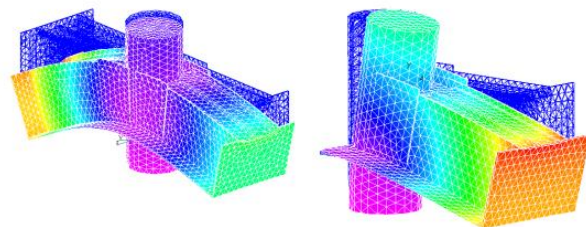


**Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Кафедра будівельних, дорожніх машин і будівництва**

БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА

**Методичні рекомендації до виконання
розрахунково-проектувального завдання
"Розрахунок статично невизначених стержневих конструкцій
методом сил"
(РПЗ №5) для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавр
спеціальності 192 – "Будівництво та цивільна інженерія"
для всіх форм навчання**



Затверджено
на засіданні кафедри
будівельних, дорожніх машин і будівництва.
Протокол № 8 від 23 січня 2025 р.

Кропивницький 2025

Будівельна механіка. Методичні рекомендації до виконання розрахунково-проектувального завдання "Розрахунок статично невизначених стержневих конструкцій методом сил" (РПЗ №5) для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавр спеціальності 192 – "Будівництво та цивільна інженерія" для всіх форм навчання / [Уклад.: Г.Д. Портнов, В.В. Пукалов, А.А. Тихий, В.В. Дарієнко]. – Кропивницький : ЦНТУ, 2025. 33 с.

Методичні вказівки складені з метою полегшення самостійної роботи здобувачів освіти при виконанні розрахунково-графічного завдання на тему: «Розрахунок статично невизначених стержневих конструкцій методом сил».

Укладачі:

Г.Д. Портнов – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва,
В.В. Пукалов – к.т.н., доцент кафедри деталей машин та прикладної механіки,
А.А. Тихий – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва,
В.В. Дарієнко – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва.

Рецензент:

І.О. Скриннік – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва.

Вступ

Методичні вказівки складені з метою полегшення самостійної роботи студентів при виконанні розрахунково-графічного завдання на тему: «Розрахунок статично невизначених стрижневих конструкцій методом сил».

Основними цілями завдання :

- ;
- стрижневих конструкцій та їх властивостями;
- невизначених стрижневих конструкцій;
- невизначених стрижневих конструкцій методом сил.

Структура завдання включа :

1. конструкцій.
2. шляхом сил.

1. Вимоги до виконання завдання

1. викладача, виходячи з рис.1 та табл. 1.
2. ():

2.1 _____ 1: _____ (

A4) на одній стороні листа (інша залиша виправлень) або у зошити; на обкладинці мають бути вказані: прізвище, ім'я та по батькові студента (повністю), назва факультету, Шифр групи. Завдання слід виконувати чорнилом (не червоним) чітким почерком із полями: зліва – 20 мм, праворуч – 10 мм. Малюнки виконуються олівцем або чорнилом.

2.2 _____ 2: _____ Word

графіки ПК на паперовому носії

3. _____ ,

числовими даними, розрахункову схему в масштабі з числовим зазначенням величин, необхідні розрахунку.

4. _____ , _____ ,

поясненнями та кресленнями, на яких всі величини, що входять до розрахунку мають бути показані у числах.

5. 2

них параметрів у системі С ,

із зазначенням одиниць виміру знайдених величин.

6. _____ .

7.

відповідно до вимог _____ : _____ (

документації). На всіх епюрах необхідно вказувати масштаб, знаки та числові значення характерних ординат. Епюри згинальних моментів будуються на розтягнутому волокні.

8. 2

виправити у ньому всі зазначені помилки.

2. Технічне завдання

Для рам, показаних на рис. 1, знайти внутрішні зусилля, побудувати Епюри цих зусиль і перевірити їх правильність.

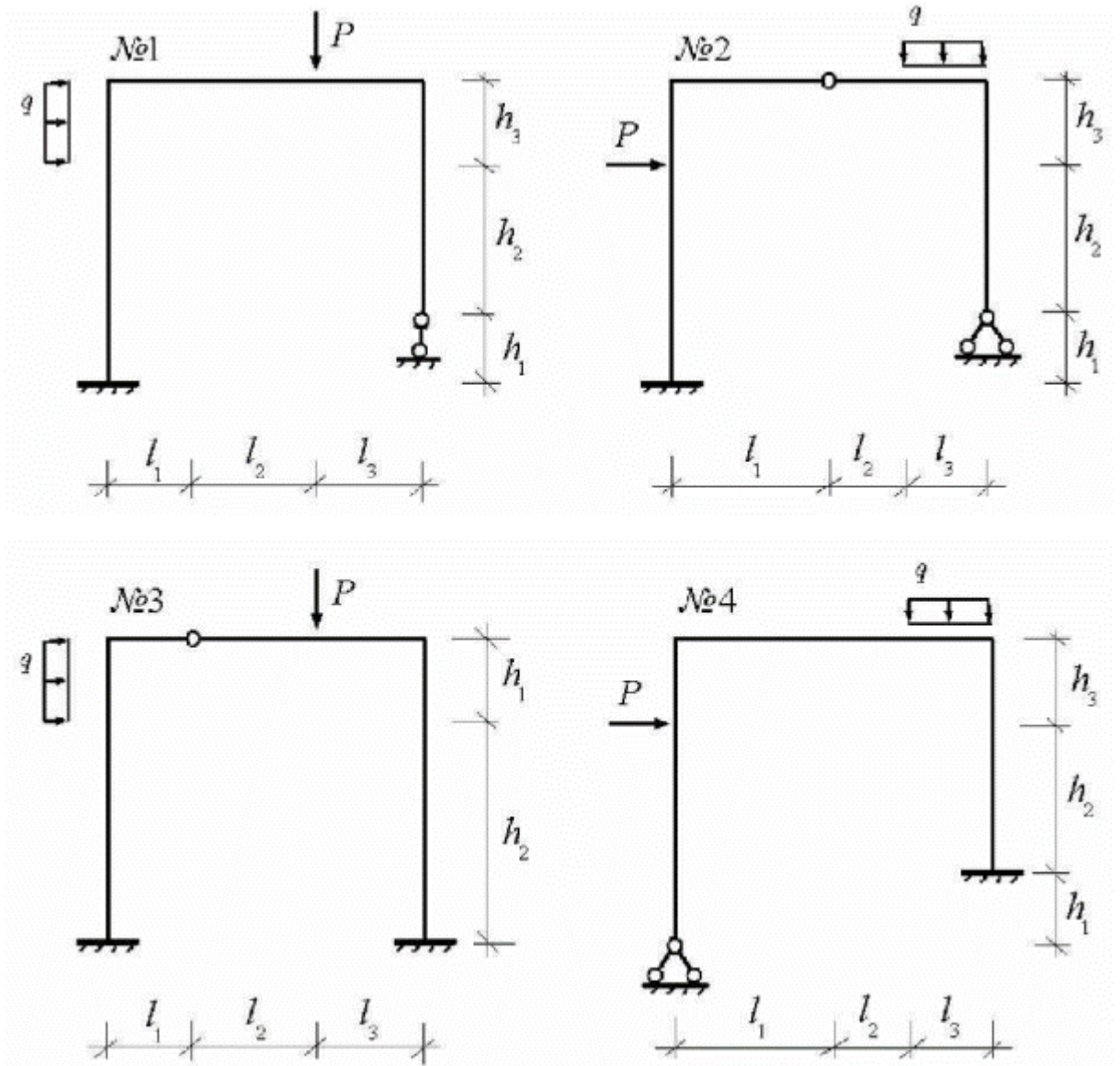


Рис. 1

Розміри рам та значення навантажень наведені в табл. 1.

Поперечні перерізи елементів усіх рам мають однакову згинальну жорсткість EI_z .

Таблиця 1.

№			В М					
	P в кН	q в кН/м	l_1	l_2	l_3	h_1	h_2	h_3
1	14,2	18	2	3	7	1	2	1
2	16,3	21	4	6	4	1	2	2
3	17,8	28	5	8	3	2	4	-
4	19,5	24	9	3	6	2	3	2

3.

3.1 Обробка вих

1. Зображення розрахункової схеми рами.
2. Встановлення параметрів зовнішніх впливів.
3. Встановлення параметрів фізичних властивостей матеріалу рами.

3.2 К

1. 2

2. ;

3.

рами.

3.3

1.

2.

3. 2

$\tilde{X}_j = 1 (j = 1, \dots, n)$, приклавши їх у напрямку віддалених зв'язків, знайти для

m_j

4. 2

M_p^0

5.

невідомих δ_{ij} та вільні члени рівняння. Δ_{iP}

6. Розв'язати канонічні рівняння.

7. $m_j \cdot X_j,$ m_j на величину
 X_j X_j

8. Побудувати остаточну епюру моментів $M_X^0 = m_1 X_1 + \dots + m_n X_n$

9. Здійснити перевірку рівноваги вузлів епюри M_X^0

10. Побудувати епюру поперечних сил за допомогою диференціальної залежності. $Q = \frac{dM}{dx} = \text{tg}\alpha$

11. Побудувати епюру поздовжніх сил, розглядаючи рівновагу вузлів.

12. Визначити опорні реакції.

13. Виконати статичну перевірку розрахунку:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum M = 0$$

4. Теоретична частина

4.1.
конструкцій

4.1.1.

Розрахункова схема стрижневої конструкції вважається невизначеною системою, якщо рівнянь статички недостатньо для однозначного визначення опорних реакцій та внутрішніх зусиль, що виникають у конструкції при довільному статичному навантаженні.

Статично невизначені стрижневі конструкції завжди геометричними незмінними системами з надмірною кількістю зв'язків. Необхідною кількісною ознакою такого різновиду геометричної незмінності конструкції є ступенів свободи:

$$W < 0.$$

Отже, кількість зайвих чи надлишкових зв'язків у конструкції, які можна видалити, зберігаючи її геометричну незмінність, дорівнює

$$L = -W \quad (4.1)$$

Число таких зв'язків називається невизначеністю, і ця величина характеризує конструкцію, за допомогою якої прийнято розрізняти статично невизначені стрижневі конструкції. Наприклад, при $L = I$

раз статично невизначеною, при $=2$ - двічі статично невизначеною і так далі.

Поняття зайвого зв'язку в статично невизначеному стрижневому конструкції протистоїть поняття необхідного зв'язку - абсолютно необхідної та умовно необхідної.

4.1.2.

Формула (4.1) дозволя невизначеності стрижневої конструкції, якщо вона не ма всередині конструкції, а всі вони розташовані в опорних закріпленнях та, отже, внутрішніх зайвих зв'язків контур приносить 3 зайві зв'язки. Тому якщо конструкція містить замкнутих контурів, то загальна кількість внутрішніх зайвих зв'язків дорівнює $3K$.

У тих випадках, коли в замкнути контури врізані шарніри, то кожен такий шарнір на одиницю зменшу зв'язків. Отже, якщо загальна кількість шарнірів, врізаних у замкнутих контурів, що дорівнює , співвідношенням - .

Таким чином, у загальному випадку ступінь статичної невизначеності визнача .

$$L=L_1+L_2, \quad (4.2)$$

де $L_1 = -W$ - , зовнішньої статичної невизначеності конструкції, $L_2 = 3K - Ш$ - число

внутрішніх зайвих зв'язків, що визначають ступінь внутрішнього статичного невизначеності конструкції.

Залежно від значень, що приймаються L_1 та L_2 , прийнято розрізняти наступні різновиди статично невизначених стрижневих конструкцій:

$$- L_1 \neq 0, \quad L_2 = 0 -$$

конструкції;

$$- L_1 = 0 \quad L_2 \neq 0 -$$

конструкції;

$$- L_1 \neq 0 \quad L_2 \neq 0 -$$

конструкції.

4.1.3.

Статично невизначені стрижневі конструкції мають поруч специфічних властивостей, які істотно відрізняють їх від статично визначених конструкцій:

1.

конструкціях залежать від кількості зайвих зв'язків, а також їх геометричних та фізичних властивостей.

2.

конструкцій більше порівняно зі статично визначеними конструкціями, які можуть бути отримані зі статично невизначених видаленням зайвих зв'язків.

3.

переміщення, що виникають, як правило, менше переміщень статично

визначальних конструкцій, які можуть бути отримані зі статично невизначених видаленням зайвих зв'язків.

4. ,
правило, виникають додаткові внутрішні зусилля від осадки опор і змін температури.

5.
виникати монтажні внутрішні зусилля у разі неточностей виготовлення окремих елементів цих конструкцій.

6. ,
стрижневих конструкціях від дії навантаження, залежать від співвідношення жорсткостей (EI , EA , GA) конструкції, а внутрішні зусилля, що виникають від кінематичних впливів - від самих величин цих жорсткостей.

4.1.4. .
конструкцій

Формулювання завдання розрахунку стрижневих статично невизначених конструкцій, що ма ,
звучить так: при заданій геометричній схемі системи і навантаженні, що ді ,
(форму та розміри) всіх конструктивних елементів та забезпечити її достатню надійність та жорсткість. У загальному вигляді таке завдання поки не вирішено.

Тому будівельна механіка пропонує
завдання: визначити внутрішні зусилля та переміщення у стрижневій статично невизначеній конструкції при заданих геометричній схемі системи, поперечні перерізи стрижнів і діюче навантаження.

Оскільки внутрішні зусилля статично невизначені конструкції залежать від геометричних і фізичних параметрів системи, а ті, у свою чергу, впливають на якісну та кількісну сторони процесу її . , ківі рівняння, що відбивають особливості деформування конструкції. Такі рівняння називаються канонічними, а невідомі в них величини - основними невідомими завдання та підлягають першочерговому визначенню.

Залежно від природи невідомих величин, що входять до додаткових рівнянь, існують різні методи вирішення приватної завдання розрахунку стрижневих статично невизначених конструкцій, Основними з яких . випадку основними невідомими зв'язках конструкції, у в другому - характерні вузлові переміщення (лінійні та кутові) конструкції.

4.2.
методом сил

4.2.1.

Задана довільна плоска статично невизначена стрижнева конструкція (рис. 4.1), для якої вважаються відомими всі розміри геометричної схеми та поперечних перерізів стрижнів.

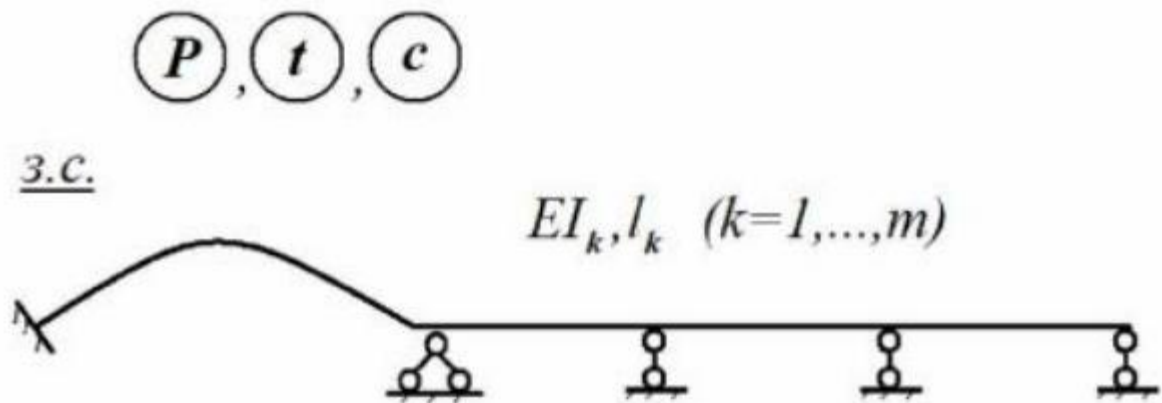


Рис. 4.1

Ступінь статичної невизначеності заданої системи дорівнює

$$L = n.$$

На задану систему діють довільне навантаження, температурні зміни (температура) та осад опор, показані на рис. 4.1 умовними літерними позначеннями: P - , t - температура, c - осад опор. Задана конструкція вважає системою.

4.2.2.

В основі розрахунку стрижневих конструкцій методом сил лежить перехід від заданої статично невизначеної системи до розрахунку еквівалентної статично визначеної системи. Еквівалентність двох систем виявля () та однаковості переміщень (кінематична еквівалентність). Така еквівалентна система і називає методом сил.

Для отримання основної системи із заданої системи спочатку видаляють усі зайві зв'язки (рис. 4.2) так, щоб перетворена система була

геометрично незмінною з необхідним числом зв'язків та, послідовно, статично визначимою. Оскільки можливі різні схеми видалення зайвих зв'язків у заданій системі, то можливе отримання кількох варіантів статично визначених систем.

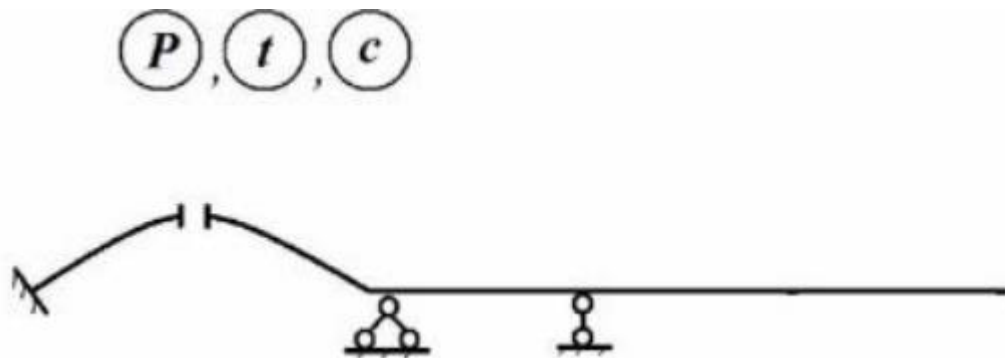


Рис. 4.2

Статична еквівалентність отриманої статично визначальної системи заданій системі досяга додаткових зовнішніх впливів реакцій віддалених зайвих зв'язків X_1, \dots, X_n (рис. 4.3, а)

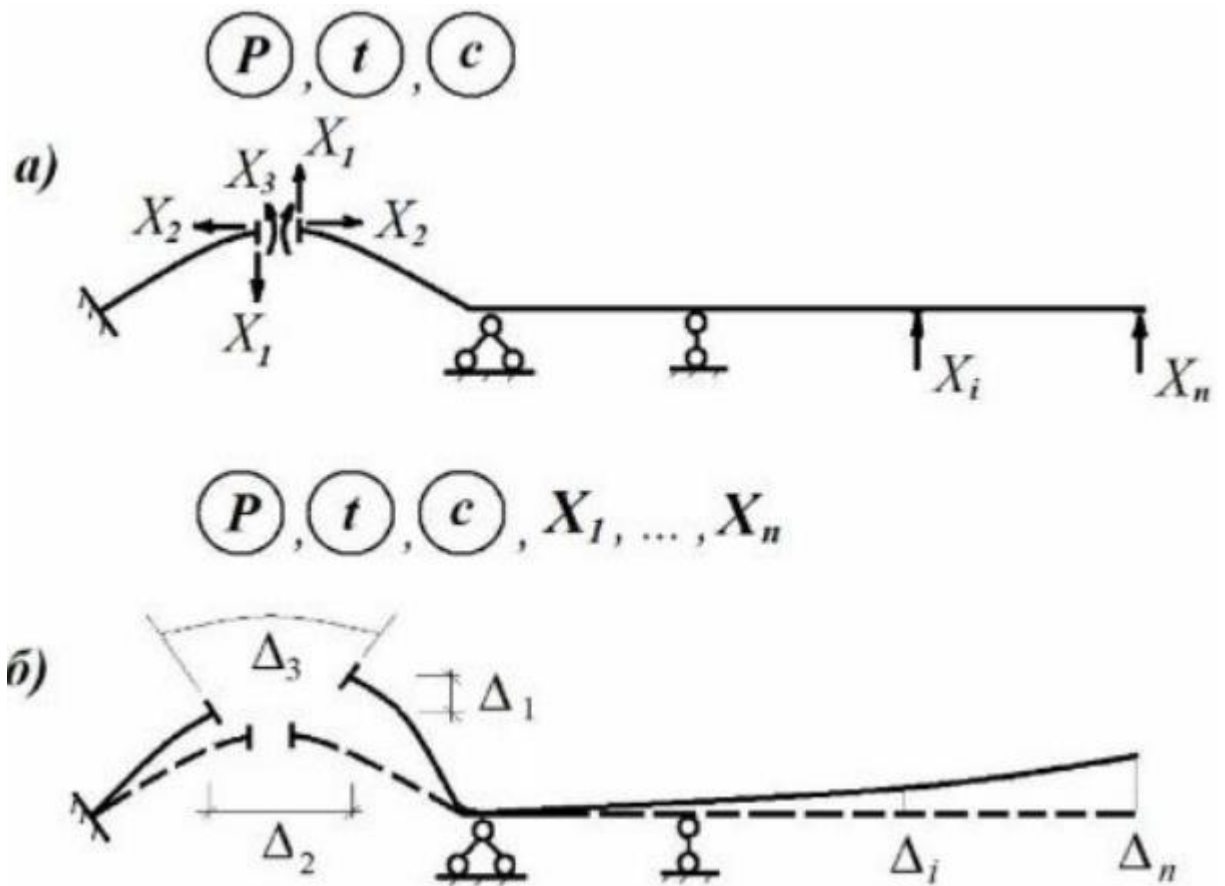


Рис. 4.3

При подальшому розрахунку ці реакції підлягають першочерговому визначенню і тому вони називаються основними невідомими методу сил.

Для досягнення кінематичної еквівалентності двох систем вводяться умови звернення до нуля повних переміщень (рис. 4.3, б)

$$\Delta_1 = 0, \dots, \Delta_n = 0, \quad (4.3)$$

що виникають у статично визначеної системи за напрямом основних невідомих. Оскільки ці переміщення породжуються основними невідомими та заданими зовнішніми впливами, то вони функціями цих величин та умови (4.3) можна записати в наступному вигляді:

$$\delta_{ij} = \delta_{ji} \quad (i, j = 1, \dots, n)$$

часткові переміщення, що входять в канонічні рівняння $\Delta_{iP}, \Delta_{it}, \Delta_{ic} \quad (i = 1, \dots, n)$ від дії, відповідно, навантаження, температури або опади опор називаються вільними членами канонічних рівнянь.

4.2.3.

Для визначення коефіцієнтів сил потрібно послідовно завантажити основну систему безрозмірними силами $\tilde{X}_j = 1 \quad (j = 1, \dots, n)$, знайти для кожного завантаження внутрішні зусилля m_j, q_j, n_j і побудувати їх епюри. Такі внутрішні зусилля та їх епюри називаються одиничними, а відповідні їм схеми навантаження вважаються поодинокими станами основної системи.

Після знаходження одиничних внутрішніх зусиль m_j, q_j, n_j та побудови їх епюр проводиться обчислення коефіцієнтів δ_{ij} Максвелла – Мора. У цьому роль навантаження грають безрозмірні сили $\tilde{X}_j = 1 \quad (j = 1, \dots, n)$, а відповідні їм поодинокі внутрішні зусилля m_j, q_j, n_j грають роль внутрішніх зусиль реального стану.

Тоді формула Максвелла - Мора для визначення δ_{ij} набуває

$$\delta_{ij} = \sum_k \int_l \frac{m_i m_j}{EI_z} ds + \sum_k \int_l \frac{n_i n_j}{EA} ds + \sum_k \int_l \frac{q_i q_j}{GA} ds$$

Необхідність обліку окремих доданків залежить від виду стрижневої конструкції.

Для визначення вільних членів канонічних рівнянь Δ_{iP} ($i = 1, \dots, n$) необхідно розглянути основну систему під дією внутрішніх зусиль M_P^0, Q_P^0, N_P^0 їх епюри. Такі внутрішні зусилля та його епюри називаються вантажними, а відповідна їм схема навантаження вважається основною системою.

Після знаходження вантажних внутрішніх зусиль M_P^0, Q_P^0, N_P^0 та побудови їх епюр проводиться обчислення вільних членів Δ_{iP} за формулою Максвелла Мора, яка з урахуванням введених позначень набуває вигляду

$$\Delta_{iP} = \sum_k \int_l \frac{m_i M_P^0}{EI_z} ds + \sum_k \int_l \frac{n_i N_P^0}{EA} ds + \sum_k \int_l \frac{q_i Q_P^0}{GA} ds$$

Для визначення вільних членів канонічних рівнянь Δ_{it} ($i = 1, \dots, n$) необхідно розглянути основну систему під дією температури, знайти для кожного стрижня питомий температурний перепад $\Delta t'$, збільшення температури на осі Δt_o та побудувати епюри цих величин. Після знаходження величин $\Delta t'$ і Δt_o проводиться обчислення вільних членів Δ_{it} за формулою температурних переміщень для плоских статично визначених стрижневих конструкцій

$$\Delta_{it} = \sum_k \int_l \alpha (n_i \Delta t_o + m_i \Delta t') ds$$

Для обчислення вільних членів канонічних рівнянь $\Delta_{ic} = (i = 1, \dots, n)$ використовують .
 плоских статично визначальних стрижневих конструкціях від заданих зсувів опор C_j

$$\Delta_{ic} = -\sum_j r_{ji} C_j$$

Поодинокі опорні реакції r_{ji} , що входять до ці . ,
 знайденими під час розгляду одиничних станів основної системи.

4.2.4.

Математичною формою канонічних рівнянь методу сил система неоднорідних лінійних рівнянь алгебри

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2; \\ &\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n, \end{aligned}$$

де $a_{ij} = \delta_{ij}$, $x_j = X_j$, $b_i = -(\Delta_{iP} + \Delta_{it} + \Delta_{ic})$.

Для вирішення канонічних рівнянь методу сил застосовують чисельні методи розв'язання систем лінійних рівнянь алгебри.

4.2.5.

Для визначення внутрішніх зусиль, що виникають у заданій системі від прикладених до неї зовнішніх впливів, що використовуються основна система методу сил та результати її розрахунку.

При знаходженні коефіцієнтів δ_{ij} основна система завантажувалася безрозмірними силами $\tilde{X}_j = 1 (j = 1, \dots, n)$, для кожного завантаження були отримані поодинокі внутрішні зусилля m_j, q_j, n_j . Оскільки прикладені до основної системи як додаткових зовнішніх впливів основні невідомі X_1, \dots, X_n знайдено і основна система вважає, що внутрішні зусилля, що виникають у ній від дії X_1, \dots, X_n , будуть рівні

$$\begin{aligned} M_X^0 &= m_1 X_1 + \dots + m_n X_n, \\ Q_X^0 &= q_1 X_1 + \dots + q_n X_n, \\ N_X^0 &= n_1 X_1 + \dots + n_n X_n. \end{aligned} \quad (4.8)$$

При визначенні вільних членів канонічних рівнянь $\Delta_{iP} (i = 1, \dots, n)$ до основної системи прикладалося задане навантаження, та було знайдено вантажні внутрішні зусилля M_P^0, Q_P^0, N_P^0 .

Для визначення вільних членів канонічних рівнянь $\Delta_{it} (i = 1, \dots, n)$ і $\Delta_{ic} (i = 1, \dots, n)$ основна система розглядалася під дією X_1, \dots, X_n . Відповідно до властивостей статично визначальних систем в основній системі не виникають внутрішні зусилля цих зовнішніх впливів. Отже

$$M_t^0 \equiv 0, Q_t^0 \equiv 0, N_t^0 \equiv 0 \quad (4.9)$$

i

$$M_c^0 \equiv 0, Q_c^0 \equiv 0, N_c^0 \equiv 0 \quad (4.10)$$

Таким чином, для визначення внутрішніх зусиль у заданій системі необхідно, відповідно до принципу суперпозиції, скласти внутрішні зусилля, отримані в основній системі від основних невідомих X_1, \dots, X_n , заданого навантаження, температури та опади опор. Отже, при спільній дії на задану систему навантаження, температури та опади опор формули для визначення внутрішніх зусиль, з урахуванням(4.9) та (4.10), мають вигляд

$$\begin{aligned} M &= m_1 X_1 + \dots + m_n X_n + M_P^0, \\ Q &= q_1 X_1 + \dots + q_n X_n + Q_P^0, \\ N &= n_1 X_1 + \dots + n_n X_n + N_P^0. \end{aligned} \quad (4.11)$$

У разі роздільної дії навантаження, температури та опади опор формули (4.11) набувають вигляду:

$$\begin{aligned} M_P &= m_1 X_1 + \dots + m_n X_n + M_P^0, \\ Q_P &= q_1 X_1 + \dots + q_n X_n + Q_P^0, \\ N_P &= n_1 X_1 + \dots + n_n X_n + N_P^0. \end{aligned}$$

$$M = m_1 X_1 + \dots + m_n X_n,$$

$$Q = q_1 X_1 + \dots + q_n X_n,$$

$$N = n_1 X_1 + \dots + n_n X_n.$$

5.

Розрахунок методом сил плоских статично невизначених рам на дію навантаження

5.1

В основі розрахунку стрижневих конструкцій методом сил лежить перехід від заданої статично невизначеної системи до розрахунку основної статично визначеної системи, яка виходить із заданої видаленням усіх зайвих зв'язків.

Реакції віддалених зв'язків називаються основними невідомими методу сил. Для їх визначення складаються канонічні рівняння, які при розрахунку на дію навантаження мають вигляд:

$$\delta_{11} X_1 + \dots + \delta_{1n} X_n + \Delta_{1P} = 0,$$

.....

$$\delta_{n1} X_1 + \dots + \delta_{nn} X_n + \Delta_{nP} = 0.$$

Канонічні рівняння лінійних рівнянь алгебри щодо основних невідомих X_1, \dots, X_n . Для вирішення канонічних рівнянь необхідно визначити коефіцієнти δ_{ij} , Δ_{iP} .

Для визначення коефіцієнтів δ_{ij} стану основної системи, завантаживши її послідовно безрозмірними силами $\tilde{X}_j = 1 (j = 1, \dots, n)$, знайти для кожного завантаження внутрішні зусилля m_j, q_j, n_j і побудувати їх епюри. Такі внутрішні зусилля та їх епюри називаються одиничними. Обчислення коефіцієнтів δ_{ij} здійснюється за формулою:

$$\delta_{ij} = \sum_k \int \frac{m_i m_j}{EI_z} ds.$$

Для визначення вільних членів канонічних рівнянь Δ_{iP} необхідно розглянути основну систему під впливом навантаження, знайти внутрішні зусилля M_P^0, Q_P^0, N_P^0 і побудувати їх епюри. Такі внутрішні зусилля та його епюри називаються вантажними, а відповідна їм схема навантаження вважається основною. Обчислення вільних членів Δ_{iP} здійснюється за формулою:

в якій утримується моментів:

$$\Delta_{iP} = \sum_k \int \frac{m_i M_P^0}{EI_z} ds$$

Після вирішення канонічних рівнянь та знаходження основних невідомих методу сил внутрішні зусилля, що виникають у заданій системі від навантаження, визначаються за формулами:

$$M = m_1 X_1 + \dots + m_n X_n + M_P^0,$$

$$Q = q_1 X_1 + \dots + q_n X_n + Q_P^0,$$

$$N = n_1 X_1 + \dots + n_n X_n + N_P^0.$$

Для перевірки правильності знайдених внутрішніх зусиль виконуються статичні та кінематичні перевірки. Статичні перевірки полягають у перевірці рівноваги вузлів, стрижнів та заданої системи загалом за тими самими правилами, що й для статично визначених систем. Кінематичні перевірки полягають у перевірці виконання умов

$$\sum_k \int_s \frac{m_i M}{EI_Z} ds = 0 \quad (i = 1, \dots, n).$$

5.2.

Для рами, показаної на рис. 5.1, визначити внутрішні зусилля, побудувати епюри внутрішніх зусиль та перевірити їхню правильність.

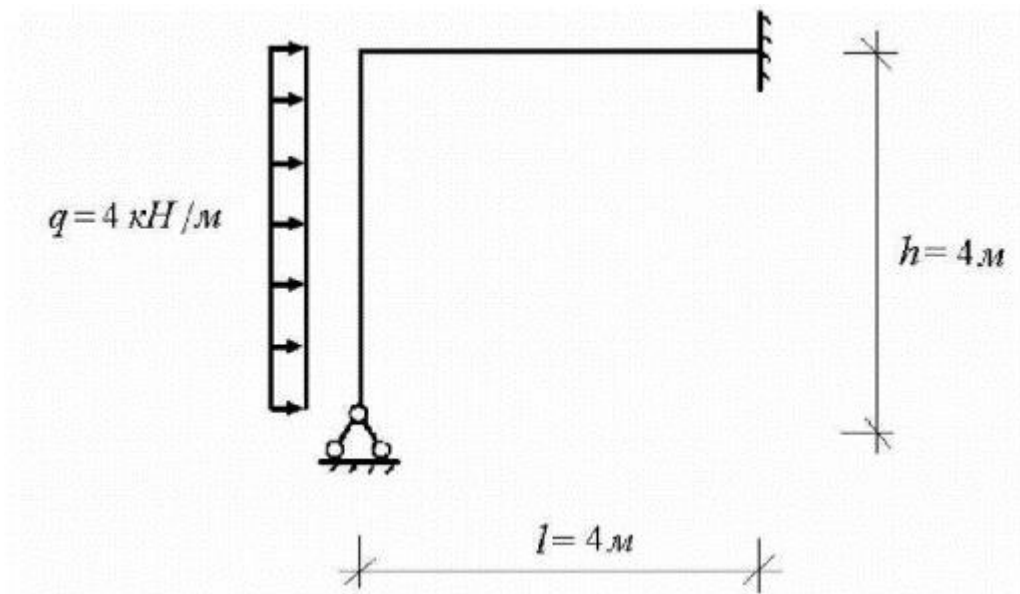


Рис. 5.1

Поперечні перерізи всіх елементів рами мають однакову згинальну жорсткість EI_z

Так як у рами відсутні замкнуті контури, то ступінь її статичної невизначеності визначається

$$L = -W$$

і дорівнює

$$L = -3 - 1 + 5 = 2.$$

Для утворення основної системи методу сил відкинемо два опорні стрижня на лівій опорі. Вибраний варіант основної системи показано на рис. 5.2.

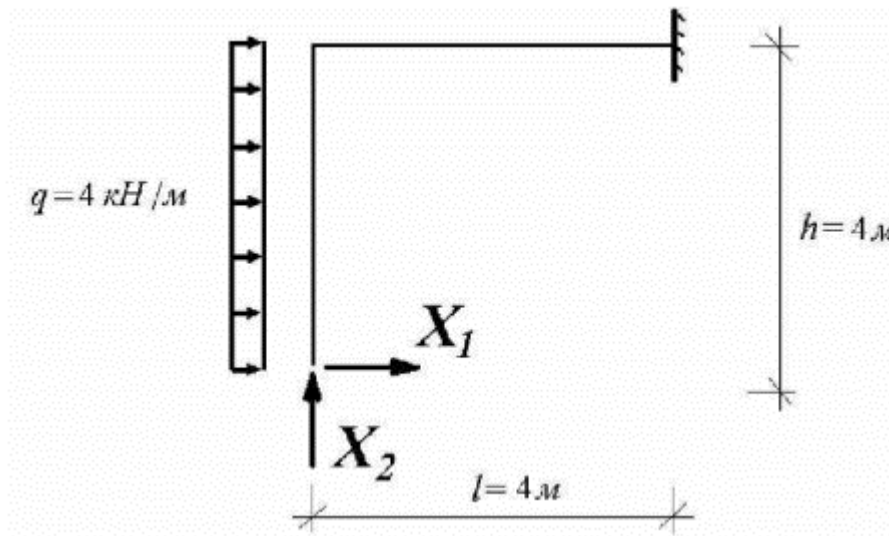


Рис. 5.2

Канонічні рівняння методу сил для рами, що розраховується, з урахуванням її ступіні статичної невизначеності, мають вигляд

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0,$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0.$$

Для визначення коефіцієнтів одиничні та вантажний стан і будуємо для статично визначних рам.

Перший одиничний стан та відповідні йому епюри внутрішніх зусиль показано на рис. 5.3.

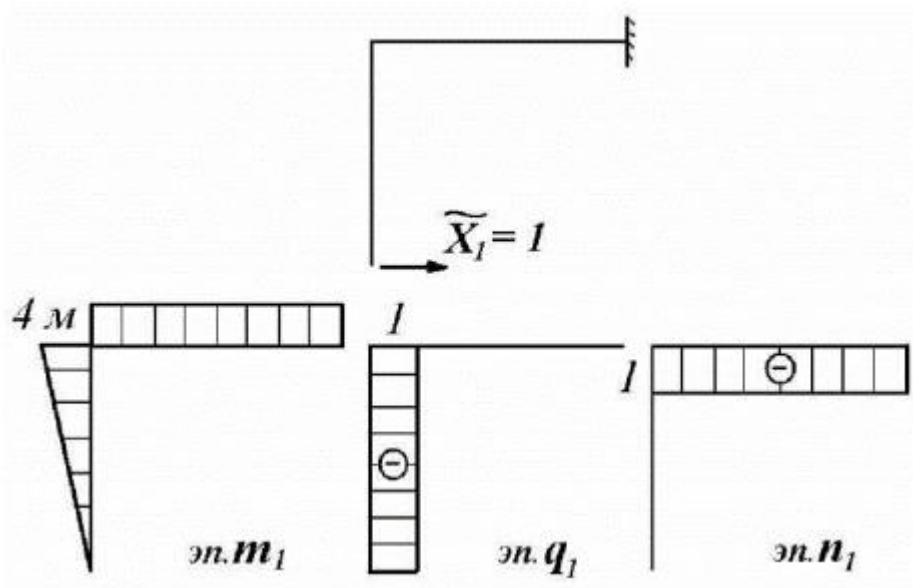


Рис. 5.3

Знаходимо вільні члени канонічних рівнянь за формулою Максвелла – Мора з використанням правила Верещагіна.

$$\Delta_{1P} = \sum_{k=1}^2 \int \frac{m_k M_P^0}{EI_z} ds = \frac{1}{EI_z} \left(\frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 - \frac{2}{3} \cdot \frac{4 \cdot 4^2}{8} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 + 32 \cdot 4 \cdot 4 \right) = \frac{640}{EI_z},$$

$$\Delta_{2P} = \sum_{k=1}^2 \int \frac{m_k M_P^0}{EI_z} ds = -\frac{1}{EI_z} \cdot 32 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = -\frac{256}{EI_z}.$$

Таким чином, канонічні рівняння методу сил для розрахованої рами, з урахуванням знайдених значень коефіцієнтів вільних членів, що набувають вигляду

$$85,333X_1 - 32X_2 + 640 = 0,$$

$$-32X_1 + 21,333X_2 - 256 = 0.$$

Вирішуючи систему канонічних рівнянь, отрима основних невідомих:

$$X_1 = -6,857 \text{ кН}, \quad X_2 = 1,714 \text{ кН}.$$

Формули визначення остаточних внутрішніх зусиль розрахованої рами набувають вигляду:

$$M = m_1X_1 + m_2X_2 + M_P^0,$$

$$Q = q_1X_1 + q_2X_2 + Q_P^0,$$

$$N = n_1X_1 + n_2X_2 + N_P^0.$$

Побудовані відповідно до цих формул епюри остаточних внутрішніх зусиль наведено на рис. 5.6.

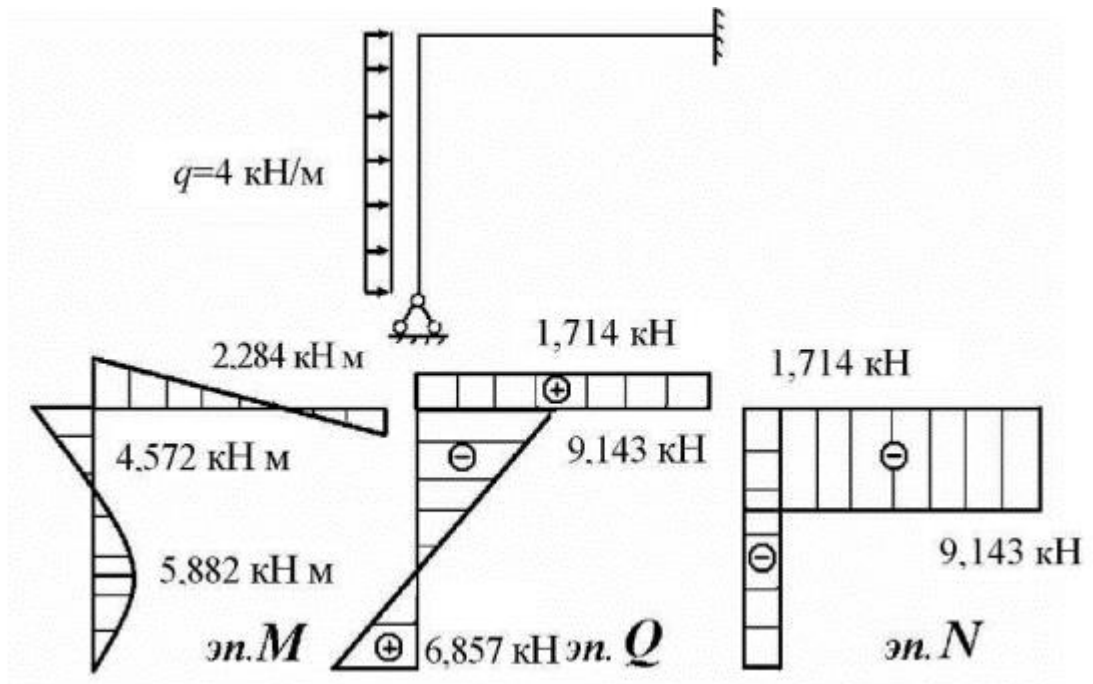


Рис. 5.6

Для перевірки правильності знайдених внутрішніх зусиль спочатку викона
та стрижнів рами згідно зі схемами, наведеними на рис. 5.7 та перевірку
рівноваги рами загалом згідно зі схемою, наведеною на рис. 5.8.

Складаючи рівняння рівноваги для вузла (рис. 5.7, а):

$$\sum M = 0; 4,572 - 4,572 \equiv 0,$$

$$\sum y = 0; 1,714 - 1,714 \equiv 0,$$

$$\sum x = 0; 9,143 - 9,143 \equiv 0,$$

Для стрижня AB (рис.5.7, б)

$$\sum M_A = 0; 4 \cdot 4 \cdot 2 + 4,572 - 9,143 \cdot 4 = 36,572 - 36,572 = 0,$$

$$\sum M_B = 0; 6,857 \cdot 4 - 4 \cdot 4 \cdot 2 + 4,572 = 32 - 32 = 0,$$

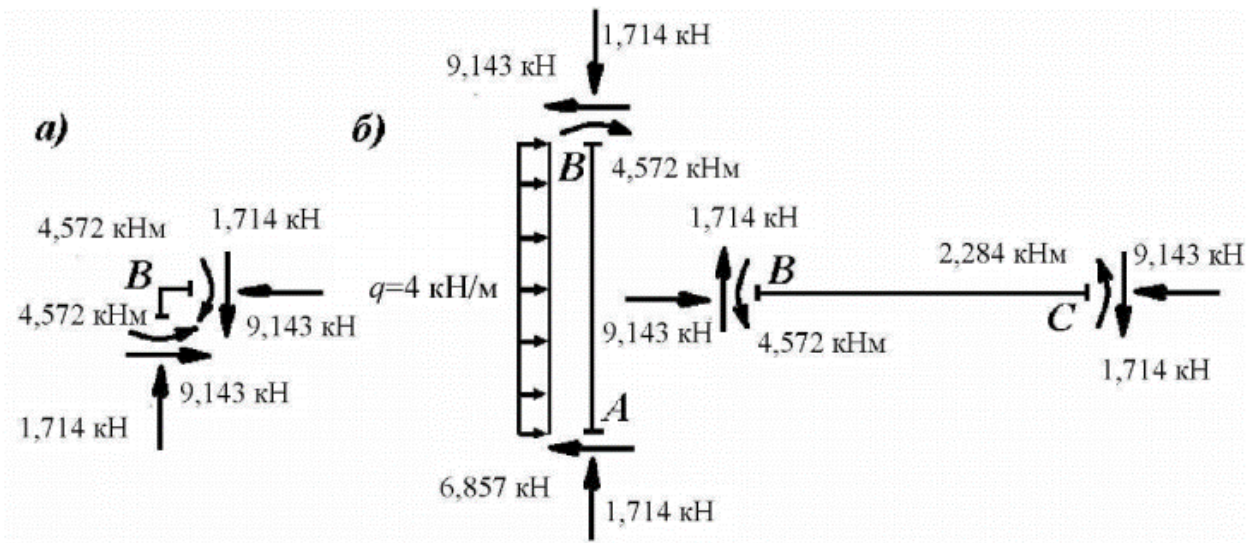


Рис. 5.7

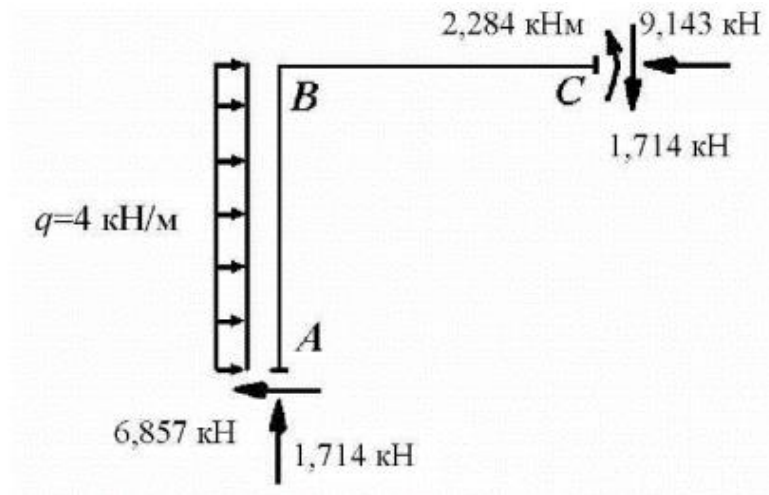


Рис. 5.8

Для стрижня BC (рис.5.7, б)

$$\sum M_B = 0; 1,714 \cdot 4 - 2,284 - 4,572 = 6,856 - 6,856 = 0,$$

$$\sum M_C = 0; 1,714 \cdot 4 - 4,572 - 2,284 = 6,856 - 6,856 = 0,$$

Для рами в цілому (рис. 5.8)

$$\sum M_A = 0; 4 \cdot 4 \cdot 2 + 1,714 \cdot 4 - 2,284 - 9,143 \cdot 4 = 38,856 - 38,856 = 0,$$

$$\sum M_C = 0; 6,857 \cdot 4 + 1,714 \cdot 4 - 4 \cdot 4 \cdot 2 - 2,284 = 34,284 - 34,284 = 0,$$

Усі статичні перевірки для заданої рами виконуються.

Кінематичні перевірки правильності знайдених внутрішніх зусиль для заданої рами мають вигляд

$$\sum_{k=1}^2 \int \frac{m_i M}{EI_Z} ds = 0 \quad (i=1,2),$$

для їх здійснення необхідно послідовно перемножити епюру остаточних згинальних моментів з епюрами згинальних моментів поодиноких станів.

В результаті здійснення першої кінематичної перевірки отрима

$$\sum_{k=1, s}^2 \int \frac{m_1 M}{EI_z} ds = \frac{1}{EI_z} \left(\frac{1}{2} \cdot 4,572 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 - \frac{2}{3} \cdot \frac{4 \cdot 4^2}{8} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4,572 \cdot 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2,284 \cdot 4 \cdot 4 \right) = \frac{1}{EI_z} (60,960 - 60,939) = \frac{0,021}{EI_z}.$$

Відмінність від очікуваного значення «0»

$$\frac{0,021 \cdot 100}{60,939} = 0,034 \%,$$

що менше допустимої похибки 1%.

В результаті здійснення другої кінематичної перевірки отрима

$$\begin{aligned} \sum_{k=1, s}^2 \int \frac{m_1 M}{EI_z} ds &= \frac{1}{EI_z} \left(-\frac{1}{2} \cdot 4,572 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2,284 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \right) \\ &= \frac{1}{EI_z} (-12,192 + 12,181) = -\frac{0,011}{EI_z}. \end{aligned}$$

Відмінність від очікуваного значення «0»

$$\frac{0,011 \cdot 100}{12,181} = 0,09 \%$$

Таким чином, виконані статичні та кінематичні перевірки показують, що епюри згинальних моментів, поперечних і поздовжніх сил для заданої рами побудовано правильно.

6. Виконання розрахунків на ПК

Розрахунки виконуються відповідно до інструкції, представленої /5/.

Бібліографічний список

1. Будівельна механіка. В. Яременко, А. Куценко, М. Бондар. Видавництво Центр навчальної літератури. С. 2019 - 704с.
2. Дорошук Г.П., Трач В.М. Основи будівельної механіки: Підручник.- Рівне. УДУВГП, 2003. -504 с.
3. Яременко О.Ф., Шебанін В.С., Орлова А.М. та ін. Будівельна механіка у прикладах: Посібник,-Одеса, 2003. -246 с.
4. Чихладзе Е.Д. Будівельна механіка: Підручник.-Харків: УкрДАЗТ, 2002.-305с.
5. Будівельна механіка : метод. вказ. до вивчення теми "Визначення переміщень в статично визначених рамах в ПК SCAD" : для студ. спец. 192 - Будівництво та цивільна інженерія / [уклад. : Г. Д. Портнов, В. В. Пукалов, А. А. Тихий, В. В. Дарієнко] ; М-во освіти і науки України, Центральноукраїн. нац. техн. ун-т. - Кропивницький : ЦНТУ, 2022. - 33 с.
<http://dspace.kntu.kr.ua/jspui/handle/123456789/12085>
6. Будівельна механіка : метод. вказ. до вивчення теми "Визначення переміщень в статично визначених рамах в ПК ЛИРА - САПР" : для студ. спец. 192 - Будівництво та цивільна інженерія / [уклад. : Г. Д. Портнов, В. В. Пукалов, А. А. Тихий, В. В. Дарієнко] ; М-во освіти і науки України, Центральноукраїн. нац. техн. ун-т. - Кропивницький : ЦНТУ, 2022. - 34 с.
<http://dspace.kntu.kr.ua/jspui/handle/123456789/12074>

Зміст

Вступ	3
1. Вимоги до виконання завдання	4
2. Технічне завдання	5
3. Етапи виконання РПЗ	6
4. Теоретична частина	8
4.1. Введення до розрахунку статично невизначених стрижневих конструкцій	8
4.2. Розрахунок статично невизначених стрижневих конструкцій методом сил	12
5. Практична частина	23
5.1. Вихідні рівняння, робочі формули та правила	23
5.2. Приклад виконання завдання	25
6. Виконання розрахунку на ПК	31
Бібліографічний список	32