

## Застосування методу Калмана при проектуванні автоматизованих систем керування поріями

В статті розглядається задача визначення спостережності і керованості при проектуванні автоматизованих систем керування поріями із застосуванням методу Калмана. Отримані результати показують способи реалізації систем керування. Використовуючи запропонований Калманом зв'язок між параметрами сигналу і системи, складаються матриці, які дозволяють вирішити поставлену задачу.  
**автоматизована система, об'єкт, спостережність, керованість**

При розробці автоматизованих систем керування об'єктом важливе значення має дослідження параметрів об'єкта на спостережність і керованість. Користуючись даною інформацією розробник може вирішити вказану задачу шляхом введення допоміжних сигналів або їх виключення і без порушення структури отримати керуючу і спостережну систему.

В даній роботі пропонується використання принципу Калмана для дослідження об'єкта на спостережність і керованість лінійною стаціонарною системою рівняння якої мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= Ax(t) + Bg(t) \\ y(t) &= Cx \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де  $x(t)$ ,  $g(t)$ ,  $y(t)$  вектори  $nx1$ ,  $mx1$ ,  $rx1$ ;

$A, B, C$  – матриці  $(n \times n)$ ,  $(n \times m)$ ,  $(r \times n)$ .

Калман на основі зв'язку між  $x(t)$  і матрицями  $A$ ,  $B$ ,  $C$  запропонував [1] критерії спостережності і керованості систем.

Із матриць  $A, B$  і транспонованих матриць  $A^T$ ,  $C^T$  складаються матриці:

$$\begin{aligned} U &= \left\| B : AB : (A)^2 B : \dots : (A)^{N-1} B \right\| \\ V &= \left\| C^T : A^T C^T : (A^T)^2 C^T : \dots : (A^T)^{N-1} C^T \right\|, \end{aligned} \quad (2)$$

що мають  $N$  рядків і  $mN$  стовпчиків, де  $N$  – порядок системи і кількість регульованих величин в матриці  $Y(t)$ .

Система є повністю керованою, якщо ранг матриці  $U$  дорівнює  $N$  і повністю спостережною, якщо ранг матриці  $V$  рівний  $N$ .

Для визначення структурних умов керованості і спостережності по Калману вектор  $x$  системи (1) представимо у вигляді двох субвекторів:

$$\begin{aligned} x &= (x_{(1)}, x_{(2)}); \\ \dot{x}_{(1)} &= f_{(1)}(x_{(1)}, x_{(2)}, U, t); \\ \dot{x}_{(2)} &= f_{(2)}(x_{(1)}, x_{(2)}, U, t); \\ z &= h(x_{(1)}, x_{(2)}, U, t). \end{aligned} \quad (3)$$

В цьому випадку структурні умови керованості і спостережності згідно з критерієм Калмана, полягають у тому, що матриці  $A, B$  і матриці – стовпчики  $X, U$  записують в блочному вигляді:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{(1)} \\ \dot{x}_{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{(11)} & A_{(12)} \\ A_{(21)} & A_{(22)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{(1)} \\ x_{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{(11)} & B_{(12)} \\ B_{(21)} & B_{(22)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{(1)} \\ U_{(2)} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

або

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_{(1)} &= A_{(11)}x_{(1)} + A_{(12)}x_{(2)} + B_{(11)}U_{(1)} + B_{(12)}U_{(2)} \\ \dot{x}_{(2)} &= A_{(21)}x_{(1)} + A_{(22)}x_{(2)} + B_{(21)}U_{(1)} + B_{(22)}U_{(2)} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Якщо серед всіх можливих розбиттів на блоки існує таке, при якому:  $A_{(12)} = 0$ ,  $B_{(11)} = 0$ ,  $B_{(12)} = 0$ , то система (4) не зовсім керована і спостережна згідно з Калманом. Умова (2) в цьому випадку:

$$U = \|BAB\| = \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & 0 & A_{(11)} & 0 \\ B_{(21)} & B_{(22)} & A_{(21)} & P_{(22)} \end{bmatrix} \langle n. \quad (6)$$

Структурна схема такої системи представлена на рис.1

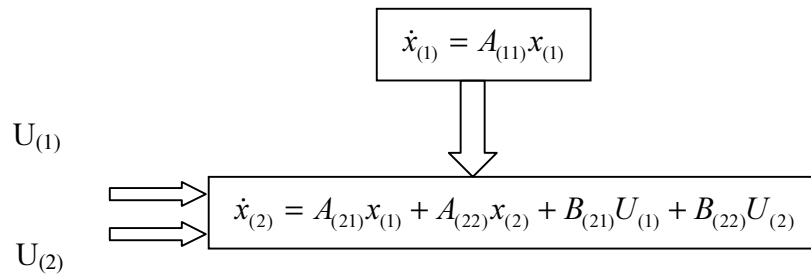
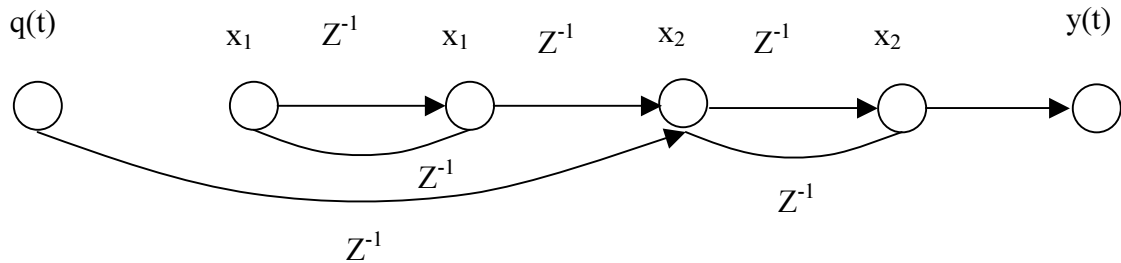
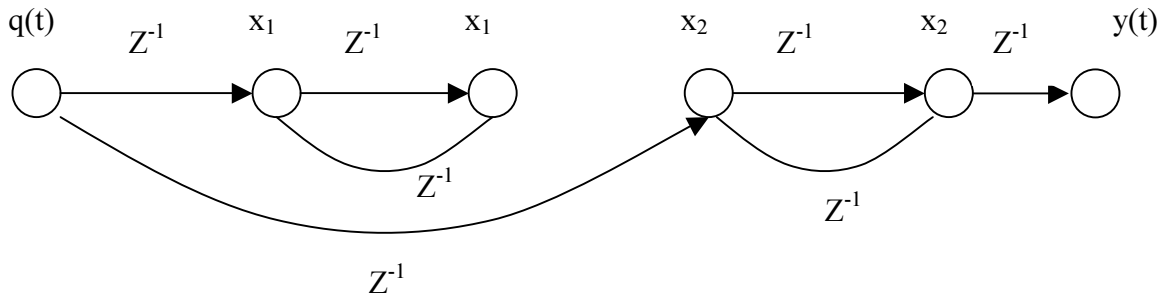


Рисунок 1 – Структурна схема не повністю керованої і спостережимої системи

Із схеми (рис.1) видно, що система не керована по  $\dot{x}_{(1)}$ . На рис. 2 представлені графи стану відповідної системи.



а) не повністю керована система керування



б) не повністю спостережима система керування

Рисунок 2 – Графи стану системи керування

Застосуємо дане положення до проектування системи керування норіями структурна схема якої [2] представлена на рис.3:

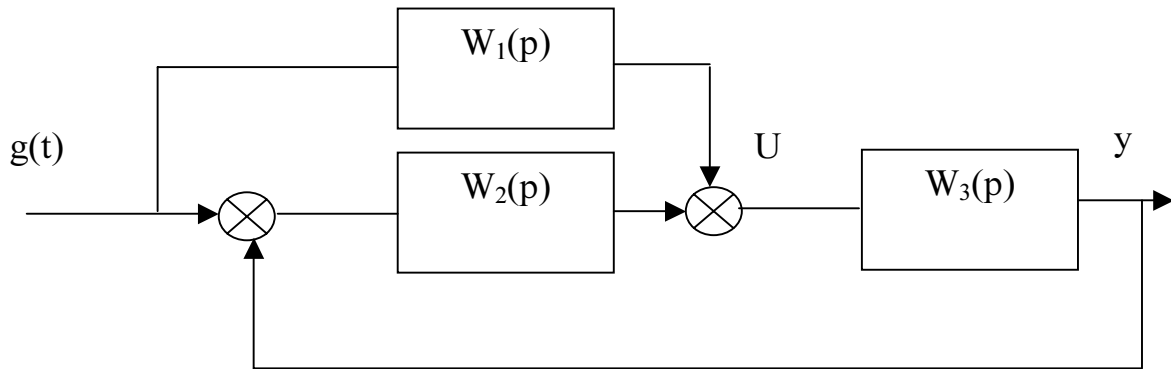


Рисунок 3 – Структурна схема системи автоматизованого керування технологічним процесом переміщення зерна

$$W_1 = \frac{p}{(p+b)(p+c)}; W_2 = \frac{a}{(p+b)(p+c)}; W_3 = \frac{1}{p+a}, \quad (7)$$

де  $a, b, c$  – параметри об'єкта, що досліджується.

Для дослідження даної системи на керованість і спостережність представимо її у вигляді одновірної системи (рис.4):

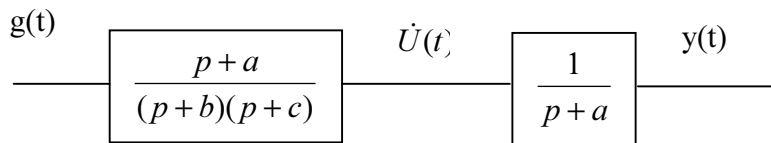


Рисунок 4 – Одновірна система керування норіями

Розглянемо властивості цієї системи з позиції спостережності і керованості. Диференціальне рівняння системи має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} [p^2 + (b+c)p + bc]u &= (p+a)g \\ (p+a)y - u &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Введемо нові змінні (субвектори)

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= u \\ x_1 &= (b+c)x_2 + \dot{x}_2 - g \\ x_3 &= y \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Система в просторі станів

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= 0 - bcx_2 + 0 + ag \\ \dot{x}_2 &= x_1 - (b+c)x_2 + 0 + g \\ \dot{x}_3 &= 0 + x_2 - ax_3 + 0 \\ y &= x_3 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

В цьому випадку система (1)

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 - bc & 0 \\ 1 - (b + c) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = 1.$$

Складемо матриці  $U$  та  $V$  у відповідності з (2) і знайдемо, що визначник:

$$|U| = \begin{vmatrix} a - bc & bc(b + c - a) \\ 10 & -bc \\ 01 & -(b + c) \end{vmatrix} = 0.$$

Так як один із мінорів другого порядку  $U_{13} = 1 \neq 0$ , то ранг матриці рівний 2. Із цього слідує, що система не повністю керована, тобто керуючий сигнал  $g(t)$  діє тільки на дві координати із трьох. В той же час визначник

$$|V| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -(a + b + c) \\ 1 & -a & a^2 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Звідки слідує, що ранг матриці рівний 3 і система є повністю спостережною.

На основі отриманих в даній роботі результатів пропонується два шляхи створення автоматизованої системи керування переміщенням зерна норіями:

- на основі дослідження встановити закономірність зміни збурень  $x_I(t)$  і за рахунок введення додаткових зв'язків одержати керовану автоматизовану систему переміщення зерна норіями;

- на основі визначення моментів і інтервалу дії  $x_I(t)$ , зменшувати на цей час керуючий сигнал  $g(t)$ .

Перший шлях це нове направлення в проектуванні норій і потребує зміни їх конструкції. Тому для діючих норій пропонується використовувати другий шлях.

## Список літератури

1. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problem. //Journ. Of Basic Engineering. – 1960. - № 1. - Р. 35-45.
2. Ю. И. Топчиев Атлас для проектирования систем автоматического регулирования: Учебное пособие для вузов.- М.: Машиностроение, 1989.-752 с.

Стаття посвящена проектуванню автоматизированных систем управления нориями с применением метода Калмана.

The article is devoted planning of automated control the system by norias with the use of method of Kalmana.