

**С.І. Осадчий, доц., канд. техн. наук, І.А. Шаповалова, ас., В.Ф. Гамалій, проф.,  
д-р фіз.-мат. наук**

*Кіровоградський національний технічний університет*

**Б.М. Гончаренко, проф., д-р техн. наук**

*Національний університет харчових технологій*

## Робастна стійкість стохастичної системи стабілізації потужності різання

В статті викладено аналіз робастної стійкості стохастичної системи стабілізації потужності різання.

**робастна стійкість, оптимальний регулятор, неструктуровані збурення, невизначеність**

На сьогоднішній день найбільш розповсюдженими лісопилним обладнанням є стрічкові пилорами з роздільним приводом. Розпилювання деревини на пиломатеріали на верстатах даного класу є енергоємною та важливою операцією при виконанні первинної обробки деревини.

Одним із способів підвищення енергетичної ефективності та продуктивності, а також покращення якості обробки на деревообробних верстатах є застосування систем управління режимами деревообробки, які мають технологічний зворотній зв'язок для підтримання на заданому рівні одного або декількох параметрів. Для стрічкових пилорам в якості такого параметру використовується потужність різання, що вимірюється як споживана потужність електроприводу головного руху.

На основі нових підходів [1,2] до створення системи стабілізації потужності різання на стрічковій пилорамі визначено нові моделі динаміки об'єкту управління (системи "деревообробний верстат – процес різання") та збурень, які супроводжують процес обробки [5], а також знайдено структуру та параметри оптимального регулятора, який забезпечує підвищення точності стабілізації потужності різання на два порядки [6].

Слід зауважити, що функціонування системи стабілізації потужності різання відбувається в умовах невизначеності, яка проявляється в наступному:

- різучі властивості інструменту безперервно змінюються і складно визначити його характеристики в даний момент часу;
- властивості технологічної системи верстата невизначені, оскільки піддаються впливу випадкових збурень, які важко виявити;
- фізико – механічні властивості деревини змінюються випадковим чином від колоди до колоди.

Як відомо, здатність системи зберігати стійкість за наявності невизначеностей характеризується робастною стійкістю [3, 4]. В результаті аналізу існуючих методів та алгоритмів визначення робастної стійкості обрано метод викладений в [4].

В термінах сформульованих в роботі [4] регулятор робастно стабілізує об'єкт керування, якщо він стабілізує будь – яку збурену модель  $W_{\Delta}$ , яка є комбінацією номінальної моделі  $W$  та невизначеності  $\Delta \in D$ , де  $D$  є класом можливих невизначеностей, який включає випадок  $\Delta=0$ .

Таким чином, метою дослідження робастної стійкості системи стохастичної стабілізації потужності різання є визначення класу неструктурованих невизначеностей, вплив яких не призводить до втрати стійкості системи з оптимальним регулятором.

Для оцінки робастної стійкості використано теорему 5.15 з [4], згідно з якою регулятор  $W$  забезпечує стійкість нового об'єкту  $W_\Delta$  для будь-якого  $\Delta \in D_\varepsilon$  та будь-якого стандартного об'єкту  $W_0$ , який є стабілізованим та детектованим тоді і лише тоді, коли:

- система номінальний об'єкт + оптимальний регулятор ( $W$ ) є стійкою;
- $\infty$  - норма

$$\|\mathfrak{K}(W_0, W)\|_\infty \leq \varepsilon^{-1}, \quad (1)$$

де  $\|\cdot\|_\infty$  - норма допоміжної матриці передаточних функцій  $\mathfrak{K}(W_0, W)$ ;

$D_\varepsilon$  – клас допустимих невизначеностей, таких що

$$D_\varepsilon \triangleq D_{S_\varepsilon} \cup D_{U_\varepsilon} \quad (2)$$

та

$$D_{S_\varepsilon} \triangleq \{\Delta : \Delta \in RH_\infty; \|\Delta\|_\infty < \varepsilon\}, D_{U_\varepsilon} \triangleq \{\Delta : \Delta \in RL_\infty; \eta_1 = \eta_2; \|\Delta\|_\infty < \varepsilon\}$$

де  $\eta_1$  – число нестійких полюсів номінального об'єкту;

$\eta_2$  – число нестійких полюсів збуреного об'єкту;

$RH_\infty$  - підпростір функцій Харді, який складається із дійсних раціональних обмежених аналітичних в правій півплощині передаточних функцій;

$RL_\infty$  - аналогічний підпростір функцій Лебега.

Для виконання необхідних розрахунків відповідно до викладеної в [4] методики матриця передаточних функцій для стандартного об'єкту

$$W_0 = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Оскільки процедура синтезу [1,2] гарантує стійкість номінальної системи + оптимальний регулятор, то для досягнення поставленої мети необхідно знайти граничне значення  $\varepsilon$  для простору  $D_\varepsilon$ . Величина  $\varepsilon$  визначається із співвідношення:

$$\varepsilon = \frac{1}{\|\mathfrak{K}(W_0, W)\|_\infty}. \quad (4)$$

Виконаємо дослідження робастної стійкості для кожного виду невизначеностей відповідно до обраної методики.

Неструктурована адитивна непараметрична невизначеність в передаточній функції об'єкту керування визначається як [4]:

$$W_\Delta = W_{ob} + \Delta_A. \quad (5)$$

Відповідно матриця передаточних функцій стандартного об'єкту знаходиться як

$$W_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & W \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Згідно наслідку 5.1 теорему 5.15 з [4] регулятор  $W$  стабілізує об'єкт  $W_\Delta = W_{ob} + \Delta_A$  для будь-якого  $\Delta_A \in D_\varepsilon$  за умови

$$\|\mathfrak{K}(W_0, W)\|_\infty = \|W(1 - W_{ob}W)^{-1}\|_\infty \leq \varepsilon^{-1}. \quad (7)$$

Неструктурована мультиплікативна непараметрична невизначеність в передаточній функції об'єкту  $W_{ob}$  записується наступним чином [4]:

$$W_\Delta = (1 + \Delta_{w_0})W_{ob}. \quad (8)$$

Матриця передаточних функцій стандартного об'єкту за умови дії на нього зазначеної невизначеності:

$$W_0 = \begin{bmatrix} 0 & W \\ 1 & W \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Для забезпечення стійкості в даному випадку відповідно до наслідку 5.2 теореми 5.15 повинно виконуватись нерівність:

$$\|\mathfrak{K}(W_0, W)\|_\infty = \|W_{об} W (1 - W_{об} W)^{-1}\|_\infty \leq \varepsilon^{-1}. \quad (10)$$

Як встановлено в результаті структурної ідентифікації об'єкт керування описується диференціальним рівнянням вигляду:

$$Px = Mu + \psi.$$

Для аналізу робастної стійкості в умовах дії на об'єкт керування дробово – раціональної непараметричної невизначеності вигляду  $\Delta = [\Delta_n, \Delta_m]$  необхідно визначити клас передаточних функцій  $\Delta$ , при якому замкнута система з новим об'єктом

$$W_\Delta = (P + \Delta_n)^{-1} \cdot (M + \Delta_m) \quad (11)$$

та регулятором  $W$  буде стійкою.

Складові передаточної функції стандартного об'єкта (3) набувають вигляду [4]

$$W_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ -P^{-1} \end{bmatrix}, W_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ -P^{-1} \cdot M \end{bmatrix}, W_{21} = P^{-1}, W_{22} = P^{-1} \cdot M. \quad (12)$$

З урахуванням рівняння регулятора  $W$  [6] шукана допоміжна матриця знаходиться як

$$\mathfrak{K}(W_0, W) = \begin{bmatrix} F_u^\psi \\ -P^{-1}(1 + M \cdot F_u^\psi) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Аналіз робастної стійкості виконувався для передаточної функції об'єкту та регулятору знайденого для дослідів, який відповідає обробці гострим інструментом сухої деревини при малій висоті пропилю (дослід 1)  $W_I$  та при виконанні обробки затупленим інструментом вологої деревини  $W_{II}$  (дослід 2). Структури моделей динаміки об'єкту  $W_{об}$ , оптимального регулятора  $W$  та передаточна функція замкнутої системи  $F_u^\psi$  мають вигляд [5,6]

$$W_{об}(s) = \frac{M(s)}{P(s)} = \frac{k_{об}(T_{об1}^2 s^2 + 2\zeta_1 T_{об1} s + 1)(T_{об2}^2 s^2 + 2\zeta_2 T_{об2} s + 1)}{(T_{об3}^2 s^2 + 2\zeta_3 T_{об3} s + 1)(T_{об4}^2 s^2 + 2\zeta_4 T_{об4} s + 1)}, \quad (14)$$

$$W = \frac{k(T_1^2 s^2 + 2\zeta_1 T_1 s + 1)}{(T_2^2 s^2 + 2\zeta_2 T_2 s + 1)}, \quad (15)$$

$$F_u^\psi = \frac{k_u(T_{1u}^2 s^2 + 2\zeta_{1u} T_{1u} s + 1)}{(T_{2u}^2 s^2 + 2\zeta_{2u} T_{2u} s + 1)(T_{3u}^2 s^2 + 2\zeta_{3u} T_{3u} s + 1)(T_{4u}^2 s^2 + 2\zeta_{4u} T_{4u} s + 1)}. \quad (16)$$

Значення параметрів моделей, які входять до виразів (14), (15), (16) наведені в таблицях 1, 2, 3 відповідно.

Таблиця 1 – Параметри передаточної функції об'єкту

| № дослід | $k_{об}$ | $T_{об1}$ | $\zeta_{об1}$ | $T_{об2}$ | $\zeta_{об2}$ | $T_{об3}$ | $\zeta_{об3}$ | $T_{об4}$ | $\zeta_{об4}$ |
|----------|----------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| дослід 1 | -0.63    | 5         | 0.45          | 1.25      | 0.75          | 6.6       | 0.84          | 1.82      | 0.2           |
| дослід 2 | -0.8     | 1.667     | 0.3           | 1.17      | 0.75          | 4         | 0.26          | 0.37      | 0.62          |

Таблиця 2 – Параметри передаточної функції регулятора

| № досліду | $k$  | $T_1$ | $\zeta_1$ | $T_2$ | $\zeta_2$ |
|-----------|------|-------|-----------|-------|-----------|
| дослід 1  | 10.3 | 2.55  | 0.7       | 1.98  | 0.72      |
| дослід 2  | 58.5 | 1.2   | 0.64      | 1.57  | 0.68      |

Таблиця 3 – Параметри передаточної функції  $F_u^\psi$ 

| № досліду | $k_u$   | $T_{1u}$ | $\zeta_{1u}$ | $T_{2u}$ | $\zeta_{2u}$ | $T_{3u}$ | $\zeta_{3u}$ |
|-----------|---------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|
| дослід 1  | 207.281 | 2.556    | 0.69         | 5.043    | 0.48         | 1.366    | 0.68         |
| дослід 2  | 149.603 | 2.595    | 0.79         | 5.237    | 0.61         | 1.582    | 0.53         |

Після виконання підстановки відповідних даних до виразів (7), (10), (13) з урахуванням (14), (15), (16) та таблиць 1, 2, 3 знайдені граничні значення  $\epsilon$  для кожного типу невизначеностей. За результатами виконаних розрахунків складено таблицю 4

Таблиця 4 – Граничне значення  $\epsilon$ 

| Тип невизначеності    | Значення $\epsilon$ |           |
|-----------------------|---------------------|-----------|
|                       | $W_I$               | $W_{III}$ |
| адитивна              | 0.6229              | 0.5130    |
| мультиплікативна      | 0.2387              | 0.1788    |
| дробово - раціональна | 0.0068              | 0.0036    |

Аналіз отриманих даних показує, що оптимальний регулятор забезпечує стійкість замкнутої системи в умовах дії адитивної, мультиплікативної та дробово – раціональної невизначеностей.

Таким чином, отримано процедуру дослідження робастної стійкості системи стохастичної стабілізації потужності різання. На основі її застосування визначено, що система стабілізації потужності різання синтезована на основі сучасних підходів [1, 2] володіє властивістю робатності для неструктурованих адитивних, мультиплікативних та дробово – раціональних невизначеностей,  $\infty$  - норма яких не перевищує 0.6229, 0.2387, 0.0068 відповідно. Для подальшої схемної реалізації необхідно обрати регулятор, отриманий для умов досліду 1, оскільки саме при його застосуванні граничне значення показника  $\epsilon$  є найбільшим.

## Список літератури

1. Азарсков В.Н., Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации – К.: НАУ, 2006. – 438с.
2. Блохин Л.Н. Оптимальные системы стабилизации – К.: Техника, 1982. – 144с.
3. Kwakernaak H. . Robust Control and  $H_\infty$  - Optimization//Automatica.-vol.29.- №2.- 1993.- P. 255 – 273
4. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления/ Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: МГТУ им. Баумана, 2004. – 614с.
5. Осадчий С.І., Шаповалова І.А. Динаміка системи «деревообробний верстат-процес різання в реальних експлуатаційних умовах»\Вісник Хмельницького національного технічного університету. - Хмельницький, 2007. - №3, Т.1. – С. 26-29.
6. Осадчий С.І., Шаповалова І.А. Синтез системи стохастичної стабілізації потужності різання на деревообробному верстаті\Збірник наукових праць КНТУ. Вип. 19. - Кіровоград, 2007, С. 48 – 53.

В статті подано аналіз робастної стійкості оптимальної системи стохастичної стабілізації потужності різання

The article contains the analysis of robust stability of the optimum system of stabilization of the power of cutting for woodworking machine-tool.