

Математична модель втрат робочої рідини через радіальний зазор шестеренного насоса типу НШ

В статті розглянуто змінний характер величини зони ущільнення радіального зазору шестеренного насоса типу НШ і на основі отриманих результатів створено математичну модель втрат робочої рідини через радіальний зазор.

радіальний зазор, втрати робочої рідини через радіальний зазор, довжина зони ущільнення радіального зазору, зона зростання тиску, зона високого тиску

При визначенні втрат робочої рідини через радіальний зазор шестеренного насоса типу НШ постає питання про величину довжини зони ущільнення радіального зазору, або, простіше кажучи, про довжину щілини радіального зазору.

Дослідники сходяться на думці Т.М. Башти [1], що довжина зони ущільнення радіального зазору дорівнює сумі дуг вершин зубців, що знаходяться в зоні зростання тиску. Тобто, фіксують скільки зубців поміщається в зоні зростання тиску (в насосах з подовженою зоною високого тиску, як правило, в зоні зростання тиску одночасно може знаходитись два зубці) і додають довжину дуг їх вершин.

При визначенні довжини зони ущільнення радіального зазору існує прихована проблема, оскільки кут між двома сусідніми зубцями $\frac{2 \cdot \pi}{z}$ не кратний куту зони зростання тиску, тому в різні моменти роботи в зоні зростання тиску перебуває різна кількість зубців — коли зубець входить в зону високого тиску, йому на заміну новий зубець з камери всмоктування ще не встигає зайти. В цей момент часу в зоні зростання тиску перебуває мінімальна кількість зубців (як правило, один зубець).

Розглянемо, для прикладу, насос НШ-32УК-3, у якого дві шестірні по вісім зубців кожна, а конструктивне виконання втулок таке, що зона зростання тиску (кут від кінця отвору всмоктування до початку зони високого тиску), дорівнює: $\chi = \chi_1 = A_1 O_1 B_1 = \chi_2 = A_2 O_2 B_2 = 73^\circ$ (рисунок 1).

Слід враховувати, що коли вершина зубця шестірні проходить точку початку зони високого тиску $B_1(B_2)$, то робоча рідина в западині за цим зубцем відразу ж починає знаходитись під високим тиском і, як наслідок, зона високого тиску простягається вже до вершини наступного зубця.

Спираючись на вищевикладені міркування, можна стверджувати, що в шестеренному насосі втрати робочої рідини відбуваються за трьома послідовними фазами, кожна з яких має свою величину зони ущільнення і тривалість, а отже, характеризується певною величиною втрат робочої рідини.

Перша фаза починається тоді, коли вершина зубця шестірні повністю пройшла отвір всмоктування (рисунок 1), а закінчується, коли вершина попереднього зубця повністю зайшла в область високого тиску (рисунок 2).

Ця фаза має найбільшу зону ущільнення, оскільки камери високого і низького тиску розділяє найбільша кількість зубців $k_{\max}$. З рисунків видно, що під час першої фази камеру високого і низького тиску розділяє два зубці правої шестірні.

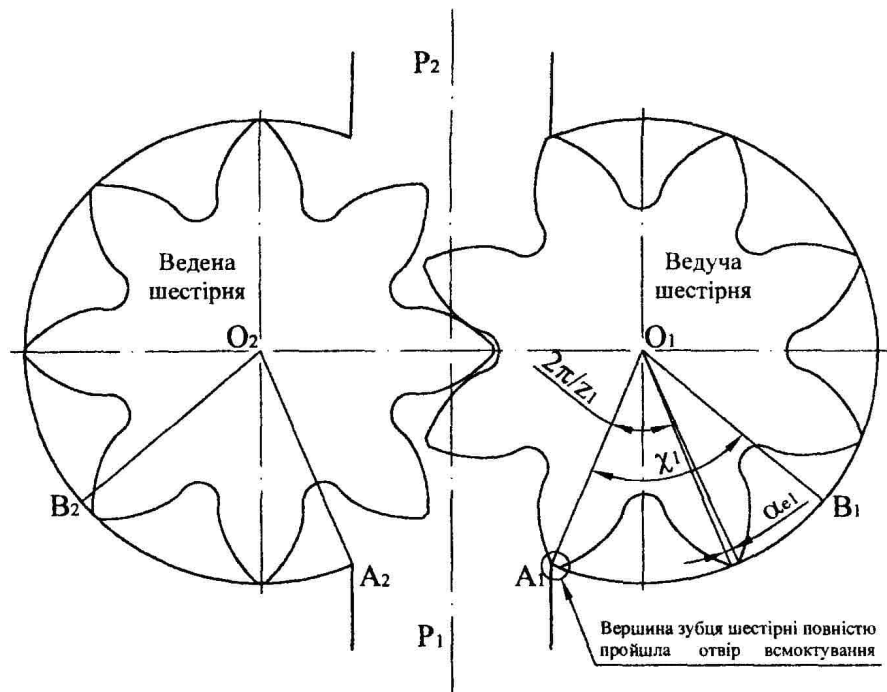


Рисунок 1 – Початок першої фази і кінець третьої фази втрат робочої рідини через радіальний зазор ведучої шестірни

Отже, в загальному випадку кут зони ущільнення на першій фазі можна оцінити виходячи з виразу:

$$\Delta\varphi_1 = \kappa_{\max} \cdot \alpha_e,$$

де α_e — центральний кут, що відповідає дузі вершини зубця.

Користуючись рисунком 1 і рисунком 2 знайдемо тривалість першої фази:

$$\theta_1 = (\chi + \alpha_e) - \left((\kappa_{\max} - 1) \cdot \frac{2\pi}{z} + \alpha_e \right) = \chi - (\kappa_{\max} - 1) \cdot \frac{2\pi}{z}.$$

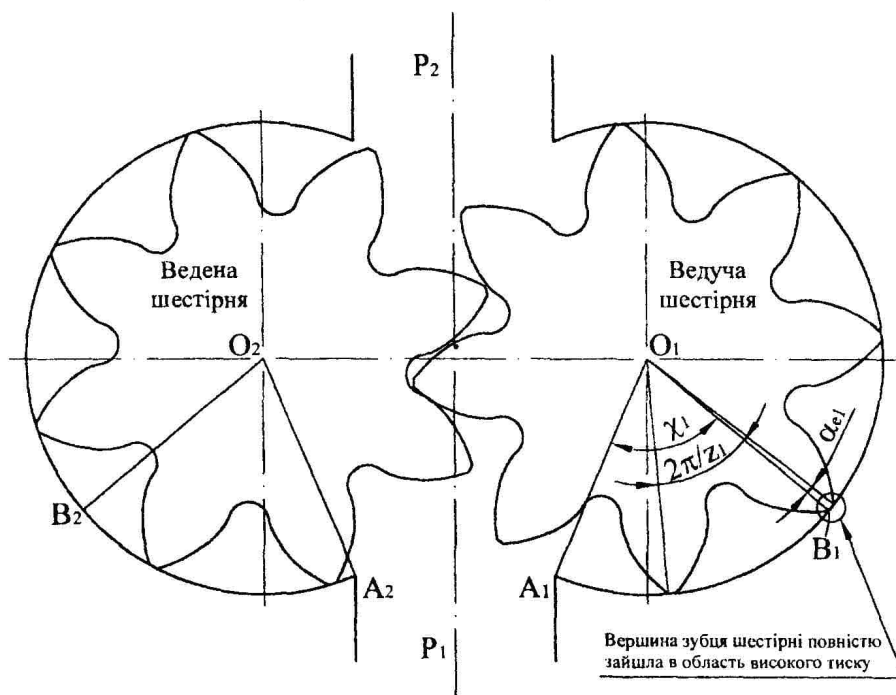


Рисунок 2 – Початок другої фази і кінець першої фази втрат робочої рідини через радіальний зазор ведучої шестірни

Друга фаза починається одразу по закінченні першої фази, коли в западині, що слідує за зубцем, який прийшов в область високого тиску виникає високий тиск (рисунок 2) і закінчується друга фаза тоді, коли черговий зубець приходить в кінець отвору всмоктування, відокремивши, тим самим, рідину в западині від камери всмоктування (рисунок 3). Ця фаза характеризується найменшою зоною ущільнення. Як видно з рисунків, в правій шестірні насоса НШ-32УК-3 області високого і низького тиску під час другої фази розділяє лише вершина одного зубця, тобто кут ущільнення дорівнює α_e . Це, звичайно, збільшує величину втрат робочої рідини через радіальний зазор.

В загальному випадку кут зони ущільнення другої фази можна визначити з такого виразу:

$$\Delta\varphi_2 = \kappa_{\min} \cdot \alpha_e = (\kappa_{\max} - 1) \cdot \alpha_e,$$

де $\kappa_{\min}$ — мінімальна кількість зубців в зоні зростання тиску, $\kappa_{\min} = \kappa_{\max} - 1$.

Тривалість другої фази знаходиться за формулою:

$$\theta_2 = \left(\kappa_{\max} \cdot \frac{2\pi}{z} - \alpha_e \right) - \chi.$$

Третя фаза настає одразу по закінченні другої фази (рисунок 3), коли зубець своєю вершиною приходить в кінець отвору всмоктування і закінчується, коли вершина зубця повністю пройшла отвір всмоктування (рисунок 1). Ця фаза характеризується змінною зоною ущільнення. При цьому: кут зони ущільнення $\Delta\varphi_3$ змінюється від $\kappa_{\min} \cdot \alpha_e$ до $\kappa_{\max} \cdot \alpha_e$. Враховуючи те, що шестірні обертаються рівномірно, приймаємо величину ущільнення рівною $\Delta\varphi_3 = \left(\kappa_{\max} - \frac{1}{2} \right) \cdot \alpha_e$. Триває третя фаза $\theta_3 = \alpha_e$ радіан, після чого знову настає перша фаза.

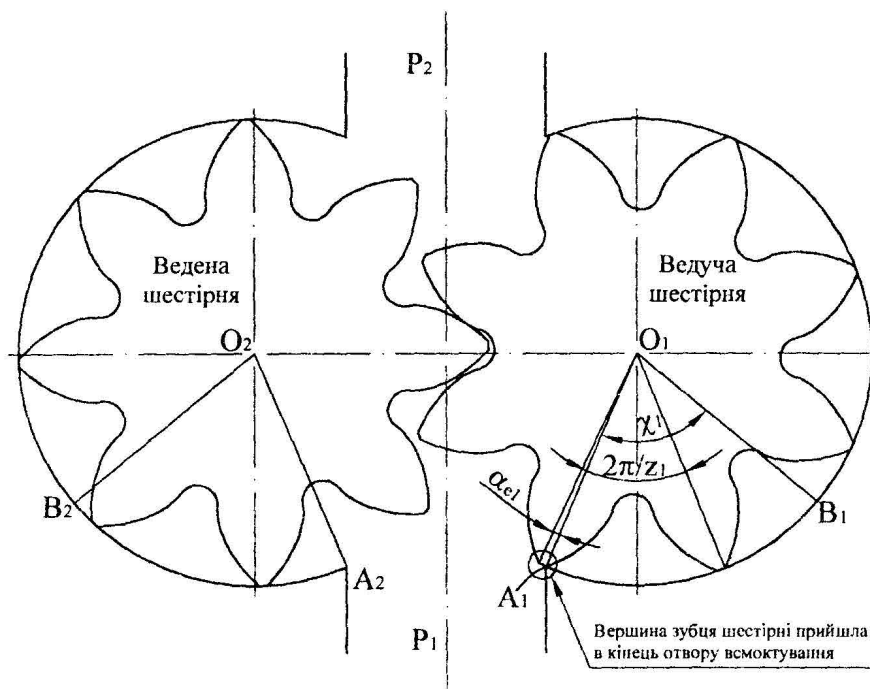


Рисунок 3 – Початок третьої фази і кінець другої фази втрат робочої рідини через радіальний зазор ведучої шестірні

Величини зон ущільнення і тривалості всіх фаз втрат робочої рідини зведені до таблиці 1.

Таблиця 1 – Фази втрат робочої рідини через радіальний зазор

Фази	Величина зони ущільнення φ_i , рад. $i = 1, 2, 3$	Тривалість фази θ_i , рад. $i = 1, 2, 3$
Перша фаза	$\Delta\varphi_1 = \kappa_{\max} \cdot \alpha_e$	$\theta_1 = \chi - (\kappa_{\max} - 1) \cdot \frac{2\pi}{z}$
Друга фаза	$\Delta\varphi_2 = (\kappa_{\max} - 1) \cdot \alpha_e$	$\theta_2 = \left(\kappa_{\max} \cdot \frac{2\pi}{z} - \alpha_e \right) - \chi$
Третя фаза	$\Delta\varphi_3 = \left(\kappa_{\max} - \frac{1}{2} \right) \cdot \alpha_e$	$\theta_3 = \alpha_e$

Використовуючи дані табл. 1, знайдемо тривалість повного циклу:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \frac{2\pi}{z}.$$

Таким чином, кожна фаза втрат робочої рідини через радіальний зазор характеризується певною тривалістю, але тривалість повного циклу завжди дорівнює куту між двома сусідніми зубцями.

Класичний вираз для визначення втрат робочої рідини через радіальний зазор має такий вигляд:

$$\Delta Q_p = \left(\frac{\Delta P \cdot \delta_p^3}{12 \cdot \mu \cdot l} - \frac{R_{\text{ш}} \cdot \omega \cdot \delta_p}{2} \right) \cdot b, \text{ мм}^3/\text{с} \quad (1)$$

де ΔP – перепад тиску між камерою нагнітання та камерою всмоктування, Па;

δ_p – радіальний зазор, мм;

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості робочої рідини, Па·с ;

l – довжина зони ущільнення радіального зазору, мм;

$R_{\text{ш}}$ – зовнішній радіус вінця шестерень, мм;

ω – кутова швидкість, рад/с;

b – ширина шестерень, мм.

Цей вираз описує прямолінійний рух рідини між двома паралельними стінками. Щоб врахувати трьохфазність протікання втрат робочої рідини через радіальний зазор, необхідно мати вираз в циліндричній системі координат. Такий вираз отримано в роботі [2]. Він повністю відповідає виразу (1) і має такий вигляд:

$$Q_p = b \cdot \left[-\frac{1}{8\mu \cdot n} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta\varphi} \cdot \left(R_{\kappa}^2 - R_{\text{ш}}^2 - \frac{4R_{\kappa}^2 \cdot R_{\text{ш}}^2}{R_{\kappa}^2 - R_{\text{ш}}^2} \cdot \ln^2 \frac{R_{\kappa}}{R_{\text{ш}}} \right) - \right. \\ \left. - \pi \cdot R_{\text{ш}}^2 \cdot \left(\frac{2R_{\kappa}^2}{R_{\kappa}^2 - R_{\text{ш}}^2} \cdot \ln \frac{R_{\kappa}}{R_{\text{ш}}} - 1 \right) \right], \text{ мм}^3/\text{об} \quad (2)$$

де $\Delta\varphi$ – кут, на якому відбувається зростання тиску від мінімального значення до максимального, рад;

R_{κ} – радіус колодязя корпусу, м;

n – частота обертання, об/хв.

Для зручності виведення виразу введемо тимчасові заміни:

$$A = R_{\kappa}^2 - R_{\text{ш}}^2 - \frac{4R_{\kappa}^2 \cdot R_{\text{ш}}^2}{R_{\kappa}^2 - R_{\text{ш}}^2} \cdot \ln^2 \frac{R_{\kappa}}{R_{\text{ш}}}; \quad (3)$$

$$B = \frac{2R_{\kappa}^2}{R_{\kappa}^2 - R_{\text{ш}}^2} \cdot \ln \frac{R_{\kappa}}{R_{\text{ш}}} - 1. \quad (4)$$

Тоді вираз для втрат робочої рідини набуває простішого вигляду:

$$Q_p = b \cdot \left(-\frac{1}{8\mu \cdot n} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta \Phi} \cdot A - \pi \cdot R_{\text{ш}}^2 \cdot B \right). \quad (5)$$

Скористаємось даними таблиці 1, в якій показні величини зон ущільнення і тривалості всіх фаз втрат робочої рідини через радіальний зазор.

Розкладемо вираз (5) на три доданка, в кожного з яких буде своя доля тривалості $\frac{\theta_i}{\theta}$ і величина зони ущільнення $\Delta \Phi_i$:

$$Q_p = \sum_{i=1}^3 b \cdot \frac{\theta_i}{\theta} \cdot \left(-\frac{1}{8\mu \cdot n} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta \Phi_i} \cdot A - \pi \cdot R_{\text{ш}}^2 \cdot B \right). \quad (6)$$

Знайдемо долю тривалості кожної з фаз:

$$\frac{\theta_1}{\theta} = \frac{\chi - (\kappa_{\max} - 1) \cdot \frac{2\pi}{z}}{\frac{2\pi}{z}} = \frac{\chi \cdot z}{2\pi} - (\kappa_{\max} - 1); \quad (7)$$

$$\frac{\theta_2}{\theta} = \frac{\left(\kappa_{\max} \cdot \frac{2\pi}{z} - \alpha_e \right) - \chi}{\frac{2\pi}{z}} = \kappa_{\max} - \frac{z \cdot (\alpha_e + \chi)}{2\pi}; \quad (8)$$

$$\frac{\theta_3}{\theta} = \frac{\alpha_e}{\frac{2\pi}{z}} = \frac{z \cdot \alpha_e}{2\pi}. \quad (9)$$

Користуючись даними таблиці 1 і виразами (7)-(9) перетворимо вираз (6):

$$\begin{aligned} Q_p = & b \cdot \left(\frac{\chi \cdot z}{2\pi} - (\kappa_{\max} - 1) \right) \cdot \left(-\frac{1}{8\mu \cdot n} \cdot \frac{\Delta P}{\kappa_{\max} \cdot \alpha_e} \cdot A - \pi \cdot R_{\text{ш}}^2 \cdot B \right) + \\ & + b \cdot \left(\kappa_{\max} - \frac{z \cdot (\alpha_e + \chi)}{2\pi} \right) \cdot \left(-\frac{1}{8\mu \cdot n} \cdot \frac{\Delta P}{(\kappa_{\max} - 1) \cdot \alpha_e} \cdot A - \pi \cdot R_{\text{ш}}^2 \cdot B \right) + \\ & + b \cdot \frac{z \cdot \alpha_e}{2\pi} \cdot \left(-\frac{1}{8\mu \cdot n} \cdot \frac{\Delta P}{\left(\kappa_{\max} - \frac{1}{2} \right) \cdot \alpha_e} \cdot A - \pi \cdot R_{\text{ш}}^2 \cdot B \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Враховуючи, що $\frac{\theta_1}{\theta} + \frac{\theta_2}{\theta} + \frac{\theta_3}{\theta} = 1$, а також те, що фрикційна складова в усіх трьох доданках однакова можемо зробити висновок, що зміни зазнає лише напірна складова, а фрикційна залишиться такою ж як і була.

Отже, після спрощення вираз для визначення втрат робочої рідини через радіальний зазор з врахуванням змінної величини зони ущільнення отримає вигляд:

$$Q_p = b \cdot \left(-\frac{1}{8\mu \cdot n} \cdot \frac{8 \cdot \pi \cdot \kappa_{\max} \cdot \kappa_{\min} - \chi \cdot z \cdot (\kappa_{\max} + \kappa_{\min}) - z \cdot \alpha_e \cdot \kappa_{\max} + 2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot \kappa_{\max} \cdot \kappa_{\min} \cdot (\kappa_{\max} + \kappa_{\min})} \cdot \frac{\Delta P}{\alpha_e} \cdot A - \pi \cdot R_{\text{ш}}^2 \cdot B \right), \quad (11)$$

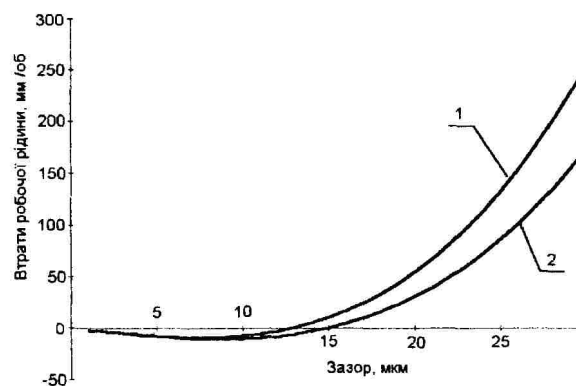
де $\frac{8 \cdot \pi \cdot \kappa_{\max} \cdot \kappa_{\min} - \chi \cdot z \cdot (\kappa_{\max} + \kappa_{\min}) - z \cdot \alpha_e \cdot \kappa_{\max} + 2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot \kappa_{\max} \cdot \kappa_{\min} \cdot (\kappa_{\max} + \kappa_{\min})}$ — коефіцієнт, що

враховує змінність величини зони ущільнення.

Щоб отримати остаточний вираз для визначення втрат робочої рідини через радіальний зазор виконаємо підстановку раніше зроблених замінів (3) і (4):

$$Q_p = b \cdot \left[-\frac{1}{8\mu \cdot n} \cdot \frac{8 \cdot \pi \cdot \kappa_{\max} \cdot \kappa_{\min} - \chi \cdot z \cdot (\kappa_{\max} + \kappa_{\min}) - z \cdot \alpha_c \cdot \kappa_{\max} + 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta P}{\alpha_c}}{2 \cdot \pi \cdot \kappa_{\max} \cdot \kappa_{\min} \cdot (\kappa_{\max} + \kappa_{\min})} \times \right. \\ \left. \times \left(R_k^2 - R_{\text{ш}}^2 - \frac{4R_k^2 \cdot R_{\text{ш}}^2}{R_k^2 - R_{\text{ш}}^2} \cdot \ln^2 \frac{R_k}{R_{\text{ш}}} \right) - \pi \cdot R_{\text{ш}}^2 \cdot \left(\frac{2R_k^2}{R_k^2 - R_{\text{ш}}^2} \cdot \ln \frac{R_k}{R_{\text{ш}}} - 1 \right) \right] \quad (12)$$

Таким чином, врахування непостійної кількості зубців в зоні зростання тиску призвело до появи коефіцієнта в напірній складовій виразу. Те, що цей коефіцієнт відіграє важливу роль можна побачити з рисунку 4. Графік побудовано для номінальних умов роботи шестеренного насоса НШ-32УК-3 ($\Delta P = 16$ МПа, $n = 32$ об/с, $\mu = 54,3 \cdot 10^{-3}$ Па·с).



- 1 – з врахуванням непостійної кількості зубців в зоні зростання тиску
2 – без врахування непостійної кількості зубців в зоні зростання тиску

Рисунок 4 – Графіки втрат робочої рідини через радіальний зазор насоса НШ-32УК-3

Таким чином, отримана математична модель втрат робочої рідини через радіальний зазор відповідає дійсним процесам, що відбуваються при роботі шестеренного насоса. Розрахунки втрат робочої рідини за отриманою математичною моделлю доволі суттєво відрізняються від розрахунків за існуючою моделлю. Ця різниця на проміжку радіального зазору 15...50 мкм становить 27...372,5 мм³/об, що складає більше 1% від робочого об'єму насоса. При чому з подальшим збільшенням радіального зазору різниця між результатами математичних моделей зростає.

Список літератури

1. Башта Т.М. Самолётные гидравлические приводы и агрегаты. М.: Оборонгиз, 1951.
2. Кулешков Ю.В., Черновол М.І., Матвієнко О.О. Втрати робочої рідини через радіальний зазор в сучасних шестеренних насосах типу НШ // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. Випуск 8. Підвищення надійності відновлюємих деталей машин. Том 2, 2001. – С. 87-90.

В статье рассмотрено переменный характер величины зоны уплотнения радиального зазора шестеренного насоса типа НШ. На основании полученных результатов создано математическую модель радиальных утечек.

There is analysis variable parameter of compaction area of radial clearance in gear pumps of НШ-type. The authors of the article derive the simulator for calculation a radial leak on the basis of findings.