

ДИНАМІКА РУХОМОЇ ПЛАТФОРМИ ВЕРСТАТА ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ З НЕЗАМКНЕНИМИ ГВИНТОВИМИ ПРИВОДАМИ ЗМІНИ ДОВЖИНИ ШТАНГ

Метою роботи є визначення динамічних характеристик руху платформи механізму паралельної структури з незамкненим гвинтовим приводом зміни довжини штанг під дією випадкових сил різання. У роботі з використанням методу Ньютона-Ейлера розроблені динамічні моделі штанги змінної довжини із незамкненим гвинтовим приводом, диференціальні рівняння та динамічні моделі просторового руху платформи механізму паралельної структури під дією сил та моментів з боку штанг змінної довжини, що враховують інерційні характеристики елементів штанги та рухомої платформи за допомогою матриць тензорів моментів інерції. Масові характеристики і тензори моментів інерції елементів штанг змінної довжини та рухомої платформи визначені шляхом трансляції тривимірної моделі механізму паралельної структури до модуля SimMechanics пакету MATLAB Simulink. Моделювання з використанням одержаних залежностей показало, що просторові траєкторії полюсу платформи під дією навантажень від приводів, зовнішніх сил та випадкових сил різання концентруються навколо напрямків осей динамічної податливості механічної системи.

Механізм паралельної структури, рухома платформа, штанга змінної довжини, динаміка.

Постановка проблеми. Сучасна промисловість потребує нових підходів до створення верстатного обладнання для високошвидкісної обробки, одним з найбільш перспективних серед яких є побудова верстатів на основі механізмів паралельної структури. Протягом останніх років таке обладнання поступово набуває розповсюдження для високошвидкісної обробки, дозволяючи зменшити масу рухомих вузлів та потужність приводів порівняно з обладнанням традиційної структури. Перспективним напрямком створення верстатів паралельної структури є використання незамкнених гвинтових приводів зміни довжини [1], що дозволяє спростити конструкцію та зменшити інерційність штанг.

Аналіз наукових досліджень. У механізмах паралельної структури динамічні явища відіграють значну роль, а при високошвидкісній обробці динамічні похибки здійснюють більший вплив, ніж статичні [2]. Динаміка механізмів паралельної структури потребує врахування випадкових змін сил різання [3]. Звичайно динамічні рівняння складаються з урахуванням певних спрощень, зокрема припускають положення центру мас штанг незмінним [4], нехтують силами Коріоліса та інерції [5], враховують інерцію ланок збільшенням інерції платформи [6] тощо. Як показано у [2], такі спрощення можуть призводити до значного зменшення точності обчислень.

У виготовленому дослідному зразку верстата паралельної структури [7] з незамкненими гвинтовими приводами на рухому платформу через шарнірні опори передаються крутні моменти від електродвигунів приводу, що може впливати на динаміку платформи. Для одержання високої точності розрахунків необхідно врахувати маси та моменти інерції гвинта, корпусу з гайкою та електродвигуном, карданного підвісу шарніра.

Метою роботи є розробка динамічних рівнянь руху платформи механізму паралельної структури з незамкненим гвинтовим приводом зміни довжини штанг визначення характеристик руху платформи під дією випадкових сил різання.

Виклад основного матеріалу роботи. Для побудови рівнянь руху платформи можна скористатися методом Ньютона-Ейлера [2, 8]. Початок системи координат рухомої платформи розміщується у її центрі С, початок системи координат основи – у її центрі О, початок системи координат i -ї штанги – у центрі A_i шарніру основи (рис. 1).

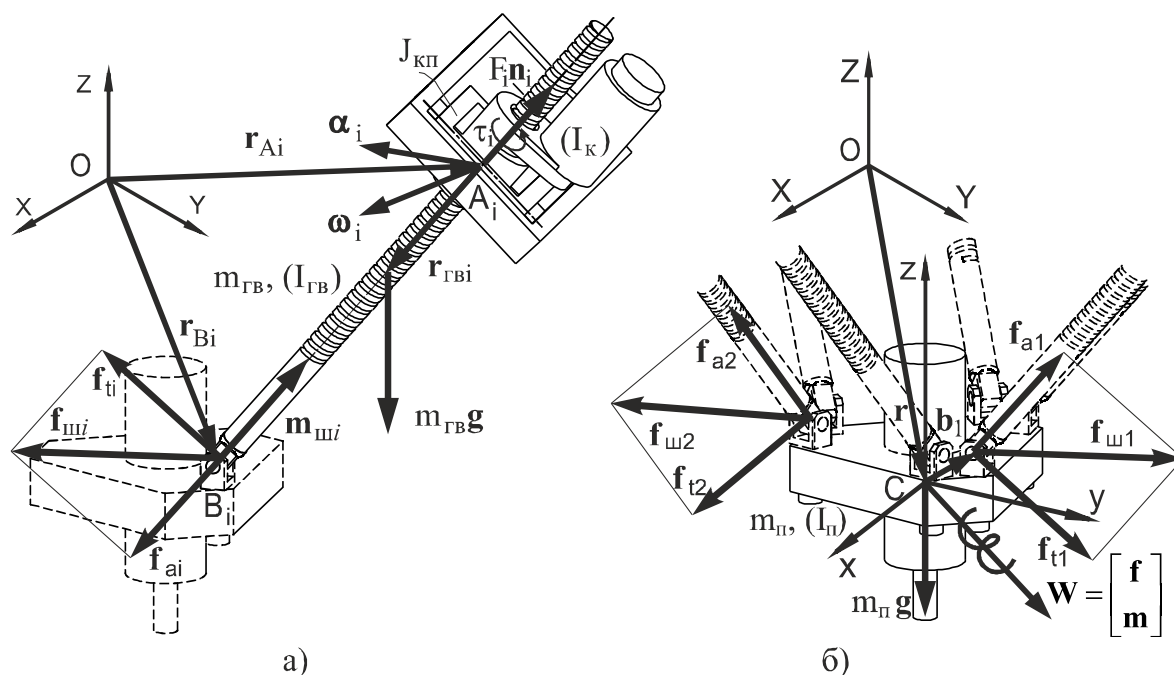


Рис. 1. Розрахункові схеми: а) штанги змінної довжини; б) рухомої платформи

Кожна штанга діє на рухому платформу з силою $\mathbf{f}_{\text{ши}}$, напрямок вектора якої у просторі може бути довільним, а також через карданний шарнір передається крутний момент $\mathbf{m}_{\text{ши}}$, вектор якого співвісний з одиничним вектором штанги, тобто

$$\mathbf{m}_{\text{ши}} = \tau_{\text{ши}} \mathbf{n}_i. \quad (1)$$

Рівняння рівноваги сил у напрямку осі штанги

$$m_{\text{гв}} \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{a}_{\text{гв}i} - F_i - m_{\text{гв}} \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{g} - \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{f}_{\text{ши}} = 0, \quad (2)$$

де F_i – сила приводу, створена двигуном та гвинтовою передачею, $m_{\text{гв}}$ – рухома маса гвинта штанги, \mathbf{n}_i – одиничний вектор осі штанги, \mathbf{g} – вектор прискорення вільного падіння, $\mathbf{a}_{\text{гв}i}$ – прискорення центру мас гвинта, $\mathbf{f}_{\text{ши}}$ – сила, що діє з боку штанги на платформу у центрі шарніру (точці B_i).

Рівняння рівноваги моментів відносно осі штанги

$$\tau_{\text{ши}} - j_{\text{гв}0i} \mathbf{n}_i \alpha_i - \tau_{\text{г}} = 0, \quad (3)$$

де $j_{\text{гв}0i} = m_{\text{гв}} r_{\text{гв}}^2$ – момент інерції гвинта відносно власної осі, $\tau_{\text{г}}$ – крутний момент у гвинтовій передачі (момент приводу).

Крутний момент та осьова сила в гвинтовій передачі зв'язані залежністю

$$\tau_{\text{г}} = F_i \frac{p}{2\pi\eta}, \quad (4)$$

де p – крок гвинта, η – коефіцієнт корисної дії.

Векторне рівняння рівноваги моментів штанги відносно шарнірної опори основи

$$m_{\text{гв}} \mathbf{r}_{\text{гв}i} \times \mathbf{g} - q_i \mathbf{n}_i \times \mathbf{f}_{\text{ши}} + (I_{\text{к}} + I_{\text{гв}}) \alpha_i + j_{\text{кп}} (\mathbf{n}_{2i} \alpha_i) + \boldsymbol{\omega}_i \times (I_{\text{к}} + I_{\text{гв}}) \boldsymbol{\omega}_i = 0, \quad (5)$$

де $m_{\text{гв}}$ – маса гвинта штанги; q_i – довжина штанги (поточна відстань між опорами); $\mathbf{r}_{\text{гв}i}$ – вектор центра мас гвинта відносно центра шарніру основи; \mathbf{n}_{2i} – одиничний вектор зовнішньої осі карданного підвісу; $\boldsymbol{\omega}_i$ та α_i – відповідно вектори кутової швидкості та кутового прискорення штанги; $I_{\text{гв}}$, $I_{\text{к}}$ – матриці тензорів моментів інерції гвинта та корпусу приводу відповідно; $j_{\text{кп}}$ – момент інерції карданного підвісу відносно зовнішньої осі.

Вектор центра мас гвинта відносно центра шарніру основи

$$\mathbf{r}_{\text{гв}i} = \left(q_i - \frac{1}{2} l_{\text{гв}i} \right) \mathbf{n}_i, \quad (6)$$

де $l_{гвi}$ – повна довжина гвинта штанги.

Вектори поступальної швидкості центрів шарнірів штанг можна виразити через параметри швидкості штанг

$$\mathbf{v}_{Bi} = \dot{q}_i \mathbf{n}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (q_i \mathbf{n}_i). \quad (7)$$

Звідси компонент швидкості, перпендикулярний до осі штанги, дорівнює

$$\boldsymbol{\omega}_i \times (q_i \mathbf{n}_i) = \mathbf{v}_{Bi} - \dot{q}_i \mathbf{n}_i, \quad (8)$$

а вектор кутової швидкості штанги відносно центра шарнірної опори основи

$$\boldsymbol{\omega}_i = \frac{1}{q_i} \mathbf{n}_i \times (\mathbf{v}_{Bi} - \dot{q}_i \mathbf{n}_i). \quad (9)$$

Поступальне прискорення центрів шарнірів штанг визначається через характеристики швидкості штанги

$$\mathbf{a}_{Bi} = \ddot{q}_i \mathbf{n}_i + \boldsymbol{\alpha}_i \times (q_i \mathbf{n}_i) + \boldsymbol{\omega}_i \times [\boldsymbol{\omega}_i \times (q_i \mathbf{n}_i)] + 2\boldsymbol{\omega}_i \times (\dot{q}_i \mathbf{n}_i), \quad (10)$$

де \dot{q}_i та \ddot{q}_i – відповідно швидкість та прискорення зміни довжини штанги.

Вектори сил у шарнірах рухомої платформи можна визначити як суму осьової та радіальної складових $\mathbf{f}_{ши} = \mathbf{f}_{ai} + \mathbf{f}_{ti}$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{ши} = \frac{1}{q_i} (m_{гв} \mathbf{r}_{гвi} \times \mathbf{g} + (I_{ki} + I_{гвi}) \boldsymbol{\alpha}_i + j_{кп} (\mathbf{n}_{2i} \boldsymbol{\alpha}_i) + \boldsymbol{\omega}_i \times (I_{ki} + I_{гвi}) \boldsymbol{\omega}_i) \times \mathbf{n}_i + \\ + (m_{гв} \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{a}_{гвi} - F_i - m_{гв} \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{g}) \mathbf{n}_i \end{aligned} \quad (11)$$

Крутний момент $\mathbf{m}_{ши}$, що передається через карданний шарнір на рухому платформу

$$\mathbf{m}_{ши} = \left(j_{гв0i} \mathbf{n}_i \boldsymbol{\alpha}_i + F_i \frac{p}{2\pi\eta} \right) \mathbf{n}_i. \quad (12)$$

Визначені швидкості та реакції шарнірних опор платформи дозволяють перейти до динаміки рухомої платформи (рис. 1, б). Маса платформи складає m_n , матриця тензора моментів інерції платформи дорівнює I_n . Рух платформи характеризується векторами узагальненого положення \mathbf{X} , узагальненої швидкості $\dot{\mathbf{X}}$ та узагальненого прискорення $\ddot{\mathbf{X}}$ такими, що

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_n \\ \boldsymbol{\omega}_n \end{bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_n \\ \boldsymbol{\alpha}_n \end{bmatrix}, \quad (13)$$

де \mathbf{v}_n – швидкість, \mathbf{a}_n – прискорення, $\boldsymbol{\omega}_n$ – кутова швидкість, $\boldsymbol{\alpha}_n$ – кутове прискорення центру рухомої платформи.

На платформу діють сила \mathbf{f} та момент \mathbf{m} з боку сил різання, які можна привести до центру платформи у вигляді вектора \mathbf{W} узагальненого навантаження

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

Швидкість \mathbf{v}_n , прискорення \mathbf{a}_n , кутова швидкість $\boldsymbol{\omega}_n$ та кутове прискорення $\boldsymbol{\alpha}_n$ центру рухомої платформи пов'язані з швидкостями \mathbf{v}_{Bi} та прискореннями \mathbf{a}_{Bi} центрів шарнірів платформи, які визначаються векторами \mathbf{b}_i у системі координат платформи

$$\mathbf{v}_{Bi} = \mathbf{v}_n + \boldsymbol{\omega}_n \times (R\mathbf{b}_i), \quad (15)$$

$$\mathbf{a}_{Bi} = \mathbf{a}_n + \boldsymbol{\alpha}_n \times (R\mathbf{b}_i) + \boldsymbol{\omega}_n \times [\boldsymbol{\omega}_n \times (R\mathbf{b}_i)], \quad (16)$$

де R – матриця повороту, яка описує орієнтацію системи координат рухомої платформи у системі координат основи.

Вектори сили та моменту, що діють з боку штанг на рухому платформу

$$\mathbf{f}_{ши} = \frac{1}{q_i} (m_{гв} \mathbf{r}_{гвi} \times \mathbf{g} + (I_k + I_{гв}) \boldsymbol{\alpha}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (I_k + I_{гв}) \boldsymbol{\omega}_i) \times \mathbf{n}_i + (F_i - m_{гв} \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{g}) \mathbf{n}_i, \quad (17)$$

$$\mathbf{m}_{ши} = (J_{гв0i} \mathbf{n}_i \boldsymbol{\alpha}_i + F_i p / 2\pi\eta) \mathbf{n}_i, \quad (18)$$

де q_i – довжина штанги, $m_{гв}$ – маса гвинта; $J_{гв0}$ – момент інерції гвинта, \mathbf{g} – прискорення вільного падіння, $\mathbf{r}_{гвi}$ – вектор центру мас гвинта, $I_{гв}$, $I_{к}$ – матриці тензорів моментів інерції гвинта та корпусу приводу, F_i – сила приводу штанги, $J_{кп}$ – момент інерції підвісу, $\boldsymbol{\omega}_i$ та \mathbf{a}_i – вектори кутової швидкості та кутового прискорення штанги, які можна визначити через швидкість $\mathbf{v}_п$, прискорення $\mathbf{a}_п$, кутову швидкість $\boldsymbol{\omega}_п$ та кутове прискорення $\boldsymbol{\alpha}_п$ центру платформи

$$\boldsymbol{\omega}_i = \frac{1}{q_i} [\mathbf{n}_i \times (\mathbf{v}_п + \boldsymbol{\omega}_п \times (R\mathbf{b}_i)) - \dot{q}_i \mathbf{n}_i], \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i = \frac{1}{q_i} \mathbf{n}_i \times \left(\mathbf{a}_п + \boldsymbol{\alpha}_п \times (R\mathbf{b}_i) + \boldsymbol{\omega}_п \times [\boldsymbol{\omega}_п \times (R\mathbf{b}_i)] - \ddot{q}_i \mathbf{n}_i - \boldsymbol{\omega}_i \times [\boldsymbol{\omega}_i \times (q_i \mathbf{n}_i)] - 2\boldsymbol{\omega}_i \times (\dot{q}_i \mathbf{n}_i) \right). \quad (20)$$

Векторні рівняння балансу сил та моментів рухомої платформи

$$m_п \mathbf{a}_п = m_п \mathbf{g} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{f}_{шi} + \mathbf{f}, \quad (21)$$

$$I_п \boldsymbol{\alpha}_п + \boldsymbol{\omega}_п \times (I_п \boldsymbol{\omega}_п) = \sum_{i=1}^6 [(R\mathbf{b}_i) \times \mathbf{f}_{шi}] + \sum_{i=1}^6 \mathbf{m}_{шi} + \mathbf{m}, \quad (22)$$

де $m_п$ – маса платформи, де $I_п$ – матриця тензора моментів інерції платформи, E – одинична матриця 3×3 .

Одержані рівняння (21) та (22) дозволяють визначити траєкторію руху платформи під дією навантажень від приводів та зовнішніх сил, в тому числі випадкових (пряма задача динаміки). Для розрахунків необхідно задати маси та тензори моментів інерції елементів штанг змінної довжини та рухомої платформи. Для цього зручно скористатися тривимірною моделлю механізму у середовищі SolidWorks. Зокрема, автоматизація розрахунку інерційних характеристик можлива шляхом трансляції тривимірної моделі механізму паралельної структури до SimMechanics пакету MATLAB Simulink.

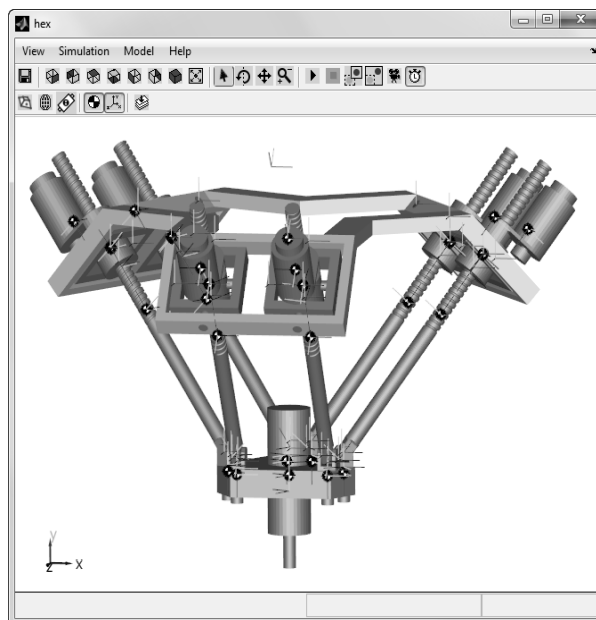


Рис. 2. Відображення моделі механізму у SimMechanics

Використання одержаних рівнянь та моделей для розрахунку динамічних властивостей дозволило визначити характеристики просторового руху платформи під дією випадкових сил різання (рис. 3, а). Встановлено, що траєкторії поперечно-кутових коливань полюсу рухомої платформи концентруються навколо напрямків осей динамічної податливості механізму паралельної структури (рис. 3, б).

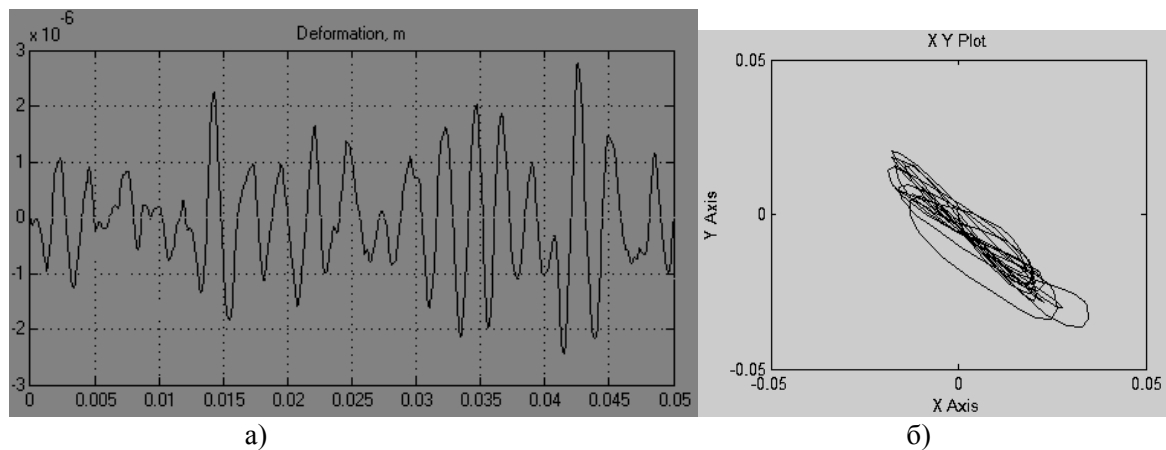


Рис. 3. Переміщення платформи під дією випадкових сил різання:
а) у напрямках осей координат, б) траєкторія у площині XY

Висновки. Розроблено рівняння руху та динамічні моделі штанги змінної довжини з незамкненим гвинтовим приводом, диференціальні рівняння та динамічні моделі просторового руху платформи механізму паралельної структури під дією сил та моментів з боку штанг змінної довжини, що враховують інерційні характеристики елементів штанги та рухомої платформи за допомогою матриць тензорів моментів інерції. Показано, що просторові траєкторії полюсу платформи під дією випадкових сил різання концентруються навколо напрямків осей динамічної податливості. В подальшому необхідно дослідити вплив динамічних параметрів штанг і приводів на характеристики руху платформи, порівняти з результатами для традиційних конструкцій штанг.

1. Кириченко А. М. Особливості кінематики гексапода з карданними опорами та гвинтовими приводами ланок / А. М. Кириченко // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – Тернопіль : ТНТУ, 2011. – Том 17, № 2. – С. 83-88.
2. Merlet J.-P. Parallel Robots / J.-P. Merlet. – New York : Springer-Verlag Inc., 2006. – 394 p.
3. Струтинський В. Б. Динамічні похибки положення шпинделя багатокоординатного верстата із складним просторовим рухом інструменту / В. Б. Струтинський, В. І. Сідорко, В. М. Тихенко // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Машинобудування». – №52. – Київ, 2007. – С.252-261.
4. Reboulet C. Dynamic model of a six degree of freedom parallel manipulator / C. Reboulet, T. Berthomieu // ICAR 1991, June 19-22. – Pise, 1991. –P. 1153-1157.
5. Li D. Modeling, simulation and control of hydraulic Stewart platform / D. Li, T. Salcudean // IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. – Albuquerque, 1997. – P. 3360-3366.
6. Ji Z. Dynamic decomposition for Stewart platforms / Z. Ji // ASME J. of Mechanical Design. – 1994. – Vol. 116(1). – P. 67-69.
7. Новіков М. Розроблення верстата-гексапода з шестикоординатною системою ЧПК і результати його дослідницького застосування / М. Новіков, В. Струтинський, А. Кириченко // Машинознавство. – Львів : ТзОВ «КІНПАТРИ ЛТД», 2011. – № 5-6 (167-168). – С. 3-10.
8. Lee S.-H. Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics / S.-H. Lee, J.-B. Song, W.-C. Choi, D. Hong // Mechatronics. – 2003. – Vol. 13. – P. 605-619.