

Центральноукраїнський національний технічний університет
Механіко-технологічний факультет
Кафедра матеріалознавства та ливарного виробництва

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри МЛВ
канд. техн. наук, доцент
_____ Олександр КУЗИК
« ____ » _____ 20 ____ р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

за другим (магістерським) рівнем вищої освіти на тему:
Дослідження впливу хімічного складу та структури
високоміцного чавуну на його механічні властивості

Виконав здобувач вищої освіти
II курсу, групи ПМ-24М-1
спеціальності 131
«Прикладна механіка»
_____ Євгеній АВРАМЕНКО
« ____ » _____ 20 ____ р.

Керівник магістерської роботи
Старший викладач
_____ Микола БОСИЙ
« ____ » _____ 20 ____ р.

Рецензент
канд. ф.-м. наук, доцент
_____ Володимир ПИРОГОВ
« ____ » _____ 20 ____ р.

Центральноукраїнський національний технічний університет

Факультет: механіко-технологічний

Кафедра: матеріалознавства та ливарного виробництва

Рівень вищої освіти: другий (магістерський)

Галузь знань: 13 «Механічна інженерія»

Спеціальність: 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма: «Прикладна механіка»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедри МЛВ

канд. техн. наук, доцент

_____ Олександр КУЗИК

«_____» _____ 20__ р.

**ЗАВДАННЯ НА ВИПУСКНУ КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ
ЗА ДРУГИМ (МАГІСТЕРСЬКИМ) РІВНЕМ ВИЩОЇ ОСВІТИ
Авраменка Євгенія Валерійовича**

1. Тема роботи: Дослідження впливу хімічного складу та структури високоміцного чавуну на його механічні властивості.
2. Керівник роботи: Босий Микола Вікторович старший викладач
3. Строк подання роботи до захисту: «_____» _____ 20__ р.
4. Мета та завдання випускної кваліфікаційної роботи.

Мета: вивчення впливу складу та структури на механічні властивості високоміцного чавуну.

Завдання: обґрунтувати напрямок досліджень та актуальність теми; розробити методику досліджень; виконати дослідження та провести аналіз отриманих результатів

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів випускної кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Опрацювання навчальної та наукової літератури		
2	Проведення наукових досліджень, обробка фактичного матеріалу		
3	Написання першого варіанта тексту,		

	подання його на ознайомлення керівнику		
4	Усунення недоліків, написання останнього варіанта тексту		
5	Перевірка роботи на плагіат		
6	Зовнішнє рецензування роботи		
7	Захист випускної кваліфікаційної роботи на засіданні екзаменаційної комісії		

Дата видачі завдання

« ___ » _____ 20__ р.

Підпис керівника

_____ Микола БОСИЙ

Завдання прийнято до виконання

« ___ » _____ 20__ р.

Підпис здобувача

_____ Євгеній АВРАМЕНКО

ЗМІСТ

	стор.
ВСТУП.....	8
РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВИСОКОМІЦНОГО ЧАВУНУ	11
1.1. Вплив хімічного складу високоміцного чавуну на його механічні властивості.....	11
1.2. Вплив технології плавки, модифікування на механічні властивості високоміцного чавуну	15
1.3. Вплив структури високоміцного чавуну на механічні властивості.....	18
1.4. Залежності між показниками механічних властивостей високоміцного чавуну	21
РОЗДІЛ 2. ОБ'ЄКТ І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ.....	22
2.1. Об'єкт і предмет дослідження	22
2.2. Методика і матеріал дослідження	23
2.3. Методика регресійно-кореляційного аналізу одержання залежності впливу складу високоміцного чавуну на міцність та твердість	23
РОЗДІЛ 3. РЕЗУЛЬТАТИ ВПЛИВУ СКЛАДУ ТА СТРУКТУРИ ВИСОКОМІЦНОГО ЧАВУНУ НА МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ	31
3.1. Обчислення даних методом найменших квадратів для залежностей міцності та твердості високоміцного чавуну від його складу.....	31
3.2. Залежності кореляції σ_b і НВ високоміцного чавуну від його складу	53
3.3. Визначення показників, які характеризують структуру високоміцного чавуну	55
РОЗДІЛ 4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ	57
4.1. Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень твердості (НВ) нормальному закону розподілу	57
4.2. Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень міцності (σ_b) нормальному закону розподілу	60

4.3. Показники, які характеризують структуру високоміцного чавуну	63
4.4. Вплив вуглецю та кремнію на механічні властивості високоміцного чавуну.....	65
4.5. Вплив марганцю та сірки на механічні властивості високоміцного чавуну.....	68
4.6. Вплив твердості на міцність високоміцного чавуну	70
ВИСНОВКИ	71
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	72
ДОДАТКИ	75
Додаток 1. Довідка про публікацію.....	76

АНОТАЦІЯ

Авраменко Є.В. Дослідження впливу хімічного складу та структури високоміцного чавуну на його механічні властивості, спеціальність 131 «Прикладна механіка», ОПП – «Прикладна механіка», Центральноукраїнський національний технічний університет, Кропивницький, 2025. 76 с. Матеріали ілюстрації 10 іл.

Метою дослідження є вивчення впливу хімічного складу та структури на механічні властивості виливків із високоміцного чавуну.

При використанні методів математичної статистики кореляційного і регресійного аналізу в середовищі Microsoft Office Excel та MathCAD виконувались дослідження та звісно перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень нормальному закону розподілу.

Одержані значення даних з метою встановлення степені достовірності залежностей механічних властивостей, які досліджуються при допомозі перевірки гіпотези нормального розподілу механічних властивостей (показників) та структури. Також побудовані гістограми розподілу значень механічних властивостей (твердості, межі міцності) та структури (діаметра графітних включень, числа графітних включень, кількості перліту, розміру зерна фериту).

Встановлена тіснота зв'язку між досліджуваними параметрами, з'ясовано також характер впливу вуглецю, кремнію, сірки на механічні властивості високоміцного чавуну та наведено оптимальний склад високоміцного чавуну.

При дослідженні з'ясовано, що вирішальний вплив на механічні властивості високоміцного чавуну має вуглець і кремній, а також структура високоміцного чавуну. Тому, необхідно регулювати хімічний склад для покращення механічних характеристик, як міцність та твердість виливків із високоміцного чавуну.

Запропоновано звісно оптимальний склад високоміцного чавуну для дослідження його механічних характеристик.

виливки, високоміцний чавун, міцність, твердість, метод нормального розподілу, метод найменших квадратів, кореляція, регресія

ABSTRACT

Avramenko E.V. Research on the influence of the chemical composition and structure of high-strength cast iron on its mechanical properties, specialty 131 "Applied Mechanics", OPP – "Applied Mechanics", Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, 2025. 76 p. Illustration materials 10 ill.

The purpose of the study is to study the influence of the chemical composition and structure on the mechanical properties of high-strength cast iron castings. Using the methods of mathematical statistics of correlation and regression analysis in the Microsoft Office Excel and MathCAD environments, research was carried out and, of course, testing the hypothesis that the sample of values is subject to the normal distribution law.

The data values were obtained in order to establish the degree of reliability of the dependences of mechanical properties that are investigated by testing the hypothesis of normal distribution of mechanical properties (indicators) and structure. Also, histograms of the distribution of mechanical properties (hardness, tensile strength) and structure (diameter of graphite inclusions, number of graphite inclusions, amount of pearlite, ferrite grain size) were constructed.

The close relationship between the studied parameters was established, and the nature of the influence of carbon, silicon, and sulfur on the mechanical properties of high-strength cast iron was also clarified. The optimal composition of high-strength cast iron was given.

The study revealed that carbon and silicon, as well as the structure of high-strength cast iron, have a decisive influence on the mechanical properties of high-strength cast iron. Therefore, it is necessary to regulate the chemical composition to improve mechanical characteristics, such as strength and hardness of high-strength cast iron castings.

The optimal composition of high-strength cast iron was proposed for the study of its mechanical characteristics.

castings, high-strength cast iron, strength, hardness, normal distribution method, least squares method, correlation, regression

ВСТУП

Актуальність теми

Наразі наукові дослідження щодо властивостей чавунів направлені на покращення якості, а також зниження вартості литва із високоміцного чавуну. Виробництво чавуну в Україні становить $\cong 6,48$ млн.т, це біля 1,95 % від світового виробництва чавуну.

Застосування виливків з високоміцного чавуну нині в машинобудівній промисловості дає змогу, певна річ, підвищити як зносостійкість та експлуатаційні властивості деталей для автотракторного, сільськогосподарського машинобудування, а також різних сфер виробництва.

Дуже поширений інтерес до проблем лиття високоміцного чавуну – формування його структури та механічних властивостей так, як він за своїми властивостями наближається до сталі.

Механічні властивості високоміцного чавуну залежать: як від його хімічного складу, так і від структури, а ще від технологічних процесів плавки та модифікування.

Значно уваги приділяється аналізу процесів формування структури та механічних властивостей високоміцного чавуну. Отже дослідження закономірностей структури та механічних властивостей високоміцного чавуну в залежності від хімічного складу звісно пов'язано з вивченням теорії кристалізації сплаву в процесах лиття.

Вивчення високоміцних чавунів показує, що в процесах їх одержання необхідно застосовувати прийоми та методи, за допомогою яких можна корегувати хімічний склад високоміцного чавуну.

Тому направленням роботи буде визначення як оптимальних технологічних параметрів, при допомозі яких регулюють хімічний склад, а також і структуру виливків із високоміцного чавуну для покращення їх якості та зниження вартості.

Вивчення впливу хімічного складу та структури високоміцного чавуну на механічні властивості є звісно актуальним науковим завданням, яке спрямовано на підвищення міцності та твердості виливків з високоміцного чавуну в залежності від складу.

Мета та задачі дослідження

Метою дослідження є вивчення впливу хімічного складу та структури на механічні властивості виливків з високоміцного чавуну.

Задачі дослідження:

- дослідити вплив хімічного складу на механічні властивості високоміцного чавуну;
- дослідити вплив технології плавки та модифікування на механічні властивості високоміцного чавуну;
- дослідити вплив структури на механічні властивості високоміцного чавуну;
- вивчити вплив вмісту вуглецю, кремнію, марганцю і сірки на механічні властивості високоміцного чавуну;
- побудова кореляційних залежностей впливу різних показників на механічні властивості високоміцного чавуну;
- перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень (H_V) нормальному закону розподілу;
- перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень (σ_V) нормальному закону розподілу;

Об'єкт і предмет дослідження

Об'єктом дослідження є високоміцний чавун. Предметом дослідження є вивчення впливу хімічного складу високоміцного чавуну та структури на механічні властивості.

Наукова новизна одержаних результатів

В роботі запропоновано оптимальний склад високоміцного чавуну для дослідження його механічних властивостей.

Вперше проведено вивчення впливу хімічного складу і структури на механічні властивості високоміцного чавуну звісно для наведеного хімічного складу: вуглецю – C = 3,3–3,8 %, кремнію – Si = 1,9–2,6 %, марганцю – Mn = 0,2–0,6 %, фосфору – P до 0,1 %, сірки – S до 0,02 %, до 0,05% Cr, згідно ДСТУ 3925-99.

З'ясовано, що суттєвий вплив на механічні властивості високоміцного чавуну має вміст вуглецю, кремнію, марганцю та сірки. Істотний вплив на механічні характеристики високоміцного чавуну мають технологія плавки, модифікування та безумовно структура чавуну.

Практичне значення отриманих результатів

Проведене дослідження, що стосується впливу хімічного складу, модифікування та структури високоміцного чавуну на механічні характеристики звісно показує, що необхідно, перше, регулювати та коригувати його хімічний склад. Безперечно суттєвий вплив на механічні характеристики високоміцного чавуну має форма графітових включень та звісно його розмір.

Апробація результатів роботи

Результати роботи доповідались та опубліковані в 2025 році у збірнику наукових праць на 1-й Міжнародній науково-практичній конференції «Current Challenges in Scientific Research», 6-8 жовтня 2025 Вроцлав, Польща. Отримано сертифікат (див. Додаток 1).

РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВИСОКОМІЦНОГО ЧАВУНУ

1.1. Вплив хімічного складу високоміцного чавуну на його механічні властивості

Хімічний склад високоміцного чавуну є суттєвим фактором, що впливає на механічні властивості виливків. При цьому механізм впливу елементів визначається, в основному, зміною умов первинної й вторинної кристалізації.

Отже звісно вплив елементів на механічні властивості будуть визначатись змінами в умовах як первинної, так і вторинної кристалізації чавуну (тобто кількістю, формою і розподілом графіту, також величиною первинного зерна та характером металевої основи), які звісно обумовлюються хімічним складом високоміцного чавуну [1-4].

Розглянемо вплив кожного з хімічних елементів на механічні характеристики високоміцного чавуну.

Вуглець з поміж інших елементів є важливим, він визначає структуру високоміцного чавуну. Відсоток вуглецю, а також спосіб його зв'язування, як у вигляді графіту або карбідів, суттєво впливають на міцність, пластичність і інші властивості чавуну. Авжеж кількість і форма знаходження вуглецю, тобто графіт у вигляді кульок – це ключовий фактор, який буде визначати властивості високоміцного чавуну [1-4].

Кремній звісно впливає на утворення графіту, а також покращує ливарні властивості та впливає на міцність.

З підвищенням вмісту вуглецю й кремнію буде збільшуватися ступінь графітизації і підвищуватись, певна річ, кількість графіту та укрупнення його включень, при цьому змінюється структура основної металевої матриці і форма графіту в чавуні, а це, в свою чергу, впливає на зниження механічних властивостей чавуну. Істотний вплив на механічні властивості виконує вміст вуглецю (рис. 1.1). Тому, чим більше вуглецевий еквівалент ($C_e = C + 0,3Si$),

тим ближче буде перебувати чавун по своєму хімічному складу до евтектичного. При цьому буде крупнішим виділення графіту і більша ступінь графітизації, а тому нижча міцність властивостей чавуну, а пластичність чавуну буде підвищуватися [1-4].

Марганець буде впливати на збільшення міцності та твердості, але більша кількість марганцю впливає негативно на ливарні властивості – це призводить до утворення крихких фаз.

Сірка безумовно, як ми знаємо, є шкідливою домішкою, вона погіршує ливарні механічні властивості.

Вплив марганцю і сірки на механічні властивості високоміцного чавуну будуть визначатися в основному змінами структури металевої основи (це ступінь графітизації, дисперсність перліту), а також форми графіту та утворенням включень сульфідів. Наприклад, при середніх або низьких вмістах вуглецю підвищення марганцю з 0,8 % до 1,2 % неодмінно збільшує міцність високоміцного чавуну. При вмісті марганцю від 0,3 % до 0,6 % ударна в'язкість має максимальне значення, це пов'язане з найбільш повною графітизацією [1-4].

Сірка у вигляді сульфідів FeS , негативно впливає на властивості високоміцного чавуну, при цьому знижуються як міцність, так і пластичність. Це можна пояснити ослабленням сили металевого зв'язку між границями зерен евтектики $Fe - FeS$. В феритному високоміцному чавуні вплив сірки на механічні властивості може бути і позитивним на збільшення кількості зв'язаного вуглецю [1-4].

Фосфор відповідно покращує рідкоплинність, це позитивно для тонкостінних виливків, але в свою чергу знижує міцність та збільшує крихкість.

Збільшення міцності високоміцного чавуну виявлено при 0,2 % P, ударна в'язкість при збільшенні фосфору буде зменшуватися, а твердість звісно збільшуватися. Вплив фосфору на однорідність механічних властивостей негативний, як і на структуру високоміцного чавуну. Тому, при збільшенні

вмісту фосфору механічні властивості в товстих і тонких перетинах виливків будуть збільшуватися [1-4].

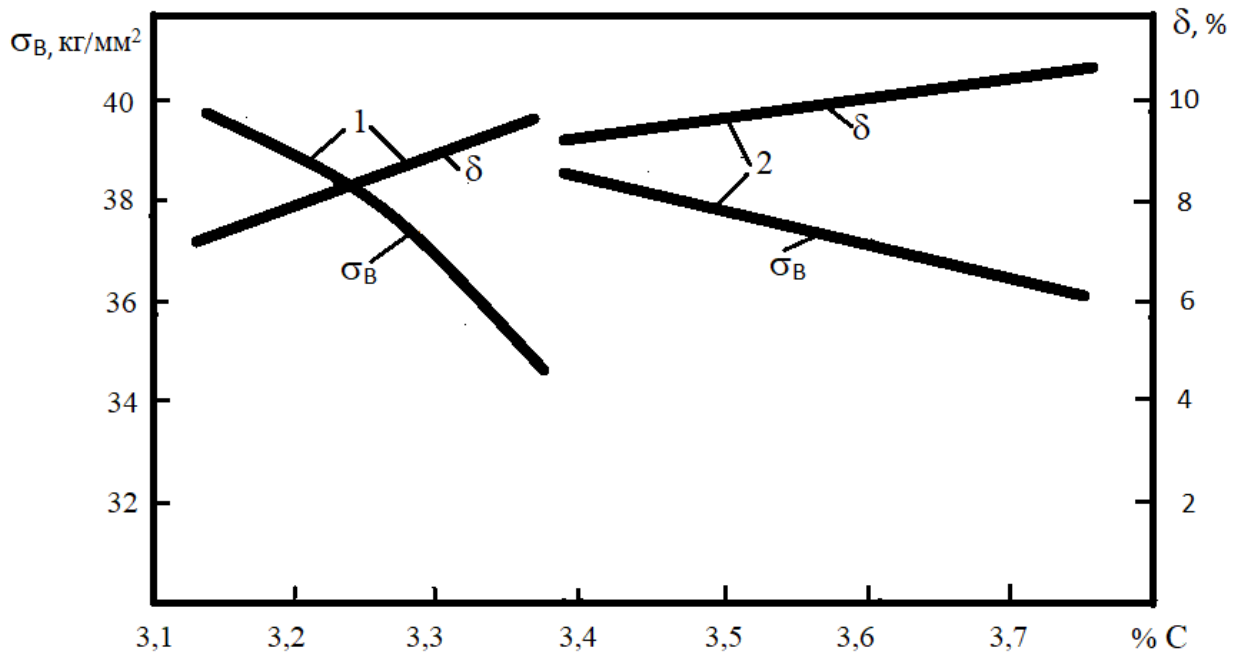


Рис. 1.1. Вплив вуглецю на механічні властивості високоміцного чавуну

1) Si=2,0-2,2 %; Mn/S=3,5% ; 2) Si=1,9 %; Mn/S=3,2% ;

При дослідженні високоміцного чавуну видно, що збільшення вмісту вуглецю буде суттєво впливати на зменшення його міцності та пластичності. Це буде обумовлено при збільшенні графітної фази та при укрупненні її розмірів.

Кремній, утворюючи твердий розчин з феритом, буде підвищувати твердість, але знижує в'язкість і пластичність, а як легований елемент, зменшує в'язкість та пластичність і підвищує міцність [1-4].

Наприклад, при вмісті кремнію більше 2,2 % він впливає як графітизуючий елемент, при збільшенні його знижується зв'язно міцність (рис. 1.2). При підвищеному вмісті C, але низькому вмісту Si зв'язно частина зв'язаного C буде залишатися в механічній матриці у вигляді перліту. При підвищеному вмісту Si, вуглець знаходиться у вигляді включень графіту, а матриця зв'язно має феритну структуру.

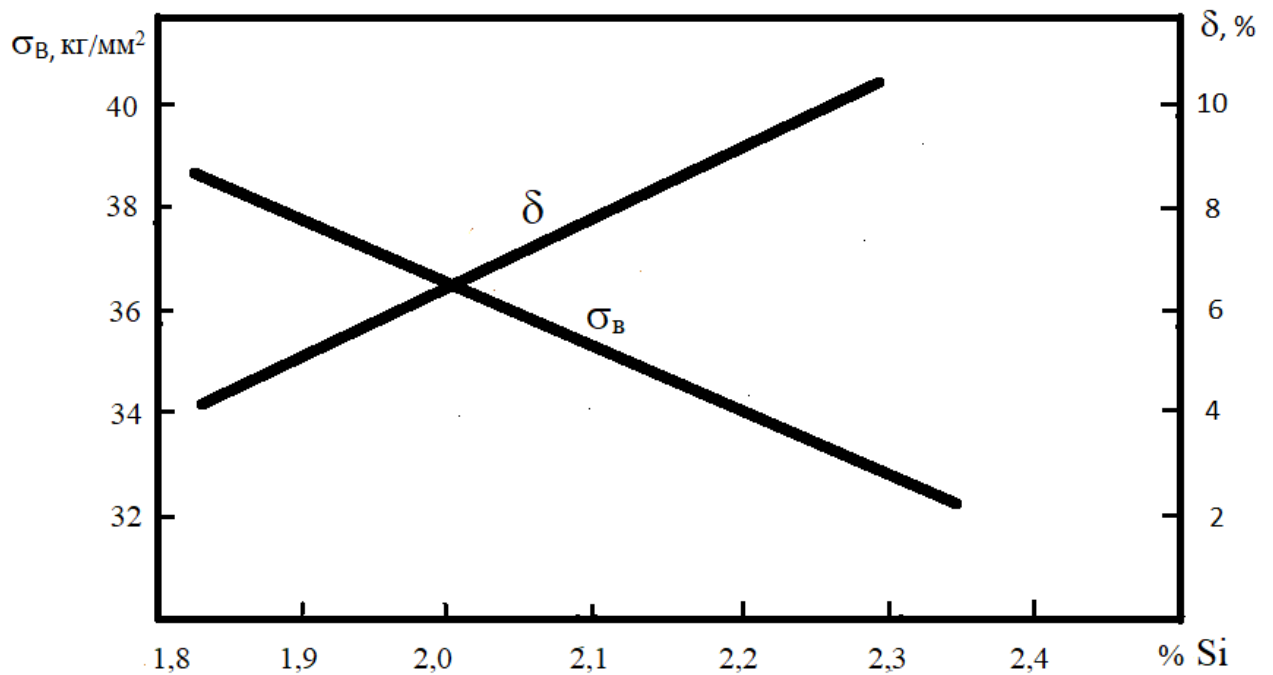


Рис. 1.2. Вплив кремнію на механічні властивості ковкого чавуну при $C = 3,2 - 3,6$; $Mn/S = 3,5$

Істотний вплив на механічні властивості високоміцного чавуну має S і Mn. Вплив Mn у високоміцному чавуні проявляється в підвищенні міцності та зниженні пластичності. Mn в процесі структуроутворення високоміцного чавуну є основним перлітизуючим елементом [1-4].

Вплив S на механічні характеристики високоміцного чавуну такий: що S, а також, FeS не суттєво впливає на міцність та пластичність високоміцного чавуну при одній і тій же структурі металевої матриці, це можна пояснити ослабленням границь зерен евтектики Fe-FeS. Але S може сприяти перлітизації та покращенню форми графіту, а також може підвищити міцність, але при пластичності (рис. 1.3).

Звісно вплив сірки на механічні властивості високоміцного чавуну буде менш негативний, коли вона зв'язана з Mn. При необхідному співвідношенні Mn/S можливо досягати оптимального співвідношення між міцністю та пластичністю чавуну. При збільшенні вмісту кремнію у високоміцному чавуні інтенсивність впливу S на міцність звісно буде знижуватися.

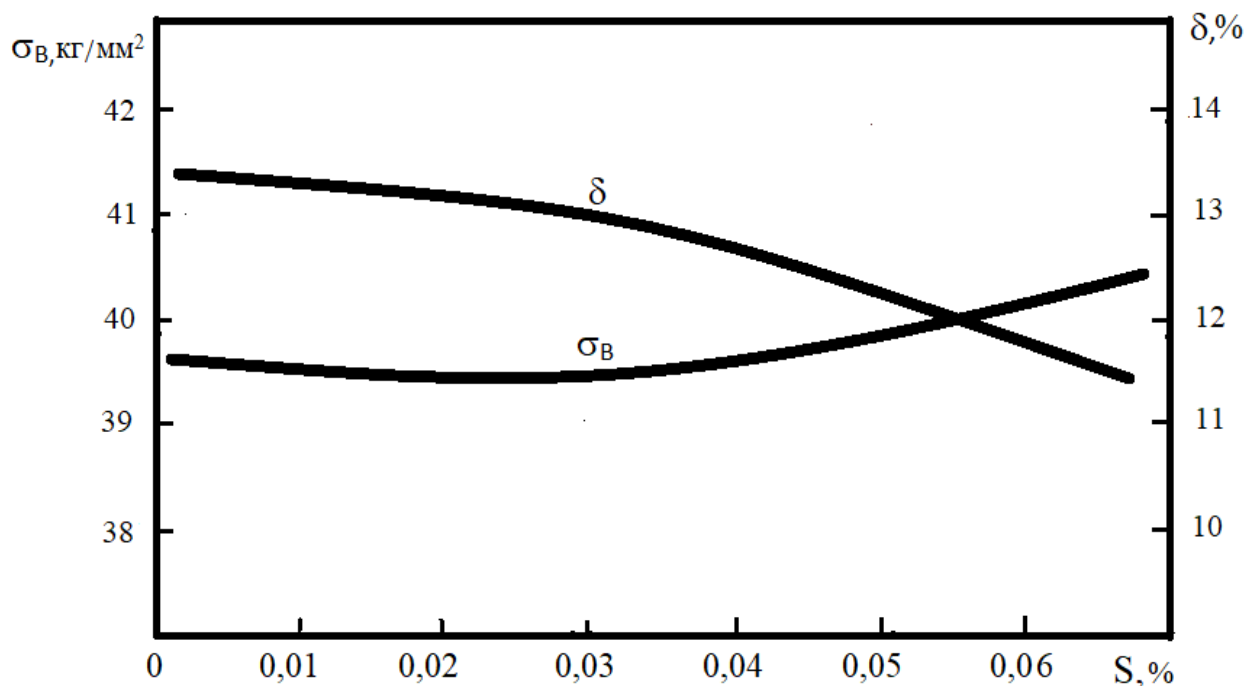


Рис. 1.3. Вплив сірки на механічні властивості високоміцного чавуну

C = 3,2 %; Si = 2,2% ; Mn = 0,5 %

Вплив фосфору на механічні властивості високоміцного чавуну проявляється звісно завдяки подрібненню евтектичного зерна та утворення включень фосфідної евтектики, так підвищується міцність та твердість, а отже пластичність та в'язкість знижуються. Суттєвий вплив P на міцність високоміцного чавуну діє при вмісті P до 0,1-0,2 %, а при подальшому збільшенні вмісту фосфору міцність знижується [1-4].

1.2. Вплив технології плавки, модифікування на механічні властивості високоміцного чавуну

Основи отримання високоміцних чавунів наступні: перше – вибір хімічного складу; друге – вибір шихтових матеріалів для плавлення чавуну; третє – вибір матеріалів для позапічної обробки чавуну; четверте – проведення модифікування вихідного рідкого чавуну; п'яте – використання структурних схем отримання високоміцних чавунів за ДСТУ 2551-94; шосте – підготовка присадок; сьоме – проведення сфероїдируючого оброблення та інокулювання; восьме – виконання технології виготовлення чавунів з кулястим графітом.

Отриманню високоміцного чавуну з кулястим графітом буде сприяти правильно встановлений технологічний процес його виготовлення, це –

модифікування високоміцного чавуну, що стосується раціонального вибору присадок тобто модифікаторів (магній, рідкісноземельні метали, комплексні модифікатори, лігатури) при врахуванні температурних факторів, хімічного складу та відповідно маси чавуну, який модифікується. Виконання попередніх операцій – це десульфурація і розкислення та проведення завершальної операції – графітізуючого модифікування, тому що високоміцний чавун має підвищену схильність до утворення відбілу [5,11,12,17,18].

Підвищення механічних властивостей високоміцного чавуну можливо через зміну форми графітних включень, що супроводжується погіршенням звісно ливарних властивостей, це стосується усадки. Поліпшувати ливарні властивості та знижувати дефектність виливків, наприклад, усадкового походження можуть чавуни з вермикулярною формою графіту. Чавун з вермикулярною формою графіту утворюється при модифікуванні магнієм, залишковою концентрацією від 0,015 до 0,02%. Для отримання чавуну з вермикулярним графітом необхідно використовувати завищену при кристалізації вермикулярного графіту добавку сфероїдизатора та разом з невеликою присадкою демодифікуючих елементів (титану і алюмінію).

Способи отримання чавунів з вермикулярним графітом та звісно порівняльний аналіз властивостей чавунів як з пластинчастим, вермикулярним, а також кулястим графітом проводять за даними джерел [5,10, 14].

Технологія плавки високоміцного чавуну та модифікування істотно впливають на механічні властивості чавуну. Використання умов плавки, таких як температура, швидкість охолодження, використання модифікаторів буде контролювати структуру і склад та впливає на важливі властивості чавуну.

Вплив технології плавки. Зміна температури плавлення, а також швидкості охолодження впливає на структуру графіту, при цьому він може перетворюватися з пластинчастого на кулястий або вермикулярний, що покращує його механічні властивості як сплаву [8-10].

Застосування модифікаторів дуже важливо, тому що введення модифікаторів, таких як магній, кремній, церій, впливає на кристалізацію та структуру високоміцного чавуну, при цьому утворюється кулястий графіт.

Вплив легуючих елементів наступний: для покращення міцності, зносостійкості та інших властивостей високоміцного чавуну додаються легуючі елементи, це стосується нікелю, молібдену та хрому.

Вплив модифікування наступний: відбувається перетворення графіту; Модифікування буде впливати на форму графіту, при цьому сприяє його переходу до кулястої форми, звідси покращуються механічні властивості – міцність і пластичність [8-10].

Зміна структури матриці наступна: модифікування впливає на структуру матриці високоміцного чавуну, сприяє утворенню перлітної, феритної або перліто-феритної структури, це має значний вплив на властивості.

Модифікатори, в свою чергу, подрібнюють зерно, це призводить до покращення механічних властивостей високоміцного чавуну.

Вплив на механічні властивості наступний. Що стосується міцності: правильний вибір технології плавки високоміцного чавуну і модифікування значно підвищує міцність чавуну в порівнянні з чавуном з пластинчастим графітом [8-10].

Що стосується пластичності: модифікування високоміцного чавуну звідси сприяє збільшенню пластичності, це робить більш стійким до ударних навантажень, а також деформацій.

Що стосується ударної в'язкості: зміна структури графіту та матриці високоміцного чавуну покращує ударну в'язкість, це важливо для деталей, які будуть працювати в умовах динамічних навантажень.

Що стосується твердості: звідси модифікування і термічна обробка впливають на твердість чавуну, при досягненні необхідних значень для конкретних застосувань.

Взагалі, правильно підібрана технологія плавки, а також модифікування дозволяє одержати високоміцний чавун відповідно з унікальними властивостями, це робить його придатним для дуже широкого використання, це стосується автомобільної промисловості, машинобудування, а також і інших галузей виробництва [8-10].

1.3. Вплив структури високоміцного чавуну на механічні властивості

На механічні властивості високоміцного чавуну безпосередньо впливає структура. Звісно форма, розмір і розподіл графіту та структура матриці – це аустеніт, ферит, перліт будуть визначати відповідно міцність, пластичність, ударну в'язкість та інші властивості.

Високоміцний чавун з кулястою формою графіту безумовно забезпечує значно кращі механічні властивості, тому, що кулясті включення графіту менше будуть впливати на концентрацію напружень.

Чавун з вермикулярним графітом, як різновид високоміцного чавуну, займає проміжне місце між пластинчастим та кулястим графітом, та пропонуючи компроміс між механічними властивостями та технологічністю.

Вплив структури матриці наступний. Феритна матриця високоміцного чавуну буде забезпечувати високу пластичність, ударну в'язкість, але все-таки малу міцність. Перлітна матриця звісно буде забезпечувати більшу міцність та твердість, але меншу пластичність. А от аустенітна матриця буде забезпечувати звісно високу міцність, пластичність та жаростійкість.

Легування та термічна обробка необхідна для покращення механічних властивостей високоміцного чавуну. Наприклад, такі легуючі елементи, як мідь, нікель та термічна обробка, як нормалізація, звісно змінюють структуру матриці.

За структурою металевої матриці розрізняють такі види високоміцного чавуну: феритний, феритно-перлітний та перлітний. Найбільшу міцність має перлітний чавун, найбільшу пластичність – феритний.

На практиці структурні складові високоміцного чавуну володіють різними механічними властивостями, а зі зміною кількості самих структурних складових змінюються також співвідношення між механічними властивостями високоміцного чавуну, що відображено в табл. 1.1 [1-7].

Таблиця 1.1

Механічні властивості структурних складових високоміцного чавуну

Структурна складова	Механічні властивості	
	σ_B , кг/мм ²	δ , %
Перліт	60,0	17,0
Ферит	50,0	23,0

Проаналізувавши табл. 1.1 маємо, що підбором співвідношення між кількістю перліту та фериту можна одержати високоміцний чавун з необхідними даними міцності та пластичності (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

Механічні властивості високоміцних чавунів згідно ДСТУ3925-99

Марка чавуну	σ_B , МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа не менше	δ , %	Твердість, НВ
ВЧ35	350	220	22	140—170
ВЧ40	400	250	15	140—202
ВЧ45	450	310	10	140—225
ВЧ50	500	320	7	153—345
ВЧ60	600	370	3	192—277
ВЧ70	700	420	2	228—302
ВЧ80	800	480	2	248—351

Високоміцні чавуни наступних марок ВЧ35 і ВЧ40 мають феритну основу, а ВЧ45 і ВЧ50 – перлітно-феритну, ВЧ60, ВЧ70 і ВЧ80 звісно перлітну, це пояснює різницю в міцності та пластичності чавуну.

Високоміцні чавуни разом з кулястим графітом можуть містити ще деяку кількість вермикулярного графіту. Графітні включення звісно в ньому будуть мати округлі краї і менше звісно співвідношення довжини і товщини. Отже вермикулярний графіт має перехідну форму від пластинчастого до кулястого графіту.

Наприклад, співвідношення кількості кулястого та вермикулярного графіту в чавуні при однаковій кількості елементів таких, як кремній і вуглець залежить, в першу чергу, від обробки розплаву лігатурами, яка містять магній і рідкісноземельні метали. Механічні властивості високоміцних чавунів з вермикулярним графітом наведені в табл. 1.3.

Таблиця 1.3

Механічні властивості чавунів з вермикулярним графітом

Марка чавуну	ЧВГ 30	ЧВГ 35	ЧВГ 40	ЧВГ 45
σ_B , МПа	300	350	400	450
δ , %	3,0	2,0	1,5	0,9

Шляхом використання термічної обробки можна змінити марку чавуну з вермикулярним графітом змінюючи структуру металевої основи. Наприклад, при однаковій структурі металевої матриці механічні властивості чавуну з вермикулярним графітом будуть перебувати між значеннями властивостей як сірого чавуну з пластинчастим графітом, так і високоміцного чавуну з кулястим графітом. Тому, чавуни марок ЧВГ міцніші, а при однаковій міцності ще більш пластичні, аніж чавуни марок СЧ. Вони звісно перевищують чавуни марок ВЧ з обробкою різанням та здатності до демпфірування, і їх можна використовувати на заміну марок сірого чавуну, що стосується виготовлення деталей верстатів, ковальсько-пресового обладнання та звісно корпусних деталей.

На механічні властивості високоміцного чавуну також буде впливати зернистість самої механічної матриці, що видно при аналізі табл. 1.4.

Таблиця 1.4

Вплив величини зерна на механічні властивості чистого заліза

Середній діаметр зерна фериту, мм	σ_B , кг/мм ²	δ , %	Середній діаметр зерна, мм	σ_B , кг/мм ²	δ , %
10,7	17,8	17,8	0,3	27,8	18,8
8,0	35,6	20,6	0,18	28,0	23,7
3,5	40,5	28,5	0,14	30,4	30,0

1.4. Залежності між різними показниками механічних властивостей високоміцного чавуну

Наразі в багатьох літературних джерелах ми можемо зустріти приведені звісно залежності між різними показниками механічних властивостей високоміцних чавунів. В табл. 1.5 наведено ці залежності [8-14].

Таблиця 1.5

Залежності між різними показниками механічних властивостей високоміцних чавунів

Вид чавуну	Залежність
Феритний високоміцний чавун	$\sigma_B=35+0,17HB$ $\delta \%=22+0,14HB$
Чавун з кулястим графітом	$\sigma_B=45,5-0,25HB$ $\delta \%=10-0,045HB$
Чавун з вермикулярним графітом	$\sigma_B=40,5-0,15HB$ $\delta \%=3,25-0,025HB$

Проаналізувавши табл. 1.5 видно, що наведені залежності такого подібного виду специфічні для конкретних відповідних умов виробництва високоміцного чавуну при застосуванні його у визначених областях зміни показників механічних властивостей.

РОЗДІЛ 2. ОБ'ЄКТ І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1. Об'єкт і предмет дослідження

Об'єктом проведення дослідження є високоміцний чавун з відповідним хіміскладом згідно ДСТУ 3925-99 $C = 3,3-3,8 \%$, кремнію – $Si = 1,9-2,6 \%$, марганцю – $Mn = 0,2-0,6 \%$, фосфору – P до $0,1 \%$, сірки – S до $0,02 \%$, до $0,05\%$ Cr , згідно ДСТУ 3925-99 [15], який має значне використання в різних галузях промисловості.

Предметом дослідження є вивчення впливу хімічного складу та структури на механічні властивості високоміцного чавуну.

Одержання виливків з високоміцного чавуну здійснюється шляхом модифікації чавуну магнієм або також іншими елементами, які формують кулясту форму графіту. Високоміцний чавун має підвищену міцність та пластичність.

Основний процес виготовлення високоміцного чавуну включає: плавку чавуну, його модифікування та заливання у форму, де чавун охолоджується і затвердіває.

Плавка чавуну. Для плавки використовують різні плавильні печі, можна електричні, в яких плавлять шихтові матеріали з отриманням рідкого чавуну.

Модифікування. В рідкий метал вводять модифікатори, наприклад, як магній, кальцій, церій або ще їх лігатури.

Заливка у форму. Рідкий модифікований чавун звісно заливають у форму, вона має контури отриманого виливка.

Охолодження та затвердіння. Високоміцний чавун охолоджується у формі та затвердіває у формі.

Оброблення після лиття. За необхідної потреби виливки також можна піддавати, наприклад, термообробці – при цьому покращуються властивості чавуну.

Важливим етапом виробництва високоміцного чавуну є процес модифікування, який звісно впливає як на структуру графіту, так і на визначення механічних властивостей виливка.

2.2. Методика і матеріал дослідження

Для дослідження механічних властивостей високоміцного чавуну відливаються стандартні зразки у відповідності з ДСТУ 2551-94, ДСТУ 3925-99 та ДСТУ EN 1563. Подальше випробування міцності отриманих зразків звісно на розтяг та визначення твердості по Брінеллю виконується у відповідності з ДСТУ 3925-99 [15]. Наприклад, випробування зразків на міцність і твердість високоміцного чавуну виконується у випробувальній лабораторії, а результати фіксуються в протоколах [15].

2.3. Методика регресійно-кореляційного аналізу одержання залежності впливу складу високоміцного чавуну на міцність та твердість

Дослідження властивостей високоміцного чавуну в залежності від хімічного складу та структури і інших параметрів є актуальним для оцінки якості деталей, які виготовляються з чавунних виливків при розробці наукових методів, вдосконалюючи більш ефективні технологічні процеси.

Застосувавши методи теорії кореляції і регресійного аналізу, виконували дослідження впливу хімічного складу і структури на механічні властивості виливків із високоміцного чавуну [16- 20].

Будемо шукати апроксимуючу функцію у вигляді полінома

$$y = b_3x^n + \dots + b_2x^2 + b_1x + b_0. \quad (2.1)$$

Визначаємо залежності механічних властивостей високоміцного чавуну від складу за наступними функціями [15, 16, 20]:

$$\text{– лінійної} \quad y = b_1x + b_0; \quad (2.2)$$

$$- \text{ поліноміальної другого ступеня } y = b_2x^2 + b_1x + b_0; \quad (2.3)$$

Застосувавши методику кореляційно-регресійного аналізу звісно будемо математичні регресійні моделі.

За допомогою кореляційного методу відбувається встановлення кореляційного зв'язку між параметрами, а використання регресійного аналізу дає можливість встановити зв'язок між незалежними змінними X_i (факторами), при цьому їх значення будуть змінюватися звісно залежної змінної Y_i (функції відгуку) [16-21].

Згідно методики регресійного аналізу а також методів побудови математичних моделей при вивченні впливу хімічного складу, структури сплаву на механічні властивості високоміцного чавуну, шукаємо параметри математичних моделей, потім виконуємо перевірку їх на адекватність [16-21].

Для побудови регресійної моделі необхідно визначити функцію $y(b, x)$, функціонал нев'язки при цьому буде мінімальним

$$f(b) = \sum_{i=1}^n (y(b, x) - y_i)^2 \rightarrow \min . \quad (2.4)$$

де $y(b, x)$ – функція апроксимуючої залежності в i -й точці; y_i – емпірична залежність; b – параметр; x – незалежні змінні; $y(b, x)$ – регресійна модель

Отже, рівняння регресії має такий наступний вид:

$$y = b_1x + b_0 . \quad (2.5)$$

В рівнянні (2.5) є невідомі коефіцієнти b_0, b_1 .

Приведемо наступне рівняння регресії

$$f = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1x)^2 \rightarrow \min . \quad (2.6)$$

Теорія регресії вказує, що мінімум функції буде звісно досягатись при одночасній рівності нулю та звісно часних похідних з невідомими коефіцієнтами [16-21].

$$\frac{\partial f}{\partial b_0} = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial b_1} = 0. \quad (2.7)$$

Часні похідні

$$\frac{\partial f}{\partial b_0} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i); \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_1} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i \cdot x_i). \quad (2.9)$$

Виконавши перетворення, маємо наступну систему виразів

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 = 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 = 0. \end{cases} \quad (2.10)$$

Провівши перетворення та розкривши дужки отримаємо

$$\begin{cases} nb_0 + \sum_{i=1}^n b_1 x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n b_0 x_i + \sum_{i=1}^n b_1 x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i. \end{cases} \quad (2.11)$$

Рівняння для розрахунку коефіцієнтів b_0 , b_1 , визначимо за наступними виразами,

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}; \quad (2.12)$$

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}. \quad (2.13)$$

Залежність між вхідними та вихідними параметрами наводимо у вигляді наступного рівняння регресії [16-21]:

$$y = b_2x^2 + b_1x + b_0. \quad (2.14)$$

Коефіцієнти регресійної моделі:

$$f = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1x + b_2x^2)^2 \rightarrow \min. \quad (2.15)$$

Похідні за коефіцієнтами регресії b_0 , b_1 , b_2 від функції f

$$\frac{\partial f}{\partial b_0} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1x + b_2x^2); \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_1} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1x + b_2x^2)x; \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_2} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1x + b_2x^2)x^2. \quad (2.18)$$

Прирівнявши вирази до нуля отримаємо

$$\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1x + b_2x^2) = 0; \quad (2.19)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i = \sum_{i=1}^n (b_0x + b_1x^2 + b_2x^3) = 0; \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i^2 = \sum_{i=1}^n (b_0x^2 + b_1x^3 + b_2x^4) = 0. \quad (2.21)$$

Провівши перетворення маємо наступну систему виразів

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_i + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i x_i^2. \end{cases} \quad (2.22)$$

Коефіцієнти регресії b_0 , b_1 , b_2 визначимо з системи виразів (2.22).

Для встановлення тісноти зв'язку між параметрами x і y застосовуємо звісно коефіцієнт кореляційного відношення Персона, який визначається за наступним виразом [16-21].

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (2.23)$$

де n – спостереження та їх кількість в вибірці; $i = 1, 2, \dots, 100$ – порядковий номер спостереження; x_i – вмісту елементу у високоміцному чавуні в i -ому спостереженні; \bar{x}, \bar{y} – звісно математичне очікування параметрів x, y ;

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad (2.24)$$

y_i – значення показника властивостей високоміцного чавуну;

$$r = b \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}, \quad (2.25)$$

b – коефіцієнт регресії параметра x в виразу регресії визначаємо за МНК [16-21];

σ_x^2 – дисперсія параметра x :

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad (2.26)$$

σ_y^2 – дисперсія параметра y :

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}. \quad (2.27)$$

Кореляційне відношення звісно для нелінійних залежностей можна визначати за таким рівнянням

$$\eta = \frac{\sigma^2(y_{\text{per}})}{\sigma^2(y)}, \quad (2.28)$$

де $\sigma^2(y_{\text{пер}})$ – дисперсія параметра $y_{\text{пер}}$;

$\sigma^2(y)$ – дисперсія параметра y ;

$$\sigma^2(y_{\text{пер}}) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{\text{пер}})^2 \right] - \bar{y}^2; \quad (2.29)$$

$$\sigma^2(y) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] - \bar{y}^2. \quad (2.30)$$

Застосувавши математичні методи, визначимо статистичну значущість коефіцієнтів парної кореляції [16, 17].

Наведемо приклад для лінійної кореляційної залежності зв'язно між величинами x і y .

Перевіряємо кореляцію за розрахунковим коефіцієнтом кореляції [16-21]

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i - \bar{x} \bar{y})}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (2.31)$$

де n – кількість виборок; \bar{x}, \bar{y} – середні значення величин x, y ; σ_x, σ_y – середньоквадратичні відхилення [15-19]

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \quad (2.32)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}. \quad (2.33)$$

Коефіцієнт кореляції при $r = 1$ буде вказувати на наявність, певна річ, функціонального зв'язку між наступними величинами це x і y , якщо, зв'язно $r > 0,5$, також вказує на помітний лінійний зв'язок між величинами x і y .

Оцінка величин b_1, b_0 у виразі (2.5) виконується при використанні МНК. Вважаємо, що кращими значеннями параметрів b_1, b_0 , при цьому будуть такі, що сума квадратів відхилень цих емпіричних значень y_i від розрахованих значень y_p має зв'язно мінімальне значення [16-21].

Перевірка коефіцієнтів регресії на їх значущість

– середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}; \quad (2.34)$$

– похибка коефіцієнта b_o

$$\sigma_{b_o} = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}; \quad (2.35)$$

– похибка коефіцієнта b_l

$$\sigma_{b_l} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}. \quad (2.36)$$

Значущість коефіцієнтів регресії звісно перевіряємо за t -критерієм Стьюдента [16-21]

$$t_p = \frac{b_i}{\sigma_{b_i}}. \quad (2.37)$$

Розрахункове t_p значення за t -критерієм Стьюдента порівнюємо з табличним $t_{\text{табл.}}$ значенням. Табличне значення t -критерію Стьюдента обчислюємо для таких чисел ступенів вільності $f = N - 1$ та звісно рівня значимості $\alpha = 0,05$.

Якщо, маємо $t_p \geq t_{\text{табл.}}$, то коефіцієнти b_i будуть безумовно статистично значимими, а навпаки $t_p \leq t_{\text{табл.}}$, то маємо, що коефіцієнти будуть відповідно статистично не значимі.

Перевірка на адекватність моделі (рівняння регресії) виконується звісно за критерієм Фішера [16-21]

$$F_p = \frac{(n-2) \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 \right) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n (y_i - b_1 x - b_o)^2}. \quad (2.38)$$

Рівняння регресії з виразів (2.2), (2.3) підставляємо у рівняння (2.38), а значення коефіцієнтів регресії беремо з таблиць обробки даних.

F_p – це величина розподілу Фішера при ступенях вільності $f_1 = n - 1$, $f_2 = n - k$. $F_{\text{табл}}$ знаходимо за таблицями розподілу Фішера при $\alpha = 0,05$ рівні значущості. Звісно, якщо $F_p \geq F_{\text{табл}}$ – це вже неадекватне рівняння регресії, а от при $F_p \leq F_{\text{табл}}$ рівняння регресії звісно адекватне.

РОЗДІЛ 3. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ ВПЛИВУ СКЛАДУ ТА СТРУКТУРИ КОВКОГО ЧАВУНУ НА ЙОГО МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ

3.1. Обчислення даних методом найменших квадратів для залежностей міцності та твердості високоміцного чавуну від його складу

Обчислення даних проводимо звісно на основі МНК [15-21] для залежностей міцності від хімічного складу високоміцного чавуну $\sigma_B = f(C)$, $\sigma_B = f(Si)$, $\sigma_B = f(Mn)$, $\sigma_B = f(S)$, маємо в табл. 3.1–3.9.

Обчислення даних проводимо за МНК [16-21] для залежностей твердості від хімічного складу високоміцного чавуну $HB = f(C)$, $HB = f(Si)$, $HB = f(Mn)$, $HB = f(S)$, маємо в табл. 3.10–3.16.

Обчислення даних за МНК [15-21] для залежності міцності від твердості високоміцного чавуну $\sigma_B = f(HB)$ маємо в табл. 3.17–3.18.

Таблиця 3.1

Обчислення даних для залежності $\sigma_B = f(C)$ для лінійної функції $y = b_1x + b_0$ з використанням МНК

№ з/п		[C], % за масою x	[σ_B], кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy
1		2	3	4	5	6
1	1	3,20	40,3; 403	10,24	1624	128,96
	2	3,24	40,0; 400	10,50	1600	129,6
	3	3,28	39,7; 397	10,75	1576	130,2
2	1	3,30	39,3 ; 393	10,89	1544	129,69
	2	3,34	38,8; 388	11,15	1505	129,59
	3	3,36	38,6; 386	11,28	1490	129,69
3	1	3,38	38,3; 383	11,42	1467	129,45
	2	3,40	37,8; 378	11,56	1429	128,52
	3	3,43	37,5; 375	11,76	1406	128,62

1		2	3	4	5	6
4	1	3,45	37,3; 373	11,90	1391	128,68
	2	3,47	36,9; 369	12,04	1361	128,04
	3	3,49	36,7; 367	12,18	1347	128,08
5	1	3,51	36,4; 364	12,32	1325	127,76
	2	3,54	36,1; 361	12,53	1299	127,79
	3	3,56	35,9; 359	12,67	1288	127,80
6	1	3,59	35,7; 357	12,88	1274	128,16
	2	3,61	35,4; 354	13,03	1253	127,79
	3	3,63	35,1; 351	13,17	1232	127,41
7	1	3,65	34,9; 349	13,32	1218	127,38
	2	3,67	34,7; 347	13,67	1204	127,35
	3	3,69	34,4; 344	13,61	1183	126,93
Σ		72,79	779,8	252,87	29016	2824,87
$\bar{\mu}_x$		3,46	37,13	12,04	1381,71	134,51

В систему рівнянь (2.11) підставляємо значення даних з табл. 3.1. Виконаємо розв'язок системи рівнянь (2.11) з визначенням коефіцієнтів $b_0=40,7$; $b_1=-1,53$. Тоді звісно за t -критерієм Стьюдента вираз (2.37) необхідно визначити значущість коефіцієнтів, якщо $t_{p_0} = 57,3 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p_1} = 8,51 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$ – при цьому коефіцієнти регресії звісно будуть значущі. Потім за t -критерієм Фішера – це вираз (2.38), визначимо адекватність рівняння регресії, якщо $F_{p.}=1,87 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$, рівняння регресії звісно адекватне.

Таблиця 3.2

Обчислення даних звісно за МНК для залежності $\sigma_B = f(C)$ для функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$

№ з/п	[C], % за масою x	$[\sigma_B]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	$x \cdot y$	$y \cdot x^2$	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	3,20	41,2; 412	10,24	32,77	104,86	1697	132	422
	2	3,24	40,9; 409	10,50	34,02	110,22	1673	132	429
	3	3,28	40,7; 407	10,75	35,26	115,74	1656	133	437

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	3,30	40,3 ; 403	10,89	35,94	118,60	1624	133	439
	2	3,34	39,8; 398	11,15	37,24	124,44	1584	133	444
	3	3,36	39,5; 395	11,28	37,90	127,34	1560	133	445
3	1	3,38	39,3; 393	11,42	38,61	130,51	1544	132,8	448
	2	3,40	38,8; 388	11,56	39,30	133,63	1505	131,9	448
	3	3,43	38,5; 385	11,76	40,35	138,41	1482	132	453
4	1	3,45	38,3; 383	11,90	41,06	141,66	1466	132,5	455
	2	3,47	37,9; 379	12,04	41,78	144,98	1436	131,5	456
	3	3,49	37,7; 377	12,81	42,50	148,35	1421	131,5	483
5	1	3,51	36,7; 367	12,32	43,24	151,78	1347	128,8	452
	2	3,54	36,3; 363	12,53	44,36	157,04	1317	128,5	455
	3	3,56	35,9; 359	12,67	45,11	160,62	1288	127,8	455
6	1	3,59	35,5; 355	12,88	46,26	166,10	1260	127,4	457
	2	3,61	35,2; 352	13,03	47,04	169,83	1239	127	458
	3	3,63	34,9; 349	13,17	47,83	173,63	1218	126,6	459
7	1	3,65	34,7; 347	13,32	48,62	177,48	1204	126,6	462
	2	3,67	34,5; 345	13,46	49,43	181,41	1190	126,6	464
	3	3,69	34,2; 342	13,61	50,24	185,39	1169	126,2	465
Σ		72,79	790,8	253,3	878,8	3062	29880	2861	9486
$\bar{\mu}_x$		3,46	37,65	12,06	26,46	145,8	1423	136,2	451,7

Підставимо дані з табл. 3.2 в систему рівнянь (2.22) для розв'язку та знаходження коефіцієнтів $b_0=64,78$; $b_1=8,0$; $b_2=0,14$. Визначимо t -критерій Стьюдента за рівнянням (2.37), при цьому, якщо $t_{p_0}=68,83 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p_1} = 15,57 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p_2} = 3,92 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$ – це вказує на значущість коефіцієнтів регресії. Розрахуємо t -критерій Фішера за (2.38), маємо $F_{p.}=1,15 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$, рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.3

Обчислення даних МНК для залежності $\sigma_B = f(Si)$ для функції $y = b_1x + b_0$

№ з/п		[Si], % за масою x	$[\sigma_B]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	$x \cdot y$
1	1	1,90	40,5; 405	3,61	1640	76,95
	2	1,97	40,2; 402	3,88	1616	79,19
	3	2,10	40,0; 400	4,41	1600	84,0
2	1	2,15	39,8 ; 398	4,62	1560	85,57
	2	2,18	39,6; 396	4,75	1568	86,33
	3	2,20	39,4; 394	4,84	1552	86,68
3	1	2,23	38,6; 386	4,97	1489	86,07
	2	2,26	38,4; 384	5,10	1474	86,78
	3	2,28	38,1; 381	5,19	1451	86,86
4	1	2,31	37,7; 373	5,33	1421	87,07
	2	2,35	37,5; 375	5,52	1406	88,12
	3	2,37	37,2; 372	5,61	1383	88,16
5	1	2,41	36,8; 368	5,80	1354	88,68
	2	2,45	36,6; 366	6,0	1339	89,67
	3	2,48	36,3; 363	6,15	1317	90,0
6	1	2,51	35,9; 359	6,30	1288	90,1
	2	2,53	35,6; 356	6,40	1267	90,1
	3	2,55	35,3; 353	6,50	1246	90,0
7	1	2,57	34,8; 348	6,60	1211	87,38
	2	2,59	34,5; 345	6,70	1190	89,35
	3	2,61	34,1; 3 41	6,81	1162	89,0
Σ		49,0	747,2	115,09	29534	1826
$\bar{\mu}_x$		2,33	35,58	5,48	1406	86,95

Використавши систему рівнянь (2.11) та підставивши дані з табл. 3.3 отримуємо коефіцієнти $b_0=42,1$; $b_1=-1,25$. За виразом (2.37) знаходимо критерій Стьюдента, маємо $t_{p0} = 10,93 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p1} = 3,9 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$, коефіцієнти регресії звісно будуть значущі. Адекватність рівняння регресії визначасмо критерієм Фішера за виразом (2.38), якщо при $F_p=1,23 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$, тоді рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.4

Обчислення даних МНК для залежності $\sigma_B = f(Si)$ у вигляді функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$

№ з/п	[Si], % за масою		[σ_B], кг/мм ² ; МПа	x^2	x^3	x^4	y^2	$x \cdot y$	yx^2
	x	y							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	1,90	40,9; 409	3,61	6,85	13,0	1672	77,71	147
	2	1,97	40,7; 407	3,88	7,64	15,06	1656	80,17	158
	3	2,10	40,4; 404	4,41	9,62	19,45	1632	84,84	178
2	1	2,15	39,9 ; 399	4,62	9,93	21,36	1592	85,78	184
	2	2,18	39,7; 397	4,75	10,36	22,58	1576	86,54	188
	3	2,20	39,5; 395	4,84	10,68	23,42	1560	86,9	191
3	1	2,23	39,2; 392	4,97	11,08	24,73	1536	87,41	195
	2	2,26	38,7; 387	5,10	11,54	26,08	1497	87,46	197
	3	2,28	38,4; 384	5,19	11,85	27,02	1474	87,55	199
4	1	2,31	37,9; 379	5,33	12,32	28,47	1436	87,54	202
	2	2,35	37,6; 376	5,52	12,97	30,49	1413	88,36	207
	3	2,37	37,3; 373	5,61	13,31	31,55	1389	88,40	209
5	1	2,41	36,9; 369	5,80	13,99	33,73	1361	88,93	214
	2	2,45	36,7; 367	6,0	14,70	36,03	1347	89,91	220
	3	2,48	36,4; 364	6,15	15,25	37,83	1325	90,27	224
6	1	2,51	36,1; 361	6,30	15,81	39,69	1303	90,61	227
	2	2,53	35,8; 358	6,40	16,19	40,97	1281	90,57	229
	3	2,55	35,4; 354	6,50	16,58	42,28	1253	90,27	230

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	1	2,57	34,9; 349	6,60	16,97	43,62	1218	89,69	230
	2	2,59	34,6; 346	6,70	17,37	44,99	1197	87,25	232
	3	2,61	34,2; 342	6,81	17,84	46,58	1169	89,26	233
Σ		49,0	791,2	115,09	273,8	648,9	29887	1745	4527
$\bar{\mu}_x$		2,33	37,67	5,48	13,04	30,90	1423	83,1	215,5

Використавши дані табл. 3.4 та підставивши в систему рівнянь (2.22), розв'яжемо та звісно знайдемо коефіцієнти $b_0 = 46,1$; $b_1 = 4,54$; $b_2 = 0,74$. При використанні критерію Стьюдента розрахуємо значущість коефіцієнтів за рівнянням (2.37), при цьому якщо $t_{p0} = 18,17 \geq t_{\text{табл.}} = 2,08$; $t_{p1} = 3,35 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 3,23 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$, видно, що коефіцієнти регресії будуть значущими. Критерій Фішера дає змогу визначити адекватність рівняння регресії (вираз (2.38)), $F_p = 0,97 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ є адекватне рівняння регресії.

Таблиця 3.5

Обчислення даних за МНК для залежності $\sigma_B = f(Mn)$ функції $y = b_1x + b_0$

№ з/П	[Mn], % за масою		[σ_B], кг/мм ² ; МПа	x^2	y^2	$x \cdot y$
	x	y	y			
1	2	3	4	5	6	
1	1	0,20	33,4; 334	0,04	1115	6,68
	2	0,23	34,6; 346	0,053	1197	7,95
	3	0,25	34,8; 348	0,062	1211	9,74
2	1	0,26	35,3; 353	0,067	1246	9,178
	2	0,29	35,5; 355	0,084	1260	10,29
	3	0,33	35,7; 357	0,108	1274	11,78
3	1	0,36	36,9; 369	0,129	1361	13,28
	2	0,38	36,4; 364	0,144	1324	13,83
	3	0,42	36,8; 368	0,176	1354	15,45
4	1	0,45	37,3; 373	0,202	1391	16,78
	2	0,46	37,7; 377	0,220	1421	17,72
	3	0,47	37,0; 370	0,313	1369	20,72

1		2	3	4	5	6
5	1	0,49	38,3; 383	0,240	1466	18,76
	2	0,52	38,7; 387	0,270	1497	20,12
	3	0,54	38,0; 380	0,291	1444	20,52
6	1	0,56	39,2; 392	0,313	1536	21,95
	2	0,58	39,8; 398	0,336	1548	23,08
	3	0,60	39,3; 393	0,36	1544	23,58
7	1	0,61	40,3; 403	0,372	1624	24,58
	2	0,63	40,7; 407	0,396	1656	25,64
	3	0,65	41,2; 412	0,422	1705	26,78
Σ		11,38	711	4,59	29543	358
$\bar{\mu}_x$		0,64	33,85	0,218	1406	17,06

У вираз (2.11) підставимо дані з табл. 3.5 для розв'язання системи рівнянь та отримання коефіцієнтів $b_0 = 33,93$; $b_1 = 2,35$. За критерієм Стюдента (2.37) визначимо коефіцієнти регресії, якщо $t_{p0} = 3,73 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 2,85 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$ – вони значущі. За рівнянням (2.38) також визначимо адекватність рівняння регресії, $F_p = 0,75 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ – рівняння регресії є адекватне.

Таблиця 3.6

Обчислення даних МНК для залежності $\sigma_B = f(Mn)$ у вигляді функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$

№ з/п		[Mn], % за масою x	[σ_B], кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0,20	34,3; 343	0,04	0,008	0,0016	1176	6,86	1,372
	2	0,23	34,6; 346	0,053	0,012	0,0027	1197	7,96	1,833
	3	0,25	34,9; 349	0,062	0,015	0,0039	1218	8,72	2,164
2	1	0,26	35,3; 353	0,067	0,017	0,0045	1253	9,17	2,365
	2	0,29	35,6; 356	0,084	0,024	0,0070	1267	10,32	2,990
	3	0,33	35,8; 358	0,108	0,036	0,0118	1281	11,81	3,866

1		2	3	4	5	6	7	8	9
3	1	0,36	36,4; 364	0,129	0,046	0,017	1324	13,1	4,69
	2	0,38	36,6; 366	0,144	0,055	0,021	1339	13,90	5,27
	3	0,42	36,8; 368	0,176	0,074	0,031	1354	15,45	6,47
4	1	0,45	37,3; 373	0,202	0,091	0,041	1391	16,78	7,53
	2	0,46	37,7; 377	0,211	0,097	0,045	1421	17,34	7,95
	3	0,47	37,1; 371	0,220	0,104	0,048	1376	17,44	8,16
5	1	0,49	38,3; 383	0,240	0,117	0,057	1455	18,76	9,19
	2	0,52	38,7; 387	0,270	0,140	0,073	1497	20,12	10,44
	3	0,54	38,9 ; 389	0,291	0,157	0,085	1513	21,00	11,31
6	1	0,56	39,4; 394	0,313	0,175	0,098	1552	22,06	12,33
	2	0,58	39,8; 398	0,336	0,195	0,113	1584	23,08	13,37
	3	0,60	39,3; 393	0,36	0,216	0,129	1544	23,58	14,14
7	1	0,61	40,5; 405	0,372	0,227	0,138	1640	24,70	15,06
	2	0,63	40,7; 407	0,396	0,250	0,157	1656	25,64	16,11
	3	0,65	40,9; 409	0,422	0,274	0,178	1672	26,58	17,25
Σ		11,38	730	4,59	2,33	1,26	29710	354	174
$\bar{\mu}_x$		0,64	34,78	0,218	0,11	0,06	1414	16,87	8,28

Розв'язок рівняння (2.22) можливий з використанням даних табл. 3.6, при цьому коефіцієнти становлять $b_0 = 34,32$; $b_1 = -0,017$; $b_2 = 1,083$. Використовуємо критерій Стюдента – це рівняння (2.37) для розрахунку значущості коефіцієнтів, так $t_{p0} = 3,51 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 3,183 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 3,5 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$ – коефіцієнти регресії відповідно значущі. Застосовуємо критерій Фішера рівняння (2.38), $F_p = 1,86 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ – тому, рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.7

Обчислення даних для залежності $\sigma_B = f(S)$ за МНК функції $y = b_1x + b_0$

№ з/п	[S], % за масою x	$[\sigma_B]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy	
1	1	0,020	33,4; 334	0,0004	1115	0,61
	2	0,021	33,6; 336	0,00044	1128	0,76
	3	0,022	33,8; 338	0,00048	1142	0,92
2	1	0,023	34,3; 343	0,00053	1176	1,25
	2	0,024	34,6; 346	0,00057	1197	1,42
	3	0,025	34,7; 347	0,00062	1204	1,58
3	1	0,026	35,9; 359	0,00067	1288	1,94
	2	0,027	35,4; 354	0,00073	1253	2,10
	3	0,028	35,8; 358	0,00078	1281	2,29
4	1	0,029	36,3; 363	0,00084	1317	2,66
	2	0,030	36,7; 367	0,0009	1346	2,86
	3	0,031	36,0; 360	0,00096	1296	3,06
5	1	0,032	37,3; 373	0,00102	1391	3,43
	2	0,033	37,6; 376	0,00108	1425	3,63
	3	0,034	37,8 ; 378	0,00115	1428	3,83
6	1	0,035	38,2; 382	0,00122	1459	4,22
	2	0,036	38,8; 388	0,00129	1505	4,47
	3	0,037	38,3 ; 383	0,00136	1466	4,72
7	1	0,038	39,3; 393	0,00144	1544	4,93
	2	0,039	39,5; 395	0,00152	1560	5,23
	3	0,040	40,5; 405	0,00160	1640	5,53
Σ	1,76	710,9	0,313	24205	61,04	
$\bar{\mu}_x$	0,08	33,85	0,045	1152	2,91	

При підстановці даних з табл. 3.7 в систему рівнянь (2.11) при їх розв'язку отримаємо коефіцієнти $b_0 = 35,65$; $b_1 = 43,18$. Далі використовуємо t -критерій Стьюдента – рівняння (2.37), за яким $t_{po} = 4,7 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 3,1 \geq t_{табл.} = 2,09$, отже коефіцієнти регресії значущі. Рівняння регресії за t -критерієм Фішера визначене по виразу (2.38) при $F_p = 0,75 \leq F_{табл.} = 2,0$ адекватне.

Таблиця 3.8

Обчислення даних за МНК для залежності $\sigma_b = f(S)$ у вигляді функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$

№ з/п	[S], % за масою x	$[\sigma_b]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	0,020	33,2; 332	0,0004	0,000008	0,00000016	1102	0,66	0,0132
	2	0,021	33,5; 335	0,00044	0,000009	0,00000019	1122	0,70	0,014
	3	0,022	33,7; 337	0,00048	0,000011	0,00000023	1135	0,74	0,016
2	1	0,023	34,2; 342	0,00053	0,000012	0,00000028	1169	0,78	0,018
	2	0,024	34,5; 345	0,00057	0,000013	0,00000033	1190	0,83	0,019
	3	0,025	34,7; 347	0,00062	0,000015	0,00000039	1204	0,86	0,021
3	1	0,026	35,8; 358	0,00067	0,000017	0,00000045	1281	0,93	0,023
	2	0,027	35,2; 352	0,00073	0,000019	0,00000053	1239	0,95	0,025
	3	0,028	35,7; 357	0,00078	0,000022	0,00000061	1274	0,99	0,027
4	1	0,029	36,2; 362	0,00084	0,000024	0,00000070	1310	1,05	0,030
	2	0,030	36,6; 366	0,0009	0,000027	0,00000081	1339	1,09	0,032
	3	0,031	36,1; 361	0,00096	0,000029	0,00000092	1303	1,12	0,034
5	1	0,032	37,2; 372	0,00102	0,000032	0,00000104	1383	1,19	0,037
	2	0,033	37,5; 375	0,00108	0,000035	0,00000118	1406	1,23	0,040
	3	0,034	37,7 ; 377	0,00115	0,000034	0,00000137	1421	1,28	0,043
6	1	0,035	38,1; 381	0,00122	0,000043	0,00000150	1451	1,33	0,046
	2	0,036	38,9; 389	0,00129	0,000046	0,00000167	1513	1,40	0,050
	3	0,037	38,4 ; 384	0,00136	0,000050	0,00000187	1474	1,42	0,052

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
7	1	0,038	39,5; 395	0,00144	0,000054	0,00000208	1560	1,50	0,056
	2	0,039	39,8; 398	0,00152	0,000059	0,0000023	1584	1,55	0,060
	3	0,040	40,7; 407	0,00160	0,000064	0,00000256	1656	1,63	0,065
Σ		1,76	729	0,313	0,000623	0,0000212	28116	21,9	0,7212
$\bar{\mu}_x$		0,08	34,74	0,045	0,000029	0,0000011	1338	1,04	0,034

За рівняннями (2.22) та даними з табл. 3.8 знаходимо коефіцієнти $b_0 = 35,45$; $b_1 = -17,47$; $b_2 = 165$. Застосувавши критерій Стьюдента (2.37), маємо $t_{p0} = 3,51 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 2,87 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 4,95 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$ – звідси коефіцієнти регресії вже значущі. Потім, ще адекватність рівняння регресії можна знайти за виразом (2.38). Отже, рівняння регресії адекватне, при $F_p = 0,025 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$.

Таблиця 3.9

Обчислення даних МНК залежності $HВ = f(C)$ для лінійної функції $y = b_1x + b_0$

№ з/п	[C], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy	
1	2	3	4	5	6	
1	1	3,20	20,8; 208	10,24	432	66,56
	2	3,24	20,5; 205	10,49	420	66,42
	3	3,28	20,2; 202	10,75	408	66,25
2	1	3,30	19,9; 199	10,89	396	66,86
	2	3,34	19,6; 196	11,15	384	64,68
	3	3,36	19,2; 192	11,28	368	64,13
3	1	3,38	18,8; 188	11,42	353	64,48
	2	3,40	18,7; 187	11,56	349	63,20
	3	3,43	18,4; 184	11,76	338	62,56

1		2	3	4	5	6
4	1	3,45	17,6; 176	11,90	315	60,72
	2	3,47	17,3; 173	12,04	299	60,0
	3	3,49	17,0; 170	12,18	289	59,33
5	1	3,51	16,8; 168	12,32	282	58,96
	2	3,54	16,6; 166	12,53	275	58,76
	3	3,56	16,4; 164	12,67	268	58,38
6	1	3,59	15,9; 159	12,88	253	57,71
	2	3,61	15,2; 152	13,03	231	54,56
	3	3,63	15,0; 150	13,17	225	54,15
7	1	3,65	14,7; 147	13,32	216	53,65
	2	3,67	14,6; 146	13,46	213	53,58
	3	3,69	14,4; 144	13,61	207	53,13
Σ		72,79	367	253	6251	1268
$\bar{\mu}_x$		3,46	17,50	12,03	310	60,39

Визначимо коефіцієнти регресії за даними табл. 3.9 після підстановки значень в системи рівнянь (2.11) при розв'язанні її маємо $b_0 = 98$; $b_1 = 31,52$. Щоб визначити значущість коефіцієнтів регресії використовуємо критерій Стюдента. Розв'язавши рівняння (2.37) маємо, $t_{p0} = 273 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 37,23 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$. Адекватність рівняння регресії встановлюємо за критерієм Фішера вираз (2.38). Рівняння регресії буде адекватне, при $F_p = 0,87 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$.

Таблиця 3.10

Обчислення даних за МНК залежності $HV = f(C)$ для квадратичної параболі $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$

№ з/п		[C], % за масою x	[HV], кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	xy	y^2	$y x^2$
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	3,20	20,8; 208	10,24	32,76	105	66,56	432	213
	2	3,24	20,5; 205	10,49	34,01	110	66,42	420	215
	3	3,28	20,2; 202	10,75	35,28	115	66,25	408	217
2	1	3,30	19,9; 199	10,89	35,93	118	66,86	396	216
	2	3,34	19,6; 196	11,15	37,25	124	64,68	384	218
	3	3,36	19,2; 192	11,28	37,93	127	64,13	368	216
3	1	3,38	18,8; 188	11,42	38,61	130	64,48	353	215
	2	3,40	18,7; 187	11,56	39,30	133	63,20	349	216
	3	3,43	18,4; 184	11,76	40,35	138	62,56	338	216
4	1	3,45	17,6; 176	11,90	40,06	142	60,72	315	209
	2	3,47	17,3; 173	12,04	41,78	144	60,0	299	204
	3	3,49	17,0; 170	12,18	42,50	148	59,33	289	207
5	1	3,51	16,8; 168	12,32	43,24	152	58,96	282	207
	2	3,54	16,6; 166	12,53	44,36	157	58,76	275	208
	3	3,56	16,4; 164	12,67	45,11	160	58,38	268	208
6	1	3,59	15,9; 159	12,88	42,26	166	57,71	253	205
	2	3,61	15,2; 152	13,03	47,04	169	54,56	231	198
	3	3,63	15,0; 150	13,17	47,83	173	54,15	225	205
7	1	3,65	14,7; 147	13,32	48,62	177	53,65	216	196
	2	3,67	14,6; 146	13,46	49,43	181	53,58	213	196
	3	3,69	14,4; 144	13,61	50,24	185	53,13	207	196
Σ		72,79	367	253	874	3054	1268	6251	4381
$\bar{\mu}_x$		3,46	17,50	12,03	41,61	145	60,39	310	208

В систему рівнянь (2.22) можна підставити дані з табл. 3.10 для її розв'язку та отримання коефіцієнтів $b_0 = 57$; $b_1 = -31,45$; $b_2 = 23,35$. Наступне: за критерієм Стьюдента рівняння (2.37) ми бачимо, що коефіцієнти регресії значущі, $t_{p0} = 1183 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 462 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 67,14 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$. Використавши критерій Фішера за виразом (2.38) встановимо адекватність рівняння регресії, якщо при $F_p = 0,0083 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$, то маємо адекватність.

Таблиця 3.11

Обчислення даних, використовуючи МНК залежності $HВ = f(Si)$ для лінійної функції $y = b_1x + b_0$

№ з/п	[Si], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy	
1	2	3	4	5	6	
1	1	1,90	20,9; 209	3,61	436	39,71
	2	1,97	20,7; 207	3,88	428	40,77
	3	2,10	20,3; 203	4,41	412	42,63
2	1	2,15	20,1; 201	4,62	404	43,21
	2	2,18	19,8; 198	4,75	392	43,16
	3	2,20	19,3; 193	4,84	372	42,46
3	1	2,23	18,9; 189	4,97	357	42,14
	2	2,26	18,7; 187	5,10	349	42,26
	3	2,28	18,3; 183	5,19	335	41,72
4	1	2,31	17,8; 178	5,33	317	41,11
	2	2,35	17,5; 175	5,52	306	41,12
	3	2,37	17,2; 172	5,61	296	40,76
5	1	2,41	16,9; 169	5,80	285	40,72
	2	2,45	16,7; 167	6,0	279	40,91
	3	2,48	16,3; 163	6,15	265	40,42
6	1	2,51	16,1; 161	6,30	259	40,41
	2	2,53	15,7; 157	6,40	246	39,72
	3	2,55	15,3; 153	6,50	234	39,01

1	2	3	4	5	6	
7	1	2,57	14,8; 148	6,60	219	38,03
	2	2,59	14,6; 146	6,70	213	37,81
	3	2,61	14,3; 143	6,81	204	37,32
Σ	49,0	370	115,09	6608	855	
$\bar{\mu}_x$	2,33	17,62	5,48	314,66	40,73	

Підставивши дані з табл. 3.11 в систему рівнянь (2.11) та виконавши її розв'язок, отримаємо коефіцієнти $b_0 = 235$; $b_1 = -17,23$. Тоді, використовуючи критерій Стюдента (2.37), розраховуємо коефіцієнти регресії, при $t_{p_0} = 142 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p_1} = 11,76 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$, вони значущі. Визначаємо за критерієм Фішера (2.38) адекватність рівняння регресії. Так при $F_p = 0,27 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ рівняння регресії безумовно буде адекватне.

Таблиця 3.12

Обчислення даних МНК для залежності $HВ = f(Si)$ квадратичної параболи

$$y = b_2x^2 + b_1x + b_0$$

№ з/п	[Si], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	1,90	20,8; 208	3,61	6,85	13,0	433	39,52	70,08
	2	1,97	20,3; 203	3,88	7,64	15,0	412	39,99	78,76
	3	2,10	20,0; 200	4,41	9,26	18,52	400	42,0	88,2
2	1	2,15	19,6; 196	4,62	9,93	21,35	384	42,14	90,55
	2	2,18	19,2; 192	4,75	10,35	22,57	368	41,85	91,2
	3	2,20	19,9; 199	4,84	10,64	23,42	396	43,78	96,31
3	1	2,23	18,7; 187	4,97	10,08	24,71	349	41,7	92,93
	2	2,26	18,4; 184	5,10	11,26	26,08	338	41,58	93,84
	3	2,28	18,8; 188	5,19	11,83	26,97	353	42,86	97,57
4	1	2,31	17,6; 176	5,33	12,31	28,32	309	40,65	93,80
	2	2,35	17,3; 173	5,52	12,97	30,48	299	40,65	95,49
	3	2,37	17,0; 170	5,61	13,29	31,51	289	40,29	95,37

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
5	1	2,41	16,8; 168	5,80	13,97	33,68	282	40,48	97,44
	2	2,45	16,6; 166	6,00	14,7	36,03	275	40,67	99,6
	3	2,48	16,4; 164	6,15	15,25	37,82	269	40,67	100,86
6	1	2,51	15,2; 152	6,30	15,81	39,69	231	38,15	97,28
	2	2,53	15,0; 150	6,40	16,19	40,97	225	37,95	96
	3	2,55	15,9; 159	6,50	16,58	42,28	253	40,54	103,35
7	1	2,57	14,7; 147	6,60	16,97	43,62	216	37,77	97,02
	2	2,59	14,6; 146	6,70	17,37	44,99	213	37,81	97,82
	3	2,61	14,2; 142	6,81	17,77	46,40	201	37,06	96,79
Σ	49,0	367	115,1	271	647	6495	810,4	1967	
$\bar{\mu}_x$	2,33	17,47	5,48	12,90	30,83	309	38,59	93,70	

Система рівнянь (2.22) а також дані з табл. 3.12, необхідні, щоб знайти коефіцієнти $b_0 = 214$; $b_1 = -0,97$; $b_2 = -4,17$. Значущість коефіцієнтів звісно можна встановити за критерієм Стьюдента рівняння (2.37), розрахувавши маємо $t_{p0} = 197 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 4,35 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 3,87 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$ коефіцієнти регресії є значущими. Адекватність математичних моделей знаходимо за критерієм Фішера (2.38), визначивши $F_p = 1,93 \leq F_{\text{кр}} = 2,0$, модель адекватна.

Таблиця 3.13

Обчислення даних залежності $HВ = f(Mn)$ для лінійної функції $y = b_1x + b_0$ з використанням МНК

№ з/П	[Mn], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x ²	y ²	xy	
1	2	3	4	5	6	
1	1	0,20	14,6; 146	0,040	213	2,92
	2	0,23	14,7; 147	0,052	216	3,38
	3	0,25	14,8; 148	0,062	219	3,70
2	1	0,26	15,0; 150	0,067	225	3,90
	2	0,29	15,2; 152	0,084	231	4,41
	3	0,33	15,4; 154	0,108	237	5,08

1		2	3	4	5	6
3	1	0,36	16,6; 166	0,129	275	5,97
	2	0,38	16,7; 167	0,144	279	6,34
	3	0,42	16,9; 169	0,176	285	7,09
4	1	0,45	17,2; 172	0,202	292	7,74
	2	0,46	17,4; 174	0,211	302	7,91
	3	0,47	17,6; 176	0,221	309	8,27
5	1	0,49	18,2; 182	0,240	331	8,91
	2	0,52	18,5; 185	0,270	342	9,62
	3	0,54	18,8; 188	0,291	353	10,15
6	1	0,56	19,2; 192	0,313	368	10,75
	2	0,58	19,6; 196	0,336	384	11,36
	3	0,60	19,9; 199	0,360	396	11,94
7	1	0,61	20,1; 201	0,372	404	12,26
	2	0,63	20,5; 205	0,396	420	12,91
	3	0,65	20,8; 208	0,422	432	13,52
Σ		11,38	524,7	3,62	6513	168
$\bar{\mu}_x$		0,64	24,98	0,17	310	8,0

Проведемо розв'язок рівнянь (2.11) підставляючи дані з табл. 3.13 з отриманням коефіцієнтів $b_0 = 167,21$; $b_1 = 16,03$. Далі застосувавши критерій Стьюдента (2.37) визначаємо, $t_{po} = 32,53 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 3,21 \geq t_{табл.} = 2,09$, коефіцієнти регресії є значущі. Також адекватність регресії встановимо за критерієм Фішера (2.38), що $F_p = 0,92 \leq F_{табл.} = 2,0$, звідси рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.14

Залежність $HВ = f(Mn)$ для функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$ при обчислені даних

№ з/п		[Mn], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x ²	x ³	x ⁴	y ²	xy	yx ²
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0,20	14,5; 115	0,040	0,008	0,0016	210	2,9	0,58
	2	0,23	14,6; 116	0,052	0,012	0,0027	213	3,35	0,75
	3	0,25	14,8; 118	0,062	0,015	0,0039	219	3,70	0,91

1		2	3	4	5	6	7	8	9
2	1	0,26	15,0; 120	0,067	0,017	0,0045	225	3,90	1,01
	2	0,29	15,2; 122	0,084	0,024	0,0071	231	4,41	1,27
	3	0,33	15,4; 124	0,108	0,036	0,0118	237	5,08	1,62
3	1	0,36	16,6; 126	0,129	0,046	0,0167	275	5,97	2,14
	2	0,38	16,7; 127	0,144	0,055	0,0208	279	6,34	2,40
	3	0,42	16,9; 129	0,176	0,074	0,0311	285	7,09	2,97
4	1	0,45	17,2; 132	0,202	0,091	0,041	292	7,74	3,47
	2	0,46	17,4; 134	0,211	0,097	0,0447	303	8,00	3,67
	3	0,47	17,6; 136	0,221	0,104	0,0487	309	8,27	3,88
5	1	0,49	18,8; 138	0,240	0,117	0,0576	353	9,21	4,51
	2	0,52	18,3; 143	0,270	0,141	0,0731	335	9,51	4,94
	3	0,54	18,8; 148	0,291	0,157	0,0850	353	10,1	5,47
6	1	0,56	19,2; 152	0,313	0,175	0,098	368	10,9	6,00
	2	0,58	19,6; 156	0,336	0,195	0,1131	384	11,36	6,58
	3	0,60	19,9; 159	0,360	0,216	0,1296	396	11,94	7,16
7	1	0,61	20,1; 161	0,372	0,226	0,138	404	12,26	7,47
	2	0,63	20,5; 165	0,396	0,250	0,157	420	12,91	8,12
	3	0,65	20,7; 167	0,422	0,274	0,178	428	13,45	8,73
Σ		11,38	359	3,62	2,33	1,264	6519	168	83,65
$\bar{\mu}_x$		0,64	17,09	0,17	0,111	0,0602	310	8,02	3,98

Виконаємо розв'язок системи рівнянь (2.22) при підстановці даних з табл.3.14 для визначення коефіцієнтів $b_0 = 183,15$; $b_1 = -17,18$; $b_2 = 0,59$. Значущі коефіцієнти регресії чи ні встановлюємо звісно за допомогою критерія Стьюдента (2.37), маємо $t_{p0} = 37,5 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 3,4 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 3,12 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$, бачимо, що коефіцієнти регресії значущі. Критерій Фішера (2.38) дає можливість визначити адекватність рівняння регресії, якщо він $F_p = 0,56 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ отже, маємо адекватну модель.

Таблиця 3.15

Залежність $HВ = f(S)$ джля лінійної функції $y = b_1x + b_0$ при обчислені даних за МНК

№ з/п	[S], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy	
1	1	0,020	13,7;137	0,0004	187	0,274
	2	0,021	14,0;140	0,00044	196	0,294
	3	0,022	14,6;146	0,00048	213	0,321
2	1	0,023	15,6;156	0,00053	243	0,358
	2	0,024	15,8;158	0,00057	249	0,379
	3	0,025	15,9;159	0,00062	253	0,397
3	1	0,026	16,0;160	0,00067	256	0,416
	2	0,027	16,2;162	0,00073	262	0,437
	3	0,028	16,5;165	0,00078	272	0,462
4	1	0,029	17,3;173	0,00084	299	0,501
	2	0,030	17,5;175	0,0009	306	0,525
	3	0,031	17,8;178	0,00096	316	0,552
5	1	0,032	18,5;185	0,00102	342	0,592
	2	0,033	18,7;187	0,00108	349	0,617
	3	0,034	18,9;189	0,00115	357	0,642
6	1	0,035	19,1;191	0,00122	365	0,668
	2	0,036	19,3;193	0,00129	378	0,695
	3	0,037	19,6;196	0,00136	384	0,725
7	1	0,038	20,3;203	0,00144	412	0,771
	2	0,039	20,5;205	0,00152	420	0,799
	3	0,040	20,7;207	0,00160	428	0,828
Σ	1,76	366	0,313	6487	11,25	
μ	0,08	17,45	0,045	309	5,62	

Дані з табл. 3.15 підставляємо в систему рівнянь (2.11), яку розв'язуємо з одержанням коефіцієнтів $b_0=185,17$; $b_1 =198,13$. Критерій Стюдента застосовуємо для знаходження значущості коефіцієнтів за (2.37), значення коефіцієнтів регресії при $t_{p_0} =4,65 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p_1} =5,78 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$, будуть значущі. За виразом (2.38) – критерій Фішера, визначаємо адекватність рівняння, отже при $F_p.=0,79 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ вираз регресії буде адекватний.

Таблиця 3.16

Залежність $HV = f(S)$ для функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$ при обробці даних за МНК

№ з/п		[S], % за масою x	[HV], кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	0,020	13,8;138	0,0004	0,000008	0,00000016	190	0,27	0,0055
	2	0,021	14,1;141	0,00044	0,000009	0,00000019	203	0,29	0,0062
	3	0,022	14,5;145	0,00048	0,000011	0,00000023	210	0,32	0,0069
2	1	0,023	15,6;146	0,00053	0,000012	0,00000027	243	0,36	0,0082
	2	0,024	15,8;148	0,00057	0,000013	0,00000033	249	0,38	0,0090
	3	0,025	15,9;149	0,00062	0,000015	0,00000039	253	0,39	0,0098
3	1	0,026	16,0;150	0,00067	0,000017	0,00000045	256	0,41	0,0107
	2	0,027	16,1;151	0,00073	0,000019	0,00000053	259	0,43	0,0117
	3	0,028	16,3;153	0,00078	0,000022	0,00000061	265	0,45	0,0127
4	1	0,029	17,4;154	0,00084	0,000024	0,00000071	302	0,50	0,0147
	2	0,030	17,5;155	0,0009	0,000027	0,00000081	306	0,52	0,0157
	3	0,031	17,6;156	0,00096	0,000029	0,00000092	309	0,54	0,0168
5	1	0,032	18,7;157	0,00102	0,000032	0,00000104	351	0,59	0,0192
	2	0,033	18,8;158	0,00108	0,000035	0,00000118	353	0,62	0,0203
	3	0,034	18,9;159	0,00115	0,000039	0,00000133	357	0,64	0,0217
6	1	0,035	19,0;160	0,00122	0,000043	0,00000150	361	0,66	0,0230
	2	0,036	19,1;161	0,00129	0,000046	0,00000167	365	0,68	0,0246
	3	0,037	19,2;162	0,00136	0,000050	0,00000187	368	0,71	0,0261

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
7	1	0,038	20,4;164	0,00144	0,000054	0,00000208	416	0,77	0,0293
	2	0,039	20,5;165	0,00152	0,000059	0,00000231	420	0,79	0,0311
	3	0,040	20,6;166	0,00160	0,000064	0,00000256	424	0,82	0,0329
Σ	1,76	323,9	0,313	0,000628	0,00002114	6460	11,57	21300	
$\bar{\mu}_x$	0,08	15,42	0,045	0,000029	0,00000101	307	0,55	109	

Використовуючи дані табл. 3.16, підставляємо їх до рівняння (2.22), при розв'язку знаходимо коефіцієнти $b_0=185$; $b_1 =-476$; $b_2 =232$. Необхідно визначити значущість коефіцієнтів по критерію Стюдента (2.37), звісно якщо $t_{p0} =4,15 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p1} =8,97 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p2} =52,15 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$, маємо значущі коефіцієнти регресії. Рівняння регресії буде адекватне за критерієм Фішера вираз (2.38), якщо $F_p.=0,00082 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$.

Таблиця 3.17

Залежність $\sigma_B = f(\text{НВ})$ для функції $y = b_1x + b_0$ при обробленні даних МНК

№ з/п		$[\sigma_B]$, кг/мм ² ; МПа y	$[\text{НВ}]$, кг/мм ² ; МПа x	y^2	x^2	xy
1		2	3	4	6	7
1	1	34,4; 344	14,6; 146	1183	213	502
	2	34,6; 346	14,7; 147	1197	216	508
	3	34,8; 348	14,8; 148	1211	219	515
2	1	35,3; 353	15,0; 150	1246	225	529
	2	35,6; 356	15,2; 152	1267	231	541
	3	35,7; 357	15,4; 154	1274	237	549
3	1	36,9; 369	16,6; 166	1361	275	612
	2	36,4; 364	16,7; 167	1324	279	608
	3	36,8; 368	16,9; 169	1354	285	621
4	1	37,0; 370	17,2; 172	1369	295	636
	2	37,3; 373	17,4; 174	1391	303	649
	3	37,7; 377	17,6; 176	1421	309	663

1		2	3	4	5	6
5	1	38,3; 383	18,1; 181	1466	327	687
	2	38,6; 386	18,5; 185	1439	342	714
	3	38,8 ; 388	18,8; 188	1505	353	729
6	1	39,2; 392	19,2; 192	1536	368	752
	2	39,3; 393	19,6; 196	1544	384	770
	3	39,8 ; 398	19,9; 199	1548	396	792
7	1	40,2; 402	20,1; 201	1616	404	808
	2	40,4; 404	20,5; 205	1632	420	828
	3	40,6; 406	20,8; 208	1648	432	844
Σ		787,7	367,6	29532	6513	12186
$\bar{\mu}_x$		37,51	17,50	1406	310	580

Підставляючи дані з табл. 3.17 в рівняння (2.11), одержуємо значення коефіцієнтів $b_0=-4,87$; $b_1 =0,114$. Критерієм Стьюдента (2.37) визначаємо значущість коефіцієнтів, якщо $t_{p_0} =4,85 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p_1} =4,53 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$, вони значущі. Критерій Фішера дає можливість оцінити адекватність рівняння регресії за виразом (2.38), при $F_p =0,063 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ рівняння має адекватність.

Таблиця 3.18

Залежність $\sigma_B =f(\text{HB})$ кубічна парабола $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$ при застосуванні МНК

№ з/П	$[\sigma_B],$ кг/мм ² ; МПа y	$[\text{HB}],$ кг/мм ² ; МПа x	y^2	x^3	x^4	x^2	xy	yx^2	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	34,4; 344	14,6; 146	1183	3112	45437	213	502	7327
	2	34,6; 346	14,7; 147	1197	3176	46694	216	508	7473
	3	34,8; 348	14,8; 148	1211	3241	47978	219	515	7621
2	1	35,3; 353	15,0; 150	1246	3375	50625	225	529	7942
	2	35,6; 356	15,2; 152	1267	3511	53379	231	541	8223
	3	35,7; 357	15,4; 154	1274	3652	56244	237	549	8484

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
3	1	36,9; 369	16,6; 166	1361	4574	75933	275	612	10147
	2	36,4; 364	16,7; 167	1324	4657	77779	279	608	10155
	3	36,8; 368	16,9; 169	1354	4826	81573	285	621	10488
4	1	37,0; 370	17,2; 172	1369	5088	87521	295	636	10915
	2	37,3; 373	17,4; 174	1391	5268	91663	303	649	11301
	3	37,7; 377	17,6; 176	1421	5451	95951	309	663	11649
5	1	38,3; 383	18,1; 181	1466	5929	109107	327	687	12524
	2	38,6; 386	18,5; 185	1439	6331	117135	342	714	13201
	3	38,8 ; 388	18,8; 188	1505	6644	124919	353	729	13696
6	1	39,2; 392	19,2; 192	1536	7077	135895	368	752	14425
	2	39,3; 393	19,6; 196	1544	7529	147578	384	770	15091
	3	39,8 ; 398	19,9; 199	1548	7880	156823	396	792	15760
7	1	40,2; 402	20,1; 201	1616	8120	163224	404	808	16361
	2	40,4; 404	20,5; 205	1632	8615	176610	420	828	16968
	3	40,6; 406	20,8; 208	1648	8998	187177	432	844	17539
Σ		787,7	367,6	29532	111397	2129245	6513	12186	247290
$\bar{\mu}_x$		37,51	17,50	1406	5304	101392	310	580	11775

Систему рівнянь (2.22) розв'язуємо за даними табл. 3.18 і отримуємо коефіцієнти $b_0=46,23$; $b_1 =-0,94$; $b_2 =0,0073$. За критерієм Стюдента (2.37) знаходимо значущі коефіцієнти чи ні, при $t_{p0} =54,3 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p1} =3,47 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p2} =2,75 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$, коефіцієнти регресії звісно значущі. За критерієм Фішера (2.38) визначаємо адекватність моделі, якщо $F_p=1,82 \leq F_{\text{табл}} = 2.0$, рівняння регресії є адекватне.

3.2. Залежності кореляції σ_b і НВ високоміцного чавуну від його складу

Отже проведемо кореляційне дослідження механічних властивостей високоміцного чавуну від його хімічного складу.

Рівняння регресії залежностей механічних властивостей високоміцного чавуну від його хімічного складу одержали при застосуванні методів математичної статистики, які приведені в табл. 3.19 [20].

Коефіцієнти кореляції для рівнянь регресії визначимо за рівняннями (2.23) і (2.25), а також кореляційне відношення за рівнянням (2.28).

Таблиця 3.19

Залежності кореляції механічних властивостей високоміцного чавуну зв'язно від хімічного складу

№ з/п	Залежність механічних властивостей	Рівняння регресії	Коефіцієнт кореляції, кореляційне відношення
	$\sigma_B=f(C)$		
1	лінійна	$y = -1,53x+40,7$	0,36; 0,32
2	квадратична	$y = 0,14x^2-8,0+64,78$	0,32
	$\sigma_B=f(Si)$		
1	лінійна	$y = -1,25x+42,1$	0,18; 0,18
2	квадратична	$y = 0,54x^2-4,54x+46,1$	0,20
	$\sigma_B=f(Mn)$		
1	лінійна	$y = 2,35x+33,93$	0,17; 0,17
2	квадратична	$y = 1,083x^2-0,017x+34,32$	0,19
	$\sigma_B=f(S)$		
1	лінійна	$y = 43,18x+35,65$	0,23; 0,23
2	квадратична	$y = 165x^2-17,47x+35,45$	0,25
	$HB=f(C)$		
1	лінійна	$y = 31,52x+98$	0,24; 0,24
2	квадратична	$y = 23,35x^2-31,45x+57$	0,27
	$HB=f(Si)$		
1	лінійна	$y = -17,23x+235$	0,23; 0,23
2	квадратична	$y = -4,17x^2-0,97x+214$	0,26
	$HB=f(Mn)$		
1	лінійна	$y = 16,03x+167,21$	0,19; 0,19
2	квадратична	$y = 0,59x^2-17,18x+183,15$	0,25
	$HB=f(S)$		
1	лінійна	$y = 198,13x+185,17$	0,29; 0,29
2	квадратична	$y = 232x^2-476x+185$	0,28
	$\sigma_B=f(HB)$		
1	лінійна	$y = 0,28x-4,87$	0,73; 0,73
2	квадратична	$y = 0,0073x^2-0,94x+46,23$	0,74

При аналізі даних табл. 3.21 встановлено, що коефіцієнти парної кореляції та відповідно кореляційні відношення не суттєво відрізняються один

від одного. Всі розраховані вибіркові коефіцієнти кореляції є статистично значущі, звісно при числу випадків у досліджуваній вибірці ($n > 100$) та при рівні значимості $\alpha = 0,05$ і числу степенів свободи.

3.3. Визначення показників, які характеризують структуру високоміцного чавуну

При проведенні дослідження залежностей механічних властивостей високоміцного чавуну від структури побудовані інтервальні ряди розподілу показників, які характеризують структуру високоміцного чавуну. Проводили для показників структури високоміцного чавуну:

- діаметру графітних включень (табл. 3.20).
- числа графітних включень на 1 мм^2 площі шліфа (табл. 3.21).
- кількості перліту (табл. 3.22).
- розмірів зерен фериту (табл. 3.23).

Таблиця 3.20

Розподіл діаметрів графітних включень

Діаметр графітних включень, $D_{гр}$, мкм	26=42	42-53	53-72	72-83	83-100	100-114
Чисельність інтервалу, n_i	26	104	68	125	42	47
Частота інтервалу, P_i	0,078	0,356	0,189	0,42	0,089	0,123

Розподіл кількості графітних включень

Кількість графітних включень, $N_{гр}$, мкм	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
Чисельність інтервалу, n_i	8	56	97	87	78	52	43	21	6
Частота інтервалу, P_i	0,015	0,116	0,237	0,216	0,198	0,132	0,103	0,065	0,012

Таблиця 3.22

Розподіл значень кількості перліту

Кількість перліту П, %	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
Чисельність інтервалу, n_i	39	114	115	84	35	43	39
Частота інтервалу, P_i	0,098	0,276	0,287	0,186	0,084	0,091	0,087

Таблиця 3.23

Розподіл значень розмірів зерен фериту

Розмірів зерен фериту Φ , мкм	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Чисельність інтервалу, n_i	33	152	186	54	28
Частота інтервалу, P_i	0,09	0,367	0,465	0,138	0,056

РОЗДІЛ 4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

4.1. Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень твердості (НВ) нормальному закону розподілу

Для перевірки гіпотези про підпорядкування вибірки значень твердості нормальному закону розподілу побудовано інтервальний ряд та звісно гістограма – табл. 4.1 та рис. 4.1.

Визначимо математичне очікування звісно значень величини твердості

$$\tilde{\chi} = \sum_{i=1}^6 x_i p_i = 166,48,$$

де $\tilde{\chi}$ – середнє значення інтервалу; P_i – частоти інтервалу

Дисперсію знаходимо за наступним виразом

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^6 x_i^2 p_i - \tilde{\chi}^2 = 141.$$

Стандарт розподілу

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 11,87.$$

Розрахуємо теоретичні ймовірності P_i потрапляння відхилень значень твердості в інтервал $(a_i - \beta_i)$ за рівнянням

$$P_i^o = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right) \right],$$

де Φ – функція нормального розподілу.

Розрахункові дані наведеного дослідження приведені в табл. 4.1.

Гіпотеза про підпорядкування вибірки значень (НВ) закону нормального розподілу за теоретичними даними

Твердість, НВ	Число спостережень	P_i	$\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma}$	$\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma}$	$\Phi\left(\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma}\right)$	P_i^o	n_i	$\left(\frac{n_i - n_i^o}{n_i^o}\right)$
140-150	7	0,01	1,45	2,21	0,734	0,956	0,07	39	1,71
150-160	171	0,27	0,63	1,45	0,398	0,734	0,212	125	3,63
160-170	211	0,36	0,31	0,63	0,245	0,398	0,364	225	0,276
170-180	141	0,24	1,17	0,31	0,734	0,245	0,258	163	0,325
180-190	42	0,07	2,05	1,17	0,936	0,765	0,107	57	0,537
190-210	27	0,05	2,93	2,05	0,987	0,982	0,031	14	0,286
Σ	599	1,0	8,54	7,82	4,034	4,08	1,042	623	6,76

Теоретичні частоти n_i^o попадання значень НВ в інтервалі $(a_i - \beta_i)$ визначаємо за виразом

$$n_i^o = n \cdot P_i^o.$$

Розрахована за приведеними формулами нормальна крива наведена на рис. 4.1.

Перевіримо гіпотезу про підпорядкування вибірки нормального закону розподілу відповідно за допомогою χ^2 – критерію Пірсона

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^6 \frac{(n_i - n_i^o)^2}{n_i^o}.$$

де 6 – число інтервалів НВ наведено в табл. 4.1.

Число степенів свободи:

$$k = i - r - 1,$$

$r = 2$ – з-за використання двох параметрів нормального закону визначення: математичного очікування $\tilde{\chi}$ і дисперсії σ^2 .

Зниження числа степенів свободи на одиницю відбудеться через те, що сума емпіричних частот n_i звісно дорівнює об'єму сукупності. Звідси отримаємо

$$k = 6 - 2 - 1 = 3.$$

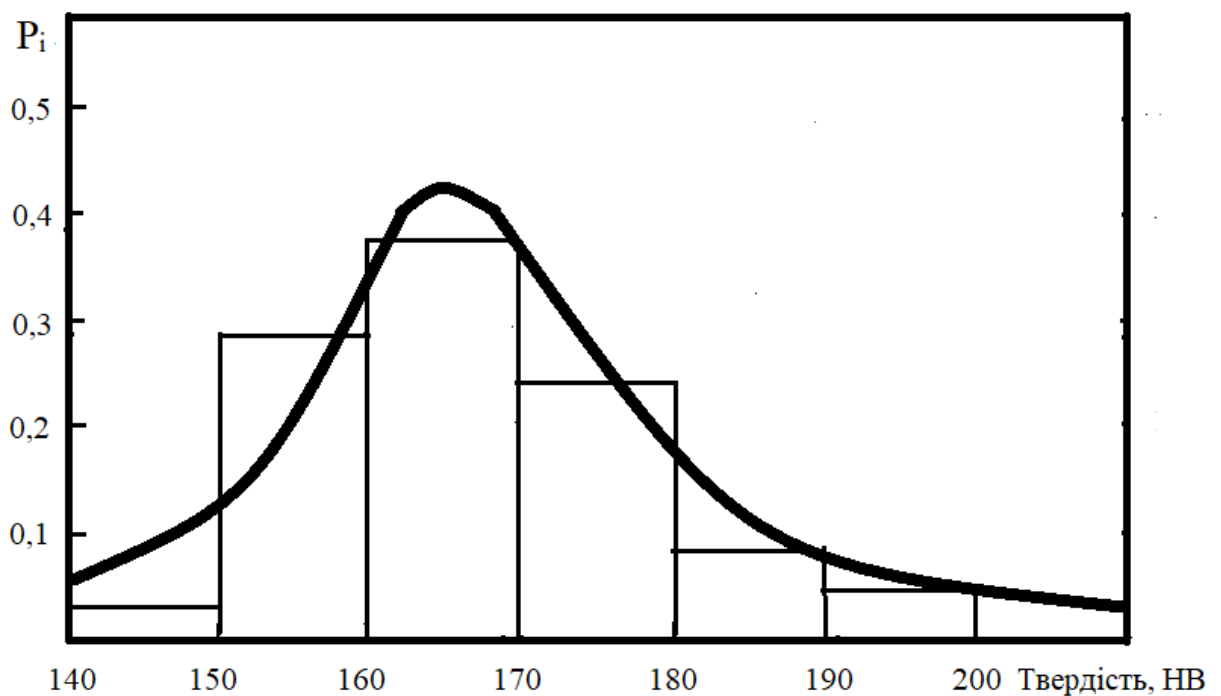


Рис. 4.1. Гістограма розподілу значень ТВ

Прийmemo рівень значущості $\alpha = 0,05$ при $\chi^2 = 6,76$ і $k = 3$. Табличне значення рівня значущості становить $\alpha_T = 0,075$. Отже, табличне значення рівня значущості $\alpha_T = 0,075 > \alpha = 0,05$, тоді можна встановити, що досліджувана вибірка буде підпорядковуватися закону нормального розподілу і залежності для ТВ, отримані дані в результаті кореляційного аналізу володіють високим ступенем достовірності.

Для перевірки значень за критерієм Стюдента визначаємо середньоарифметичне значення величини твердості

$$\tilde{\chi} = \frac{\sum_{i=1}^{599} \chi_i}{599} = 166,48.$$

Приймаємо $\tilde{\chi} = 167$; $\sigma = 11,87$.

Прийнявши рівні значущості $\alpha = 0,05$ та число степені свободи $k = n - 1 = 599 - 1 = 598$, табличне значення t -критерію Стьюдента $t = 1,96$.

Теоретичне значення t -критерію Стьюдента визначається за виразом

$$|t| = \frac{x_i - \tilde{\chi}}{\sigma};$$

$$HB \leq t\sigma + \tilde{\chi} = 1,96 \cdot 11,87 + 167 = 190;$$

$$HB \geq \tilde{\chi} - t\sigma = 167 - 1,96 \cdot 11,87 = 144.$$

Отже не випадковими значеннями будуть значення, які знаходяться в діапазоні 144 – 190.

4.2. Перевірка гіпотези для підпорядкування вибірки значень міцності (σ_B) нормальному закону розподілу

Перевірка гіпотези підпорядкування вибірки значень границь міцності (σ_B) нормальному закону розподілу виконувалась звісно побудовою інтервального ряду та гістограми табл. 4.2 і рис. 4.2.

Математичне очікування значень величини міцності (σ_B) знаходимо за рівнянням

$$\tilde{\chi} = \sum_{i=1}^8 x_i p_i = 37,96, \text{ кг/мм}^2,$$

де $\tilde{\chi}$ – середнє значення інтервалу; P_i – частоті інтервалу.

Дисперсія розподілу визначається за виразом

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^6 x_i^2 p_i - \tilde{\chi}^2 = 1378 - 1360 = 18.$$

Стандарт розподілу

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 4,2, \text{ кг/мм}^2.$$

Теоретичні ймовірності P_i потрапляння відхилень значень міцності в інтервал $(a_i - \beta_i)$ знайдемо за наступною формулою

$$P_i^0 = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right) \right],$$

де Φ – функція нормального розподілу.

Результати дослідження наведені в табл. 4.2.

Таблиця 4.2

Гіпотеза про підпорядкування вибірки значень границі міцності (σ_B) закону нормального розподілу

Границя міцності σ_B , кг/мм ²	Число спостережень	P_i	$\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma}$	$\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma}$	$\Phi \left(\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right)$	$\Phi \left(\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right)$	P_i^0	n_i	$\left(\frac{n_i - n_i^0}{n_i^0} \right)$
32-33	87	0,145	0,73	1,23	0,26	0,389	0,121	71	2,5
33-34	153	0,257	0,25	0,73	0,097	0,26	0,171	102	12,4
34-35	164	0,275	0,27	0,25	0,103	0,095	0,202	117	15,4
35-36	86	0,135	0,78	0,27	0,275	0,104	0,175	103	2,1
36-37	62	0,11	1,27	0,77	0,383	0,281	0,121	72	1,7
37-38	33	0,051	1,78	1,27	0,471	0,395	0,065	37	1,2
38-39	9	0,012	2,25	1,78	0,495	0,474	0,025	17	3,1
39-40	4	0,006	2,85	2,25	0,489	0,493	0,007	7	1,37
Σ	598	0,991	10,18	8,55	2,24	2,49	0,978	526	39,77

Знаходимо теоретичні частоти n_i^0 попадання значень міцності в інтервалі $(a_i - \beta_i)$ за виразом

$$n_i^0 = n \cdot P_i^0.$$

Нормальна крива, визначена за приведеними формулами, наведена на рис. 4.2.

Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень міцності нормальному закону розподілу визначаємо за допомогою χ^2 -критерію Пірсона

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^8 \frac{(n_i - n_i^0)^2}{n_i^0} = 39,77,$$

де 8- число інтервалів твердості в табл. 4.2.

Число степені свободи:

$$k = i - r - 1,$$

$r = 2$ – два параметри нормального закону: перше, математичне очікування $\tilde{\chi}$ і друге, дисперсія σ^2 . Звідси маємо

$$k = 8 - 3 = 5.$$

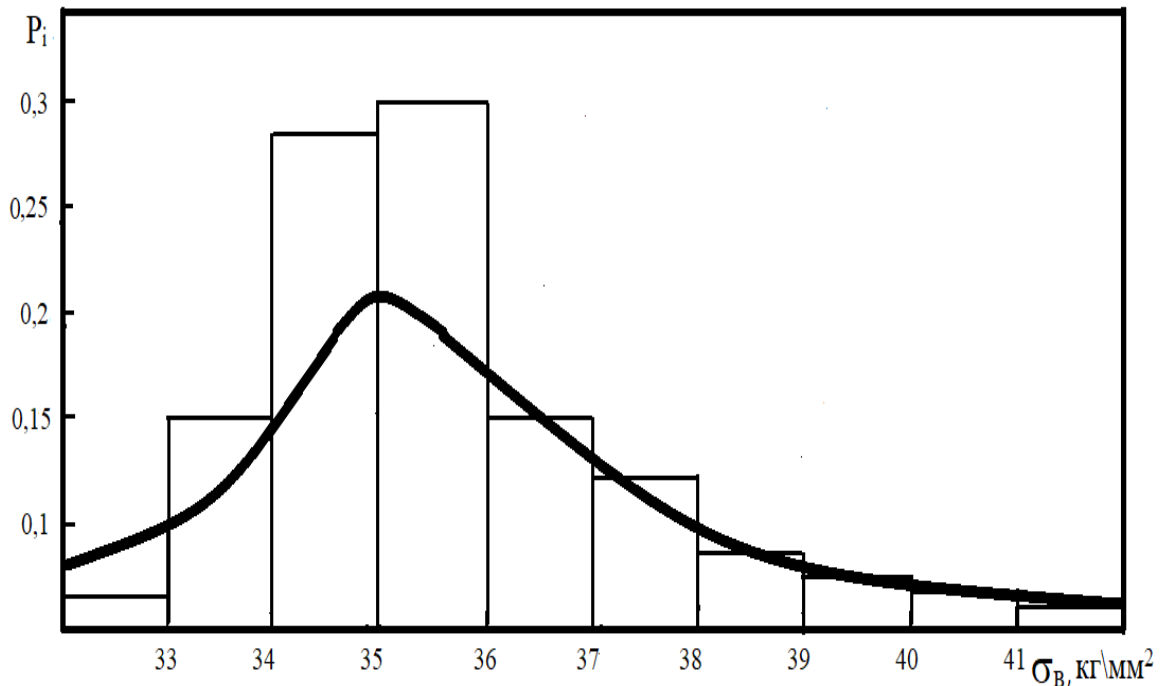


Рис. 4.2. Розподіл значень границі міцності чавуну

Приймаємо рівень значущості, який становить $\alpha = 0,05$, при цьому табличне значення критерію Пірсона $\chi_{\text{табл.}}^2 = 11$. Якщо $\chi_{\text{табл.}}^2 < \chi^2$, то гіпотеза про підпорядкування розподілу нормальному закону не підтверджується. Це пояснюється тим, що значення границі міцності, які будуть менше 34 кг/мм² практично не спостерігались. Невиконання цієї гіпотези про нормальність розподілу значень границі міцності не виключає можливість застосування до

нього методів кореляційного аналізу, але достовірність отриманих залежностей звісно буде менше, ніж при нормальному законі розподілу.

4.3. Розподіл значень показників, які характеризують структуру високоміцного чавуну

При дослідженні залежностей механічних властивостей високоміцного чавуну від структури були побудовані гістограми розподілу показників, які характеризують структуру високоміцного чавуну для:

- діаметру графітних включень (рис. 4.3);
- числа графітних включень на 1 мм^2 площі шліфа (рис. 4.4);
- кількості перліту (рис. 4.5);
- розмірів зерен фериту (рис. 4.6).

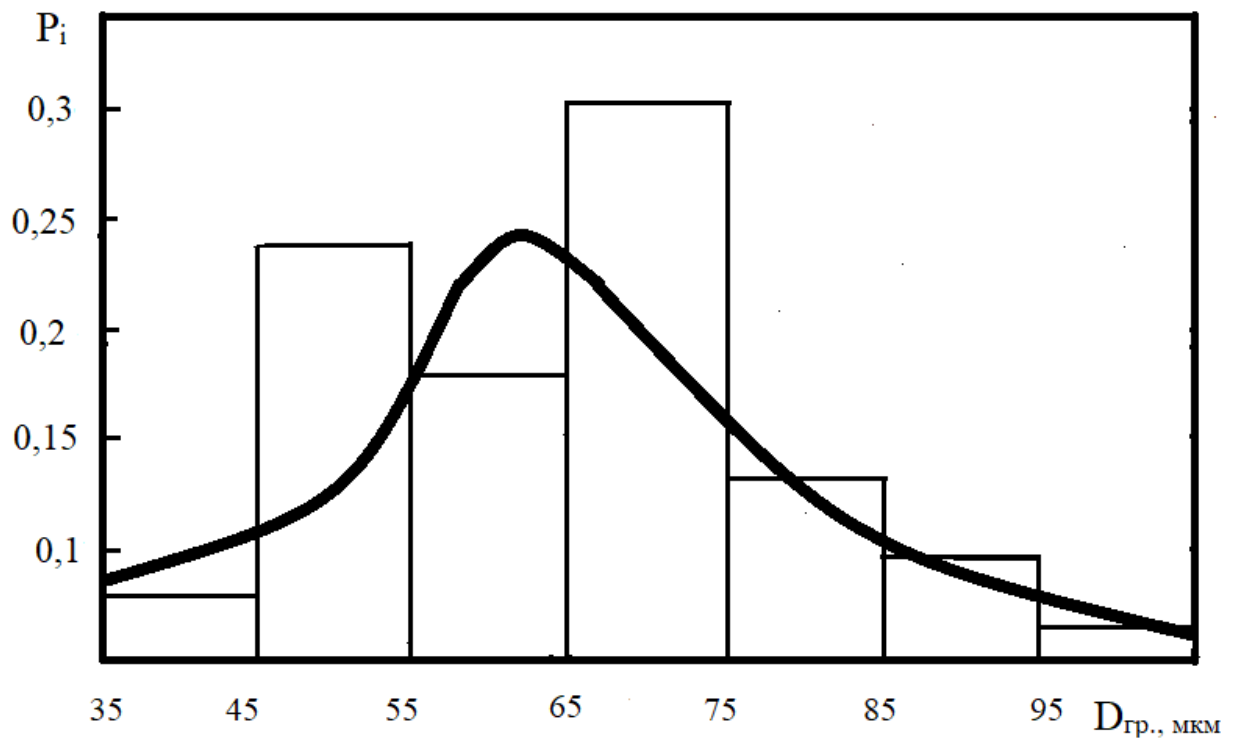


Рис. 4.3. Гістограма розподілу діаметрів графітних включень

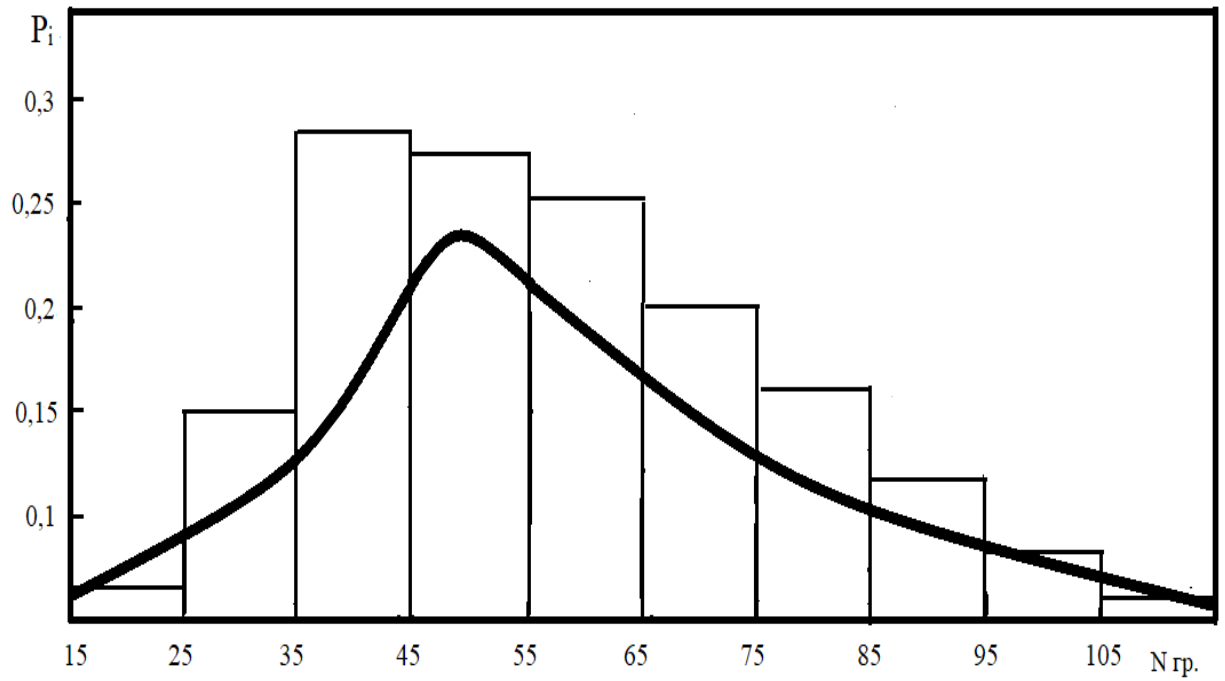


Рис. 4.4. Гістограма розподілу значень числа графітних включень на 1 мм² шліфа

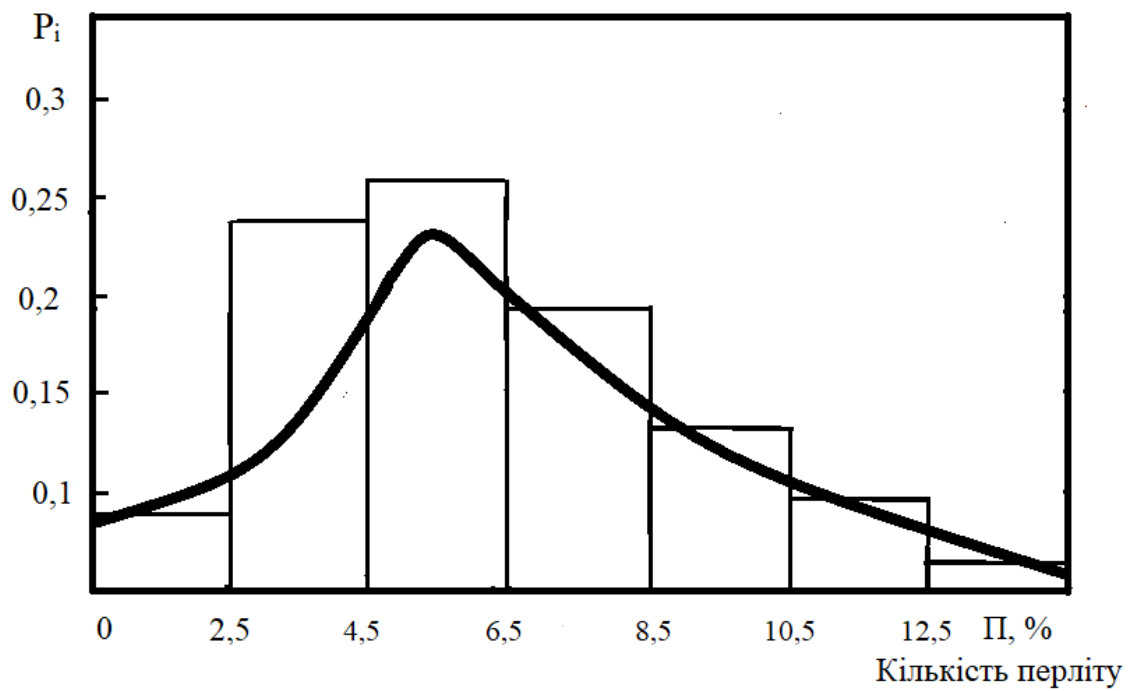


Рис. 4.5. Гістограма розподілу значень кількості перліту

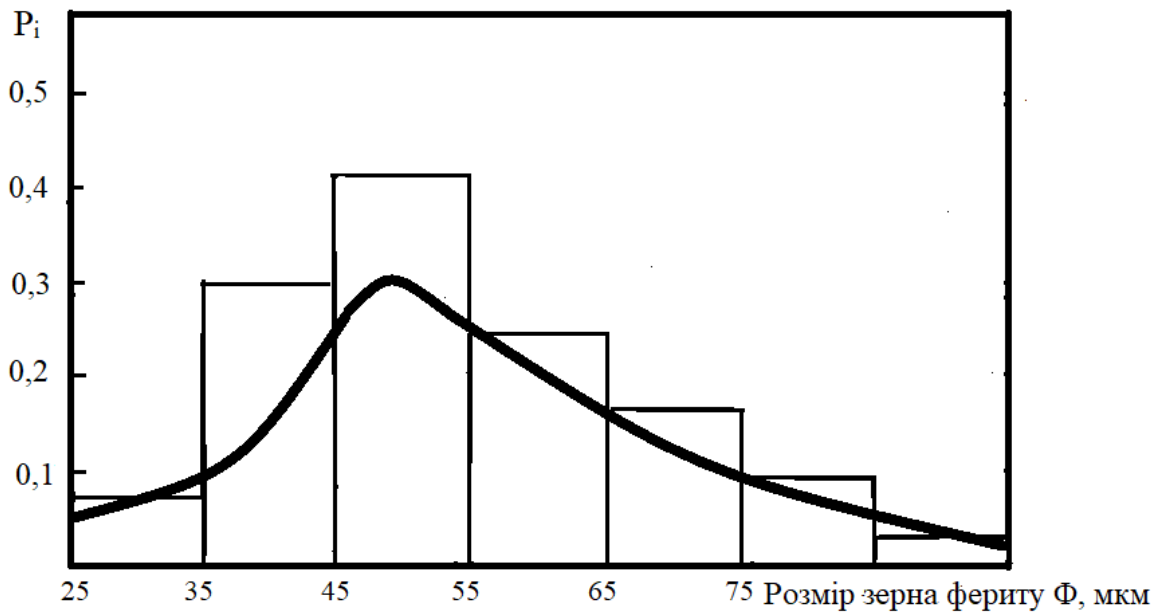


Рис. 4.6. Гістограма розподілу значень розміру зерен фериту

На вміст перліту у високоміцному чавуні може впливати процес режиму відпалу і вміст хрому. Інші фактори менше впливають на вміст перліту.

В середовищі Microsoft Excel за розрахунковими даними, будуємо кореляційні поля, емпіричні та теоретичні лінії регресії для функцій, які досліджували. В програмі Microsoft Office Excel звісно в режимі кореляції і регресії MS Excel проводили дисперсійний, кореляційний та регресійний аналіз для оцінки значущості коефіцієнтів одержаних рівнянь регресії [20, 21].

Вплив хімічного складу та структури високоміцного чавуну на механічні властивості досліджували при застосуванні пакету програми MathCAD та інші [22, 23, 24, 25].

Коефіцієнти відшукуваних функцій рівнянь регресій доцільно також розраховувати в середовищі MathCAD.

Для побудови графіків залежностей $y = f(x)$ виконували математичні розрахунки в середовищі пакету MathCAD та графічних редакторів Microsoft Office.

Залежності механічних властивостей високоміцного чавуну від хімічного складу наведені на рис. 4.1–4.8. Залежність впливу міцності високоміцного чавуну на його твердість показана на рис. 4.9.

4.4. Вплив вмісту вуглецю і кремнію високоміцного чавуну на механічні властивості

Залежності міцності та твердості високоміцного чавуну від хімічного складу наведено на рис. 4.7. – 4.14.

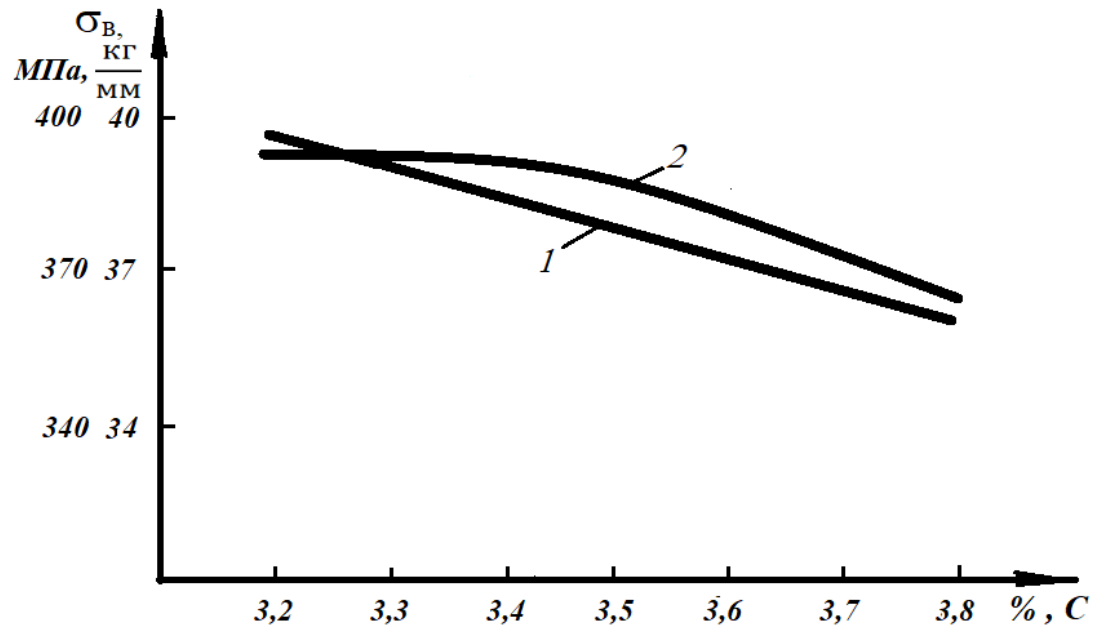


Рис. 4.7. Графік залежності σ_b високоміцного чавуну від вмісту С:
1 – лінійна; 2 – квадратична

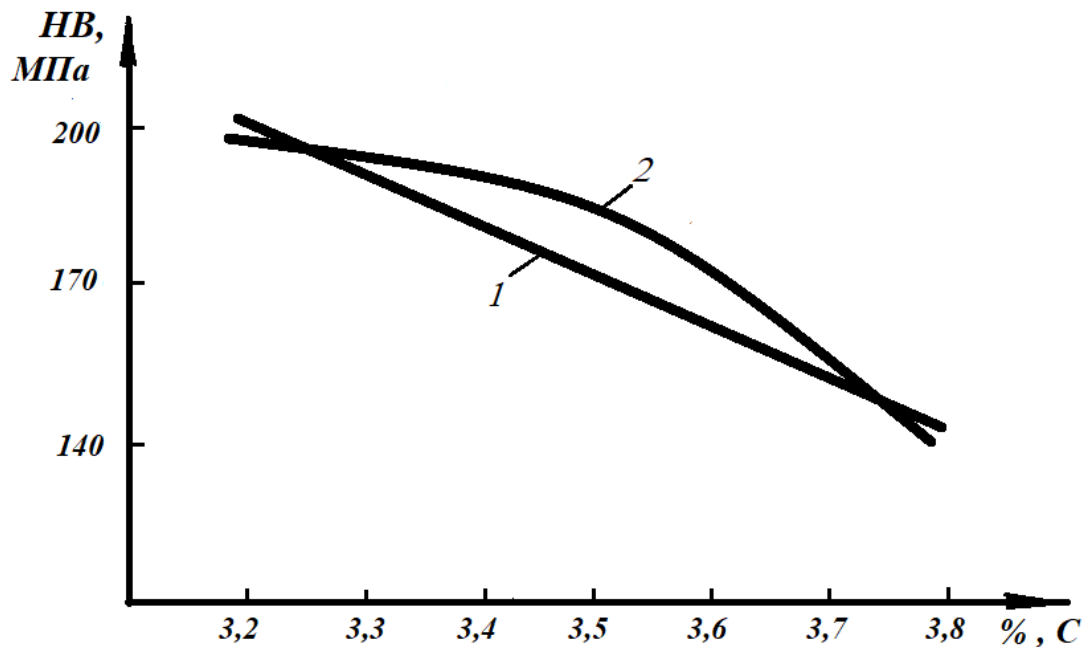


Рис. 4.8. Залежність HV високоміцного чавуну від вмісту С:
1 – лінійна; 2 – квадратична

Аналізуючи рис. 4.7-4.8, бачимо, що при збільшенні вмісту С міцність та твердість високоміцного чавуну знижується, це звісно узгоджується з літературними даними. Залежність міцності, твердості в досліджуваному діапазоні вмісту С, може зазначити, що вони мають звісно однаковий характер. Визначені коефіцієнти кореляції $r_1=0,36$; $r_2=0,32$; $r_1=0,24$; $r_2=0,24$; і кореляційного відношення $r_1=0,32$, $r_2=0,27$ є статистично значущі.

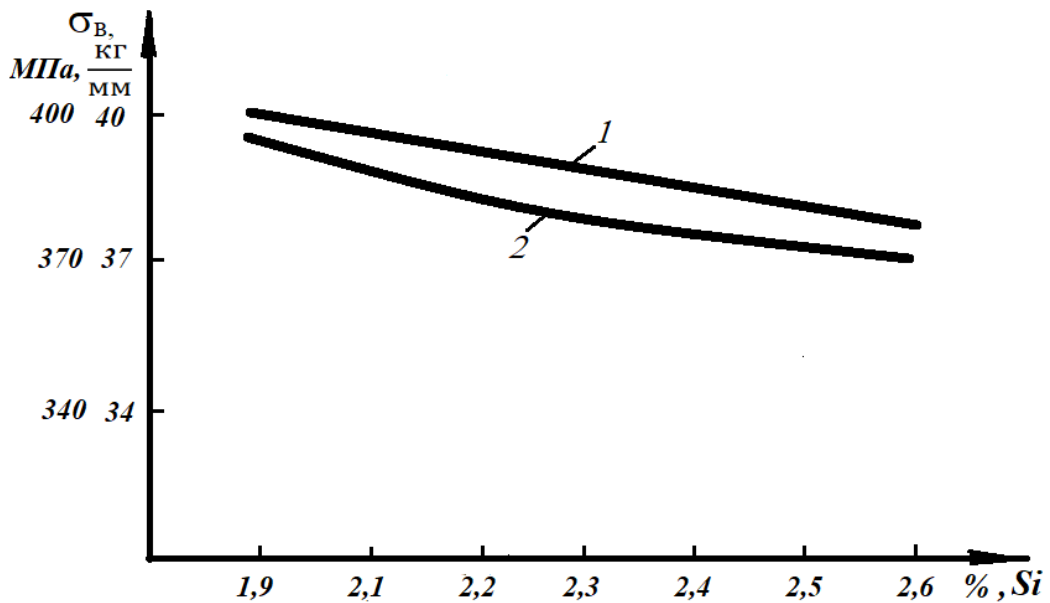


Рис. 4.9. Залежність $\sigma_{\text{в}}$ високоміцного чавуну від вмісту Si:
1 – лінійна; 2 – квадратична

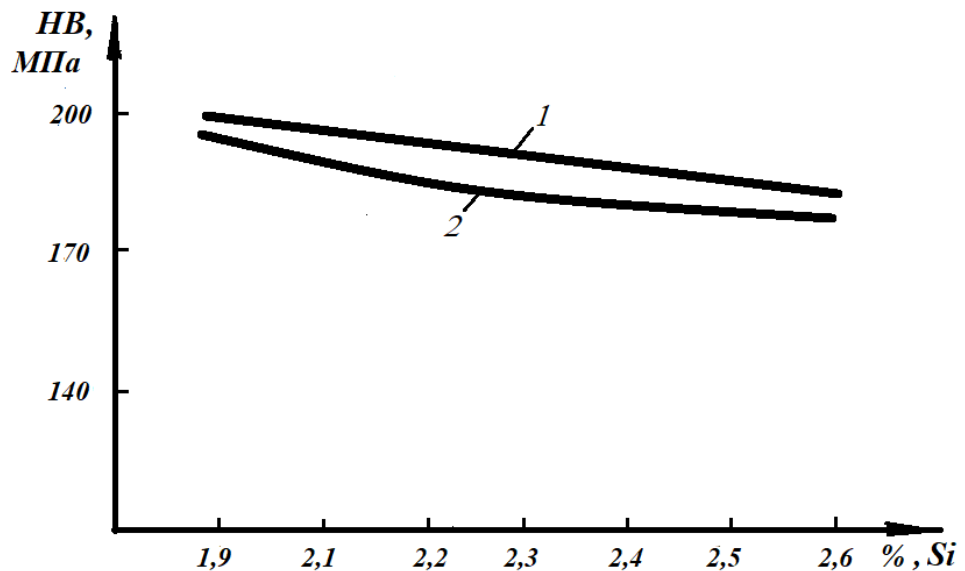


Рис. 4.10. Залежність НВ високоміцного чавуну від вмісту Si:
1 – лінійна; 2 – квадратична

Виконуючи аналіз рис. 4.9-4.10 видно, що при збільшенні кремнію міцність та твердість високоміцного чавуну знижується, коефіцієнти кореляції у цьому випадку менші, ніж у порівнянні впливу С на механічні властивості. Коефіцієнти кореляції $r_1=0,18$, $r_2=0,18$; $r_1=0,23$, $r_2=0,23$ та кореляційного відношення $r_1=0,20$, $r_2=0,26$ є статистично значущі.

4.5. Вплив вмісту марганцю і сірки високоміцного чавуну на механічні властивості

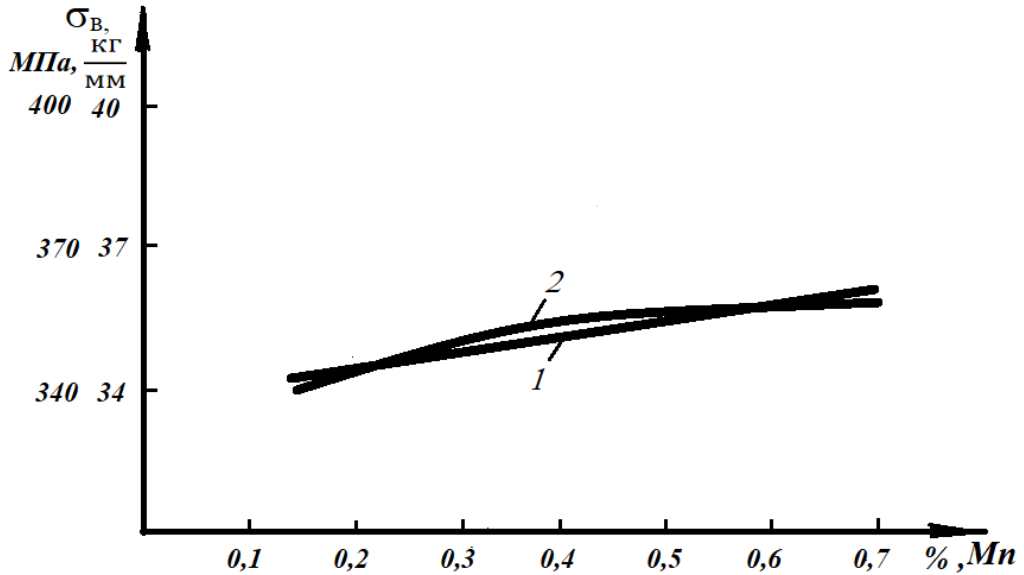


Рис. 4.11. Залежність σ_b високоміцного чавуну від вмісту Mn:
1 – лінійна; 2 – квадратична

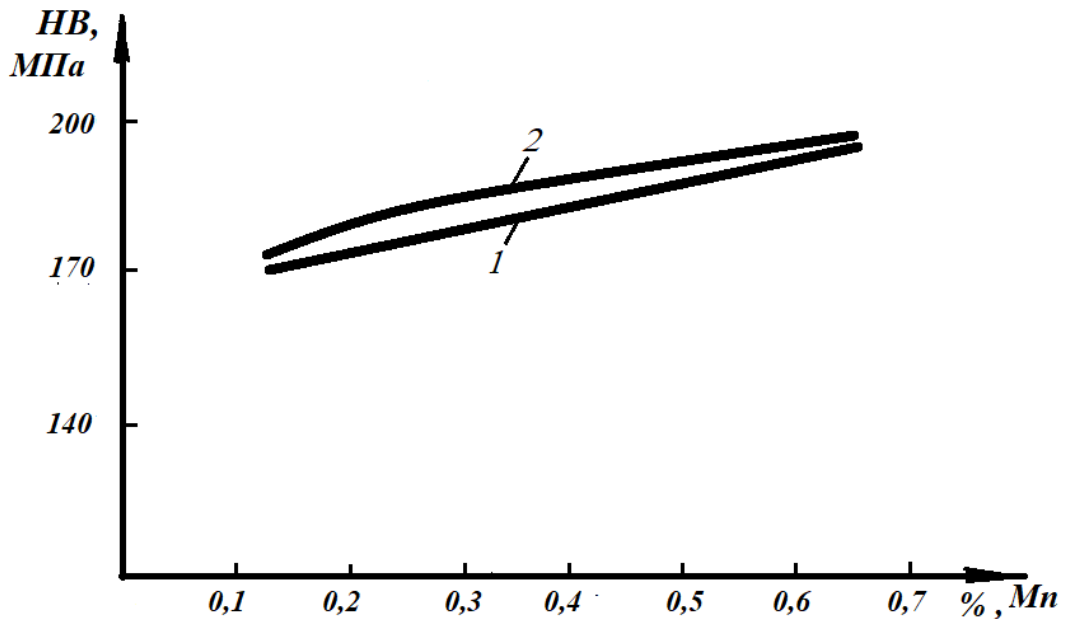


Рис. 4.12. Залежність НВ високоміцного чавуну від вмісту Mn:
1 – лінійна; 2 – квадратична

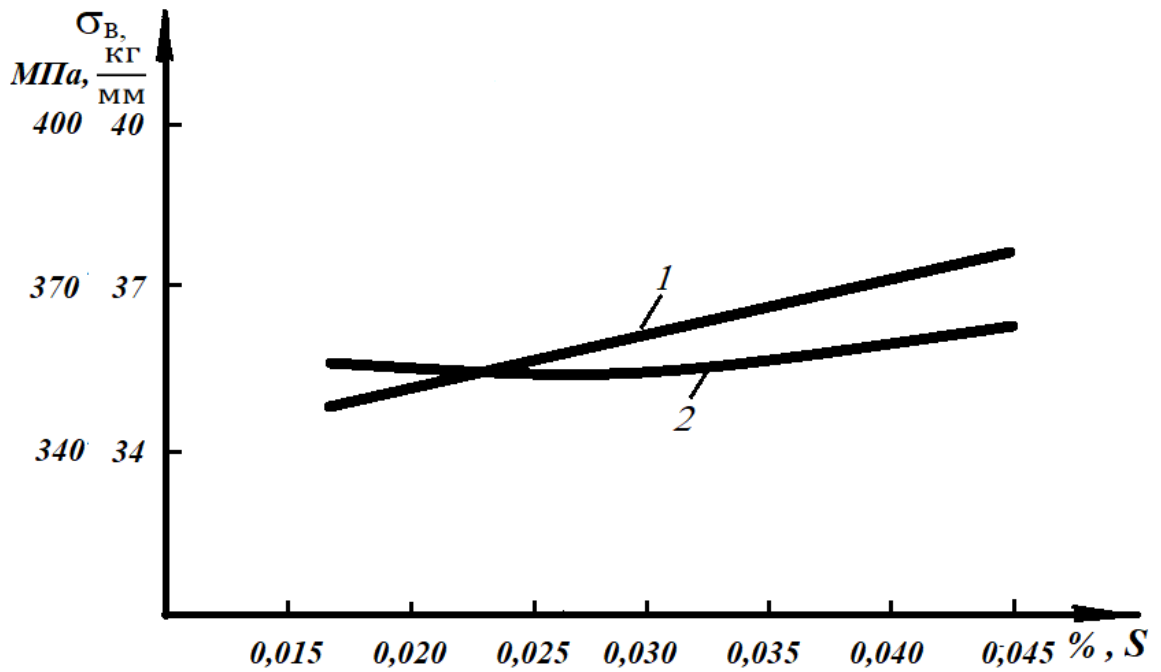


Рис. 4.13. Залежність $\sigma_{\text{в}}$ високоміцного чавуну від вмісту S:

1 – лінійна; 2 – квадратична

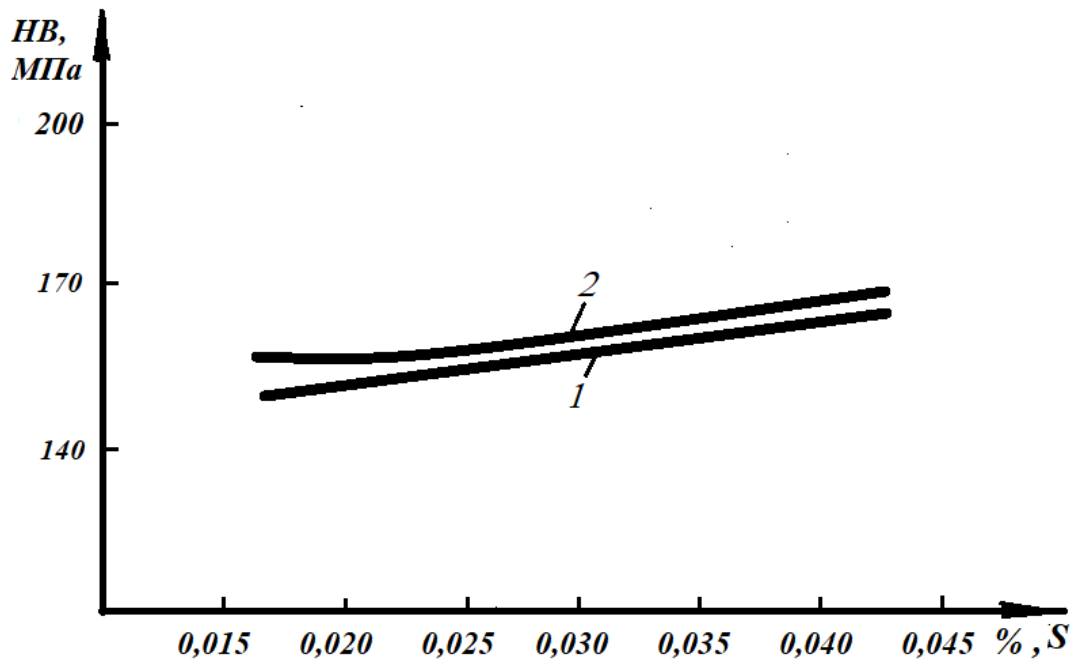


Рис. 4.14. Залежність HB ковкого чавуну від вмісту S:

1 – лінійна; 2 – квадратична

З рис. 4.11-4.14, видно, що при аналізі впливу вмісту Mn і S на $\sigma_{\text{в}}$ та HB високоміцного чавуну вказує, що зі збільшенням їх вмісту спостерігається збільшення як $\sigma_{\text{в}}$, так і HB високоміцного чавуну. При цьому вплив S більш

визначальний, ніж Mn , це підтверджується звісно більшими за величиною коефіцієнтами кореляції для залежностей $\sigma_B=f(S)$; $HV=f(S)$; $r_1=0,23$; $r_2=0,23$ і $r_1=0,29$, $r_2=0,29$; кореляційного відношення $r_1=0,25$, $r_2=0,28$, а для залежностей $\sigma_B=f(Mn)$; $HV=f(Mn)$ коефіцієнти кореляції менші $r_1=0,17$; $r_2=0,17$, $r_1=0,19$, $r_2=0,10$ і кореляційні відношення $r_1=0,19$, $r_2=0,25$ статистично значущі.

4.6. Вплив міцності на твердість високоміцного чавуну

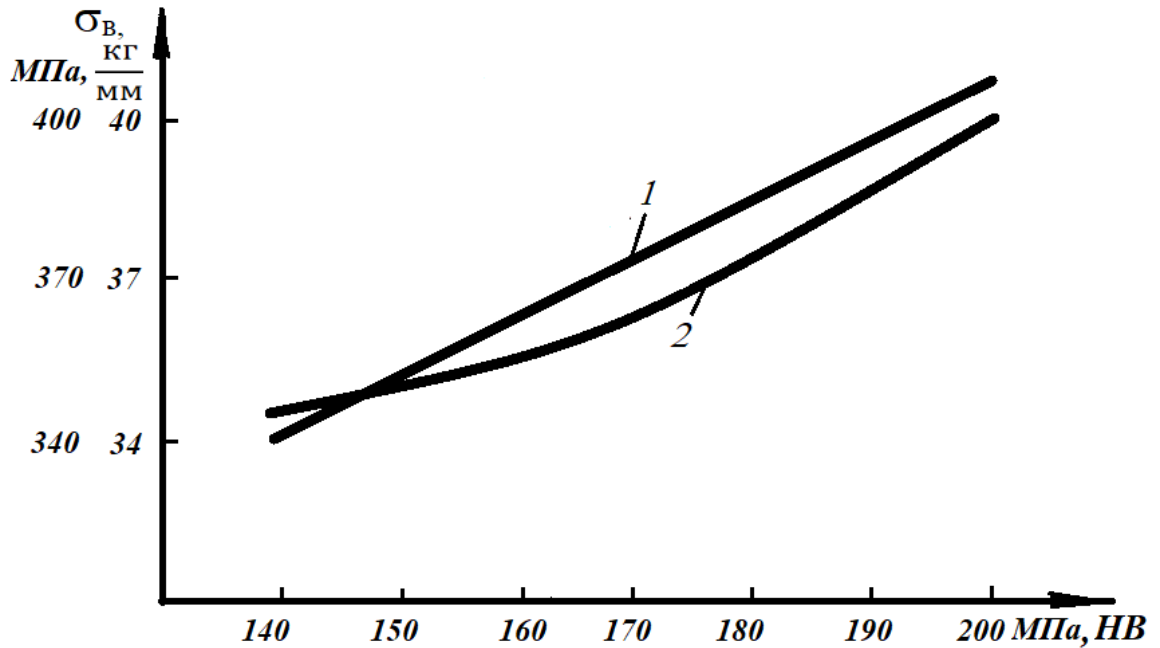


Рис. 4.15. Залежність σ_B високоміцного чавуну від HV :

1 – лінійна; 2 – квадратична

При аналізі рівняння регресії, а також рис. 4.15 бачимо, що вплив σ_B на HV високоміцного чавуну характеризується високою тісністю зв'язку, тому, що коефіцієнт кореляції дорівнює $r_1=0,73$; $r_2=0,73$ і кореляційного відношення $r_1=0,74$, $r_2=0,74$, отже, вони статистично значущі. При цьому надається можливість оцінки σ_B чавуну за його HV .

ВИСНОВКИ

В магістерській кваліфікаційній роботі виконано кореляційно-регресивні дослідження впливу хімічного складу, модифікування та структури на механічні властивості високоміцного чавуну. Виконане дослідження показало, що хімічний склад та структура високоміцного чавуну має суттєвий вплив на механічні властивості чавуну.

З'ясовано, що вплив на механічні властивості C і Si наступний: з підвищенням вмісту C і Si у високоміцному чавуні, відбувається зниження σ_B і HB чавуну.

Встановлено також, що вплив C на механічні властивості високоміцного чавуну буде більш значним, ніж Si.

При дослідженні також з'ясовано, що позитивний вплив на механічні властивості високоміцного чавуну має Mn і S. Вплив S більш значний, ніж Mn. Також встановлена, висока тіснота зв'язку при додатному коефіцієнті між HB і σ_B високоміцного чавуну.

Провівши дослідження, пропонуємо наступне: для підвищення механічних властивостей високоміцного чавуну за критерій оцінки хімічного складу високоміцного чавуну приймемо: вміст C і Si; а також вміст Mn і S окремо.

Для отримання високоміцного чавуну з підвищеними механічними властивостями необхідно, щоб вміст C відповідав 3,3-3,8 %, Si 1,9-2,6%. Вміст Mn повинен бути в інтервалі 0,20-0,60%, а S 0,02% згідно ДСТУ 3925-99.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Хільчевський В. В. Матеріалознавство і технологія конструкційних матеріалів: навч. посіб. К: Либідь, 2002. 328с.
2. Клименко В.М., Шиліна О.П, Осадчук А.Ю. Технологія конструкційних матеріалів. *Конструкційні матеріали: властивості, класифікація, виробництво*: навч. посіб. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. 97 с.
3. Єременко А.П. Виробництво виливків з чорних металів. *Виробництво виливків з чавуну*: конспект лекцій. Кам'янське: ДДТУ, 2017. 74 с.
4. Методичні вказівки з дисципліни “Технологія конструкційних матеріалів і матеріалознавство” до виконання лабораторного практикуму з розділу “Вплив хімічного складу і температури на фазовий стан залізовуглецевих сплавів” / Укл.: Трофименко В.В., Клименко О.П., Овчаренко В.І. Д.: ДВНЗ УДХТУ, 2014. 46 с.
5. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисциплін Ливарні сплави та плавка чавунів та Основи теорії плавки та виробництва чавунних виливків для студентів спеціальностей 131 «Прикладна механіка» та 136 «Металургія» всіх форм навчання / Укладачі: В.Г. Іванов, Є.М. Парахневич, С. О. Шустов. Запоріжжя: ЗНТУ, 2020. 62 с.
6. Шигимага В.О. Основи матеріалознавства (метали): чавуни: метод. вказівки для самостійного вивчення дисципліни для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної (заочної) форми навч., спец. 163 «Біомедична інженерія». Державний біотехнологічний університет. Харків, 2023. 21 с.
7. Шаповал С. В. Конспект лекцій з дисципліни «Матеріалознавство» (для студентів 2 курсу денної форми навчання освітнього рівня «бакалавр» спеціальності 185 Нафтогазова інженерія та технології). Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. 122 с.

8. Іваненко І. М. Конструкційні матеріали у виробництвах неорганічних речовин [Електронний ресурс]: підручник. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 242 с.
9. Хричиков В.Е., Меньяло О.В. Ливарне виробництво чорних і кольорових металів: навч. посіб. Видання друге, доопрацьоване. Дніпропетровськ: НМетАУ, 2015. 89 с.
10. Скобло Т.С., Сідашенко О.І., Сайчук О.В. Корпусні деталі з чавунів та їх якісні показники: монографія / за ред. д.т.н. проф. Скобло Т.С. Х: Діса плюс, 2019 282 с.
11. Іванов В.Г., Парахневич Є.М., Шустов С.О. Ливарні сплави та плавка чавунів: метод. посіб. Запоріжжя: ЗНТУ, 2020. 62 с.
12. Акімов ВІ., Силованюк В.П., Волчков В.П., Івантишин Н.А. Вплив форми графітових включень на механічні властивості залізобуглецевих сплавів. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*, 2012. № 5. С. 61-66.
13. Бялік Г.А., Наумик В.В., Цивірко Е.І. Практикум з теорії ливарних сплавів та процесів: навч. посіб. Запоріжжя: ЗНТУ, 2013. 98 с.
14. Матеріалознавство: навч. посіб. / Бузило В.І., Сердюк Б.П., Яворський А.В., Гайдай О.А. Дніпро: НТУ «ДП», 2021 243с.
15. Державний стандарт України. ДСТУ3925-99:2000. Чавун з кулястим графітом для виливків. Загальнотехнічні умови. 2000.
16. Пріщенко О.Л., Черемська Н.В., Черногор Т.Т. Побудова математичних моделей за допомогою методів кореляційного і регресійного аналізу. *Вісник національного технічного університету «ХПІ». Серія: Інноваційні дослідження у наукових роботах*, 2011. №2 (1362). С. 29-36.
17. Перегуда О.В., Капустяк О.А., Курилко О.Б. Статистична обробка даних: навч. посіб. [Електронне видання]. 2022. 103 с.
18. Бахрушин В.С. Методи аналізу даних: навч. посіб. Запоріжжя: КПУ, 2011. 268 с.
19. Руденко В.М. Математична статистика: навч. посіб. К.: ЦУЛ, 2012. 304 с.

20. Василенко О.А., Сенга І.А. Математично-статистичні методи аналізу у прикладних дослідженнях: навч. посіб. Одеса: ОНАО ім. О.С. Попова, 2011. 166 с.
21. Бухкало С.І., Іглін С.П. Деякі моделі дослідження структурно-хімічних змін при експлуатації полімерних виробів. *Інтегровані технології*, 2016. №3. С. 52-57.
22. Назаренко Н. Можливості математичного пакету MATHCAD. Збірник тез II Української конференції молодих науковців. Київ, 2015. С. 181-183.
23. Дзись В.Г., Левчук О.В., Дячинська О.М. Прикладна математика на основі MathCAD: навч. посіб. Вінниця: ВНАУ, 2020. 378 с.
24. Босий М.В., Косінов А.Л., Каширін А.Д., Миронов Д.С., Лисенко А.Я. До питання дослідження механічних властивостей ковкого чавуну кореляційним і регресійним аналізом. // The 2th International scientific and practical conference “Evolving Science: Theories, Discoveries and Practical Outcomes” (November 18-20, 2024) Zurich, Switzerland, 2024. P. 239-241.
25. Босий М.В., Авраменко Є. В., Петренко О.О., Яцечко О.Ю., Бертнік В.В., Куроп'ятник Я.В. До питання впливу складу і структури на механічні властивості високоміцного чавуну. // 1-а Міжнародна науково-практична конференція «Current Challenges in Scientific Research», 6-8 жовтня Вроцлав, Польща, 2025. P. 202-205.

ДОДАТКИ