

заплановано переглянути програми підготовки та перепідготовки фахівців із дошкільної освіти. ВНЗ також будуть проводитись реформи у навчанні студентів для роботи в дошкільних навчальних закладах, тому що постійно змінюються методики та підходи, і запити батьків кожного року зростають.

Відкриття дошкільних навчальних закладів приватної форми власності розширить можливості щодо реалізації права кожної дитини на доступність вибору форми здобуття дошкільної освіти та повноцінний фізичний, інтелектуальний, моральний, естетичний і соціальний розвиток відповідно до задатків та нахилів дитини.

Список літератури

1. Про Національну доктрину розвитку освіти [Текст] // Указ Президента України від 17.04.2002 № 347/2002
2. Офіційний сайт Державного ДНЗ «Горобинка». – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://dytsadok.info/dytyachyj-sadok/22876454/>
3. Офіційний сайт приватного ДНЗ «Сонечко». – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://sadok-54.org/>

Одержано 22.04.16

УДК 006.9

І.Ф. Василенко, доц., канд. техн. наук

Кіровоградський національний технічний університет, м. Кіровоград

Вплив концепції невизначеності вимірювань на метрологічну діяльність

У останні роки в теоретичній та практичній метрології виникають зміни, які пов'язані з введенням поняття «невизначеність» для оцінювання достовірності результатів вимірювань та засобів вимірювання. У статті розглядаються особливості вимірювань з використанням концепції невизначеності, класифікація невизначеностей та методика їх оцінювання.

вимірювання, невизначеність, похибка

Постановка проблеми. В останні роки в теоретичній та практичній метрології виникають зміни, які пов'язані з введенням, в першу чергу, поняття «невизначеність» для оцінювання достовірності результатів вимірювань та засобів вимірювання. Це пов'язано з тим, що у «класичній» метрології за останні 50 років необхідний рівень точності підвищився в 10 разів, і ця тенденція утримується [1]. Поряд з цим при проведенні деяких метрологічних робіт зберігається використання поняття «похибка». Така подвійність оцінки результатів вимірювань зумовлює досить повільне впровадження невизначеності в метрологічну практику України [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для кращого розуміння різниці в поняттях похибки та невизначеності проаналізуємо їх концепції. Класичний підхід ґрунтується на твердженні, що вимірювана величина, зрештою може бути охарактеризована єдиним, істинним значенням, але через похибки (систематичні та випадкові) вимірювальних пристроїв і методів, воно не може бути визначено. А у підході з позицій невизначеності існує твердження, що коли усі відомі чи припустимі складові похибки враховані, оцінені та внесені усі відповідні правки, досі залишається невизначеність щодо істинності встановленого результату, тобто є сумнів щодо того, наскільки точно результат вимірювання відображає значення вимірюваної величини. Наприклад, при одноразовому вимірюванні результат може випадково співпасти із умовно істинним значенням вимірюваної величини, тобто похибка може дорівнювати нулю. Але невизначеність, як міра невпевненості у отриманому результаті, може виявитись значною, оскільки враховує можливе розсіювання результатів вимірювання. В підході з позицій невизначеності від поняття «істинне значення» відмовились, оскільки воно не тільки не відоме, а ще й не існує взагалі, бо із наближенням до умовно істинного значення (зі зменшенням невизначеності) необхідно враховувати усе більшу кількість факторів, навіть до атомної будови речовини, і враховувати невизначеність квантової механіки [2-5].

Постановка завдання. У 2003 Україна приєдналася до «Угоди про взаємне визнання національних еталонів і сертифікатів калібрування та вимірювання, що видаються національними метрологічними інститутами (CIPM MRA)», що зумовлює потребу у переході до нової системи забезпечення єдності вимірювання [1].

Розглянемо особливості та шляхи переходу до вимірювань в концепції невизначеності.

Виклад основного матеріалу. У основі розбіжностей двох концепцій метрології знаходяться різні філософські підходи до вимірювання. Вони полягають в різних тлумаченнях двох основних понять метрології, які стосуються істинного значення вимірюваної величини та результату вимірювання.

Адекватним представленням вимірюваної величини потрібно вважати не величину з унікальним (єдиним) числовим значенням, а величину, яка характеризується набором числових значень, що знаходяться в межах деякого інтервалу. Цей інтервал називають невизначеністю визначення вимірюваної величини і він визначає неповноту врахування деталей (факторів) при описі вимірюваної величини. Невизначеність відповідає вимогам адекватності істинного значення величини його визначенню.

Метою вимірювання в концепції невизначеності є визначення інтервалу обґрунтованих значень вимірюваної величини, який базується на припущенні, що при виконанні вимірювань не було припущено помилок.

Оцінювання невизначеності – процес творчий. Усіх факторів, які спричиняють невизначеність вимірювання, врахувати практично неможливо. Тому що, коли вже враховані усі похибки приладів, поправки, впливи зовнішніх факторів і суб'єктивні впливи, невизначеності властивостей речовин, то невизначеності, наприклад, взаємодії молекул речовин, припущення щодо будови матеріалу, невизначеності, спричинені ще безліччю інших факторів, залишатимуться не врахованими.

Тому, творчість в оцінюванні невизначеності і полягає саме у визначенні межі, на якій вже варто зупинитись. Тобто потрібно не намагатись оцінити усі фактори, а лише необхідні і достатні, які суттєво впливають на результат випробовування (вимірювання).

Єдина система забезпечення єдності вимірювання необхідна для забезпечення їхньої придатності до застосування та взаємовизнання результатів вимірювання.

Принципи єдності вимірювання [4]:

1. Результати вимірювань є випадковою величиною.
2. Задачі вимірювання:

- отримати значення вимірюваної величини;
- розрахувати характеристики точності результату вимірювання (невизначеність);
- оцінити характеристики достовірності отриманого результату (рівень довіри. Відповідний термін в теорії похибок – довірча ймовірність).

3. Функція розподілу ймовірностей – є вичерпним описом випадкової величини.

4. Щільність розподілу ймовірностей визначають як похідну від функції розподілу випадкової величини, і вона є наочним поданням розподілу ймовірностей.

Результат вимірювання завжди відрізняється від істинного значення величини, через:

- недосконалість методу випробовування (вимірювання);
- недоліки засобів вимірювальної техніки (ЗВТ);
- взаємодію ЗВТ із об'єктом випробовування;
- суб'єктивні помилки оператора;
- вплив випробувального середовища тощо.

Класифікація невизначеностей [4].

1. За способом оцінювання розрізняють:

- стандартну невизначеність, u – невизначеність результату вимірювання, оцінена за середньоквадратичним відхиленням.

а) стандартну невизначеність типу А, u_A – невизначеність, яка зумовлена дисперсією результатів вимірювання і може бути оцінена статистичними методами.

б) стандартну невизначеність типу В, u_B – невизначеність спричинена різноманітними впливовими факторами і може бути оцінена ймовірнісними методами.

- сумарну невизначеність – ймовірнісну суму стандартних невизначеностей.

- розширену невизначеність – інтервал навколо результату вимірювання, в межах якого ймовірно розташована більшість розподілу значень, які з достатнім обґрунтуванням можуть бути приписані вимірюваній величині.

2. За джерелом виникнення невизначеність буває: методична; інструментальна та суб'єктивна.

Причини та джерела методичної складової невизначеності результатів випробовування (вимірювання):

- неточності визначення умов випробувального середовища;
- неточності відтворення умов випробовування;
- недосконале врахування впливу зовнішніх факторів, неадекватне їх оцінювання;
- недосконале визначення об'єкту випробовування (вимірювання), його властивостей, неповна ідентифікація вимірювальної величини;
- недосконала реалізація методики випробовування;
- будь-які припущення, нехтування, апроксимація;
- похибки характеристик ЗВТ;
- взаємодія ЗВТ із об'єктом випробовування (вимірювання);
- неточності перевідних коефіцієнтів, констант тощо;
- неточні значення величин, приписані робочим еталонам, стандартним зразкам;
- невідповідність фізичного об'єкта його математичній моделі (порогова невідповідність);
- не виключені систематичні похибки;
- похибки введених поправок.

Причини і джерела інструментальної складової невизначеності результатів випробовування (вимірювання): основної похибки ЗВТ (похибка за нормальних умов експлуатації); додаткової похибки ЗВТ (внаслідок впливу зовнішніх факторів за межами нормальних областей значень); похибка, спричинена варіацією показів ЗВТ; похибка ЗВТ внаслідок тимчасової нестабільності.

Причини і джерела суб'єктивної складової невизначеності результатів випробовування (вимірювання): вплив оператора на ЗВТ та об'єкт випробовування (вимірювання); похибка зчитування даних зі шкали аналогового ЗВТ; похибка округлення отриманих значень величин; неточності реалізації процедур випробовування (вимірювання); порушення інструкції з експлуатації ЗВТ; помилки під час обробки діаграм, таблиць, побудови графіків; помилки під час пересилання (перенесення) даних.

Оцінюють невизначеність як методів випробовування (вимірювання), так і конкретних результатів вимірювання. Оцінка невизначеності, яка характеризує точність методу випробовування

(вимірювання) називається апріорною, її визначають: під час розробки методики випробовування (вимірювання) з метою регламентування встановленого значення невизначеності в усіх, передбачених методикою, умовах випробовування; за відсутності методики або встановленого значення невизначеності – перед випробовуванням (вимірюванням), для оцінки найбільшої можливої невизначеності. Актуальною є автоматизація процесу визначення оцінок невизначеності вимірювання [5].

На підставі усієї наявної інформації про причини і джерела невизначеності обчислюють окремі невизначеності за типом В, сумарну стандартну невизначеність та розширену невизначеність. Основою апріорного оцінювання невизначеності є теорія ймовірності, яка дозволяє досліджувати і описувати закони розподілу випадкових величин.

Оцінка невизначеності для конкретних результатів вимірювання є апостеріорною, її визначають безпосередньо після випробовування (вимірювання), за конкретних умов, за визначеною методикою із застосуванням конкретних ЗВТ.

Апріорно оцінена невизначеність – найбільша, за найгіршого збігу обставин випробовування, апостеріорна невизначеність результатів конкретного випробовування може бути на порядок меншою.

Оцінювання невизначеності за типом А

1. Якщо кількість дослідів $n < 10$, u_A не оцінюють. Для $10 \leq n < 20$ – якщо закон розподілу ймовірностей невідомий, для оцінювання u_A приймають рівномірний закон. Якщо $n \geq 20$ – закон розподілу ймовірностей визначають апроксимацією експериментальних даних.

2. Для прямого вимірювання результат визначають як середнє арифметичне отриманих значень, тоді невизначеність за типом А обчислюють за виразом:

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}}, \quad (1)$$

де x_i – одержаний результат вимірювання;

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \text{середнє арифметичне результатів вимірювання};$$

n – кількість проведених вимірювань.

3. Для опосередкованого вимірювання результат визначають за оцінками кількох величин, тоді невизначеність за типом A обчислюють для кожної вихідної величини:

– якщо значення величини розподілені за рівномірним законом, за виразом:

$$u_A = \frac{b}{\sqrt{3}}, \quad (2)$$

де b – півширина інтервалу;

– якщо значення величини розподілені за нормальним законом, невизначеність обчислюють як середньоквадратичне відхилення за виразом

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (3)$$

У випадку коли дисперсія результатів врахована у невизначеності, то додаткову похибку ЗВТ враховувати непотрібно – вона відображена у дисперсії.

Оцінювання невизначеності за типом В

1. Ґрунтуючись на рівнянні залежності вимірюваної величини від вихідних величин складають переліки: вимірюваних вихідних величин; не вимірюваних впливових вихідних величин; введених поправок на відомі систематичні похибки; коефіцієнтів і констант; додаткових похибок тощо.

2. Невизначеності усіх вхідних величин оцінюють інтервалами і перетворюють їх у середньоквадратичне відхилення, при цьому закон розподілу їхніх ймовірностей, якщо він невідомий, приймають рівномірним. Формула перерахування інтервальної оцінки у середньоквадратичне відхилення:

$$\sigma = b/t, \quad (4)$$

де σ – середньоквадратичне відхилення;

b – на півширина інтервалу;

t – значення функції Лапласа для нормального закону розподілу ймовірностей (або аналог значення функції Лапласа для іншого закону).

Окремі випадки оцінювання невизначеності

1. Невизначеність констант, коефіцієнтів та поправок для констант, коефіцієнтів, а також поправок інтервалами розсіювання є одиниця найменшого розряду їхніх числових значень. Тоді невизначеність обчислюють за виразом

$$u_B = \frac{q}{2\sqrt{3}}, \quad (5)$$

де q – одиниця найменшого розряду числового значення.

2. Невизначеність зчитування показів з аналогової шкали приладу визначають, використовуючи рівномірний закон розподілу:

$$u_B = \frac{\left(x + \frac{q}{4}\right) - \left(x - \frac{q}{4}\right)}{2\sqrt{3}} = \frac{q}{4\sqrt{3}}, \quad (6)$$

де x – вимірне значення величини;

q – ціна поділки шкали приладу.

Якщо шкала нерівномірна, невизначеність оцінюють окремо для кожного діапазону, для якого визначена ціна поділки.

Сумарна стандартна невизначеність

Якщо величини, що входять у рівняння, мають різні одиниці вимірювання, то безпосередньо сумувати інтервальні оцінки невизначеності не можна, їх необхідно звести до безрозмірних величин – середньоквадратичних відхилень згідно із формулою (4), за однакових рівнів довіри $P(\delta)$.

Якщо закон розподілу невідомий, то під час перерахунку інтервальної оцінки в середньоквадратичне відхилення, приймають рівномірний закон, а під час перерахунку середньоквадратичного відхилення в інтервальну оцінку – нормальний закон. Тобто значення функції Лапласа t або його аналогу обирають таким, щоб забезпечити «запас» невизначеності. Якщо закон розподілу відомий, то коефіцієнт для перерахунку приймають згідно з цим законом.

1. Під час вимірювання показників колісних транспортних засобів сумарну стандартну невизначеність типу А визначають за формулою для некорельованих величин:

$$u_{CA} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2} \cdot u_A^2(x_i), \quad (7)$$

де $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – залежність вимірюваної величини від вхідних величин (рівняння вимірювання);

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$ – коефіцієнт впливу (ваговий коефіцієнт), який визначають

як часткову похідну рівняння залежності вимірюваної величини за однією з вихідних величин. Коефіцієнт впливу (ваговий коефіцієнт) відображає як зміна даної вхідної величини може впливати на результат вимірювання; $u_A(x_i)$ – стандартна невизначеність за типом А вихідної величини.

2. Сумарну стандартну невизначеність типу В визначають за виразом:

$$u_{CB} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u_B^2(x_i) + u_B^2(z_i)}, \quad (8)$$

де $u_B(x_i)$ – стандартна невизначеність за типом В величин, що входять у рівняння залежності вимірюваної величини; $u_B(z_i)$ – стандартна невизначеність за типом В величин, що не входять у рівняння залежності вимірюваної величини.

Якщо впливовий фактор не входить у рівняння залежності вимірюваної величини, його враховують у невизначеності, але без урахування коефіцієнта впливу (вагового коефіцієнта).

3. Сумарна стандартна невизначеність

$$u_C = \sqrt{u_{CA}^2 + u_{CB}^2}, \quad (9)$$

Розширена невизначеність

Розширену невизначеність визначають за виразом:

$$U = k \cdot u_C, \quad (10)$$

де k – коефіцієнт охоплення, який залежить від заданого рівня довіри $P(\partial)$ і ефективного числа ступенів волі. Порядок визначення ефективного числа ступенів волі викладений у [7–9].

Для рівня довіри $P(\partial) = 0,95$ за нормального закону розподілу ймовірностей коефіцієнт охоплення $k = 1,96$, за рівномірного закону розподілу – $k = 1,65$.

Висновки:

1. Термін «невизначеність вимірювання» можна трактувати як параметр, який характеризує розсіювання значень. Невизначеність вимірювання включає в себе складові, які викликані систематичними впливами.

2. Оцінка невизначеності, яка характеризує точність методу випробовування (вимірювання) називається апіорною, її основою є теорія ймовірності, яка дозволяє досліджувати і описувати закони розподілу випадкових величин. Оцінка невизначеності для конкретних результатів вимірювання є апостеріорною, її визначають безпосередньо після випробовування (вимірювання), за конкретних умов, за визначеною методикою із застосуванням конкретних ЗВТ.

3. Апіорно оцінена невизначеність – найбільша, за найгіршого збігу обставин випробовування, апостеріорна невизначеність результатів конкретного випробовування може бути на порядок меншою.

4. Невизначеність визначення вимірюваної величини є мінімальною невизначеністю вимірювання. Цей інтервал, який називається вимірюваним значенням величини, може бути представлений одним з його значень.

Список літератури

1. Чалый В.П. Неопределенность и погрешность, их сходство, различие и употребление в разных метрологических процедурах / В.П. Чалый // Збірник наукових праць. Системи обробки інформації. – вип. 7(56). Невизначеність вимірювання: наукові, нормативні та прикладні аспекти, 2006. – С. 82–86.
2. Про метрологію та метрологічну діяльність : Закон України № 113/98-ВР від 11.02.1998» (зі змінами, внесеними згідно із Законом № 762-IV від 15.05.2003, в редакції Закону № 1765-IV від 15.06.2004). [Електронний ресурс]. – Режим доступу : zakon.rada.gov.ua/laws/show/113/98-вр.

3. Захаров И.П. Теория неопределенности в измерениях : [учеб. пособие] / И.П. Захаров, В.Д. Кукуш. – Харьков, Консум, 2002. –256 с.
4. Мержиєвська В.В. Оцінювання невизначеності вимірювання параметрів автомобільних двигунів під час стендового випробовування / В.В. Мержиєвська // Системи обробки інформації. – Харків. –2008.
5. Новиков В.В. Автоматизация процесса вычисления оценок неопределенности вычислений / В.В. Новиков, А.Н. Коцюба // Системи обробки інформації. – Харків, 2006. – Вип. 7 (56). – С. 59–61.

Одержано 11.05.16

УДК 517.521

Л.М. Кривоблоцька, доц., канд. ф.-м. наук

Кіровоградський національний технічний університет

Деякі обчислення з розбіжними рядами

Зміст понять збіжності та розбіжності рядів була відома і до Ньютона і Лейбніца. Всі видатні математики сімнадцятого та вісімнадцятого віків достатньо добре знали, чи збіжні ряди, які вони використовують. Розбіжні ряди не застосовувалися до обчислень. Тільки з розширенням аналізу виявилось, що розбіжні ряди корисні і дії, які над ними виконують часто приводять до важливих результатів. В даній статті наводяться приклади використання розбіжних рядів до деяких обчислень.

розбіжні ряди, сума ряда, числа Бернуллі, числа Ейлера

Відомо, що

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}, \text{ при } |x| < 1. \quad (1)$$

Зрозуміло, що:

1) було б зручно, щоб формула не змінювалася і для інших випадків;

2) сума S повинна задовольняти рівнянню

$$S = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) = 1 + xS.$$