

**АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР  
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ**

**На правах рукописи**

**ЯКИМЕНКО Сергей Николаевич**

**УДК 539.376**

**ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ  
ВЯЗКОУПРУГИХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ  
ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ВО ВРЕМЕНИ НАГРУЖЕНИИ**

**01.02.04. – механика деформируемого твердого тела**

**АВТОРЕФЕРАТ**

**диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**Киев – 1989**

Работа выполнена в Институте механики АН УССР

Научный руководитель - доктор технических наук  
И.А.Мотовиловец

Научный консультант - кандидат физико-математических наук  
В.И.Козлов

Официальные оппоненты: член-корреспондент АН УССР,  
доктор физико-математических наук,  
профессор  
В.Т.Гринченко

доктор технических наук  
В.Г.Савченко

Ведущая организация - Институт прикладных проблем механики  
и математики АН УССР

Защита состоится " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1989г. в \_\_\_\_\_ часов  
на заседании специализированного совета К 016.49.01 Института  
механики АН УССР (252057, Киев-57, ул.Нестерова, 3).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке  
Института механики АН УССР

Автореферат разослан " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1989г.

Ученый секретарь  
специализированного совета  
доктор технических наук

И.С.Чернышенко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время возрастает производство полимерных материалов и композитов на их основе. К таким материалам, обладающих вязкоупругими свойствами, относятся прежде всего синтетические каучуки, резины, герметики, термоэластопласты и другие. Полимерные детали машин и механизмов повышают надежность и долговечность конструкций, снижают их материалоемкость и энергоемкость, улучшают условия работы, способствуют повышению производительности труда.

Однако наряду с созданием новых полимерных материалов возрастает потребность в достаточно обоснованных и эффективных методах расчета и прогнозирования термомеханического поведения, долговечности и надежности элементов конструкций из полимеров.

Многие процессы в элементах конструкций и объектах технологий протекают при наличии полей различной физической природы. Взаимодействие механических и тепловых полей в вязкоупругих телах изучается в рамках теории связанной термовязкоупругости. Наиболее существенно эти эффекты проявляются при циклических нагрузках. Это обусловлено значительной диссипацией механической энергии, низкой теплопроводностью и высокой термочувствительностью физико-механических характеристик полимеров.

К наиболее важным задачам рассматриваемого типа относятся расчет резонансных колебаний и разогрева элементов виброзащитных и демпфирующих систем, а также моделирование термовибрационных технологий, в частности ультразвуковой сварки (УЗС).

Основные соотношения теории связанной термовязкоупругости получены А.А.Ильюшиным, Б.Е.Победрей, В.В.Москвитиним, В.Г.Карнауховым, Ю.Н.Работновым, Блендом, Шепери, Тингом, Кристенсенем, Кроше, Нахди и другими исследователями.

Обзор аналитических и численных методов решения задач о термомеханическом поведении вязкоупругих тел и многочисленные примеры приведены в работах А.А.Ильюшина, Б.Е.Победри, В.Г.Карнаухова, И.К.Сенченкова, В.И.Козлова, Б.П.Гуменюка, В.Т.Гринченко, Я.С.Подстригача, Ю.М.Коляно, Ю.Н.Шевченко, В.Г.Савченко, Э.Э.Лавендела, В.Н.Потураева, В.И.Дырды, М.А.Колтунова, И.Е.Трояновского, Коста, Херда, Петрова, Грача, Хуань, Уильямса, Мухерджи и др.

Учету слабой сжимаемости эластомеров посвящены публикации В.П.Болдычева, С.И.Дымникова, М.И.Снигса, А.-М.А.Павловскиса, В.В.Киричевского, Л.Л.Кожевниковой, Г.Б.Кузнецова, А.А.Рогового, В.П.Матвеевко, Германна, Пиана, Ли, Кея, Одена и др.

Проведенный анализ литературных источников показывает, что до настоящего времени связанное термомеханическое поведение пространственных элементов конструкций рассматривалось преимущественно в квазистатической постановке, а расчет колебаний в области частот волновых резонансов ограничен элементами типа стержней и балок. Практически отсутствуют работы, посвященные расчету колебаний и диссипативного разогрева элементов в виде тел вращения с учетом зависимости свойств материала от температуры. Имеющиеся результаты ограничены случаями оплошного и полого цилиндра с независящими от температуры свойствами.

Для расчета тел вращения сложного меридионального сечения с учетом зависимости свойств материала от температуры необходимо применять численные методы, из которых наиболее универсальным является метод конечных элементов (МКЭ). В литературе имеется, по-видимому, одна работа В.И.Козлова и В.Г.Карнаухова, в которой указанная выше задача решалась с использованием линейных треугольных конечных элементов.

Однако опыт показывает, что при расчетах резонансных колебаний тел для повышения точности и эффективности вычислений целесообразно использовать конечные элементы с более высокой чем линейной аппроксимацией искоемых величин. Кроме того, при расчете элементов конструкций из эластомеров необходимо дополнительно учитывать эффект слабой сжимаемости материала. Связанный с этими обстоятельствами комплекс вопросов до настоящего времени еще не решен.

Целью работ является разработка методики и реализация алгоритмов конечноэлементного решения связанных динамических задач термовязкоупругости о колебаниях и диссипативном разогреве тел вращения произвольного меридионального сечения из сжимаемых и слабосжимаемых материалов с зависящими от температуры свойствами и решение с их помощью новых задач.

Научная новизна работы заключается в следующих основных положениях, выносимых на защиту;

1) разработке методики конечноэлементного решения связанных задач термовязкоупругости циклически возбуждаемых тел вращения из сжимаемых и слабосжимаемых вязкоупругих материалов при осесимметричном нагружении;

2) решении новых задач для вязкоупругих тел вращения при осесимметричном гармоническом нагружении; выявлении закономерностей их деформирования; проведении качественной и количественной оценки эффектов, порождаемых термомеханическим сопряжением, т.е. диссипацией механической энергии и зависимостью свойств материала от температуры.

Достоверность полученных в работе результатов обеспечивается: корректностью постановки связанной задачи; строгостью реализации конечноэлементного подхода; сопоставлением полученных результатов с известными аналитическими и, в частности, точными решениями; использованием критерия практической сходимости результатов расчета при сгущении сетки конечных элементов и уменьшении шага во времени, а также контролем точности удовлетворения граничным условиям.

Практическая значимость заключается в реализации разработанной методики решения задач указанного класса в виде прикладных программ для ЭВМ, позволяющих определять напряженно-деформированное состояние и вибрационный разогрев линейно-вязкоупругих тел вращения при осесимметричном гармоническом нагружении. Разработанная методика, составленные программы, результаты решения ряда задач указанного класса, представленные в виде графиков и таблиц, могут быть использованы в инженерной практике при расчете геометрических и жесткостных параметров элементов конструкций, работающих в условиях циклического нагружения, а также при выборе рациональных режимов УЗС.

Основной объем исследований по теме диссертации выполнен в рамках "Плана научных исследований по естественным и общественным наукам на 1986-1990гг." по АН СССР (проблема I.10.2.2 и I.10.2.12) и вошел составной частью в научно-исследовательские работы отдела термоупругости Института механики АН УССР по теме "Развитие теории и разработка методов решения задач термомеханики для неоднородных упругих и вязкоупругих тел при механических, электрических и тепловых воздействиях" (№ ГР 01840023630).

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались и обсуждались на XVI научно-технической конференции молодых ученых (Харьков, Институт проблем машиностроения АН УССР, 1988г.), на XIII, XIV научных конференциях молодых ученых (Киев, Институт механики АН УССР, 1988г., 1989г.), на Всесоюзной конференции "Прочность материалов и элементов конструкций при звуковых и ультразвуковых частотах нагружения" (Киев, Институт проблем прочности АН УССР, 1988г.), на научно-технической конференции "Методы расчета изделий из высокоэластичных материалов" (Рига, РПИ, 1989г.).

В полном объеме работа докладывалась на семинаре отдела термоупругости Института механики АН УССР (рук.проф. В.Г.Карнаухов), семинаре "Механика связанных полей в материалах и элементах конструкций" Института механики АН УССР (рук.чл.-корр.АН УССР Ю.Н.Шевченко), семинаре отдела термомеханики Института прикладных проблем механики и математики АН УССР (рук.проф. Ю.М.Коляно).

Публикации. Основные результаты исследований по теме диссертации опубликованы в работах [1-6].

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 122 наименования. Общий объем диссертации 163 страницы, в том числе 35 рисунков и 8 таблиц.

Автор выражает глубокую признательность научному руководителю докт.техн.наук И.А.Мотовиловцу, научному консультанту канд.физ.-мат.наук В.И.Козлову и докт.физ.-мат.наук И.К.Сенченкову за помощь при выполнении данной работы.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дан обзор публикаций по теоретическим и прикладным аспектам проблемы, раскрыта актуальность и важность разработки методики решения связанных динамических задач для вязкоупругих тел вращения из сжимаемых и слабосжимаемых материалов, поставлена цель диссертационной работы, кратко изложены основные научные положения, которые выносятся на защиту, и содержание работы по главам.

В первой главе приведена общая постановка связанной динамической задачи термовязкоупругости для тел из терморологически простых материалов. Вывод системы разрешающих уравнений осуществляется на основе универсальных соотношений механики и термодинамики необратимых процессов.

Для случая гармонического деформирования общая система интегро-дифференциальных уравнений сводится к системе дифференциальных уравнений относительно комплексных амплитуд механических полей и усредненной за период колебаний температуры. Она включает уравнения колебаний и энергии

$$\tilde{\sigma}_{i,j} + \rho \omega^2 \tilde{u}_i = 0, \quad (1)$$

$$c_v \dot{T} = (\lambda T_{,i})_{,i} + \mathcal{D}, \quad (2)$$

где

$$\mathcal{D} = \frac{\omega}{2} (\tilde{\sigma}_{ij}'' \tilde{\epsilon}_{ij}' - \tilde{\sigma}_{ij}' \tilde{\epsilon}_{ij}''); \quad (3)$$

соотношения Коши

$$\tilde{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_{j,i}); \quad (4)$$

определяющие соотношения

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 2\tilde{G}(\tilde{\epsilon}_{ij} + \frac{1}{1-2\nu} \tilde{E}_{kk} \delta_{ij}), \quad (5)$$

а также граничные и начальные условия

$$\tilde{\sigma}_{ij} n_j = \tilde{t}_i \text{ на } S_\sigma, \quad \tilde{u}_i = \tilde{g}_i \text{ на } S_u, \quad (6)$$

$$-\lambda T_{,i} n_i = \alpha(T - T^0) \text{ на } S, \quad (7)$$

$$T = T_0 \quad \text{при } t = 0. \quad (8)$$

Здесь введены обозначения  $(\tilde{\cdot}) = (\cdot)' + i(\cdot)''$ ,  $(\cdot)_{,i} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x_i}$ ,  $(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t}$ . В уравнении (2) используется усредненное за период колебаний выражение для скорости диссипации  $\mathcal{D}$ , равное усредненной мощности напряжений.

При учете зависимости свойств материала от температуры система разрешающих уравнений (1)–(8) линеаризуется методом пошагового интегрирования во времени.

Возникающая на каждом шаге по времени линейная краевая задача решается МКЭ, использующего вариационные уравнения Лагранжа и теплопроводности в цилиндрической системе координат

$$\delta \mathcal{D} = 0, \quad \delta I = 0, \quad (9)$$

$$\text{где } \mathcal{D} = \pi \int_F [\tilde{A}_1 (\tilde{\mathcal{E}}_{rr}^2 + \tilde{\mathcal{E}}_{zz}^2 + \tilde{\mathcal{E}}_{\varphi\varphi}^2) + \tilde{A}_2 (\tilde{\mathcal{E}}_{rr} \tilde{\mathcal{E}}_{zz} + \tilde{\mathcal{E}}_{rr} \tilde{\mathcal{E}}_{\varphi\varphi} + \tilde{\mathcal{E}}_{zz} \tilde{\mathcal{E}}_{\varphi\varphi}) - \rho \omega^2 (\tilde{u}^2 + \tilde{w}^2)] r dr dz - 2\pi \int_L (\tilde{t}_{rn} \tilde{u} + \tilde{t}_{zn} \tilde{w}) r dL, \\ I = \pi \int_F \left\{ \lambda \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] + 2 \int_{T_0}^T \frac{\lambda}{a} \dot{T} dT - \right. \quad (10)$$

$$\left. - \alpha \mathcal{D} T \right\} r dr dz + \pi \int_L (T - 2T^c) T r dL, \\ \tilde{A}_1 = \frac{3\tilde{\mathcal{X}} + 4\tilde{\mathcal{G}}}{3}, \quad \tilde{A}_2 = 4\tilde{\mathcal{G}}, \quad \tilde{A}_3 = \frac{2(3\tilde{\mathcal{X}} - 2\tilde{\mathcal{G}})}{3},$$

$$\mathcal{D} = \frac{\omega}{2} \left[ 2\mathcal{G}'' (|\tilde{\mathcal{E}}_{rr}|^2 + |\tilde{\mathcal{E}}_{zz}|^2 + |\tilde{\mathcal{E}}_{\varphi\varphi}|^2 + 2|\tilde{\mathcal{E}}_{rz}|^2 + \right. \quad (11) \\ \left. + \frac{\mathcal{X}'' - 2\mathcal{G}''}{3} (|\tilde{\mathcal{E}}_{rr} + \tilde{\mathcal{E}}_{zz} + \tilde{\mathcal{E}}_{\varphi\varphi}|^2) \right].$$

Во второй главе описан алгоритм решения МКЭ связанной динамической задачи, на основе которого составлены программы для ЭВМ, позволяющие определять перемещения, деформации, напряжения, диссипативную функцию и температуру вибрационного разогрева.

Область меридионального сечения тела вращения разбивается  $N$  узловыми точками на  $\mathcal{K}$  конечных элементов. В качестве конечного элемента используется четырехугольный изопараметрический элемент с квадратичной аппроксимацией перемещений и температуры по элементу

$$\tilde{u} = \sum_{i=1}^8 \varphi_i \tilde{u}_i, \quad \tilde{w} = \sum_{i=1}^8 \varphi_i \tilde{w}_i, \quad T = \sum_{i=1}^8 \varphi_i T_i, \quad (12)$$

где  $\varphi_i$  — функция формы,  $\tilde{u}_i$ ,  $\tilde{w}_i$ ,  $T_i$  — узловые значения перемещений и температуры.

Реализуя процедуру МКЭ, получаем комплексную систему линейных алгебраических уравнений для определения узловых значений амплитуд компонент вектора перемещений. Вычисление интегралов производится численно с использованием квадратурных формул Гаусса для 9-ти точек интегрирования. После определения перемещений по известным соотношениям находим деформации, напряжения и диссипативную функцию в четырех точках интегрирования Гаусса, так как

в них указанные величины имеют наилучшую точность. При необходимости деформации, напряжения и диссипативная функция экстраполируется в другие точки элемента с использованием билинейных функций формы.

Краевая задача теплопроводности с известным внутренним источником тепла  $\mathcal{D}$  (II) решается на той же сетке конечных элементов. Для аппроксимации производной по времени используется метод Бубнова-Галеркина.

Для определения напряженно-деформированного состояния вязкоупругих тел из слабосжимаемых материалов в работе получил дальнейшее развитие вариационный принцип Геррманна. Для осесимметричной задачи он имеет вид

$$\delta \mathcal{J} = 0, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{J} = & 2\pi \int_F \bar{\sigma} [\bar{\epsilon}_{zz}^2 + \bar{\epsilon}_{rr}^2 + \bar{\epsilon}_{\varphi\varphi}^2 + 2\bar{\epsilon}_{rz}^2 + \\ & + 2\nu \bar{H} (\bar{\epsilon}_{zz} + \bar{\epsilon}_{rr} + \bar{\epsilon}_{\varphi\varphi}) - \nu(1-2\nu) \bar{H}^2] r dr dz - \\ & - \rho \omega^2 \pi \int_F (\bar{u}^2 + \bar{w}^2) r dr dz - 2\pi \int_L (\bar{t}_{rn} \bar{u} + \bar{t}_{zn} \bar{w}) r dL. \end{aligned}$$

Здесь в качестве новой дополнительной переменной введена функция среднего давления  $\bar{H}$ , связанная со средним напряжением  $\bar{\sigma} = \frac{1}{3} (\bar{\sigma}_{zz} + \bar{\sigma}_{rr} + \bar{\sigma}_{\varphi\varphi})$  соотношением

$$\bar{H} = \frac{3\bar{\sigma}}{2\bar{\sigma}(1+\nu)}. \quad (14)$$

Предполагается, что в пределах конечного элемента перемещения заменяются по квадратичному закону (12), а функция среднего давления - по линейному

$$\bar{H} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2 \xi + \bar{a}_3 \eta. \quad (15)$$

Функция  $\bar{H}$  допускается разрывной, что позволяет исключить ее на уровне конечного элемента с помощью обращения и умножения матриц малой размерности. При таком подходе глобальная система разрешающих уравнений имеет тот же порядок, как и для вариационного принципа Лагранжа, что не приводит к существенному увеличению расхода машинного времени.

При решении МКЭ динамических задач требует нестандартного подхода рассмотрение тел бесконечно протяженных в одном направлении. В этом случае бесконечная в направлении оси  $Oz$  область заменяется конечной и, в предположении, что колебания соответствуют низкочастотной области дисперсионного спектра цилиндра, используются условия излучения

$$\tilde{\sigma}_{zz} = -i\rho\omega\tilde{c}_z\tilde{w}, \quad \tilde{\sigma}_{rz} = 0 \quad (16)$$

или бесконечный элемент, для которого принимается

$$\tilde{w} = \tilde{w}_z e^{-i\tilde{k}(z-z_c)}, \quad \tilde{\sigma}_{rz} = 0, \quad (17)$$

где  $\tilde{c}_z = \sqrt{E/\rho}$  - скорость распространения продольной волны,  $\tilde{w}_z$ ,  $z_c$  - перемещение и координата  $z$  на границе конечной области,  $\tilde{k} = \omega\sqrt{\rho/E}$  - волновое число.

Третья глава посвящена исследованию термомеханического поведения резино-металлических элементов конструкций при гармоническом нагружении. Вначале на ряде тестовых задач, численные или аналитические решения которых известны, исследуется точность и эффективность разработанной методики.

В качестве тестовых примеров рассмотрены сплошной и полый цилиндры конечной длины с заданными на торцах амплитудами перемещений  $\tilde{w} = w_0$ ,  $\tilde{\sigma}_{rz} = 0$  и свободной от нагрузки боковой поверхностью в случае независимости свойств материала от температуры (сравнение напряженно-деформированного состояния и температуры вибронагрева с известными точными решениями, полученными методом суперпозиции), а также ряд других задач.

Решены новые задачи о колебаниях и диссипативном разогреве сплошного и полого цилиндрических виброизоляторов из резины ИРП-1347 с учетом зависимости физико-механических характеристик материала от температуры.

Интегральной характеристикой, позволяющей описать динамическую реакцию тела, является комплексный коэффициент динамической жесткости, определяемый соотношением

$$\beta = \frac{H R_0 \int_{R_0}^R \tilde{\sigma}_{zz}(r, H) r dr}{(1+\nu) G_0 w_0 (R^2 - R_0^2)}, \quad (18)$$

где  $H$  - полувысота цилиндра,  $w_0$  - заданная амплитуда перемещений,  $R$ ,  $R_0$  - наружный и внутренний радиус цилиндра.

На рис. I, 2 для сплошного цилиндрического виброизолятора ( $H/R = 1$ ) показан график изменения модуля коэффициента динамической жесткости  $|\beta|$  и максимальной по объему установившейся температуры  $\theta^*$  ( $\theta^* = (T - T_0) \cdot H^2 / (T_0 - T_{00}) \cdot \omega_0^2 \cdot 10^6$ ) в зависимости от безразмерной частоты  $\Omega = \omega / \omega_0 \sqrt{\rho/G_0}$ . Сплошные линии соответствуют случаю зависимых от температуры свойств материала, а штриховые — независимых.

Учет зависимости свойств материала от температуры в области резонансных частот приводит не только к количественному, но и к качественному изменению поведения параметров  $|\beta|$  и  $\theta^*$ . Нелинейный характер реакции проявляется в наличии эффекта нелинейного гистерезиса. При возрастании частоты нагружения происходит перескок из точки I в точку II ( $\Omega_I = 4,592$ ). При дальнейшем увеличении частоты реализуется участок II-III. При уменьшении частоты процесс идет по участку III-IV. Из точки IV происходит перескок в точку V ( $\Omega_V = 4,496$ ). В диапазоне частот  $\Omega_I \leq \Omega \leq \Omega_V$  существует два устойчивых состояния. Реализация того или другого состояния зависит от начальных условий задачи. Аналогичные результаты получены для полого цилиндрического виброизолятора.

Для ряда виброизоляторов в виде тел вращения сложного меридионального сечения определены напряженно-деформированное состояние и температура вибропрогрева при гармоническом нагружении в зависимости от конфигурационных параметров. В частности, для виброизолятора, половина меридионального сечения которого показана на рис. 3, увеличение толщины перемычки  $\ell$  позволяет существенно (почти в 3, 5 раза) увеличить коэффициент жесткости. При этом средняя избыточная температура возрастает примерно в 3,3 раза, а максимальная избыточная — в 4,3 раза (при неизменных условиях кинематического возбуждения на торцах).

Для сравнения возможностей вариационных принципов Лагранжа и Германна решена задача о колебаниях сплошного вязкоупругого цилиндра для материалов с различными коэффициентами Пуассона, который варьировался в пределах  $0,1 \rightarrow (0,5 - 10^{-11})$ .

Путем сопоставления результатов конечноэлементного подхода с точным аналитическим решением сделан вывод о том, что при решении статических и динамических задач вязкоупругости вариационный принцип Лагранжа в общем случае можно применять для материалов с коэффициентом Пуассона  $\nu \leq 0,495$ , а для материалов с  $\nu > 0,495$

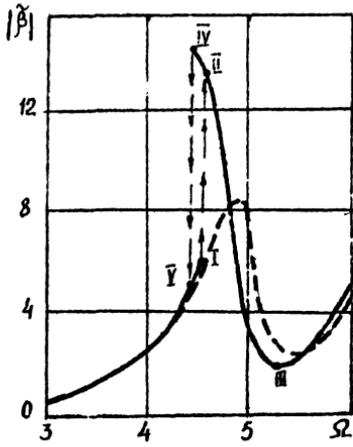


Рис.1

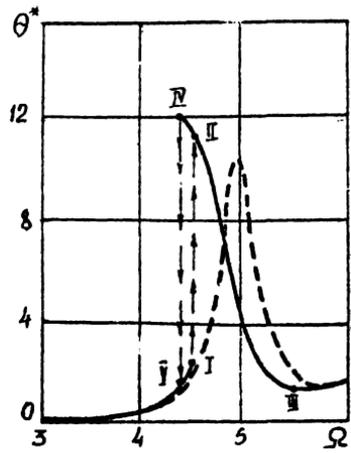


Рис.2

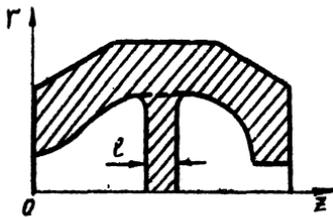


Рис.3

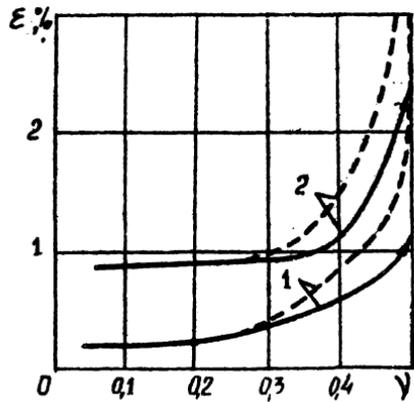


Рис.4

необходимо применять вариационный принцип Геррманна. Данный вывод согласуется с результатами исследований Л.Л.Кожевниковой и В.П.Матвеевко для задач статки. Это подтверждается и кривыми изменения относительной погрешности модуля коэффициента динамической жесткости

$$\varepsilon = \frac{|\beta_{\text{точн}}| - |\beta_{\text{мкз}}|}{|\beta_{\text{точн}}|} \cdot 100\% \quad (19)$$

в зависимости от коэффициента Пуассона (рис.4). Сплошными линиями обозначена погрешность при использовании вариационного принципа Геррманна, а штриховыми – принципа Лагранжа. Цифрами 1 и 2 обозначена погрешность соответственно для первой и второй резонансных частот.

В четвертой главе рассмотрена задача о колебаниях и виброразогреве двухслойного бесконечного цилиндра, на части боковой поверхности  $S_1$ , которого приложена гармоническая нагрузка, а остальная часть  $S_2$  – свободна от напряжений (рис.5). В силу симметрии тела и приложенной нагрузки рассматривалась только четверть меридионального сечения. Эта задача связана с конкретной технологической проблемой восстановления изоляции жмы кабеля методом ультразвуковой сварки (УЗС).

К настоящему времени накоплен обширный опыт в области технологии и теории УЗС. Однако ряд вопросов, связанных с моделированием процесса УЗС в рамках механики сплошных сред, изучен недостаточно. Этим вопросам посвящены несколько публикаций И.К.Сенченко, Б.Я.Черняка, О.В.Тарасенко и других.

Предварительно рассмотрены колебания и виброразогрев полубесконечного однородного цилиндра. На примере низкочастотных (стержневых) колебаний однослойного полубесконечного цилиндра изучены возможности конечноэлементного подхода, основанного на простой редукции полубесконечной области.

На рис.6 приведены графики средней по объему температуры виброразогрева в зависимости от размеров конечной области  $z_c$  и заданных при  $z = z_c$  граничных условий: 1) жесткого заземления; 2) гладкого опирания; 3) свободной границы; 4) условий излучения (16) и 5) бесконечного элемента (17). Вертикальными штриховыми линиями при  $f = \omega/2\pi = 20$  кГц обозначены резонансные длины стержня, вычисленные по элементарной теории стержней для случая,

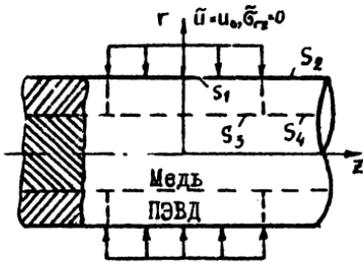


Рис.5

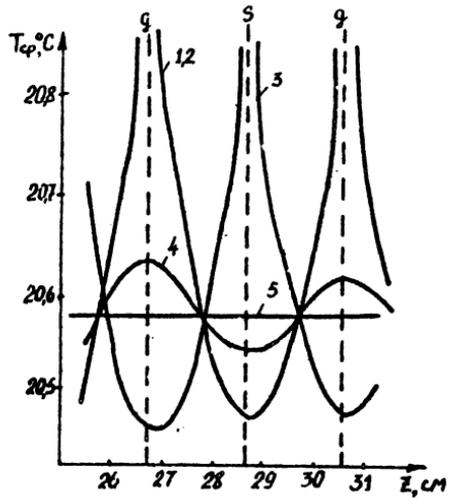


Рис.6

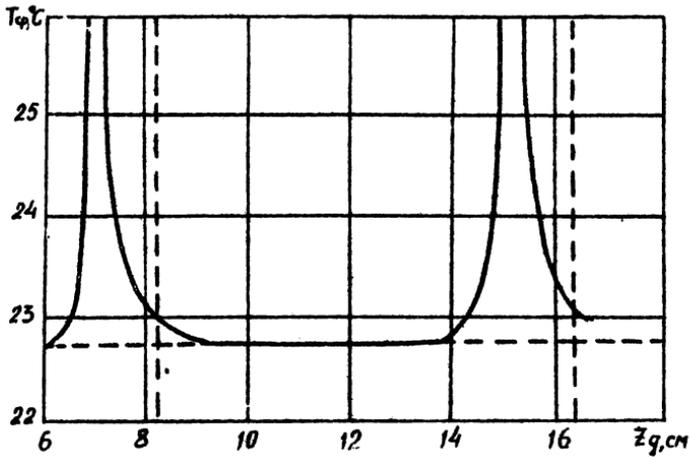


Рис.7

когда один край стержня жестко закреплен, а второй свободный ( $S$ ) или также жестко закреплен ( $Q$ ). Из графиков видно, что замена бесконечной области конечной и задание одного из граничных условий 1)–3) приводит к немонотонности температуры виброразогрева, а когда длина конечной области приближается к резонансной – температура существенно повышается. Некоторая немонотонность сохраняется и при использовании условий излучения. Как подчеркивается в работе М. Мирсаидова, при использовании условий излучения монотонное решение, близкое к точному и не зависящее от размеров области, можно получить при выборе достаточно больших размеров области по сравнению с длиной волны. Применение бесконечного элемента дает возможность получить монотонное решение при существенно меньших размерах конечной области. Такое решение не чувствительно к размерам области и практически одинаковое при любом выборе  $\varepsilon_c$  (линия 5).

Из вышеизложенного можно сделать вывод о том, что при расчетах виброразогрева бесконечных тел вращения наиболее эффективным в смысле точности получаемого решения и затрат машинного времени является применение бесконечного элемента, несмотря на сложность в общем случае представления изменения искомой функции в бесконечном элементе и необходимость вычисления интегралов по бесконечной области.

Аналогичные результаты получены и для двухслойного бесконечного цилиндра, поэтому в дальнейшем при замене бесконечной области конечной используется только бесконечный элемент.

С целью изучения возможности локализации энергии и повышения температуры виброразогрева в зоне приложения нагрузки решена задача о колебаниях двухслойного бесконечного цилиндра (рис. 5), когда часть его боковой поверхности  $S_2$  жестко закреплена и начало закрепления изменяется.

На рис. 7 представлен график изменения средней по объему температуры виброразогрева при  $t = 0,01$  сек в зависимости от начала границы жесткого закрепления боковой поверхности  $S_2$ . Горизонтальная штриховая линия соответствует средней по объему температуре разогрева, когда боковая поверхность  $S_2$  свободна от нагрузки. Вертикальными штриховыми линиями показаны резонансные длины для конечного однородного стержня с осредненными свойствами, вычисленные по стержневой теории, когда края стержня жестко закреплены. Из графика

видно, что, выбирая определенным образом начало границы жесткого закрепления, можно добиться значительного повышения температуры в зоне приложения нагрузки за счет отражения бегущих волн. Исследовано также влияние дилатационных (объемных) потерь в материале (ПЭВД) на уровень виброразогрева.

Во всех предыдущих расчетах на границе  $S_1$  (рис.5) задавались условия идеального механического контакта. Рассмотрен также случай, когда на этой границе ставятся условия гладкого (без трения) механического контакта.

Для реализации в МКЭ гладких механических условий предлагается между телами вводить тонкий промежуточный слой из ортотропного материала со специально подобранными характеристиками. Сравнение результатов предложенного подхода с точным решением для тестовой статической задачи в случае плоского напряженного состояния показало высокую точность моделирования указанных выше условий.

Использование развитого подхода при решении динамической задачи для двухслойного бесконечного цилиндра позволило выявить эффект резонанса трубчатого элемента (полого цилиндра), находящегося в гладком контакте с бесконечным сплошным цилиндром, и тем самым дать рекомендации по существенной интенсификации рассматриваемого технологического процесса.

В заключении сформулированы основные результаты работы, состоящие в следующем:

1. Разработана методика численного решения связанных задач термовязкоупругости для тел вращения при осесимметричном гармоническом нагружении в случае зависимости свойств материала от температуры, которая включает: постановку задач, их вариационную формулировку, развитие методов численного решения связанных задач термовязкоупругости.

2. В соответствии с предложенной методикой разработан алгоритм и составлены программы для решения методом конечных элементов рассматриваемых задач. Эффективность алгоритма апробирована на ряде тестовых примеров, численные или аналитические решения которых известны. Исследованы вопросы сходимости, точности и достоверности полученных результатов.

3. Дана новая реализация вариационного принципа Германна, не приводящая к существенному увеличению расхода машинного вре-

мени по сравнению с соответствующим использованием принципа Лагранжа. Исследованы возможности применения вариационных принципов Германна и Лагранжа в зависимости от коэффициента Пуассона.

4. Разработана методика расчета методом конечных элементов низкочастотных колебаний бесконечно длинных цилиндров с использованием условий излучения и бесконечного элемента.

5. Получены численные решения новых прикладных задач о термомеханическом поведении резино-металлических элементов конструкций и выявлены новые эффекты. Показано, что для трехслойного резино-металлического шарнира при многократном возвратно-вращательном нагружении пренебрежение теплообменом на торцах шарнира приводит к завышению стационарной температуры на 20%. Выявлен нелинейный характер термомеханического поведения сплошного и полого цилиндра, обусловленный термомеханическим сопряжением и заключающийся в неоднозначности амплитудно- и температурно-частотных характеристик.

6. Предложено моделировать в методе конечных элементов гладкий (без трения) механический контакт между двумя слоями введением дополнительного ортотропного слоя (третьего тела) с определенным образом заданными характеристиками.

7. Проведено численное исследование задачи о колебаниях и виброразогреве двухслойного бесконечного цилиндра, возбуждаемого волноводом, применительно к проблеме моделирования контактной ультразвуковой сварки. Показана возможность локализации энергии в зоне приложения нагрузки соответствующим выбором геометрических размеров и граничных условий.

Суммарный экономический эффект от внедрения результатов составил около 60 тысяч рублей.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Термомеханическое поведение вязкоупругих тел вращения при осесимметричном гармоническом нагружении // Прикл. механика. - 1989. - 25, №5. - С.22-28 (соавтор Козлов В.И.).

2. Расчет жесткости и диссипативного разогрева массивных виброизоляторов со сложной формой свободной поверхности // Днепрпетровск, 1989. - 9с. - Деп. в ВИНТИ 29.05.89; № 3544-В89 (соавторы Сенченков И.К., Дырда В.И., Козлов В.И., Мазнецова А.В.).

3. Расчет виброизоляторов сложной формы // Днепропетровск, 1988. - Юс. - Деп. в ВИНТИ 15.12.88; № 8791-В88 (соавторы Сенченков И.К., Дырда В.И., Мазнецова А.В.).

4. Исследование термомеханического поведения вязкоупругих трубчатых элементов при ультразвуковом нагружении // Всесоюзн. конф. "Прочность материалов и элементов конструкций при звуковых и ультразвуковых частотах нагружения": Тез.докл. - Киев, 1988. - С.96 (соавторы Черняк Б.Я., Боков В.А., Абукин А.А., Френкель Б.Э., Сенченков И.К., Козлов В.И., Червинко О.П.).

5. О термомеханическом поведении полого цилиндрического вязкоупругого виброизолятора при гармоническом нагружении // Тр. XII науч.конф. молодых ученых Ин-та механики АН УССР, Киев, 24-27 мая 1988г. - Киев, 1988. - Ч.1. - С.235-239. - Деп. в ВИНТИ 27.12.88; № 9071-В88.

6. Сравнительный анализ вариационных принципов Лагранжа и Геррманна при решении методом конечных элементов задач термовязкоупругости для слабосжимаемых материалов // Всесоюзн.научн.-техн.конф. "Методы расчета изделий из высокоэластических материалов": Тез.докл. - Рига, 1989. - С.193.

*В.С.*

Подписано к печати 10.08.89г. ВФ 16840.

Бумага офсетная Усл.печ.лист. 1,0.

Тираж 100. Заказ 998.

Бесплатно

Формат 60x84/16.

Уч.-изд.лист 1,0

---

ФОН Института электродинамики АН УССР  
252057, Киев-57, проспект Победы, 56.