

Уравновешивание пассивными автобалансирами ротора с неподвижной точкой и симметричными вязко-упругими опорами

С использованием критерия устойчивости основного движения определяются условия уравновешивания пассивными автобалансирами ротора с неподвижной точкой и симметричными вязко-упругими опорами.

ротор, дисбаланс, автобалансиры, устойчивость

Введение

Для уравновешивания на ходу роторов, чей дисбаланс меняется в процессе эксплуатации, применяются пассивные автобалансиры (АБ) [1-5]. Корректирующие грузы (КГ) в них при определенных условиях со временем сами приходят в то положение, в котором уравновешивают ротор и далее вращаются с ним как жесткое целое, пока не начнет меняться дисбаланс ротора или не появятся возмущения различного происхождения. В работе [4] были предложены два приближенных метода определения критических скоростей системы ротор-АБ, при переходе через которые наступает или утрачивается автобалансировка. В работах [4,5] была показана эффективность первого метода, основанного на критерии наступления автобалансировки. Этот критерий позволяет приближенно определять критические скорости системы ротор-АБ без учета конкретного вида АБ, но с учетом расположения плоскости коррекции. Поэтому с его помощью получают обобщенные критические скорости, пригодные для всех типов АБ. Второй метод основан на критерии устойчивости основного движения системы (в котором ротор уравновешен или устранено отклонение вала от оси вращения). Он позволяет более точно определять критические скорости, поскольку учитывает конкретный тип АБ и уравновешиваемый дисбаланс. В настоящей работе этот критерий применяется для неуравновешенного ротора с неподвижной точкой и симметричными вязко-упругими опорами.

Постановка задачи

Для определения областей автобалансировки будем использовать критерий устойчивости основного движения [4,5]: для устойчивости основного движения системы ротор-АБ необходимо и достаточно, чтобы точка на продольной оси ротора, которая находится в плоскости коррекции АБ, под действием элементарного дисбаланса, вызванного отклонением КВ от основного движения, отклонялась от своего движения в среднем за один оборот ротора, противоположно вектору элементарного дисбаланса.

На рис. 1а показана схема ротора с неподвижной точкой и симметричными вязко-упругими опорами. Силами тяжести будем пренебрегать.

Предполагаем, что в основном движении системы некоторый АБ устранил отклонение вала от оси вращения (рис. 1б). При этом точка D движется по закону $\vec{r}_{D_0}(t) = 0$. В соответствии с критерием рассматриваем ротор – 1, дисбаланс – 2 и КГ – 3 как одно жесткое целое. При этом условно образуется некоторый составной ротор, с новыми массо-инерционными характеристиками. Плоскость коррекции АБ находится на расстоянии $d = |OD|$ от неподвижной точки.

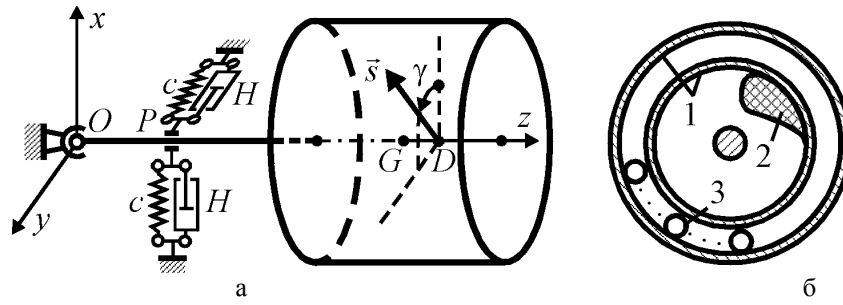


Рисунок 1 – Схема ротора с неподвижной точкой

Уравновешиваемый дисбаланс может быть статическим, моментным или динамическим, причем плоскость статического дисбаланса может не совпадать с плоскостью коррекции АБ.

Из-за элементарного отклонения КГ от основного движения возникает элементарный дисбаланс $\vec{s}$, который находится в плоскости коррекции АБ, выходит из точки D , и направление которого задает угол $\gamma \in [0, 2\pi)$. Под действием дисбаланса точка D отклонится от оси вращения системы и в установившемся движении будет двигаться по периодическому закону $\vec{r}_D(t)$. Вектор элементарного дисбаланса также будет меняться по периодическому закону $\vec{s}(t)$. Поскольку отклонение точки D определяется как $\Delta \vec{r}_D = \vec{r}_D - \vec{r}_{D_0} = \vec{r}_D$, то математически критерий устойчивости основного движения запишется в следующем виде

$$\bar{r}_{De} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vec{e}(\varphi) \cdot \vec{r}_D(\varphi) d\varphi = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \vec{e}(t) \cdot \vec{r}_D(t) dt < 0, \quad (1)$$

где $\bar{r}_{De}$ – усредненная за один оборот ротора проекция вектора $\vec{r}_D$ на направление единичного вектора $\vec{e}$, направленного как элементарный дисбаланс $\vec{s}$;

φ – угол поворота ротора;

ω – угловая скорость вращения ротора;

t – время.

Дифференциальные уравнения движения системы

Будем составлять эти уравнения относительно неподвижных осей x, y, z (рис. 1). Ось z направлена по оси вала при отсутствии вращения, ось x – вертикально вверх, а ось y так, что система осей – правая. Не ограничивая общности, можно считать, что в начальный момент времени система занимала положение, в котором оси x, y, z – главные и относительно них осевые моменты инерции составного ротора A, B, C расположены в порядке возрастания ($A \leq B \leq C$ – короткий или сферический относительно точки O ротор) или убывания ($A \geq B \geq C$ – длинный относительно точки O ротор). Движение системы вокруг неподвижной точки задается тремя последовательными поворотами на углы $\alpha, \beta, \varphi = \omega t$ (рис. 2).

Ниже приведена последовательность поворотов и соответствующий переход одних осей в другие:

$$Ox_1y_1z_1 \xrightarrow{\alpha} Ox_1y_1z_1 \xrightarrow{\beta} O\xi\eta\zeta \xrightarrow{\varphi=\omega t} Ox_2y_2z_2.$$

Положение собственной оси вращения ротора ζ задается углами Резаля α, β и система (условно, без учета относительного движения КГ) имеет две соответствующие степени свободы.

Заметим, что ось ζ в основном движении – всегда главная. Если АБ полностью уравновешивает ротор, то эта ось одновременно и центральная. При этом опорные реакции в неподвижной точке равны нулю. Если АБ частично уравновешивает ротор,

или просто устраняет отклонение вала от оси вращения, то ось ζ – главная, но не центральная. При этом в неподвижной точке возникают опорные реакции.

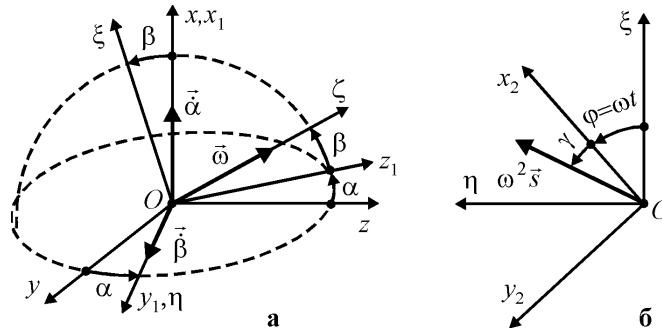


Рисунок 2 – Схема движения системы

Для малых α, β дифференциальные уравнения движения системы в комплексном виде имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{q} \frac{A+B}{2} + \ddot{\bar{q}} \frac{A-B}{2} e^{2i\omega t} + 2i\dot{q}\omega \frac{A-B}{2} e^{2i\omega t} - i\dot{q}\omega C + h\dot{q} + kq &= i\tilde{s}e^{i\gamma}e^{i\omega t}; \\ \ddot{\bar{q}} \frac{A+B}{2} + \ddot{q} \frac{A-B}{2} e^{-2i\omega t} - 2i\dot{q}\omega \frac{A-B}{2} e^{-2i\omega t} + i\dot{\bar{q}}\omega C + h\dot{\bar{q}} + k\bar{q} &= -i\tilde{s}e^{-i\gamma}e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$q = \alpha + i\beta, \quad \bar{q} = \alpha - i\beta, \quad k = cb^2, \quad h = Hb^2, \quad \tilde{s} = sd\omega^2, \quad b = |OP|. \quad (3)$$

В (3) параметры c, H – коэффициенты жесткости и демпфирования опор.

Установившееся движение системы, применение критерия

Установившемуся движению системы соответствует вынужденная составляющая решения системы дифференциальных уравнений (2):

$$q = ne^{i\omega t}, \quad (4)$$

где n – комплексный коэффициент, определяемый как

$$\begin{aligned} n &= \frac{\tilde{s}}{\Delta} \left\langle -\left\{ [k - \omega^2(A - C)] \sin \gamma - \omega h \cos \gamma \right\} + i \left\{ [k - \omega^2(B - C)] \cos \gamma + \omega h \sin \gamma \right\} \right\rangle, \\ \Delta &= [k - \omega^2(A - C)][k - \omega^2(B - C)] + h^2\omega^2. \end{aligned} \quad (5)$$

При малых углах Резаля перемещение точки D и единичный вектор, направленный как элементарный дисбаланс, представимы в виде

$$x_D \approx d\beta, \quad y_D \approx -d\alpha, \quad r_D = x_D + iy_D = -idq = -idne^{i\omega t}, \quad \epsilon_D = e^{i\gamma}e^{i\omega t}. \quad (6)$$

Скалярное произведение вектора $\vec{r}_D$ на вектор $\vec{\epsilon}_D$ находим через скалярное произведение двух двумерных векторов, получающихся из комплексных чисел r_D, ϵ_D выделением действительных и мнимых частей:

$$\vec{r}_D \cdot \vec{\epsilon}_D = \frac{\tilde{s}d}{\Delta} \left\{ k - \omega^2[A \sin^2 \gamma + B \cos^2 \gamma - C] \right\}. \quad (7)$$

Учитывая независимость (7) от времени, получаем следующее необходимое условие наступления автобалансировки

$$f(\omega) = k - \omega^2[A \sin^2 \gamma + B \cos^2 \gamma - C] < 0. \quad (8)$$

Анализ условия наступления автобалансировки

Условие (8) должно выполняться для произвольно ориентированных элементарных дисбалансов (для любых $\gamma \in [0, 2\pi)$). Рассмотрим следующие случаи.

1) Короткий или сферический относительно точки O составной ротор: $C \geq B \geq A$. Из (8) находим

$$f(\omega) \geq k + \omega^2(C - B) \geq k > 0.$$

В этом случае автобалансировка невозможна.

2) Длинный относительно точки O составной ротор: $A \geq B > C$. Условие (8) будет выполняться для любых элементарных дисбалансов, если будет выполняться условие

$$f(\omega) \leq k - \omega^2(B - C) < 0.$$

Из этого условия находим единственную критическую скорость системы, при превышении которой наступит автобалансировка:

$$\omega_{кр} = \omega_2 = \sqrt{k/(B - C)}, \quad (9)$$

Заметим, что ω_2 – это вторая критическая скорость составного ротора. Его первая критическая скорость $\omega_1 = \sqrt{k/(A - C)}$, $\omega_1 < \omega_2$.

Полученный результат не зависит в явном виде от типа АБ и вида уравниваемого дисбаланса. Для дальнейшего уточнения критической скорости (9) необходимо решить задачу по определению главных осевых моментов инерции составного ротора. Для конкретного АБ, дисбаланса и ротора эта задача не представляет принципиальных трудностей.

Выводы

1. Ротор с неподвижной точкой и симметричными вязко-упругими опорами может быть уравновешен пассивным АБ только в случае длинного относительно неподвижной точки составного ротора. При этом система имеет единственную критическую скорость, равную наивысшей критической скорости составного ротора, при превышении которой наступает автобалансировка.

2. Инженерный критерий устойчивости основного движения позволил разделить задачу определения критических скоростей системы на две части. Первая часть позволяет получать обобщенные критические скорости, как функции главных осевых моментов инерции A , B , C составного ротора. Вторая часть состоит в поиске главных осевых моментов инерции системы, что позволяет учесть в явном виде зависимость критических скоростей от типа АБ и уравниваемых дисбалансов.

Список литературы

1. Thearle E. L. Automatic dynamic balancers Part 1 – Leblanc balancers // Machine Design, 1950a, Vol. 22 No 9, pp. 119-124.
2. Thearle E. L. Automatic dynamic balancers Part 2 – Ring, pendulum and ball balancers // Machine Design, 1950b, Vol. 22 No 10, pp. 103-106.
3. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. -М.: Наука, 2002. -119 с.
4. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами: Монографія (за спец. 05.02.09 - динаміка та міцність машин). - Кіровоград: КНТУ, 2004. - 352 с.
5. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів пасивними автобалансирами. Дис. доктора техн. наук 05.02.09 – Динаміка та міцність машин / Національний техн. ун-т України "Київський політехнічний інститут", Київ, 2005. – 352 с.

З використанням критерію стійкості основного руху визначаються умови врівноваження пасивними автобалансирами ротора з нерухомою точкою і симетричними в'язко-пружними опорами.

With use of criterion of stability of main motion of system rotor - autobalancer, are investigated the critical speeds of the system, in transition of which autobalancing comes or lost.