

УДК 531.36:534.1:62-755

© 2007

Г. Б. Филимоныхин, В. В. Пирогов,
И. И. Филимоныхина**СТАБИЛИЗАЦИЯ МАЯТНИКОВЫМИ ДЕМПФЕРАМИ
ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ОСИ ВРАЩЕНИЯ
НЕСУЩЕГО ТЕЛА**

Введение. Задача стабилизации пространственного положения оси вращения несущего абсолютно твердого тела (АТТ) является актуальной задачей механики. Такими телами могут быть искусственные спутники Земли или космические аппараты, положение которых в пространстве стабилизируется вращением [1-14]. Способ стабилизации вращением имеет тот недостаток, что из-за, например, неточного придания начального вращения симметричному спутнику, его собственная ось вращения будет длительно совершать прецессионное движение вокруг неподвижной в пространстве оси (оси прецессии). Для гашения угла нутации применяют демпферы различных конструкций. В работах [1, 3, 6, 7, 12], показано, что маятниковые и жидкостные демпферы эффективно уменьшают достаточно большие начальные углы нутации оси вращения АТТ, но при этом так и не были выявлены причины существования остаточных углов нутации этой оси. Принципиальная возможность полного устранения угла нутации с помощью маятниковых демпферов была ранее указана в работах [13, 14]. Эта возможность до сих пор не изучена. В связи с этим в настоящей работе исследуется задача стабилизации пространственного положения оси вращения АТТ маятниковыми демпферами, а именно: выделяются установившиеся движения системы; устанавливается характер их устойчивости; изучается возможность полного устранения угла нутации указанными демпферами.

Близкие к исследуемой проблеме вопросы рассмотрены также в работах [15-18].

В дальнейшем будем рассматривать демпфер, состоящий из двух пар маятников, насаженных на ось, жестко связанную с АТТ. Из теории пассивных автобалансиров известно [9], что такое устройство теоретически может полностью уравновесить несимметричное АТТ и тем самым полностью устранить угол нутации.

§1. Описание модели системы. Пусть АТТ имеет массу M . Массо-инерционные характеристики АТТ и всей системы будем описывать с помощью главных центральных осей инерции АТТ – $OXYZ$, выходящих из центра масс АТТ – точки O (рис. 1, а). Главные осевые моменты инерции АТТ, относительно осей X, Y, Z , соответственно равны A, B, C . В общем случае – $A \neq B \neq C$.

Произвольная неуравновешенность АТТ относительно оси Z создается двумя материальными точками D_1 и D_2 , соответственно массами μ_1, μ_2 ($\mu_1 = \mu_2$), расположенными в плоскостях $X_1P_1Y_1$ и $X_2P_2Y_2$, параллельных плоскости XOY . Эти плоскости находятся соответственно на расстоянии s_1 и s_2 по разные стороны от плоскости XOY . Положение j -ой массы задается эксцентриситетом e_j и углом γ_j / $j = 1, 2$ / (рис. 1, б).

В плоскостях $X_1O_1Y_1$ и $X_2O_2Y_2$, находящихся на расстоянии h_1 и h_2 по разные стороны от плоскости XOY , на ось Z насажены по два математических маятника, создающих демпферы. Считаем, что маятники не мешают движению друг друга. Положение маятников в плоскости $X_1O_1Y_1$ определяется углами φ_1, φ_2 , в плоскости $X_2O_2Y_2$ – углами ψ_1, ψ_2 (рис. 1, в). Относительному движению маятников препятствуют силы вязкого сопротивления. Маятники одинаковые, имеют массу m , длину l и осевой момент инерции ml^2 относительно оси, на которую насажены.

Движение системы представим следующим образом. Так как система изолированная, то центр масс системы - точка G движется равномерно, прямолинейно. Не ограничивая общности, будем считать, что точка G неподвижна. Известно, что положение АТТ относительно инерциальной (неподвижной) системы координат, связанной с неподвижной точкой, можно задать с помощью шести координат, например, тремя углами Эйлера и тремя координатами, отвечающими за положение центра масс АТТ [5]. Введем подвижную систему координат $GX_GY_GZ_G$, оси которой параллельны осям $OXYZ$ (оси X_G, Y_G, Z_G на рис. 1 не показаны). Оси $GX_GY_GZ_G$ – центральные. Движение системы рассматриваем как сложное. Переносным движением считаем вращательное движение системы как целого вокруг точки G . За относительное примем движение АТТ относительно осей $GX_GY_GZ_G$ и движение маятников относительно АТТ, причем движение последних определяется четырьмя углами $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2$. Материальные точки D_1 и D_2 неподвижны относительно АТТ. Заметим, что во время движения системы, в общем случае, оси $OXYZ$ и $GX_GY_GZ_G$ - не совпадают. С учетом вышеизложенного, в общем случае, движение системы определяется с помощью десяти координат. Но так как координаты, отвечающие за положение центра масс АТТ, можно выразить через углы поворотов маятников, то в конечном итоге движение системы можно задать с помощью семи обобщенных координат.

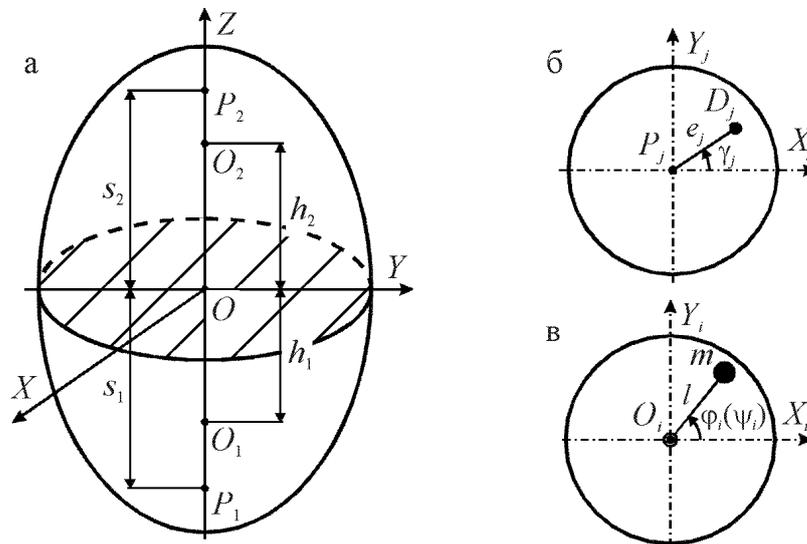


Рис. 1

Во время переходных процессов к системе не подводится внешняя и внутренняя энергия. Относительному движению маятников препятствуют силы сопротивления. Поэтому со временем система будет совершать установившееся движение. В нем движения маятников относительно АТТ прекратятся, и система будет вращаться, как жесткое целое вокруг некоторой неподвижной в пространстве оси K (на рис. 1 не показана). В соответствии с теорией автобалансиров [13], установившиеся движения можно поделить на основные и побочные. В основных движениях ось вращения АТТ стабилизирована, а именно: неуравновешенность, создаваемая материальными точками, устранена маятниками, система вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси $Z = Z_G = K$, и угол нутации равен нулю. В побочных движениях неуравновешенность, создаваемая материальными точками, не устранена, ось Z не совпадает с осью K и угол нутации устранен не полностью.

§2. Применение энергетического критерия к исследованию установившихся движений системы. Для исследования устойчивости установившихся движений применим энергетический критерий, сформулированный в работах [7, 12]: на установившихся движениях кинетическая энергия изолированной системы, состоящей из несущего АТТ и демпфера, и не содержащая частей, способных накапливать потенциальную энергию, будет принимать экстремальное или критическое значение. Устойчивыми будут только те установившиеся движения, на которых кинетическая энергия системы будет принимать минимальное значение, а ее осевой момент инерции относительно неподвижной оси – максимальное значение.

Тензор инерции системы, относительно ее центральных осей, является функцией углов поворотов маятников: $J_G = J_G(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2)$. Поэтому и кинетическая энергия в установившемся движении выражается как функция углов поворотов маятников:

$$T_{ycm} = T_{ycm}(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2) = \frac{1}{2} J_K(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2) \omega^2 = \frac{K_G^2}{2J_K(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2)}, \quad (2.1)$$

где $J_K(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2) = J_K$ - осевой момент инерции системы в установившемся движении относительно оси K ; ω - угловая скорость вращения системы в установившемся движении вокруг оси K ; K_G - модуль момента количества движения системы (неизменный).

Из (2.1) видно, что J_K и T_{ycm} одновременно принимают экстремальное или критическое значение. Поэтому вместо T_{ycm} можно исследовать J_K . Тогда из первой части энергетического критерия получим, что

$$\partial T_{ycm}(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2) / \partial \varphi_i = 0, \quad \partial T_{ycm}(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2) / \partial \psi_i = 0, \quad / i = 1, 2 / , \quad (2.2)$$

или

$$\partial J_K(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2) / \partial \varphi_i = 0, \quad \partial J_K(\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2) / \partial \psi_i = 0, \quad / i = 1, 2 / . \quad (2.3)$$

Систему алгебраических уравнений (2.2) или (2.3) используем для поиска всех установившихся движений.

На основании второй части энергетического критерия получаем необходимые (достаточные) условия устойчивости или неустойчивости установившихся движений рассматриваемой системы. Необходимым условием устойчивости установившегося движения будет условие, при котором кинетическая энергия системы принимает локальное минимальное значение, а осевой момент инерции - локальное максимальное. Достаточным условием устойчивости - условие, при котором кинетическая энергия системы принимает абсолютное минимальное значение, а осевой момент инерции - абсолютное максимальное. В случае, когда кинетическая энергия (осевой момент инерции) системы не принимают минимального (максимального) значения, в том числе и локального, то получаем достаточное условие неустойчивости установившихся движений.

§3. Массо-инерционные характеристики системы. Как видно согласно рис. 1, a -в радиус-векторы точечных масс \vec{r}_{μ_j} , создающих неуравновешенность, а также радиус-векторы масс маятников $\vec{r}_{\varphi_i}, \vec{r}_{\psi_i} / j, i = 1, 2 /$, имеют такие проекции на оси X, Y, Z :

$$\begin{aligned} & \vec{r}_{\mu_1}(e_1 \cos \gamma_1, e_1 \sin \gamma_1, s_1), \quad \vec{r}_{\mu_2}(e_2 \cos \gamma_2, e_2 \sin \gamma_2, s_2); \\ & \vec{r}_{\varphi_i}(l \cos \varphi_i, l \sin \varphi_i, h_1), \quad \vec{r}_{\psi_i}(l \cos \psi_i, l \sin \psi_i, h_2), \quad / i = 1, 2 / . \end{aligned} \quad (3.1)$$

Учитывая (3.1), находим осевые и центробежные моменты инерции материальных точек D_1 и D_2 (с индексом μ) и маятников (с индексом m) относительно осей $OXYZ$:

$$\begin{aligned} J_x^{(\mu)} &= \mu[(s_1^2 + s_2^2) + (e_1^2 \sin^2 \gamma_1 + e_2^2 \sin^2 \gamma_2)]; \\ J_y^{(\mu)} &= \mu[(s_1^2 + s_2^2) + (e_1^2 \cos^2 \gamma_1 + e_2^2 \cos^2 \gamma_2)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_z^{(\mu)} &= \mu(e_1^2 + e_2^2); \quad J_{xy}^{(\mu)} = J_{yx}^{(\mu)} = \mu(e_1^2 \cos \gamma_1 \sin \gamma_1 + e_2^2 \cos \gamma_2 \sin \gamma_2); \\
J_{xz}^{(\mu)} = J_{zx}^{(\mu)} &= \mu(s_1 e_1 \cos \gamma_1 + s_2 e_2 \cos \gamma_2); \quad J_{yz}^{(\mu)} = J_{zy}^{(\mu)} = \mu(s_1 e_1 \sin \gamma_1 + s_2 e_2 \sin \gamma_2); \\
J_x^{(m)} &= 2m(h_1^2 + h_2^2) + ml^2(\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 + \sin^2 \psi_1 + \sin^2 \psi_2); \\
J_y^{(m)} &= 2m(h_1^2 + h_2^2) + ml^2(\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 + \cos^2 \psi_1 + \cos^2 \psi_2); \quad J_z^{(m)} = 4ml^2; \\
J_{xy}^{(m)} = J_{yx}^{(m)} &= ml^2(\cos \varphi_1 \sin \varphi_1 + \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 + \cos \psi_1 \sin \psi_1 + \cos \psi_2 \sin \psi_2); \\
J_{xz}^{(m)} = J_{zx}^{(m)} &= ml[h_1(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) + h_2(\cos \psi_1 + \cos \psi_2)]; \\
J_{yz}^{(m)} = J_{zy}^{(m)} &= ml[h_1(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2) + h_2(\sin \psi_1 + \sin \psi_2)]. \quad (3.2)
\end{aligned}$$

Тензор инерции системы относительно осей $OXYZ$ имеет следующий вид:

$$J \approx \begin{bmatrix} A + J_x^{(\mu)} + J_x^{(m)} & -J_{xy}^{(\mu)} - J_{xy}^{(m)} & -J_{xz}^{(\mu)} - J_{xz}^{(m)} \\ -J_{xy}^{(\mu)} - J_{xy}^{(m)} & B + J_y^{(\mu)} + J_y^{(m)} & -J_{yz}^{(\mu)} - J_{yz}^{(m)} \\ -J_{xz}^{(\mu)} - J_{xz}^{(m)} & -J_{yz}^{(\mu)} - J_{yz}^{(m)} & C + J_z^{(\mu)} + J_z^{(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x & -\tilde{J}_{xy} & -\tilde{J}_{xz} \\ -\tilde{J}_{xy} & \tilde{J}_y & -\tilde{J}_{yz} \\ -\tilde{J}_{xz} & -\tilde{J}_{yz} & \tilde{J}_z \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Положение осей $OXYZ$ определяем относительно осей $GX_GY_GZ_G$ координатами x_G, y_G, z_G (на рис. 1 не показаны). Координаты центра масс системы относительно осей $OXYZ$ будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
x_G &= [\mu(e_1 \cos \gamma_1 + e_2 \cos \gamma_2) + ml(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 + \cos \psi_1 + \cos \psi_2)]/M_\Sigma; \\
y_G &= [\mu(e_1 \sin \gamma_1 + e_2 \sin \gamma_2) + ml(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2 + \sin \psi_1 + \sin \psi_2)]/M_\Sigma; \\
z_G &= [\mu(s_1 + s_2) + 2m(h_1 + h_2)]/M_\Sigma, \quad (3.4)
\end{aligned}$$

где $M_\Sigma = M + 2\mu + 4m$ - суммарная масса системы.

Тензор инерции системы относительно осей $GX_GY_GZ_G$ будет определяться такими осевыми и центробежными моментами инерции:

$$\begin{aligned}
J_{x_G} &= \tilde{J}_x - M_\Sigma(y_G^2 + z_G^2); \quad J_{y_G} = \tilde{J}_y - M_\Sigma(x_G^2 + z_G^2); \quad J_{z_G} = \tilde{J}_z - M_\Sigma(x_G^2 + y_G^2); \\
J_{x_G y_G} &= \tilde{J}_{xy} - M_\Sigma x_G y_G; \quad J_{x_G z_G} = \tilde{J}_{xz} - M_\Sigma x_G z_G; \quad J_{y_G z_G} = \tilde{J}_{yz} - M_\Sigma y_G z_G. \quad (3.5)
\end{aligned}$$

§4. Последовательность численного решения задачи о поиске установившихся движений и анализе их устойчивости. Заметим, что тензор инерции (3.5) можно использовать для численного определения:

а) главных направлений и главных осевых моментов инерции системы (задача о собственных векторах и числах для конкретных углов поворота маятников);

б) первых и вторых частных производных от главных осевых моментов инерции системы при фиксированных углах поворотов маятников (по главным осевым моментам инерции системы).

Для поиска всех установившихся движений системы последовательно исследуются частные производные от всех главных осевых моментов инерции системы. Например, выделяется максимальный момент инерции системы, численно определяются его частные производные по углам поворотов маятников $\varphi_i, \psi_i, /i=1,2/$. Углы поворотов маятников, удовлетворяющие уравнениям (2.3), определяют установившиеся

движения системы. В них маятники занимают фиксированное положение относительно АТТ, а система вращается как жесткое целое вокруг неподвижной оси K , совпадающей с осью максимального момента инерции системы J_K . Аналогично определяются движения, соответствующие среднему и минимальному осевому моменту инерции системы. Для численной реализации указанной последовательности используется метод полного перебора, при котором с некоторым шагом перебираются все значения углов поворотов маятников.

Каждое найденное установившееся движение системы исследуется на устойчивость. Для этого исследуется на экстремум соответствующий главный осевой момент инерции системы. При этом численно определяются его вторые частные производные на установившемся движении, а затем применяется критерий Сильвестра.

§5. Ограничение задачи исследований. Рассмотрим практически важные случаи – сплюснутого и вытянутого АТТ. Принимаем, что в этих двух случаях маятники соответственно насажены на оси максимального или минимального моментов инерции АТТ и эти оси являются осями собственного вращения АТТ. Также предполагаем, что масса АТТ намного больше массы маятников и массы маятников достаточно для уравнивания системы. Заметим, что при принятых предположениях ось максимального (минимального) момента инерции системы будет наиболее близко располагаться к оси максимального (минимального) момента инерции АТТ.

Для ответа на вопрос, могут ли маятники полностью устранить угол нутации АТТ, изучим из всех установившихся движений системы только те, в которых система вращается вокруг оси, близкой к оси собственного вращения АТТ (на которую насажены маятники). Для сплюснутого АТТ эти движения соответствуют оси максимального момента инерции системы, а для вытянутого – минимального. Поэтому для сплюснутого АТТ для устойчивости установившегося движения достаточно, чтобы соответствующий осевой момент инерции АТТ принимал максимальное значение. В случае вытянутого АТТ для этого необходимо (но недостаточно), чтобы минимальный осевой момент инерции системы принимал на основном движении локальное максимальное значение. При этом возникает вопрос: существует ли возможность локальной стабилизации маятниками положения оси вращения вытянутого АТТ.

§6. Анализ результатов. Система исследована численно при наличии статического или моментного дисбалансов (конкретные параметры системы не имеют принципиального значения и здесь не приводятся). Полагалось, что $h_1 = h_2$ и $s_1 = s_2$. Было установлено, что у системы существуют следующие установившиеся движения.

1. Основные движения, изображены на рис. 2, а, б.
2. Побочные движения, изображены на рис. 2, в, г. Они делятся на две группы.

А. Первая группа образуется следующим образом (рис. 2, г, положения маятников 1 – 3). В нижней плоскости существуют три существенно различные равновесные положения маятников $k_1, k_2 = 0$; $k_1, k_2 = 1$; $k_1 = 0, k_2 = 1$, где k_j – числа, задающие направление отклонения маятников: если $k_j = 0$, то маятник j отклонен по оси X_1 , если $k_j = 1$ – в противоположную сторону. Аналогичные положения для другой пары маятников существуют в другой плоскости: $k_3, k_4 = 0$; $k_3, k_4 = 1$; $k_3 = 0, k_4 = 1$. Комбинацией указанных положений получаются девять существенно различных установившихся движений.

Б. В движениях второй группы $\varphi_i = \beta_i + k_i\pi$, где $\beta_i \neq 0, k_i = 0,1$. В нижней и верхней плоскостях АТТ маятники могут располагаться в одном из положений 4 – 11, изображенных на рис. 2, г. Следует отметить, что эти положения не могут комбинироваться произвольным образом. Так, маятники в верхней и нижней плоскости могут быть повернуты вокруг оси Z на одинаковый угол β_i в одну сторону.

Так как побочные движения второй группы выпадают из общей теории автобалансиров [9], то ниже приводится доказательство их существования для случая моментной неуравновешенности. В побочном движении АТТ наклонено относительно оси K на угол θ и вращается вокруг нее с угловой скоростью ω (рис. 2, в, рис. 3). Используя рис. 3,

запишем параметрическое уравнение траектории, которую описывает точка M (в которой сосредоточена масса маятника), где параметром является угол поворота маятника ϕ :

$$\tilde{x}(\phi) = l \cos \phi \cos \theta - h_i \sin \theta, \quad \tilde{y}(\phi) = l \sin(\phi), \quad \tilde{z}(\phi) = l \cos \phi \sin \theta. \quad (5.1)$$

Уравнение составлено относительно подвижных осей $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z} = K$, которые вращаются синхронно с АТГ.

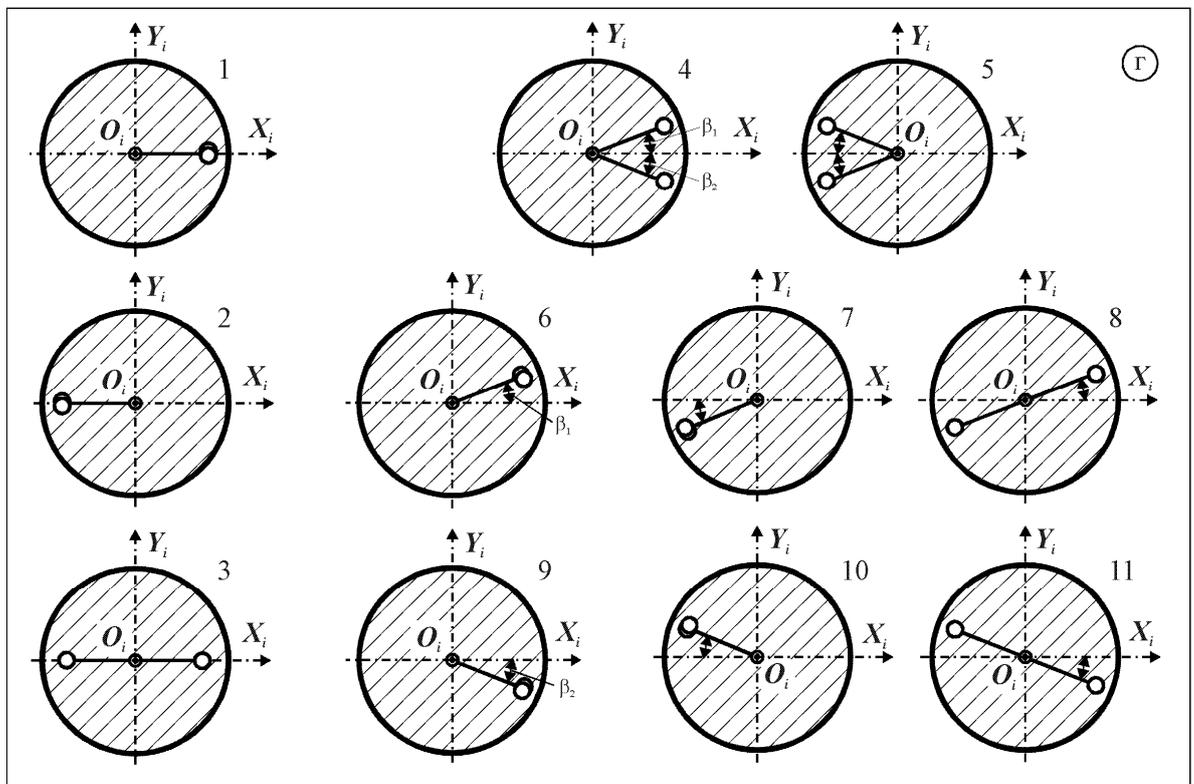
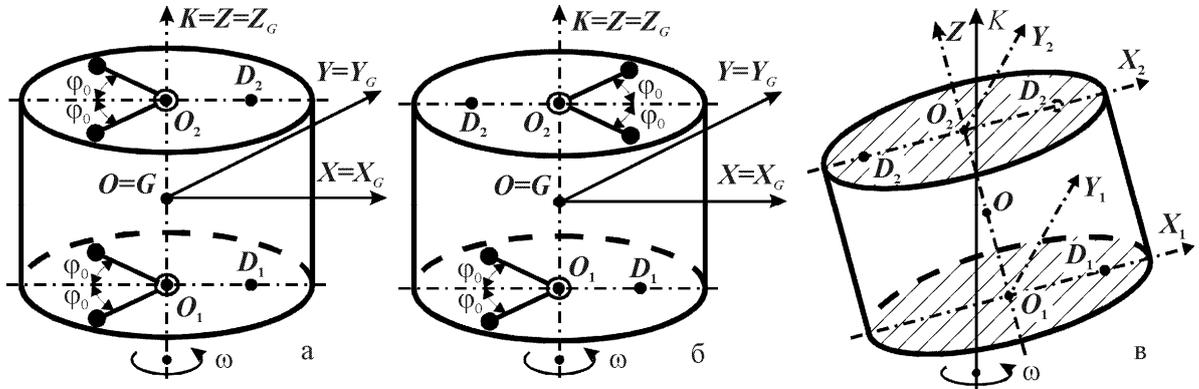


Рис. 2

Тогда вектор, касательный к траектории в точке M , можно представить так:

$$\vec{v} = (-l \sin \phi \cos \theta, \quad l \cos(\phi), \quad -l \sin \phi \sin \theta). \quad (5.2)$$

Радиус-вектор вращения точки M вокруг неподвижной оси K (рис. 3, а), имеет вид:

$$\vec{\rho} = (l \cos \phi \cos \theta - h_i \sin \theta, \quad l \sin \phi, \quad 0). \quad (5.3)$$

Радиус-вектор $\vec{\rho}$ параллельный центробежной силе \vec{F}_u , действующей на точку M . Проекция центробежной силы на касательное направление имеет следующий вид:

$$\lambda F_\tau = \vec{\rho} \cdot \vec{v} = \tilde{x}(\phi) v_{\tilde{x}}(\phi) + \tilde{y}(\phi) v_{\tilde{y}}(\phi) + \tilde{z}(\phi) v_{\tilde{z}}(\phi), \quad (5.4)$$

где λ - некоторый скалярный множитель; F_τ - тангенциальная сила, действующая на маятник (на рис. 3 не показана). С учетом формул (5.2) и (5.3), равенство (5.4) после преобразований будет иметь вид:

$$\lambda F_\tau = l \sin \phi (l \cos \phi \sin^2 \theta + h_i \cos \theta \sin \theta). \quad (5.5)$$

Условие равновесия, при котором маятник будет находиться в неподвижном состоянии, следующее:

$$l \sin \phi (l \cos \phi \sin^2 \theta + h_i \cos \theta \sin \theta) = 0. \quad (5.6)$$

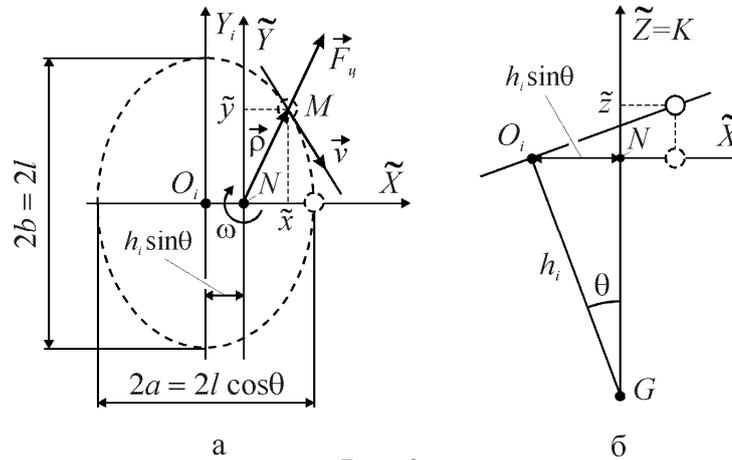


Рис. 3

Решения, удовлетворяющие равенству (5.6), имеют вид:

$$\phi_1 = 0, \quad \phi_2 = \pi, \quad \phi_{3,4} = \pi \pm \arccos \left(\frac{h_i}{l \operatorname{tg} \theta} \right). \quad (5.7)$$

Решения $\phi_{3,4}$ существуют при условии, что $|h_i / (l \operatorname{tg} \theta)| \leq 1$ из которого находим:

$$|\theta| \geq \operatorname{arctg}(h_i / l). \quad (5.8)$$

Главные осевые моменты инерции системы были исследованы на экстремум на установившихся движениях. Получены следующие результаты.

1. *Случай сплюснутого АТГ.*

А. В случае динамической неуравновешенности, при определенном соотношении параметров системы, наибольший осевой момент инерции системы принимает абсолютное максимальное значение на некоторых побочных движениях и поэтому эти движения - устойчивы.

При этом, если существуют только побочные движения 1-ой группы, то максимум достигается на движении, в котором в нижней плоскости маятники занимают положение 1, в верхней - положение 2 (рис. 2, з). Как в нижней, так и в верхней плоскости, маятники отклоняются строго в сторону точки, создающей неуравновешенность. Если существуют побочные движения 2-ой группы, то максимум достигается на движении, в котором в нижней плоскости маятники занимают положение 6 (9), в верхней - положение 7 (10) (рис. 2, з). Причем как в нижней, так и в верхней плоскости маятники отклоняются на равные углы от оси X_i и находятся со стороны точки, создающей неуравновешенность.

Б. В случае статической неуравновешенности наибольший осевой момент инерции системы принимает абсолютное максимальное значение на побочном движении из 1-ой группы и это движение - устойчиво. При этом в нижней плоскости маятники занимают положение 2 (3), в верхней - положение 3 (2) (рис. 2, з). Причем, если в нижней плоскости маятники отклоняются строго в противоположную сторону от точки, создающей неуравновешенность - вдоль оси X_i , то в верхней плоскости один из двух маятников

отклонен строго в сторону точки, создающей неуравновешенность, а другой – в противоположную сторону.

В. На остальных движениях наибольший осевой момент инерции системы не принимает максимального значения, что говорит об их неустойчивости.

2. Для вытянутого АТТ было установлено, что, как в случае динамической, так и в случае статической неуравновешенности, наименьший осевой момент инерции системы принимает локальное максимальное значение на основном движении, что соответствует необходимому условию устойчивости. На остальных движениях наименьший осевой момент инерции системы не принимает локального максимального значения, что свидетельствует об их неустойчивости.

На основании вышеизложенных результатов, можно сформулировать следующие выводы, относительно возможности устранять маятниковыми демпферами угла нутации АТТ.

1. В случае сплюснутого АТТ маятниковые демпферы не могут полностью устранить угол нутации из-за неустойчивости основного движения и устойчивости одного из побочных.

2. В случае вытянутого АТТ выполняются необходимые условия устойчивости основного движения и достаточные условия неустойчивости близких к нему побочных движений. Поэтому, для ответа на вопрос об устойчивости основного движения (и о возможности локальной стабилизации) необходимы дополнительные исследования.

Р Е З Ю М Е. Розглянуто задачу просторової стабілізації положення осі обертання несиметричного тіла-носія маятниковими демпферами. Знайдені усталені рухи системи, в яких її кінетична енергія приймає стаціонарні значення, а також встановлений характер їх стійкості.

S U M M A R Y. The problem of spatial stabilization for the position, of rotation axis of asymmetric carrying body by the pendulum dampers is considered. The steady-state motions of the system are found, where the system kinetic energy has the stationary values as well as the character of the motion stability is established.

1. Аллер Дж.Р. Теория маятникового демпфера нутационных колебаний спутника // Ракет. техника и космонавтика. - 1965. - № 3. - С. 170 - 176.
2. Горошко О.О., Філімоніхін Г.Б., Пирогов В.В., Філімоніхіна І.І. Стабілізація положення осі обертання абсолютно твердого тіла багатомаятниковим (багатокульовим) автобалансиром // Вісн. Київ. нац. ун-ту. Сер.: фіз.-мат. науки. – 2005. - №4. - С. 67-76.
3. Гробов В.А. К теории вращательных движений свободного твердого тела, несущего маятники // Укр. мат. журн. – 1969, – 21, № 6, – С. 818—823.
4. Ильин А.А., Овчинников М.Ю., Пеньков В.И. Обеспечение ориентации малого спутника, стабилизируемого собственным вращением. – М.: Ин-т прикл. математики, 2004. – 28 с. – (Препринт / ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2004. – № 83). Библиогр.: С. 27, 15 назв.
5. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики: В 2 т. – М.: Наука, 1977. – Т. 1. – 456 с.
6. Мирер С.А., Сарычев В.А. Оптимальные параметры спутника, стабилизируемого вращением, с демпфером маятникового типа // Косм. Исследования. – 1997, – 35, № 6. – С. 651 – 658.
7. Рейтер Г.С., Томсон У.Т. Вращательное движение пассивных космических аппаратов // Проблемы ориентации искусственных спутников – М.: Наука, 1966. С. 336 – 350.
8. Філімоніхін Г.Б. Стабілізація маятниками положення осі обертання ізольованого абсолютно твердого тіла // Вісн. Київ. нац. ун-ту. Математика – механіка. – 2002. – Вип. № 7 – 8. – С. 67 – 71.

9. *Філімоніхін Г.Б.* Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами. - Кіровоград: КНТУ, 2004. - 352 с.
10. *Филимоныхин Г.Б., Пирогов В.В.* Стабилизация положения оси вращения твердого тела связанными абсолютно твердыми телами. // Прикл. механика. – 2005. – **41**, №8. – С. 122 – 129.
11. *Chinnery A.E., Hall C.D.* The Motion of a Rigid Body with an Attached Spring-Mass-Damper // J. of Guidance, Control, and Dynamics, – 1995. – **18**, N 6. P. 1404 – 1409.
12. *Likins P.W.* Effects of energy dissipation on the free body motions of spacecraft // Technical Report N 32.860; NASA, California Institute of Technology. Pasadena. – California, 1966. – 70 p.
13. *Patent 3,433,534 US.* Automatic balancer: patent 3,433,534 US, / G.E.Mercer (US). Serial N -616,429. Filed Feb. 10, 1967. Patented Mar. 18, 1969.
14. *Patent 3,799,619 US.* Vibration dampening assembly: patent 3,799,619 US, / J.A. La Barber (Kurt J. Wagner, Sherman Oaks). Appl. N -254,706. Filed May. 18, 1972. Patented Mar. 26, 1974.
15. *Dranovskii V.I., Zakrzhevskii A.E., Kovalenko A.P., Khoroshilov V.S.* On the Dynamics of Deployment of an Orbital Structure with Elastic Elements // Int. Appl. Mech. - 2006. - **42**, N 8. - P. 959 - 966.
16. *Gulyaev V.I., Lugovoi P.Z., Belova M.A., Solov'ev I.L.* Stability of the Equilibrium of Rotating Drillstrings // Int. Appl. Mech. - 2006. - **42**, N 6. - P. 692 - 698.
17. *Larin V.B.* Stabilization of a Wheeled Robotic Vehicle Subject to Dynamic Effects // Int. Appl. Mech. - 2006. - **42**, N 9. - P. 1061 - 1070.
18. *Martyniuk A.A., Nikitina N. V.* On Oscillations of a Frictional Pendulum // Int. Appl. Mech. - 2006. - **42**, N 2.- P. 214-220.

Кіровоград. нац. техн. ун-т
(Україна)

Поступила 22.07.2006