УДК 534

Б.М. Шифрин, доц., канд. техн. наук
Государственная лётная академия Украины

К теории качения пневматика

С помощью аналитической модели шины Джима-Никравеша изучаются боковая сила трения на пневматике и восстанавливающий момент сил трения. В области контакта шины с дорогой принято существование участков продольного скольжения. Рассмотрены случаи частичного и полного продольного скольжения. Полученные результаты сопоставлены с данными эксплуатации пневмоколесного транспорта.

пневматик, сила трения, момент сил трения, пневмоколесная машина

Решение задач динамики пневмоколесных машин с помощью математических моделей затруднено необходимостью определения сил и моментов, приложенных к шине в области ее контакта с полотном дороги [1,2]. Сложность названной проблемы с одной стороны и насущная необходимость ее решения с другой привели к формированию отдельной отрасли механики, а именно механики шин [3]. Заметный прогресс в названной отрасли наметился после обобщения идей И. Рокара [4] и решений ряда контактных задач теории упругости о качении упругого цилиндра по упругому основанию [5,6]. В [7-9] описана аналитическая модель пневматика, которую предложено применять как составную часть общей математической модели движения пневмоколесной машины. В настоящей статье модель [7-9] дополнена рассмотрением одного из возможных режимов качения пневматика и обсуждена адекватность полученных результатов данным эксплуатации автомобилей и самолетов при их движении по взлетно-посадочной полосе.

На рис.1 на главном виде изображено снаряженное пневматической шиной катящееся колесо. Кроме главного вида показаны вид сверху и вид на контактную площадку, которую считаем прямоугольником со сторонами h, L. Точка C есть центр масс колеса; векторы $\vec{V}_{\Sigma}, \vec{V}$ и $\vec{W}$ - вектор скорости центра масс колеса и его продольная и поперечная составляющие; векторы $\vec{N}$ и $\vec{F}$ есть нормальная сила, приложенная к оси колеса, и боковая составляющая силы трения; M – момент вокруг оси DY (момент верчения или, так называемый, восстанавливающий момент); δ – обжатие пневматика; U – угол увода: $U = arctg(W/V) \approx W/V$.

Действие силы $\vec{N}$ обуславливает появление контактной распределенной силы давления $\sigma = \sigma(X)$:

$$N = \int_0^L \sigma(X) dX \, . \tag{1}$$

При наличии угла увода колесо движется с поперечным дрейфом и в зоне контакта появляется направленная вдоль оси OZ касательная распределенная сила $\tau(X)$. Приложенная к колесу названная сила направлена противоположно вектору $\vec{W}$. Ее статическими эквивалентами являются уже упомянутые боковая сила трения

$$F = \int_0^L \tau(X) dX \tag{2}$$

и восстанавливающий момент

$$M = \int_0^L \tau(X) X dX - FL/2 . \qquad (3)$$

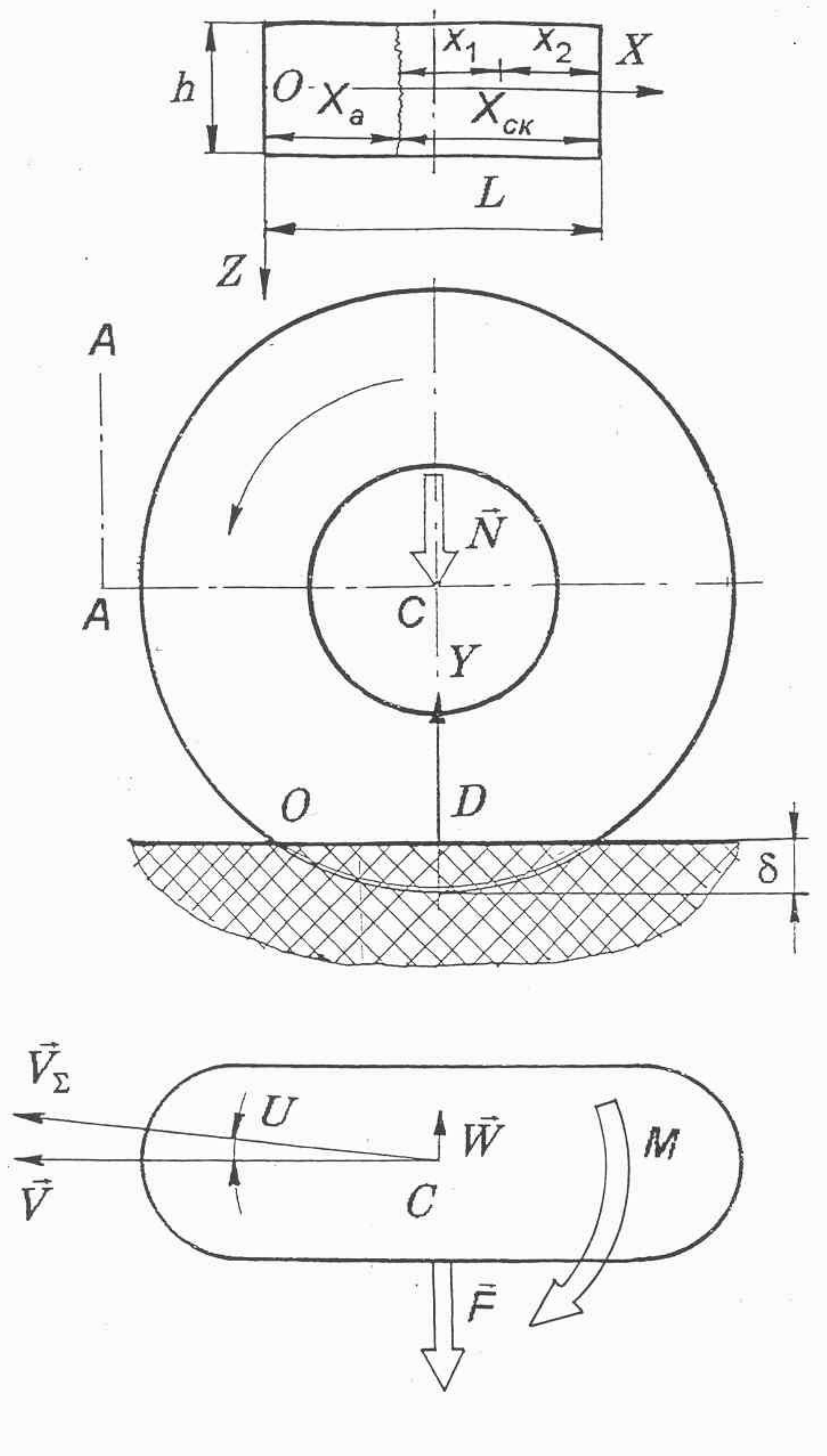

Рисунок 1 – Катящийся пневматик

Как видим, упрощенно распределенные контактная и касательная силы считаем неменяющимися вдоль ширины h. Такие модели шин называют одномерными.

В [7-9] рассмотрена задача аналитического определения зависимостей $F(U)$, $M(U)$ при заданном законе $\sigma(X)$ и характеристиках жесткости шины. Приведем исходные посылки для построения модели [7] в случае чистого увода, т.е. увода при свободном качении, в течение которого плоскость колеса перпендикулярна полотну дороги:

1. Если $U \le U_{кр}$, где $U_{кр}$ – критический угол увода, то зона контакта включает области адгезии и скольжения. Первая из них прилегает к точке O и сужается по мере увеличения угла увода. Если $U > U_{кр}$ в зоне контакта происходит лишь скольжение.

2. В области адгезии:

$$\tau(X) = \tau_a(X) = kUX\,, \tag{4}$$

где $k = const$ – коэффициент жесткости.

3. В области скольжения:

$$\tau(X) = \tau_{ск}(X) = \mu(U)\sigma(X)\,, \tag{5}$$

где μ – коэффициент трения скольжения.

4. Сила $\sigma(X)$ распределена по закону параболы:

$$\sigma = \frac{6N}{L^2} X(1 - \frac{X}{L})\,. \tag{6}$$

В [7-9] рассмотрен, кроме упомянутого случая чистого увода, и увод при продольном скольжении, когда области продольного и поперечного скольжения совпадают. Однако во втором случае собственно зависимости $F(U), M(U)$ получены не были. В настоящей работе рассмотрен более общий, чем в [7-9], случай увода с продольным скольжением и названные зависимости получены в явном виде. (Увод с продольным скольжением имеет место при движениях с торможением или раскрутке колес). Кроме того, получена зависимость момента рыскания относительно оси ориентировки $A - A$ (рис.1) $M_A(U)$, если колесо установлено с выносом назад.

Обозначим длину области адгезии X_a, а длину области скольжения - $X_{ск}$ (рис.1). Для упрощения задачи пренебрежем зависимостью $\mu(U)$ и положим $\mu = const$.

Рассмотрим случай, когда область скольжения состоит из двух участков длины $x_{1ск}$ и $x_{2ск}$. На первом участке имеет место лишь поперечное скольжение, а на втором – как поперечное, так и продольное, т. е. полное скольжение. Отношение $x_{2ск} / X_{ск}$ будем считать известным и его обозначим $\tilde{x}$. Легко найти, что

$$x_{1ск} / X_{ск} = 1 - \tilde{x}; x_{1ск} / L = (1 - \tilde{x})(1 - X_a / L)\,. \tag{7}$$

Параметр $\tilde{x} \in [0;1]$. Чем больше $\tilde{x}$, тем в большей части области скольжения происходит продольное скольжение. Поэтому данный параметр будем называть параметром продольного скольжения. Раздельно рассмотрим случаи: а) $0 \le \tilde{x} < 1$ и б) $\tilde{x} = 1$. В первом случае участок продольного скольжения занимает лишь часть области скольжения; во втором – всю область скольжения.

Рассмотрим случай частичного продольного скольжения, $0 \le \tilde{x} < 1$. Если $\tilde{x} = 0$, то имеет место лишь поперечное скольжение. Для рассматриваемого случая выражения (2), (3) примут вид:

$$F = F_a + F_{1ск} + F_{2ск}\,, \tag{8}$$

$$M = M_a + M_{1ск} + M_{2ск} - FL/2\,, \tag{9}$$

где

$$F_a = \int_0^{X_a} kUXdX\,, F_{1ск} = \int_{X_a}^{X_a+x_{1ск}} \mu_{1ск}\sigma(X)dX\,,\; F_{2ск} = \int_{X_a+x_{1ск}}^{L} \mu_{2ск}\sigma(X)dX\,;$$

$$M_a = \int_0^{X_a} kUX^2dX\,,\; M_1 = \int_{X_a}^{X_a+x_{1ск}} \mu_{1ск}X\sigma(X)dX\,, M_2 = \int_{X_a+x_{1ск}}^{L} \mu_{2ск}X\sigma(X)dX\,;$$

$\mu_{1ск}, \mu_{2ск}$ – коэффициенты поперечной составляющей трения скольжения на участках длины $x_{1ск}, x_{2ск}$ соответственно. Исходя из концепции круга трения [8], будем иметь

$$\mu_{1ск} = \mu_*, \mu_{2ск} = \mu_* U\,. \tag{10}$$

Как и в [7,8], длину X_a найдем из уравнения $kUX_a = \mu_{1ск}\sigma(X = X_a)$. Получим

$$X_a / L = 1 - kL^2U/(6\mu_{1ск}N)\,. \tag{11}$$

Отсюда следует $kL^2U_{кр}/(6\mu_{1ск}N) = 1$, и далее, учтя (7), приходим к

$$X_a / L = 1 - u,\; x_{1ск} / L = (1-\tilde{x})u\,, kU = \frac{6\mu_{1ск}N}{L^2}u\,, \tag{12}$$

где $u = U / U_{кр}$ – относительный угол увода.

Выполняя интегрирование, и, используя (12), приходим к искомым безразмерным выражениям:

$$F(u)/(\mu_* N) = f_f = \sum_i^4 r_{fi}u^i\,, \tag{13}$$

и

$$2M(u)/(\mu_* NL) = f_m(u) = \sum_i^5 r_{mi}u^i\,, \tag{14}$$

где

$$r_{f1} = 3, r_{f2} = -3 - 3\tilde{x}^2, r_{f3} = 1 + 3U_{кр}\tilde{x}^2 + 2\tilde{x}^3,\; r_{f4} = -2U_{кр}\tilde{x}^3;$$

$$r_{m1} = 1, r_{m2} = -3 - 3\tilde{x}^2, r_{m3} = 3 + 3U_{кр}\tilde{x}^2 + 6\tilde{x}^3,$$

$$r_{m4} = -1 - 6U_{кр}\tilde{x}^3 - 3\tilde{x}^4,\; r_{m5} = 3U_{кр}\tilde{x}^4\,.$$

Теперь рассмотрим полное продольное скольжение, $\tilde{x} = 1$. В этом случае зона скольжения однородна. Коэффициент бокового трения равен $\mu_{2ск}$. Характеристики трения и момента трения получим из (13) и (14) путем подстановки $\tilde{x} = 0$ и умножения на $U_{кр}u$.

Зависимости $\frac{F(u)}{N\mu_*} = f_f(u), \frac{M(u)}{N\mu_* L} = \frac{1}{2}f_m(u), u \in [0;1]$ для ряда назначенных значений $\tilde{x}$ и $U_{кр} = 0{,}2$ радиана построены на рис.2, 3 соответственно. Сплошные тонкие линии 1,2,3,4,5 соответствуют значениям $\tilde{x}$ равным 0,1; 0,3; 0,5; 0,7 и 0,9 соответственно. Утолщенные кривые построены для случаев чистого увода (верхние) и полного продольного скольжения (нижние). На рис.2 пунктиром изображены некоторые опорные параболы. Эти параболы построены так, чтобы их вершины совпадают со стационарными точками кривых $f_f(u)$. Разумеется, при $\tilde{x} = 0$ приходим к кривым [7].

На рис.4 приведены качественные зависимости $F(u)$ [2], построенные для движений с разными скоростями и разным дорожным покрытиям: 1- сухая дорога и низкая скорость движения; 2 – сухая дорога; 3 – влажная дорога «А»; 4- влажная дорога и высокая скорость движения; 5-влажная дорога «С»; 6 –влажная дорога «В»; 7,8 – снег и лед. Как видим, рис.2 и 4 не противоречат один другому.

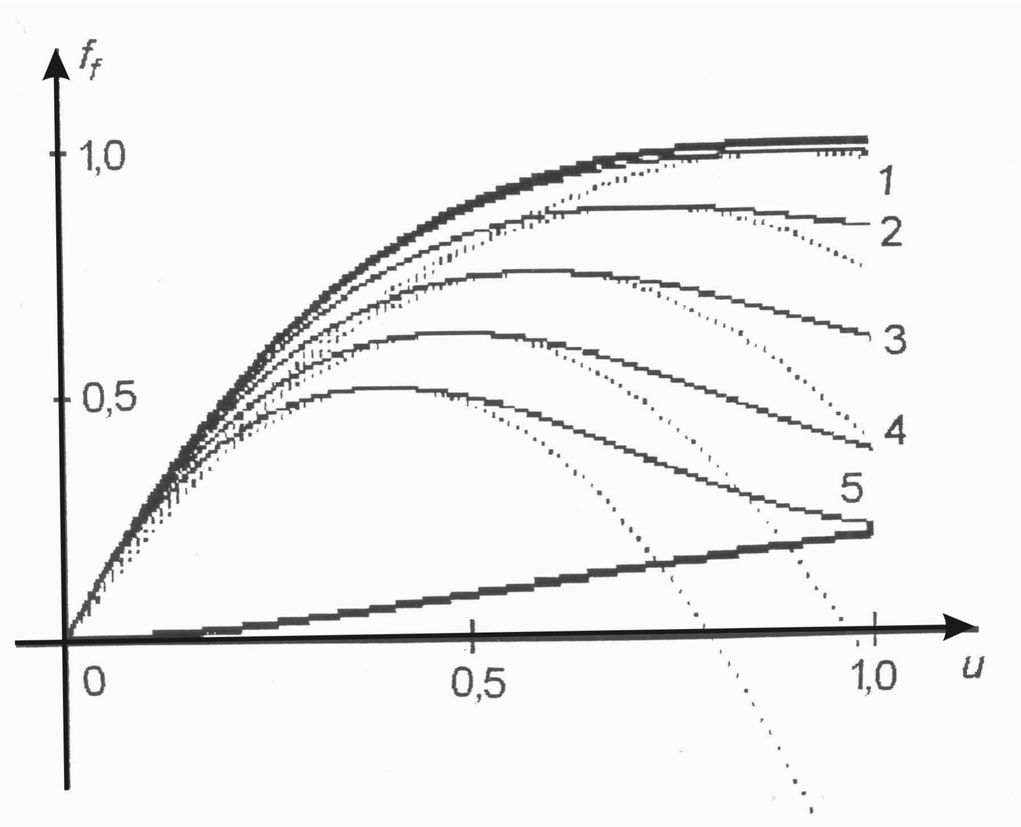

Рисунок 2 – Характеристика силы трения

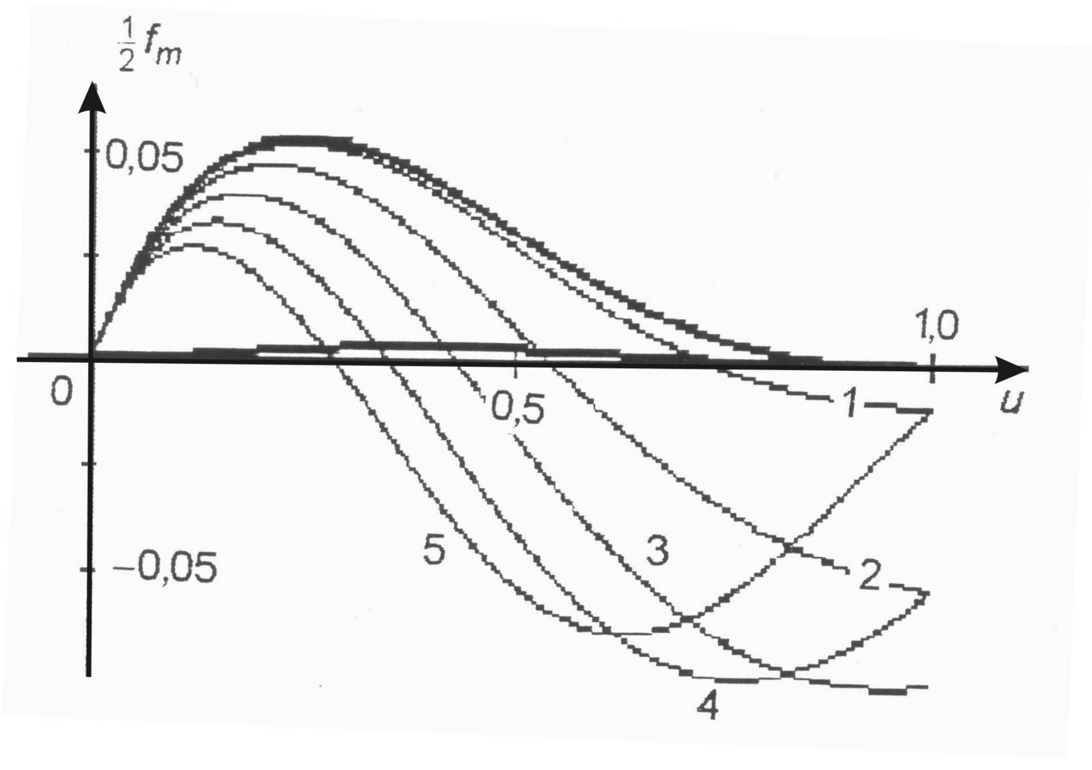

Рисунок 3 – Характеристика момента трения

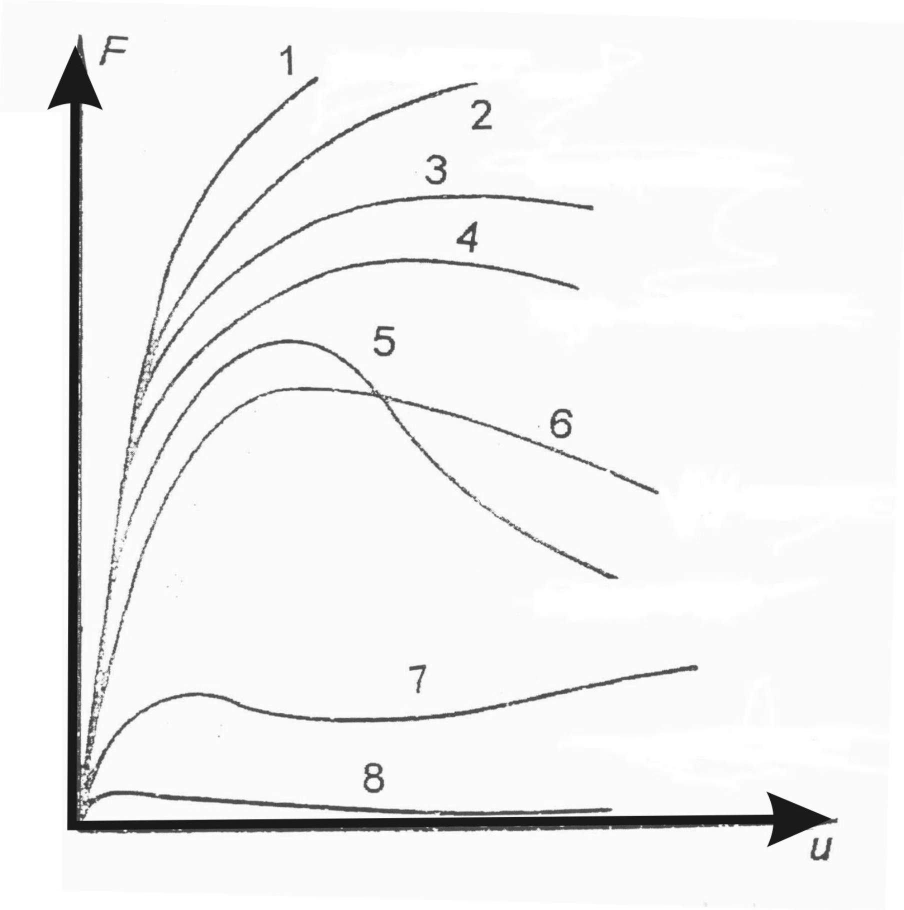

Рисунок 4 – Качественные зависимости силы трения от угла увода [2]

Из рис.2 и 3, в частности, следует, что при увеличении участка продольного скольжения:

- боковая составляющая силы трения между шиной и полотном дороги уменьшается и зависимость $f_f(u)$ становится немонотонной, при этом стационарная точка смещается в область малых углов увода;
- восстанавливающий момент пересекает ось относительных углов увода u, т.е. по сути становится не восстанавливающим, а уводящим.

Обратим внимание на резкое (почти скачкообразное) уменьшение поперечного трения при изменении параметра продольного скольжения от $0{,}9$ до $1{,}0$.

Получим также зависимость момента рыскания колеса относительно вертикальной оси стойки опоры шасси $A-A$, лежащей в плоскости диска колеса (рис.1):

$M_A = Fb + M$, где $b = AC -$ вынос колеса. С учетом (13), (14) приходим к $M_A = \mu_* NL(f_f\overline{b} + \frac{1}{2}f_m)$ или

$$M_A = \mu_* NL m_A, \tag{15}$$

где $\overline{b} = b/L$, $m_A -$ характеристика момента рыскания сил трения. В общем случае $m_A = m_A(u, \overline{b}, \widetilde{x})$. Зададимся значением параметра продольного скольжения $\widetilde{x} = 0{,}4$ и для ряда значений $\overline{b}$ построим графики зависимости $m_A(u)$ (рис.5). Сплошные линии 1-6 построены для значений $\overline{b}$ равных 0; 0,25; 0,5; 0,75, 1,0 и 1,25 соответственно. Для сравнения для тех же значений $\overline{b}$ пунктиром показаны графики, соответствующие чистому уводу $\widetilde{x} = 0$.

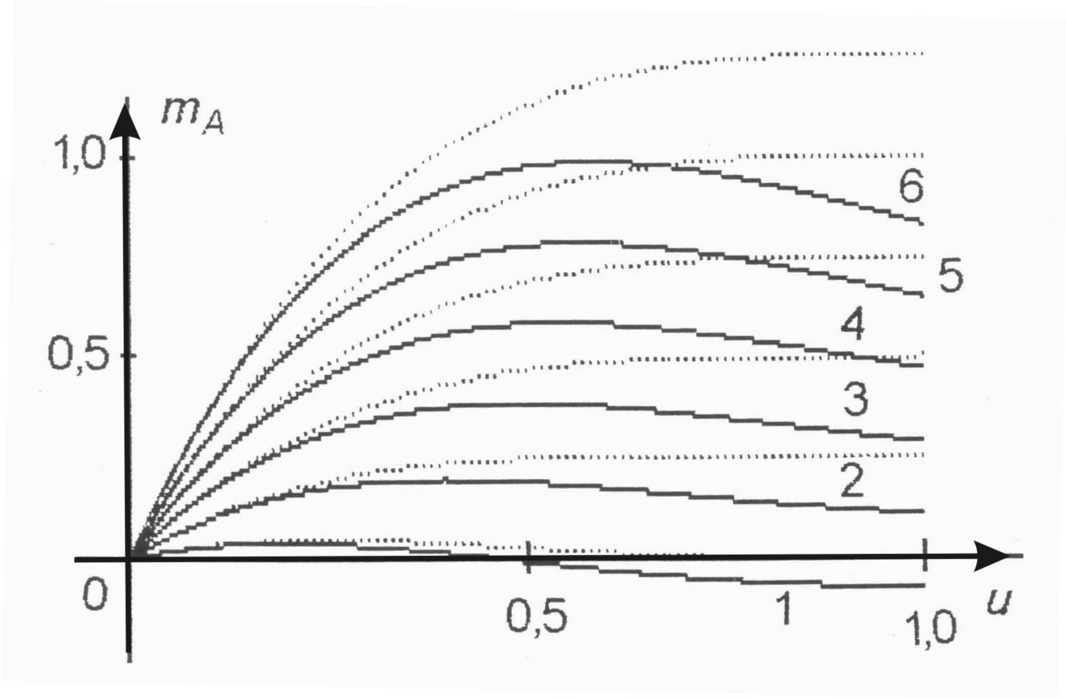

Рисунок 5 – Характеристика момента рыскания

Обсуждая адекватность полученных результатов данным эксплуатации пневмоколесных машин, остановимся на следующих обстоятельствах.

1. Заносом называют явление, вызванное уменьшением величины боковой составляющей силы трения между шиной и дорогой; упомянутое уменьшение порождено продольным скольжением [10]. При малом боковом трении небольшая неоднородность дороги (кочки, впадины) и (или) несимметричность трения на колесах вызывают боковое смещение машины и (или) ее вращение вокруг вертикальной оси, т.е. занос. По результатам настоящей работы уменьшение боковой составляющей трения F, связанное с увеличением продольного скольжения, может носить почти скачкообразный характер, что не противоречит практике эксплуатации пневмоколесных машин.

2. Наблюдаемые на рис.2, 3, 5 немонотонности кривых трения могут служить причиной колебательной неустойчивости поперечного движения и движения по рысканию колес шасси автомобиля и самолета и возникновения поперечных и (или) крутильных фрикционных автоколебаний. Усталостные повреждения и поломки деталей отсека шасси, а также тряска в кабине экипажа самолета при резком управляемом повороте передней опоры шасси могут быть следствием этих автоколебаний [11].

3. При управляемом повороте колес передней опоры шасси самолета изменяется их угол увода и, как следствие, сила бокового трения. На возрастающей ветви кривой $f_f(u)$ увеличение угла увода приводит к увеличению силы бокового трения, а на ниспадающем – к ее уменьшению; последнее приводит к реверсу передней опоры шасси. Реверсом передней опоры можно объяснить тот факт, что боковые выкатывания самолетов имеют место сравнительно часто и, как правило, совершаются в сторону противоположную первоначальному отклонению самолета от линии заданного пути, т.е. продольной оси взлетно-посадочной полосы [12]. Неконтролируемая смена аверса и реверса порождает фактическую потерю управляемости [13].

Рассмотренные в статье вопросы касаются теоретического изучения физико-механического взаимодействия колеса, снаряженного пневматического шиной, с полотном дороги. Используя аналитическую модель шины Джима-Никравеша [7-9], для случая несвободного качения в явном виде получены зависимости боковой силы трения, восстанавливающего момента и момента рыскания от углов увода. Установлено, что увеличение длины участка полного скольжения приводит к заметному уменьшению боковой силы (что может привести к заносу), а также к нарушению ее монотонности; при этом восстанавливающий момент меняет знак, т.е. становится уводящим. При установке колес шасси с выносом назад относительно оси ориентировки зависимость момента рыскания от угла увода также оказывается немонотонной. Немонотонностью боковой силы трения и момента рыскания объясняются, в частности, такие опасные механические явления, как фрикционные автоколебания опор шасси самолета и потеря его управляемости при разбеге/пробеге. Ранее считалось, что потеря управляемости самолета возможна лишь при больших углах увода колес шасси, имеющих порядок $8-10^{\circ}$ [13]. В настоящей работе показано, что при продольном скольжении колес стационарная точка кривой $f_f(u)$ смещается в область малых углов и, следовательно, потеря управляемости может иметь место и при меньших углах увода.

Полученные результаты могут использоваться при математическом моделировании движения пневмоколесных машин; анализе причин дорожно-транспортных и летных происшествий, а также при разработке мер по их предотвращению.

Список литературы

1. Лобас Л.Г. О системах с качением // Прикл. механика. – 2000.- 36, №5. - С.139-144.
2. Savkoor A.R. Boundary conditions on models for predicting tire to road traction // Tire models for vehicle dynamics analysis: Proc. of 1-st international colloquim on tire models. Delft, oc. 21-22, 1991. Pp. 178-184.
3. Левин М.М., Фуфаев Н.А. Теория качения деформируемого колеса.- М.: Наука. 1989. – 272 с.
4. И.Рокар. Неустойчивость в механике: автомобили, самолеты, висячие мосты. – М.: Изд. иностр. лит. 1959. – 287 с.
5. Спектор А.А. О зонах проскальзывания и сцепления на участке контакта катящегося упругого цилиндра и основания из того же материала. Известия АН Армянской ССР. Механика. XXYIII, №6, С.60-65.
6. Tire models for vehicle dynamics analysis: Proc. of 1-st International Colloquim on tire models. Delf, oc. 21-22, 1991.
7. Gim G., Nikravesh P.E. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips // Int. J. of Vehicle Design. – 1990. - 11, No 6. -P. 589-618.
8. Gim G., Nikravesh P.E. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 2: Comprehensive slips // Int. J. of Vehicle Design. – 1991. -12, No 1. P.19-39.
9. Gim G., Nikravesh P.E. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 3: Validation against experimental data // Int. J. of Vehicle Design. – 1991.- 12, No 2. -P. 217-228.
10. Стрелков С.П. Механика. М.: Наука, 1975. 560 с.
11. Плахтиенко Н.П., Шифрин Б.М. О поперечных колебаниях шасси самолета. Проблемы прочности. – 2002. №6. С.79-89.
12. Лигум Т.И., Скрипниченко С.Ю., Шишмарев А.В. Аэродинамика самолета Ту-154Б. М.: Транспорт, 1985.- 263 с.
13. Мхитарян А.М. (ред.). Динамика полета. М.: Машиностроение, 1978, 424 с.

За допомогою аналітичної моделі шини Джима-Нікравеша вивчаються бічна сила тертя на пневматиці і поновлюючий момент сил тертя. Прийнято існування ділянок подовжнього ковзання в області контакту шини з дорогою. Розглянуті випадки часткового і повного подовжнього ковзання. Отримані результати зіставлені з даними експлуатації пневмоколісного транспорту.

By the analytical model of tire Gim-Nikravesh is studied lateral force of friction on pneumatic and self-aligning torque. Existence of areas of the longitudinal sliding is accepted in the region of contact of tire with a road. The cases of the partial and complete longitudinal sliding are considered. Results are got the exploitations of vehicle compared with information.