Розробка та удосконалення державних механізмів регулювання обов'язкових видів страхування на базі досвіду розвинутих країн світу і є найважливішим предметом діяльності Української держави у вдосконаленні власників транспортних засобів.

Одним із важливих аспектів даного виду страхування є те, що страхування цивільної відповідальності власників транспортних засобів пов'язаний з найголовнішою цінністю людини - її життя. Саме тому цей вид страхування потребує постійних нововведень.

Список літератури

1. Закон України «Про обов'язкове страхування цивільної відповідальності власників наземних транспортних засобів»// www.rada.gov.ua
2. Фурман В. Соціально – економічні аспекти обов'язкового страхування цивільно-правової відповідальності автовласників // «Економіст».-2005.- №10.-с.62-63
3. Філонюк О., Недбаєва С. Страхування цивільної відповідальності // Вісник Національної академії державного управляння.-2005.-с.114-120
4. Офіційний сайт страхової компанії Княжа http://kniazha.com.ua/ua/info/that_to_do/civilprav/

Одержано 30.03.10

УДК 004.42

А.А. Булахова, студ. гр. СІ 08-3, М.О. Симчина, студ. гр. СІ 07-2, Г.А. Кушнір, доц., канд. техн. наук
Кіровоградський національний технічний університет, м. Кіровоград

Моделювання прийняття рішення лінійним програмуванням з суперечливими критеріями

У статті розглядається проблема відшукання функціонального зв'язку між затратами на розвиток підприємства (реконструкцію, створення економічного чи інженерного проекту) та показниками розвитку $x_1, x_2, \dots, x_k$, інтегрованим виглядом яких є цільова функція (функція корисності) Z.

функціональний зв'язок,цільова функція, оптимальне значення, прийняття рішення за двома суперечливими критеріями, задачі математичного програмування, в тому числі-квадратичного, лінійного та цілочисельного програмування

Функціональний зв'язок між затратами на розвиток підприємства та показниками розвитку $x_1, x_2, \dots, x_k$, відшукується за допомогою розв'язання проблеми оптимального розподілу затрат y_i на поліпшення показників $x_1, x_2, \dots, x_k$ з наступним визначенням значення приросту корисності ΔZ_i. Загальний вигляд процесу відшукання функціонального зв'язку між y_i та ΔZ_i

$$\Delta Z_i = S(y_i), i = 1, 2, \dots, 1.$$

можна зобразити у вигляді такої логічної схеми: оптимальний розподіл y_i та відшукання оптимального значення приросту корисності ΔZ_i → відшукання потрібної функціональної залежності у вигляді таблиці → знаходження за табличними даними аналітичного виразу відповідної функціональної залежності. Проблема, що розглядається у даній статті, є складовою більш загальної проблеми прийняття рішення за двома суперечливими критеріями. У статті створюється математична модель, яка допомагає вибрати одну із можливих стратегій прийняття рішення за двома суперечливими критеріями. Ціллю статті є створення математичної моделі, яка дозволила б знаходити потрібну функціональну залежність між затратами y_i і відповідним приростом корисності ΔZ_i і тим самим допомогла б особі, що приймає рішення прийняти найбільш прийнятну стратегію розвитку підприємства (реконструкцію, створення інженерного проекту).

Багато задач реконструкції, проектування, розвитку виробництва приводять до проблеми прийняття рішення за двома критеріями $К_1$ і $К_2$. Під $К_1$ можна розуміти, наприклад, інтегральні якості механізму, машини, проекту, тощо. Під розвитком виробництва (реконструкцією, створенням певного проекту) розуміється поліпшення певних показників $x_1, x_2, \dots, x_k$, які можуть змінюватися у межах:

$$\begin{aligned} a_1 &\le x_1 \le b_1, \\ a_2 &\le x_2 \le b_2, \\ &\dots\dots\dots \\ a_k &\le x_k \le b_k, \end{aligned} \qquad (1)$$

причому $a_1, a_2, \dots, a_k$, є значення параметрів $x_1, x_2, \dots, x_k$ в початковий момент оптимізації, а, відповідно, $b_1, b_2, \dots, b_K$ – можливі максимальні значення $x_1, x_2, \dots, x_k$.

Окрім умов (1) змінні $x_1, x_2, \dots, x_k$ можуть бути пов’язаними між собою більш складними залежностями у вигляді нелінійних рівнянь чи нерівностей:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_k) &\le s_1, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_k) &\le s_2, \\ &\dots\dots\dots\dots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_k) &\le s_m. \end{aligned} \qquad (2)$$

Числове значення інтегрованого критерію K_1 буде функцією:

$$Z = F(x_1, x_2, \dots, x_k). \qquad (3)$$

Якщо ресурси для розвитку, тобто поліпшення параметрів $x_1, x_2, \dots, x_k$, необмежені, то розв’язування задача оптимально розвитку (реконструкції, створення проекту) зводиться до відшукання максимального значення функції Z:

$$\max F(x_1, x_2, \dots, x_k), \qquad (4)$$

при обмеженнях (1) – (2). Отже, (4), (1), (2) є математичною моделлю оптимального розвитку.

Однак розвиток вимагає певних затрат – людських, часових, коштів, матеріалів. Для простоти викладення будемо вважати, що затрати грошові. Далеко не завжди кошти необмежені. У реальності на одиницю приросту кожного параметру $x_1, x_2, \dots, x_k$ потрібно затратити відповідно $p_1, p_2, \dots, p_k$ коштів (чи інших ресурсів в умовних одиницях). Тоді затрати для поліпшення параметрів $x_1, x_2, \dots, x_k$ на $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_k$, будуть обраховуватися за формулою

$$P = p_1 * \Delta x_1 + p_2 * \Delta x_2 + \dots + p_k * \Delta x_k. \qquad (5)$$

Корисність розвитку:

$$\Delta Z = F(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k) - F(a_1, a_2, \dots, a_k). \qquad (6)$$

Якщо початкові значення $x_1 = 0, x_2 = 0, \dots, x_k = 0$, то функція (6) набуде вигляду:

$$\Delta Z = F(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_k) - F(0, 0, \dots, 0). \qquad (7)$$

При цьому умови (1) набудуть вигляду:

$$\begin{gathered} 0 \le \Delta x_1 \le b_1 - a_1, \\ 0 \le \Delta x_2 \le b_2 - a_2, \\ \dots\dots\dots \\ 0 \le \Delta x_k \le b_k - a_k, \end{gathered} \qquad (8)$$

а умова (2) виглядатиме так:

$$\begin{gathered} f_1(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k) \le s_1\ ; \\ f_2(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k \le s_2,\ ; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_m(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k) \le s_m. \end{gathered} \qquad (9)$$

При обмежених ресурсах з’явиться ще одна умова:

$$p_1 * \Delta x_1 + p_2 * \Delta x_2 + \dots + p_k * \Delta x_k = P. \qquad (10)$$

Задача полягатиме у тому, щоб знайти:

$$max\Delta Z = \max\left(F(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k) - F(a_1, a_2, \right), \qquad (11)$$

при умовах-обмеженнях (8), (9), (10). По суті мова йтиме про оптимальний розподіл затрат P з метою одержання максимального значення функції корисності (6). У такий спосіб побудована модель оптимального розподілу затрат P, які рахуються за формулою (5), з метою отримання найбільшого виграшу у вигляді значення функції корисності. Зрозуміло, що затрати також мають верхню межу, інакше $P \le S$. Тобто затрати P задовольняють умові

$$0 \le P \le S. \qquad (12)$$

Особа, що приймає рішення (ОПР) є відповідальною за розвиток (реконструкцію, створення проекту) й тому хоче отримати максимальне значення функції корисності (6) (критерій $К_1$) при мінімальних затратах (5) (критерій $К_2$). Отже ОПР потрібно прийняти рішення за двома суперечливими критеріями $К_1$ і $К_2$. Формалізувати процес прийняття рішення особою, що приймає рішення практично дуже проблематично тому, що при цьому присутні багато факторів, які важко фрмалізуються. До таких факторів можуть належати переваги ОПР, її настрої, досвід, реальний стан виробництва, економічний розвиток галузі і всієї економіки, технічні досягнення у визначеному напрямку і т.п.

Під ОПР може розумітися одна людина, колектив, науково-дослідний інститут, що вносить додаткові трудноші прийняття рішення. Задачі прийняття рішення не зводяться до задач оптимізації. Можна тільки створити певні математичні моделі, які допоможуть ОПР прийняти відповідне рішення. Ситуація ускладнюється ще й тим, що рішення повинно бути обов’язково прийняте та ще й за обмежений час.

До задач прийняття рішення (ПР) відносяться проблеми раціонального вибору в унікальних умовах. Серед прикладів таких проблем можна назвати наступні: вибір плану капіталовкладень, вибір проектів наукових досліджень і розробок, вибір найкращих авторських заявок, вибір плану виробництва, вибір перспективного плану розвитку підприємства, вибір стратегії технічного ровитку певного типу машин (літаків, космічних кораблів, автомобілів, сівалок, тракторів) [4]. Такі задачі приводять до вибору (ранжування) багатокритеріальних альтернатив, методам такого вибору присвячено багато теоретичних і практично зорієнтованих праць [3; 4; 6; 8; 9].

Одним із найбільш розроблених напрямків розв'язування проблеми вибору із множини багатокритеріальних альтернатив є згортання багатьох критеріїв (вектору) до одного критерію за допомогою побудови функції корисності на основі експертних оцінок, тобто на основі виявлення переваг ОПР і їхньої формалізації. Такі процедури досить громіздкі, ситуативні й тому важко реалізуються на практиці. По суті потрібно формалізувати не тільки технічні чи економічні показчики, а «чисто людські» – думки, переваги, настрої. Проблеми багатокритеріальних альтернатив і психологічні проблеми. У кінцевому підсумку вони упираються у самі сучасні проблеми штучного інтелекту [2; 5; 11].

Дана робота присвячена стратегії прийняття рішення за двома критеріями $К_1$, і $К_2$. ОПР вибирає затрати $Р$ і одержує відповідне оптимальне значення їх розподілу, тобто одержує оптимальне значення цільової функції (6). Ідея стратегії полягає у тому, щоб побудувати функціональну залежність між значеннями затрат $Р$ і відповідними оптимальними значеннями цільової функції ΔZ. Це можна зробити у чисельній формі і одержати потрібну функцію $\Delta Z = G(P)$. Для цього потрібно виконати алгоритм:

1. розбити відрізок $[0; S]$ на n частин і одержати його розбиття точками $y_i, (i = 0, 1, \dots, n)$;
2. $i = 0$;
3. розв'язати задачу оптимального розподілу затрат y_i: знайти

$$max \Delta Z = \max(F(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k) - F(a_1, a_2, \dots, a_k)) \quad (13)$$

при обмеженнях вигляду:

$$\begin{aligned} 0 \le \Delta x_1 \le b_1 - a_1, \\ 0 \le \Delta x_2 \le b_2 - a_2, \\ \dots\dots\dots\dots \\ 0 \le \Delta x_k \le b_k - a_k, \end{aligned} \quad (14)$$

і більш складних:

$$\begin{aligned} f_1(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k) \le s_1; \\ f_2(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k \le s_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_m(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k) \le s_m, \end{aligned} \quad (15)$$

а також обмеження на затрати:

$$p_1 * \Delta x_1 + p_2 * \Delta x_2 + \dots + p_k * \Delta x_k = y_i. \quad (16)$$

4. $i = i + 1;$

5. перевірка умови i ≤ n; якщо «так,» то йти на пункт 3., якщо «ні» – «кінець циклу» і йти на наступний пункт 6;
6. одержали функцію

$$\Delta Z_i = S(y_i), (i = 0, 1, \dots, n),$$

задану таблицею

Таблиця 1

y_i	y_0	y_1	. . .	y_n

ΔZ_i	ΔZ_1	ΔZ_2	. . .	ΔZ_n

Маючи табличне значення функції, можемо побудувати її аналітичний вигляд:

$$\Delta Z = s(y) \tag{17}$$

за допомогою, наприклад, методів інтерполяції, апроксимації [12] чи планування експерименту [1];

7. кінець алгоритму.

Якщо цільова функція є квадратичною функцією, а обмеження лінійними, то пункт 3. в алгоритмі набуде вигляду:

знайти

$$max\, \Delta Z = max(c_{11} * (a_1 + \Delta x_1)^2 + c_{22} * (a_2 + \Delta x_2)^2 + \dots + c_{kk} * (a_{k0} + \Delta x_k)^2 + c_{12} * (a_1 + \Delta x_1) * (a_2 + \Delta x_2) + \cdots + c_{k-1,k}(a_1 + \Delta x_1) * (a_k + \Delta x_k) + \dots + c_{k-1,k}(a_{k-1} + \Delta x_1) * (a_k + \Delta x_k) + + r_1 * (a_1 + \Delta x_1) + r_2 * (a_2 + \Delta x_2) + \dots + r_k * (a_k + \Delta x_k)) , \tag{18}$$

де коефіцієнти $c_{ij}, r_i\ (i,j = 1,2, \dots, K)$, – дійсні числа.

при обмеженнях вигляду:

$$\begin{gathered} 0 \le \Delta x_1 \le b_1 - a_1, \\ 0 \le \Delta x_2 \le b_2 - a_2, \\ \dots\dots\dots\dots \\ 0 \le \Delta x_k \le b_k - a_k, \end{gathered} \tag{19}$$

і обмеженнях у вигляді виразів:

$$\begin{gathered} d_{11} * \Delta x_1 + d_{12} * \Delta x_2 + \dots + d_{kk} * \Delta x_k \le z_1; \\ d_{21} * \Delta x_1 + d_{22} * \Delta x_2 + \dots + d_{2k} * \Delta x_k \le z_2; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ d_{m1} * \Delta x_1 + d_{m2} * \Delta x_2 + \dots + d_{mk} * \Delta x_k \le z_m, \end{gathered} \tag{20}$$

а також обмеження на затрати:

$$p_1 * \Delta x_1 + p_2 * \Delta x_2 + \dots + p_k * \Delta x_k = y_i . \tag{21}$$

Зробимо зауваження щодо квадратичної цільової функції ΔZ. У загальному вигляді квадратична функція у матричній формі записується так [10]:

$$\Delta Z = X^T * C * X + R * X, \tag{22}$$

де

$$X=(a_1 + \Delta x_1, a_2 + \Delta x_2, \dots, a_k + \Delta x_k)^T; \tag{23}$$

$$R = (r1, r2, \dots, r_k), \tag{24}$$

$$C=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1K} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{K1} & c_{K2} & \dots & c_{KK} \end{bmatrix} \tag{25}$$

Причому матриця C симетрична, тобто

$$c_{ji} = c_{ji}, i, j = 1,2, \dots, K.$$

У постановці (18), (19), (20), (21) задача оптимізації називається задачею квадратичного програмування [10, с. 815]. Суттєвою умовою у задачі квадратичного програмування є симетричність матриці C.

8. Якщо цільова функція і обмеження будуть лінійними, то пункт 3. алгоритму набуде вигляду:

Знайти:

$$max\,\Delta Z - max(c_1 * \Delta x_1 + c_2 * \Delta x_2 + \dots, +c_k \Delta x_k, \tag{26}$$

де коефіцієнти $c_i\ (i = 1,2,\dots,K)$ – дійсні числа;
із обмеженнями:

$$\begin{array}{c} 0 \le \Delta x_1 \le b_1 - a_1, \\ 0 \le \Delta x_2 \le b_2 - a_2, \\ \dots\dots\dots\dots \\ 0 \le \Delta x_k \le b_k - a_k, \end{array} \tag{27}$$

а також обмеженнями у вигляді лінійних виразів:

$$\begin{array}{c} d_{11} * \Delta x_1 + d_{12} * \Delta x_2 + \dots + d_{kk} * \Delta x_k \le s_1; \\ d_{21} * \Delta x_1 + d_{22} * \Delta x_2 + \dots + d_{2k} * \Delta x_k \le s_2; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ d_{m1} * \Delta x_1 + d_{m2} * \Delta x_2 + \dots + d_{mk} * \Delta x_k \le s_m, \end{array} \tag{28}$$

і обмеження на затрати:

$$p_1 * \Delta x_1 + p_2 * \Delta x_2 + \dots + p_k * \Delta x_k = y_i. \tag{29}$$

У самому простому випадку пункт 3. може мати вигляд:

$$max\,\Delta Z = max(c_1 * \Delta x_1 + c_2 * \Delta x_2 + \dots, +c_k \Delta x_k), \tag{30}$$

де коефіцієнти $c_i\ (i = 1,2,\dots,K)$ – дійсні числа;
з обмеженнями:

$$\begin{array}{c} 0 \le \Delta x_1 \le b_1 - a_1, \\ 0 \le \Delta x_2 \le b_2 - a_2, \\ \dots\dots\dots\dots \\ 0 \le \Delta x_k \le b_k - a_k, \end{array} \tag{31}$$

і обмеженнями на затрати:

$$p_1 * \Delta x_1 + p_2 * \Delta x_2 + \dots + p_k * \Delta x_k = y_i. \tag{32}$$

Задача (26), (27), (28), (29) називається задачею лінійного програмування. Задача лінійного програмування розроблена найбільш повно (див. [10; 13]). Задачу лінійного програмування можна розв'язувати у середовищі *EXCEL* [7; 10]. Досить добре розроблена і задача квадратичного програмування [10]. Здачу квадратичного програмування можна також розв'язувати у середовищі *EXCEL* [7].

У випадку лінійної задачі аналітичну залежність

$$\Delta Z = s(y) \tag{33}$$

можна знайти точно (а не як апроксимацію). Ця залежність буде виражатися вгнутою ламаною лінією, що виражає загальну тенденцію розвитку підприємства при збільшенні затрат (наприклад, у вигляді грошей). Згідно опрацьованої вище технології для отримання аналітичного виразу (33) у випадку лінійної задачі отримати такий аналітичний вираз допоможе складання таблиці 1 та побудова відповідного графіку, наприклад, у середовищі *EXCEL*.

Може бути, що змінні $x_1, x_2, \dots, x_k$ набуватимуть дискретних значень. Така ситуація у реальності виникає тоді, коли для поліпшення значень $x_1, x_2, \dots, x_k$ існує декілька варіантів (проектів), кожний з яких може поліпшити показники на певну фіксовану величину. Тоді для виявлення всіх залежностей між затратами y_i і значенням приросту цінності ΔZ_i виникає задача повного перебору. Якщо варіантів перебору велика кількість, то проблему можна звести до задачі цілочисельного програмування [7; 10], яку можна розв'язати наближеними методами, наприклад, методом віток і меж [10].

Висновок. Наш підхід дозволяє встановити функціональну залежність між затратами у і приростом корисності ΔZ:

$$\Delta Z = s(y),$$

що дає ОПР найбільш повну інформацію для прийняття рішення. Саме ж рішення (вибір стратегії розвитку) ОПР буде приймати, виходячи з факторів, які не можуть бути враховані у формальних (знакових) моделях, якими і є, зокрема, задачі математичного програмування, в тому числі – квадратичного, лінійного, цілочисельного.

Список літератури

1. Алдер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
2. Дюк В.А. Обработка данных на ПК в примерах и задачах. – Санкт-Петербург: Братство, 1994. – 367с.
3. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предподчтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
4. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. – М.: наука, 1979. – 200 с
5. Логический подход к искусственному интеллекту: от классической логике к логическому программированию / А.Тей, П.Грибомон, Ж.Луи и др. – М.: Мир, 1990. – 432 с.
6. Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А., Соколов В.Б. Теория выбора и принятия решений. – М.: Наука, 1982. – 328 с.
7. Мур Д., Уэдерфорд Л., и др. Экономическое моделирование в Microsoft Excel, 6-е изд. : Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2004. – 1024 с.
8. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений. – М.: Мир, 1990. – 208 с.
9. Райфа Г. Анализ решений (введение в проблему выбора в условиях неопределенности). – М.: Наука, 1977. – 408 с.
10. Таха Х.А. Введение в исследование операций, 7-е издание. : Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2005. – 912 с.
11. Тихомиров О.К. Искусственный интеллект и психология. – М.: Наука, 1976. –343 с.
12. Хеминг Р.В. Численные методы. – М.: Наука, 1968. – 400 с.
13. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование (теория, методы и приложения). – М.: Наука, 1969. – 424 с.

В статье рассматривается проблема отыскивания функциональной связи между затратами на развитие предприятия и показателями развития $x_1, x_2, \dots, x_k$, интегрированным видом которых является целевая функция (функция полезности) Z.

In the article the problem of finding a functional connection between the cost of development activities (reconstruction, an economic or engineering project) and indices of $x_1, x_2, \dots, x_k$, integrated view which is the target function (utility function) Z.

Одержано 31.03.10