

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ІМ. С.П.ТИМОШЕНКА

Філімоніхіна Ірина Іванівна



УДК 531.38: 531.36: 533.6.013.42

Умови зменшення кута нутації обертового несучого тіла в ізольованій системі

Спеціальність 01.02.01 – теоретична механіка

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 2009

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі вищої математики і фізики Кіровоградського національного технічного університету.

Науковий керівник доктор фізико-математичних наук, професор **Горошко Олег Олександрович**, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, професор-консультант механіко-математичного факультету.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор **Кіфоренко Борис Микитович**, провідний науковий співробітник відділу динаміки складних систем Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України.

кандидат фізико-математичних наук, доцент **Воробйов Валерій Михайлович**, доцент кафедри теоретичної механіки Національного технічного університету „Київський політехнічний інститут”.

Захист відбудеться 30 березня 2010 р. о 10 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.166.01 в Інституті механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ, вул. Нестерова, 3.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ, вул. Нестерова, 3.

Автореферат розісланий 06 лютого 2010 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
доктор фізико-математичних наук



Жук О.П.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність. У ряді задач космічні апарати (КА), що стабілізуються обертанням, можна моделювати ізольованими механічними системами, що складаються з несучого твердого тіла (НТ) і приєднаних до нього тіл (ПТ), відносному руху яких перешкоджають, зокрема, сили в'язкого опору. Ці системи з часом обертаються як одне жорстке ціле навколо осі, на якій лежить незмінний вектор кінетичного моменту системи. В ідеальному випадку система повинна обертатися навколо подовжньої осі НТ – тобто кут нутації повинен бути усунутим. Відповідний усталений рух називатимемо основним, а всі інші – побічними. На практиці з часом здійснюватимуться тільки стійкі рухи. Тому дослідження таких систем зводиться до виділення всіх усталених рухів і дослідження їх умовної стійкості (за умов, що мають місце закони збереження руху центра мас і кінетичного моменту системи).

Класична схема дослідження таких систем, що застосована у роботах Алпатова А.П., Алпера Дж.Р., Артюхіна Ю.П., Болграбської І.О., Васільєва В.Г., Воробйова В.М., Горошка О.О., Ісакова А.В., Каргу Л.И., Кіфоренка Б.М., Ковтуненка В.М., Кононихіна Г.А., Мірера С.А., Овчинникова М.Ю., Савченка А.Я., Сазонова В.В., Саричева В.А., Сімаєва В.Л., Харламова П.В., Харламової О.І., Хорошилова В.С., Alper J.R., Vainum P.M., Fuechsel P.G., Mackison D.L., Taylor R.S. та інших вчених використовує для виділення усталених рухів диференціальні рівняння руху системи, а для оцінки їх стійкості – перший метод Ляпунова. Через велику кількість ступенів вільності таких систем одержувані диференціальні рівняння важко оглядові і фактично не піддаються аналітичному аналізу. Також велика кількість усталених рухів робить дослідження громіздкими. Але підхід дозволяє оцінювати швидкість протікання перехідних процесів у системі та обирати оптимальні значення її параметрів.

Інші – енергетичні підходи, започатковані Лагранжем і Раусом. До них відносяться теорії стійкості стаціонарних рухів систем з першими і циклічними інтегралами. Вони дозволяють без складання диференціальних рівнянь руху системи виділяти всі усталені рухи і одержувати умови їх умовної стійкості. Розвитку цих підходів та дослідженню з їх застосуванням стійкості рухів зазначених систем присвячені роботи Артюхіна Ю.П., Бондаренка В.М., Воротникова В.І., Гашененка І.М., Грובה В.А., Докучаєва Л.В., Ісакова А.В., Ігнат'єва А.О., Карапетяна А.В., Каргу Л.І., Кіфоренка Б.М., Ковтуненка В.М., Кононихіна Г.А., Кубенка В.Д., Мартинюка А.А., Озиранера А.С., Пожарицького Г.К., Рейтера Г.С., Румянцева В.В., Савченка А.Я., Сазонова В.В., Сімаєва В.Л., Томсона У.Т., Харламова П.В., Haseltine W.R., Likins P.W., Mingori D.L. та інших вчених.

На сьогодні застосування енергетичних підходів для дослідження розглядуваних систем на предмет усунення кута нутації не конкретизовано, що ускладнює розв'язання таких задач.

Обертання тіла навколо подовжньої осі заважають два фактори – неточ-

ність надання початкового обертання НТ та його незрівноваженість відносно подовжньої осі. Для зменшення першої складової кута нутації використовуються відповідні демпфери. У переважній більшості робіт у дослідженнях припускається, що маса ПТ демпфера набагато менша за масу НТ і тому головні центральні осі інерції системи і НТ – співпадають. Це припущення спрощує проведення аналітичних досліджень, але при цьому втрачається точність розв'язання задач і низка явищ. В деяких роботах вказується, що другу складову кута нутації можна зменшувати пасивними автобалансирами (АБ). ПТ пасивного АБ можуть приходити у те положення, у якому зрівноважують НТ. Але теоретично на сьогодні така можливість не досліджена.

У зв'язку з вищесказаним, актуально конкретизувати для зазначених систем енергетичні методи, започатковані Лагранжем і Раусом. Також актуально з їх застосуванням встановити умови умовної стійкості основних рухів для ряду систем, актуальних з точки зору практики.

Зв'язок робіт з науковими програмами і темами. Робота виконана відповідно до держбюджетних тем "Зрівноваження обертових тіл пасивними автобалансирами", держреєстрація № 0105U001506, період виконання 2005-2006 рр. „Динаміка обертових тіл з автобалансирами”, держреєстрація № 0108U001326, період виконання 2008-2009 рр., і планами наукових робіт кафедри вищої математики і фізики на вказані періоди.

Мета досліджень – конкретизувати енергетичні підходи для дослідження динаміки ізольованих обертових систем з в'язким розсіюванням енергії, що складаються з обертового НТ і ПТ і з їх застосуванням дослідити умовну стійкість основних рухів різних систем.

Задачі досліджень:

1. Конкретизувати енергетичні підходи, започатковані Лагранжем і Раусом при дослідженні умовної стійкості усталених рухів ізольованих обертових дисипативних систем.

2. Із застосуванням конкретизованих підходів і евристичного методу встановити випадки, в яких автобалансири (АБ) будь-якого типу забезпечують обертання незрівноваженого НТ навколо його подовжньої осі.

3. Із застосуванням конкретизованих підходів, без будь-яких обмежень на маси ПТ, визначити умови умовної стійкості основного руху для систем, в яких до НТ приєднані двохмятниковий чи рідинний демпфери, пружно закріплений стрижень, орієнтований по подовжній осі тіла.

Об'єктом дослідження є динаміка ізольованих обертових механічних систем з в'язким розсіюванням енергії, складених з обертового НТ і ПТ.

Предметом дослідження є стійкість стаціонарних рухів таких систем, умови усунення ПТ кута нутації НТ.

Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів обумовлені застосуванням методів теоретичної механіки, теорії стійкості стаціонарних рухів нелінійних автономних систем із першими, зокрема – циклічними інтегралами, елементів теорії гіроскопічних (роторних) систем з АБ.

Отримані теоретичні результати підтверджуються моделюванням на ПЕОМ в програмному середовищі SolidWorks (модуль Cosmos Motion).

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Для обертових ізольованих систем із в'язким розсіюванням енергії конкретизовано застосування енергетичних методів, започаткованих Лагранжем і Раусом для складання диференціальних рівнянь руху, рівнянь стаціонарних рухів, оцінки умовної стійкості цих рухів.

2. Уперше встановлено існування двох незалежних тенденцій при роботі АБ будь-якого типу: зменшення кута нутації, викликаного неточним наданням початкового обертання НТ тільки у разі сплюсненого складеного тіла (СТ, робота АБ як демпфера кута нутації); тенденція до приходу тіл АБ до положення, в якому вони зрівноважують НТ (робота АБ як автобалансира) у випадках одного чи двох АБ і витягнутого СТ, або сплюсненого СТ і одного АБ, розташованого поблизу центра мас системи.

Уперше встановлено, що два АБ, встановлені в двох різних площинах зрівноваження НТ, не можуть усунути кут нутації, викликаний незрівноваженістю, а повністю усунути кут нутації можна тільки у разі статично незрівноваженого НТ, за умов, що АБ встановлений в площині незрівноваженості, відстань від центра мас СТ до площини зрівноваження не перевищує певного граничного значення і СТ – сплюснуте.

3. Уперше, без будь-яких обмежень на маси ПТ встановлено, що: для двохмятникового чи рідинних демпферів для стійкості основного руху необхідно і достатньо, щоб СТ було сплюснутим і відстань від центра мас СТ до площини зрівноваження не перевищувала певного граничного значення; для пружно закріпленого стрижня, орієнтованого по подовжній осі НТ, для стійкості основного руху необхідно і достатньо, щоб СТ було сплюснутим і система оберталася з кутовими швидкостями, що не перевищують певне граничне значення.

Теоретичне і практичне значення одержаних результатів. Теоретичне значення полягає у тому, що за допомогою конкретизованих енергетичних підходів можна розв'язати широке коло задач з дослідження стійкості усталених рухів ізольованих обертових систем із в'язким розсіюванням енергії. Практичне значення полягає у тому, що розроблений єдиний пасивний спосіб усунення кута нутації незрівноваженого обертового супутника пасивними автобалансирами (технічні рішення захищені патентом України), також визначені умови стійкості основних рухів різних ізольованих систем, що моделюють штучні супутники Землі, що може буде використано при проектуванні і розрахунку параметрів цих супутників. Результати роботи використовуються у навчальному процесі кафедри деталей машин та прикладної механіки КНТУ і увійшли у заключний звіт №0207U000884 з держбюджетної теми "Зрівноваження обертових тіл пасивними автобалансирами", держреєстрація № 0105U001506, та до звіту за 2008 рік по держбюджетній темі „Динаміка обертових тіл з автобалансирами”, держреєстрація № 0108U001326.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертації обговорювалися на: XXXVI – XXXVIII наукових конференціях викладачів, аспірантів та співробітників КНТУ (2006-2008 рр.); 8-му Міжнародному симпозіумі Українських інженерів-механіків у Львові, Національний університет „Львівська політехніка”, травень 2007 р.; науковому семінарі “Сучасні проблеми механіки” (під керівництвом д.ф.-м.н., проф. В.В.Мелешка), м. Київ, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, 12.10.07 р.; двадцятому семінарі ”Космічна техніка і технології”, Дніпропетровськ, Дніпропетровський національний університет, 14.05.08 р.

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалася й обговорювалася на XXXIX науковій конференції викладачів, аспірантів та співробітників КНТУ (2009); науковому семінарі “Сучасні проблеми механіки” (під керівництвом д.ф.-м.н., проф. В.В.Мелешка), м. Київ, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка 19.09.2008 р.; на міжнародній науково-технічній конференції „Динаміка, надійність і довговічність механічних і біомеханічних систем та елементів конструкцій”, м. Севастополь, Севастопольський національний технічний університет, 8-10.09.09 р.; на міжкафедральному семінарі кафедр „Вища математика і фізика” і „Деталі машин та прикладна механіка” КНТУ, 15.09.09 р.

Публікації. Результати дисертаційної роботи опубліковані в 6 наукових статтях у фахових виданнях, 1-му патенті України, 1-х тезах науково-технічної конференції.

Особистий внесок здобувача. Всі наукові результати в дисертаційній роботі, зокрема ті, що складають наукову новизну, одержані особисто автором. У роботі [1] дисертантом запропонована методика застосування енергетичного підходу до визначення усталених рухів і оцінки їх стійкості. У роботі [3] дисертантом визначені умови, за яких АБ здатні усунути кут нутації незрівноваженого НТ, встановлено існування двох тенденцій при роботі АБ (тенденція зменшувати кут і тенденція до автобалансування). У роботі [4] дисертантом конкретизована методика застосування теореми Рауса для визначення умов стійкості усталених рухів обертових ізольованих систем. У роботі [5] дисертантом одержані умови стійкості основних рухів для чотирьох ізольованих обертових систем, складених з обертового НТ і приєднаних до нього маятникових чи рідинних демпферів кута нутації, пружно закріпленого стрижня, спрямованого по подовжній осі тіла. У роботі [6] дисертантом описані способи застосування пасивних АБ як демпферів кута нутації сплюсненого обертового космічного апарата, та умов усунення ними кута нутації, проведений огляд обертових супутників. У роботі [7] дисертантом запропонований спосіб застосування пасивних АБ як демпферів кута нутації сплюсненого обертового космічного апарата.

Структура і обсяг роботи. Робота складається із вступу, п'яти розділів, одного додатку і містить 127 сторінок. Основний обсяг дисертації складає 114 сторінок, додаток містить 1 сторінку. Робота включає 28 рисунків, 6 таблиць, список використаних літературних джерел з 115 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі сформульовані актуальність теми дисертаційної роботи, мета й задачі досліджень, вказується наукова новизна, практичне значення отриманих результатів, наводяться апробація, публікації, загальна структура роботи.

У першому розділі проведений критичний огляд літератури з динаміки і стійкості руху обертових ізольованих механічних систем, зокрема з динаміки КА, положення яких у просторі стабілізується обертанням,

За результатами огляду зроблена оцінка існуючого рівня теорії з зазначеної галузі, обґрунтовані актуальність, мета і задачі досліджень.

У другому розділі обґрунтовується вибір методів дослідження динаміки ізольованих обертових систем, складених із обертового НТ та ПТ – матеріальних точок чи інших тіл. Для теоретичного дослідження динаміки таких систем вирішено використовувати основні теореми динаміки, теорію стійкості стаціонарних рухів нелінійних автономних систем з першими, зокрема – циклічними інтегралами. Для комп'ютерного моделювання динаміки таких систем вирішено використовувати програмне середовище SolidWorks і його модуль Cosmos Motion.

У третьому розділі конкретизуються методи дослідження динаміки і стійкості рухів зазначених систем, засновані на методі, започаткованому Раусом для систем із першими, зокрема – циклічними інтегралами. Конкретизується вигляд основних динамічних величин, особливості вибору узагальнених координат, вигляд диференціальних рівнянь руху системи, рівнянь ustalених рухів, умов умовної асимптотичної стійкості стаціонарних рухів.

У п.3.1 наводиться загальний опис матеріальних систем, динаміка яких вивчається. Ізольована механічна система складена із обертового НТ та приєднаних до нього матеріальних точок (рис. 1). НТ має центр мас у точці O , масу M та обертається із кутовою швидкістю Ω . Оскільки система ізольована, то без обмеження загальності вважається, що її центр мас – точка G нерухомий. За початок відліку прийнята точка G . Тоді

$$\mathbf{r}_G = 0, \quad \mathbf{K}_G = \text{const}, \quad (1)$$

де \mathbf{r}_G – радіус-вектор центра мас системи, а \mathbf{K}_G – вектор її кінетичного моменту, знайдений відносно точки G . Приєднані точки діляться на k точок, жорстко зв'язаних з НТ, утворюючих незрівноваженість тіла (надалі – нерухомі точки), що мають маси μ_i , $/i = \overline{1, k}/$ та N точок, що мають можливість рухатися відносно тіла (надалі – рухомі точки), що мають маси m_j , $/j = \overline{1, N}/$. Відносно точки G центр мас

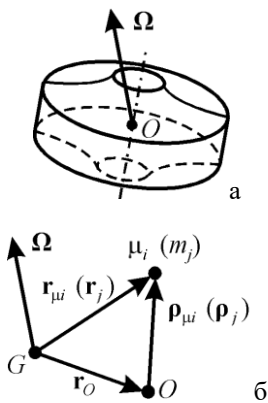


Рис. 1. Модель системи

тіла має радіус-вектор \mathbf{r}_O , нерухомі точки - $\mathbf{r}_{\mu i}$,

рухомі - \mathbf{r}_j . Відносно центра мас тіла (точки O) нерухомі точки мають радіуси-вектори $\boldsymbol{\rho}_{\mu i}$, а рухомі - $\boldsymbol{\rho}_j$.

З центра мас системи виходять осі $G\xi_G\eta_G\zeta_G$, що синхронно обертаються з НТ із кутовою швидкістю обертання НТ – $\boldsymbol{\Omega}$. Рух системи уявляється як складний. За переносний рух приймається обертання всієї системи навколо центра мас разом з осями $G\xi_G\eta_G\zeta_G$, а за відносний рух – рух НТ і приєднаних точок відносно рухомих осей $G\xi_G\eta_G\zeta_G$.

У п.3.2 для розглядуваної системи знайдені основні динамічні величини, закони їх збереження і зміни.

Закон збереження руху центра мас системи:

$$M_{\Sigma}\mathbf{r}_G = M\mathbf{r}_O + \sum_{i=1}^k \mu_i \mathbf{r}_{\mu i} + \sum_{j=1}^N m_j \mathbf{r}_j = M_{\Sigma}\mathbf{r}_O + \sum_{i=1}^k \mu_i \boldsymbol{\rho}_{\mu i} + \sum_{j=1}^N m_j \boldsymbol{\rho}_j = 0, \\ M_{\Sigma} = M + \sum_{i=1}^k \mu_i + \sum_{j=1}^N m_j, \quad (2)$$

де M_{Σ} – маса всієї системи. За його допомогою спрощувалися вигляди основних динамічних величин, і виключалися з них кінематичні характеристики відносного руху НТ.

Співвідношення між швидкостями:

$$M_{\Sigma}\mathbf{v}_O^r = -\sum_{j=1}^N m_j \mathbf{u}_j, \quad \sum_{j=1}^N m_j \mathbf{u}_j = -M_{\Sigma}\mathbf{v}_O^r, \quad (3)$$

де: \mathbf{v}_O^r - відносна швидкість точки O , \mathbf{u}_j - відносна швидкість рухомої точки номер j відносно точки O / $j = \overline{1, N}$ /.

Закон збереження кінетичного моменту системи відносно центра мас:

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{J}_G \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{h} = \text{const}, \quad (4)$$

де

$$\mathbf{h} = \sum_{j=1}^N \mathbf{r}_j \times m_j \mathbf{u}_j = \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\rho}_j \times m_j \mathbf{u}_j - \frac{1}{M_{\Sigma}} \left(\sum_{i=1}^k \mu_i \boldsymbol{\rho}_{\mu i} + \sum_{s=1}^N m_s \boldsymbol{\rho}_s \right) \times \sum_{j=1}^N m_j \mathbf{u}_j, \quad (5)$$

і \mathbf{J}_G - центральний тензор інерції системи.

Кінетична енергія системи:

$$T = T^e + T^{re} + T^r, \quad (6)$$

$$\text{де: } T^r = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^N m_j u_j^2 - M_{\Sigma} (v_O^r)^2 \right] = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^N m_j u_j^2 - \left(\sum_{j=1}^N m_j \mathbf{u}_j \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^N m_j \mathbf{u}_j \right) / M_{\Sigma} \right];$$

$$T^e = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}^T \mathbf{J}_G \boldsymbol{\Omega}; \quad T^{re} = \boldsymbol{\Omega} \cdot \sum_{j=1}^N \mathbf{r}_j \times m_j \mathbf{u}_j = \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{h}. \quad (7)$$

У п.3.3 були розглянуті особливості дослідження стійкості усталених

рухів методом Рауса для систем із першими інтегралами. За умов, що $\mathbf{r}_G = 0$, $\mathbf{K}_G = \text{const}$ була перетворена кінетична енергія системи до вигляду:

$$T = T_0 + T_2, \quad T_0 = \frac{1}{2} \mathbf{K}_G^T \mathbf{J}_G^{-1} \mathbf{K}_G,$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^n m_j u_j^2 - \mathbf{h}^T \mathbf{J}_G^{-1} \mathbf{h} - \left(\sum_{j=1}^n m_j \mathbf{u}_j \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^n m_j \mathbf{u}_j \right) / M_\Sigma \right], \quad (8)$$

де T_0 - не залежить від узагальнених швидкостей, а T_2 - позитивно визначена квадратична форма відносних швидкостей.

Повна механічна енергія E системи є незростаючою функцією:

$$dE/dt = -2\Phi, \quad E = T + \Pi, \quad (9)$$

де: Π – потенціальна енергія системи; Φ – дисипативна функція Релея.

Була введена у розглядання зведена потенціальна енергія системи

$$\Pi^* = T_0 + \Pi. \quad (10)$$

Відповідно до теорем Румянцева-Сальвадорі і Карапетяна для розглядуваних систем: *ізолюваний усталений рух умовно асимптотично стійкий, якщо зведена потенціальна енергія системи має на ньому ізолюваний мінімум, і нестійкий, якщо зведена потенціальна енергія системи не має на ньому навіть неізолюваного мінімуму.*

У п.3.4 наводиться подальша деталізація опису руху системи. Схема руху НТ зображена на рис. 2. Воно має головні центральні осі інерції $O\xi\eta\zeta$.

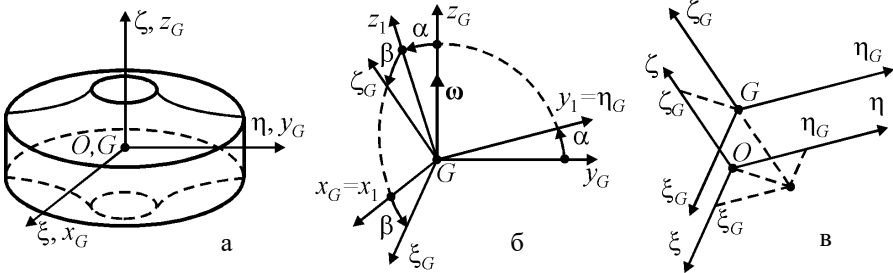


Рис. 2. Визначення руху НТ

В основному русі НТ повинно обертатися навколо своєї подовжньої осі ζ . Цьому заважає неточність надання початкового обертання НТ та його незрівноваженість відносно осі ζ , яку утворюють нерухомі точки.

Були введені у розглядання осі $Gx_Gy_Gz_G$, в яких вісь z_G направлена уздовж вектора \mathbf{K}_G . Вони обертаються навколо осі z_G з кутовою швидкістю ω , яка відповідає першому повороту НТ в просторі на кути Ейлера-Крилова (Кардана-Брайнта). В процесі подальшого руху осі $Gx_Gy_Gz_G$ переходять в осі $O\xi\eta\zeta$, які визначають кінцеве положення НТ, таким чином.

Спочатку осі $Gx_Gy_Gz_G$ повертаються на два інші кути Ейлера-Крилова α, β (рис. 2, б), внаслідок чого переходять в осі $G\xi_G\eta_G\zeta_G$. Потім осі $G\xi_G\eta_G\zeta_G$ переміщуються поступально на $-\xi_G, -\eta_G, -\zeta_G$, внаслідок чого переходять в осі $O\xi\eta\zeta$ (рис. 2, в). ξ_G, η_G, ζ_G – координати центра мас системи щодо осей $O\xi\eta\zeta$, причому координати ξ_G, η_G характеризують статичну незрівноваженість системи відносно подовжньої осі НТ ζ .

Припускається, що рухомі точки можуть утворювати абсолютно тверді тіла. Вважається, що відносні положення цих тіл задають узагальнені координати ϕ_1, \dots, ϕ_n .

Тензор інерції системи утворюється НТ і ПТ. Відносно осей $O\xi\eta\zeta$ і $G\xi_G\eta_G\zeta_G$ його можна представити у вигляді

$$\mathbf{J}_O = \begin{pmatrix} J_\xi & -J_{\xi\eta} & -J_{\xi\zeta} \\ -J_{\xi\eta} & J_\eta & -J_{\eta\zeta} \\ -J_{\xi\zeta} & -J_{\eta\zeta} & J_\zeta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_G = \mathbf{J}_O - M_\Sigma \begin{pmatrix} \eta_G^2 + \zeta_G^2 & -\xi_G\eta_G & -\xi_G\zeta_G \\ -\xi_G\eta_G & \xi_G^2 + \zeta_G^2 & -\eta_G\zeta_G \\ -\xi_G\zeta_G & -\eta_G\zeta_G & \xi_G^2 + \eta_G^2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

де відцентрові моменти інерції системи $J_{\xi\zeta}, J_{\eta\zeta}$ характеризують моментну незрівноваженість системи відносно подовжньої осі НТ ζ .

Рух системи цілком визначають незалежні параметри $\alpha, \beta, \omega, \phi_1, \dots, \phi_n$, які на усталених рухах системи – сталі. Параметр $\omega = \dot{\gamma}$ – відповідає циклічній кутовій координаті γ і на усталених рухах визначає кутову швидкість обертання системи.

Були введені одиничні вектори $\mathbf{x}_G, \mathbf{y}_G, \mathbf{z}_G$, спрямовані по осях $Gx_Gy_Gz_G$. За їх допомогою був конкретизований вигляд

$$T_0 = K^2 (J_{x_G} J_{y_G} - J_{x_G y_G}^2) / (2D), \quad (12)$$

де

$$J_{x_G} = \mathbf{x}_G^T \mathbf{J}_G \mathbf{x}_G, \quad J_{y_G} = \mathbf{y}_G^T \mathbf{J}_G \mathbf{y}_G, \quad J_{z_G} = \mathbf{z}_G^T \mathbf{J}_G \mathbf{z}_G, \\ J_{x_G z_G} = -\mathbf{x}_G^T \mathbf{J}_G \mathbf{z}_G, \quad J_{y_G z_G} = -\mathbf{y}_G^T \mathbf{J}_G \mathbf{z}_G, \quad J_{x_G y_G} = -\mathbf{x}_G^T \mathbf{J}_G \mathbf{y}_G; \quad (13)$$

$$D = J_{\xi_G} J_{\eta_G} J_{\zeta_G} - J_{\xi_G} J_{\eta_G \zeta_G}^2 - J_{\eta_G} J_{\xi_G \zeta_G}^2 - J_{\zeta_G} J_{\xi_G \eta_G}^2 - 2J_{\xi_G \eta_G} J_{\xi_G \zeta_G} J_{\eta_G \zeta_G}. \quad (14)$$

Дискримінант D є інваріантом тензора інерції і тому є однаковим для будь-яких осей, що виходять з точки G .

Рівняння усталених рухів мають вигляд

$$\partial \Pi^* / \partial \alpha = 0, \quad \partial \Pi^* / \partial \beta = 0; \quad \partial \Pi^* / \partial \phi_j = 0, \quad / j = \overline{1, n}. \quad (15)$$

У п.3.5 були одержані різні форми диференціальних рівнянь руху системи. Із застосуванням рівнянь Ейлера і Лагранжа II роду:

$$J_{x_G} \dot{\alpha} - J_{x_G y_G} \dot{\beta} \cos \alpha - J_{x_G z_G} (\omega + \dot{\beta} \sin \alpha) + h_{x_G} = 0,$$

$$\begin{aligned}
& -J_{x_G y_G} \dot{\alpha} + J_{y_G} \dot{\beta} \cos \alpha - J_{y_G z_G} (\omega + \dot{\beta} \sin \alpha) + h_{y_G} = 0, \\
& -J_{x_G y_G} \dot{\alpha} - J_{y_G z_G} \dot{\beta} \cos \alpha + J_{z_G} (\omega + \dot{\beta} \sin \alpha) + h_{z_G} = K, \\
& \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_j} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_j} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_j}, \quad / j = \overline{1, n} /.
\end{aligned} \quad (16)$$

Із застосуванням рівнянь Ейлера і Рауса - для нециклічних координат:

$$\begin{aligned}
& (J_{x_G} J_{z_G} - J_{x_G z_G}^2) \dot{\alpha} - (J_{x_G y_G} J_{z_G} + J_{x_G z_G} J_{y_G z_G}) \dot{\beta} \cos \alpha + J_{x_G z_G} (h_{z_G} - K) + J_{z_G} h_{x_G} = 0, \\
& -(J_{x_G y_G} J_{z_G} + J_{x_G z_G} J_{y_G z_G}) \dot{\alpha} + (J_{y_G} J_{z_G} - J_{y_G z_G}^2) \dot{\beta} \cos \alpha + J_{y_G z_G} (h_{z_G} - K) + h_{y_G} J_{z_G} = 0, \\
& \frac{d}{dt} \frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}_j} - \frac{\partial R}{\partial \varphi_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_j} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_j}, \quad / j = \overline{1, n} / ,
\end{aligned} \quad (17)$$

де

$$R = T^* - K\omega^* = R_0 + R_1 + R_2 \quad (18)$$

- функція Рауса, в якій

$$R_0 = -K^2 / (2J_{z_G}) \quad (19)$$

- складова, що не залежить від узагальнених швидкостей, R_1, R_2 - складові, що є відповідно лінійними і квадратичними формами щодо узагальнених швидкостей $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\varphi}_1, \dots, \dot{\varphi}_n$,

$$\omega^* = [K + J_{x_G z_G} \dot{\alpha} + \dot{\beta} (J_{y_G z_G} \cos \alpha - J_{z_G} \sin \alpha) - h_{z_G}] / J_{z_G} \quad (20)$$

- циклічна узагальнена швидкість.

У п. 3.6 для дослідження стійкості усталених рухів використовується метод Рауса для систем із циклічними інтегралами. Потенціальна енергія приведеної системи є незростаючою функцією і дорівнює

$$W(\alpha, \beta, \varphi_1, \dots, \varphi_n) = \Pi - R_0 = \Pi + K^2 / (2J_{z_G}). \quad (21)$$

Рівняння усталених рухів системи мають вигляд

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial \varphi_j} = 0 \left(J_{x_G z_G} = 0, J_{y_G z_G} = 0, \frac{\partial R_0}{\partial \varphi_j} = \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_j} \right), \quad / j = \overline{1, n} /. \quad (22)$$

Система (нелінійних) алгебраїчних рівнянь (22) допускає декілька істотно відмінних розв'язків, а у випадку АБ із багатьма тілами навіть сім'ї усталених рухів, що залежать від одного чи декількох параметрів.

З рівнянь (22) випливає, що на будь-якому усталеному русі система обертається навколо головної центральної осі інерції z_G і осьовий момент інерції J_{z_G} є головним центральним. Також на усталеному русі W приймає екстремальне або критичне значення. Відповідно до теорем Румянцева-Сальвадорі для умовної асимптотичної стійкості усталеного руху достатньо, щоб на ньому приведена потенціальна енергія системи мала мінімум. Якщо

на ізольованому усталеному русі потенціальна енергія приведеної системи не має навіть неізольованого мінімуму, то цей рух нестійкий.

Були введені позначення

$$a_{ij} = \partial^2 W / \partial q_i \partial q_j, \quad q = (\alpha, \beta, \varphi_1, \dots, \varphi_n), \quad / i, j = \overline{1, n} / . \quad (23)$$

Відповідно до критерію Сильвестра, умовами мінімуму функції W на певному усталеному русі будуть:

$$\tilde{a}_{ii} > 0, \quad / i = \overline{1, n} / , \quad \Delta_j = \begin{vmatrix} \tilde{a}_{11} & \dots & \tilde{a}_{1j} \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{a}_{j1} & \dots & \tilde{a}_{jj} \end{vmatrix} > 0, \quad / j = \overline{2, n} / , \quad (24)$$

де тильда над коефіцієнтом означає, що він знайдений на усталеному русі.

Якщо система не має елементів, здатних накопичувати потенціальну енергію, то рівняння усталених рухів мають вигляд:

$$\partial J_{z_G} / \partial \alpha = 0, \quad \partial J_{z_G} / \partial \beta = 0, \quad \partial J_{z_G} / \partial \varphi_j = 0, \quad / j = \overline{1, n} / . \quad (25)$$

В цьому випадку

$$a_{ij} = \partial^2 J_{z_G} / \partial q_i \partial q_j, \quad q = (\alpha, \beta, \varphi_1, \dots, \varphi_n), \quad / i, j = \overline{1, n} / , \quad (26)$$

і для умовної асимптотичної стійкості ізольованого усталеного руху достатньо, щоб на ньому осьовий момент інерції J_{z_G} приймав максимальне значення, а для нестійкості – достатньо щоб на цьому русі J_{z_G} не мав навіть неізольованого максимуму.

У п.3.7 були співставлені методи Рауса для систем із першими і циклічними інтегралами. Було перевірено, що множини особливих точок (усталені рухи), що визначаються з рівнянь (15) і (22), повністю співпадають. Було встановлено, що на цих рухах функції Π^* і W приймають однакові значення $\Pi^* = W$, і в загальному випадку на усталених рухах

$$\partial^2 \Pi^* / \partial q_i \partial q_j \neq \partial^2 W / \partial q_i \partial q_j, \quad q = (\alpha, \beta, \varphi_1, \dots, \varphi_n), \quad / i, j = \overline{1, n} / , \quad (27)$$

але функції Π^* і W на певному усталеному русі одночасно приймають одне і теж екстремальне (одночасно – мінімальне, або максимальне значення), або критичне значення і тому два методи дають ідентичні умови існування і умовної асимптотичної стійкості усталених рухів.

Зауважимо, що метод Рауса для систем із циклічними інтегралами дає більш компактні рівняння і тому більш зручний для використання.

У розділі 4 з використанням конкретизованого метода Рауса і евристичного критерію визначені умови зрівноваження пасивними АБ обертового НТ, яке входить до складу ізольованої системи.

У п.4.1 для дослідження стійкості основного руху застосовувався конкретизований метод Рауса для систем із циклічними інтегралами.

У п.п.4.1.1 розглядався випадок динамічного зрівноваження НТ двома АБ. Припускалося, що на основному русі, на якому обертове НТ

зрівноважене і система обертається як одне ціле навколо осі z_G , осі $O\xi\eta\zeta$ і $Gx_Gy_Gz_G$ співпадають і відносно них система має головні центральні осьові моменти інерції A, B, C . Тоді тензор інерції та координати центра мас системи щодо осей $O\xi\eta\zeta$, у разі невеликого відхилення тіл АБ від положення, в якому зрівноважують НТ, можна представити у вигляді

$$\mathbf{J}_O = \begin{pmatrix} A + \varepsilon\tilde{J}_\xi & -\varepsilon\tilde{J}_{\xi\eta} & -\varepsilon\tilde{J}_{\xi\zeta} \\ -\varepsilon\tilde{J}_{\xi\eta} & B + \varepsilon\tilde{J}_\eta & -\varepsilon\tilde{J}_{\eta\zeta} \\ -\varepsilon\tilde{J}_{\xi\zeta} & -\varepsilon\tilde{J}_{\eta\zeta} & C \end{pmatrix}, \quad \xi_G = \varepsilon\tilde{\xi}_G, \quad \eta_G = \varepsilon\tilde{\eta}_G, \quad \zeta_G = \varepsilon\tilde{\zeta}_G, \quad (28)$$

де $|\varepsilon| \ll 1$ і врахована властивість АБ не змінювати осьовий момент інерції C .

Для невеликих відхилень від основного руху

$$\alpha \approx \alpha_1\varepsilon, \quad \beta \approx \beta_1\varepsilon, \quad (29)$$

і з точністю до величин другого порядку малості включно

$$J_{z_G} \approx C - \varepsilon^2 \{[(C - B)\alpha_1^2 + (C - A)\beta_1^2 + M_\Sigma(\tilde{\xi}_G^2 + \tilde{\eta}_G^2) + 2(\alpha_1\tilde{J}_{\eta\zeta} - \beta_1\tilde{J}_{\xi\zeta})]\}. \quad (30)$$

Параметри незрівноваженості $\tilde{\xi}_G, \tilde{\eta}_G, \tilde{J}_{\xi\zeta}, \tilde{J}_{\eta\zeta}$ розглядалися як узагальнені координати, що характеризують рух системи. Вони незалежні і на основному русі дорівнюють нулю. Із застосуванням критерію Сильвестра було встановлено, що осьовий момент інерції J_{z_G} не має максимуму на основному русі і тому основний рух – нестійкий.

У п.п.4.1.2 розглянутий випадок, коли статичну незрівноваженість НТ усуває один АБ. Площина зрівноваження (і статичної незрівноваженості) паралельна площині $O\xi\eta$ і зміщена на координату b по осі ζ . Тоді

$$\tilde{J}_{\xi\zeta} = M_\Sigma \tilde{\xi}_G b, \quad \tilde{J}_{\eta\zeta} = M_\Sigma \tilde{\eta}_G b,$$

$$J_{z_G} \approx C - \varepsilon^2 \{[(C - B)\alpha_1^2 + (C - A)\beta_1^2 + M_\Sigma(\tilde{\xi}_G^2 + \tilde{\eta}_G^2) + 2M_\Sigma b(\alpha_1\tilde{\eta}_G - \beta_1\tilde{\xi}_G)]\}. \quad (31)$$

Параметри незрівноваженості $\tilde{\xi}_G, \tilde{\eta}_G$ розглядалися як узагальнені координати, що характеризують рух системи. Вони незалежні і на основному русі дорівнюють нулю. Відповідно до критерію Сильвестра умовами, що J_{z_G} приймає на основному русі максимальне значення, будуть

$$C > A + b^2 M_\Sigma, \quad C > B + b^2 M_\Sigma. \quad (32)$$

У цьому випадку СТ – сплюснуте і площина зрівноваження знаходиться поблизу центра мас системи.

У п.4.2 для визначення умов настання самозрівноваження був застосований евристичний метод.

У п.п.4.2.1 розглянутий випадок динамічного зрівноваження НТ. Воно зрівноважується двома АБ в площинах, паралельних площині $O\xi\eta$ і зміщених на b_1, b_2 по осі ζ (рис. 3). В цих площинах виникли елементарні дисбаланси s_i . Критерій настання самозрівноваження має вигляд

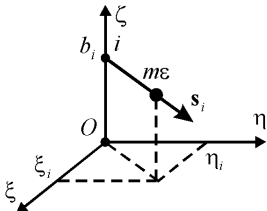


Рис. 3. Елементарна незрівноваженість

$$f(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\sum_{i=1}^2 \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{s}_i \right) dt < 0, \quad (33)$$

де: \mathbf{r}_i - відхилення від основного руху точки, у якій прикладена елементарна незрівноваженість \mathbf{s}_i ; T - характерний проміжок часу.

Розглядалися випадки сплюсненого чи витягнутого СТ. З точністю до величин другого порядку малості включно

$$f(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \approx -(a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + 2a_{34}x_3x_4 + a_{44}x_4^2) / M_\Sigma < 0, \quad (34)$$

де

$$\begin{aligned} x_1 &= m\varepsilon\xi_1, & x_2 &= m\varepsilon\xi_2, & x_3 &= m\varepsilon\eta_1, & x_4 &= m\varepsilon\eta_2, & |\varepsilon| &\ll 1, \\ a_{11} &= \frac{A + b_1^2 M_\Sigma - C}{A - C}, & a_{22} &= \frac{A + b_2^2 M_\Sigma - C}{A - C}, & a_{12} &= \frac{A + b_1 b_2 M_\Sigma - C}{A - C}, \\ a_{33} &= \frac{B + b_1^2 M_\Sigma - C}{B - C}, & a_{44} &= \frac{B + b_2^2 M_\Sigma - C}{B - C}, & a_{34} &= \frac{B + b_1 b_2 M_\Sigma - C}{B - C}. \end{aligned} \quad (35)$$

Із застосуванням критерію Сильвестра знайдені умови настання самозрівноваження, які занесені у стовпчик АБ табл. 1. У таблиці: АБ - властивість автобалансира (приєднаних тіл прямувати до положення, у якому вони зрівноважують НТ); СОР - стійкість основного руху; Д - властивість демфера (зменшувати складову кута нутації, викликану неточним наданням початкового обертання НТ) - заповнена за результатами Рейтера і Томсона.

Табл. 1.

Властивості двох АБ, встановлених у різних площинах зрівноваження

Складене тіло	Обмеження \ Властивість	СОР	Д	АБ
Витягнуте	$A, B > C$	-	-	+
Сплюснуте	$C > A, B$	-	+	-

У п.п.4.2.2 розглянутий випадок статичного зрівноваження НТ. У цьому випадку $\xi_2, \eta_2 = 0$ ($x_2 = x_4 = 0$). Результати занесені у табл. 2.

Табл. 2.

Властивості АБ, встановленого у площині статичної незрівноваженості

СТ	Обмеження / властивість	СОР	Д	АБ
Витягнуте	$A, B > C$	-	-	+
Сплюснуте	$C > A, B; \quad C < A + b^2 M_\Sigma, \quad C < B + b^2 M_\Sigma$	-	+	-
	$C > A + b^2 M_\Sigma, \quad C > B + b^2 M_\Sigma$	+	+	+

Евристичний метод виявив тенденцію до приходу за певних умов тіл АБ до положення, в якому вони зрівноважують НТ. Властивість СОР буде проявлятися тоді і тільки тоді, коли будуть одночасно проявлятися

властивості Д і АБ.

У п.4.3 одержані результати перевірялися комп'ютерним моделюванням з використанням програми SolidWorks і її модуля Cosmos Motion. Були створені трьохвимірні моделі НТ і маятникових АБ. Моделювання динаміки цих систем повністю підтвердило виявлені властивості і тенденції.

У розділі 5 застосовується конкретизований метод Рауса для систем із циклічними інтегралами до дослідження стійкості основних рухів різних ізольованих обертових систем. В усіх моделях залишається мінімальна кількість ступенів вільності системи, яка дозволяє дослідити втрату стійкості. У всіх задачах введені позначення A_G, B_G, C_G - головні центральні осьові моменти інерції системи на основному русі.

У п.5.1 визначаються умови стійкості основного руху для двохмаяткового демпфера або АБ.

У п.п.5.1.1 наводиться опис системи і визначається її осьовий момент інерції. Ізольована механічна система складена із НТ та двох маятників (рис. 4). НТ має центр мас у точці O , масу M та осьові моменти інерції A, B, C відносно власних головних центральних осей інерції $O\xi\eta\zeta$.

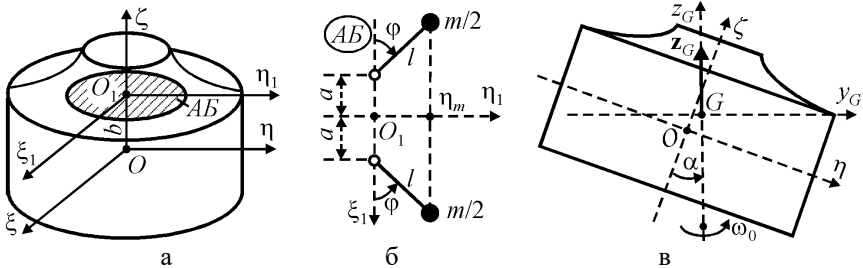


Рис. 4. Модель обертового НТ із двома математичними маятниками

На дві осі, паралельні осі ζ , розташовані на відстані a від неї, насаджені два математичних маятника довжиною l і масою $m/2$ (рис. 4, б).

Маятники рухаються у площині $O_1\xi_1\eta_1$, паралельній площині $O\xi\eta$, розташованій на відстані b від неї. В основному русі маятники лежать на одній прямій і система обертається як одне жорстке ціле навколо подовжньої осі тіла ζ . На побічному русі маятники утворюють з цією прямою кут φ і система обертається як одне жорстке ціле навколо осі z_G , з якою вісь ζ утворює кут α (рис. 4, в). Таким чином, для дослідження втрати стійкості основним рухом використовувалися тільки дві узагальнені координати φ, α . Оскільки система не має елементів, що накопичують потенціальну енергію, то стійкість основного руху досліджувалася за осьовим моментом інерції системи J_{z_G} як функції координат φ, α .

У п.п.5.1.2 була визначена умова стійкості основного руху:

$$(C_G - B_G)aM_\Sigma + [(C_G - B_G) - M_\Sigma b'^2]ml > 0, \quad (36)$$

де:

$$A_G = A + mMb^2 / M_\Sigma, \quad B_G = B + m(a+l)^2 + mMb^2 / M_\Sigma, \quad C_G = C + m(a+l)^2; \quad (37)$$

$$b' = Mb / M_\Sigma \quad (38)$$

- відстань від центра мас системи до площини маятників. З умови випливає, що навіть при сплюснутому СТ ($C_G > A_G, B_G$) стійкість основного руху може бути втрачена із збільшенням b' .

У п.п.5.2 визначаються умови стійкості основного руху для рідинного АБ „Дункан”.

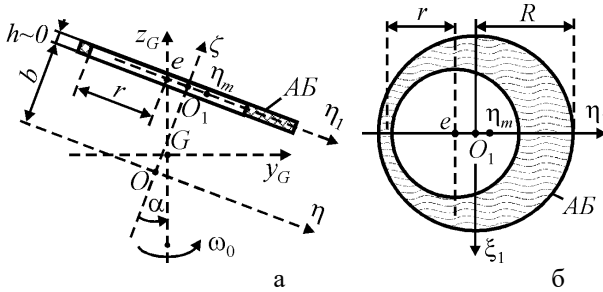


Рис. 5. Модель рідинного АБ „Дункан”

„Дункан” (рис. 5). В площині $O_1 \xi_1 \eta_1$ розташований рідинний демпфер. Загальна маса рідини – m , її товщина h незначна ($h \sim 0$) і тому вважаємо, що рідина рухається у площині $O_1 \xi_1 \eta_1$. Рідину зовні обмежує циліндрична ємність радіуса R . Всередині рідини плаває порожній циліндр радіуса $r = aR$, $0 < a < 1$. Його масою нехтуємо або відносимо її до маси рідини. На усталених рухах, в силу симетрії системи, вважаємо, що центр циліндра знаходиться на відстані e від осі ζ , але на осі z_G .

У п.п.5.2.2 знайдена умова стійкості основного руху

$$\Delta = C_G - B_G - a^2 mb'^2 M_\Sigma / (M_\Sigma - a^2 M) > 0, \quad (39)$$

де

$$A_G = A + mR^2(1+a^2)/4 + mMb^2 / M_\Sigma, \quad B_G = B + mR^2(1+a^2)/4 + mMb^2 / M_\Sigma,$$

$$C_G = C + mR^2(1+a^2)/2, \quad b' = Mb / M_\Sigma, \quad B_G \geq A_G. \quad (40)$$

З (39) випливає, що навіть при сплюснутому СТ ($C_G > A_G, B_G$) стійкість основного руху може бути втрачена із збільшенням b' .

У п.п.5.3 визначаються умови стійкості основного руху для рідинного демфера або АБ Леблана. Ізольована механічна система складена із обертового НТ та рідинного демфера чи АБ Леблана (рис. 6). НТ таке ж

саме, як і в попередніх задачах, і в тій самій площині $O_1\xi_1\eta_1$ розташований рідинний демпфер. Площа суцільного круга радіуса R дорівнює πR^2 . Порожнина у ньому, утворена повітрям, має площу $a^2\pi R^2$, $0 < a^2 < 1$. На ustalених рухах порожнина обмежена вільною поверхнею рідини – циліндричною поверхнею радіуса r із віссю z_G .

Було встановлено, що умови стійкості основних рухів у випадках АБ Леблана і АБ „Дункан” – співпадають.

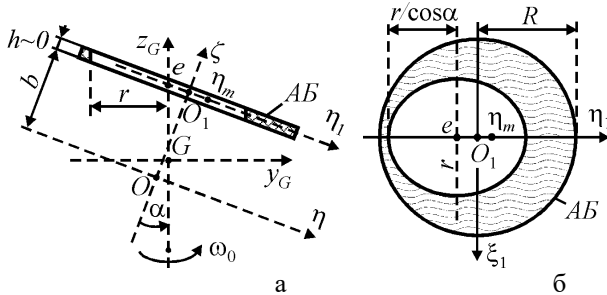


Рис. 6. Модель рідинного демпфера чи АБ Леблана

У п.5.4 визначаються умови стійкості основного руху для пружно закріпленого стрижня, спрямованого по подовжній осі НТ.

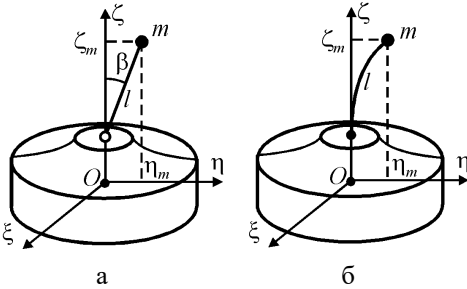


Рис. 7. Модель обертового НТ із стрижнем, спрямованим по подовжній осі

сферичним шарніром до НТ. В другому випадку стрижень – пружний. Коли маятник не відхилений або стрижень недеформований, то маса знаходиться на відстані b від точки O . В основному русі маятник лежить на осі ζ і система обертається навколо цієї осі. На побічному русі, в силу симетрії системи, вважаємо, що маса маятника буде знаходитися на відстані η_m від осі ζ . Стійкість досліджувалася за потенціальною енергією приведенної системи W .

У п.п.5.4.1 наводиться опис системи і визначається потенціальна енергія приведенної системи. Ізольована механічна система складена із НТ та невагомий стрижня масою m на кінці, спрямованого по подовжній осі ζ НТ (рис. 7). НТ таке ж саме, як і в попередніх задачах. У першому випадку стрижень абсолютно жорсткий, прикріплений в'язко-пружним

У п.п.5.4.2 знайдені умови стійкості основного руху:

$$C > B_G, \quad \omega_0 < \omega_2, \quad \left(\omega_2 = \sqrt{cM_\Sigma / (mM)} \cdot \sqrt{(C - B_G) / (C - B)} \right), \quad (41)$$

де c – коефіцієнт жорсткості,

$$A_G = A + mMb^2 / M_\Sigma, \quad B_G = B + mMb^2 / M_\Sigma, \quad B_G \geq A_G. \quad (42)$$

З (41) випливає, що навіть у випадку сплюсненого СТ ($C > A_G, B_G$) існує критична швидкість ω_2 , при перевищенні якої основний рух втрачає стійкість.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі вивчалася динаміка ізольованих систем з в'язким розсіюванням енергії, складених з обертового НТ і різних ПТ. Найбільш істотні наукові результати, які за наявними матеріалами уперше одержані у дисертаційній роботі, наступні.

1. Конкретизовано застосування метода Рауса дослідження динаміки механічних систем із першими, зокрема – циклічними інтегралами для дослідження динаміки ізольованих систем з в'язким розсіюванням енергії. Конкретизований вигляд основних динамічних величин, диференціальних рівнянь руху, рівнянь усталених рухів, умов умовної стійкості стаціонарних рухів тощо.

2. Встановлено існування двох незалежних тенденцій при роботі АБ будь-якого типу: зменшення кута нутації, викликаного неточним наданням початкового обертання НТ тільки у разі сплюсненого СТ (робота АБ як демпфера кута нутації); тенденція до приходу тіл АБ до положення, в якому вони зрівноважують НТ (робота АБ як автобалансира) у випадках одного чи двох АБ і витягнутого СТ або сплюсненого СТ і одного АБ поблизу центра мас системи.

3. Встановлено, що два АБ, встановлені в двох різних площинах зрівноваження НТ, не можуть усунути кут нутації, викликаний незрівноваженістю. Встановлено, що повністю усунути кут нутації можна тільки у разі статично незрівноваженого НТ, за умови, що АБ встановлений в площині дисбалансу, відстань від центра мас системи до площини зрівноваження не перевищує певного граничного значення і СТ – сплюснуте.

4. Без будь-яких обмежень на маси ПТ встановлено, що: для демпферів, що проявляють автобалансувальні властивості (маятникових, рідинних), для стійкості основного руху необхідно і достатньо, щоб СТ було сплюснутим і площина зрівноваження знаходилася поблизу центра мас системи; для пружно закріпленого стрижня, орієнтованого по подовжній осі НТ, для стійкості основного руху необхідно і достатньо, щоб СТ було сплюснутим і система оберталася з кутовими швидкостями, що не перевищують певне граничне значення.

Отже, у роботі вирішена важлива наукова задача з галузі теоретичної механіки – з методики виділення та визначення умов умовної асимптотичної стійкості усталених рухів ізольованих систем з в'язким розсіюванням енергії, складених з обертового НТ і різних ПТ. Результати дисертації розширюють область застосування пасивних АБ, актуальні для теорії таких систем, інженерної практики та для навчання – при підготовці фахівців із відповідних галузей.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ

1. Горошко О.О. Стабілізація положення осі обертання абсолютно твердого тіла багатомаятниковим (багатокульовим) автобалансиром / О.О.Горошко, Г.Б.Філімоніхін, В.В.Пирогов, І.І.Філімоніхіна // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. 2005. №4. –С.67-76.
2. Філімоніхіна І.І. Усталені рухи і умови самозрівноваження одного типу ізольованої системи / Філімоніхіна І.І. // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. 2007. №3. –С.103-109.
3. Филимоныхина И.И. Условия уравновешивания автобалансирами вращающегося тела в изолированной системе / Филимоныхина И.И., Филимоныхин Г.Б. // Прикладная механика. 2007. – 43, №11. –С.113-120.
4. Горошко О.О. Достатні умови усунення автобалансирами кута нутації незрівноваженого обертового тіла в ізольованій системі / Горошко О.О., Філімоніхіна І.І. // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. 2008. №1. –С.53-58.
5. Філімоніхіна І.І. Умови стійкості основних рухів чотирьох обертових ізольованих систем / Філімоніхіна І.І., Горошко О.О. // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. 2008. №3. – С. 99-105.
6. Филимоныхин Г.Б. Использование пассивных автобалансиров как демпферов угла нутации быстровращающихся спутников / Филимоныхин Г.Б., Пирогов В.В., Филимоныхина И.И. // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки: Зб. пр. –Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2008. – Т. VIII. – С. 105-115.
7. Застосування пасивного автобалансира як демпфера кута нутації сплюсненого обертового космічного апарата: Пат. на корисну модель № 28407 Україна, МПК В64G 1/00 / І.І. Філімоніхіна, Г.Б. Філімоніхін (Україна); КНТУ - № 200708020; Заявл. 16.07.2007; Опубл. 10.12.2007, Бюл.№20.
8. Філімоніхіна І.І. Визначення умов зрівноважування обертових тіл пасивними автобалансирами / Філімоніхіна І.І. // Тези доповідей 8-го Міжнародного симпозиуму Українських інженерів-механіків у Львові, 22-25.05.2007, С. 33.

АНОТАЦІЯ

Філімоніхіна І.І. Умови зменшення кута нутації обертового НТ в ізольованій системі. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – Теоретична механіка. – Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка, НАН України, Київ, 2009.

Вирішується актуальна задача з методики визначення усталених рухів та дослідження їх на умовну асимптотичну стійкість для ізольованих систем, складених з обертового несучого тіла (НТ) і різних приєднаних до нього тіл, відносному руху яких перешкоджають сили в'язкого опору.

Конкретизовано застосування метода Рауса дослідження динаміки механічних систем із першими, зокрема – циклічними інтегралами для дослідження динаміки ізольованих обертових систем з в'язким розсіюванням енергії. Конкретизований вигляд основних динамічних величин, диференціальних рівнянь руху, рівнянь усталених рухів, умов стійкості стаціонарних рухів.

Із застосуванням конкретизованого методу і евристичного методу встановлено існування двох незалежних тенденцій при роботі автобалансирів (АБ) будь-якого типу: зменшення кута нутації, викликаного неточним наданням початкового обертання НТ тільки у разі сплюснутого складеного тіла (СТ, робота АБ як демпфера кута нутації); тенденція до приходу тіл АБ до положення, в якому вони зрівноважують тіло у випадках витягнутого або сплюснутого СТ (робота АБ як автобалансира). Встановлено, що два АБ, розміщені в двох різних площинах зрівноваження НТ, не можуть усунути кут нутації, викликаний незрівноваженістю. Встановлено, що повністю усунути кут нутації можна тільки у разі статично незрівноваженого НТ, за умови, що АБ встановлений в площині дисбалансу, відстань від центра мас системи до площини зрівноваження не перевищує певне граничне значення і СТ – сплюснуте.

Без будь-яких обмежень на маси ПТ встановлено, що: для маятникових, рідинних демпферів кута нутації для стійкості основного руху необхідно і достатньо, щоб СТ було сплюснутим і відстань від центра мас системи до площини зрівноваження не перевищувала певне граничне значення; якщо приєднане тіло – пружно закріплений стрижень, орієнтований по подовжній осі НТ, то для стійкості основного руху необхідно і достатньо, щоб СТ було сплюснутим і система оберталася з кутовими швидкостями, що не перевищують певне граничне значення.

Ключові слова: несуче тіло, стійкість руху, автобалансир, кут нутації, демпфер кута нутації.

SUMMARY

Filimonikhina I.I. Conditions of reduction of corner of notation of rotated bearing body in the isolated system. – Manuscript.

Thesis on competition of a scientific degree of candidate of phys. math. science on a speciality 01.02.01 – Theoretical mechanics. – S.P.Timoshenko

institute of mechanics, NAS of Ukraine, Kiev, 2009.

Decides an actual task from the method of determination of the set motions, and research of them on conditional stability for the isolated systems which is built from a rotated bearing body and different added to him bodies, to relative motion of which hinder the forces of viscid resistance.

Is develop of two methods which based correspondently on the power approach and Routh theorem. They allow to obtain the equations of set motions, to find these motions and investigate their conditionally stability without obtaining of the differential equations of motion. It is shown, that methods allow to get the necessary conditional terms of stability of the set motions, that within boundary coincide with sufficient.

With application of the developed method and heuristic method is set an existence of two independent tendencies during work of AB of any type: reduction of the corner of nutation, caused by the inexact grant of initial rotation to the body only in the case of the oblate built body (work AB as a damper of corner of nutation); tendency to arrival of bodies AB to position in which they counterbalance a body in the case of the prolate or oblate built body (work AB as an autobalanser). It is set that two AB which set in two different planes of balancing of body can not remove the corner of nutation which caused by unbalance. It is set, that fully removing the corner of nutation is possible only in the case of oblate statically unbalance body on condition that AB is set in the plane of unbalance and distance from centre the masses of the system to the plane of balancing does not exceed the defined maximum value.

It is set that for the pendulum ore liquid dampers of corner of nutation, for stability of main motion it is necessary and it is enough, that the built body was oblate and distance from center of masses of the system to the plane of balancing did not exceed the defined maximum value. It is set also that if the added body is the resiliently the fastened bar oriented on longitudinal axis of bearing body, for stability of basic motion it is necessary and it is enough that the built body was oblate and the system was rotated with angular speeds, that do not exceed the defined maximum value.

Key words: bearing body, stability of motion, autobalanser, corner of nutation, damper of corner of nutation.

АННОТАЦИЯ

Филимонихина И.И. Условия уменьшения угла нутации вращающегося несущего тела в изолированной системе. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – Теоретическая механика. – Институт механики им. С.П.Тимошенко, НАН Украины, Киев, 2009.

Решается актуальная задача по методике выделения установившихся движений и определения условий их условной асимптотической устойчивости для изолированных систем, состоящих из вращающегося несущего тела и различных присоединенных к нему тел, относительному

движению которых препятствуют силы вязкого сопротивления.

Конкретизировано применение для таких систем метода, основанного Раусом для исследования динамики и устойчивости стационарных движений механических систем с первыми, в том числе – циклическими интегралами. С учетом особенностей изучаемых систем конкретизированы: выбор обобщенных координат; вид основных динамических величин, дифференциальных уравнений движения, уравнений установившихся (стационарных) движений; условия условной асимптотической устойчивости этих движений. Метод позволяет получать необходимые условия условной асимптотической устойчивости изолированных установившихся движений, с точностью до границ совпадающие с достаточными.

С применением конкретизированного метода и эвристического метода (известного из теории роторных систем с АБ), установлено существование двух независимых тенденций при работе автобалансиров (АБ) любого типа: уменьшение угла нутации, вызванного неточным приданием начального вращения телу только в случае сплюснутого составного тела (работа АБ как демпфера угла нутации); тенденция к приходу тел АБ к положению, в котором они уравнивают тело в случаях одного или двух АБ и вытянутого составного тела, или сплюснутого составного тела и одного АБ, расположенного вблизи центра масс системы (работа АБ как автобалансира). Установлено, что два АБ, установленные в двух разных плоскостях уравнивания тела, не могут устранить угол нутации, вызванный неуравновешенностью. Установлено, что полностью устранить угол нутации можно только в случае сплюснутого статически неуравновешенного тела, при условии, что АБ установлен в плоскости дисбаланса и расстояние от центра масс системы до плоскости уравнивания не превышает определенное значение.

Без каких либо ограничений на массы присоединенных тел установлено, что: для маятниковых и жидкостных демпферов угла нутации для устойчивости основного движения необходимо и достаточно, чтобы составное тело было сплюснутым и расстояние от центра масс системы до плоскости уравнивания не превышало определенное предельное значение; если присоединенное тело – упруго закрепленный стержень, ориентированный по продольной оси несущего тела, то для устойчивости основного движения необходимо и достаточно, чтобы составное тело было сплюснутым и система вращалась с угловыми скоростями, не превышающими определенное предельное значение.

Ключевые слова: несущее тело, устойчивость движения, автобалансир, угол нутации, демпфер угла нутации.

Підп. до друку 03.02.2010. Формат 60x84/16. Папір офс. Надруковано на різнографі.
Ум. друк. арк. 1,38. Ум. фарбо-відб. арк. 1,32. Обл.-вид. арк. 0,94. Тираж 100 прим.
Зам. № 25

Поліграфічний центр "КОД"
25006, м. Кіровоград, вул. Червоногвардійська, 88, тел. 8(0522) 322-326

