСТУП ДО ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН. МАШИНА І МЕХАНІЗМ. ІНЖЕНЕРНЕ ПРОЕКТУВАННЯ.....	8
1.1. Значення і зміст курсу	8
1.2. Основні поняття і визначення.....	10
1.3. Машини	11
1.3.1. Основні поняття про машини та їх види	11
1.3.2. Автоматична лінія та машинний агрегат.....	12
1.3.3. Моделі машин	13
1.4. Механізми	13
1.4.1. Основні поняття про механізми	13
1.4.2. Класифікація механізмів	14
1.4.3. Структурні та кінематичні схеми механізмів. Види ланок	14
1.4.4. Основні види механізмів.....	16
1.4.4.1. Важільні механізми	16
1.4.4.2. Кулачкові механізми	16
1.4.4.3. Фрикційні передачі (механізми).....	17
1.4.4.4. Зубчасті передачі (механізми)	17
1.4.4.5. Храпові і мальтійські механізми	19
1.4.4.6. Механізми з гнучкими ланками	19
1.4.4.7. Клинові і гвинтові механізми	19
1.5. ІНЖЕНЕРНЕ ПРОЕКТУВАННЯ	20
1.5.1. Основні поняття.....	20
1.5.2. Методи проектування.....	21
1.5.3. Основні етапи процесу проектування.....	21
1.6. Питання для САМОКОНТРОЛЮ.....	22
1.7. СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	22
2. СТРУКТУРА І КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ	23
2.1. КІНЕМАТИЧНІ ПАРИ ТА ЇХ КЛАСИФІКАЦІЯ.....	23
2.1.1. Плоскі механізми з нижчими кінематичними парами.....	27

2.1.2. Просторові механізми з нижчими кінематичними парами.....	28
2.1.3. Плоскі механізми з вищими кінематичними парами	30
2.1.4. Просторові механізми з вищими кінематичними парами.....	32
2.2. КІНЕМАТИЧНІ ЛАНЦЮГИ ТА ЇХ КЛАСИФІКАЦІЯ	33
2.3. КІНЕМАТИЧНІ З'ЄДНАННЯ	34
2.4. ФОРМУЛИ РУХОМОСТІ КІНЕМАТИЧНИХ ЛАНЦЮГІВ. Визначеність руху ланок механізму	36
2.5. ОСНОВНИЙ ПРИНЦИП УТВОРЕННЯ МЕХАНІЗМІВ.....	38
2.6. СТРУКТУРНА КЛАСИФІКАЦІЯ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ	40
2.6.1. Структурні групи і механізми II класу	41
2.6.2. Структурні групи і механізми III класу	43
2.6.3. Структурні групи і механізми IV та вищих класів	45
2.6.4. Структурна формула будови механізму	45
2.7. СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ.....	46
2.7.1. Синтез механізмів методом нашарування структурних груп.....	47
2.7.2. Синтез механізмів методом інверсії.....	47
2.7.3. Перехід від структурної схеми до реального механізму.....	48
2.7.4. Зайві ступені вільності і умови зв'язку.....	50
2.8. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ	52
2.8.1. Визначення класу механізму	53
2.8.2. Заміна вищих кінематичних пар нижчими.....	54
2.8.3. Аналіз зв'язків, які накладають кінематичні пари.....	56
2.8.4. Порядок проведення структурного аналізу механізмів.....	59
2.9. ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	59
2.10. СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	60
3. КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ.....	61
3.1. ЗАДАЧІ І МЕТОДИ КІНЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ	61
3.2. ГРАФІЧНИЙ МЕТОД КІНЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ	62
3.2.1. Побудова положень ланок механізму і траєкторій окремих точок	62

3.2.2. Діаграма переміщень	64
3.2.3. Дослідження руху механізмів методом кінематичних діаграм	65
3.2.3.1. Графічне диференціювання (метод дотичних і метод хорд)	66
3.2.3.2. Графічне інтегрування (метод хорд).....	69
3.3. Графоаналітичний МЕТОД КІНЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ	71
3.3.1. Побудова плану швидкостей	71
3.3.1.1. Метод подібності.....	71
3.3.1.2. Метод векторних рівнянь	73
3.3.2. Побудова плану прискорень методом векторних рівнянь	74
3.4. Аналітичні МЕТОДИ КІНЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ	76
3.4.1. Метод замкнених векторних контурів	77
3.4.2. Аналітична кінематика механізму II класу 1-го виду (кривошипно-коромисловий механізм)	78
3.4.3. Аналітична кінематика механізму II класу 2-го виду (кривошипно-повзунковий механізм).....	81
3.4.4. Аналітична кінематика механізму II класу 3-го виду (кулісний механізм)	82
3.5. Питання для САМОКОНТРОЛЮ.....	83
3.6. СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	84
ЛІТЕРАТУРА	85
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	86

Передмова

Машинобудування – основна галузь сучасної промислово розвинутої країни – визначає рівень розвитку продуктивних сил суспільства, становить фундамент технічного прогресу всіх галузей народного господарства. У свою чергу, прогрес машинобудування визначається досконалістю машин, які створюються. Тому від інженера вимагаються глибокі теоретичні знання і досвід, вміння не тільки керувати складною технікою, успішно її використовувати, але й забезпечувати її швидкий прогрес. Сучасний інженер повинен досконало володіти методами розрахунку і конструювання нових швидкохідних, автоматизованих і високопродуктивних машин.

Створення нових машин базується на досягненнях багатьох фундаментальних і прикладних наук, серед яких важливе місце посідає теорія механізмів і машин.

ТММ є однією з основних загальноінженерних дисциплін, що забезпечує необхідну теоретичну підготовку інженерів-механіків.

Знання ТММ необхідні не тільки інженерам-конструкторам, які проектують машини, а й інженерам, що займаються їхнім виготовленням і експлуатацією.

Базою ТММ є курси фізики, вищої та прикладної математики, теоретичної механіки, інженерної графіки, обчислювальної техніки та програмування.

Задача курсу ТММ полягає у тому, щоб підготувати студентів до слухання курсів деталі машин, технології машинобудування, систем автоматизованого проектування, основ наукових досліджень, курсів з розрахунку і конструювання різних спеціальних машин.

Навчальний посібник може бути використаний як в навчальному процесі, так і в інженерній практиці.

Основні позначення

№	Умовне позначення	Розшифровка
1	2	3
1.	H	ступінь вільності кінематичної пари
2.	S	число умов зв'язку
3.	W	число ступенів вільності (рухомості) механізму
4.	p_k	число пар k -го класу
5.	q	число зайвих зв'язків та ступенів вільності
6.	s	лінійне переміщення
7.	φ	кут повороту
8.	v	лінійна швидкість
9.	ω	кутова швидкість
10.	a	лінійне пришвидшення (прискорення)
11.	ε	кутове пришвидшення (прискорення)
12.	$\mu_s (\mu_v, \mu_a)$	масштабний коефіцієнт переміщення (швидкості, прискорення)

1. Вступ до теорії механізмів і машин. Машина і механізм. Інженерне проектування

- 1.1. Значення і зміст курсу.
- 1.2. Основні поняття і визначення.
- 1.3. Механізм і їх класифікація. Види механізмів.
- 1.4. Машини і їх класифікація. Автоматична лінія та машинний агрегат. Моделі машин.
- 1.5. Інженерне проектування.

1.1. Значення і зміст курсу

Теорія механізмів і машин (ТММ) – наука, що займається теоретичними і експериментальними дослідженнями геометрії руху, динаміки та керування систем машин, окремих машин і механізмів та їх складових частин з урахуванням технологічних питань, передачі енергії, передачі та обробки інформації. Інакше **ТММ** – наука, що вивчає структуру (будову), кінематику та динаміку механізмів і машин у зв'язку з їх аналізом та синтезом.

Ціль ТММ – аналіз і синтез типових механізмів і їх систем.

Задачами ТММ є розробка загальних методів дослідження структури, геометрії, кінематики і динаміки типових механізмів і їх систем.

Типовими механізмами будемо називати прості механізми, які широко використовуються в машинах, для яких розроблені типові методи і алгоритми синтезу та аналізу.

У ТММ обґрунтовується вибір оптимальних параметрів машин і механізмів, визначаються методи їхнього раціонального проектування. Чим повніше будуть враховані кінематичні і динамічні властивості окремих механізмів, критерії продуктивності, надійності, тим досконалішими будуть конструкції машин.

Підвищення надійності і довговічності машин пов'язують насамперед з переходом на нові високоякісні матеріали, удосконаленням технології обробки деталей, використанням різних засобів, що сприяють зменшенню зношування. Проте основні якості нової машини або механізму закладаються саме на першій стадії їхнього проектування, коли тільки вибирають структурну (принципову) схему й головні кінематичні параметри. Тому доцільніше боротися з першопричинами шкідливих явищ, ніж з їхніми наслідками. Краще усунути великі навантаження, ніж вибирати особливо міцні матеріали, здатні ці перевантаження витримати. Раціональним добором структури і параметрів механізмів або машин можна не тільки підвищити їхню надійність і довговічність, але й значно зменшити габаритні розміри і масу.

Курс ТММ можна поділити на дві частини: **теорію механізмів і теорію машин** (рис. 1.1.1).

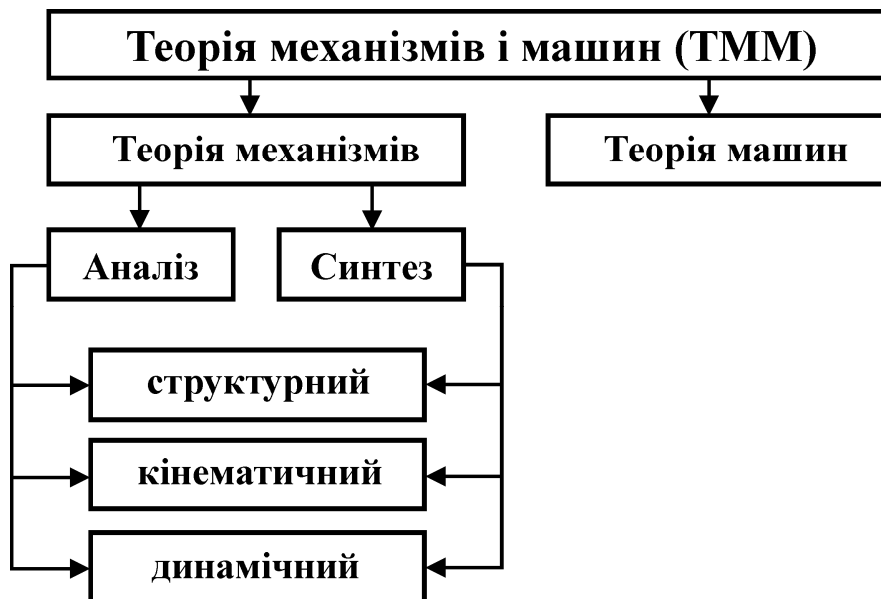


Рис. 1.1.1

Проблеми **теорії механізмів** можна поділити на дві групи: **перша** – це **аналіз механізмів**, який полягає у дослідженні їх структурних, кінематичних та динамічних властивостей; **друга** – це **синтез механізмів**, який полягає у їх проектуванні з заданими структурними, кінематичними та динамічними властивостями.

Проблеми аналізу (аналогічно і проблеми синтезу) механізмів, у свою чергу, розбивають на три частини (рис. 1.1.1):

- 1) структурний аналіз (синтез);
- 2) кінематичний аналіз (синтез);
- 3) динамічний аналіз (синтез).

Зазначимо, що задачі структурного, кінематичного та динамічного синтезу обернені задачам структурного, кінематичного та динамічного аналізу.

Структурний аналіз має за мету дослідження будови механізмів, їхнє видозмінення та класифікацію. При **кінематичному аналізі** досліджується рух тіл, які утворюють механізми, з геометричної точки зору, тобто без врахування сил, що викликають рух цих тіл. При **динамічному аналізі** досліджується вплив сил, що діють на тіла механізму.

У **теорії машин** розглядаються загальні методи проектування схем машин як сукупності окремих механізмів, питання автоматичного керування і регулювання машин.

1.2. Основні поняття і визначення

Кожний механізм або машина складається з окремих деталей. **Деталлю** називають ту частину механізму, яка виготовлена без складальних операцій. У стаціонарних машинах і механізмах є нерухомі деталі і рухомі деталі. У рухомих машинах і механізмах, нерухомими деталями умовно вважаються ті, що постійно зв'язані з корпусом. Наприклад, у двигуні внутрішнього згорання (рис. 1.2.1, а): нерухомі деталі – корпус двигуна 4, підшипник колінчастого вала 0, циліндри 5 тощо; рухомі – колінчастий вал 1, шатун 2, поршні 3, клапани 6 тощо. На рис. 1.2.1, б представлено умовне зображення цього механізму.

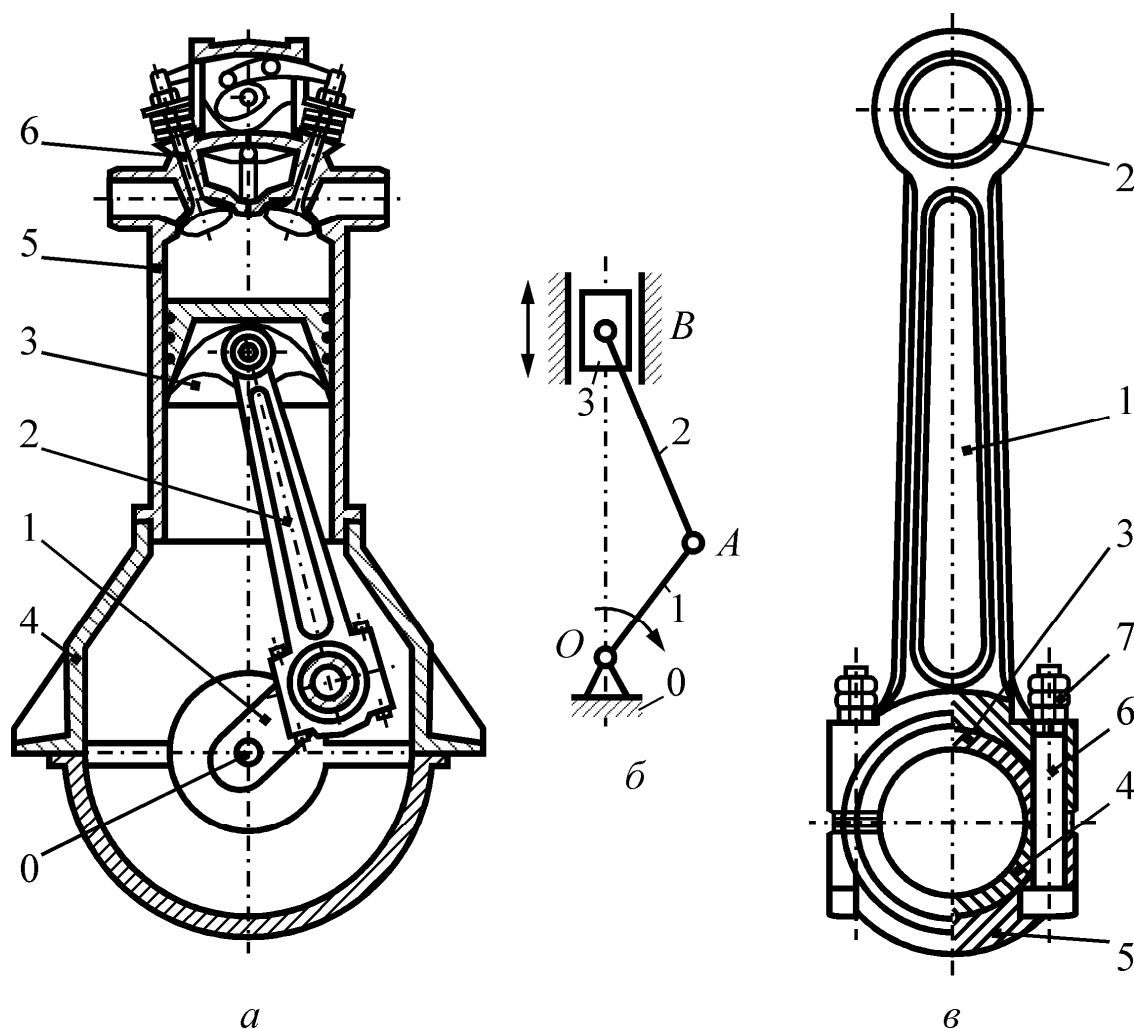


Рис. 1.2.1

Кожна рухома деталь або група деталей, які утворюють одну жорстку рухому систему тіл, має назву **рухомої ланки** механізму або машини.

Наприклад, шатун двигуна (рис. 1.2.1, в) буде однією рухомою ланкою, хоч він може складатися з ряду деталей (тіло шатуна 1, запресованої в нього втулки 2, вкладиші 3 і 4, головка 5, болти 6 із гайками 7, шайбами і шплінтами). Деталі, які утворюють одну ланку, іноді не мають жорсткого зв'язку між собою (наприклад, стрічка конвеєра з деталями, які вона переносить); тоді ознакою того, що вони належать до однієї ланки, буде відсутність відносного руху деталей.

Усі нерухомі деталі утворюють одну нерухому систему тіл, яка називається **нерухомою ланкою** або **стояком**. Наприклад, корпус двигуна, підшипники корінного вала тощо разом утворюють одну нерухому ланку, або стояк.

Таким чином, у будь-якому механізмі або машині маємо одну нерухому ланку і одну або декілька рухомих ланок.

У механізмах або машинах ланки з'єднуються одна з одною так, що завжди забезпечується можливість їхнього відносного руху. Рухоме з'єднання двох ланок, які стикаються, називається **кінематичною парою**.

Рух ланок відносно одна одної визначається формою елементів ланок якими вони стикаються. Сукупність поверхонь, ліній або точок, які належать ланкам і які стикаються при відносному русі ланок, називають **елементами кінематичних пар**.

Зв'язана система ланок, що входять у кінематичні пари, утворює **кінематичний ланцюг**. Наприклад, колінчастий вал двигуна внутрішнього згорання разом з нерухомим підшипником утворює одну кінематичну пару *O* (рис. 1.2.1, б). Шатун з колінчастим валом утворює другу кінематичну пару *A*, шатун з поршнем – третю (шарнір *B*), поршень з циліндром – четверту, а всі ці ланки і кінематичні пари разом утворюють кінематичний ланцюг.

1.3. Машини

1.3.1. Основні поняття про машини та їх види

Машина є пристрій, який виконує механічний рух для перетворення енергії, матеріалів та інформації з метою заміни або полегшення фізичної або розумової праці людини.

Машина в загальному вигляді складається з таких основних частин: машина двигун (перетворює енергію), передаточний механізм (перетворює рух), виконавчий механізм (забезпечує виконання технологічного процесу), система управління.

Умовно всі машини можна розділити на енергетичні, робочі та інформаційні.

Енергетичною називають машину, що призначена для перетворення енергії одного виду на енергію іншого виду. Ці машини бувають двох видів:

1. **двигуни**, які перетворюють будь-який вид енергії в механічну (електродвигуни, парові машини, двигуни внутрішнього згорання);
2. **генератори**, які перетворюють механічну енергію в енергію інших видів.

Робочою машиною називають машину, яка використовує механічну енергію для здійснення роботи по переміщенню і перетворенню матеріалів. Ці машини бувають двох видів:

1. **технологічні**, які змінюють властивості, стан, форму оброблюваного матеріалу або об'єкта, внаслідок впливу на нього робочого (виконавчого) органу машини. Це найрізноманітніший клас машин, до якого належать металорізальні верстати, прокатні стани, металургійні, текстильні, поліграфічні, сільськогосподарські машини, машини легкої та харчової промисловості та багато інших;

2. **транспортні**, які призначені для зміни положення оброблюваного матеріалу, предметів або людей по заданій траєкторії з необхідною швидкістю та пришвидшенням. До транспортних машин належать крани, транспортери, автокари, автомобілі, тепловози, трактори, ліфти, літаки тощо.

Інформаційною машиною називають машину призначену для обробки і перетворення інформації. Їх поділяють на наступні:

1. **математичні**, які перетворюють вхідну інформацію в математичну модель досліджуваного об'єкта;

2. **контрольно-керуючі**, які перетворюють вхідну інформацію (програму) в сигнали управління робочою або енергетичною машиною;

3. **кібернетичні**, які управляють робочими і енергетичними машинами та здатні змінювати програму своїх дій в залежності від стану навколишнього середовища (тобто машини, які мають елементи штучного інтелекту).

1.3.2. Автоматична лінія та машинний агрегат

Машина, в якій перетворення енергії, матеріалів та інформації відбувається без втручання людини, називається **машиною-автоматом**. Машини-автомати не вимагають участі людини у технологічному процесі, проте вимагають присутності так званих операторів, тобто людей, які стежать за роботою машини-автомата, визначають програми роботи і коректують у необхідних випадках роботу механізмів.

Сукупність машин-автоматів, з'єднаних між собою автоматичними транспортними пристроями і призначених для виконання певного технологічного процесу, називається **автоматичною лінією**. Автоматичні лінії лежать в основі цехів-автоматів і заводів-автоматів. Автоматичні лінії містять у собі енергетичні машини у вигляді електроприводу, транспортні машини для переміщення деталей або транспортерів, технологічні машини, які змінюють форму, склад або структуру оброблюваних об'єктів, контрольно-керуючі машини, які контролюють якість і розміри виробу і регулюють режими руху двигунів і робочих органів, логічні (математичні) машини, які підраховують кількість виробів. Така сукупність машин називається машинним агрегатом.

1.3.3. Моделі машин

Модель – пристрій або образ певного об'єкта або явища, який адекватно відображає його досліджувані властивості, і використовується в якості замітника об'єкта.

По формі представлення моделі бувають фізичними, математичними. По призначенню: функціональні, структурні, геометричні, кінематичні, динамічні. По методу дослідження: графічні, числові, графоаналітичні, експериментальні.

1.4. Механізми

1.4.1. Основні поняття про механізми

В основі кожного механізму або машини лежить кінематичний ланцюг. Виходячи з цього, механізму можна дати таке визначення.

Механізм є кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою, призначений виконувати цілком визначені доцільні рухи.

Механізми, що входять до складу сучасних машин, дуже різноманітні. Одні з них складаються тільки з твердих тіл, другі – з гідравлічних, пневматичних, електричних, магнітних та інших пристроїв. В зв'язку з цим можна дати більш загальне визначення механізму.

Механізмом називають систему тіл, призначену для перетворення руху і сил, які прикладені до одного або кількох тіл, у необхідні рухи та сили інших тіл.

З означення механізму випливає, що не можна називати механізмом пристрій, у якому немає перетворення механічного руху.

У кожному механізмі є нерухома ланка (стояк) і рухома ланка або система рухомих ланок. Із рухомих ланок виділяють вхідні і вихідні ланки. **Вхідною** називають ланку, якій надається рух, що перетворюється механізмом у потрібний рух інших ланок. **Вихідною** називають ланку, що здійснює рух, для виконання якого призначений механізм. Решту рухомих ланок механізму називають **з'єднуючими**, або **проміжними**.

Ведучою називають таку ланку, для якої елементарна робота зовнішніх сил, що прикладаються до неї, додатна. **Веденою** називають ланку, для якої елементарна робота зовнішніх сил, що прикладені до неї, від'ємна. Вхідна ланка у деяких механізмах може бути як ведучою, так і веденою.

Механізм називається **плоским**, якщо всі його ланки рухаються паралельно одній площині і траєкторії всіх його точок – плоскі криві. В іншому випадку механізм називається **просторовим**.

1.4.2. Класифікація механізмів

Механізми класифікують за наступними ознаками:

1. по області застосування і функціональному призначенню (механізми літальних апаратів, верстатів, пресів, двигунів внутрішнього згорання, промислових роботів, компресорів, насосів та ін.);
2. по виду передаточної функції (постійна, змінна, нерегульована, регульована, з ступінчастим регулюванням (коробки передач), з безступінчастим регулюванням (варіатори));
3. по виду перетворення руху (обертовий в обертовий (редуктори, мультиплікатори, муфти), обертовий в поступальний, поступальний в обертовий, поступальний в поступальний);
4. по руху і розташуванню ланок у просторі (просторові, плоскі);
5. по змінності структури (незмінні (кривошипно-шатунний механізм двигуна) і змінні (рука маніпулятора));
6. по виду кінематичних пар (з нижчими, вищими і шарнірними);
7. по способу передачі (фрикційні, зачеплення, хвильові, імпульсні);
8. по конструктивному виконанню і руху ланок (важільні, кулачкові, зубчасті, зірчасті, мальтійські, храпові, гвинтові, клинові, фрикційні, пасові, ланцюгові, гідравлічні, пневматичні й електричні).

1.4.3. Структурні та кінематичні схеми механізмів. Види ланок

При зображенні механізму на кресленні, розрізняють його структурну схему із застосуванням умовних позначень ланок і

кінематичних пар (без дотримання масштабу) і кінематичну схему, яка є його кінематичною моделлю (із дотриманням масштабу).

Структурна схема містить загальну інформацію про механізм: про кількість ланок та кінематичних пар, послідовність, способи з'єднання ланок та види можливих рухів (рис. 1.4.1).

Кінематична схема механізму будується у вибраному масштабі з точним дотриманням всіх розмірів і форм, від яких залежить рух тієї чи іншої ланки. На кінематичній схемі повинно бути вказане все, що є необхідним для вивчення руху.

На схемах ланки позначають арабськими цифрами 0, 1, 2, 3, ..., а кінематичні пари і різні точки ланок (наприклад, центри ваги) – латинськими літерами $A, B, C, S_2 \dots$.

Ланки розрізняють за конструктивними ознаками (корпус двигуна, колінчастий вал, шатун, поршень, зубчасте колесо і т.п.), але найчастіше – залежно від характеру їхнього відносного руху (рис. 1.4.1 та 1.4.2).

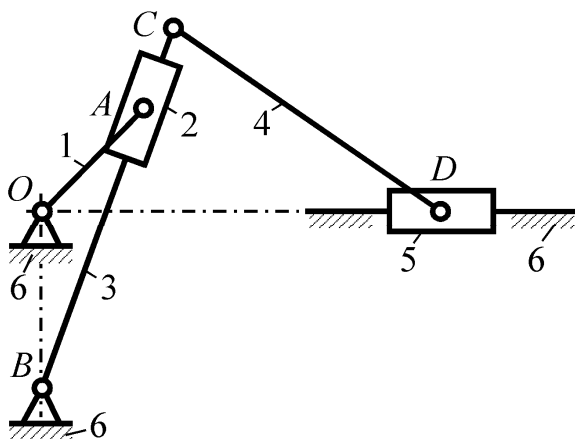


Рис. 1.4.1

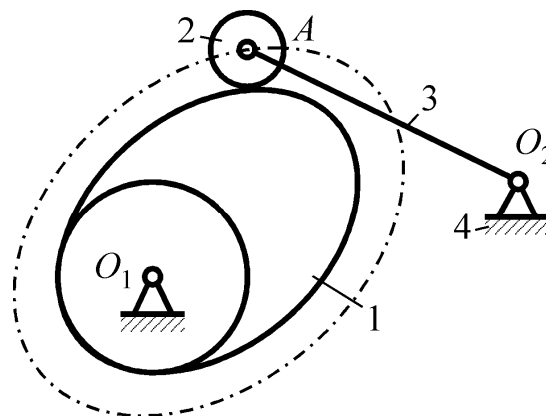


Рис. 1.4.2

Види ланок:

- **стояк** – це ланка, відносно якої визначають рух усіх інших ланок механізму (рис. 1.4.1, ланка 6; рис. 1.4.2, ланка 4);
- **кривошип** – ланка механізму, яка здійснює повний оберт навколо нерухомої осі (рис. 1.4.1, ланка 1);
- **коромисло** – ланка, яка здійснює коливальний рух або обертова ланка важільного механізму, яка здійснює неповний оберт навколо нерухомої осі (рис. 1.4.2, ланка 3);
- **повзун** – ланка, що здійснює поступальний прямолінійний рух відносно стояка, або ланка, яка утворює з стояком поступальну кінематичну пару (рис. 1.4.1, ланка 5);
- **шатун** – ланка важільного механізму, що здійснює плоскопаралельний рух (рис. 1.4.1, ланка 4);

- **куліса** – ланка важільного механізму, яка обертається навколо нерухомої осі і яка утворює з іншою рухомою ланкою поступальну пару (рис. 1.4.1, ланка 3);
- **кулісний камінь** – ланка, яка здійснює поступальний рух відносно рухомої направляючої – куліси (рис. 1.4.1, ланка 2);
- **кулачок** – ланка, яка має елемент вищої кінематичної пари, виконаної у вигляді поверхні змінної кривизни (рис. 1.4.2, ланка 1);
- **зубчате колесо** – ланка із замкнутою системою зубців, яка забезпечує неперервний рух іншого зубчатого колеса.

1.4.4. Основні види механізмів

1.4.4.1. Важільні механізми

Важільними механізмами називають механізми, що складаються з жорстких ланок з'єднаних між собою кінематичними парами, які дозволяють лише обертальний або поступальний рух. На рис. 1.4.3 показаний двохланковий важільний механізм, на рис. 1.4.4 – кривошипно-шатунний механізм, на рис. 1.4.5 – чотирьохланковий кулісний механізм, на рис. 1.4.6 – чотирьохланковий важільний механізм.

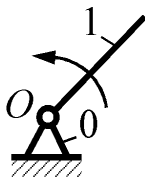


Рис. 1.4.3

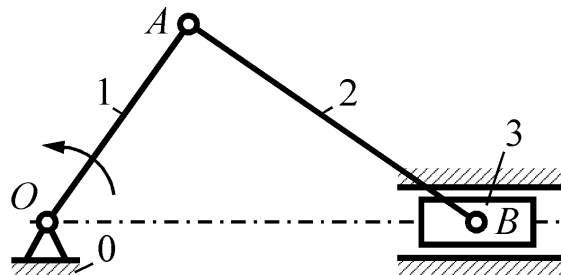


Рис. 1.4.4

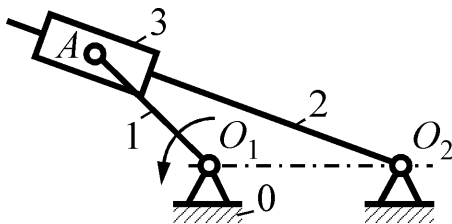


Рис. 1.4.5

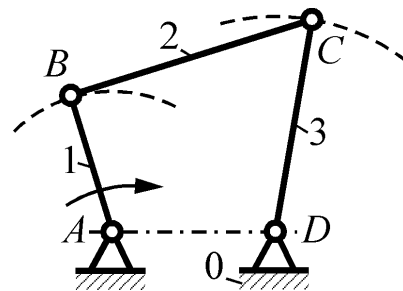


Рис. 1.4.6

1.4.4.2. Кулачкові механізми

Кулачкові механізми призначені для перетворення обертального руху ведучої ланки (кулачка) в наперед заданий закон зворотно-поступального руху веденої ланки (штовхача). На рис. 1.4.7 показаний

кулачковий механізм з поступально-рухомим штовхачем і силовим замиканням (з допомогою пружини), на рис. 1.4.8 – кулачковий механізм з обертально-рухомим штовхачем і геометричним замиканням.

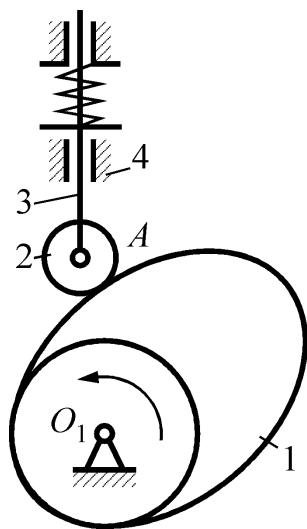


Рис. 1.4.7

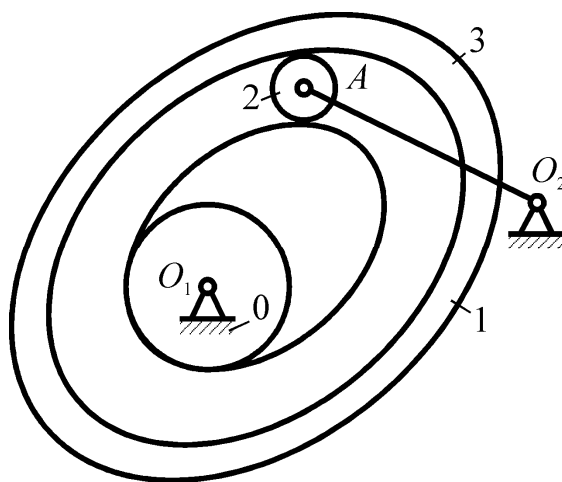


Рис. 1.4.8

1.4.4.3. Фрикційні передачі (механізми)

У **фрикційних передачах** або **механізмах** обертальний рух між ланками (катками або роликами) здійснюється внаслідок тертя, яке виникає між ними. На рис. 1.4.9 показана фрикційна передача з циліндричними катками із силовим замиканням (за допомогою пружини), на рис. 1.4.10 – лобова фрикційна передача із можливістю регулювання величини і напрямку кутової швидкості вихідної ланки.

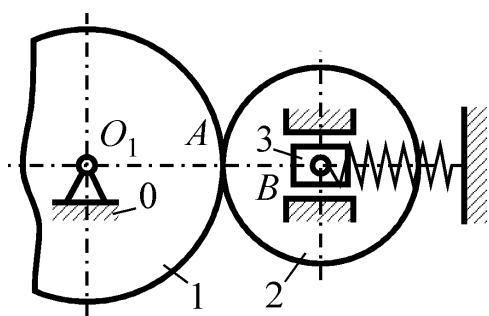
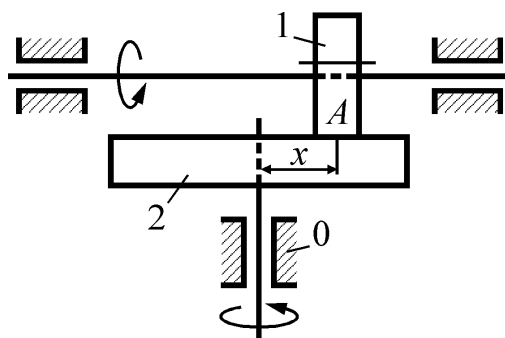


Рис. 1.4.9



1.4.10

1.4.4.4. Зубчасті передачі (механізми)

Зубчасті передачі або **механізми** використовують для передачі обертального руху від однієї ланки (вала) до іншої з заданими кутовими швидкостями. На рис. 1.4.11 показана зубчаста передача з зовніш-

нім зачепленням і паралельними осями, на рис. 1.4.12 – зубчаста передача з внутрішнім зачепленням і паралельними осями. На рис. 1.4.13 показана конічна зубчаста передача з осями, які перетинаються, на рис. 1.4.14 – черв'ячна передача з перехресними осями. На рис. 1.4.15 – планетарний зубчастий механізм (опорне колесо 3 нерухоме), на рис. 1.4.16 – диференціальний механізм (опорне колесо 3 рухоме).

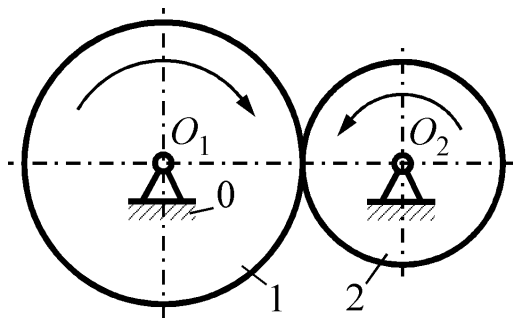


Рис. 1.4.11

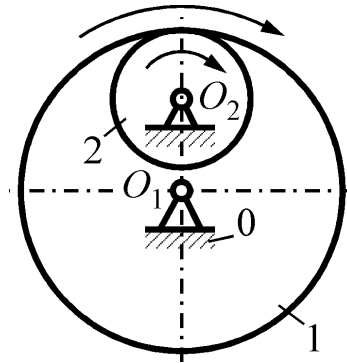


Рис. 1.4.12

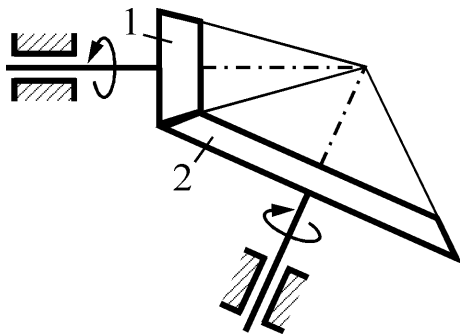


Рис. 1.4.13

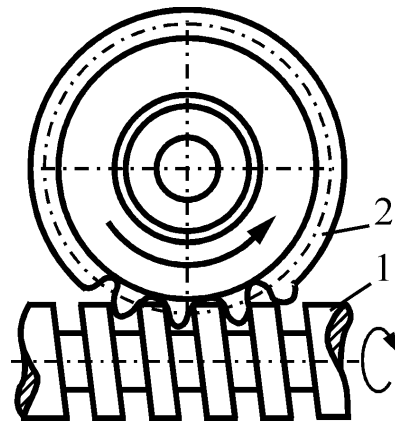


Рис. 1.4.14

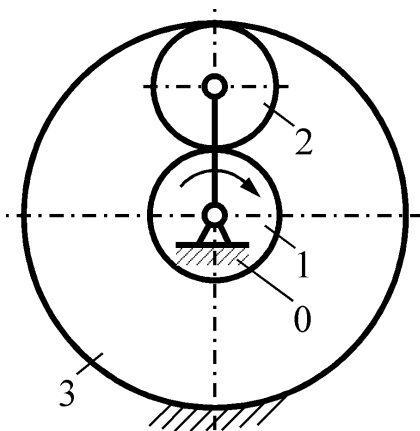


Рис. 1.4.15

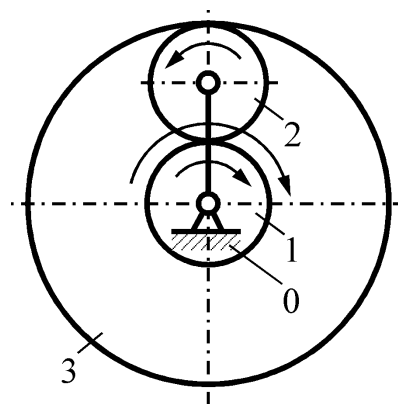


Рис. 1.4.16

1.4.4.5. Храпові і мальтійські механізми

До зубчатих передач відносять механізми переривчастого руху: храпові механізми, мальтійські механізми.

Храпові механізми відносять до механізмів переривчастої дії, які забезпечують рух веденої ланки тільки в одному напрямку з періодичними зупинками. **Мальтійські механізми** призначені для перетворення рівномірного обертання ведучої ланки в періодичні рухи з зупинками веденої ланки, працюють плавно без ударів (на відміну від храпових механізмів). На рис. 1.4.17 показаний нереверсивний храповий механізм з внутрішнім зачепленням, на рис. 1.4.18 – реверсивний храповий механізм. На рис. 1.4.19 показаний мальтійський механізм.

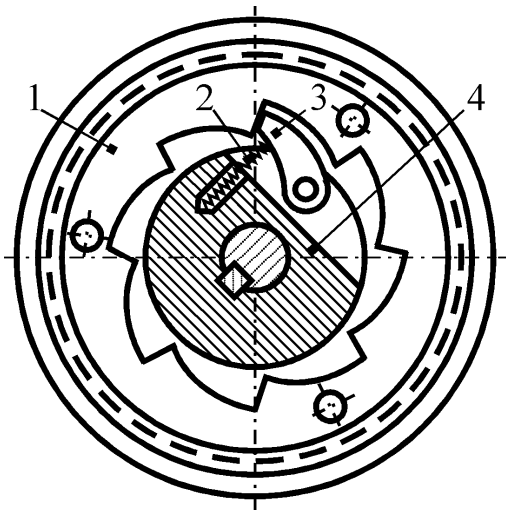


Рис. 1.4.17

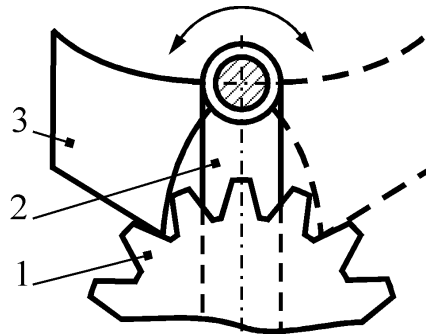


Рис. 1.4.18

1.4.4.6. Механізми з гнучкими ланками

Крім механізмів з твердими ланками, розглянутими вище, застосовуються гнучкі ланки (ремені, ланцюги, стрічки та ін.). **Механізми з гнучкими ланками (ремінна і ланцюгова передача)** застосовуються при значних міжосьових відстанях, а також використовуються в якості первинного приводу від двигуна. На рис. 1.4.20 показана ремінна передача з натяжним роликком.

1.4.4.7. Клинові і гвинтові механізми

Клинові і гвинтові механізми є трьохланковими. Складаються із стійки і двох рухомих ланок, які утворюють три кінематичні пари. Використовуються для різного виду пресів, механізмів подачі деталей, домкратів, зйомників та ін. На рис. 1.4.21 показаний простий клиновий механізм, на рис. 1.4.22 – трьохланковий гвинтовий механізм.

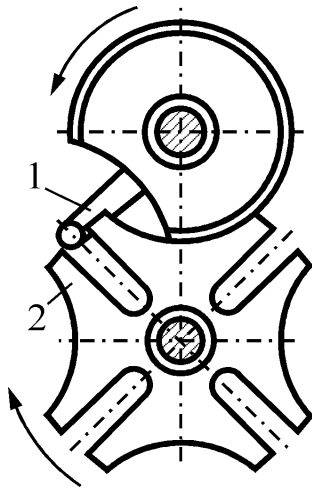


Рис. 1.4.19

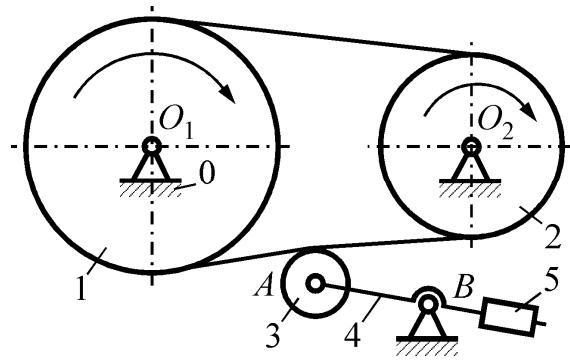


Рис. 1.4.20

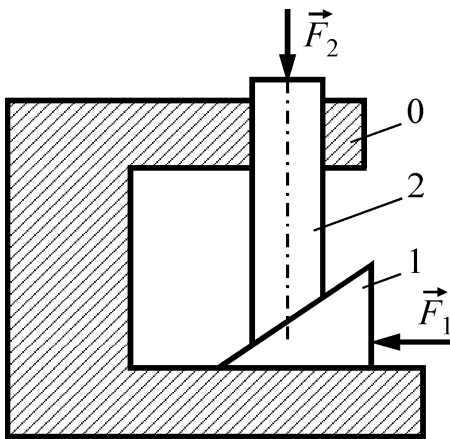


Рис. 1.4.21

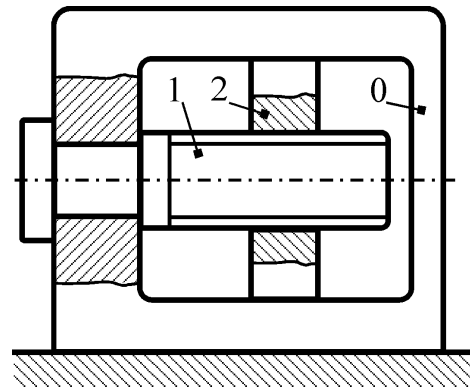


Рис. 1.4.22

1.5. Інженерне проектування

1.5.1. Основні поняття

Інженерне проектування – процес, в якому наукова і технічна інформація використовується для створення нових систем, пристроїв або машин.

Проектування – процес складання опису (на різних мовах: графічній – креслення, схеми, діаграми, графіки; математичній – формули і розрахунки; інженерна – пояснювальні записки), необхідного для створення неіснуючого об'єкту.

Проект – сукупність документів і описів на різних мовах, необхідних для створення нових систем, пристроїв або машин.

1.5.2. Методи проектування

Виділяють наступні методи проектування:

- а) прямі аналітичні методи синтезу (розроблені для ряду простих типових механізмів);
- б) евристичні методи проектування – розв’язання задач проектування на рівні винаходів (наприклад, алгоритм розв’язання винахідницьких задач);
- в) синтез методами аналізу – перебір варіантів можливих розв’язків за певним алгоритмом з проведенням порівняльного аналізу по сукупності якісних та експлуатаційних показників;
- г) системи автоматизованого проектування (САПР) – комп’ютерне програмне середовище моделює об’єкт проектування і визначає його якісні показники.

1.5.3. Основні етапи процесу проектування

При проектуванні нової техніки виникає необхідність проведення робіт пов’язаних з аналізом і синтезом нової конструкції.

Аналіз здійснюється при заданих розмірах і масі ланок, коли необхідно визначити: швидкості, пришвидшення, діючі сили, напруження в ланках і їх деформації.

Синтез здійснюється при заданих швидкостях, пришвидшеннях, діючих силах, напруженнях або деформаціях. При цьому необхідно визначити необхідні розміри ланок, їх форму і масу.

Основними етапами створення нової конструкції є:

1. виникнення потреби в створенні нової конструкції;
2. технічне завдання на проектування;
3. аналіз існуючих технічних рішень;
4. розробка функціональної схеми;
5. розробка структурної схеми;
6. синтез кінематичної схеми;
7. статичний силовий розрахунок;
8. ескізний проект;
9. динамічний силовий розрахунок;
10. силовий розрахунок з врахуванням тертя;
11. розрахунок і конструювання деталей та кінематичних пар (розрахунки на міцність, зрівноваження, балансування, віброзахист);
12. технічний проект;
13. робочий проект (розробка робочих креслень деталей, технології виготовлення і збирання);
14. виготовлення дослідних зразків;

15. випробування дослідних зразків;
16. технологічна підготовка серійного виробництва;
17. серійне виробництво виробу.

При проектуванні складних механізмів зазвичай намагаються виділити із загальної схеми окремі, найбільш прості типові механізми, проектування яких має свої закономірності. Причому з точки зору будови, кінематики і динаміки будь-який механізм можна замінити умовним важільним механізмом з послідуєчим його аналізом, тому структура, кінематика і динаміка важільних механізмів розглядається більш детально.

1.6. Питання для самоконтролю

1. Що вивчає теорія механізмів і машин?
2. Які задачі розв'язуються в теорії механізмів і машин?
3. Що досліджується при структурному, кінематичному і динамічному аналізі механізмів?
4. Що називають нерухомою і нерухомою деталлю та ланкою?
5. Що називають кінематичною парою і ланкою?
6. Що називають механізмом і машиною?
7. Які машини існують і чим вони відрізняються?
8. Для чого призначені енергетичні, робочі та інформаційні машини?
9. Які машини призначені для зміни форми і розмірів деталі, енергії?
10. Для чого призначені механічні передачі?

1.7. Список використаної літератури

1. *Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин.* – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. *Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов.* – М.: Наука, 1990. – 592 с.
3. *Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин: підручник.* – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. *Теория механизмов и машин* / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.

2. Структура і класифікація механізмів

- 2.1. Кінематичні пари та їх класифікація.
- 2.2. Кінематичні ланцюги та їх класифікація.
- 2.3. Кінематичні з'єднання.
- 2.4. Структурні формули кінематичних ланцюгів.
- 2.5. Структурний аналіз і синтез механізмів. Зайві зв'язки і ступені вільності. Основний принцип утворення механізмів. Структурна класифікація плоских механізмів.
- 2.6. Порядок проведення структурного аналізу механізмів.

2.1. Кінематичні пари та їх класифікація

У загальному випадку будь-яке абсолютно тверде тіло ABC (рис. 2.1.1), що вільно рухається у просторі, має шість ступенів вільності. Тобто таке тіло має шість видів незалежних можливих рухів: три обертові навколо осей x , y , z і три поступальні рухи вздовж цих осей.

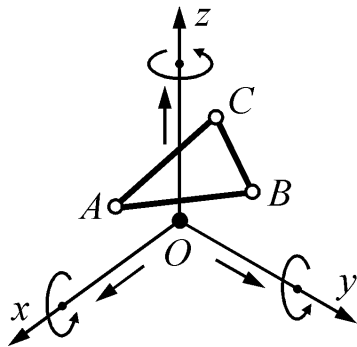


Рис. 2.1.1

Входження ланки у кінематичну пару з іншою ланкою накладає на відносні рухи цих ланок певні обмеження. Ці обмеження називають **умовами зв'язку** в кінематичних парах. Очевидно, що число цих умов зв'язку може бути тільки цілим і меншим за шість, оскільки, коли число умов зв'язку дорівнює шести, тіло втрачає відносну рухомість.

Так само число умов зв'язку не може бути меншим за одиницю, бо у цьому випадку ланки не стикаються, тобто кінематична пара не існує. Маємо два тіла, що вільно рухаються у просторі.

Таким чином, число умов зв'язку, накладених на відносний рух кожної ланки кінематичної пари, змінюється у межах 1–5. Тоді **число ступенів вільності H** ланки кінематичної пари у відносному русі можна виразити рівнянням

$$H = 6 - S, \quad (2.1.1)$$

де S – **число умов зв'язку**, які накладає кінематична пара на відносний рух ланок.

Класифікація кінематичних пар здійснюється за такими ознаками:

- а) число умов зв'язку, які накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок;
- б) форма елементів ланок, що утворюють кінематичну пару;
- в) спосіб замикання ланок.

Залежно від числа умов зв'язку (**класифікація Артоболевського**), що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, пари діляться на **п'ять класів**: I, II, III, IV, V.

Клас кінематичної пари визначається залежністю

$$S = 6 - H, \quad (2.1.2)$$

яка впливає із залежності (2.1.1).

Рідше використовується **класифікація Добровольського**, згідно з якою кінематичні пари діляться за числом ступенів вільності H на одно-, дво-, три-, чотири- і п'ятирухомі.

У табл. 2.1 наведено приклади кінематичних пар та їхні умовні позначення з врахуванням елементів кінематичних пар.

Парою I класу є **пара куля-площина**, схема якої зображена на рис. 2.1.2. Тут куля відносно площини має можливість обертатися навколо трьох осей (x, y, z) та рухатися поступально вздовж осей x, y ($H=5, S=1$) (осі x, y та z на рисунках не показані). Рух кулі вздовж осі z неможливий, оскільки в один бік він обмежений площиною, а при русі у зворотний бік порушується контакт ланок, і отже, кінематична пара перестає існувати.

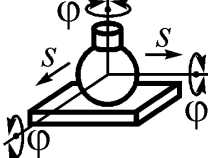
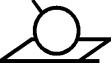
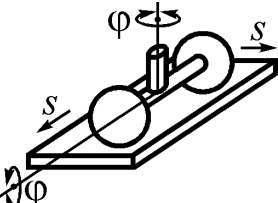
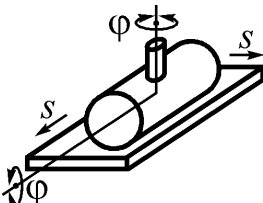
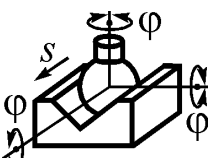
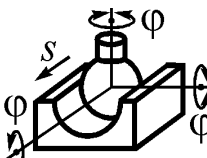
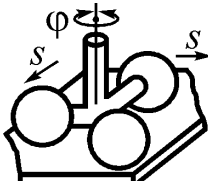
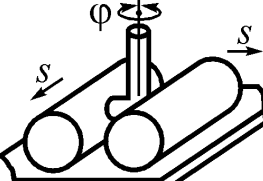
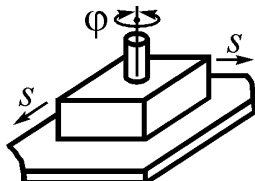
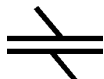
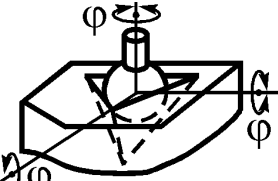
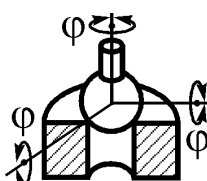
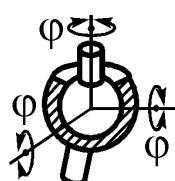
Кінематична **пара циліндр-площина** (рис. 2.1.3 та 2.1.4) допускає обертові рухи однієї ланки відносно іншої навколо осей x і z та поступальні рухи вздовж осей x, y (осі x, y та z на рисунках не показані). Тому ця пара відноситься до II класу ($H=4, S=2$). Так само парою II класу є **пара куля-циліндр** (рис. 2.1.5 та 2.1.6), яка допускає, крім трьох обертових рухів, і поступальний рух уздовж осі циліндра.

У **сферичній парі** (рис. 2.1.10 – 2.1.12) одна ланка відносно іншої може повертатися навколо однієї з трьох взаємно перпендикулярних осей, які проходять через центр сфери. Тому сферична пара відноситься до III класу ($H=3, S=3$). У **площинній кінематичній парі** (рис. 2.1.7 – 2.1.9) одна ланка відносно іншої може рухатися вздовж осей x і y та повертатися навколо осі z (осі x, y та z на рисунках не показані). Ця пара також III класу.

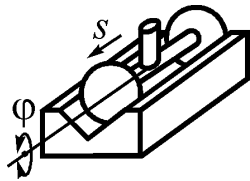
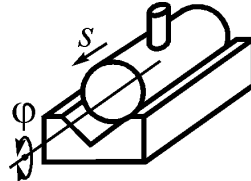
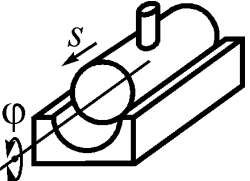
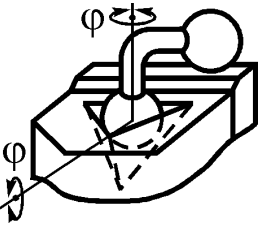
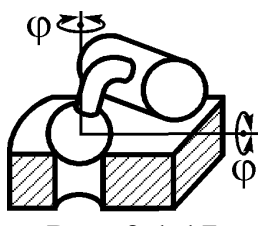
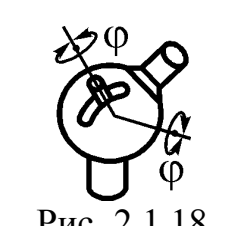
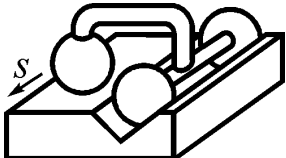
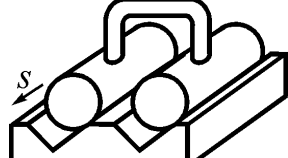
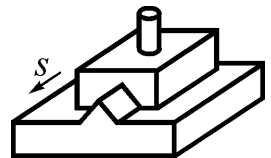
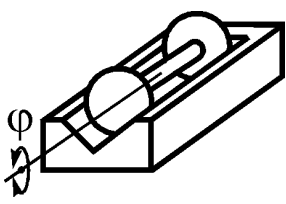
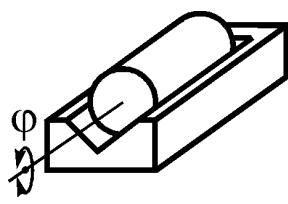
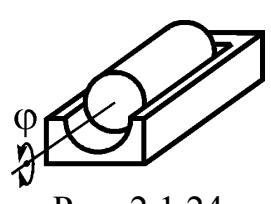
У **циліндричній парі** (рис. 2.1.13 – 2.1.15) циліндр може обертатися навколо власної подовжньої осі і переміщатися вздовж неї. Ці рухи незалежні, тому ця пара відноситься до пари IV класу ($H=2, S=4$). Це стосується і **сферичної пари з пальцем** (рис. 2.1.16 – 2.1.18).

В **обертовій парі** (рис. 2.1.22 – 2.1.24) одна з ланок може повертатися навколо власної подовжньої осі, а в **поступальній парі** (рис. 2.1.19 – 2.1.21) – переміщуватися вздовж пазу. Число ступенів вільності однієї ланки в її русі відносно іншої становить $H=1$, тому число умов зв'язку $S=5$, отже, ці кінематичні пари – V класу. До кінематичної пари V класу також можна віднести і **гвинтову пару**, наприклад, при нерухомій гайці, гвинт може повертатися навколо осі подовжньої осі і одночасно переміщуватися вздовж цієї самої осі.

Таблиця 2.1

Клас кінематичної пари	Можливі переміщення	Елементи кінематичних пар			Умовні позначення (назва)
		точки	лінії	поверхні	
I ($S=1$)	$2s$ 3ϕ	 Рис. 2.1.2	—	—	 куля-площина
II ($S=2$)	$2s$ 2ϕ	 Рис. 2.1.3	 Рис. 2.1.4	—	 циліндр-площина
	$1s$ 3ϕ	 Рис. 2.1.5	 Рис. 2.1.6	—	 куля-циліндр
III ($S=3$)	$2s$ 1ϕ	 Рис. 2.1.7	 Рис. 2.1.8	 Рис. 2.1.9	 площина-на
	3ϕ	 Рис. 2.1.10	 Рис. 2.1.11	 Рис. 2.1.12	 сферична

Продовження таблиці 2.1

IV ($S=4$)	1s 1φ	 Рис. 2.1.13	 Рис. 2.1.14	 Рис. 2.1.15	 циліндри- чна
	2φ	 Рис. 2.1.16	 Рис. 2.1.17	 Рис. 2.1.18	 сферична з пальцем
V ($S=5$)	1s	 Рис. 2.1.19	 Рис. 2.1.20	 Рис. 2.1.21	 посту- пальна
	1φ	 Рис. 2.1.22	 Рис. 2.1.23	 Рис. 2.1.24	 обер- тальна

Залежно від форми елементів кінематичні пари поділяються на нижчі і вищі. **Нижчими кінематичними парами** називають такі пари, у яких елементи кінематичних пар стикаються поверхнями (рис. 2.1.9, 2.1.12, 2.1.15, 2.1.18, 2.1.21, 2.1.24). **Вищими кінематичними парами** називають такі пари, в яких елементи кінематичних пар стикаються по лінії або в точці (див. рис. 2.1.2–2.1.8, 2.1.10, 2.1.11, 2.1.13, 2.1.14, 2.1.16, 2.1.17, 2.1.19, 2.1.20, 2.1.22, 2.1.23).

Нижчі кінематичні пари характеризуються тим, що можуть передати більше зусилля, ніж вищі, завдяки більшій площі контакту між ланками. Проте витрати на тертя у таких парах більші порівняно з вищими (наприклад, у підшипниках кочення). У сучасних механізмах найбільш поширені нижчі кінематичні пари IV і V класів.

Нижчі пари мають **властивість інверсії** (оборотності руху), тобто характер відносного руху ланок не змінюється від того, яка ланка рухається (A відносно B , чи B відносно A , див. рис. 2.1.4–2.1.10). Вищі

пари такої властивості не мають. Так, при перекочуванні без ковзання циліндра по нерухомій площині (рис. 2.1.11) траєкторія деякої точки M , яка лежить на поверхні циліндра, буде циклоїдою, і навпаки, при обкочуванні без ковзання площини навколо нерухомого циліндра деяка точка M площини буде описувати евольвенту.

Для того щоб елементи кінематичних пар перебували у постійному контакті, пари повинні бути замкнутими. Замикання може бути **геометричним** або **силовим**. **Геометричне замикання** здійснюється відповідною геометричною формою елементів ланок кінематичної пари або конструкцією кінематичної пари.

Наприклад, усі пари, які зображено на рис. 2.1.12, 2.1.18, замкнуті геометрично, оскільки стикання елементів цих пар забезпечується їхніми геометричними формами. Для того щоб пари, зображені, наприклад, на рис. 2.1.12, 2.1.4, були замкнутими, необхідно тіло A притискати до площини B будь-якою силою. **Силове замикання** забезпечується силою ваги, силою пружності пружини тощо.

2.1.1. Плоскі механізми з нижчими кінематичними парами

Механізми, ланки яких утворюють тільки нижчі (обертальні, поступальні, циліндричні, сферичні) кінематичні пари називаються **важільними**. Дане визначення важільних механізмів доповнює визначення дане в п.п. 1.4.4.1 (врахована форма елементів кінематичних пар). Дані механізми знайшли широке використання в машино- і приладобудуванні внаслідок того, що при взаємодії ланок зусилля в кінематичних парах розподіляються по поверхням. Завдяки цьому навантаження, а тому, і зношення цих елементів нижче, чим елементів в вищих парах. До переваг важільних механізмів слід віднести просту геометричну форму ланок, що спрощує технологію їх виготовлення.

Основою для багатьох плоских механізмів є шарнірний чотириохланковий важільний механізм (2.1.25, а). Осі кінематичних пар 5-го A , C , D та 4-го B класів в цьому механізмі виконані перпендикулярно до площин, в яких знаходяться траєкторії точок ланок. Подібний механізм утворюється тими ж ланками при заміні пари C 5-го класу парою 3-го класу (рис. 2.1.25, б).

На основі чотириохланкового важільного механізму побудований плоский **кривошипно-шатунний** або **кривошипно-повзунковий механізм** (рис. 2.1.26), який використовується для перетворення обертального руху вхідної ланки 1 в поступальний рух вихідної ланки – повзуна 3. Осі обертальних і циліндричних кінематичних пар в цьому механізмі розташовані перпендикулярно до напрямку руху повзуна.

Плоскі **кривошипно-кулісні механізми** (рис. 2.1.27) складаються з вхідної ланки – кривошипа 1, який утворює обертальну пару A з повзуном 2. Повзун 2 входить в поступальну пару B з кулісою 3, яка є вихідною ланкою. В цих механізмах при рівномірному обертанні вхідної ланки можна отримати нерівномірний коливальний (рис. 2.1.27, а), обертальний (рис. 2.1.27, б), поступальний (рис. 2.1.27, в) рух вихідної ланки.

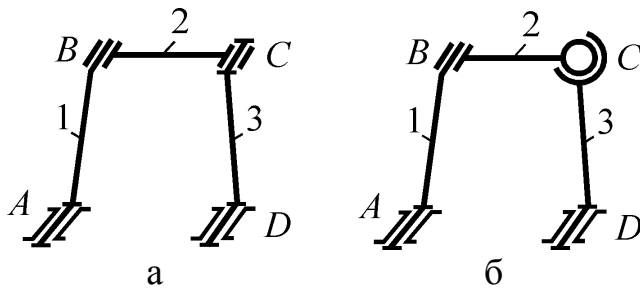


Рис. 2.1.25

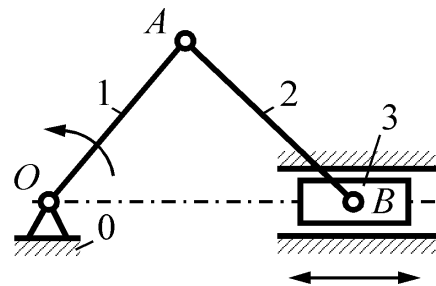


Рис. 2.1.26

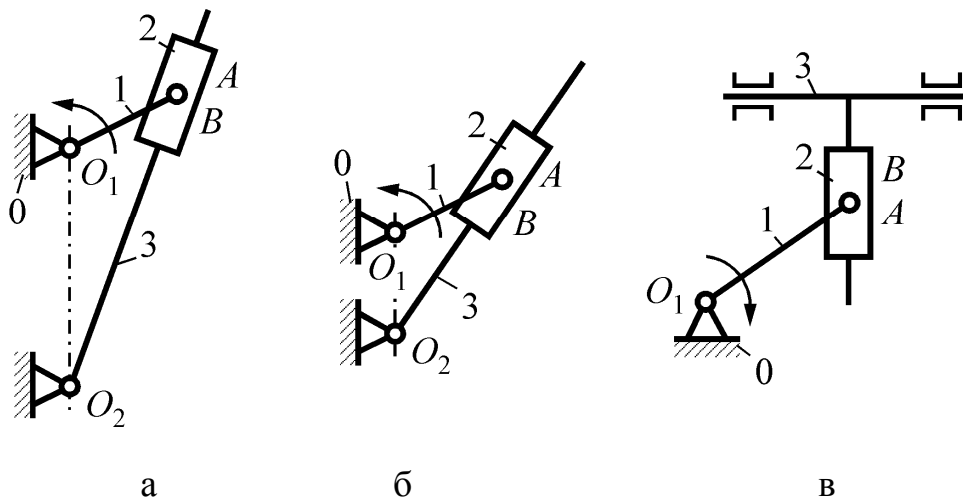


Рис. 2.1.27

2.1.2. Просторові механізми з нижчими кінематичними парами

Просторові важільні механізми застосовуються в якості передаточних або напрямних для відтворення просторових кривих, якщо осі кінематичних пар перетинаються або перехрещуються у просторі.

Аналогічно плоскому широко використовуються просторовий чотирьохланковий механізм, який складається лише з пар 5-го класу (рис. 2.1.28, а) або який містить також пари 3-го класу (рис. 2.1.28, б).

Його використовують для передачі руху між двома перехресними осями.

Структурні перетворення просторового чотирьохланкового механізму дозволяють отримати різні модифікації кінематичних з'єднань механізмів **універсальних шарнірів** (рис. 2.1.29). Їх використовують в металорізальних верстатах, автомобілях та інших машинах для передачі руху між валами розташованих під певним кутом, а також в тих випадках, коли положення валів в процесі роботи змінюється.

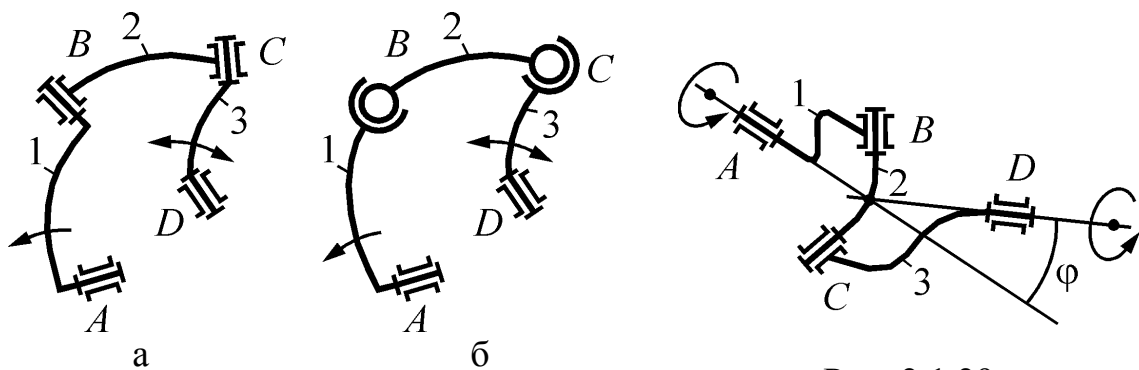


Рис. 2.1.29

Рис. 2.1.28

Просторовий кривошипно-повзунковий механізм (рис. 2.1.30) застосовується у випадку, коли вісь обертання вхідної ланки 1 не перпендикулярна до площини, в якій рухається повзун 3. На рис. 2.31 показаний приклад застосування просторового кривошипно-повзункового механізму в пристроях керування шасі літака, в якому вхідні ланки мають різний характер руху.

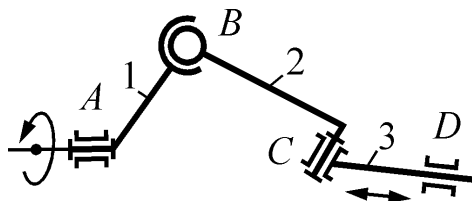


Рис. 2.1.30

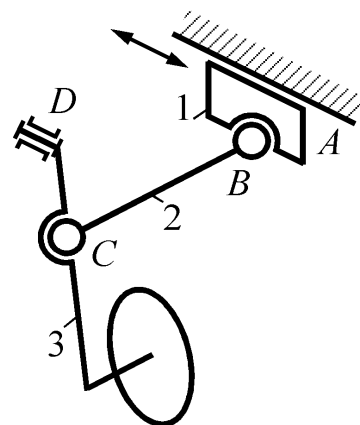


Рис. 2.1.31

До просторових важільних механізмів відносяться механізми маніпуляторів, гвинтові механізми.

2.1.3. Плоскі механізми з вищими кінематичними парами

За допомогою важільних механізмів більшість законів руху і траєкторії точок вихідних ланок відтворюються лише приблизно, а іноді їх і зовсім неможливо здійснити (наприклад, рух вихідної ланки з постійно збільшеною або зменшеною швидкістю по відношенню до швидкості вхідної ланки). Це пов'язано з тим, що нижчі кінематичні пари мають обмежені можливості при виборі рухомості. Значно більші можливості по відтворенню заданих законів руху і траєкторій точок вихідних ланок являють собою механізми, ланки яких утворюють вищі кінематичні пари.

Таким найпростішим механізмом для забезпечення постійної швидкості вихідної ланки є **фрикційна передача** (рис. 2.1.32), в якій передача від вхідної ланки 1 до вихідної ланки 2 здійснюється за рахунок сил тертя, які виникають на елементах вищої кінематичної пари *B*. Елементом кінематичної пари є точка або лінія. Сила тертя утворюється завдяки силовому замиканню вищої кінематичної пари. При значних відстанях між осями обертання вхідної і вихідної ланки застосовують фрикційні передачі з гнучкою ланкою – **ланцюгові** або **ремінні передачі** (рис. 2.1.33).

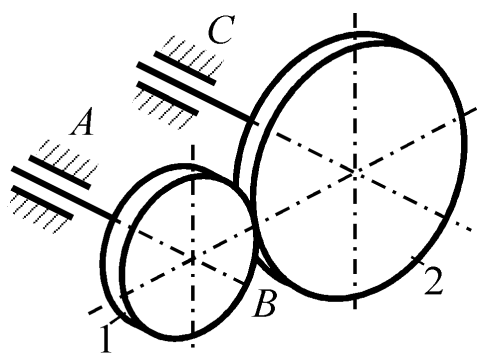


Рис. 2.1.32

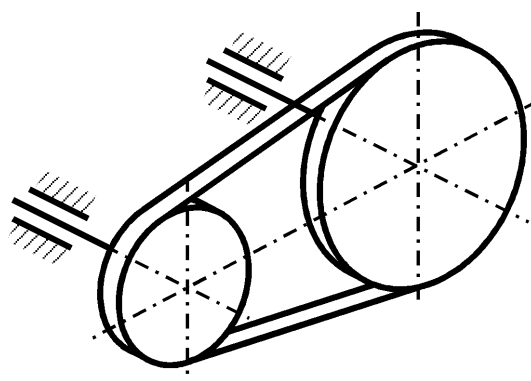


Рис. 2.1.33

В якості передаточного механізму для відтворення необхідного закону руху вихідної ланки при заданому русі вхідної застосовують **кулачкові механізми** (рис. 2.1.34). Необхідний закон руху досягається шляхом надання вхідній ланці – кулачку 1 – відповідної геометричної форми. Кулачок здійснює обертальний (рис. 2.1.34, а, б) або поступальний (рис. 2.1.34, в, г) рух, а вихідна ланка 2 – поступальний (рис. 2.1.34, а, в) або обертально-коливальний (рис. 2.1.34, б, г) рух. Для зменшення втрат на тертя у вищій кінематичній парі *A* застосовують додаткову ланку 3 – ролик, який утворює з ланкою 2 обертальну пару *C*. Кулачкові механізми застосовують в різних

керуючих пристроях (електричних, гідравлічних, пневматичних, клапанних системах та ін.).

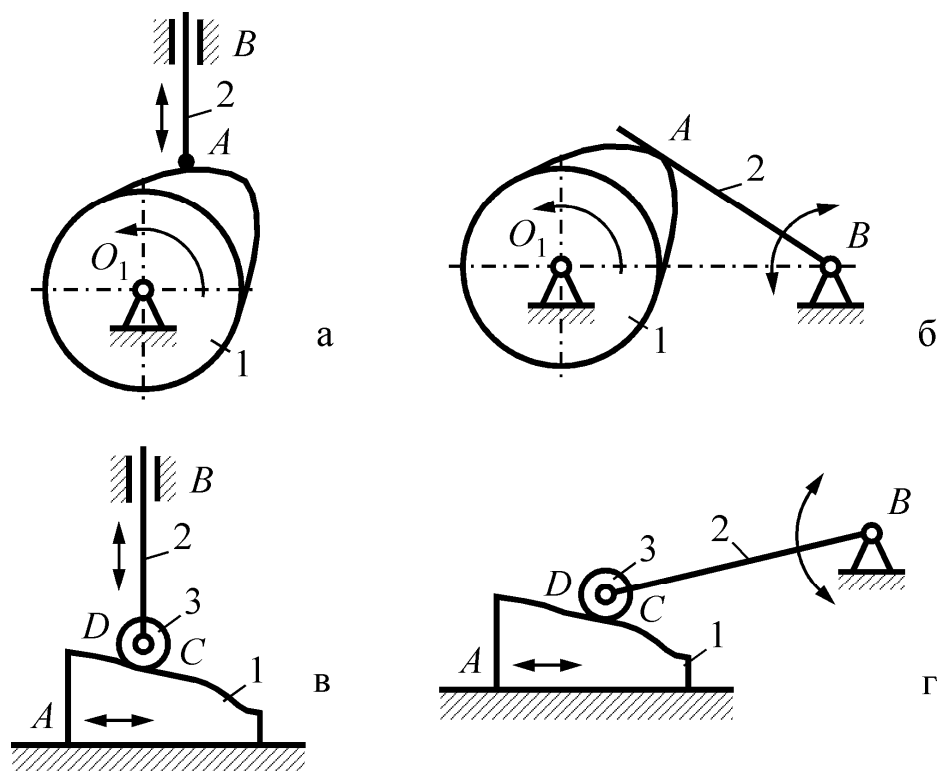


Рис. 2.1.34

Якщо при заданому обертанні вхідної ланки (рис. 2.1.35) необхідно отримати неперервний рух вихідної ланки в одному напрямку, використовують **зубчасті механізми** або **передачі**.

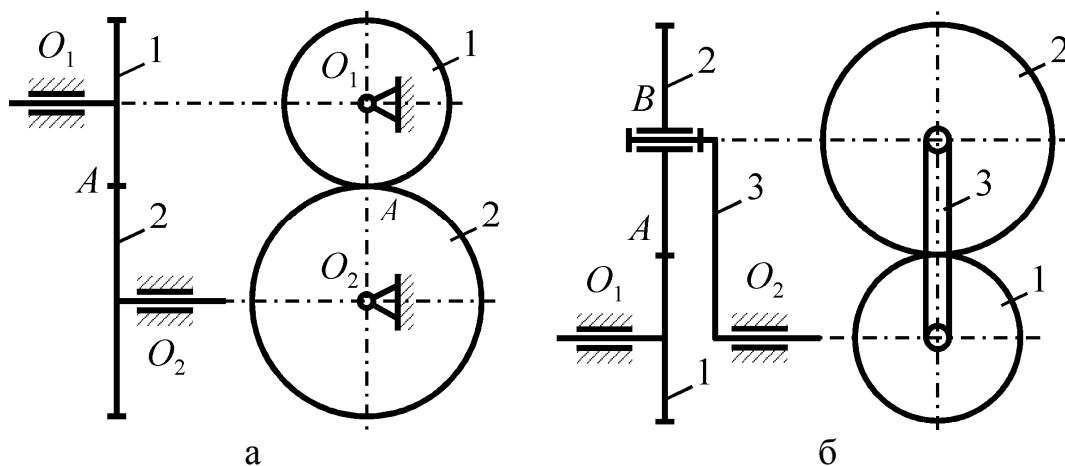


Рис. 2.1.35

Контактуючі зубці зубчастих коліс утворюють вищу кінематичну пару, яка називається зубчастим зачепленням. Плоскі зубчасті механізми, до складу яких входять циліндричні зубчасті колеса з зубцями,

розташованими на циліндричних поверхнях, призначені для передачі руху між паралельними осями. Зубчасті механізми поділяють на **рядові** (рис. 2.1.35, а), в яких осі всіх коліс нерухомі, **сателітні** (рис. 2.1.35, б), в яких деякі колеса здійснюють два обертальних рухи – навколо власної осі та навколо осі іншої ланки, і **зубчато-важільні** з круглими (рис. 2.1.36, а) і некруглими колесами (рис. 2.1.36, б).

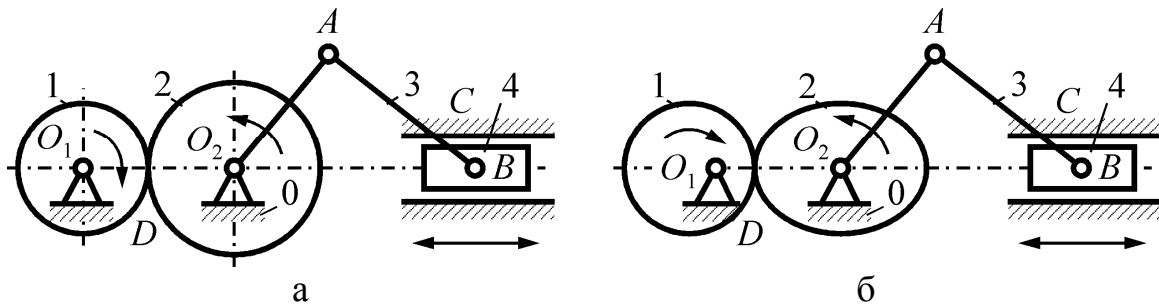


Рис. 2.1.36

2.1.4. Просторові механізми з вищими кінематичними парами

Фрикційні механізми або передачі з осями, що перетинаються (рис. 2.1.37), передають рух не тільки з постійним відношенням швидкостей (рис. 2.1.37, а) вхідної 1 і вихідної 2 ланки, але і з плавною зміною цього співвідношення за допомогою ланки 3 (рис. 2.1.37, б).

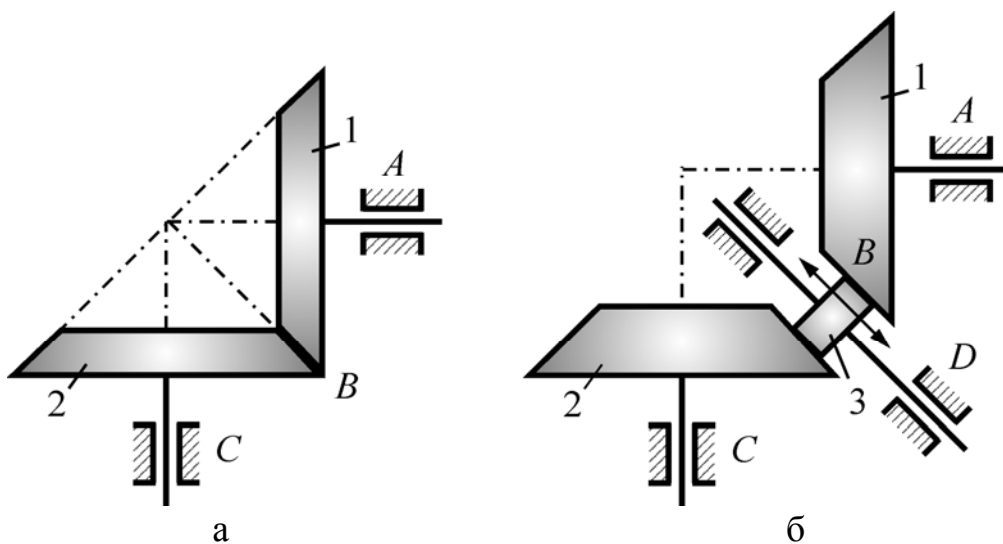


Рис. 2.1.37

Широко розповсюджені просторові кулачкові механізми (рис. 2.1.38). Вхідна ланка 1 здійснює обертальний (рис. 2.1.38, а) або поступальний (рис. 2.1.38, б) рух, а вихідна ланка 2 здійснює складний рух у просторі.

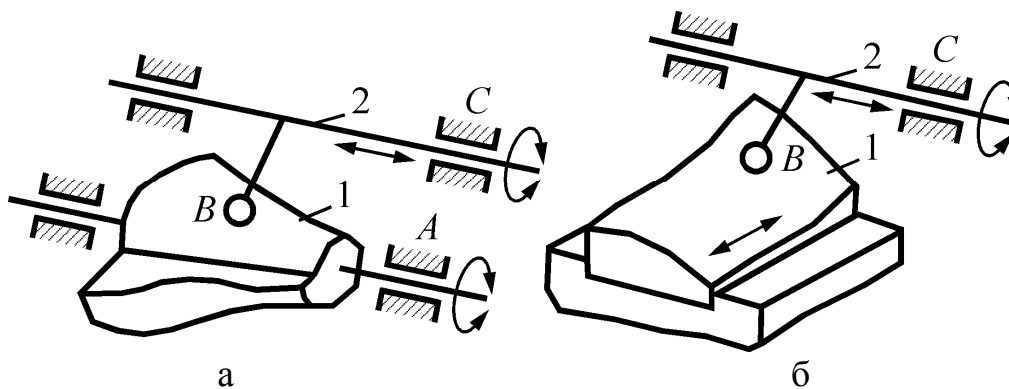


Рис. 2.1.38

Зубчасті просторові механізми (конічні, гвинтові, гіпоїдні, черв'ячні, глобоїдні) застосовуються для передачі руху між осями які перетинаються або перехрещуються.

2.2. Кінематичні ланцюги та їх класифікація

Кінематичним ланцюгом називається система ланок, які зв'язані між собою кінематичними парами. На рис. 2.2.1 зображено схему кінематичного ланцюга, складену з чотирьох ланок, які утворюють три кінематичні пари. Ланки 1 і 2 належать до обертової пари A (V класу), ланки 2, 3 – до поступальної пари B (V класу), ланки 3, 4 – до обертової пари C (V класу).

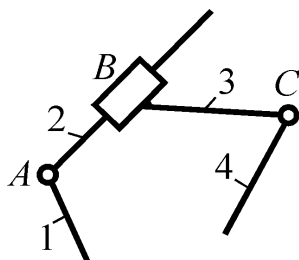


Рис. 2.2.1

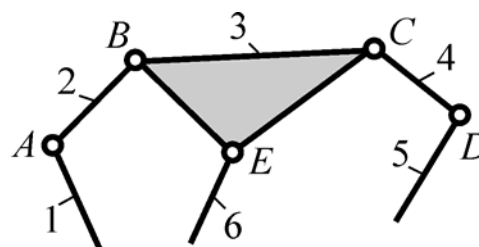


Рис. 2.2.2

Кінематичні ланцюги поділяються на **прості і складні**. **Простим** кінематичним називається такий ланцюг, у якого кожна ланка входить не більше як до двох кінематичних пар (рис. 2.2.1). **Складним** кінематичним називається ланцюг, у якому є хоч одна ланка, що входить більше ніж до двох кінематичних пар (рис. 2.2.2 – ланка 3 входить у три кінематичні пари B, C, E).

У свою чергу, прості і складні кінематичні ланцюги поділяються на **замкнуті й незамкнуті**. У **незамкнутому кінематичному ланцюгу** є ланки, що входять тільки в одну кінематичну пару (рис. 2.2.1, 2.2.2),

у замкнутому кінематичному ланцюгу (рис. 2.2.3, 2.2.4) кожна ланка входить не менше як у дві кінематичні пари.

Отже, на рисунках зображено: простий незамкнутий (рис. 2.2.1), складний незамкнутий (рис. 2.2.2), простий замкнутий (рис. 2.2.3), складний замкнутий (рис. 2.2.4) кінематичні ланцюги.

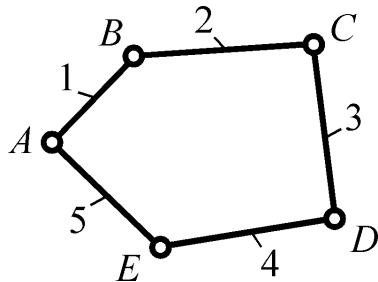


Рис. 2.2.3

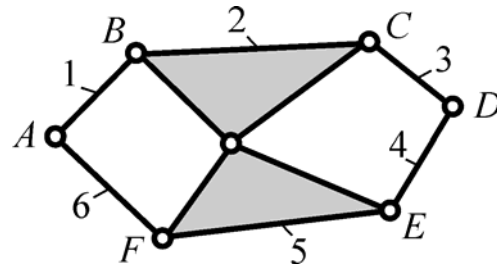


Рис. 2.2.4

Залежно від форми руху ланок кінематичні ланцюги поділяються на **плоскі і просторові**. **Плоским** називають ланцюг, у якому всі точки ланок описують траєкторії, що лежать в одній або паралельних площинах.

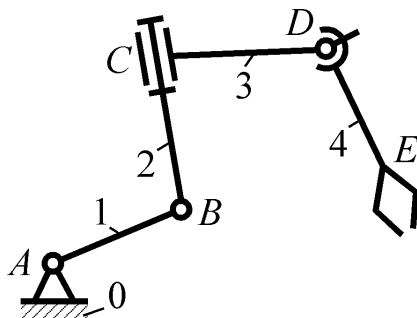


Рис. 2.2.5

Просторовим називають ланцюг, у якого точки ланок рухаються у різних непаралельних площинах. Якщо точки ланок описують траєкторії на концентричних сферах, то ланцюг називають сферичним. Просторові кінематичні ланцюги використовуються при проектуванні механізмів маніпуляторів і роботів. Приклад такого механізму показано на рис. 2.2.5.

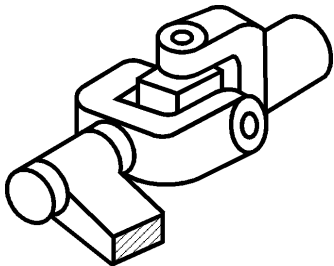
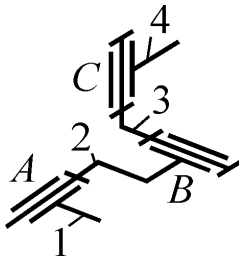
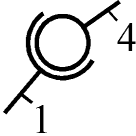
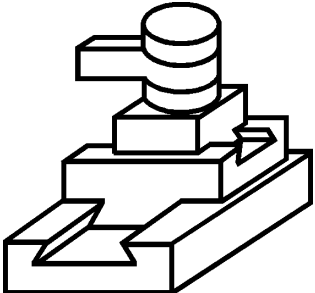
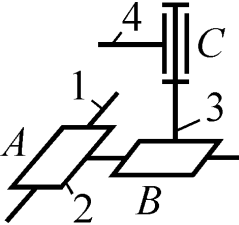
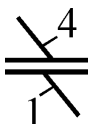
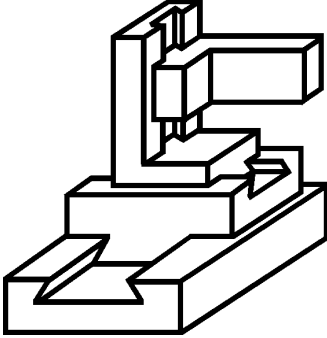
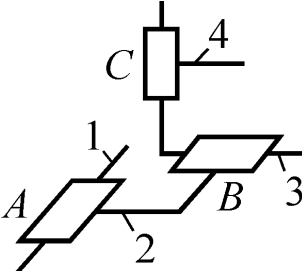
2.3. Кінематичні з'єднання

Кінематичні пари I–IV класів у деяких випадках зручно замінити еквівалентними їм кінематичними ланцюгами, які утворені тільки парами V класу. Такий ланцюг називають **кінематичним з'єднанням**, під яким розуміють незамкнутий кінематичний ланцюг, що може за характером відносних рухів ланок замінити кінематичну пару.

У табл. 2.2 показано приклади кінематичних з'єднань і еквівалентні їм кінематичні пари.

Використання кінематичних з'єднань замість кінематичних пар дає змогу збільшити несучу здатність конструкції машини, зменшити витрати на тертя, спростити технологію виготовлення.

Таблиця 2.2

Можливі переміщення	Кінематичне з'єднання	Структурна схема з'єднання	Умовне позначення кінематичної пари яку замінюють
3φ	 Рис. 2.3.1		
2s 1φ	 Рис. 2.3.2		
3s	 Рис. 2.3.3		немає аналогів

2.4. Формули рухомості кінематичних ланцюгів. Визначеність руху ланок механізму

Відомо, що коли на рух ланки у просторі не накладено ніяких умов зв'язку, то вона має шість ступенів вільності. Якщо число ланок кінематичного ланцюга дорівнює k , то загальне число ступенів вільності дорівнюватиме $6k$. Кожна кінематична пара накладає різне число зв'язків на відносний рух ланок, що залежить від класу пари (див. п.п. 2.1). Позначимо число пар I класу, що входять до складу ланцюга, через p_1 , II – p_2 , III – p_3 , IV – p_4 , V – p_5 . Для визначення загального числа ступенів вільності ланок кінематичного ланцюга треба від $6k$ ступенів вільності вилучити ті ступені вільності, які віднімають кінематичні пари. З табл. 2.1 видно, що одна пара I класу накладає на відносний рух ланок одну умову зв'язку ($S=1$), II класу – дві ($S=2$) і т. д. Тоді число ступенів вільності H , що їх має кінематичний ланцюг, становить

$$H = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (2.4.1)$$

Так як одна з ланок кінематичного ланцюга обов'язково нерухома, то загальне число ступенів вільності (рухомості) ланок ланцюга відносно нерухомої ланки становитиме

$$W = H - 6$$

або після перетворень

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2.4.2)$$

де $n = k - 1$ – число рухомих ланок кінематичного ланцюга.

Формула (2.4.2) має назву **формули рухомості Сомова-Малишева** або структурної формули просторового кінематичного ланцюга загального вигляду.

Для плоских кінематичних ланцюгів число ступенів вільності дорівнює $(6-3)n=3n$, так як на рух усіх ланок механізму в цілому накладено три загальні обмеження. Тому має місце наступна формула

$$\begin{aligned} W &= (6-3)n - (5-3)p_5 - (4-3)p_4 - (3-3)p_3 = \\ &= 3n - 2p_5 - p_4. \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

Формула (2.4.3) має назву **формули рухомості Чебишева** або структурної формули плоского кінематичного ланцюга загального вигляду.

До складу плоских механізмів можуть входити тільки пари IV і V класів, причому пари IV класу – вищі, V – нижчі.

Загальна формула рухомості кінематичних ланцюгів, з урахуванням зв'язків накладених на рух ланок механізму, має вигляд

$$W = (6 - m)n - \sum_{k=5}^{m+1} (k - m)p_k, \quad (2.4.4)$$

де m – кількість загальних зв'язків, накладених на рух ланок механізму ($m=0\dots4$); k – клас кінематичної пари ($k=1\dots5$). Формула (2.4.4) має ще назву **формули Добровольського**.

Для з'ясування зв'язку між ступенями вільності W і визначеністю руху ланок механізму, розглянемо два приклади. На рис. 2.4.1 зображено схему плоского чотириланкового кінематичного ланцюга, до складу якого входять три рухомі ланки ($n=3$), чотири обертові кінематичні пари V класу ($p_5=4$). Ступені вільності такого кінематичного ланцюга можна визначити за формулою Чебишова ($p_4=0$)

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Якщо будь-якій ланці, наприклад AB , надати закон руху, у даному випадку обертового, то всі інші ланки BC і CD будуть мати також цілком визначений рух.

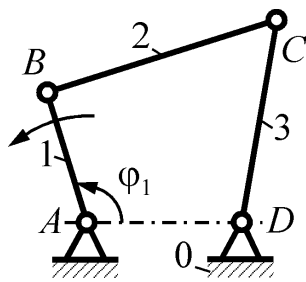


Рис. 2.4.1

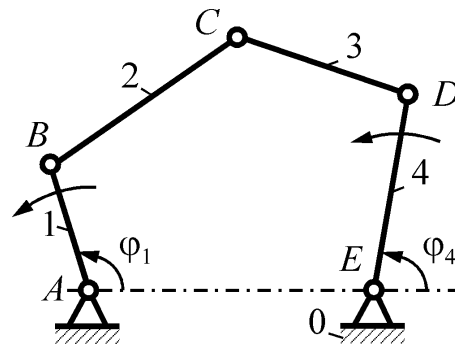


Рис. 2.4.2

Як відомо, положення твердого тіла, яке вільно рухається у просторі, визначається шістьма незалежними координатами. Їх прийнято називати узагальненими, оскільки вони визначають положення всього твердого тіла. Аналогічно **узагальненими координатами механізму** називають незалежні між собою лінійні або кутові координати, які визначають положення всіх ланок механізму відносно стояка. У даному випадку (рис. 2.4.1) за узагальнену координату можна прийняти кут повороту кривошипа φ_1 , оскільки положення ланки 1 визначає положення всіх інших рухомих ланок шарнірного чотириланкового механізму.

Ланка, якій приписують одну або кілька узагальнених координат, називається **початковою**. Цей термін пов'язаний з тим, що положення усіх ланок механізму починають із знаходження положень початкових ланок.

Для кінематичного ланцюга, схему якого зображено на рис. 2.4.2, ступінь вільності ($n=4, p_5=5, p_4=0$)

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 0 = 2.$$

Якщо у цьому ланцюзі задано лише положення ланки АВ, то очевидно, що положення решти рухомих ланок буде невизначеним. Коли ж задати ще положення іншої ланки, наприклад ланки 4, кутом φ_4 , то всі ланки механізму будуть мати цілком визначений рух. Отже, у механізмі, зображеному на рис. 2.4.2, повинно бути дві початкові ланки.

Таким чином, ступені вільності кінематичного ланцюга відносно стояка визначають кількість початкових ланок механізму. Останні можуть збігатися із вхідними ланками механізму, а можуть і не збігатися. Добір початкової ланки визначається зручністю визначення положень ланок механізму і зручністю його аналізу.

2.5. Основний принцип утворення механізмів

Основний принцип утворення механізмів розкриває не тільки методику утворення механізмів шляхом послідовного приєднання кінематичних ланцюгів, але й становить основу найраціональнішої класифікації механізмів (сформульовано у 1914 р. російським вченим Л. В. Ассуром). Цей принцип полягає у тому, що **будь-який механізм можна одержати, якщо до початкової ланки (або початкових ланок) і стояка послідовно приєднувати кінематичні ланцюги з нульовим ступенем вільності.**

Справді, як було показано вище, до складу кожного механізму входять нерухома ланка (стояк), початкові ланки, тобто ланки, закони руху яких задано і від яких залежать закони руху всіх інших ланок. Отже, приступаючи до створення механізму необхідного ступеня вільності, закріплюємо одну з ланок (утворюємо стояк) і вводимо у кінематичні пари з цією ланкою початкові ланки за кількістю ступенів вільності, які повинен мати механізм. При цьому кожна початкова ланка повинна мати тільки один ступінь вільності.

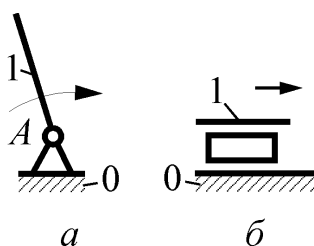


Рис. 2.5.1

Назвемо умовно **початкову ланку і стояк**, які утворюють кінематичну пару V класу, **механізмом I класу**. На рис. 2.5.1 зображено механізми I класу, початкові ланки яких утворюють із стояком обертову (рис. 2.5.1, а) або поступальну (рис. 2.5.1, б) пару.

Щоб одержати механізм потрібного ступеня вільності, необхідно до механізму (механізмів) I класу приєднати систему ланок, яка становить один або кілька кінематичних ланцюгів з нульовим ступенем вільності. Остання умова випливає з того, що весь механізм повинен мати ступінь вільності, який дорівнює сумі ступенів вільності механізмів I класу.

Як приклад, розглянемо плоский механізм, зображений на рис. 2.5.2, *а*. Ступінь вільності цього механізму дорівнює:

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Якщо прийняти стояк 0 і ланку 1 за механізм I класу (рис. 2.5.2, *б*), то ланки 2–5 утворюють систему ланок, що мають нульовий ступінь вільності ($n=4, p_5=6$).

Неважко побачити, що кінематичний ланцюг з ланок 2–5 можна поділити на два кінематичні ланцюги: один, складений з ланок 2–3 (рис. 2.5.2, *в*), і другий, складений з ланок 4–5 (рис. 2.5.2, *г*). Кожний з цих кінематичних ланцюгів, складений з двох ланок і трьох кінематичних пар V класу, має ступінь вільності W , який дорівнює нулю. Розбити ці ланцюги на простіші кінематичні ланцюги, що мали б нульовий ступінь вільності, неможливо.

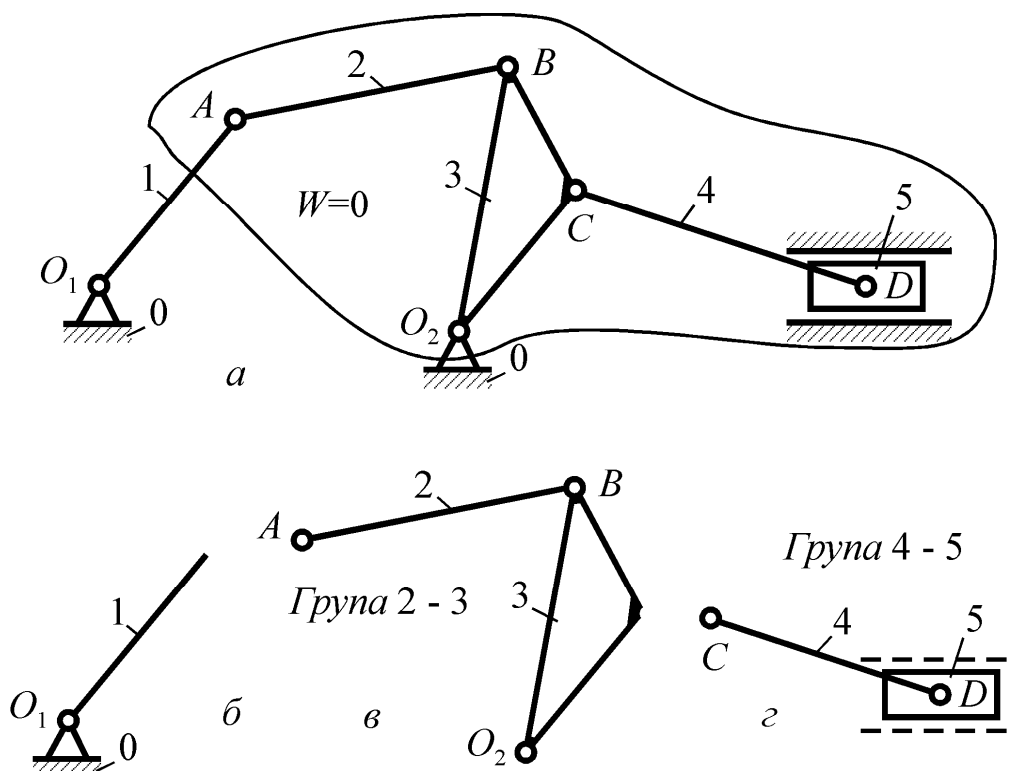


Рис. 2.5.2

Кінематичний ланцюг, який після приєднання його вільними елементами пар до інших ланок механізму не змінює його ступінь

вільності і який не можна роз'єднати на простіші кінематичні ланцюги нульового ступеня вільності, називається структурною групою, або групою Ассура.

Таким чином, плоский механізм (див. рис. 2.5.2, *a*) з одним ступенем вільності можна розглядати як такий, що утворений послідовним приєднанням до механізму I класу двох груп: групи 2–3 і групи 4–5. Тепер можна дати таке визначення основному принципу утворення механізмів.

Будь-який механізм можна одержати, якщо до механізму (механізмів) I класу послідовно приєднувати структурні групи.

При послідовному приєднанні груп необхідно керуватися певними правилами. При утворенні механізму з одним ступенем вільності перша група приєднується вільними елементами ланок до початкової ланки і стояка. Наступні групи можуть приєднуватися до будь-яких ланок одержаного механізму тільки так, щоб ланки групи могли рухатися одна відносно одної. Не можна групу вільними елементами приєднувати до одної ланки, оскільки у цьому випадку отримаємо нерухомий контур.

Структурні групи плоских механізмів задовольняють умову

$$W = 3n - 2p_5 - p_4; \quad (2.5.1)$$

структурні групи просторових механізмів –

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (2.5.2)$$

Як плоскі, так й просторові структурні групи використовуються не тільки при структурному синтезі, але й при аналізі механізмів.

2.6. Структурна класифікація плоских механізмів

У сучасному машинобудуванні особливо широко поширені плоскі механізми, ланки яких входять до пар IV і V класів. Нижче розглянемо принципи їхньої структурної класифікації.

Структурна класифікація механізмів є однією з найраціональніших класифікацій плоских механізмів (основи закладено Л. В. Ассуром і далі розвинуто І. І. Артоболевським, В. В. Добровольським та ін. вченими). Перевагою цієї класифікації є те, що вона пов'язана з методами кінематичного, силового та динамічного дослідження механізмів.

В основу структурної класифікації механізмів покладено основний принцип утворення механізмів. Будь-який механізм можна одержати шляхом приєднання до механізму I класу структурних груп, умовою існування яких є рівність (2.5.1) або (2.5.2).

Усі кінематичні пари IV класу, що входять до складу плоского механізму, можна замінити парами V класу, тому залежність (2.5.1) можна переписати так:

$$3n - 2p_5 = 0,$$

звідки

$$p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (2.6.1)$$

Оскільки числа ланок і пар можуть бути тільки цілими, то умову (2.6.1) задовольнятимуть тільки такі сполучення чисел ланок і кінематичних пар, які входять у групу (табл. 2.3):

Таблиця 2.3

n	2	4	6	8	...
p_5	3	6	9	12	...

Характерно, що до складу структурної групи може входити тільки парне число ланок.

Вибираючи різні сполучення цих чисел, які задовольняють умову (2.6.1), можна дістати групи різного виду. Усі добуті таким способом групи можна поділити на класи. Як буде показано далі, поділ груп на класи зумовлений методами кінематичного і силового аналізу, властивими групам кожного класу.

2.6.1. Структурні групи і механізми II класу

Як видно з наведеного вище, найпростішою групою буде та група, яка складається з двох ланок і трьох кінематичних пар V класу (рис. 2.6.1, *а*) ($n=2$, $p_5=3$). Така група дістала назву **структурної групи (групи Ассура) II класу II порядку**, або **двоповідкової групи**. Порядок групи визначається кількістю елементів пар, якими група приєднується до основного механізму. У групі, зображеній на рис. 2.6.1, *а*, вільні елементи мають дві пари (*B* і *D*), якими група може приєднуватися до інших ланок.

Групи II класу бувають п'яти видів залежно від кількості обертових і поступальних пар та їхнього взаємного розташування (рис. 2.6.1). Назвемо групу, яка має дві ланки і три обертові пари, **I видом** групи II класу.

Усі інші види груп II класу можна одержати заміною окремих обертових пар поступальними. Якщо одну з крайніх обертових пар замінити поступальною, одержимо групу **II виду** (рис. 2.6.1, *б*, *в*). Група, зображена на рис. 2.6.1, *в*, є окремим випадком групи, зображеної на рис. 2.6.1, *б*, у якій довжина відрізка $CD=0$. **III вид** групи II класу зображено на рис. 2.6.1, *г*, *д* (на рис. 2.6.1, *д* $CD=0$). Тут поступальною замінено середню обертову пару. Якщо замінити дві крайні обертові пари поступальними, то одержимо групу II класу **IV**

виду (рис. 2.6.1, *е, є*). На рис. 2.6.1, *є* відрізки $BC=CD=0$. І нарешті, у групі **V виду** (рис. 2.6.1, *ж, з*) поступальними замінені крайня і середня обертові пари (на рис. 2.6.1, *з* $BC=0$). При заміні всіх обертових пар поступальними одержимо клиновий механізм ($W=1$).

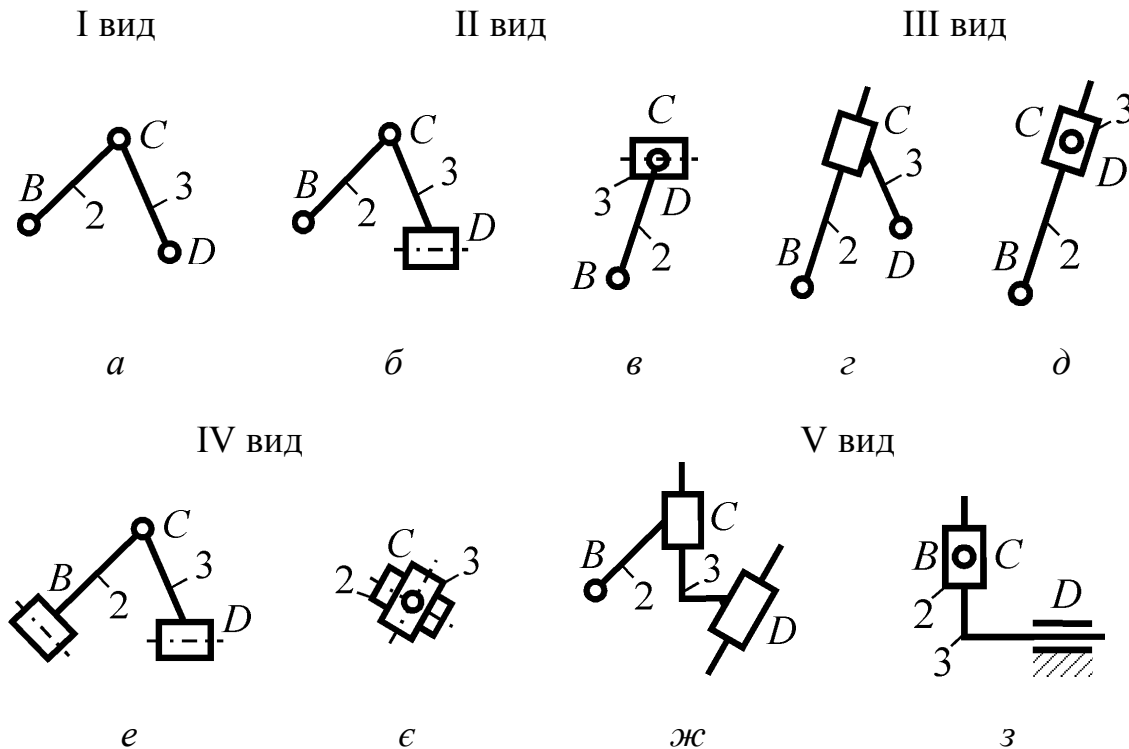


Рис. 2.6.1

На рис. 2.6.2 і 2.6.3 показано приклади найпростіших механізмів, де використовуються групи II класу всіх п'яти видів.

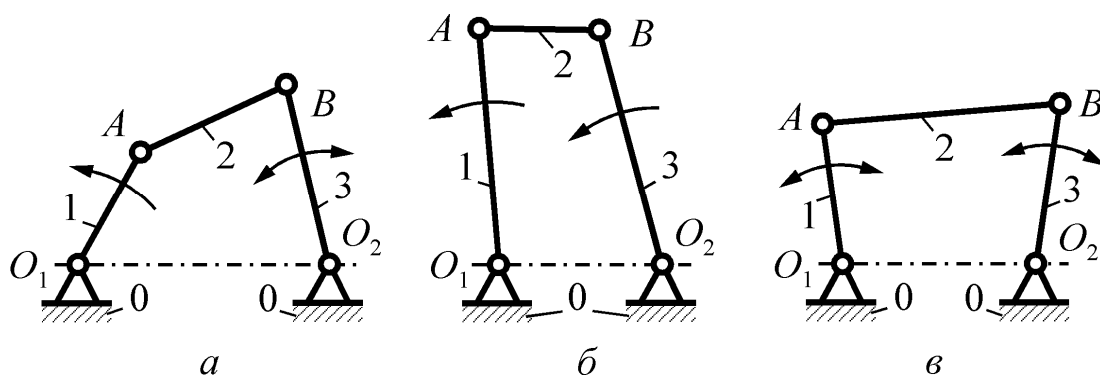


Рис. 2.6.2

На рис. 2.6.2, *а* зображено шарнірний чотириланковий механізм $ABCD$ з ланками: 0 – стояк; 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – коромисло. Шарнірний чотириланковий механізм залежно від розмірів ланок може

бути трьох видів: **кривошипно-коромисловий** (рис. 2.6.2, а); **двокривошипний** (ланки 1, 3 здійснюють повний поворот, рис. 2.6.2, б); **двокоромисловий** (ланки 1, 3 коливаються, рис. 2.6.2, в).

Прикладом механізмів, де використовується група II класу II виду, є **кривошипно-повзунковий** (або **коромислово-повзунковий**) механізм (рис. 2.6.3, а); III виду – **кривошипно-кулісний** механізм (рис. 2.6.3, б); IV виду – **тангенсний** механізм (рис. 2.6.3, в); V виду – **синусний** механізм (рис. 2.6.3, г).

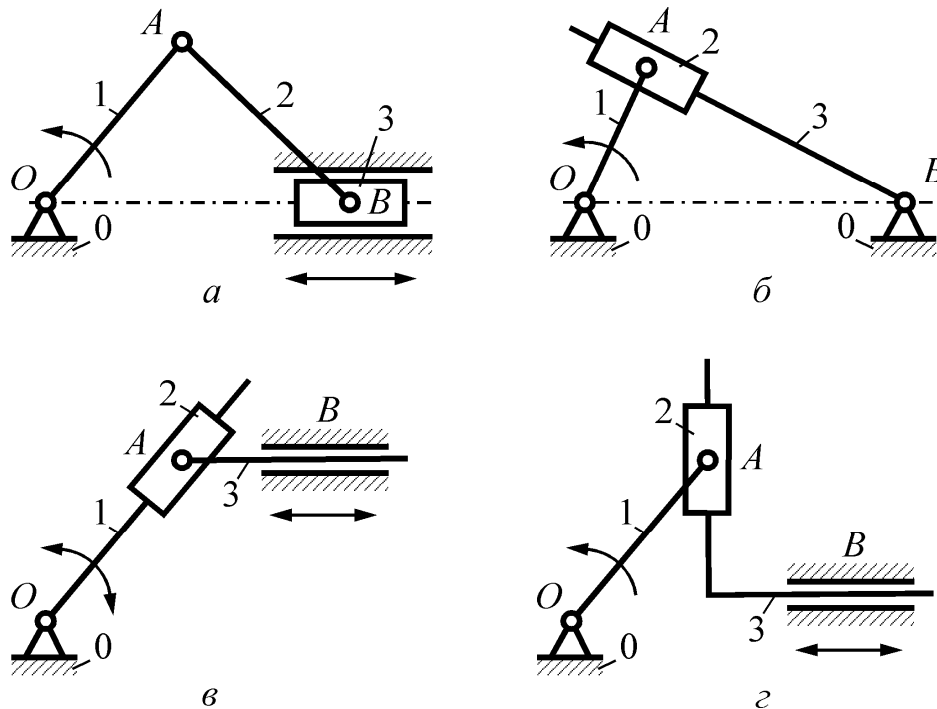


Рис. 2.6.3

Механізми, до складу яких входять тільки групи II класу, називаються **механізмами II класу**. Більшість механізмів, які застосовуються у сучасній техніці, належать до механізмів цього класу.

2.6.2. Структурні групи і механізми III класу

Розглянемо друге можливе сполучення кількостей ланок і кінематичних пар, що утворюють структурну групу ($n=4$, $p_5=6$). Для цього сполучення можна дістати три типи кінематичних ланцюгів, структурні принципи утворення яких різні.

Перший кінематичний ланцюг (рис. 2.6.4, а) складається з ланки 3 (базисної), яка входить у три кінематичні пари з ланками 2, 4, 5 (повідки). Такий кінематичний ланцюг є **групою III класу III порядку**, або **триповідковою групою**. Приєднання цієї групи до

основного механізму здійснюється за допомогою трьох повідків (елементи кінематичних пар A, D, F вільні).

Особливістю цієї групи є наявність у ній ланки 3, яка входить у три кінематичні пари і утворює деякий жорсткий трикутний контур, ніби складений з трьох ланок ED, CD, EC , що входять до складу трьох кінематичних пар (рис. 2.6.4, б). Відносна ступінь вільності такого контуру $W=0$.

Групи III класу можуть бути різних видів, які одержують шляхом заміни обертових пар поступальними. Приклади таких груп показані на рис. 2.6.4, в, г.

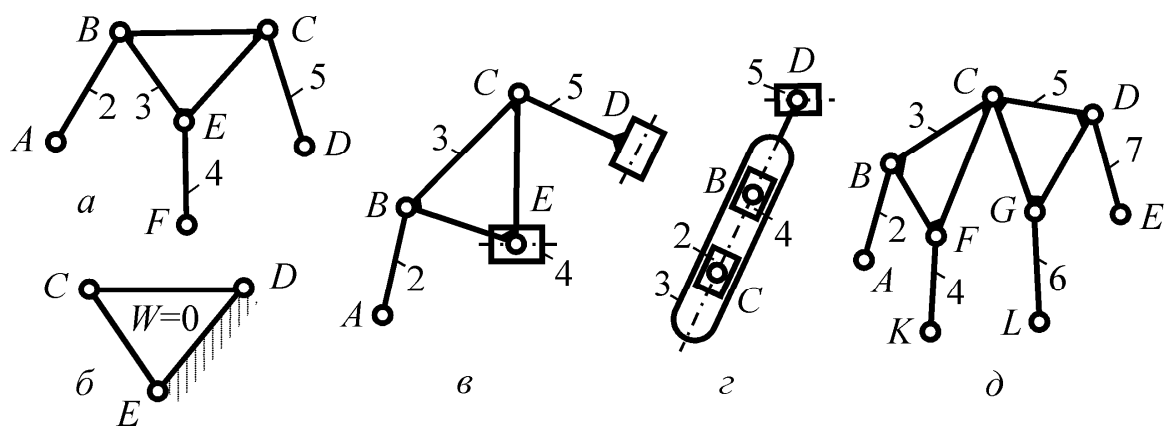


Рис. 2.6.4

Групи III класу у своєму складі можуть мати кількість ланок, більше чотирьох, і пар, більше шести (рис. 2.6.4, д).

Механізми, до складу яких входять групи, не вище за групи III класу, називаються **механізмами III класу**. Приклади таких механізмів зображено на рис. 2.6.5.

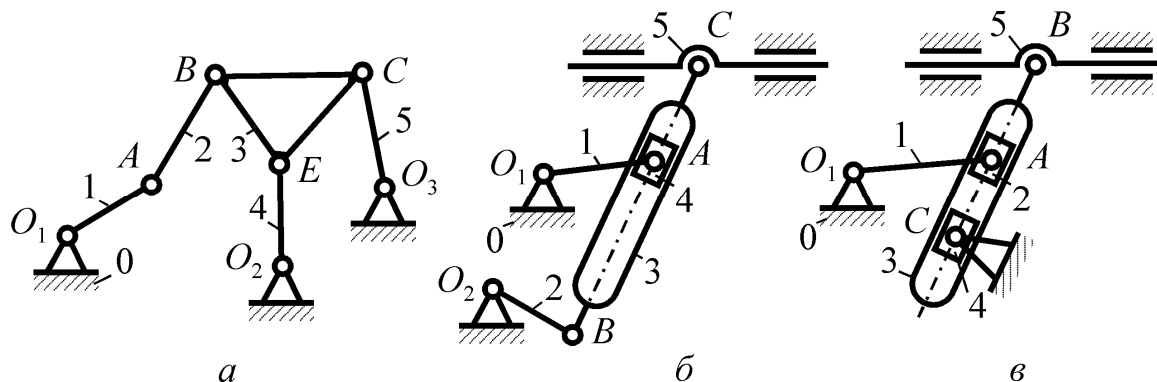


Рис. 2.6.5

2.6.3. Структурні групи і механізми IV та вищих класів

Кінематичний ланцюг з чотирьох ланок і шістьох нижчих пар показано на рис. 2.6.6, *а*. Характерною особливістю цієї групи є те, що до її складу входить чотирикутний рухомий контур *DEFG* (рис. 2.6.6, *б*), відносний ступінь вільності якого $W=1$. Група, до складу якої входить чотирикутний замкнутий рухомий контур, належить до **групи IV класу**. Отже, група, зображена на рис. 2.6.6, *а*, буде групою IV класу II порядку, оскільки вона приєднується до основного механізму вільними елементами кінематичних пар *B*, *C*. На рис. 2.6.6, *в* зображено приклад механізму, до складу якого входить ця група.

Механізми, до складу яких входять групи не вище IV класу, називаються **механізмами IV класу**.

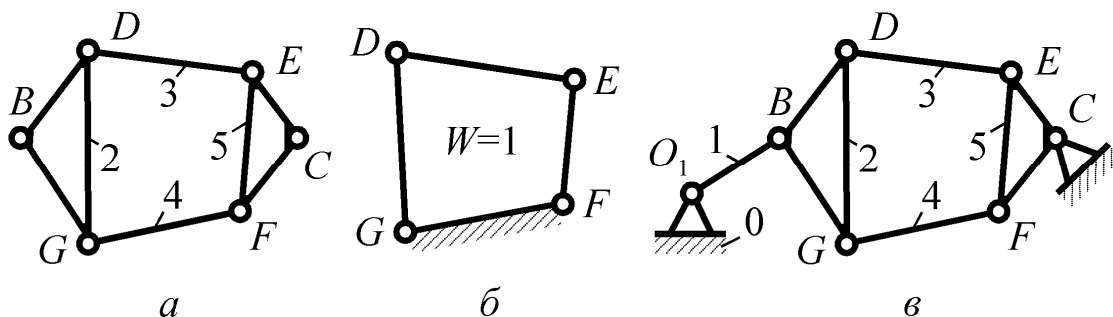


Рис. 2.6.6

Третій можливий вид кінематичного ланцюга з чотирьох ланок і шістьох кінематичних пар показано на рис. 2.6.7.

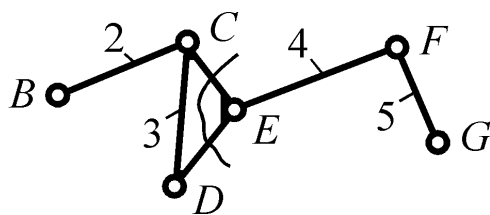


Рис. 2.6.7

Цей ланцюг розпадається на дві групи II класу (групу 2–3 і групу 4–5), тобто цей ланцюг не дає нової групи.

Якщо перейти до подальших сполучень ланок і пар, що задовольняють умову структурної групи, то до складу груп V класу увійде п'ятикутний контур ($W=2$), до складу груп VI класу – шестикутний ($W=3$) і т. д.

2.6.4. Структурна формула будови механізму

На основі зазначеного можна зробити такі висновки: до складу групи III класу входить так званий контур III класу (див. рис. 2.6.4),

групи IV класу – контур IV класу (див. рис. 2.6.6) тощо. **Клас контуру** визначається кількістю кінематичних пар, до складу яких входять ланки, що його утворюють (рис. 2.6.8). **Клас групи** визначається найвищим класом контуру, що входить до її складу. **Клас механізму** визначається найвищим класом груп, що входять до його складу. Наприклад, якщо механізм утворений двома групами – групою III класу і групою IV класу, – то він належить до механізмів IV класу.

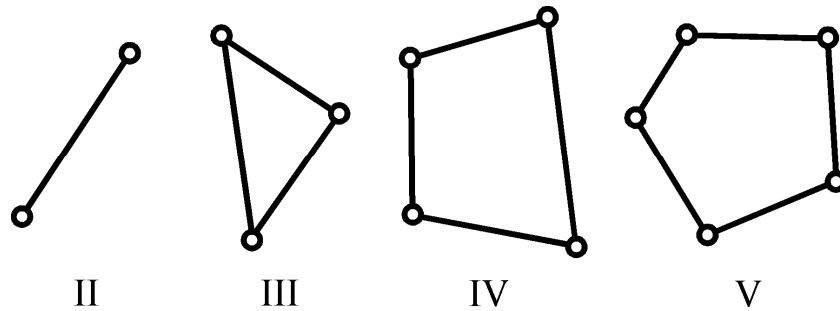


Рис. 2.6.8

Склад і послідовність приєднання структурних груп механізму можна виразити **формулою будови механізму**, наприклад, формули будови для механізмів, які зображені:

на рис. 2.6.3, а – $I(1) \rightarrow II(2, 3)$;

на рис. 2.6.5, а – $I(1) \rightarrow III\left(\frac{3}{2,4,5}\right)$,

де I – механізм I класу; II, III – класи груп. Номера ланок, що входять до складу механізму I класу або структурних груп, вказані в дужках. У групі III класу окремо виділена базисна ланка.

2.7. Структурний синтез механізмів

Структурний синтез механізмів дозволяє розробити кінематичні ланцюги з мінімальною кількістю ланок для перетворення руху заданої кількості вхідних ланок в необхідні рухи вихідних. В результаті структурного синтезу механізму отримують його структурну схему, на якій вказані ланки та характер їх взаємозв'язку.

Задачі структурного синтезу багатоваріантні. Одне і теж перетворення руху отримують різними по структурі механізмами. Крім того, при виборі оптимальної структурної схеми враховуються технологія виготовлення ланок і кінематичних пар, умови збирання і монтажу, а також умови експлуатації механізмів. Тому, як правило, після синтезу плоскої структурної схеми переходять до просторової схеми.

2.7.1. Синтез механізмів методом нашарування структурних груп

Синтез структурних схем механізмів з заданою кількістю вхідних ланок проводиться **методом нашарування структурних груп**. Наприклад, приєднавши до механізму першого класу структурну групу, яка складається з двох ланок 2 та 3, отримаємо кривошипно-коромисловий механізм (рис. 2.7.1, а). Більш складний механізм можна отримати приєднавши структурну групу, яка складається з ланок 4 та 5, до ланки 3 механізму та стояка (рис. 2.7.1, б).

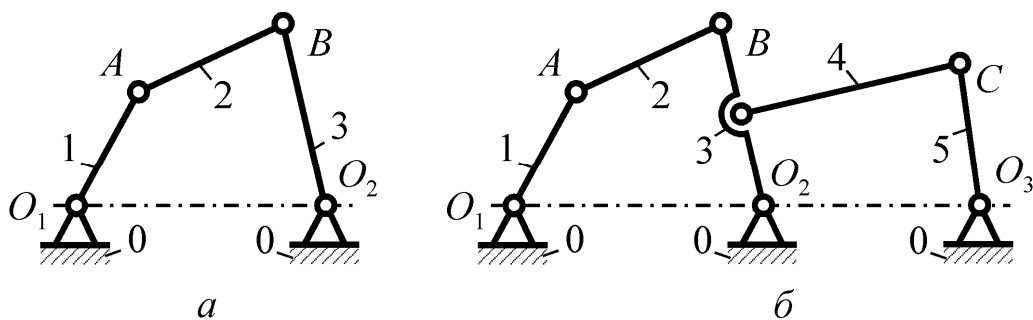


Рис. 2.7.1

Таким чином, послідовно приєднуючи до механізму першого класу різноманітні структурні групи, можна побудувати будь-які механізми.

2.7.2. Синтез механізмів методом інверсії

В залежності від вибору в кінематичному ланцюгу вхідної ланки і стояка можна отримати інші механізми з іншим характером відносного руху деяких ланок. Наприклад, якщо в плоскій структурній схемі чотирьохланкового механізму стояком буде ланка 4 (рис. 2.7.2, а), то отримаємо кривошипно-коромисловий механізм.

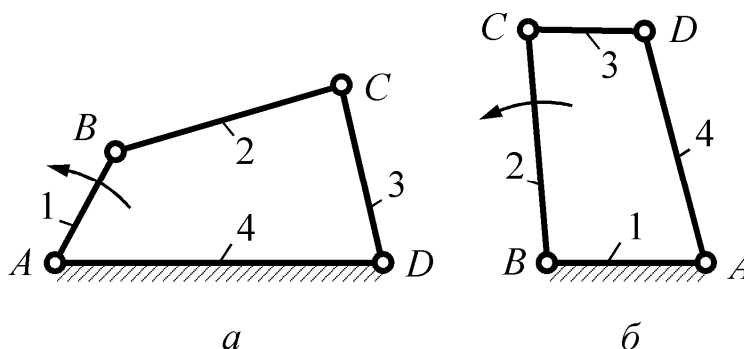


Рис. 2.7.2

Якщо жорстко закріпити найменшу ланку 1 і зробити вхідною ланку 2, то утвориться двокривошипний механізм (рис. 2.7.2, б).

Такий метод отримання варіантів механізму і його компоновочних рішень шляхом заміни функцій однієї ланки функціями іншої називається **інверсією**.

Інверсією кривошипно-повзункового механізму (рис. 2.7.3, а), при перетворенні повзуна 3 в стояк, а ланки 2 – у вхідну ланку, отримаємо механізм з ланкою 4, яка здійснює поступальний рух (рис. 2.7.3, б). Даний механізм перетвориться на кривошипно-кулісний (рис. 2.7.3, в), якщо в якості стояка буде ланка 1, а вхідною буде ланка 2 (ланка 4 буде кулісою).

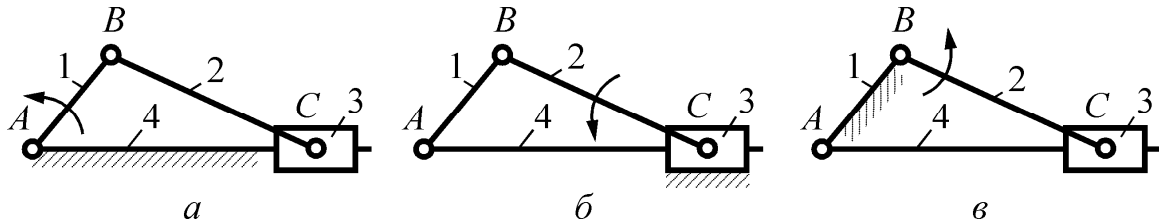


Рис. 2.7.3

Методом інверсії з диференціального зубчастого механізму (рис. 2.7.4, а) можна отримати три різні механізми. Наприклад, зупинкою ланки 3 (рис. 2.7.4, б) або 1 (рис. 2.7.4, в) отримуємо два види планетарних зубчастих механізмів з вхідною ланкою 1 або h та 3 або h ; зупинкою ланки h – водила – отримаємо рядовий зубчастий механізм (рис. 2.7.4, г).

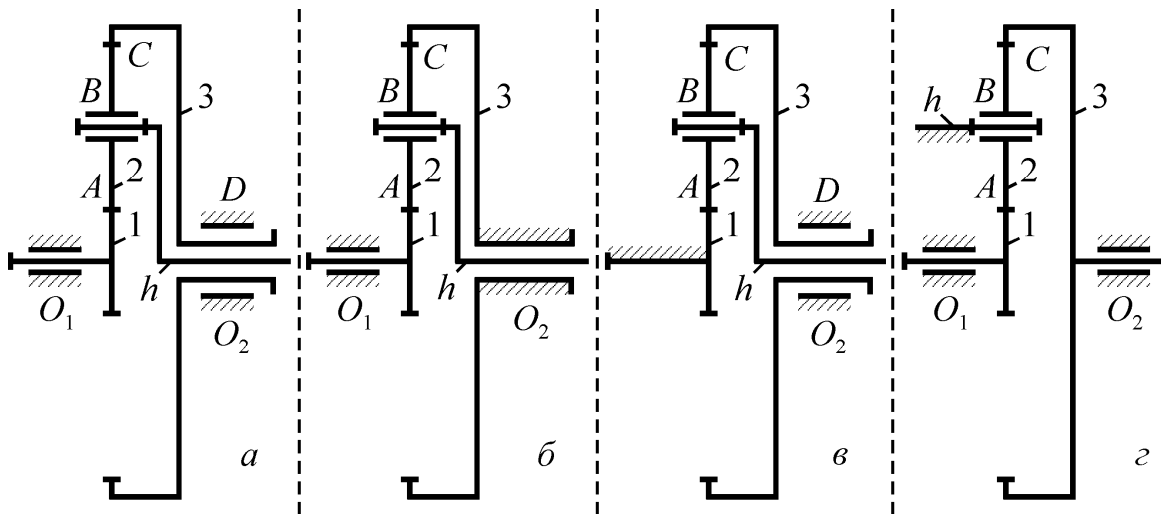


Рис. 2.7.4

2.7.3. Перехід від структурної схеми до реального механізму

Проектування плоских механізмів розпочинається з синтезу плоских структурних схем, на яких визначається число ланок і характер їх відносних рухів, а також визначаються всі кінематичні пари 4-го та 5-го класів. Так як ланки в реальних механізмах найчастіше знаходяться в різних площинах, то дійсні умови роботи

кінематичних пар будуть відрізнятися від розрахункових. Тому для забезпечення нормальної роботи механізму додатково будують просторову структурну схему.

Розглянемо послідовний перехід від плоскої до просторової структурної схеми газорозподільного механізму двигуна внутрішнього згорання (рис. 2.7.5, а, б).

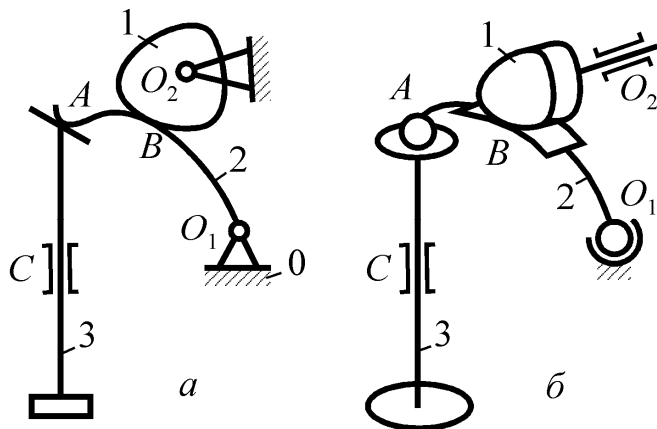


Рис. 2.7.5

Вхідна ланка механізму кулачок 1 розподільного вала – взаємодіє з важелем 2, який контактує з клапаном 3. Синтез плоскої структурної схеми для забезпечення функціонального призначення газорозподільного механізму може бути здійснений, наприклад,

послідовним приєднанням до механізму першого класу з обертальною парою O_2 двох структурних груп. Перша структурна група складена з ланки 2 і кінематичної пари O_1 5-го класу та кінематичної пари B 4-го класу. Друга структурна група складена з ланки 3 і кінематичної пари C 5-го класу та кінематичної пари A 4-го класу. На просторовій схемі механізму (рис. 2.7.5, б) кінематичні пари 4-го класу A і B будуть парами 2-го класу, так як вони дозволяють додаткові рухи. Переміщення, які забезпечують ці кінематичні пари на плоскій структурній схемі приведені в таблиці 2.4.

Таблиця 2.4

Кінематична пара	Плоска структурна схема		Просторова структурна схема		Реальний механізм	
	Рухомість	Клас	Рухомість	Клас	Рухомість	Клас
A	s, φ	4	$2s, 3\varphi$	1	$2s, 3\varphi$	1
B	s, φ	4	$2s, 2\varphi$	2	$2s, 2\varphi$	2
O_1	φ	5	2φ	4	3φ	3
C	s	5	s	5	s, φ	4
O_2	φ	5	φ	5	φ	5

При умовах, прийнятих на плоскій структурній схемі, необхідно забезпечити високу точність виконання осей кінематичних пар O_1 та O_2 в стояку, а також точне розташування елементів кінематичної пари B відносно цих осей. Інакше, розподіл навантаження вздовж лінії контакту в кінематичній парі B буде нерівномірним, що в свою чергу призведе до швидкого зносу елементів цієї кінематичної пари. Для створення сприятливих умов контакту в кінематичній парі B необхідно надати кутову рухомість ланці 2, замінивши обертальну кінематичну пару O_1 5-го класу кінематичною парою O_1 4-го класу (сферичний шарнір з пальцем) (рис. 2.7.5, б). Таким чином усувається в'язь, яка накладається кінематичною парою O_1 5-го класу. Усунення цієї в'язі дозволяє зменшити вимоги до точності виготовлення елементів кінематичних пар.

Елементи кінематичних пар O_1 , O_2 та B визначають положення ланки 2 відносно стояка. Тому якщо кінематичну пару A , як і кінематичну пару B 2-го класу, виконати з контактом по лінії, то необхідно точно виготовити елементи цієї кінематичної пари відносно елементів кінематичних пар C і B . Виконання цієї вимоги можливо запобігти, якщо усунути в'язь, замінивши кінематичну пару A 2-го класу на пару 1-го класу (рис. 2.7.5, б). В цьому випадку точковий контакт ланок 2 та 3 забезпечує напрямок зусилля їх взаємодії вздовж осі кінематичної пари C , що сприяє створенню сприятливих умов роботи в цій парі і збільшенню довговічності її елементів.

В реальних умовах експлуатації передбачають додаткові відносні переміщення ланок. Так, для рівномірного зносу фаски головки клапана по умовам роботи (при контакті з сідлом) слід надати йому додаткове обертання навколо власної повздовжньої осі. Тому в реальному механізмі кінематична пара C виконується циліндричною 4-го класу. Для спрощення технології виготовлення і збирання кінематичну пару O_1 (сферичний шарнір з пальцем) доцільно замінити кінематичною парою 3-го класу (сферичним шарніром). Але при цьому з'явиться обертання ланки 2 відносно власної осі, що проходить через центр пари O_1 , що порушуватиме нормальну роботу механізму. В даному випадку цей рух шкідливий і повинен бути усунений (наприклад, введенням спеціальних пружин).

2.7.4. Зайві ступені вільності і умови зв'язку

Ступені вільності і зв'язки, що не впливають на рухомість механізму в цілому та не змінюють кінематику його ланок, але впливають на ступінь рухомості, називають **зайвими**. Механізми, які мають зайві зв'язки, називають **статично невизначеними**.

Виявлення зайвих зв'язків має важливе значення, так як дозволяє вірно вибрати клас кінематичних пар, які з'єднують ланки механізму, і зробити конструкцію більш роботоздатною.

На рис. 2.7.6, *а* зображена кінематична схема плоского чотирьох-ланкового шарнірного механізму з початковою ланкою 1. Ступінь його вільності за формулою (2.4.3)

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Якщо внаслідок неточності виготовлення і монтажу осі шарнірів непаралельні, то ланки механізму рухатимуться в паралельних площинах тільки при умові їх деформації. При цьому деформації можуть призвести або до заклинювання механізму, або до передчасної поломки однієї з ланок. Так як формули (2.4.2 – 2.4.4) не відображають геометричних співвідношень між ланками, то при запобіганні деформації ланок формула (2.4.2) більш повно відображає можливість руху ланок в непаралельних площинах. Ступінь вільності розглядуваного механізму

$$W = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 4 = -2,$$

що вказує на можливість втрати рухомості внаслідок наявності зайвих зв'язків.

Для виявлення зайвих зв'язків формули (2.4.2) та (2.4.3) перетворюють до вигляду

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 + q; \quad (2.7.1)$$

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 + q, \quad (2.7.2)$$

де q – число зайвих зв'язків та ступенів вільності.

З (2.7.1) для просторового механізму отримаємо

$$q = W + 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 - 6n; \quad (2.7.3)$$

з (2.7.2) для плоского

$$q = W + 2p_5 + p_4 - 3n. \quad (2.7.4)$$

Якщо $q > 0$, то механізм має зайві зв'язки, якщо $q < 0$, то – зайві ступені вільності.

Для механізму на рис. 2.7.6, *а* по формулі (2.7.3) отримаємо

$$q = 1 - 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 3,$$

що свідчить про наявність трьох зайвих зв'язків.

Враховуючи, що осі шарнірів непаралельні, замінімо пари 5-го класу B і C на пари 3-го класу (сферичні шарніри) (рис. 2.7.6, *б*). При цьому отримаємо

$$q = 1 - 6 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = -1.$$

Результат свідчить про появу зайвого ступеня вільності, що проявляється в можливості вільного обертання ланки 2 навколо своєї осі. Якщо по певним причинам обертання ланки 2 небажане, то його

можна запобігти, застосувавши замість пари B або C 3-го класу кінематичну пару 4-го класу (рис. 2.7.6, $в$) або сферичну з пальцем (рис. 2.7.6, $г$).

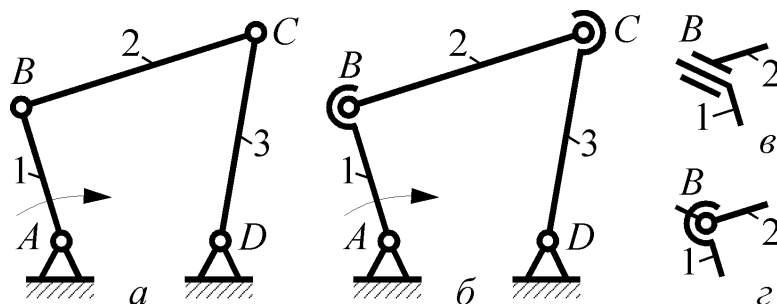


Рис. 2.7.6

З розглядуваного прикладу можна зробити наступні висновки. Для усунення зайвих зв'язків, необхідно зменшити клас відповідних кінематичних пар, прийнятих в плоскій схемі (перейти від кінематичної пари V класу до кінематичної пари III, II або I класу). З урахуванням просторової структурної схеми, проектується реальний механізм, в якому невеликі зміщення відносно положення ланок та елементів кінематичних пар, викликані неточністю виготовлення або деформаціями ланок від навантажень, не впливають на його нормальну роботу. Механізми, в яких усунені зайві зв'язки, називаються **раціональними**. В деяких випадках, навпаки, доцільно вводити зайві зв'язки, наприклад, для збільшення жорсткості або розподілення навантаження на декілька потоків.

Зайві ступені вільності, які з'являються при заміні відповідної кінематичної пари парою нижчого класу, в залежності від конкретних умов можуть бути як шкідливими так і корисними. Зайві ступені вільності з'являються в реальних механізмах в результаті синтезу структурних схем при введенні в них додаткових ланок, які не впливають на відносний рух вихідної ланки, але, зокрема, зменшують зношування вищих кінематичних пар та покращують експлуатаційні характеристики механізму або сприяють кращому розподілу навантаження.

2.8. Структурний аналіз механізмів

Структурний аналіз механізмів дозволяє визначити кількість ланок, число і клас кінематичних пар, які з'єднують їх в кінематичні ланки, функціональне призначення кінематичних з'єднань, і дати порівняльну характеристику механізмів, виконуючих одні й ті ж самі функції, ще на етапі вибору їх структури. Використовуючи структурну

схему механізму визначають наявність зайвих зв'язків і ступенів вільності. Використовуючи методи структурного аналізу, можна перетворити структурну схему, видаливши ланки, змінивши клас кінематичних пар, які утворюють зайві зв'язки та ступені вільності, здійснити заміну вищих кінематичних пар кінематичними з'єднаннями з нижчими кінематичними парами. Ці перетворення дозволяють подати механізм у вигляді сукупності статично визначених структурних груп з нижчими кінематичними парами, приєднаних до вхідних ланок механізму, та звести задачу кінематичного і динамічного аналізу до використання низки відповідних операторних функцій, розроблених для цих структурних груп.

2.8.1. Визначення класу механізму

Структурний аналіз виконується в порядку, оберненому синтезу. Так як структурна схема механізму формується послідовним приєднанням структурних груп до вхідних ланок, то їх виокремлення з структурної схеми розпочинається з тих груп, в які входять вихідні ланки. При цьому визначають ступінь рухомості решти механізму, який повинен дорівнювати ступеню рухомості вихідного механізму, і перевіряють, чи не розпався кінематичний ланцюг на не зв'язані між собою частини.

Розглянемо процес структурного аналізу важільного механізму зображеного на рис. 2.8.1, а.

1-ий випадок (вхідна ланка 1). Вихідною ланкою механізму є ланка 5, зв'язана з кулісою 3 кінематичною парою D , а з стояком – кінематичною парою E . Виділити ці ланки в двохланкову структурну групу неможливо, так як в цьому випадку розривається кінематичний ланцюг: ланка 4 не зв'язується з вхідною ланкою, ланки 4 та 2 отримують рухомість. З тієї самої причини не виділяються в двохланкову структурну групу ланки 4 та 3. Отже, виділяють тільки групу 2–3–4–5 (рис. 2.8.1, б). Ступінь її рухомості при приєднанні до стояка

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0.$$

Ланка 3 утворює контур з кінематичними парами C , B , D , отже, це структурна група 3-го класу. Весь механізм буде також 3-го класу.

2-ий випадок (вхідна ланка 4). Ланка 1 з ланкою 2 утворюють двохланкову групу 2-го класу 2-го виду (рис. 2.8.1, в). Ступінь рухомості решти механізму, який складається з ланок 4–3–5

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Наступна двохланкова група (ланки 5 і 3) також є групою 2-го класу 2-го виду. Отже, весь механізм в цьому випадку є механізмом 2-го класу.

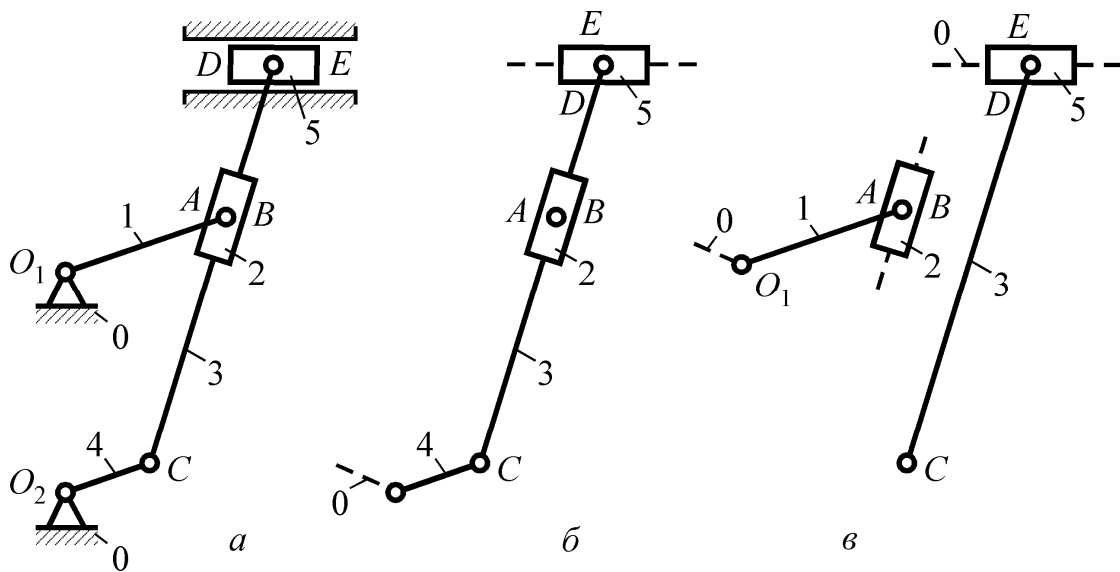


Рис. 2.8.1

З проведеного аналізу випливає, що клас структурних груп в механізмі залежить від вибору вхідної ланки. Так як методи кінематичного і динамічного досліджень простіші для механізмів більш низьких класів, то при структурному аналізі доцільно прийняти за вхідну таку ланку, при якій клас механізму зменшується. Це дозволяє застосувати для розрахунку більш прості алгоритми.

2.8.2. Заміна вищих кінематичних пар нижчими

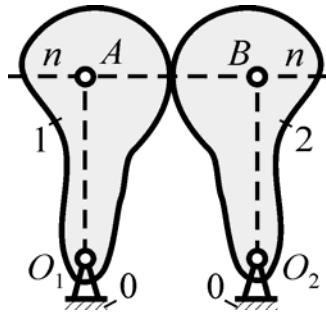
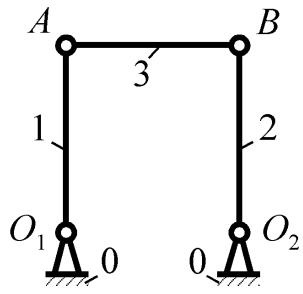
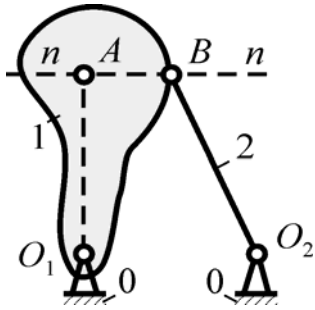
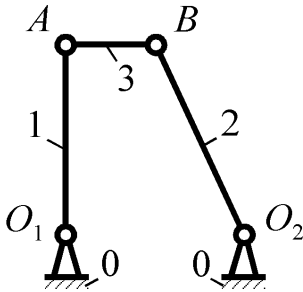
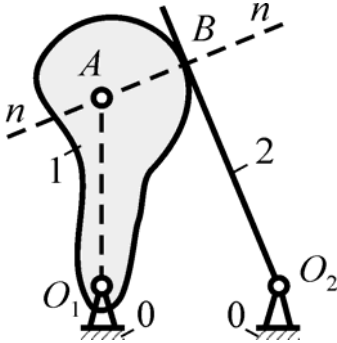
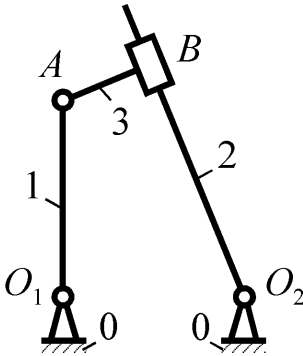
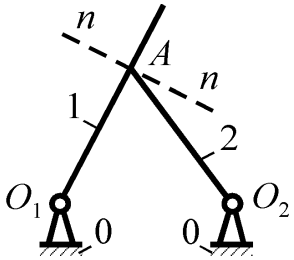
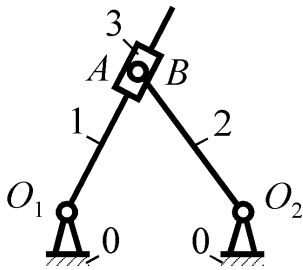
Для використання більш простих алгоритмів розрахунку механізмів з вищими кінематичними парами проводять структурні перетворення в групах з вищими парами шляхом заміни їх структурно і кінематично еквівалентними кінематичними ланцюгами з нижчими кінематичними парами. При цьому має задовольнятися **умова структурної еквівалентності**, тобто характер миттєвого відносного руху та число ступенів вільності еквівалентного механізму змінюватись не повинно.

Заміну пар вищого класу на пари нижчого класу проводять наступним чином:

1. через точку дотику ланко 1 та 2 проводять нормаль $n-n$ до контуру профілів, які утворюють вищу пару (рис. 2.8.2, а; рис. 2.8.3, а);
2. на нормалі у центрах кривини O_1 та O_2 профілів вихідних ланок розміщують обертальні кінематичні пари 5-го класу, які з'єднують умовною невагомою ланкою 3 (рис. 2.8.2, б; рис. 2.8.3, б).

Слід зауважити, що коли один з профілів є прямою, то центр його кривини нескінченно віддалений, і відповідна обертальна пара перетворюється в поступальну (рис. 2.8.4, а, б; рис. 2.8.5, а, б).

Таблиця 2.5

Радіуси кривини	Схема	
	дійсна	еквівалентна
$r_1 > 0$, $r_2 > 0$	 Рис. 2.8.2, а	 Рис. 2.8.2, б
$r_1 > 0$, $r_2 = 0$	 Рис. 2.8.3, а	 Рис. 2.8.3, б
$r_1 > 0$, $r_2 = \infty$	 Рис. 2.8.4, а	 Рис. 2.8.4, б
$r_1 = \infty$, $r_2 = 0$	 Рис. 2.8.5, а	 Рис. 2.8.5, б

Порівнюючи механізми, зображені на рис. 2.8.2 – 2.8.5, отримуємо, що **вища пара у плоских механізмах еквівалентна одній умовній ланці і двом кінематичним парам V класу**. Зауважимо, що отримані еквівалентні механізми в загальному випадку, коли профілями вищих пар є криві змінної кривизни, кінематично еквівалентні дійсному механізму тільки в розглядуваному положенні вхідної ланки.

На рис. 2.8.6 показано приклади побудови еквівалентних механізмів (*а, в* – дійсні механізми; *б, г* – відповідні їм еквівалентні механізми).

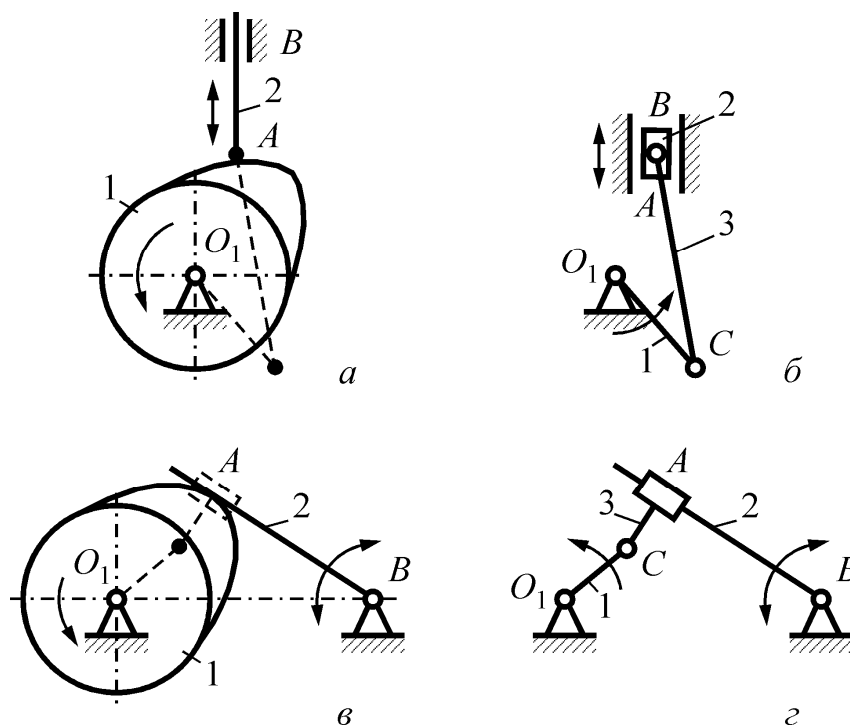


Рис. 2.8.6

2.8.3. Аналіз зв'язків, які накладають кінематичні пари

Аналіз плоских структурних схем дозволяє визначити число ланок, число кінематичних пар, характер відносного руху вхідних і вихідних ланок та їх число, яке рівне числу ступенів вільності механізму, а також ланки, які накладають зайві зв'язки, або ланки з зайвими ступенями вільності.

Ланки, які накладають зайві зв'язки, – це **проміжні ланки**, які виконують одні й ті ж самі функції. При усуненні однієї з них рух вихідних ланок не змінюється. Прикладом може бути шарнірний чотирьохланковий механізм (рис. 2.8.7, *а*). Тут ланка 2 (або ланка 4) накладає зайві зв'язки. Але для нормального функціонування такого механізму необхідно, щоб виконувались умови зумовлені наявністю

зайвих зв'язків $L_{AD} = L_{EF} = L_{BC}$. При порушенні цих умов рух механізму неможливий

$$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0.$$

Задача силового аналізу такого механізму статично невизначена, тому для можливості використання рівнянь статки при розв'язанні задач силового аналізу ланку 2 (або ланку 4) усувають і переходять до кінематично еквівалентної схеми (рис. 2.8.7, б).

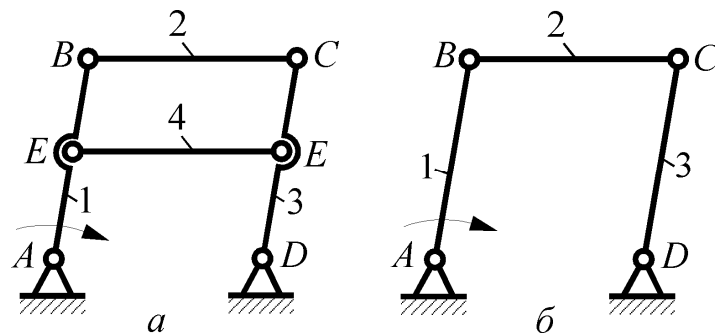


Рис. 2.8.7

Ланки, рух яких не впливає на рух вихідної ланки, додають зайві ступені вільності. Прикладом може бути ланка 3 – ролик в кулачковому механізмі (рис. 2.8.8, а):

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2.$$

Очевидно, що у цьому механізмі досить знати положення одного кулачка, щоб однозначно визначити положення штовхача, тобто досить мати одну початкову ланку, а не дві, як це впливає з формули Чебишова.

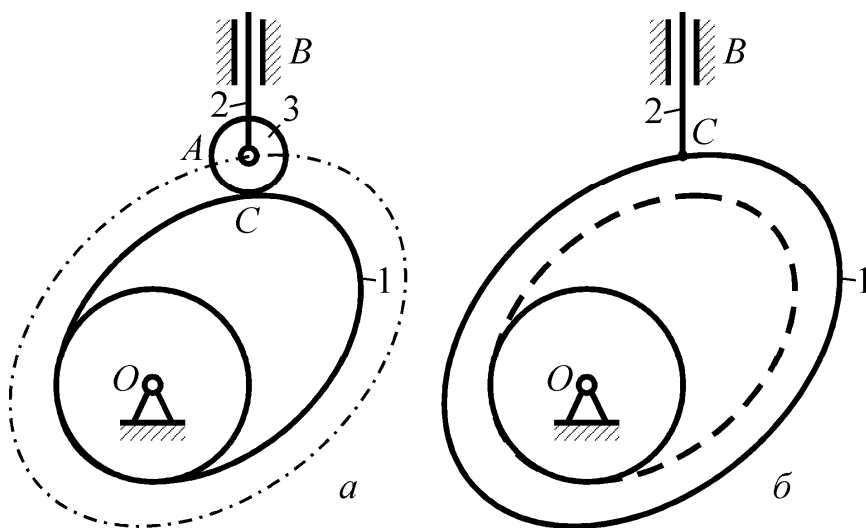


Рис. 2.8.8

В кулачковому механізмі ролик 3 створює зайвий ступінь вільності, він може перекочуватися і ковзати відносно кулачка. Ролик є конструктивним елементом, який введено для заміни тертя ковзання тертям кочення, тобто для зменшення опору сил тертя і зношення ланок. Кінематика механізму не зміниться, якщо ролик забрати і коромисло 3 безпосередньо з'єднати з кулачком 1 у кінематичну пару IV класу (рис. 2.8.8, б).

Для визначення методу, який дозволяє виявити зайві зв'язки, проведемо аналіз рухомості в замкнутому контурі, утвореному структурною групою 2 і 3, та приєднаної парами B і D до стояка (рис. 2.8.9). Цей замкнутий контур є кінематичним ланцюгом з ступенем вільності

$$W = 6 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 0.$$

Аналіз можливих переміщень показує, що кінематичні пари C , B і D забезпечують шість ступенів вільності відносно нерухомої системи координат. В розглядуваному замкнутому контурі ці ступені вільності в кінематичних парах компенсують можливі неточності виготовлення і деформації ланок. При приєднанні структурної групи до вхідної ланки 1 та до стояка (рис. 2.8.10) отримуємо механізм з числом ступенів вільності в кінематичних парах 6+1.

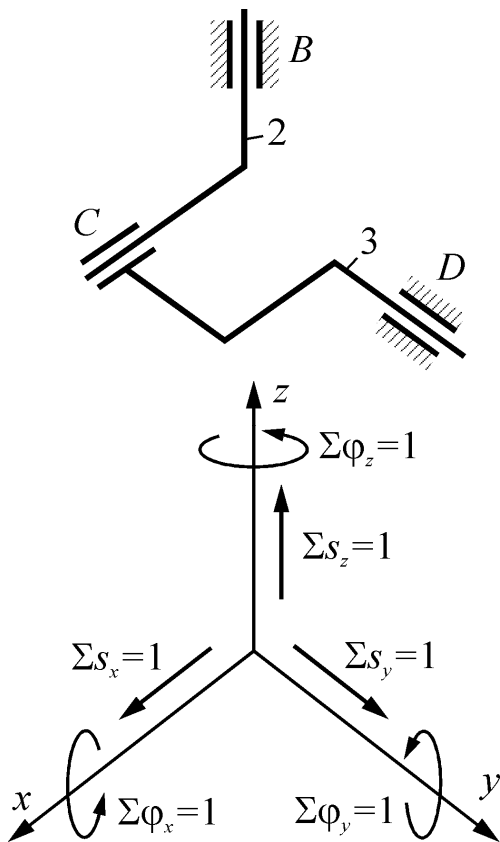


Рис. 2.8.9

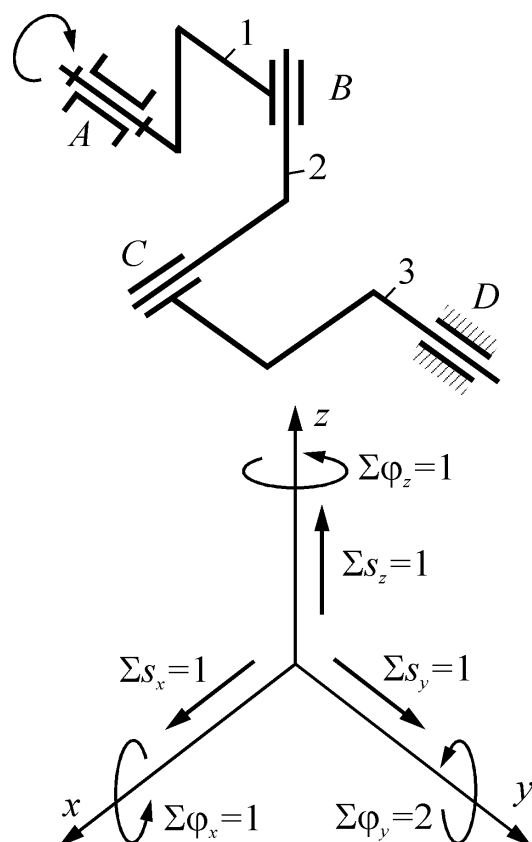


Рис. 2.8.10

Число ступенів вільності та зайвих зв'язків в цьому механізмі

$$W = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 3 = 1 ,$$

$$q = 1 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 3 - 6 \cdot 3 = 0 .$$

Отже, якщо в приєднуваній кінематичній ланці при утворенні механізму можливі шість переміщень відносно координатних осей, то з врахуванням ступенів вільності кінематичних пар в механізмі відсутні зайві зв'язки. Відсутність будь-якого з шести ступенів вільності вказує на наявність зайвого зв'язку, крім випадків, коли відсутність ступеня вільності відносно певної осі компенсується кутовою рухомістю відносно перпендикулярної осі.

2.8.4. Порядок проведення структурного аналізу механізмів

Порядок проведення структурного аналізу механізмів наступний.

1. Визначаємо число ступенів вільності механізму (або кінематичного ланцюга). Ланки, які створюють зайві зв'язки і зайві ступені вільності, при структурному аналізі відкидають. Якщо є кінематичні пари IV класу, то їх треба замінити парами V класу і окремо викреслити структурну схему замінного механізму.

2. Виділяємо початкові ланки, кількість яких визначається числом ступенів вільності механізму (кінематичного ланцюга). Нагадаємо, що початкова ланка і стояк утворюють механізм I класу.

3. Розбиваємо механізм на структурні групи. Відокремлення структурної групи частіше всього розпочинають з ланок і пар, найвіддаленіших від початкової ланки. Розпочинають із спроби від'єднати від механізму групи II класу. Від'єднуючи структурні групи, треба перевірити число ступенів вільності W тієї частини механізму, яка залишилась, при цьому W змінюватися не повинно. Групи відокремлюються до того часу, поки не залишаться одна початкова ланка і стояк (механізм I класу), якщо $W=1$, чи кілька початкових ланок, кількість яких дорівнює одержаному числу ступенів вільності. Якщо спроби відокремлення груп II класу не дадуть такого результату, треба переходити до спроб відокремлення груп III класу, потім IV тощо.

4. Визначаємо клас і порядок структурних груп і клас механізму.

5. Записуємо формулу будови механізму.

2.9. Питання для самоконтролю

1. Що називають умовами зв'язку в кінематичних парах? Чим відрізняється класифікація кінематичних пар по Артоболовському і Добровольському?

2. Чим відрізняються нижчі кінематичні пари від вищих кінематичних пар? Наведіть приклади вищих і нижчих кінематичних пар.

3. Що називають геометричним та силовим замиканням кінематичних пар?
4. Що називають кінематичним ланцюгом? Які кінематичні ланцюги розрізняють?
5. Що називають простим і складним, замкнутим і незамкнутим, плоским і просторовим кінематичним ланцюгом?
6. Що називають кінематичним з'єднанням? Для чого використовують кінематичні з'єднання?
7. Які структурні формули використовують для плоских і просторових кінематичних ланцюгів?
8. Що називають початковою ланкою? Скільки повинно бути початкових ланок в механізмі?
9. Чим відрізняється структурний аналіз від структурного синтезу механізмів?
10. Що називають зайвими ступенями вільності та умовами зв'язку? Як визначаються зайві зв'язки та ступені вільності для просторового та плоского механізму?
11. Які механізми називають раціональними?
12. Для чого використовують зайві зв'язки, а для чого зайві ступені вільності?
13. В чому полягає зміст умови структурної еквівалентності?
14. У чому полягає основний принцип утворення механізмів?
15. Які механізми називають механізмами I класу, II класу, III класу, IV класу?
16. Що називають структурною групою Ассура?
17. Що покладено в основу структурної класифікації?
18. Які структурні групи називають структурними групами II класу, III класу, IV класу?
19. Чим визначається клас контуру, групи, механізму?
20. Які основні етапи проведення структурного аналізу механізму?

2.10. Список використаної літератури

1. *Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин: підручник.* – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
2. *Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин.* – К.: Вища шк., 1989. – 335 с.
3. **Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ. Навчальний посібник** / Ф.Й. Златопольський, Г.Б. Філімоніхін, В.В. Коваленко, О.Б. Чайковський. – 2-е вид., пер. і доп. – Кіровоград: ПП «Код», 2003. – 149 с.

3. Кінематичне дослідження механізмів

- 3.1. Задачі і методи кінематичного дослідження механізмів.
- 3.2. Графічні методи кінематичного дослідження механізмів.
- 3.3. Графоаналітичні методи кінематичного дослідження механізмів.
- 3.4. Аналітичні методи кінематичного дослідження руху механізмів.

3.1. Задачі і методи кінематичного дослідження механізмів

При кінематичному дослідженні механізму розглядається рух його ланок без урахування сил, які діють на них, тобто розглядається рух ланок з геометричної точки зору.

Так як будь-який рух тіла характеризується переміщенням, швидкістю і прискоренням, то **основні задачі кінематичного дослідження** механізмів полягають у наступному:

1. визначення положень ланок механізму, побудова траєкторій його окремих рухомих точок;
2. визначення швидкостей окремих точок і ланок механізму;
3. визначення прискорень окремих точок і ланок механізму.

В результаті такого дослідження встановлюють відповідність **кінематичних параметрів** (переміщень, швидкостей і прискорень) заданим умовам роботи механізму, а також одержують вихідні дані для визначення сил і моментів (сил інерції, моментів сил інерції), кінетичної енергії та потужності механізму. Траєкторії окремих точок допомагають.

Більшість механізмів і машин здійснює періодичний рух. Під **періодом (циклом) руху** розуміють проміжок часу, після закінчення якого механізм повертається у початкове положення, а його кінематичні параметри набувають початкового значення, після цього рух повторюється за тим самим законом. Отже, для кінематичного дослідження достатньо одного періоду роботи механізму. При цьому повинні бути задані кінематична схема механізму (розміри всіх його ланок) і закон руху початкової ланки.

Існує чотири методи кінематичного дослідження механізмів: **графічний, графоаналітичний, аналітичний і експериментальний.**

Графічний метод кінематичного дослідження дозволяє встановити картину взаємного розташування ланок під час руху машини і усунути можливість їх співударів. Крім того, завдяки універсальності та наочності досліджень, графічний метод можна використовувати для кінематичного дослідження механізмів будь-якої складності. Незважаючи на простоту реалізації, даний метод неефективний у випадку, коли необхідно провести великий об'єм побудов і розрахунків.

Графоаналітичний метод на відміну від графічного методу дозволяє визначити не тільки величину, але й напрямок кінематичних параметрів (швидкість, прискорення). Крім того даний метод дозволяє знайти кінематичні параметри для багатьох точок механізму. Недоліком даного методу є громіздкість, через необхідність визначення кінематичних параметрів для різних положень ланок механізму.

Аналітичний метод використовується для класу задач, коли ланки механізму повинні забезпечити рух за певним, наперед заданим законом. Даний метод дає можливість здійснювати багатоваріантні дослідження механізмів і тим самим вибирати такі схеми механізмів і розміри їхніх ланок, які забезпечують найкращі умови роботи.

Найдостовірніші результати дає **експериментальний метод** дослідження, який використовується для отримання дійсних значень кінематичних параметрів механізму та перевірки результатів теоретичних досліджень. Зумовлено це тим, що для графічних і аналітичних методів розв'язання задач кінематики доводиться приймати ряд ідеалізованих припущень (ланки вважаються абсолютно жорсткими, у кінематичних парах відсутні зазори, всі ланки виготовлені абсолютно точно, головний вал машини обертається з постійною швидкістю тощо). У зв'язку з цим теоретичні залежності ідеалізованих механізмів можуть значно відрізняються від дійсних. Крім цього, у машинах здебільшого використовуються механізми з пружними, гідравлічними, пневматичними зв'язками, теоретичні розрахунки яких також вимагають додаткової експериментальної перевірки.

3.2. Графічний метод кінематичного дослідження механізмів

3.2.1. Побудова положень ланок механізму і траєкторій окремих точок

Для побудови положення ланок механізму (планів механізму) **графічним методом** треба задати кінематичну схему механізму (розміри всіх його ланок) і закон руху початкової (початкових) ланки. При цьому приймають, що **рух початкової ланки є рівномірним** ($\omega = \text{const}$ або $v = \text{const}$). Крім цього, **при кінематичному дослідженні всі ланки механізму умовно вважають абсолютно твердими тілами, тобто розміри ланок незмінні, а зв'язки між ними ідеальні** (у кінематичних парах відсутні зазори), **всі ланки виготовлені абсолютно точно**. Такі припущення дають змогу значно спростити методи дослідження механізмів, а одержані при цьому результати у багатьох випадках мало відрізняються від дійсних.

Побудову положень ланок плоских механізмів здійснимо за допомогою **методу засічок**, на прикладі кривошипно-повзункового механізму, кінематична схема і закон руху кривошипа OA ($\omega_1 = \text{const}$) якого задані (рис. 3.2.1).

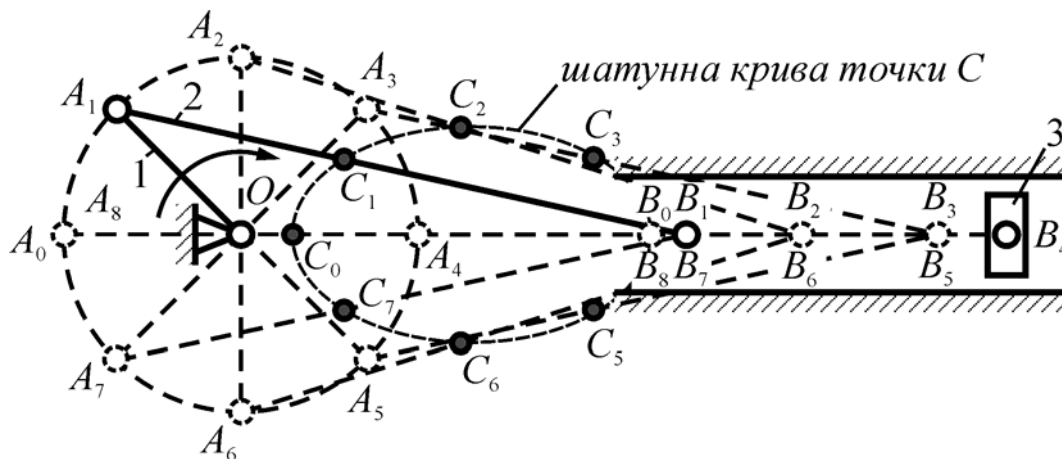


Рис. 3.2.1

Побудову здійснюватимемо у певному масштабі. Для цього скористаємося **масштабним коефіцієнтом**, під яким розуміють відношення фізичної величини (шляху, швидкості тощо) до довжини відрізка, який цю величину зображає на рисунку. Масштабний коефіцієнт, який у подальшому будемо називати “масштабом”, позначимо літерою μ з індексом тієї величини, яка зображена графічно. Наприклад, при зображенні лінійних розмірів механізму масштаб буде визначатися за формулою

$$\mu_l = l_{OA} / OA, \quad [м / мм], \quad (3.2.1)$$

де l_{OA} – дійсна величина кривошипа OA , м; OA – довжина кривошипа на кресленні (мм), де $OA = OA_i$ ($i=0, 1, 2, \dots, 7$).

Для знаходження положення всіх точок і ланок механізму методом дугових послідовно розглядають рух кожної ланки від початкової до вихідної. Кривошип OA здійснює рівномірний обертальний рух навколо нерухомого центра – точки O (рис. 3.2.1). Шатун AB здійснює плоский рух: центр шарніра – точка A рухається по колу радіуса OA , центр шарніра – точка B рухається по прямій разом із повзуном вздовж нерухомої напрямної (рис. 3.2.1).

За початкове положення механізму виберемо таке, за якого кривошип і шатун витягнуться в одну лінію OA_0B_0 . Далі, поділимо траєкторію точки A на довільно вибране число рівних частин, як це показано на рис. 3.2.1, а точки поділу позначимо $A_0, A_1, A_2, \dots, A_i$ ($i=0, 1, 2, \dots, n$) у напрямку обертання кривошипа. Тобто перехід з одного положення в інше здійснюється за час T/n , де T – період обертання кривошипа.

Положення точки B знайдемо методом дугових засічок, враховуючи, що довжина шатуна AB протягом руху залишається незмінною. Для цього з одержаних точок $A_0, A_1, A_2, \dots, A_i$ радіусом AB робимо дугові засічки на траєкторії точки B у результаті чого знайдемо положення центрів шарніра $B_0, B_1, B_2, \dots, B_i$. З'єднавши точки A_i і B_i , відрізками A_iB_i , одержимо положення шатуна AB і повзуна B ($i=0, 1, 2, \dots, n$) (рис. 3.2.1).

Таким самим способом побудуємо траєкторію точки C , яка належить шатуну AB (рис. 3.2.1). Для цього з точок A_i робимо на відповідних положеннях шатуна A_iB_i , дугові засічки радіуса A_iC_i . З'єднавши послідовно одержані точки C_i , плавною кривою, одержимо траєкторію точки C . Через те, що точка C лежить на шатуні, її траєкторію називають **шатунною кривою**. Шатунні криві широко використовуються у сучасній техніці для виконання певних рухів виконавчими органами різних механізмів і машин, при проектуванні механізмів з вистоями тощо.

Побудову планів положень механізму закінчують побудовою положень ланок останньої групи. Початковим положенням кривошипа OA вибирають таке положення, за якого одна з вихідних ланок (повзун B) займатиме одне з крайніх (мертвих) положень.

3.2.2. Діаграма переміщень

При дослідженні механізмів часто недостатньо знайти тільки форму шляху – траєкторію руху точки; треба ще знати характер зміни довжини пройденого шляху залежно від часу або кута повороту кривошипа (узагальненої координати). Для цього будують діаграми лінійних $s=s(t)$ або кутових $\varphi=\varphi(t)$ переміщень.

Розглянемо побудову діаграми переміщень повзуна B (рис. 3.2.2) для кривошипно-повзункового механізму, схема якого зображена на рис. 3.2.1.

Якщо рух початкової ланки прийнято рівномірним, то за рівні проміжки часу кривошип повертатиметься на однакові кути; переміщення повзуна зображають відрізками B_0B_i , ($i=0, 1, 2, \dots, n$). Потім будують прямокутну систему координат (рис. 3.2.2): на осі абсцис відкладають відрізок $L - 0-0$, який зображує у масштабі $\mu_t=T/L$ (с/мм), період T одного обороту кривошипа OA (або кут $\varphi_1=2\pi$); на осі ординат – лінійні переміщення повзуна B у масштабі $\mu_s=S_{max}/B_0B_k$, де S_{max} – максимальний хід повзуна B , м; B_0B_k – відрізок, в мм, на діаграмі, який зображує цей хід. Відрізок L ділять на таку кількість відрізків $0-1, 1-2, \dots, n-1-n$, на яку розбита траєкторія точки A . Точки $0, 1, 2, \dots$ відповідають моментам часу, коли механізм займатиме відповідно

положення 0, 1, 2,... . На ординатах відкладають у вибраному масштабі μ_s , м/мм, переміщення точки B від крайнього положення B_0 за певні проміжки часу. Причому відрізки 1–1', 2–2', ... на діаграмі переміщень будуть відповідно рівні відрізкам B_0B_1 , B_0B_2 ,... на плані механізму. Одержані точки 0, 1', 2'... з'єднують плавною кривою, яка і буде діаграмою переміщень повзуна $B - s=s(t)$ (рис. 3.2.2).



Рис. 3.2.2

3.2.3. Дослідження руху механізмів методом кінематичних діаграм

В основі методу кінематичних діаграм лежать методи графічного диференціювання або інтегрування. Наприклад, за допомогою методу графічного диференціювання, використовуючи діаграму переміщень точки (ланки) механізму, можна визначити її швидкість і прискорення. Методом графічного інтегрування, використовуючи діаграму прискорень (швидкостей) точки (ланки) механізму, можна визначити її швидкість (переміщення). Зазначимо, що метод графічного інтегрування є оберненим до методу графічного диференціювання.

Нижче докладніше розглянемо кожен з методів.

3.2.3.1. Графічне диференціювання (метод дотичних і метод хорд)

Метод дотичних. Розглянемо метод графічного диференціювання методом дотичних на прикладі функції $s=s(t)$ у точці M (рис. 3.2.3).

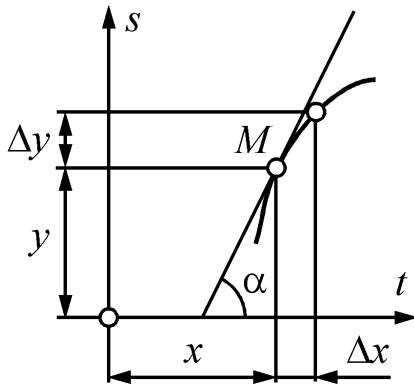


Рис. 3.2.3

З урахуванням масштабів побудови діаграми $s=s(t)$ можна записати

$$ds = \Delta y \mu_s, \quad dt = \Delta x \mu_t.$$

Похідна функції $s=s(t)$ визначатиметься відношенням

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{\mu_s}{\mu_t} = \operatorname{tg} \alpha \frac{\mu_s}{\mu_t}. \quad (3.2.2)$$

де α – кут нахилу дотичної у точці M діаграми $s=s(t)$; μ_s , μ_t – масштаби переміщення і часу відповідно.

Із залежності (3.2.2) видно, що похідна функції $s=s(t)$ пропорційна тангенсу кута нахилу дотичної, оскільки $\mu_s / \mu_t = \text{const}$.

Розглянемо порядок реалізації методу графічного диференціювання методом дотичних з використанням діаграми переміщень $s=s(t)$ (рис. 3.2.4, а). Порядок дій наступний.

1. Будуємо прямокутну систему координат (рис. 3.2.4, б), на осі ординат якої відкладаємо швидкість v , а на осі абсцис – час t . Як і на діаграмі $s=s(t)$, період руху T ділять на ряд рівних проміжків часу і проводять через одержані точки 1, 2, 3,..., лінії, паралельні осі ординат.

2. З точки P_1 , яку вибирають на продовженні осі абсцис t діаграми $v=v(t)$, проводять промені P_1-1'' , P_2-2'' , P_3-3'' , ... , паралельні дотичним, що проведені через точки відповідно $1'$, $2'$, $3'$, ... на діаграмі $s=s(t)$. Ці промені відсікають від осі ординат v відрізки $0-1''$, $0-2''$, $0-3''$, ... , які пропорційні швидкостям відповідних положень механізму.

3. Відкладають одержані відрізки на відповідних ординатах діаграми швидкостей і з'єднують одержані точки плавною кривою, яка і є діаграмою швидкостей $v=v(t)$. Зазначимо, що дотична, проведена через точку 0 на діаграмі $s=s(t)$, збігається з віссю t , а тому швидкість у цьому положенні буде дорівнювати нулю.

Масштаб швидкостей μ_v можна визначити скориставшись залежністю (3.2.2). Враховуючи, що $v = y'_i \mu_v$ і $\operatorname{tg} \alpha_i = y'_i / H_1$, матимемо:

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{H_1 \mu_t}, \quad \text{м/(мм} \cdot \text{с)}, \quad (3.2.3)$$

де y'_i – відрізки $0-1''$, $0-2''$, $0-3''$, ... , які зображують швидкості точки на діаграмі швидкостей у відповідних положеннях; H_1 – полюсна відстань для діаграми швидкостей.

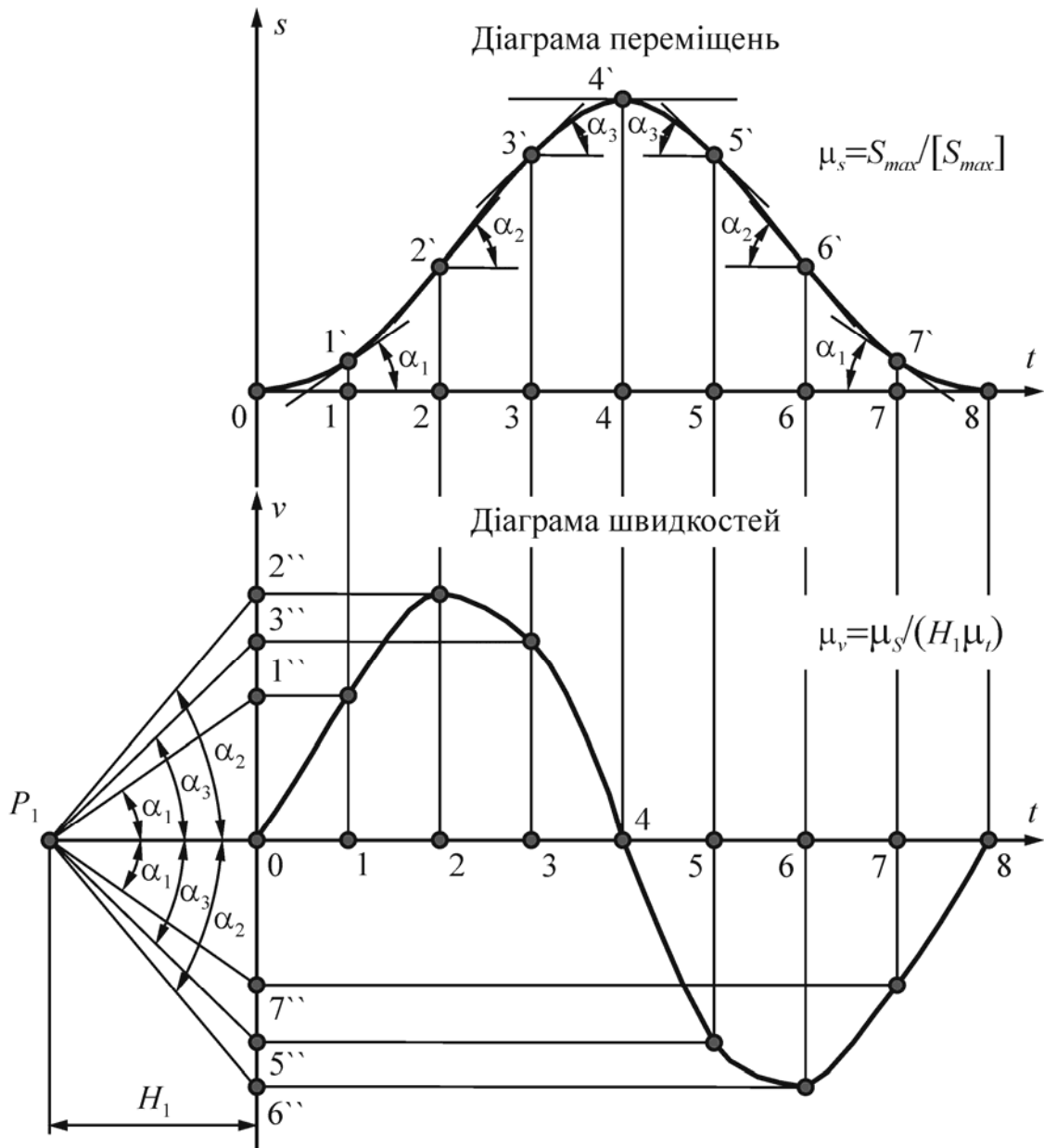


Рис. 3.2.4

Маючи діаграму швидкостей $v=v(t)$, аналогічно будують діаграму прискорень $a=a(t)$, оскільки

$$a = dv / dt . \quad (3.2.4)$$

Масштаб прискорень визначається за формулою

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{H_2 \mu_t}, \quad \text{м/(мм} \cdot \text{с}^2), \quad (3.2.5)$$

де H_2 – полюсна відстань для діаграми прискорень.

Із залежностей (3.2.3) та (3.2.5) видно, що за допомогою відрізків H_1 та H_2 , можна змінювати масштаб побудови діаграми швидкостей та прискорень.

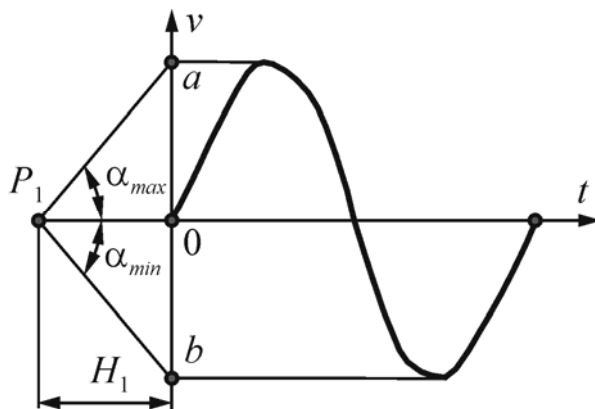


Рис. 3.2.5

Наприклад, довжину відрізка H_1 , можна вибирати, задаючи відповідну висоту h діаграми $v=v(t)$ і знаючи найбільший $\alpha_{\max}$ та найменший $\alpha_{\min}$ кути нахилу дотичних до кривої переміщень $s=s(t)$ (рис. 3.2.5). Для цього через точки a і b проводять промені під кутом $\alpha_{\max}$ і $\alpha_{\min}$ до перетину між собою у точці P_1 .

Метод хорд. Більш високу точність, в порівнянні з методом дотичних, має диференціювання методом хорд. Він ґрунтується на відомій теоремі про кінцевий приріст функції: якщо функція та її перша похідна безперервні, то на будь-якому інтервалі, наприклад 0–1 (рис. 3.2.6, а), хорда 0–1', яка стягує дугу, паралельна дотичній до кривої $s=s(t)$ хоча б в одній точці, що лежить у середині цього інтервалу. На діаграмі $s=s(t)$ замість дотичних проводять хорди 0–1', 1'–2', 2'–3', ... (рис. 3.2.6, а), а на діаграмі $v=v(t)$ (рис. 3.2.6, б) із точки P_1 – промені P_11'' , P_12'' , P_13'' , ..., які паралельні відповідним хордам, до перетину з віссю ординат v . Відрізки 0–1'', 0–2'', 0–3'', ..., у масштабі μ_v , визначають значення швидкостей посередині відповідних інтервалів часу. При побудові діаграми, відрізки 0–1'', 0–2'', 0–3'', ..., відкладають посередині відповідних інтервалів часу, а отримані точки з'єднують плавною кривою. Отримана крива є діаграмою швидкостей $v=v(t)$.

Зауважимо, що ділянку, де крива має екстремум, бажано розділяти на менші ділянки (проміжки часу).

Аналогічно методом хорд будують діаграму прискорень $a=a(t)$.

Порівнюючи побудовані графіки (рис. 3.2.4 або 3.2.6), можна зробити наступні висновки:

1) зростанню ординат кривої, що диференціюється, відповідають додатні значення ординат диференціальної кривої, а зменшенню – від'ємні значення;

2) при максимумі кривої, що диференціюється, диференціальна крива переходить через нуль від додатних значень ординат до від'ємних, а при мінімумі – від від'ємних значень ординат до додатних;

3) точки перегину (в цій точці крива змінює напрямок опуклості) кривої, що диференціюється (графік швидкостей), відповідає максимум (локальний) або мінімум (локальний) на диференціальній кривій.

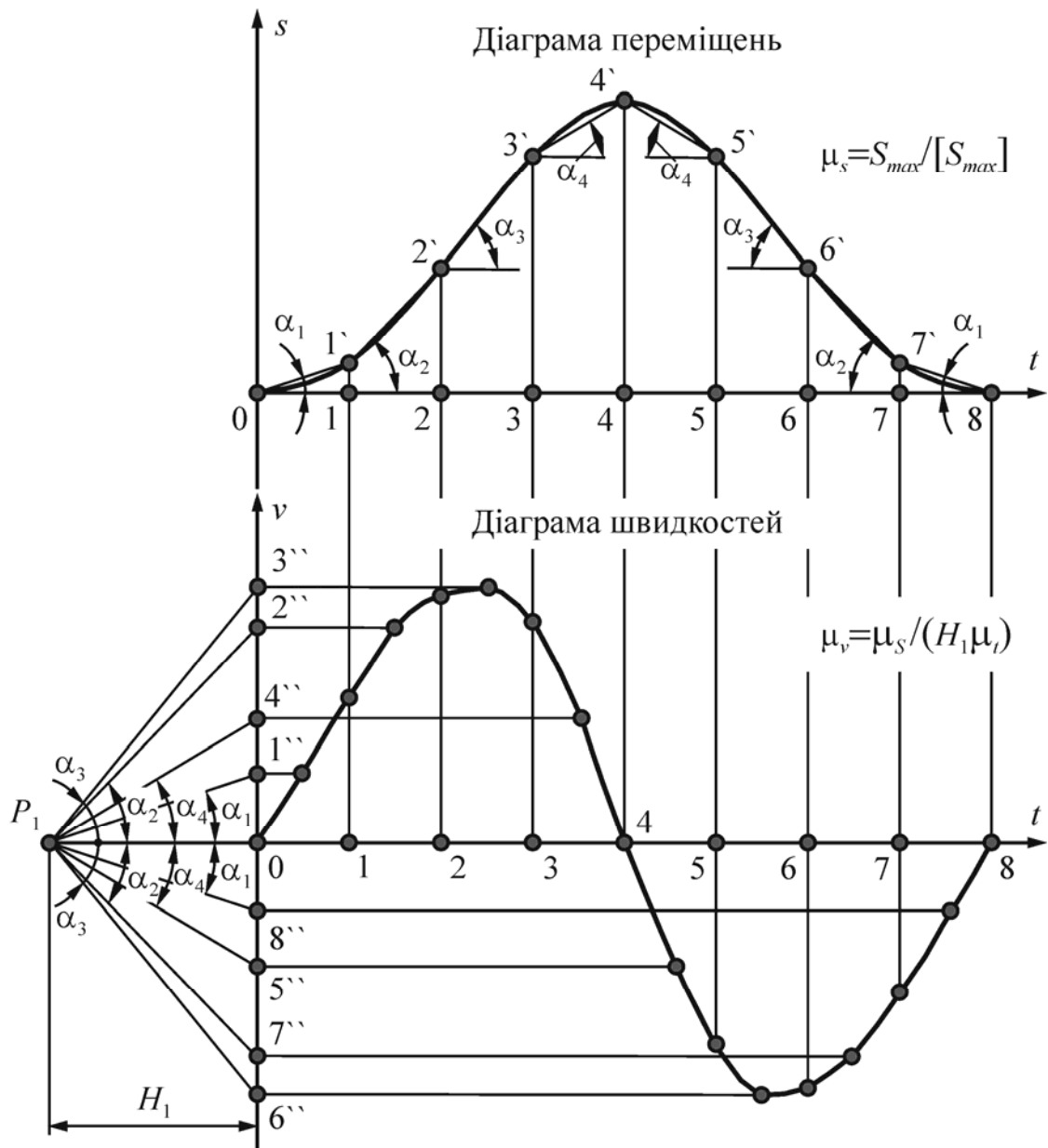


Рис. 3.2.6

3.2.3.2. Графічне інтегрування (метод хорд)

Існує декілька методів побудови інтегральної кривої: хорд, площ та інші.

Розглянемо графічне **інтегрування методом хорд**. Так як інтегрування – це дія, обернена диференціюванню, то послідовність графічного інтегрування за методом хорд обернена послідовності диференціювання за цим методом.

Послідовність графічного інтегрування методом хорд наступна.

1. Ділимо задану криву (рис. 3.2.7, а) на інтервали на осі абсцис (інтервали не обов'язково повинні бути рівними).

2. Проводимо полюсну відстань OP_1 . Кінці середніх ординат кожного інтервалу проєктують на вісь ординат і з'єднують отримані точки $1', 2', 3', \dots$, з полюсом P_1 . Поліус P_1 обмежує зліва обраний відрізок інтегрування OP_1 довжиною H_1 .

3. Будуємо нову систему координат (рис. 3.2.7, б). Ділимо вісь абсцис на такі ж інтервали, як і на попередньому графіку.

4. На шуканому графіку в межах відповідних інтервалів проводимо лінії $01'', 1''2'', 2''3'', \dots$, паралельні променям P_11', P_12', P_13' . Перший відрізок проводимо через початок координат 0, наступні відрізки відповідно через точку $1''$, потім через $2''$ і т.д. Через отримані точки проводять плавну криву, яка і буде інтегральною кривою.

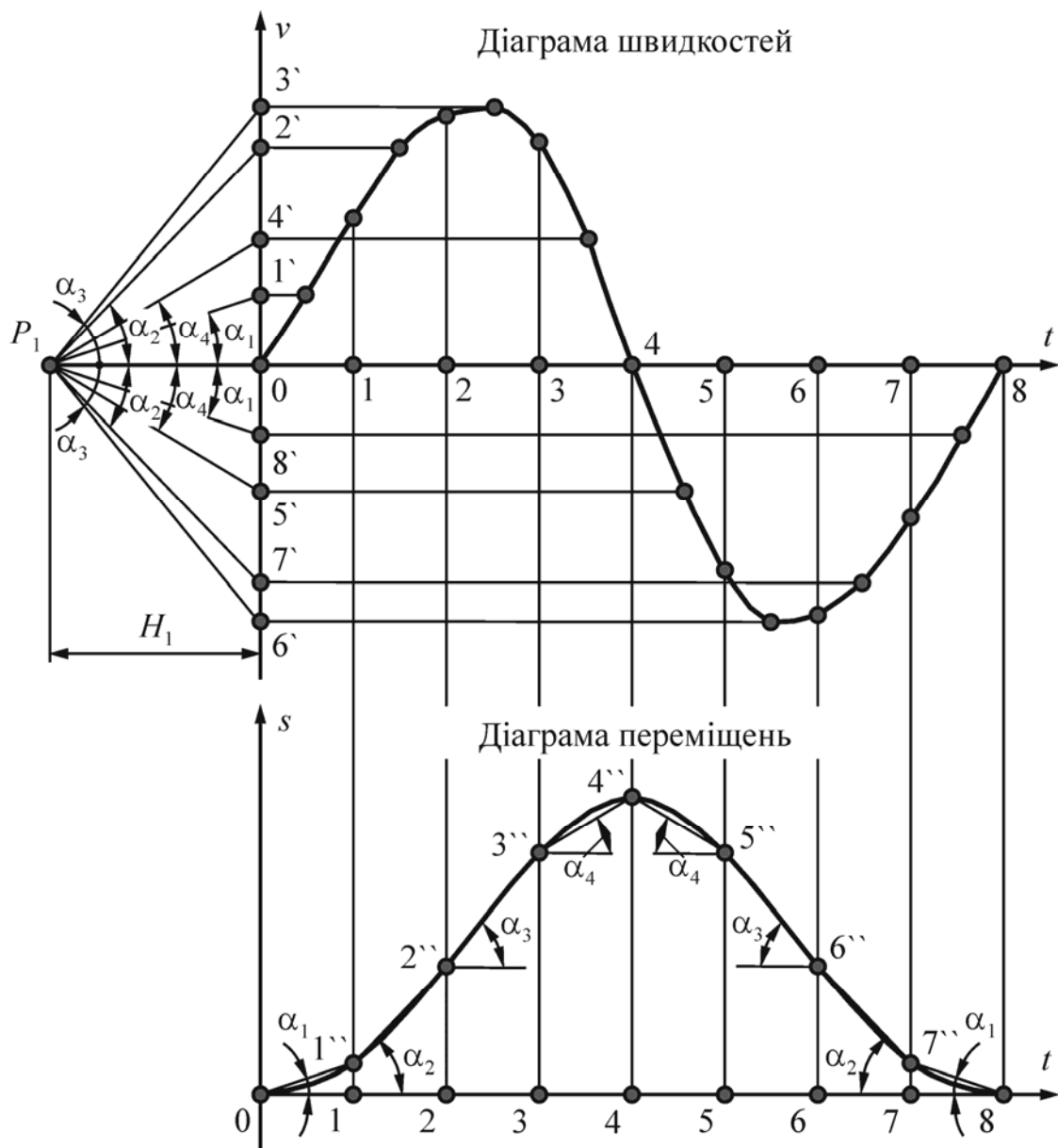


Рис. 3.2.7

В загальному випадку масштаб одержаної інтегральної кривої знаходять за формулою

$$\mu_y = \mu_{y'} \mu_x H,$$

яка впливає з формул (3.2.3) та (3.2.5).

3.3. Графоаналітичний метод кінематичного дослідження механізмів

Розглянуті методи графічного дослідження при всій їх простоті та наочності не розв'язують цілком питання кінематики механізмів. Побудовані діаграми переміщень, швидкостей і прискорень дають уявлення лише про скалярні кінематичні величини руху однієї точки (або ланки), напрямки ж векторів цих величин залишаються невідомими. Кінематичні параметри швидкості та прискорення можна визначати за допомогою графічного диференціювання лише після того, як побудовано траєкторію і графік переміщень.

У практичному застосуванні при дослідженні руху механізмів досить точним і зручним є **графоаналітичний метод**, що ґрунтується на побудові **планів швидкостей і прискорень**. Перевагою цього методу є те, що в результаті побудови планів одержують не тільки величини, але й напрямки швидкостей та прискорень відповідних точок і ланок механізму.

3.3.1. Побудова плану швидкостей

3.3.1.1. Метод подібності

Розглянемо довільне тіло K , що здійснює плоский рух. Положення твердого тіла у загальному випадку визначається трьома точками A , B , C (рис. 3.3.1, а), які незмінно зв'язані з тілом і утворюють жорсткий трикутник ABC .

Нехай відомі швидкості $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$ відповідно точок A , B , C і положення миттєвого центра швидкостей P . Вектор швидкості будь-якої точки направлений перпендикулярно до радіуса-вектора, який з'єднує цю точку з точкою P , тобто

$$\vec{v}_A \perp \vec{PA}, \quad \vec{v}_B \perp \vec{PB}, \quad \vec{v}_C \perp \vec{PC}.$$

Швидкості точок пропорціональні радіусам-векторам

$$\frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB} = \frac{v_C}{PC} = \omega,$$

де ω – миттєва кутова швидкість тіла K .

Візьмемо тепер будь-яку довільну точку p на площині (рис. 3.3.1, б) і побудуємо в деякому масштабі з цієї точки вектори швидкостей точок A, B, C . З'єднавши точки a, b і c – кінці векторів швидкостей $\vec{v}_A, \vec{v}_B, \vec{v}_C$ – одержимо **план швидкостей** тіла ABC . Якщо таким чином побудувати вектори швидкостей усіх крайніх точок тіла K і з'єднати їх між собою, на плані швидкостей отримаємо фігуру k , яка буде подібна до тіла K . Отже, **планом швидкостей будь-якого тіла (ланки) є геометричне місце кінців векторів швидкостей крайніх точок тіла, відкладених з однієї довільної точки, що називається полюсом плану швидкостей**.

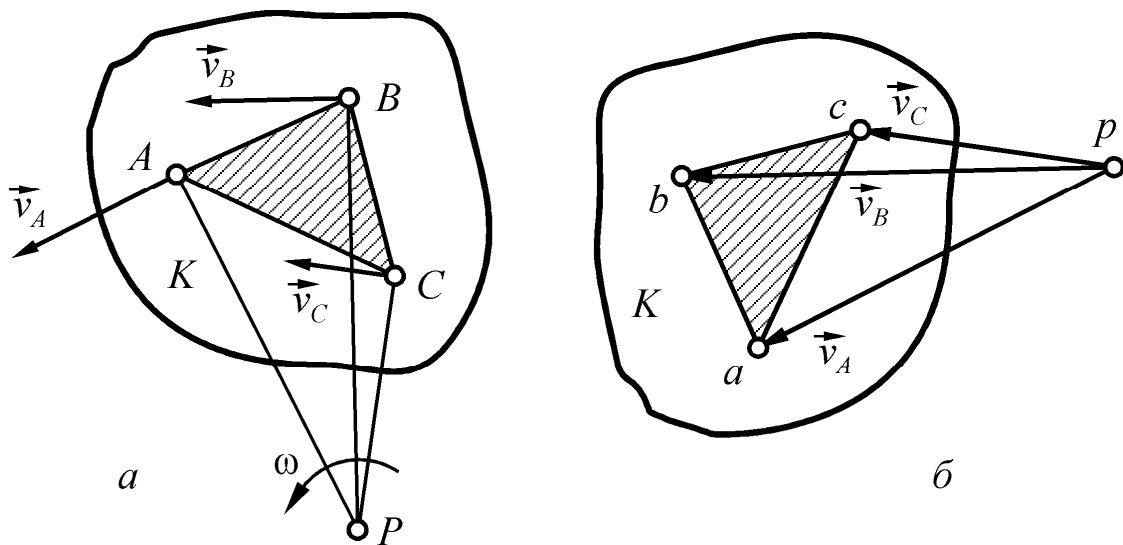


Рис. 3.3.1

Надалі позначатимемо точки ланок великими літерами ($A, B, C, \dots$), а їхні зображення на плані швидкостей малими ($a, b, c, \dots$).

У зв'язку з тим, що відрізки pa, pb, pc перпендикулярні до радіусів відповідно PA, PB, PC і пропорціональні їм, фігура $pabc$ подібна фігурі $PABC$ і повернута відносно неї на 90° в бік миттєвого обертання.

Звідси одержимо **теорему подібності** для планів швидкостей: **план швидкостей твердого тіла (ланки) подібний до тіла і повернутий відносно нього на 90° бік миттєвого обертання тіла**.

Теорема подібності справедлива тільки для незмінної матеріальної системи або абсолютно твердого тіла (ланки) і ні в якому випадку для механізму в цілому, що є змінною матеріальною системою. Для механізму, який складається з системи ланок і при русі постійно змінює свою форму, можна побудувати лише сукупність планів швидкостей окремих ланок, що побудовані з одного полюса.

3.3.1.2. Метод векторних рівнянь

В основі методу векторних рівнянь лежить **теорема кінематики про переміщення плоскої фігури**: довільне переміщення плоскої фігури в її площині можна здійснити шляхом поступального переміщення разом з довільною точкою – **полюсом**, і обертального руху навколо полюса.

Розглянемо приклад побудови плану швидкостей кривошипно-повзункового механізму (рис. 3.3.2, а), для якого задано кінематичну схему і закон руху кривошипа OA .

Для знаходження точок механізму скористаємося теоремою про переміщення плоскої фігури. Тоді рух шатуна AB можна розкласти на два прості: поступальний рух полюса – точки A , зі швидкістю $\vec{v}_A$, та обертальний рух навколо полюса зі швидкістю $\vec{v}_{BA}$. Справді, нехай спочатку всі точки шатуна AB рухаються поступально разом з полюсом зі швидкістю $\vec{v}_A$, при цьому вісь шатуна займе положення $A_1B'_1$. Потім, зупинивши полюс – точку A_1 , повернемо шатун AB так, щоб точка B'_1 потрапила на свою дійсну траєкторію $x-x$, тобто у точку B_1 .

Отже, векторне рівняння плоского руху шатуна матиме вигляд:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}. \quad (3.3.1)$$

Для визначення швидкостей побудуємо план швидкостей.

Так як заданий закон руху кривошипа OA , то знайдемо спочатку швидкість точки A :

$$v_A = \omega_1 l_{OA},$$

де ω_1 – кутова швидкість обертання кривошипа ($\omega_1 = \dot{\phi}_1 = \text{const}$) (якщо задано частоту обертання кривошипа n_1 , то $\omega_1 = \pi n_1 / 30$); l_{OA} – дійсна довжина кривошипа OA . Зазначимо, що вектор $\vec{v}_A$ направлений перпендикулярно до кривошипа OA в бік його руху.

Вектор $\vec{v}_A$ зображаємо відрізком pa (рис. 3.3.2, б), який у масштабі

$$\mu_v = v_A / pa,$$

визначає величину (модуль) швидкості точки A .

Проведемо через точку a (рис. 3.3.2, б) лінію, яка паралельна напрямку вектора швидкості $\vec{v}_{BA}$, а з полюса p – лінію, паралельну руху повзуна B ($\parallel x-x$). Точка перетину цих ліній визначить точку b – кінець векторів $\vec{v}_B$ і $\vec{v}_{BA}$. Відрізок ab визначає у масштабі величину (модуль) швидкості $\vec{v}_{BA}$, причому точка C , згідно з теоремою подібності, лежатиме на відрізку ab . Склавши пропорцію

$$\frac{ac}{ab} = \frac{AC}{AB},$$

одержимо довжину відрізка

$$ac = ab \frac{AC}{AB}.$$

Відкладемо відрізок ac на плані швидкостей і, з'єднавши точку c з полюсом p , отримаємо швидкість точки C : $v_C = (pc)\mu_v$.

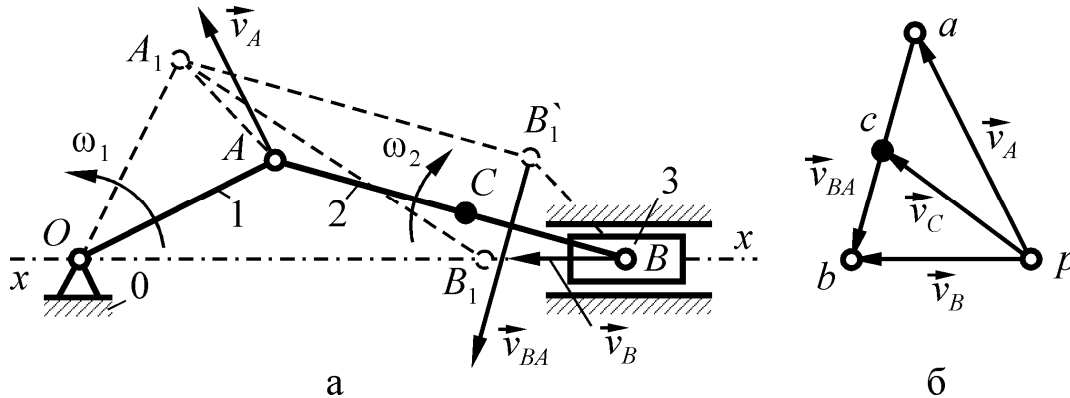


Рис. 3.3.2

Знайдемо кутову швидкість шатуна AB за формулою:

$$\omega_2 = v_{BA} / l_{AB},$$

де $v_{BA} = (ab)\mu_v$. Кутова швидкість ω_2 , відповідно до рис. 3.3.2, а, буде направлена за рухом годинникової стрілки.

3.3.2. Побудова плану прискорень методом векторних рівнянь

Плани прискорень будують аналогічно планам швидкостей.

Планом прискорень будь-якого твердого тіла (ланки) називають геометричне місце кінців векторів прискорень крайніх його точок, відкладених з однієї довільної точки, що називається полюсом плану прискорень.

Теорема подібності для планів прискорень формулюється так: **план прискорень будь-якого тіла (ланки) подібний до тіла і повернутий відносно нього на деякий невизначений кут.**

Розглянемо приклад побудови планів прискорень на прикладі кривошипно-повзункового механізму. Скористаємося векторним рівнянням плоского руху шатуна

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}, \quad (3.3.2)$$

де вектор прискорення $\vec{a}_B$ направлений уздовж напрямної $x-x$.

Прискорення точки A (рис. 3.3.3, а) є геометричною сумою нормального (доцентрового) і дотичного (тангенціального) прискорень:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau. \quad (3.3.3)$$

Нормальне прискорення $\vec{a}_A^n$ напрямлене вздовж кривошипа до його центра обертання – точки O , а дотичне $\vec{a}_A^\tau$ – перпендикулярно кривошипу і направлене в бік напрямку кутового прискорення ε_1 ланки 1. Модулі цих прискорень знаходять за формулами

$$a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = \frac{v_A^2}{l_{OA}}, \quad a_A^\tau = \frac{dv_A}{dt} = \varepsilon_1 l_{OA}.$$

Якщо початкова ланка обертається рівномірно ($\omega_1 = \dot{\phi}_1 = \text{const}$), то $\varepsilon_1 = d\omega_1 / dt = 0$, а отже, $a_A^\tau = 0$, тобто

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n. \quad (3.3.4)$$

Прискорення $\vec{a}_{BA}$ розкладається теж на дві складові:

$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau. \quad (3.3.5)$$

Вектор нормального прискорення $\vec{a}_{BA}^n$ направлений уздовж шатуна від точки B до A , а дотичне $\vec{a}_{BA}^\tau$ – перпендикулярно до шатуна ($\vec{a}_{BA}^\tau \perp \vec{a}_{BA}^n$).

Отже, з врахуванням (3.3.4) та (3.3.5), рівняння (3.3.2) матиме вигляд

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau. \quad (3.3.6)$$

Прийнявши деяку точку π за полюс плану прискорень (рис. 3.3.3, б), відкладемо вектор, який зображує нормальне прискорення точки A , у вигляді відрізка πa . Тоді масштаб (масштабний коефіцієнт) прискорень знайдемо зі співвідношення

$$\mu_a = a_A / \pi a, \quad \text{м}/(\text{мм} \cdot \text{с}^2).$$

Модуль прискорення $\vec{a}_{BA}^n$ визначається за формулою

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = v_{BA}^2 / l_{AB}.$$

Прискорення $\vec{a}_{BA}^n$ зображено відрізком $\pi n = a_{BA}^n / \mu_a$, який прикладено своїм початком у точку a . Через його кінець (точку n) проведемо лінію паралельну дотичному прискоренню $\vec{a}_{BA}^\tau$, а через полюс π – лінію паралельну прискоренню точки B ($\vec{a}_B$). Точка перетину напрямків прискорень $\vec{a}_B$ і $\vec{a}_{BA}^\tau$ визначить точку b – кінець векторів

$\vec{a}_B$ і $\vec{a}_{BA}^\tau$. З'єднавши точки a і b , знайдемо вектор повного прискорення $\vec{a}_{BA}$. З'єднавши точку π з серединою відрізка ab , знайдемо прискорення $\vec{a}_C$ ($a_C = (\pi c)\mu_a$).

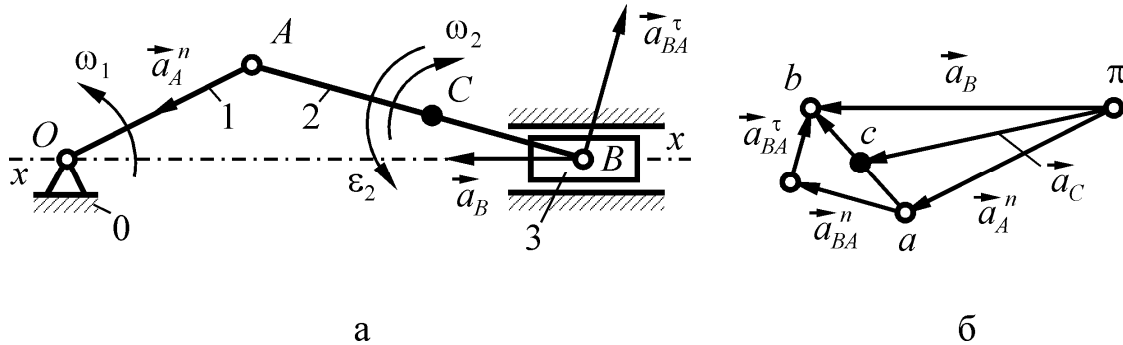


Рис. 3.3.3

Модуль кутового прискорення шатуна $\varepsilon_2 = a_{BA}^\tau / l_{AB}$. Відповідно до рис. 3.3.3, а, кутове прискорення ε_2 направлене проти руху годинникової стрілки. Отже, рух шатуна AB в цьому положенні сповільнений, оскільки кутова швидкість ω_2 має інший напрямок (рис. 3.3.2, а).

3.4. Аналітичні методи кінематичного дослідження плоских механізмів

До переваг аналітичних методів кінематичного розрахунку механізмів слід віднести велику точність і можливість швидко змінювати (на відміну від попередніх методів) вхідні параметри механізму та відразу одержувати відповідний результат у вигляді графіків, таблиць.

Серед аналітичних методів кінематичного розрахунку механізмів на практиці найбільшого поширення набули:

- 1) **метод замкнутого векторного контуру**, запропонований **В.А. Зінов'євим** для плоских і просторових важільних механізмів;
- 2) **алгебраїчний метод**, заснований на використанні матриць, запропонований **Ю.Ф. Морошкіним**.

Перший метод має переважне застосування для важільних механізмів. Метод Морошкіна більш поширений при дослідженні просторових механізмів у вигляді незамкнених кінематичних ланцюгів з кількома ступенями рухомості. Він найчастіше застосовується при дослідженні маніпуляторів. Основна його перевага в тому, що він формалізований і тому легко реалізується на ПЕОМ.

3.4.1. Метод замкнених векторних контурів

Згідно з теорією, кожен ланку механізму, в тому числі і стояк, зображують вектором з відповідним напрямком. Вектори утворюють один чи декілька замкнених контурів.

Векторним рівнянням замкненості називається векторна сума векторів одного замкненого контуру. Залежно від збігу або протилежності напрямків векторів обходу контуру, вони входять в рівняння зі знаком «+» чи «-». Коли у ланцюгу механізму декілька контурів, збільшується кількість рівнянь замкненості. З усієї сукупності цих рівнянь треба вибрати найбільшу сукупність незалежних, а решту відкинути.

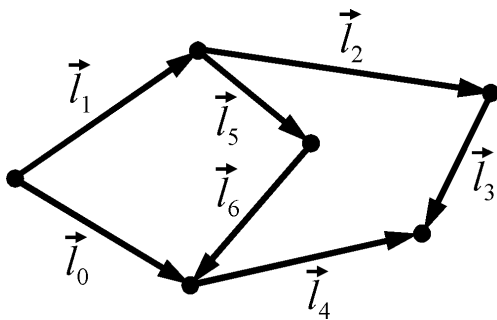


Рис. 3.4.1

Наприклад, для складного векторного ланцюга (рис. 3.4.1) можна скласти три рівняння замкненості:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 - \vec{l}_4 - \vec{l}_0 = 0,$$

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_5 + \vec{l}_6 - \vec{l}_0 = 0,$$

$$\vec{l}_2 + \vec{l}_3 - \vec{l}_4 - \vec{l}_6 - \vec{l}_5 = 0,$$

але незалежними будуть тільки два з них. Дійсно, третє рівняння – різниця першого і другого.

Незалежні рівняння замкненості проєктують на відповідні осі обраної системи координат. Одержується нелінійна система алгебраїчних рівнянь для визначення залежних узагальнених координат як функцій від незалежних. Диференціюючи за часом рівняння проєкцій, знаходять лінійну систему алгебраїчних рівнянь для визначення залежних кутових швидкостей ланок через незалежні.

Аналогічну систему алгебраїчних рівнянь для визначення залежних кутових прискорень ланок, як функцій від незалежних, одержують після подвійного диференціювання за часом проєкцій рівнянь замкненості контурів.

Напрямки векторів обирають таким чином, щоб вони вказували послідовність побудови схеми механізму. Спочатку розмічають його нерухомі точки, потім у вигляді вектора зображають початкову ланку. При цьому вектор виходить з нерухомої точки. Обходячи кожен векторний контур схеми у довільно взятому напрямку, складають рівняння замкненості, в котрих вектори, спрямовані проти напрямку обходу контуру, входять зі знаком «-».

За початок системи координат здебільшого беруть центр шарніру, який з'єднує початкову ланку зі стояком. Кут між вектором і віссю x , кутові швидкості та прискорення рахують додатними, коли вони

напрявлені проти ходу годинникової стрілки. У протилежному випадку їх вважають від'ємними.

Послідовність розрахунку механізму визначається формулою його будови і здійснюється від останньої приєднаної групи до початкової ланки. Нижче розглянемо використання методу Зінов'єва на прикладі груп Ассура II класу 1, 2, 3-го видів.

3.4.2. Аналітична кінематика механізму II класу 1-го виду (кривошипно-коромисловий механізм)

Важільний кривошипно-коромисловий механізм може бути представлений двома схемами складання (рис. 3.4.2, а, б).

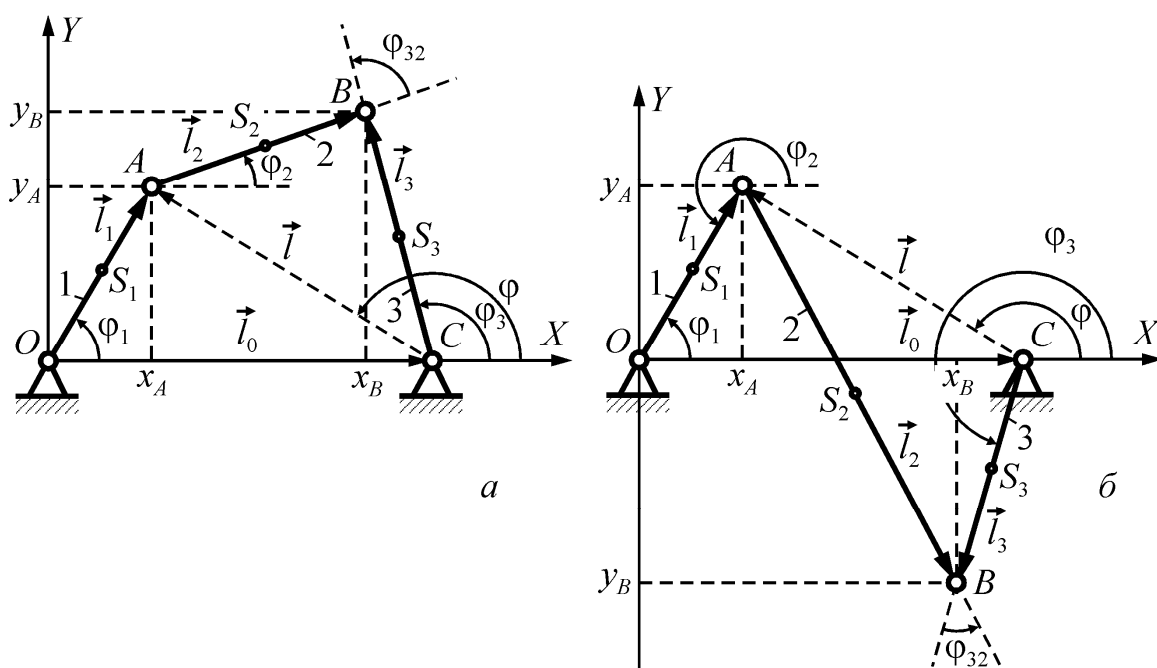


Рис. 3.4.2

Його схема утворюється вхідною ланкою OA та групою Ассура II класу 1-го виду. Схему цього механізму подамо у вигляді замкненого векторного контуру $OABC$, якому відповідає рівняння замкненості

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_0 + \vec{l}_3. \quad (3.4.1)$$

Виберемо систему координат XOY таким чином, щоб її початок співпадав з шарніром O , з'єднуючим початкову ланку зі стояком. Відлік кутів нахилу почнемо від додатного напрямку осі X проти ходу годинникової стрілки. Проектуючи рівняння (3.4.1) на осі нерухомої системи координат XOY , знайдемо:

$$\begin{aligned} X: \quad l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= l_0 + l_3 \cos \varphi_3, \\ Y: \quad l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 &= l_3 \sin \varphi_3. \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

В системі (1.2) кут φ_1 – незалежний, а φ_2, φ_3 – залежні від нього.

Визначення величин невідомих кутів через систему рівнянь є важким, бо рівняння відносно них трансцендентні. Більш простим шляхом є використання геометричних співвідношень у кінематичній схемі механізму.

З $\triangle OAC$ (рис. 3.4.2, а) знаходимо довжину l за теоремою косинусів

$$l = \sqrt{l_1^2 + l_0^2 - 2l_1l_0 \cos \varphi_1} . \quad (3.4.3)$$

Кут φ , утворений з віссю X , визначимо таким чином:

$$\cos \varphi = \frac{l_1 \cos \varphi_1 - l_0}{l}, \quad \sin \varphi = \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l} . \quad (3.4.4)$$

Тоді рівняння (3.4.2), з урахуванням (3.4.4), можна звести до виду:

$$l_3 \cos \varphi_3 - l_2 \cos \varphi_2 = l \cos \varphi, \quad l_3 \sin \varphi_3 - l_2 \sin \varphi_2 = l \sin \varphi . \quad (3.4.5)$$

Піднесемо праві та ліві частини рівняння (3.4.5) до квадрата, додамо їх, після перетворення знайдемо, що

$$\cos(\varphi_3 - \varphi_2) = \frac{l_2^2 + l_3^2 - l^2}{2l_2l_3} . \quad (3.4.6)$$

Введемо кут $\varphi_{32} = \varphi_3 - \varphi_2$. Для першого варіанта складання механізму $0 < \varphi_{32} < 180^\circ$, а для другого $-180^\circ < \varphi_{32} < 0$. Тому

$$\sin \varphi_{32} = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{32}} , \quad (3.4.7)$$

де «+» для першого варіанта складання механізму, «-» – другого. Рівняння (3.4.5) подамо у вигляді:

$$l_3 \cos \varphi_3 - l \cos \varphi = l_2 \cos \varphi_2, \quad l_3 \sin \varphi_3 - l \sin \varphi = l_2 \sin \varphi_2 . \quad (3.4.8)$$

Піднесемо ліві та праві частини рівняння (3.4.8) до квадрата, складемо їх, після перетворення отримаємо

$$\cos(\varphi - \varphi_3) = \frac{l_3^2 + l^2 - l_2^2}{2l_3l} . \quad (3.4.9)$$

Для першого варіанта складання механізму $0 < (\varphi - \varphi_3) < 180^\circ$, для другого $-180^\circ < (\varphi - \varphi_3) < 0$. Тому

$$\sin(\varphi - \varphi_3) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(\varphi - \varphi_3)} , \quad (3.4.10)$$

де «+» для першого варіанта складання механізму, «-» – другого.

Знаходимо кути φ_2 та φ_3 , які визначають положення ланок механізму під час руху, в залежності від кута обертання φ_1 кривошипа:

$$\varphi_3 = \varphi - (\varphi - \varphi_3), \quad \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_{32} . \quad (3.4.11)$$

В праві частини рівнянь (3.4.11) треба підставляти φ , $(\varphi - \varphi_3)$, φ_{32} , знайдені, відповідно, з рівнянь (3.4.4), (3.4.7), (3.4.10).

Координати, проекції швидкостей та прискорень точок A , B , S_2 , S_3 , можна визначити за формулами:

$$\begin{aligned}
 x_A &= l_1 \cos \varphi_1, \quad v_{Ax} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1, \\
 a_{Ax} &= -l_1 (\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1); \\
 x_B &= l_0 + l_3 \cos \varphi_3, \quad v_{Bx} = -l_3 \omega_3 \sin \varphi_3, \\
 a_{Bx} &= -l_3 (\omega_3^2 \cos \varphi_3 + \varepsilon_3 \sin \varphi_3); \\
 y_A &= l_1 \sin \varphi_1, \quad v_{Ay} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1, \\
 a_{Ay} &= -l_1 (\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cos \varphi_1); \\
 y_B &= l_3 \sin \varphi_3, \quad v_{By} = l_3 \omega_3 \cos \varphi_3, \\
 a_{By} &= -l_3 (\omega_3^2 \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cos \varphi_3); \\
 x_{S2} &= l_1 \cos \varphi_1 + l_{AS2} \cos \varphi_2, \quad v_{S2x} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_{AS2} \omega_2 \sin \varphi_2, \\
 a_{S2x} &= -l_1 (\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1) - l_{AS2} (\omega_2^2 \cos \varphi_2 + \varepsilon_2 \sin \varphi_2); \\
 y_{S2} &= l_1 \sin \varphi_1 + l_{AS2} \sin \varphi_2, \quad v_{S2y} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_{AS2} \omega_2 \cos \varphi_2, \\
 a_{S2y} &= -l_1 (\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cos \varphi_1) - l_{AS2} (\omega_2^2 \sin \varphi_2 - \varepsilon_2 \cos \varphi_2); \\
 x_{S3} &= l_0 + l_{CS3} \cos \varphi_3, \quad v_{S3x} = -l_{CS3} \omega_3 \sin \varphi_3, \\
 a_{S3x} &= -l_{CS3} (\omega_3^2 \cos \varphi_3 + \varepsilon_3 \sin \varphi_3); \\
 y_{S3} &= l_{CS3} \sin \varphi_3, \quad v_{S3y} = l_{CS3} \omega_3 \cos \varphi_3, \\
 a_{S3y} &= -l_{CS3} (\omega_3^2 \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cos \varphi_3). \tag{3.4.12}
 \end{aligned}$$

Значення кутових швидкостей ω_2 та ω_3 , кутових прискорень ε_2 та ε_3 знаходимо, продиференціювавши рівняння (3.4.2):

$$\begin{aligned}
 \omega_2 &= -\omega_1 \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}, \quad \omega_3 = \omega_1 \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}; \\
 \varepsilon_2 &= \frac{-l_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - l_2 \omega_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + l_3 \omega_3^2}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} + \varepsilon_1 \frac{\omega_2}{\omega_1}, \\
 \varepsilon_3 &= \frac{l_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - l_3 \omega_3^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + l_2 \omega_2^2}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} + \varepsilon_1 \frac{\omega_3}{\omega_1}. \tag{3.4.13}
 \end{aligned}$$

Абсолютні значення швидкостей та прискорень точок A , B , S_2 , S_3 , знаходимо за формулами:

$$v_A = l_1 \omega_1, \quad a_A = l_1 \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2};$$

$$\begin{aligned}
v_B &= l_3 \omega_3, \quad a_B = l_3 \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2}; \\
v_{S2} &= \sqrt{v_{S2x}^2 + v_{S2y}^2}, \quad a_{S2} = \sqrt{a_{S2x}^2 + a_{S2y}^2}; \\
v_{S3} &= \sqrt{v_{S3x}^2 + v_{S3y}^2}, \quad a_{S3} = \sqrt{a_{S3x}^2 + a_{S3y}^2}.
\end{aligned} \quad (3.4.14)$$

3.4.3. Аналітична кінематика механізму II класу 2-го виду (кривошипно-повзунковий механізм)

Кривошипно-повзунковий механізм (рис. 3.4.3) складається з кривошипа (початкової ланки) та структурної групи II класу 2-го виду.

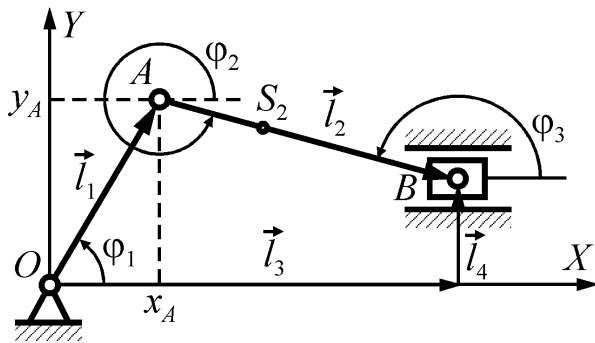


Рис. 3.4.3

Складаємо рівняння замкнутого контуру

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_3 + \vec{l}_4. \quad (3.4.15)$$

Проектуючи рівняння (3.4.15) на осі X та Y , дістанемо:

$$l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 = l_3,$$

$$l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 = l_4. \quad (3.4.16)$$

Рівняння містять дві невідомі: відрізок l_3 та кут φ_2 . Визначаємо кут φ_2 з рівнянь (3.4.16)

$$\sin \varphi_2 = (l_4 - l_1 \sin \varphi_1) / l_2. \quad (3.4.17)$$

Тоді

$$\cos \varphi_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_2}. \quad (3.4.18)$$

Для визначення швидкостей та прискорень двічі продиференціюємо систему рівнянь (3.4.16) за часом:

$$\begin{aligned}
\omega_2 &= -\frac{l_1}{l_2} \omega_1 \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2} + \varepsilon_1 \frac{\omega_2}{\omega_1}; \\
v_B &= \frac{l_1 \omega_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_2}, \\
a_B &= -\frac{l_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + l_2 \omega_2^2}{\cos \varphi_2} + \varepsilon_1 \frac{v_B}{\omega_1}.
\end{aligned} \quad (3.4.19)$$

Визначаємо координати точок A , S_2 , B :

$$x_A = l_1 \cos \varphi_1, \quad y_A = l_1 \sin \varphi_1,$$

$$x_{S2} = l_1 \cos \varphi_1 + l_{AS2} \cos \varphi_2, \quad y_{S2} = l_1 \sin \varphi_1 + l_{AS2} \sin \varphi_2, \\ x_B = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2, \quad y_B = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2. \quad (3.4.20)$$

Проекції векторів швидкостей та прискорень точок A , S_2 , B , визначаємо згідно формул:

$$v_{Ax} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1, \quad v_{Ay} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1, \\ v_{S2x} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_{AS2} \omega_2 \sin \varphi_2, \quad v_{S2y} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_{AS2} \omega_2 \cos \varphi_2, \\ v_{Bx} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2 \sin \varphi_2, \quad v_{By} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_2 \omega_2 \cos \varphi_2; \\ a_{Ax} = -l_1 (\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1), \quad a_{Ay} = -l_1 (\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cos \varphi_1), \\ a_{S2x} = -l_1 (\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1) - l_{AS2} (\omega_2^2 \cos \varphi_2 + \varepsilon_2 \sin \varphi_2), \\ a_{S2y} = -l_1 (\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cos \varphi_1) - l_{AS2} (\omega_2^2 \sin \varphi_2 - \varepsilon_2 \cos \varphi_2), \\ a_{Bx} = -l_1 (\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1) - l_2 (\omega_2^2 \cos \varphi_2 + \varepsilon_2 \sin \varphi_2), \\ a_{By} = -l_1 (\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cos \varphi_1) - l_2 (\omega_2^2 \sin \varphi_2 - \varepsilon_2 \cos \varphi_2). \quad (3.4.21)$$

3.4.4. Аналітична кінематика механізму II класу 3-го виду (кулісний механізм)

Кулісний механізм (рис. 3.4.4) складається з вихідної ланки (кривошипа) та структурної групи II класу 3-го виду.

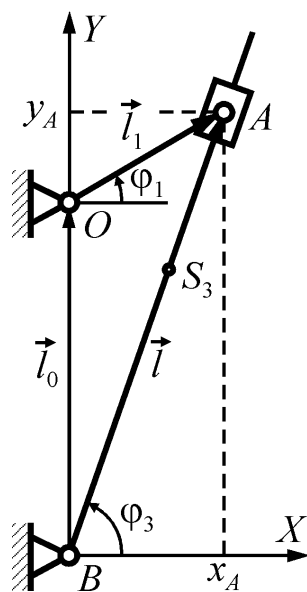


Рис. 3.4.4

Складаємо векторне рівняння замкненого контуру

$$\vec{l} = \vec{l}_0 + \vec{l}_1. \quad (3.4.22)$$

Проектуємо його на осі X та Y :

$$l \cos \varphi_3 = l_1 \cos \varphi_1, \\ l \sin \varphi_3 = l_0 + l_1 \sin \varphi_1. \quad (3.4.23)$$

З рівнянь (3.4.23) знаходимо:

$$\cos \varphi_3 = l_1 \cos \varphi_1 / l, \\ \sin \varphi_3 = (l_0 + l_1 \sin \varphi_1) / l. \quad (3.4.24)$$

Довжина вектора $\vec{l}$

$$l = \sqrt{l_0^2 + l_1^2 + 2l_0l_1 \sin \varphi_1}. \quad (3.4.25)$$

Продиференціювавши рівняння (3.4.23), визначимо кутову швидкість куліси

$$\omega_3 = l_1 \omega_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) / l. \quad (3.4.26)$$

Відносну швидкість повзуна (кулісного каменя 2) вздовж куліси знаходимо за формулою:

$$v_{A_2 A_3} = -l_1 \omega_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) . \quad (3.4.27)$$

Кутове прискорення куліси

$$\varepsilon_3 = \frac{2\omega_3 v_{A_2 A_3} + l_1 \omega_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l} + \varepsilon_1 \frac{\omega_3}{\omega_1} . \quad (3.4.28)$$

Відносне прискорення ковзання повзуна вздовж куліси

$$a_{A_2 A_3}^r = l\omega_3^2 - l_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \varepsilon_1 \frac{v_{A_2 A_3}}{\omega_1} . \quad (3.4.29)$$

Прискорення Коріоліса

$$a_{A_2 A_3}^k = 2\omega_3 v_{A_2 A_3} . \quad (3.4.30)$$

Координати, проекції швидкостей та прискорень шарніра A визначаємо згідно формул:

$$\begin{aligned} x_A = l_1 \cos \varphi_1, \quad y_A = l_1 \sin \varphi_1; \quad v_{Ax} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1, \quad v_{Ay} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1; \\ a_{Ax} = -l_1 (\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1), \quad a_{Ay} = -l_1 (\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cos \varphi_1) . \end{aligned} \quad (3.4.31)$$

Значення координат, проекції швидкостей та прискорень точки A_3 , яка знаходиться на кулісі ($A_3=A$):

$$\begin{aligned} x_{A_3} = x_A, \quad v_{A_3x} = -l\omega_3 \sin \varphi_3, \quad a_{A_3x} = -l(\omega_3^2 \cos \varphi_3 - \varepsilon_3 \sin \varphi_3); \\ y_{A_3} = y_A, \quad v_{A_3y} = l\omega_3 \cos \varphi_3, \quad a_{A_3y} = -l(\omega_3^2 \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cos \varphi_3) . \end{aligned} \quad (3.4.32)$$

Модулі швидкостей та прискорень точок A , A_3 однакові і визначаються за формулами:

$$v_A = l_1 \omega_1, \quad a_A = l_1 \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2}; \quad v_{A_3} = l\omega_3, \quad a_{A_3} = l \sqrt{\omega_3^2 + \varepsilon_3^2} . \quad (3.4.33)$$

Вищевикладена методика є загальною для механізмів з будь-якою кількістю ланок.

3.5. Питання для самоконтролю

1. Що розглядається при кінематичному дослідженні механізму?
2. Назвіть основні задачі кінематичного дослідження механізмів?
3. Для чого потрібні основні кінематичні параметри механізмів?
4. Що називають періодом руху механізму?
5. Які методи кінематичного дослідження існують?
6. Що називають масштабним коефіцієнтом?
7. Які графічні методи використовують для кінематичного дослідження механізмів?
8. Що називають планом швидкостей?
9. За якими формулами визначається швидкість та прискорення точок при плоскопаралельному русі ланки?

10. Які аналітичні методи використовують для кінематичного дослідження механізмів?

3.6. Список використаної літератури

1. *Артобольский И.И. Теория механизмов и машин.* – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. *Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин: підручник.* – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
3. *Теория механизмов и машин* / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
4. *Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин.* – К.: Вища шк., 1989. – 335 с.
5. **Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ. Навчальний посібник** / Ф.Й. Златопольський, Г.Б. Філімоніхін, В.В. Коваленко, О.Б. Чайковський. – 2-е вид., пер. і доп. – Кіровоград: ПП «Код», 2003. – 149 с.

Література

1. *Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин.* – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. *Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов.* – М.: Наука, 1990. – 592 с.
3. *Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин: підручник.* – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. *Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова.* – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
5. *Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин.* – К.: Вища шк., 1989. – 335 с.
6. *Артоболевский И.И., Эдельштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин.* – М.: Наука, 1973. – 256 с.
7. **Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ. Навчальний посібник / Ф.Й. Златопольський, Г.Б. Філімоніхін, В.В. Коваленко, О.Б. Чайковський.** – 2-е вид., пер. і доп. – Кіровоград: ПП «Код», 2003. – 149 с.

Предметний покажчик

А		К	
автоматична лінія	12	кінематична пара	10
аналіз	8, 20	вища	25
динамічний	8	гвинтова	23
кінематичний	8	куля-площина	23
структурний	8	куля-циліндр	23
		нижча	25
В		обертова	23
векторне рівняння замкненості	76	площинна	23
властивість інверсії	25	поступальна	23
		сферична	23
Г		сферична з пальцем	23
генератор	11	циліндрична	23
група Ассура	39	циліндр-площина	23
		кінематичне з'єднання	33
Д		кінематичний ланцюг	10, 32
двигун	11	замкнутий	33
деталь	9	незамкнутий	32
диференціювання		плоский	33
методом		простий	32
дотичних	65	просторовий	33
хорд	67	складний	32
		кінематичні параметри	60
З		клас	
замикання пари		групи	45
геометричне	26	контуру	45
силове	26	механізму	45
зв'язки		класифікація	
зайві	49	Артоблевського	22
		Добровольського	23
І		коромисло	14
інтегрування		кривошип	14
методом		кулачок	15
хорд	68	куліса	15
		кулісний камінь	15
		Л	
		ланка	
		ведена	13
		ведуча	13
		вихідна	13

вхідна	13
з'єднуюча	13
нерухома	10
початкова	36
проміжна	13, 55
рухома	9

М

масштабний коефіцієнт	62
машина	10
автомат	11
енергетична	11
інформаційна	11
кібернетична	11
контрольно-керуюча	11
математична	11
робоча	11
технологічна	11
транспортна	11
машинний агрегат	12
метод	
алгебраїчний	75
векторних рівнянь	72
замкненого векторного контуру	75
засічок	62
Зінов'єва	75
інверсії	46
кінематичного дослідження	
аналітичний	61
графічний	60
графоаналітичний	61
експериментальний	61
Морошкіна	75
нашарування структурних груп	46
планів швидкостей і прискорень	70
механізм	12
II класу	42
IV класу	44
важільний	15, 26
гвинтовий	18
двокоромисловий	42
двокривошипний	42
зубчастий	16, 30

рядовий	31
сателітний	31
III класу	43
клиновий	18
кривошипно-коромисловий	42
кривошипно-кулісний	27, 42
кривошипно-повзунковий	26, 42
кривошипно-шатунний	26
кулачковий	15, 29
мальтійський	18
плоский	13
просторовий	13
раціональний	51
синусний	42
статично невизначений	49
тангенсний	42
фрикційний	16, 31
храповий	18
модель	12

П

передача	
зубчаста	16, 30
ланцюгова	18, 29
ремінна	18, 29
фрикційна	16, 29, 31
період	
руху	60
план	
прискорень	73
швидкостей	71
повзун	14
полюс	72
плану прискорень	73
плану швидкостей	71
проект	19
проектування	19
інженерне	19

С

синтез	8, 20
стояк	10, 14
структурна група	39
структурний	
аналіз	51

синтез	45
ступені вільності	
зайві	49
схема	
кінематична	14
структурна	14

Т

теорема	
подібності	71
про переміщення плоскої фігури	72
теорія	
машин	8
механізмів	8
типовий механізм	7

У

умова	
зв'язку	22
структурної еквівалентності	53

Ф

формула	
будови механізму	45
Добровольського	36
Сомова-Малишева	35
Чебишева	35

Ц

цикл	
руху	60

Ч

число	
ступенів вільності	22
умов зв'язку	22

Ш

шарнір	
універсальний	28
шатун	14

Теорія механізмів і машин. Частина 1

Навчальний посібник

Укладачі: В. В. Пирогов;
Г. Б. Філімоніхін;
А. Ю. Невдаха.

Комп'ютерний набір
кафедра ДМ та ПМ
т. (0522) 597-547

Підп. до друку Формат 60x84 1/16 (A5). Папір друк №3. Друк офсетний.
Умов. друк. арк. 5 Ум. фарбо-відб. Облік.-вид.арк. . Тираж прим.
Зам. №

Кіровоградський національний технічний університет
25030, м. Кіровоград. пр. Університетський, 8
