

Оптимізація перехідних режимів руху кранового візка зі змінною довжиною підвісу вантажу

В статті приведено спосіб вирішення проблеми усунення коливань вантажу під час пуску візка крана зі змінною довжиною гнучкого підвісу вантажу. В якості критеріїв оптимізації перехідного режиму виступає квадратична різниця прискорень та ривків візка і вантажу. Дається аналіз отриманих результатів та визначаються перспективи подальших досліджень.

оптимізація, крановий візок, перехідні режими руху

Обґрунтування проблеми. Відомо [1], що при роботі кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, котрі викликають нерівномірний рух вантажопідйомних механізмів, вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи, створюють незручності при їх експлуатації, а також збільшують ризик виникнення аварійних ситуацій. Тому актуальною є задача усунення коливань вантажу з одночасним підйомом, або опусканням вантажу (так на практиці виконують перевантажувальні роботи досвідчені кранівники). Це дасть змогу скоротити тривалість перевантажувального циклу та в кінцевому випадку призведе до підвищення ефективності експлуатації наявного кранового обладнання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вирішення проблеми усунення коливань вантажу закріпленого на гнучкому підвісі, довжина якого змінюється протягом часу, налічує вже декілька десятиліть.

В роботі [2] для усунення коливань вантажу використовується (задається) закон зміни кута відхилення вантажу від вертикалі у часі. Такий закон задовольняє прийнятні крайові умови за якими кут та його перша похідна за часом на початку та в кінці

розгону рівні нулю. На основі такого закону для кута знаходиться керування (силова дія на візок), яка усуває коливання вантажу, причому задано, що довжина підвісу вантажу рівномірно (за лінійним законом) змінюється у часі. Синтез керування за такою методикою не забезпечує оптимізації роботи кранового візка.

Вирішення оптимізаційних задач, які дозволяють усувати коливання вантажу зі змінною довжиною підвісу наведене у [3]. Синтез керування маятником змінної довжини проводиться шляхом оптимального сполучення найпростіших типів руху: опускання вантажу з максимальною швидкістю, оптимальний за швидкодією розгін/гальмування точки підвісу при постійній довжині підвісу, горизонтальне переміщення системи без коливань з опусканням вантажу тощо. На основі вихідних режимів будуються оптимальні закони руху точки підвісу. Недоліками окремих знайдених оптимальних режимів руху візка з вантажем є складність реалізації їх на практиці, наявність коливань протягом усталеного руху.

Використання принципу максимуму Понтрягіна [4] дозволяє синтезувати закони руху візка крана з усуненням коливань вантажу та зі змінною довжиною підвісу. В цій же роботі приведені приклади розрахунків для окремих кранових механізмів. Недоліком такого керування є його розривний характер, що підвищує динамічну навантаженість елементів крана.

Плавну зміну кінематичних та динамічних характеристик кранового візка з вантажем на гнучкому підвісі з одночасним демпфіруванням коливань вантажу можна отримати за допомогою використання теорії варіаційного числення, як це зроблено в роботі [5]. Прийнемо саме такий підхід до даної проблеми.

Мета та задачі дослідження. Метою даного дослідження є синтез керуючої дії на візок, при якій би коливання вантажу усувалися протягом перехідних режимів з одночасним підніманням (опусканням) вантажу. У відповідності до мети ставляться такі задачі досліджень:

- синтезувати закони руху кранового візка за критеріями, які не враховують змінну довжину підвісу вантажу;
- синтезувати закони руху візка за критеріями в які входить змінна довжина канату ($l=l_0+v_1t$);
- проаналізувати отримані результати та запропонувати подальші дослідження в цьому напрямку.

Виклад основного матеріалу. Для проведення досліджень використаємо двомасову динамічну модель (рис. 1.), побудова якої передбачає наступні припущення [4]:

- а) підвішений вантаж подібний до вільно висячого маятника; 2) вагою тягового елемента нехтуємо; 3) припускаємо поперечні коливання вантажу в порівнянні з повздовжніми коливаннями незначними і їх дію не враховуємо.

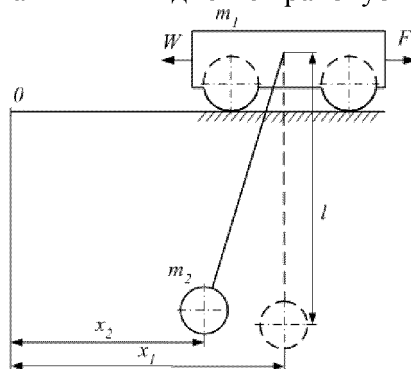


Рисунок 1 - Розрахункова модель системи „візок-вантаж”

Рух приведеної розрахункової системи (рис. 1.) описується системою диференціальних рівнянь (крапка над символом означає диференціювання за часом):

$$\begin{cases} m_2 \ddot{x}_2 + \frac{m_2 g}{l} (x_2 - x_1) = 0; \\ m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = F_p - W \operatorname{sign} \dot{x}_1, \end{cases} \quad (1)$$

де m_1 – маса вантажного візка;

m_2 – маса вантажу;

x_1, x_2 – координати центрів мас відповідно візка і вантажу під час руху;

g – прискорення вільного падіння;

l – довжина гнучкого підвісу вантажу;

F_p – привідне (тягове або гальмівне) зусилля, що діє на візок;

W – сила опору переміщенню, що діє на візок.

Найпростіший спосіб врахувати змінну довжину канату при перехідних режимах руху візка з вантажем – це оптимізувати рух візка за критеріями, які не враховують змінну величину l . В роботах [6-8] проводиться синтез таких законів (приймається $l=\text{const}$). В якості критеріїв виступають інтегральні функціонали виду:

$$\int_0^{t_1} (x_2^n)^2 dt \rightarrow \min, \quad (2)$$

де n – порядок похідної кінематичної характеристики руху вантажу (перший порядок – швидкість, другий – прискорення тощо);

t_1 – час перехідного руху візка з вантажем.

Умовою мінімуму інтегрального функціоналу за виразом (2) є рівняння Ейлера-Пуассона [9]:

$$(-1)^n \frac{d^n}{dt^n} \frac{\partial (x_2^n)^2}{\partial x_2^n} = 0. \quad (3)$$

Це рівняння можна розв'язувати при різних крайових умовах, причому для різних порядків рівняння необхідно використовувати різну кількість крайових умов, отримуючи закони зміни кінематичних функцій візка з кращою або гіршою динамікою. Маючи закон зміни переміщення вантажу з системи рівнянь (1), можемо знайти функції руху візка:

$$x_1 = x_2 + \frac{l(t)}{g} \ddot{x}_2 \quad (4)$$

та функцію зміни динамічного зусилля:

$$F_{\text{дин}} = \ddot{x}_2 (m_1 + m_2) + m_1 \left(\frac{\dot{l}(t)}{g} \ddot{x}_2 + 2 \frac{\dot{l}(t)}{g} \ddot{x}_2 + \frac{l(t)}{g} x_2^{IV} \right). \quad (5)$$

Перевагою такого методу оптимізації є те, що функцію $l(t)$ можна обрати якою завгодно. Прийнемо лінійний закон зміни довжини гнучкого підвісу $l = l_0 + v_l t$. Такий закон зміни можливий у випадку підйому вантажу без керування електроприводу механізму підйому. Це є перевагою даного закону руху, оскільки використання пристроїв для керування підйомом/опусканням вантажу вимагає значних капітальних витрат (частотного перетворювача, системи керування ним тощо).

Можемо записати функцію переміщення візка:

$$x_1 = x_2 + \frac{l_0 + v_l t}{g} \ddot{x}_2, \quad (6)$$

де v_l – швидкість підйому, або опускання вантажу (при опусканні v_l має додатне значення, при підніманні – від'ємне).

Закони зміни швидкості та прискорення візка приймуть такий вид:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 + \frac{v_l}{g} \ddot{x}_2 + \frac{l_0 + v_l t}{g} \ddot{x}_2, \quad (7)$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 + 2 \frac{v_l}{g} \ddot{x}_2 + \frac{l_0 + v_l t}{g} x_2^{IV}, \quad (8)$$

закон зміни динамічного зусилля при лінійному законі зміни довжини підвісу:

$$F_{\text{дин}} = \ddot{x}_2 (m_1 + m_2) + m_1 \left(\frac{v_l}{g} \ddot{x}_2 + \frac{l_0 + v_l t}{g} x_2^{IV} \right). \quad (9)$$

Наведемо конкретні приклади. Для цього побудуємо графіки функцій кінематичних характеристик візка з вантажем (рис. 2 а-в) та графік функції динамічного зусилля, що діє на візок (рис. 2 д), отриманих у роботі [7] (закон руху візка

для симетричних крайових умов), причому довжина підвісу змінюється за законом $l=l_0+v_l t$. Прийемо $l_0=8\text{м}$, $m_1=1000\text{кг}$, $m_2=2000\text{кг}$, а для v_l розглянемо два випадки:

а) підйом вантажу $v_l=-0,5\text{ м/с}$;

б) опускання вантажу $v_l=0,5\text{ м/с}$.

Штриховою лінією показані кінематичні характеристики руху вантажу.

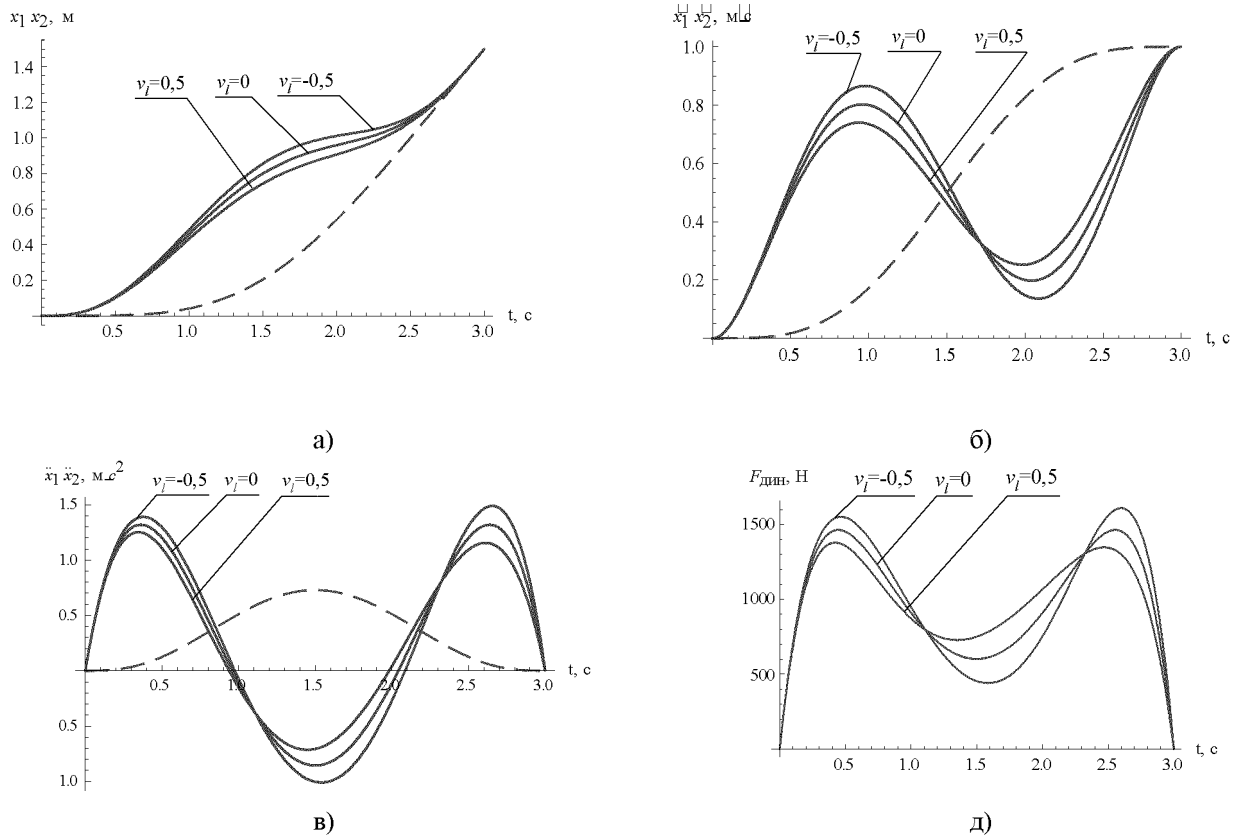


Рисунок 2 - Графіки переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) візка і вантажу та діючого на візок динамічного зусилля (д)

Ще один спосіб врахувати змінну довжину гнучкого підвісу під час розгону або гальмування візка – апіорі задати закон зміни довжини канату і врахувати цей закон при синтезі оптимальних законів руху для візка. Приведемо приклад.

Прийемо, як і в попередньому випадку, лінійний закон зміни довжини підвісу $l=l_0+v_l t$ (ми зробили це для того, щоб в подальшому полегшити розв'язування рівняння Ейлера-Пуассона, хоча закон зміни довжини підвісу вантажу може бути яким завгодно). Запишемо функцію зміни ривка візка (швидкість зміни прискорення), для чого продиференціюємо вираз (8) за часом з врахуванням того, що $l=l_0+v_l t$:

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 + 3 \frac{v_l}{g} \ddot{x}_2 + \frac{l_0 + v_l t}{g} \ddot{x}_2. \quad (9)$$

З виразів (8) та (9) можемо знайти різниці кінематичних характеристик візка і вантажу: $\Delta x = f(x_2, t)$. Проведемо оптимізацію руху візка за критеріями квадрату різниці Δx , для чого складемо відповідні функціонали:

$$I_1 = \int_0^{t_1} (\Delta \ddot{x})^2 dt = \int_0^{t_1} \left(2 \frac{v_l}{g} \ddot{x}_2 + \frac{l_0 + v_l t}{g} \ddot{x}_2 \right)^2 dt \rightarrow \min, \quad (10)$$

$$I_2 = \int_0^{t_1} (\Delta \ddot{x})^2 dt = \int_0^{t_1} \left(3 \frac{v_l}{g} x_2 + \frac{l_0 + v_l t}{g} x_2 \right)^2 dt \rightarrow \min. \quad (11)$$

Умовою мінімуму функціоналу I_1 є рівняння Ейлера-Пуассона (3), яке можна записати наступним чином:

$$10v_l^2 x_2 + (l_0 + v_l t) [8v_l x_2 + (l_0 + v_l t) x_2] = 0. \quad (12)$$

Це рівняння будемо розв'язувати при таких крайових умовах:

$$\begin{cases} x_2(0) = \dot{x}_2(0) = \ddot{x}_2(0) = \ddot{\ddot{x}}_2(0) = 0, \\ \dot{x}_2(t_1) = v, \quad \ddot{x}_2(t_1) = \ddot{\ddot{x}}_2(t_1) = x_2(t_1) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Для зменшення запису отриманих функцій введемо наступні позначення:

$$\begin{cases} l = l_0 + v_l t; \\ l_{t_1} = l_0 + v_l t_1; \\ a = \log(l_0 + v_l t); \\ b = \log(l_0 + v_l t_1); \\ c = \log(l_0). \end{cases} \quad (14)$$

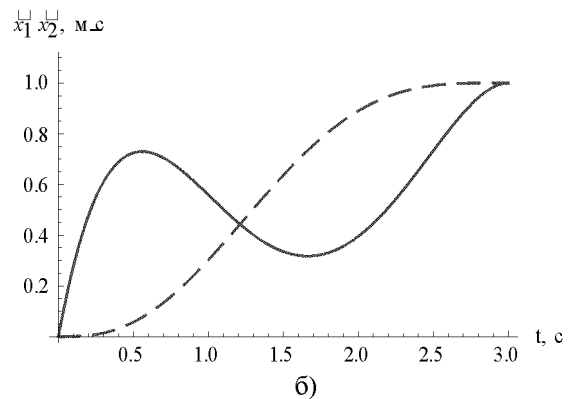
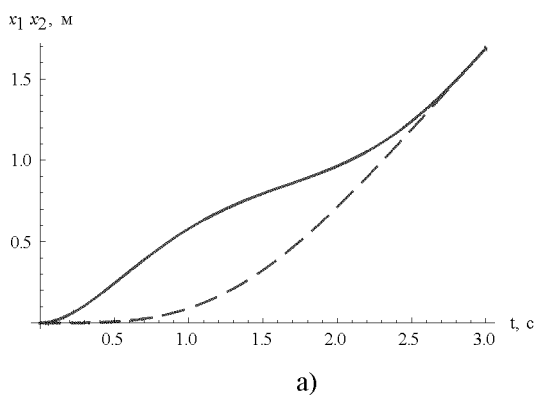
Екстремаль функціонала I_1 при заданих крайових умовах представляється у вигляді:

$$\begin{aligned} x_2 = & v[720l_0^3 l_{t_1}^3 (3l_0 + 2t_1 v_l) c^2 + 60la(-tv_l(36l_0^6 + 114l_0^5 t_1 v_l + 126l_0^4 t_1^2 l_t^2 + \\ & + 55l_0^3 t_1^3 v_l^3 + 3l_0^2 t_1^3 (t + 2t_1) v_l^4 + 3l_0 t^2 t_1^3 v_l^5 + t^3 t_1^3 v_l^6) + 12l_0^3 l_{t_1}^3 (3l_0 + 2t_1 v_l) b + \\ & + tv_l(t_1 v_l(2160l_0^6 + 360l_0^5 (3t + 19t_1) v_l + 180l_0^4 (-2t^2 + 19tt_1 + 42t_1^2) v_l^2 + \\ & + 60l_0^3 (3t^3 - 19t^2 t_1 + 63tt_1^2 + 55t_1^3) v_l^3 - 6l_0^2 (18t^4 - 95t^3 t_1 + 210t^2 t_1^2 - 305t \times \\ & \times t_1^3 - 60t_1^4) v_l^4 + 2l_0 tt_1 (-27t^3 + 135t^2 t_1 - 140tt_1^2 + 90t_1^3) v_l^5 + t^2 t_1 (18t^2 + 35 \times \\ & \times tt_1 - 60t_1^2) v_l^6) - 12l_{t_1} (180l_0^6 + 30l_0^5 (3t + 16t_1) v_l - 30l_0^4 (t^2 - 8tt_1 - 14t_1^2) v_l^2 + \\ & + 5l_0^3 (3t^3 - 16t^2 t_1 + 42tt_1^2 + 24t_1^3) v_l^3 + l_0^2 t (-9t^3 + 40t^2 t_1 - 70tt_1^2 + 60t_1^3) v_l^4 + \\ & + 5l_0 t^2 (t - 4t_1) t_1^2 v_l^5 - 5t^3 t_1^3 v_l^6 b) - 12l_0^2 c(v_l (-180l_0^5 (t + t_1) - 30l_0^4 (3t^2 + 28tt_1 + \\ & + 19t_1^2) v_l + 30l_0^3 (t + 3t_1) (t^2 - 14tt_1 - 7t_1^2) v_l^2 - 5l_0^2 (3t^4 - 22t^3 t_1 + 90t^2 t_1^2 + 234 \times \\ & \times tt_1^3 + 55t_1^4) v_l^3 + l_0 (9t^5 - 55t^4 t_1 + 150t^3 t_1^2 - 270t^2 t_1^3 - 410tt_1^4 - 30t_1^5) v_l^4 + 3 \times \\ & \times tt_1 (3t^4 - 15t^3 t_1 + 30t^2 t_1^2 - 30tt_1^3 - 10t_1^4) v_l^5) + 60l_0 l_{t_1}^3 (3l_0 + 2t_1 v_l) (a + b))] \times \\ & [10v_l (t^2 v_l^2 (2160l_0^5 + 576l_0^4 t_1 v_l + 486l_0^3 t_1^2 v_l^2 + 144l_0^2 t_1^3 v_l^3 + 15l_0 t_1^4 v_l^4 - t_1^5 v_l^5) + \\ & + 18l_0^2 l_{t_1} (4l_0 t_1^2 (3l_0 + 2t_1 v_l) c^2 + c(t_1 v_l (24l_0^3 + 52l_0^2 t_1 v_l + 32l_0 t_1^2 v_l^2 + 5t_1^3 v_l^3) - \\ & - 8l_0 t_1^2 (3l_0 + 2t_1 v_l) b) + b(-t_1 v_l (24l_0^3 + 52l_0^2 t_1 v_l + 32l_0 t_1^2 v_l^2 + 5t_1^3 v_l^3) + 4l_0 t_1^2 \times \\ & \times (3l_0 + 2t_1 v_l) b))]^1. \end{aligned} \quad (15)$$

З урахуванням виразів (6) та (15) можемо знайти кінематичні функції для візка. Запишемо лише функцію зміни швидкості візка, оскільки вона може використовуватись для реалізації оптимального керування рухом візка на практиці:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = v[72gl_0^3l_1^3(3l_0 + 2t_1v_l)c^2 + 12a(-t_1v_l(18t_1^3v_l^5l^2 + g(18l_0^6 + 57l_0^3t_1v_l + \\ + 63l_0^4t_1^2v_l^2 + 29l_0^3t_1^3v_l^3 + 3l_0^2t_1^3(2t + t_1)v_l^4 + 6l_0t^2t_1^3v_l^5 + 2t^3t_1^3v_l^6)) + 6gl_0^3l_1^3 \times \\ \times (3l_0 + 2t_1v_l)b + tv_l(t_1v_l(72(t - t_1)v_l^4(12l_0^2 + (-t + t_1) + 3l_0t_1(3t_1 - 2t)v_l + \\ + 2t_1^2(2t + t_1)v_l^2) + g(216l_0^5 + 36l_0^4(19t_1 - 3t)v_l + 18l_0^3(t^2 - 2tt_1 + 42t_1^2) \times \\ \times v_l^2 - 6l_0^2(9t^3 - 38t^2t_1 + 63tt_1^2 - 58t_1^3)v_l^3 + 3l_0^3t_1(-9t^3 + 36t^2t_1 - 34tt_1^2 + 12 \times \\ \times t_1^3)v_l^4 + tt_1^2(t^2 + 8tt_1 - 18t_1^2)v_l^5)) - 6l_{t_1}(-36v_l^4(4l_0^2(t - t_1)^2 + l_0t_1^2(-t + 2t_1) \times \\ \times v_l + tt_1^3v_l^2) + g(36l_0^5 + 6l_0^4(-3t + 16t_1)v_l + 12l_0^3(t^2 - 4tt_1 + 7t_1^2)v_l^2 + l_0^2(-9 \times \\ \times t^3 + 32t^2t_1 - 42tt_1^2 + 24t_1^3)v_l^3 + 4l_0t(t - 3t_1)t^2v_l^2 - 4t^2t_1^3v_l^5))b - 6cl_0^2(v_l(36 \times \\ \times (t - t_1)^2v_l^4(4l_0t + (4t - t_1)t_1v_l^4) - g(36l_0^4(t + t_1) + 6l_0^3(-4t^2 + 22tt_1 + 19t_1^2) \times \\ \times v_l + 6l_0^2(2t^3 - 11t^2t_1 + 30tt_1^2 + 21t_1^3)v_l^2 + l_0(-4t^4 + 44t^3t_1 - 90t^2t_1^2 + 108t \times \\ \times t_1^3 + 58t_1^4)v_l^3 + 3t_1(-3t^4 + 12t^3t_1 - 18t^2t_1^2 + 12tt_1^3 + 2t_1^4)v_l^4)) + 12gl_0l_1^3(3 \times \\ \times l_0 + 2t_1v_l)a + b))][g(t^2v_l^2(216l_0^5 + 576l_0^4t_1v_l + 486l_0^3t_1^2v_l^2 + 144l_0^2t_1^3v_l^3 + \\ + 15l_0t_1^4v_l^4 - t_1^5v_l^5) + 18l_0^2l_{t_1}(4l_0l_{t_1}^2(3l_0 + 2t_1v_l)c^2 + c(t_1v_l(24l_0^3 + 52l_0^2t_1v_l + 32 \times \\ \times l_0t_1^2v_l^2 + 5t_1^3v_l^3) - 8l_0l_{t_1}^2(3l_0 + 2t_1v_l)b) + b(-t_1v_l(24l_0^3 + 52l_0^2t_1v_l + 32l_0t_1^2 \times \\ \times v_l^2 + 5t_1^3v_l^3) + 4l_0l_{t_1}^2(3l_0 + 2t_1v_l)b))]^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для знайдених кінематичних функцій візка і вантажу, а також для функції динамічного зусилля побудуємо графічні залежності (рис. 3) при таких параметрах системи: номінальна швидкість руху візка $v=1$ м/с, тривалість розгону візка $t_1=3$ с, початкова довжина підвісу $l_0=8$ м, швидкість підйому вантажу $v_l=-0,5$ м/с (знак „-” у значенні швидкості v_l означає підйом вантажу), маса візка $m_1=1000$ кг, маса вантажу $m_2=2000$ кг.



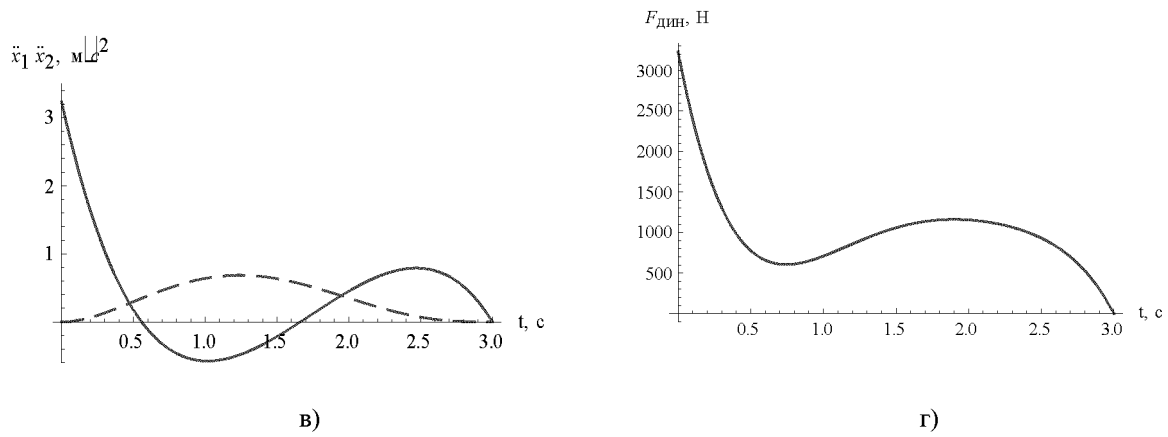


Рисунок 3 - Графіки переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) візка і вантажу та діючого на візок динамічного зусилля (д)

Рівняння (12) можна розв'язати також при таких крайових умовах:

$$\begin{cases} x_2(0) = \dot{x}_2(0) = \ddot{x}_2(0) = \overset{IV}{\ddot{x}_2(0)} = x_2(0) = 0, \\ \dot{x}_2(t_1) = v, \quad \ddot{x}_2(t_1) = \ddot{x}_2(t_1) = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Отримаємо екстремаль:

$$\begin{aligned} x_2 = & v[t_1 v_l^2 (2160l_0^6 + 360l_0^5 (3t + 17t_1)v_l + 18l_0^4 (-2t^2 + 17tt_1 + 32t_1^2)v_l^2 + \\ & + 60l_0^3 (3t^3 - 17t^2t_1 + 48tt_1^2 + 29t_1^3)v_l^3 + 6l_0^2 t (-18t^3 + 85t^3t_1 - 160tt_1^2 + 115 \times \\ & \times t_1^3)v_l^4 - 2l_0 t^2 t_1 (81t^2 - 240tt_1 + 280t_1^2)v_l^5 + t^3 t_1^2 (-36t + 25t_1)v_l^6) + 12(60l_0^3 \times \\ & l_0^3 (3l_0 + t_1 v_l)c^2 - t v_l l_0^2 (180l_0^5 + 30l_0^4 (3t + 8t_1)v_l (t^2 - 4tt_1 - 2t_1^2)v_l^2 + 5l_0^2 (3t^2 - \\ & - 8tt_1 + 6t_1^2)v_l^3 + l_0 t^2 (-9t^2 + 20tt_1 - 10t_1^2)v_l^4 + 5t^3 t_1^2 v_l^5)b + 5la(t_1 v_l (-36l_0^5 - \\ & - 102l_0^5 t_1 v_l - 96l_0^4 t_1^2 v_l^2 - 29l_0^3 t_1^3 v_l^3 + 3l_0 t^2 t_1^3 v_l^5 + t^3 t_1^3 v_l^6) + 12l_0^3 l_0^3 (3l_0 + t_1 v_l)c) - \\ & - l_0 c(v_l (-180l_0^6 (t + t_1) - 30l_0^5 (3t^2 + 26tt_1 + 17t_1^2)v_l + 30l_0^3 (t^3 - 10t^2 t_1 - 41tt_1^2 - \\ & - 16t_1^3)v_l^2 - 5l_0^5 (3t^4 - 20t^3 t_1 + 72t^2 t_1^2 + 168tt_1^3 + 29t_1^4)v_l^3 + l_0^2 t (9t^4 - 50t^3 t_1 + \\ & + 120t^2 t_1^2 - 180tt_1^3 - 190t_1^4)v_l^4 + 6l_0 t^3 t_1 (3t^2 - 10tt_1 + 10t_1^2)v_l^4 + 3t^3 t_1^2 (3t^2 - 10 \times \\ & \times tt_1 + 10t_1^2)v_l^6) + 60l_0^2 l_0^3 (3l_0 + t_1 v_l)(a + b)))] [10v_l (t^2 v_l^2 (216l_0^5 + 504l_0^4 \times \\ & \times t_1 v_l + 342l_0^3 t_1^2 v_l^2 + 18l_0^2 t_1^3 v_l^3 - 39l_0 t_1^4 v_l^4 - 2t_1^5 v_l^5) + 18l_0^2 l_0^2 (t_1 v_l (24l_0^3 + 20l_0^2 \times \\ & \times t_1 v_l - t_1^3 v_l^3) + 4l_0 l_0 (3l_0 + t_1 v_l)(c - b))(c - b))]^{-1}. \end{aligned} \quad (18)$$

Функція швидкості руху візка прийме такий вигляд:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 = v[& 72gl_0^3l_1^3(3l_0 + t_1v_l)c^2 + 12a(t_1v_l(18t_1^3v_l^5(l_0 + l^2) + g(-18l_0^6 - 51l_0^5t_1 \times \\
& \times v_l - 48l_0^4t_1^2v_l^2 - 13l_0^3t_1^3v_l^3 + 6l_0^2tt_1^3v_l^4 + 2t^3t_1^3v_l^6)) + 6gl_0^3l_1^3(3l_0 + t_1v_l)b - v_l t \times \\
& \times (t_1v_l(t - t_1)v_l^4(12l_0^2t + 3l_0(6t - t_1)t_1v_l + 4tt_1^2v_l^2) + g(-216l_0^5 + 36l_0^4(3t - 17 \times \\
& \times t_1)v_l - 18l_0^3(4t^2 - 17tt_1 + 32t_1^2)v_l^2 + 6l_0^2(9t^3 - 34t^2t_1 + 48tt_1^2 - 26t_1^3)v_l^3 + 3 \times \\
& \times l_0tt_1(27t^2 - 64tt_1 + 50t_1^2)v_l^4 + 2t^2(9t - 34t_1)t_1^2v_l^5)) + 6l_1^2(36tv_l^4(-4l_0t + 4 \times \\
& \times l_0t_1 + l_0t_1^2) + g(36l_0^4 + 6l_0^3(-3t + 8t_1)v_l + 12l_0^2(t - t_1)^2v_l^2 + l_0t(-9t^2 + 16tt_1 - \\
& - 6t_1^2)v_l^3 + 4t^2t_1^2v_l^4))b) - 6l_0c(v_l(36(t - t_1)v_l^4(4l_0^2t^2 - l_0t_1(-8t^2 + tt_1 + t_1^2)v_l + \\
& + 2t(2t - t_1)t_1^2v_l^2) - g(36l_0^5(t + t_1) + 6l_0^4(-3t^2 + 20tt_1 + 17t_1^2)v_l + 12l_0^3(t^3 - 5 \times \\
& \times t^2t_1 + 12tt_1^2 + 8t_1^3)v_l^2 + l_0^2(-9t^4 + 40t^3t_1 - 72t^2t_1^2 + 72tt_1^3 + 26t_1^4)v_l^3 - 6l_0^4(-3 \times \\
& \times t^2 - 8tt_1 + 6t_1^2)v_l^4 - 3t^2t_1^2(3t^2 - 8tt_1 + 6t_1^2)v_l^5)) + 12gl_0^2l_1^3(3l_0 + t_1v_l)(a + b))] \times \\
& [g(t^2v_l^2(216l_0^5 + 504l_0^4t_1v_l + 342l_0^3t_1^2v_l^2 + 18l_0^2t_1^3v_l^3 - 39l_0t_1^4v_l^4 - 2t_1^5v_l^5) + 18l_0^2 \times \\
& \times l_1^2(t_1v_l(24l_0^3 + 20l_0^2t_1v_l - t_1^3v_l^3) + 4l_0l_1(3l_0 + t_1v_l)(c - b))(c - b))]^{-1}.
\end{aligned} \tag{19}$$

Проілюструємо отримані кінематичні та динамічні функції візка і вантажу графіками (рис. 4).

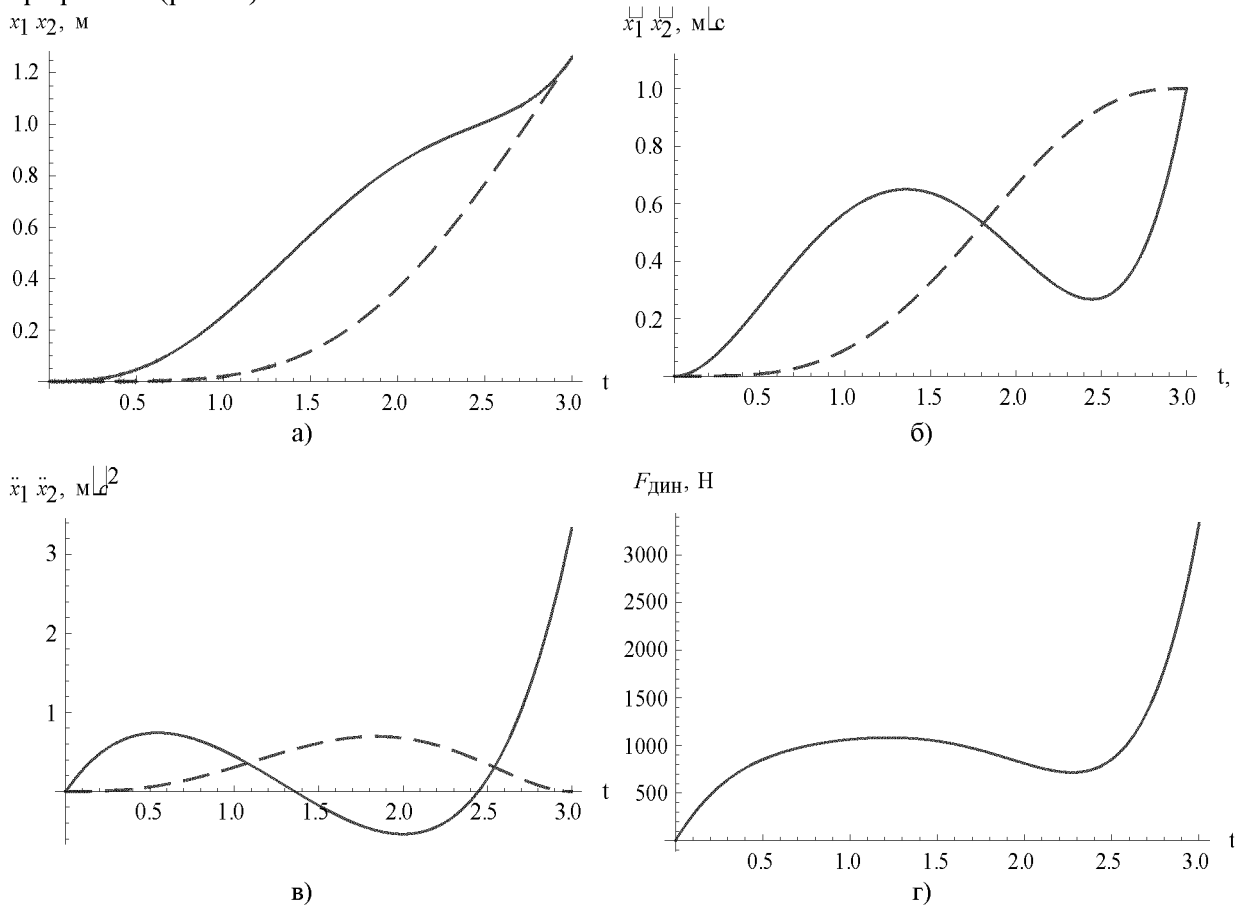


Рисунок 4 - Графіки переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) візка і вантажу та діючого на візок динамічного зусилля (г)

З рисунків рис. 3(в) та рис. 4(в) видно, що візок на початку, або в кінці розгону (відповідно в кінці гальмування) має не нульові прискорення, що погіршує динаміку роботи механізму приводу візка. Тому доцільно провести оптимізацію за критерієм більш високого порядку, а саме за критерієм I_2 , який визначається за виразом (11). Для даного критерію умова мінімуму прийме такий вигляд:

$$14v_l^2 x_2 + (l_0 + v_l t)[10v_l x_2 + (l_0 + v_l t) x_2] = 0. \quad (20)$$

Це диференціальне рівняння будемо розв'язувати при таких крайових умовах:

$$\begin{cases} x_2(0) = \dot{x}_2(0) = \ddot{x}_2(0) = \ddot{\ddot{x}}_2(0) = x_2(0) = 0, \\ \dot{x}_2(t_1) = v, \quad \ddot{x}_2(t_1) = \ddot{\ddot{x}}_2(t_1) = x_2(t_1) = \dot{x}_2(t_1) = 0. \end{cases} \quad (21)$$

Не будемо приводити розв'язок рівняння (20) оскільки він має значний об'єм, обмежимося графічним представленням отриманого оптимального закону руху візка. Для кінематичних та динамічних функцій візка і вантажу побудуємо графіки (рис. 5).

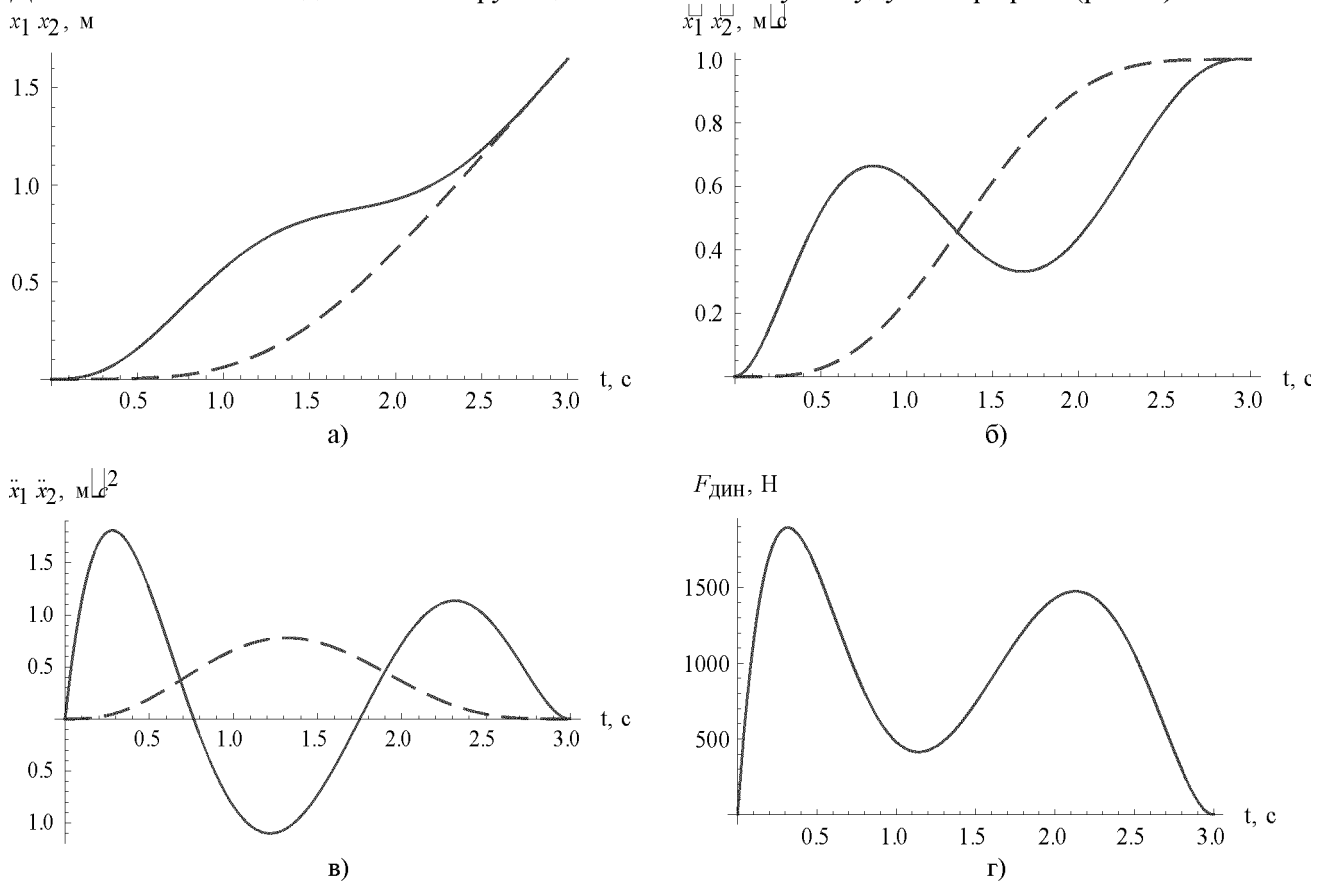


Рисунок 5 - Графіки переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) візка і вантажу та діючого на візок динамічного зусилля (г)

З рисунка 5(в) бачимо, що на початку та в кінці розгону візка його прискорення рівні нулю, що призведе до зменшення динамічного навантаження приводу візка та металоконструкції крана.

Для розв'язування рівняння (20) можна поставити такі крайові умови:

$$\begin{cases} x_2(0) = \dot{x}_2(0) = \ddot{x}_2(0) = \ddot{\ddot{x}}_2(0) = x_2(0) = \dot{x}_2(0) = 0, \\ \dot{x}_2(t_1) = v, \quad \ddot{x}_2(t_1) = \ddot{\ddot{x}}_2(t_1) = x_2(t_1) = 0. \end{cases} \quad (22)$$

Як і в попередньому випадку, екстремаль, а також отримані за допомогою неї кінематичні та динамічні функції візка і вантажу мають значний об'єм. Тому приведемо лише графіки отриманих функцій (рис. 6).

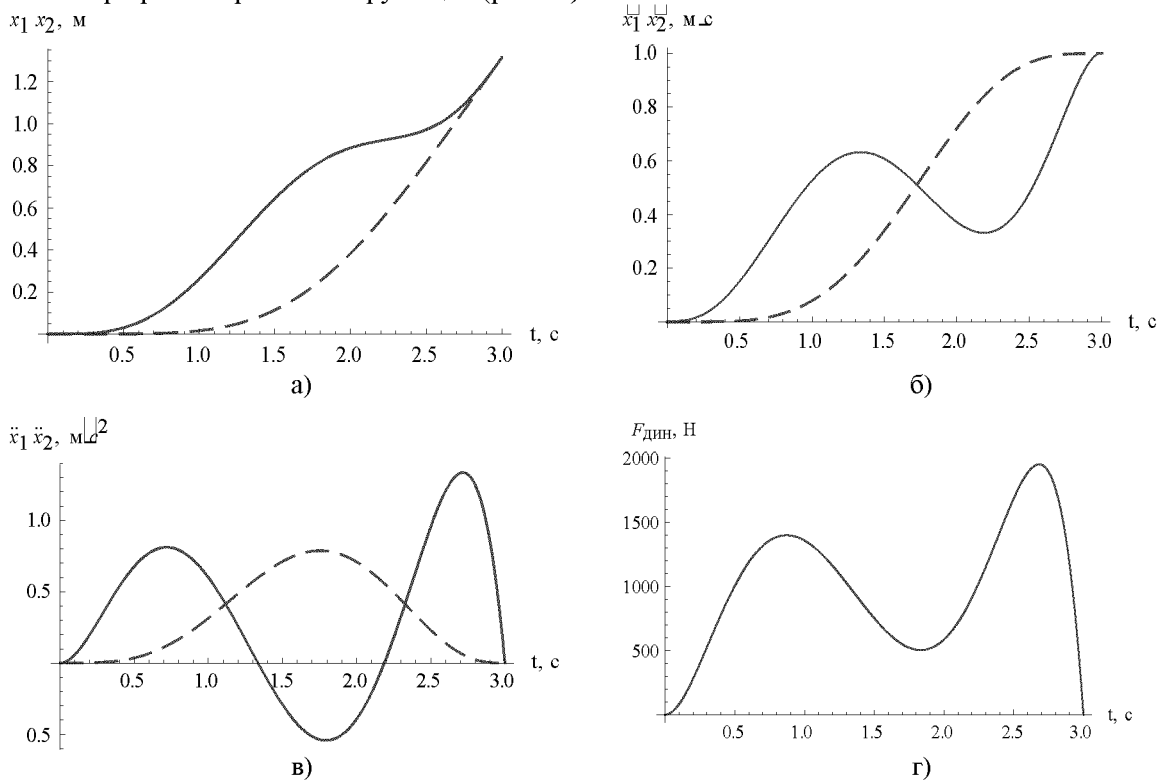


Рисунок 6 - Графіки переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) візка і вантажу та діючого на візок динамічного зусилля (г)

Отримані графічні залежності вказують на плавність розгону візка протягом усього перехідного режиму руху візка. Це зменшує динамічні навантаження крана та підвищує надійність його роботи.

Зазначимо, що отримані закони керування рухом візка з вантажем, при змінній довжині гнучкого підвісу, при $l=\text{const}$ (або $v_l=0$) переходять у закони руху, які знайдені раніше у роботах [6-8]. Таким чином, знайдені в даній роботі оптимальні закони руху візка є загальнішими випадками відомих раніше оптимальних законів руху візка.

Перспективи подальших досліджень у даному напрямку полягають у використанні динамічних критеріїв руху візка типу:

$$\int_0^{t_1} \dot{F}_{дин}^2 dt \rightarrow \min, \quad (23)$$

де $F_{дин}^2$ - динамічна складова приводного (гальмівного) зусилля, яке діє на візок зі сторони приводу.

Мінімізація динамічного зусилля дозволить зменшити крутний момент двигуна приводу візка, який, як відомо, пропорційний струму. Це призведе до зменшення електричних втрат та покращить режим (зокрема температурний) роботи електродвигуна. Крім того, як видно з рис. 3-6 використання різних крайових умов дає змогу отримати різні, за якістю динаміки руху, оптимальні закони. Тому є сенс варіювати крайові умови і, таким чином, отримувати різні закони руху візка.

Однак, найважливішим напрямком досліджень у цій області, на нашу думку, є наступний: необхідно синтезувати оптимальні закони руху для вертикального підйому

вантажу та „сполучити” їх з оптимальними законами руху візка. Це дасть змогу оптимізувати весь перевантажувальний цикл, а не окремі його складові. Детального розгляду також заслуговує питання побудови структури та алгоритмів роботи автоматизованої системи керування краном, яка б могла реалізувати оптимальне керування.

Висновки

Використання варіаційного числення дозволяє синтезувати оптимальні закони руху кранового візка з вантажем, при якому коливання вантажу усуваються протягом перехідних режимів його руху. У даній статті запропоновано два способи синтезу таких законів. Для цих способів обрано лінійний закон зміни довжини гнучкого підвісу вантажу у часі, реалізація якого не передбачає використання спеціальних пристроїв керування електроприводом механізму підйому. Тому отримані закони керування рухом візка можуть бути використані для кранових механізмів лише з пристроєм (частотний перетворювач) для керування електроприводом горизонтального переміщення візка (який є відносно малопотужним і, як наслідок, недорогим).

Список літератури

1. Лобов Н. А. Динамика грузоподъемных кранов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
2. Мисюра В.П., Васильченко И.Н. Уменьшение колебаний груза при автоматизированном режиме работы кранов-перегрузателей // Механизация и автоматизация производства. – 1985. - №11. – С. 22-24.
3. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н, Управление колебаниями. - М.: Наука, 1980. - 384с.
4. Смехов А. А., Ерофеев Н. И. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами. – М.: Машиностроение, 1975. – 239 с.
5. Ловейкин В. С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
6. Ловейкин В. С., Ярошенко В. Ф., Ромасевич Ю. О. Оптимізація перехідних режимів руху механізму пересування візка вантажопідйомних машин // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – 2007. – Випуск №59, том 2. – С. 452-460.
7. Ловейкин В.С., Ромасевич Ю.О. Оптимізація перехідних процесів руху кранового візка // Науково-технічний та виробничий журнал „Підйомно-транспортна техніка”. – 2008. – №2(26). – С. 3-14.
8. Ловейкин В.С., Ромасевич Ю.О. Оптимізація процесу пуску механізму пересування кранового візка // Збірник наукових праць „Науковий вісник НАУ”. – Вип. 125. – С. 340-348.
9. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.

В. Ловейкин, Ю. Ромасевич

Оптимизация переходных режимов движения крановой тележки со сменной длиной подвеса груза

В статье приведен способ решения проблемы устранения колебаний груза на протяжении пуска тележки крана с длиной гибкого подвеса груза, которая изменяется. В качестве критериев оптимизации переходного режима выступают квадратичная разность ускорений и рывков тележки и груза. Дается анализ полученных результатов и определяются перспективы последующих исследований.

V.Loveikin, J.Romasevich,

Optimisation transmit movement modes carts with shift of suspension cargo

In article is brought way of the decision of the problem of the eliminating the fluctuations of the cargo on length of the starting the pushcart of the tap with long flexible hang up cargo, which changes. As criterion to optimization of the connecting mode emerge the square-law difference of the speedups and jerk of the pushcart and cargo. It Is given analysis got result and are defined prospects of the following studies.

Одержано 22.09.09