

Elchin Aliev, Viktor Lykhodid, Viktor Zabudchenko, Vitalij Ivlev
Zaporozhye research center of Mechanization of animal husbandry, Zaporozhye
Results of the research process wallow in coarse wool felted layer

Creating a compact plate-fulling machines for processing of large amounts of unused wool in an environmentally safe marketable products on the ground of its production.

The basic experimental results of a compact plate-fulling machine SCI 1 for coarse felting wool felted layer and displays the optimum combination of factors that mostly affect its operation. A mathematical model that adequately describes the workflow coarse felting wool felt layer. The optimum value of constructive no-technological parameters of the proposed design compact plate-fulling machine.

The obtained results are the basis for improving the working of the existing structures of small plate-fulling machines similar purpose.

sheep, rough wool, felting, small plate-fulling machine, the felt layer, workflow, research

Одержано 22.09.14

УДК 621.644:621.833.15

**Ю.В. Кулешков, проф., д-р техн. наук, М.И. Черновол, проф., д-р техн. наук,
Т.В. Руденко, доц., канд. техн. наук, М.В. Красота, доц., канд. техн. наук,
С.О. Магопець, доц., канд. техн. наук, К.Ю. Кулешкова, инж.**
Кировоградский национальный технический университет

Исследование закономерностей изменения геометрических параметров зубчатого зацепления шестеренного насоса

В статье приведено доказательство теоремы об особенностях движения элементов эвольвентного зубчатого зацепления, которая является теоретической базой снижения пульсации геометрической мгновенной подачи шестеренного насоса на всем протяжении зубчатого зацепления, исключая полюс зацепления.

эвольвентное зубчатое зацепление, точка зацепления, инволюта, угол зубчатого зацепления, шестеренный насос, мгновенная подача, геометрическая подача

Ю.В. Кулешков, проф., д-р техн. наук, М.И. Черновол, проф., д-р техн. наук, Т.В. Руденко, доц., д-р техн. наук, М.В. Красота, доц., д-р техн. наук, С.О. Магопець, доц., д-р техн. наук, К.Ю. Кулешкова, инж.

Кировоградський національний технічний університет

Дослідження закономірностей зміни геометричних параметрів зубчастого зачеплення шестеренного насоса

В статті наведено доведення теореми про особливості руху елементів евольвентного зубчастого зачеплення, яка є теоретичною базою зниження пульсації геометричної миттєвої подачі шестеренного насоса протягом всього зубчастого зачеплення, крім полюса зачеплення.

евольвентне зубчасте зачеплення, точка зачеплення, інволюта, кут зубчастого зачеплення, шестерений насос, миттєва подача, геометрична подача

© Ю.В. Кулешков, М.І. Черновол, Т.В. Руденко, М.В. Красота,
С.О. Магопець, К.Ю. Кулешкова, 2014

Актуальність. Шестеренні насоси (НШ), благодаря особливостям конструкції і принципа роботи, способні працювати в важких умовах підвищеної пилотності і високих температур, що дозволило їм знайти широке застосування в найрізноманітніших областях техніки.

Одним із недоліків НШ, який обумовлено його конструктивними особливостями, є неравномірність подачі в часі – пульсация мгновенної подачі (МП). Пульсация МП є причиною пульсаций тиску, розвивається в НШ. Однак, якщо пульсация тиску і подачі НШ не викликає значущого впливу на якість роботи працюючих органів машин, то установка насоса з присутніми пульсаціями в гідросистему управління (наприклад в станках) просто недопустимо. Поэтому, устріння пульсаций подачі і тиску НШ має велике значення для подальшого покращення та розширення сфери його застосування.

Постановка проблеми. Указання проблема пульсаций МП і тиску не може бути вирішена без встановлення фізичної сущності процесів, що відбуваються при подачі робочої рідини в НШ.

Аналіз результатів, як теоретичних [1] так і експериментальних [2] досліджень, опублікованих в науково-техніческих джерелах, показав, що вони мають достатньо протирічний характер. Також, слід зазначити, що вони не відповідають експериментальним результатам теоретичним моделям процеса подачі. Следовательно, існуючі фізико-математичні моделі не в повній мірі пояснюють процес пульсаций МП.

Св'язь проблеми з важливими науковими та практичними задачами. Розглянута проблема пов'язана з важливими науковими та практичними задачами подальшого покращення НШ. Підвищення технологічного рівня НШ буде сприяти підвищенню їх конкурентоспроможності та подальшому розвитку на ринку обсягових насосів. Це також забезпечить розвиток та застосування гідропривода в різноманітних техніческих системах.

Аналіз попередніх досліджень та публікацій. Як вказано вище, данна публікація непосредственно пов'язана з попередніми роботами авторів [1, 2], які присвячені аналізу опублікованих результатів теоретичних та експериментальних досліджень проблеми пульсаций МП і тиску. Однак, представлені в роботах [1, 2] результати не дозволили якісно приблизитися до вирішення проблеми зниження пульсаций МП. Следовательно, існує необхідність в теоретичних та експериментальних дослідженнях для вирішення вказаної проблеми.

Означення цілі та завдань дослідження. Цілью дослідження є розробка теоретичних основ для створення фізичної та математичної моделей процеса мгновенної подачі шестеренного насоса, дозволяючих пояснити особливості мгновенної подачі і тиску в процесі виконання робочого цикла.

Ізложение матеріалу з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів.

Рассмотрим схему зубчатого зацепления, представленную на рис. 1 [1, 2].

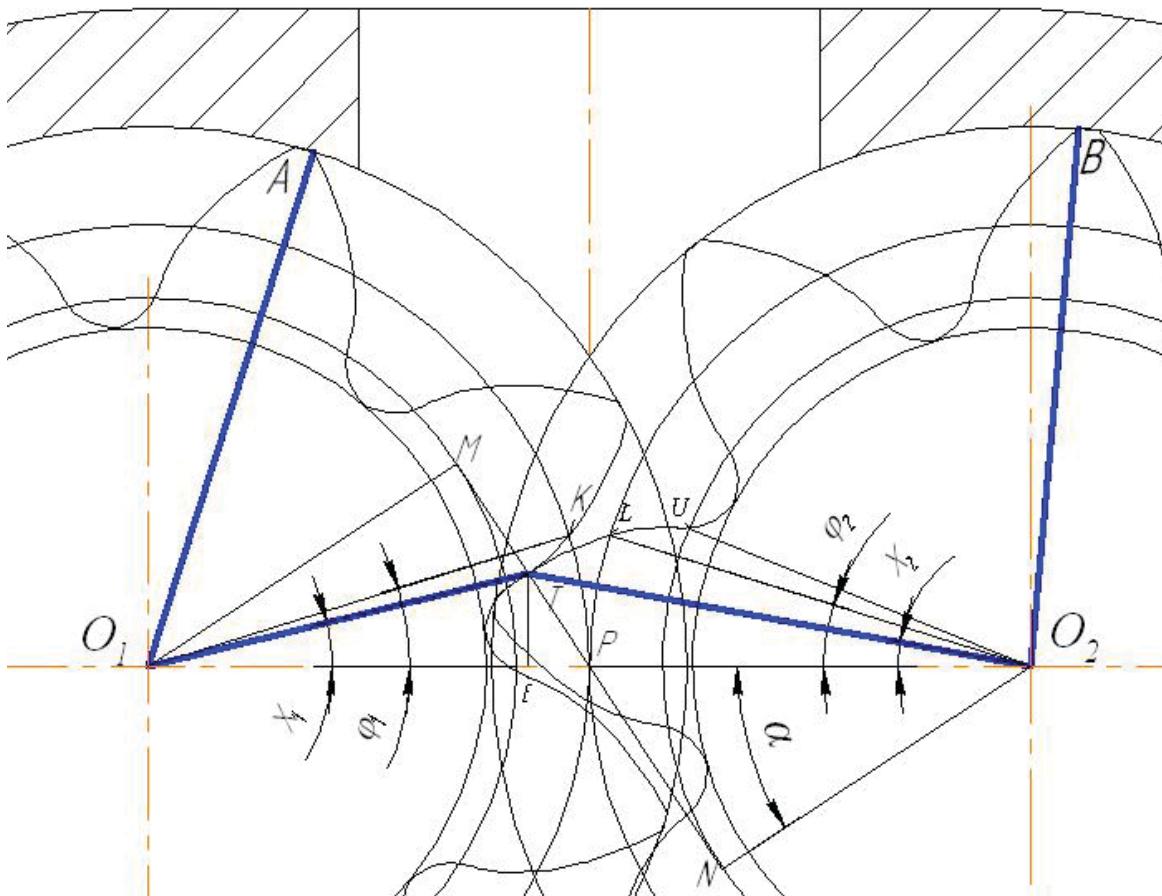


Рисунок 1 – Схема зубчатого зацеплення шестеренного насоса [1, 2]

На схеме (рис. 1) представлены следующие элементы зубчатого зацепления шестерен и их взаимосвязи:

MN – линия зацепления зубьев;

P – полюс зацепления;

$O_1A = R_{e1}$ и $O_2B = R_{e1}$ – радиус соответственно ведущей и ведомой шестерен;

$O_1T = \rho_1$ и $O_2T = \rho_2$ – радиусы, проведенные из центров вращения шестерен O_1 и O_2 в текущую точку T зацепления эвольвентных профилей на линии зацепления MN ;

$PT = x$ – координата точки зацепления эвольвентных профилей на линии зацепления;

$O_1K = \frac{d_1}{2}$ и $O_2L = \frac{d_2}{2}$ – радиусы, проведенные из центров вращения шестерен в точку пересечения рабочей стороны эвольвентного профиля с начальной окружностью;

ϕ_1 и ϕ_2 – углы, на которые необходимо повернуть радиусы O_1K и O_2L , чтобы точка K и точка L одновременно оказались в полюсе зацепления P , при этом, точка зацепления T также переместится по линии зацепления MN в полюс зацепления P на расстояние $PT = x$;

На рис. 1 видим, что при вращении шестерен точка T движется по линии зацепления MN . При этом происходит постоянное изменение длин радиусов ρ_1 и ρ_2 , высоты h и углов наклона радиусов ρ_1 и ρ_2 к основанию треугольника χ_1 и χ_2 .

Пусть точка T отображает текущее положение точки зацепления на линии зацепления зубьев шестерен насоса и определяется координатой x на линии зацепления. Начало отсчета выберем в полюсе зацепления, в точке P . При этом координате текущей

точки на линии зацепления – T соответствует отрезок $PT = x$ (см. рис. 1), при этом влево вверх $x < 0$, а вправо вниз $x > 0$.

Для ведущей шестерни за центр ее вращения примем точку O_1 . При этом за положительное направление вращения радиуса примем вращение против часовой стрелки.

Аналогично, для ведомой шестерни за центр вращения примем точку O_2 . При этом за положительное направление вращения радиуса примем его вращение против часовой стрелки.

Введем следующие обозначения: $O_1K = r_1$, $O_2L = r_2$, $O_1T = \rho_1$ и $O_2T = \rho_2$. Тогда на рис. 1:

$\chi_1 = \angle PO_1T$ – угол, на который необходимо повернуть радиус – ρ_1 , чтобы он занял нулевое горизонтальное положение – O_1P ;

$\chi_2 = \angle PO_2T$ – угол, на который необходимо повернуть радиус – ρ_2 , чтобы он занял нулевое горизонтальное положение – O_2P ;

$\varphi_1 = \angle PO_2K$ – угол, на который необходимо повернуть ведущую шестерню, чтобы радиус ρ_1 занял нулевое (горизонтальное) положение O_1P ;

$\varphi_2 = \angle PO_2L$ – угол, на который необходимо повернуть ведомую шестерню, чтобы радиус ρ_2 занял нулевое (горизонтальное) положение O_2P .

Из приведенных выкладок следует отметить то, что углы поворота шестерен φ_1 , φ_2 и углы поворота радиусов ρ_1 , ρ_2 соответственно χ_1 и χ_2 , хотя и имеют между собой взаимосвязь, но не равны между собой, что до настоящего времени оставалось неочевидным фактом (взять хотя бы работу А. Е. Леонова [3]).

Задачей исследований является определение закономерностей вращения радиусов ρ_1 и ρ_2 , соединяющих центры вращения шестерен с точкой зацепления.

Определение взаимосвязей между угловыми параметрами положения зубьев шестерен в зацеплении НШ.

Положение точки K и L можно определить следующими координатами $(r_1; \varphi_1)$,

где r_1 – радиус начальной окружности ведущей шестерни, мм;

φ_1 – угол поворота, на который необходимо повернуть радиус r_1 , чтобы точка K оказались в полюсе зацепления P , град. или рад.;

Положение точки L можно определить следующими координатами $(r_2; \varphi_2)$,

где r_2 – радиус начальной окружности ведомой шестерни, мм;

φ_2 – угол поворота, на который необходимо повернуть радиус r_2 , чтобы точка L оказались в полюсе зацепления P , град. или рад.

Аналогичный подход был предпринят в работе А.Е. Леонова [3]. Однако исходные предпосылки, состоящие в том, что угол поворота радиусов ρ_1 и ρ_2 жестко связан соответственно с углом поворота ведущей шестерни φ_1 и ведомой φ_2 шестернями является ошибочным. Покажем, что это не так.

На рис. 1 видим, что рассматриваемые точки K и L при повороте ведущей шестерни на угол φ_1 , а ведомой на угол φ_2 одновременно окажутся в полюсе зацепления - P . Точка зацепления T переместится по линии зацепления MN на расстояние $PT = x$ и тоже окажется в полюсе зацепления – точке P .

При этом, следует обратить внимание на тот факт, что угол поворота шестерен и угол поворота радиусов ρ_1 и ρ_2 не совпадают

$$\chi_1 < \varphi_1 \text{ и } \chi_2 < \varphi_2 . \quad (1)$$

Объяснить это можно наличием относительного скольжения рабочих сторон эвольвентных профилей зубьев относительно друг друга в процессе работы шестерен [8, 9]. И если для зубчатого зацепления шестерен, используемых в качестве силовой передачи это явление влияет, разве что, на износ эвольвентных рабочих профилей, то эта особенность работы зубчатого зацепления оказывает куда более существенное влияние на характер МП НШ. Эта особенность известна [8, 9], однако не была учтена при разработке математической модели подачи НШ предшественниками [3-7].

Таким образом, определим взаимосвязи между x , χ_1 , χ_2 и φ_1 , φ_2 .

В первую очередь найдем взаимосвязь между положением точки зацепления T на линии зацепления x и углом поворота ведущей шестерни φ_1 . Такая взаимосвязь, при условии, что начало координат находится в полюсе зацепления P , может быть нами получена исходя из определения эвольвенты:

$$\varphi_1 = \frac{x}{r_{01}}, \quad (2)$$

где r_{01} – радиус основной окружности ведущей шестерни, мм;

$$\varphi_2 = \frac{x}{r_{02}}, \quad (3)$$

где r_{02} – радиус основной окружности ведомой шестерни, мм.

Из выражений (2) и (3) можно получить и обратные зависимости:

$$x = \varphi_1 r_{01}, \quad (4)$$

$$x = \varphi_2 r_{02}. \quad (5)$$

Далее из схемы зубчатого зацепления, представленной на рис. 1, можно записать:

$$\chi_1 = \angle PO_1M - \angle TO_1M \text{ или } \chi_1 = \alpha - \angle TO_1M, \quad (6)$$

$$\angle TO_1M = \arctg \frac{TM}{O_1M} = \arctg \frac{PM - PT}{r_{01}}.$$

Но, поскольку $PT = x$, то

$$\angle TO_1M = \arctg \frac{PM - x}{r_{01}}. \quad (7)$$

В свою очередь, на рис. 1, видим, что

$$PM = r_{01} \operatorname{tg} \alpha. \quad (8)$$

где α – угол зацепления передачи, рад. или град.

Подставив выражение (8) в (7), получим

$$\angle TO_1M = \arctg \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{x}{r_{01}} \right). \quad (9)$$

Тогда, с учетом формулы (6) окончательно получим

$$\chi_1 = \alpha - \arctg \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{x}{r_{01}} \right). \quad (10)$$

Аналогично, из схемы зубчатого зацепления для χ_2 , будем иметь:

$$\chi_2 = \angle TO_2N - \alpha, \quad (11)$$

$$\chi_2 = \arctg \frac{r_{02} \operatorname{tg} \alpha + x}{r_{02}} - \alpha. \quad (12)$$

Окончательно

$$\chi_2 = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \alpha + \frac{x}{r_{02}} \right) - \alpha . \quad (13)$$

Далее найдем взаимосвязь между χ и φ . Из схемы зубчатого зацепления можно записать

$$\varphi_1 = \chi_1 + \operatorname{inv}(\alpha) - \operatorname{inv}(\alpha - \chi_1) . \quad (14)$$

А поскольку по определению

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha , \quad (15)$$

то, подставив значение функции inv из (15) в (14) после простых преобразований, получим

$$\varphi_1 = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} (\alpha - \chi_1) . \quad (16)$$

И, наоборот, из (16) можем получить обратную зависимость

$$\chi_1 = \alpha - \operatorname{arctg} (\operatorname{tg} \alpha - \varphi_1) . \quad (17)$$

Аналогично установим зависимость между χ_2 и φ_2 . Из рис. 1 можно записать:

$$\varphi_2 = \chi_2 + \operatorname{inv}(\alpha + \chi_2) - \operatorname{inv} \alpha . \quad (18)$$

Воспользовавшись понятием инволюты (15), выражение (18) можно привести к виду

$$\varphi_2 = \operatorname{tg} (\alpha + \chi_2) - \operatorname{tg} \alpha . \quad (19)$$

Аналогично выражению (17), из выражения (19) можем получить обратную зависимость

$$\chi_2 = \operatorname{arctg} (\varphi_2 + \operatorname{tg} \alpha) - \alpha . \quad (20)$$

А поскольку

$$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{r_1}{r_2} , \quad (21)$$

то подставив в выражение (20) значение φ_2 из (21), получим

$$\chi_2 = \operatorname{arctg} \left(\varphi_1 \frac{r_1}{r_2} + \operatorname{tg} \alpha \right) - \alpha . \quad (22)$$

Определение зависимости длин радиусов r_1 и r_2 от положения точки зацепления на линии зацепления MN - x и от угла поворота ведущей шестерни φ

На рис. 1 видим, что в соответствии с теоремой Пифагора

$$O_1 T^2 = O_1 M^2 + MT^2 . \quad (23)$$

$$MT = MP - x = O_1 M \cdot \operatorname{tg} \alpha - x = r_{01} \cdot \operatorname{tg} \alpha - x . \quad (24)$$

Следовательно,

$$r_1^2 = (r_{01} \operatorname{tg} \alpha - x)^2 + r_{01}^2 . \quad (25)$$

Аналогично

$$r_2^2 = (r_{02} \operatorname{tg} \alpha + x)^2 + r_{02}^2 . \quad (26)$$

Аналогичные результаты можно получить, если использовать тригонометрические функции:

$$\angle TO_2N = \arctg \frac{TN}{O_2N}, \quad (27)$$

$$\angle TO_2N = \arctg \frac{NP + PT}{r_{02}}, \quad (28)$$

$$\angle TO_2N = \arctg \frac{r_{02} \tg \alpha + x}{r_{02}} \quad \text{или} \quad \angle TO_2N = \arctg \left(\tg \alpha + \frac{x}{r_{02}} \right), \quad (29)$$

тогда

$$O_2T = \frac{r_{02}}{\cos \left(\arctg \left(\tg \alpha + \frac{x}{r_{02}} \right) \right)}. \quad (30)$$

Но поскольку $\cos(\arctg \alpha) = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}}$, то (30) можно выразить в виде

$$O_2T = r_{02} \sqrt{\left(\tg \alpha + \frac{x}{r_{02}} \right)^2 + 1} \quad \text{или} \quad O_2T = \sqrt{r_{02}^2 \left(\tg \alpha + \frac{x}{r_{02}} \right)^2 + r_{02}^2} \quad (31)$$

или после преобразований

$$O_2T = \sqrt{(r_{02} \tg \alpha + x)^2 + r_{02}^2}. \quad (32)$$

Произведя замену, получим зависимость, идентичную выражению (26). Аналогично можно получить и выражение (25).

Подставив зависимость x от ϕ из (4) и (5) в зависимости (25) и (26) соответственно, получим

$$\rho_1^2 = (r_{01} \tg \alpha - \phi_1 r_{01})^2 + r_{01}^2. \quad (33)$$

Аналогично

$$\rho_2^2 = (r_{02} \tg \alpha + \phi_2 r_{02})^2 + r_{02}^2. \quad (34)$$

Из (33) и (34), получим:

$$\rho_1 = \sqrt{(r_{01} \tg \alpha - \phi_1 r_{01})^2 + r_{01}^2}, \quad (35)$$

$$\rho_2 = \sqrt{(r_{02} \tg \alpha + \phi_2 r_{02})^2 + r_{02}^2}. \quad (36)$$

Таким образом, получены выражения для определения радиусов ρ_1 и ρ_2 (33) - (36) и углов их поворота χ_1 и χ_2 (17) и (22).

Иногда, с целью получения менее громоздких выражений полезно иметь для используемых выражений иную форму записи. Получим указанные зависимости в иной форме.

Для этого рассмотрим ΔO_1TP (см. рис. 1), воспользовавшись теоремой косинусов, получаем

$$\rho_1^2 = r^2 + \phi^2 r_0^2 - 2 r \phi r_0 \sin \alpha. \quad (37)$$

Аналогично из ΔO_2TP , следует, что

$$\rho_2^2 = r^2 + \phi^2 r_0^2 + 2 r \phi r_0 \sin \alpha. \quad (38)$$

Далее, определим и иную форму записи выражений для углов поворота радиусов

ρ_1 и ρ_2 соответственно углов χ_1 и χ_2 .

Площадь ΔO_1TP можно определить по формуле

$$S_{\Delta O_1TP} = 0,5 r h, \quad (39)$$

где $h = TE$ – высота ΔO_1TP , которую можно найти из прямоугольного ΔTPE

$$h = \varphi r_0 \cos \alpha. \quad (40)$$

Подставив выражение (40) в (39) окончательно получим

$$S_{\Delta O_1TP} = 0,5 r \varphi r_0 \cos \alpha. \quad (41)$$

С другой стороны, площадь ΔO_1TP можно выразить следующим образом

$$S_{\Delta O_1TP} = 0,5 \rho_1 r \sin \chi_1. \quad (42)$$

Приравняв правые части равенств (41) и (42), получим

$$\rho_1 \sin \chi_1 = \varphi r_0 \cos \alpha, \quad (43)$$

откуда

$$\chi_1 = \arcsin \frac{\varphi r_0 \cos \alpha}{\rho_1}. \quad (44)$$

Аналогично можно записать для угла χ_2

$$\chi_2 = \arcsin \frac{\varphi r_0 \cos \alpha}{\rho_2}. \quad (45)$$

Доказательство теоремы о скорости изменения площади, описываемой радиусами, соединяющими точку зацепления с центрами вращения шестерен.

Теорема. При вращении шестерен с эвольвентным зубчатым зацеплением скорость приращения площади треугольника $\Delta S(\Delta\varphi)$, образуемого радиусами $\rho_1(\varphi)$ и $\rho_2(\varphi)$, соединяющими центры вращения шестерен с точкой зацепления и отрезком соединяющим центры вращения шестерен – a есть величина постоянная, равная

$$VS(\varphi) = \frac{\partial S(\varphi)}{\partial \varphi} = 0,5 a \cdot r_0 \cos \alpha, \quad (46)$$

где r_0 – радиус основной окружности;

α – угол зацепления;

φ – угол поворота ведущей шестерни;

a – межцентровое расстояние.

Для доказательства теоремы рассмотрим схему зубчатого зацепления, представленную на рис. 1.

Для этого рассмотрим треугольник ΔO_1TO_2 . Площадь ΔO_1TO_2 можно найти по формуле

$$S_{\Delta O_1TO_2} = 0,5 \cdot O_1O_2 \cdot TE = 0,5 \cdot a \cdot h, \quad (47)$$

где h – высота треугольника.

Располагая зависимостями ρ_1 и ρ_2 и углов их поворота вокруг центров вращения χ_1 и χ_2 от угла поворота шестерен – φ из прямоугольных треугольников ΔO_1TE и ΔO_2TE можно записать выражения для определения высоты треугольника $\triangle O_1TO_2$ в функции от φ в виде:

$$h(\varphi) = \rho_1(\varphi) \sin \chi_1(\varphi), \quad (48)$$

$$h(\varphi) = \rho_2(\varphi) \sin \chi_2(\varphi). \quad (49)$$

Ранее были получены выражения радиусов ρ_1 и ρ_2 [1, 2] и углов их поворота вокруг центров вращения χ_1 и χ_2 от угла поворота шестерен – φ .

В результате предварительных теоретических исследований были получены формулы (35) и (36), из которых получим аналогичные зависимости в виде функций от угла поворота ведущей шестерни:

$$\rho_1(\varphi) = r_0 \sqrt{(\operatorname{tg} \alpha - \varphi)^2 + 1}, \quad (50)$$

$$\rho_2(\varphi) = r_0 \sqrt{(\operatorname{tg} \alpha + \varphi)^2 + 1}, \quad (51)$$

$$\chi_1(\varphi) = \alpha - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha - \varphi), \quad (52)$$

$$\chi_2(\varphi) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha + \varphi) - \alpha. \quad (53)$$

Или подставив в (48) и (49) соответствующие значения из (50)-(53), получим:

$$h = r_0 \sqrt{(\operatorname{tg} \alpha - \varphi)^2 + 1} \cdot \sin[\alpha - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha - \varphi)], \quad (54)$$

$$h = r_0 \sqrt{(\operatorname{tg} \alpha + \varphi)^2 + 1} \cdot \sin[\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha + \varphi) - \alpha]. \quad (55)$$

Тогда, подставив в (47) значение высоты h из (54) или (55) искомую площадь треугольника можно найти в соответствии со следующими зависимостями:

$$S_{\Delta O_1 T O_2} = 0,5 \ a \cdot r_0 \sqrt{(\operatorname{tg} \alpha - \varphi)^2 + 1} \cdot \sin[\alpha - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha - \varphi)], \quad (56)$$

$$S_{\Delta O_1 T O_2} = 0,5 \ a \cdot r_0 \sqrt{(\operatorname{tg} \alpha + \varphi)^2 + 1} \cdot \sin[\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha + \varphi) - \alpha]. \quad (57)$$

Далее с учетом того, что

$$\sin[\alpha - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha - \varphi)] = \frac{\varphi \cdot \cos \alpha}{\sqrt{(\varphi - \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1}}, \quad (58)$$

$$\sin[\alpha - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha + \varphi)] = \frac{\varphi \cdot \cos \alpha}{\sqrt{(\varphi + \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1}}. \quad (59)$$

Из (56) и (57) получим:

$$S_{\Delta O_1 T O_2} = 0,5 \ a \cdot r_0 \sqrt{(\operatorname{tg} \alpha - \varphi)^2 + 1} \cdot \frac{\varphi \cdot \cos \alpha}{\sqrt{(\varphi - \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1}}, \quad (60)$$

$$S_{\Delta O_1 T O_2} = 0,5 \ a \cdot r_0 \sqrt{(\operatorname{tg} \alpha + \varphi)^2 + 1} \cdot \frac{\varphi \cdot \cos \alpha}{\sqrt{(\varphi + \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1}}. \quad (61)$$

Или после преобразования, зависимостей (60) и (61), получим:

$$S_{\Delta O_1 T O_2} = 0,5 \ a \cdot r_0 \cdot \varphi \cdot \cos \alpha, \quad (62)$$

$$S_{\Delta O_1 T O_2} = 0,5 \ a \cdot r_0 \cdot \varphi \cdot \cos \alpha. \quad (63)$$

Из (62) и (63) видим, что выражения для определения площади треугольника $\Delta O_1 T O_2$ ожидаемо идентичны.

Далее перейдем к определению скорости изменения площади треугольника $\Delta O_1 T O_2$ по углу поворота φ

$$V_{S_{\Delta O_1 T O_2}} = \frac{dS_{\Delta O_1 T O_2}}{d\varphi}, \quad (64)$$

$$V_{S_{\Delta O_1 T O_2}} = 0,5 \ a \cdot r_0 \cos \alpha, \quad (65)$$

что и требовалось доказать.

А поскольку известно, что

$$a = \frac{2 \cdot r_0}{\cos \alpha}, \quad (66)$$

то формулу (65) можно переписать в виде

$$V_{S_{\Delta o_1 o_2}} = r_0^2. \quad (67)$$

Поэтому теорему можно переформулировать следующим образом:

Теорема. При вращении зубчатого зацепления шестерен с эвольвентными профилями с угловой скоростью ω , скорость приращения площади треугольника $\Delta S(\Delta t)$, образуемого радиусами $r_1(t)$ и $r_2(t)$, соединяющими центры вращения шестерен с точкой зацепления и отрезком, соединяющим центры вращения шестерен - a есть величина постоянная, равная

$$VS(t) = \frac{\partial S(t)}{\partial t} = \omega \cdot r_0^2.$$

Последняя формулировка более корректна с физической точки зрения – результат выражается в изменении единицы площади в единицу времени.

Выводы. Была доказана теорема в теории эвольвентного зубчатого зацепления, определяющая скорость изменения площади, описываемой радиусами, соединяющими центры вращения шестерен с полюсом зацепления.

Доказанная теорема может быть применена именно при проектировании шестеренных насосов, так как в НШ эвольвентное зубчатое зацепление выполняет две функции. Во-первых, зубчатое зацепление используется для переноса рабочей жидкости из камеры всасывания в камеру нагнетания и обеспечивает повышение давления рабочей жидкости совместно с другими уплотняющими элементами насоса. Во вторых, зацепление выполняет традиционную роль передачи крутящего момента от привода насоса на ведомую шестерню, в НШ это вспомогательная функция. При проектировании эвольвентных зубчатых зацеплений в силовых передачах данная теорема малоприменима.

Доказательство теоремы показывает, что устоявшиеся представления о пульсации мгновенной подачи и давления в процессе подачи рабочей жидкости в шестеренном насосе не в полной мере отвечают действительности.

Список литературы

1. Кулешков Ю.В. Шестеренные насосы с асимметричной линией зацепления шестерен / [Кулешков Ю.В., Черновол М.И., Без О.В., Титов Ю.А.] //Теория, конструкция и расчет.- Монография – Кривоград: «КОД», 2009. – 243 с.
2. Кулешков Ю.В. Усовершенствование математической модели мгновенной подачи шестеренного насоса. / Кулешков Ю.В., Осин Р.А., Руденко Т.В., Матвиенко О.О. // Збірник наукових праць Криворізького національного технічного університету «Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація» – Кривоград: КНТУ. – № 21. – С. 253 – 262.
3. Леонов А.Е. Насосы гидравлических систем и машин / Леонов А.Е. – М.-К.: Машгиз, 1960 – 226 с.
4. Рыбкин Е.А. Шестеренные насосы для металлорежущих станков / Рыбкин Е.А., Усов А.А. – Г.: Машгиз, 1960. – 189 с.
5. Юдин Е.М. Шестеренные насосы. Основные параметры и их расчет / Юдин Е.М. – [2-е изд. перераб. и доп.]. – М.: Машиностроение, 1964. – 236 с.
6. Башта Т.М. Машиностроительная гидравлика: [справочное пособие] / Башта Т.М. – М.: Машиностроение, 1977. – 672 с.
7. Осипов А.Ф. Объемные гидравлические машины коловоротного типа / Осипов А.Ф. // Теория, конструкция, проектирование. – М.: Машиностроение, 1971. – 207 с.
8. Гавриленко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи / Гавриленко В.А. – М.: «Машиностроение», 1969. – 431 с.
9. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин / Артоболевский И. И. – [4-е изд. перераб. и доп.] – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.

Yuriy Kuleshkov, Mikhail Chernovol, Timofey Rudenko, Mikhail Krasota, Sergey Magopetz, Ksenija Kuleshkova

Kirovograd national technical university

The research of regularities of the change of geometrical parameters of toothing in gear pump

The objective of the research is the development of theory to create a physical and mathematical model of the process of instant feed of a gear pump. That will allow explaining the peculiarities of the instant feed and the pressure in the process of operating cycle.

The article presents the proof of the theorem about special movement of the elements of evolute toothing which is the theoretical basis of the decrease of pulsation of geometrical instant feed of gear pump during all the period of toothing excluding the pitch point.

We have proved the theorem of the theory of evolute toothing which determines the speed of area change described by radiiuses that connect the centres of gear rotation with pitch point. The proved theorem may be used while designing gear pumps because in a gear pump the evolute toothing carries out two functions. First, toothing is used to transport hydraulic fluid from suction chamber to injection chamber and provides increase of pressure of hydraulic fluid together with other sealing elements of a pump. Second, toothing plays a traditional role of transforming of rotation moment from pump drive to driven gear. It is an additional function in a gear pump.

The proof of the theorem shows that traditional image of pulsation of instant feed and pressure in the process of feed of hydraulic fluid in gear pumps is not absolutely true to the reality.

evolute toothing, pitch point, involute, angle of toothing, gear pump, instant feed, geometrical feed

Одержано 14.11.14

УДК621.798.38

**О.В. Оришака, доц., канд. техн. наук, В.І. Гуцул, доц., канд. ф.-м. наук,
А.М. Артиухов, доц., канд. техн. наук**

Kirovogradsky nauchno-tekhnicheskiy universitet

Обґрунтування постачального пристрою установки безперервної дії для завантаження сипких матеріалів

Визначений вплив параметрів постачального пристрою на швидкість руху сипкого матеріалу в каналах патрубків в стаціонарному положенні і при обертанні пристрою, зміна лінійної питомої маси сипкого матеріалу в патрубках, а також центр мас сипкого матеріалу. Установлено, що швидкість руху сипкого матеріалу в каналах патрубків при обертанні пристрою збільшується відносно його стаціонарного положення, що виключає порушення технологічного процесу із-за забивання каналів патрубків.

установка, сипкий матеріал, постачальний пристрій, патрубок

О.В. Оришака, доц., канд. техн. наук, В.І. Гуцул, доц., канд. ф.-м. наук, А.М. Артиухов, доц., канд. техн. наук

Kirovogradskiy nauchno-tekhnicheskiy universitet

Обоснование питательного устройства установки непрерывного действия для загрузки сыпучих материалов

Определено влияние параметров питательного устройства на скорость движения сыпучего материала в каналах патрубков в стационарном положении и при вращении устройства, изменение удельной линейной массы сыпучего материала в канале установки. Установлено, что скорость сыпучего материала в каналах патрубков при вращении устройства увеличивается относительно его стационарного положения, что исключает нарушение технологического процесса из-за забивок патрубков.

установка, сыпучий материал, снабжающее устройство, патрубок