

М.Д. Пархоменко, дир-р ІОЦ, В.О. Кондратець, проф., канд. техн. наук,
Ю.М. Пархоменко, ас.

Кіровоградський національний технічний університет

Визначення математичної моделі розрахунку коефіцієнту опору повітря та критичної швидкості зерна при його транспортуванні висівним апаратом

В даній статті обґрунтовується визначення математичної моделі розрахунку коефіцієнту опору повітря при транспортуванні зерна висівним апаратом, шляхом аналізу співвідношень критеріїв Архімеда, Рейнольдса та Ляшенка. Визначається еквівалентний діаметр зерна пшениці та модель розрахунку критичної швидкості транспортування зерна в насіннепроводі.

математична модель, коефіцієнт опору повітря, критерій Архімеда, критерій Рейнольдса, критична швидкість, еквівалентний діаметр зерна

Дефіцит та подорожчання енергії, зменшення посівних площ, зміна клімату та підвищення кількості населення на планеті вимагають впровадження енергозберігаючих технологій, збереження родючості ґрунтів, зміни технологій посіву та обробки землі при необхідності підвищення врожаю. З врахуванням світових тенденцій вчені-аграрії прогнозують, що в найближчі п'ять-десять років відбудуться зміни в системах обробки ґрунту та посіву в різних природно - кліматичних зонах України. Тому для кожної природно - кліматичної зони необхідно мати комплекси посівних машин, які б відповідали умовам їх роботи [1]. Все це вимагає прискореної розробки та випробування нових конструкцій посівних машин. Тому дослідження процесу формування і транспортування зернового потоку висівними системами не втратило своєї актуальності і в теперішній час. Розв'язання даної проблеми спрямоване на реалізацію напрямку "Новітні технології та ресурсозберігаючі технології в енергетиці, промисловості та аграрному комплексі", передбаченого законом України від 11 липня 2001 року № 2623 – 3 "Про пріоритетні напрямки розвитку науки і техніки". Крім того, матеріали даної статті безпосередньо стосуються реалізації науково-дослідної роботи "Система комп'ютерної ідентифікації технологічного процесу висіву насіння зерновими сівалками" (державний реєстраційний номер 0107V005469), спрямованої на розв'язання даної проблеми.

Сучасний рівень та доступність комп'ютерної техніки дозволяє прискорити процес дослідження зернового потоку і знизити витрати на його проведення шляхом вдосконалення систем контролю і використання засобів моделювання. Останнє потребує наявності математичних моделей процесу формування та транспортування досліджуваного зернового потоку висівною системою.

Одним із суттєвих факторів визначення траєкторії руху зерна є сила опору повітря, пропорційна швидкості руху зерна $\bar{R} = \lambda \cdot \bar{V}$ при $V \leq 0,2 \text{ м/с}$ та квадрату швидкості $\bar{R} = \lambda \cdot \bar{V}^2$ при $V > 0,2 \text{ м/с}$. При цьому, значення коефіцієнта пропорційності λ будемо визначати за виразом $\lambda = k_c \cdot \rho_0 \cdot S_0 / 2$. В результаті кінцева форма сили опору буде мати вид $R = k_c \cdot \rho_0 \cdot S_0 \cdot V^2 / 2$, де: k_c – аеродинамічний коефіцієнт опору; ρ_0 – об'ємна щільність повітря, $\rho_0 = 1,21 \text{ кг/м}^3$ при $T = 20^\circ \text{C}$; S_0 – площа Міделевого

перерізу зерна (площа проекції зерна на площину, перпендикулярну до напрямку його руху), m^2 .

До останнього часу, дослідники не мають єдиної думки, щодо визначення аеродинамічного коефіцієнту опору k_c , який би враховував сумарні властивості насіння та повітряного потоку. В різних публікаціях значення цього коефіцієнту для зерна пшениці коливаються в межах $0,183 \div 1,06$ [2], $0,184 \div 0,265$ [3], $0,76 \div 1$ [4], $0,445$ [5] та ін. Метою даного дослідження є визначення формули розрахунку коефіцієнта опору повітря k_c та похідної від неї формули розрахунку критичної швидкості $V_{кр}$.

В основі визначення аеродинамічних властивостей об'єктів кулеподібної форми покладено дослідження критеріїв Архімеда та Рейнольдса, які визначають тип руху, перехід від ламінарного до турбулентного руху та принципи подібності. Так як зерна пшениці мають форму еліпсоїда або еліпсоїда обертання, то для використання вище означених критеріїв необхідно уніфікувати форму зерна до еквівалентної за об'ємом кулі. Для цього прирівнюємо об'єми еліпсоїда та кулі і визначаємо формулу розрахунку діаметра еквівалентної еліпсоїду кулі (1). Підставляючи в неї значення геометричних розмірів зерна пшениці ($a = 2,1 \div 4,3 \text{ мм}$, $b = 0,8 \div 2 \text{ мм}$, $c = 0,75 \div 1,9 \text{ мм}$, де a, b, c - головні напівосі еліпсоїда) [6], знаходимо діапазон зміни діаметра еквівалентної кулі, $d_e = 2,16 \div 5,08 \text{ мм}$.

$$V_{el} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot a \cdot b \cdot c \quad V_{ke} = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_e^3 \quad d_e = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V_{el}}{\pi}} = 2 \cdot \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}, \quad (1)$$

де V_{el} - об'єм еліпсоїда, mm^3 ;

V_{ke} - об'єм еквівалентної кулі, mm^3 ($V_{el} = V_{ke}$).

Площа Міделєвого перерізу зерна пшениці, визначена за формулою $S_0 = \pi \cdot d_e^2 / 4$, змінюється в діапазоні $S_0 = 3,67 \div 20,2 \text{ мм}^2$.

Так як значення критерію Архімеда $A_r = 3,5 \cdot 10^5 \div 5,49 \cdot 10^6$, обчислені за формулою (2), знаходяться в області турбулентного руху

$$5,8 \cdot 10^4 \leq A_r \leq 5 \cdot 10^9, \quad A_r = \frac{g \cdot d_e^3 \cdot (\rho - \rho_0)}{v^2 \cdot \rho_0}, \quad (2)$$

де g - прискорення сили земного тяжіння;

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$; ρ - об'ємна щільність зерна пшениці;

$\rho = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$;

v - кінематична в'язкість повітря, при $T = 20^\circ \text{C}$;

$v = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$,

то залежність між критеріями Лященка та Архімеда визначається співвідношенням [7]:

$$L_y = 5,36 \cdot \sqrt{A_r}. \quad (3)$$

Значення критерію Лященка змінюється в діапазоні $L_y = 3,18 \cdot 10^3 \div 1,26 \cdot 10^4$.

За визначенням, критерій Лященка пропорційний критеріям Рейнольдса та Архімеда (4). Це дає підставу для розрахунку значень числа Рейнольда R_e для пшениці $R_e = 1,04 \cdot 10^3 \div 4,1 \cdot 10^3$, розміри якої змінюються у вище означеному діапазоні:

$$L_y = \frac{R_e^3}{A_r}; \quad R_e = \sqrt[3]{L_y \cdot A_r}. \quad (4)$$

Для кожної зернини, в залежності від її розміру, число Рейнольдса визначає момент переходу від ламінарного руху до турбулентного, який характеризується так званою критичною швидкістю або швидкістю зависання V_{kr} , м/с :

$$R_e = \frac{V_{kr} \cdot d_e}{\nu}; \quad V_{kr} = \frac{R_e \cdot \nu}{d_e} = \frac{\sqrt[3]{L_y \cdot A_r \cdot \nu}}{d_e}. \quad (5)$$

Виходячи з виразу (5), розрахункове значення критичної швидкості зерен пшениці, при їх падінні у вільному просторі, змінюється в діапазоні $V_{kr} = 7,8 \div 12,4$ м/с.

Коефіцієнт аеродинамічного опору λ_r визначаємо із функціональної залежності (6), справедливої при падінні зерна у вільному просторі, в якій права частина залежить лише від фізичних властивостей зерна та повітряного потоку [7].

$$\lambda_r \cdot R_e^2 = \frac{4}{3} \cdot A_r; \quad \lambda_r = \frac{4 \cdot A_r}{3 \cdot R_e^2} \quad \lambda_r = 0,435. \quad (6)$$

Так як рух насіння здійснюється в стислому вертикальному потоці, обмеженому стінками насіннепроводу з діаметром $D_s = 40$ мм, то залежність між критеріями Рейнольдса R_{e1} та Архімеда має іншу форму [7]

$$R_{e1} = \sqrt{2,5 \cdot A_r \cdot \left[1 - \left(\frac{d_e}{D_s} \right)^2 \right]^3}; \quad V_{1kr} = \frac{R_{e1} \cdot \nu}{d_e}. \quad (7)$$

При цьому значення критерію Рейнольдса та критична швидкість зерна пшениці змінюється в діапазоні: $R_{e1} = 933,8 \div 3618$, $V_{1kr} = 7,03 \div 10,9$ м/с. ($V_{kr} = 8,9 \div 11,5$ м/с [3]). Однак, використання формули (7) для розрахунку коефіцієнту опору в стислому потоці приводить до протиріччя: при збільшенні числа Рейнольдса $R_{e1} = 933,8 \div 3618$ збільшується і коефіцієнт опору $\lambda_r = 0,537 \div 0,559$. Тому, для розрахунку коефіцієнту опору λ_c необхідно знайти іншу форму його залежності від числа Рейнольдса.

Отримане в результаті теоретичних досліджень значення коефіцієнту аеродинамічного опору $\lambda_r = 0,435$ не враховує сумарних властивостей зерна, повітряного потоку та навколишнього середовища. Більш точні значення коефіцієнту опору $k_c \approx \lambda_r$ та критичної швидкості були отримані в результаті дослідження руху зерен пшениці в аеродинамічній трубі [4]. Для цього зерно розміщувалося в наведеному вертикально вгору повітряному потоці, швидкість якого доводилася до такої критичної величини V_{kr} , при якій зерно (8) опинялося в підвішеному стані ($m \cdot \ddot{y} = 0$).

$$m \cdot \ddot{y} = m \cdot g - k_c \cdot \rho_0 \cdot S_0 \cdot V_y^2 / 2. \quad (8)$$

При цьому сила опору дорівнює силі тяжіння ($m \cdot g - R_y = 0$) (9). Це рівняння є базовим при визначенні аеродинамічного опору k_c , якщо відоме V_{kr} , або при визначенні критичної швидкості V_{kr} , якщо відоме k_c .

$$m \cdot g = \frac{k_c \cdot \rho_0 \cdot S_0 \cdot V_{ykr}^2}{2}; \quad k_c = \frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho_0 \cdot S_0 \cdot V_{ykr}^2} = \frac{4 \cdot \rho \cdot g \cdot d_e}{3 \cdot \rho_o \cdot V_{ykr}^2}; \quad V_{ykr} = \sqrt{\frac{4 \cdot \rho \cdot g \cdot d_e}{3 \cdot \rho_o \cdot k_c}}. \quad (9)$$

На підставі експериментальних даних – значень критичної швидкості V_{kr} , отриманих в результаті дослідження, згідно описаної вище методики, руху зерен пшениці в аеродинамічній трубі, були розраховані величини коефіцієнтів опору

$k_c = \varphi(V_{kr})$ (за формулою 9) та числа Рейнольдса $R_e = \gamma(V_{kr})$ (за формулами 5, 7), як функції, залежні від критичної швидкості V_{kr} . В результаті аналізу отриманих експериментальних V_{kr} та розрахункових k_c і R_e значень Ямпіловим С. С. була визначена інтерполяційна функція залежності коефіцієнтів опору k_c від числа Рейнольдса $k_c = f(R_e)$ [4]:

$$k_c = 1,03 - 9,76 \cdot 10^{-5} \cdot R_e + 8,49 \cdot 10^{-9} \cdot R_e^2. \quad (10)$$

Вказана формула дозволяє теоретично виконати розрахунок коефіцієнту опору повітря k_c при переміщенні довільного виду зерна в стислому середовищі. При цьому через число Рейнольдса (7), залежного від критерію Архімеда (2) опосередковано враховуються як геометричні (еквівалентний діаметр зерна d_e) так і фізичні параметри об'єкту руху та навколишнього середовища (об'ємна щільність зерна - ρ , об'ємна щільність - ρ_0 та кінематична в'язкість - ν повітря, діаметр насіннєпроводу D_s).

В роботі І. М. Разумова пропонується інше, узагальнене рівняння розрахунку коефіцієнта лобового опору повітря при обтіканні об'єктів довільної форми:

$$\lambda_c = \left[\frac{28,47}{R_e \cdot lq(15,38/f)} + \frac{4,565 \cdot f}{R_e^{1/3}} - \frac{0,491 \cdot f}{R_e^{1/2}} \right] \cdot \{1 - th[0,01282 \cdot R_e \cdot (f - 0,9805)]\} +$$

$$+ 2,86 \cdot (f - 0,8531) \cdot th[0,01282 \cdot R_e \cdot (f - 0,9805)] +$$

$$+ (7,76 - 2,86 \cdot f - 4,88/f) \cdot th[0,00104 \cdot R_e \cdot (f - 0,903805)], \quad (11)$$

де f - коефіцієнт форми;

$$f = 0,805;$$

$f = P_{el} / P_{ke}$, P_{el} - площа поверхні еліпсоїда обертання;

P_{ke} - площа поверхні еквівалентної за об'ємом кулі

$$P_{el} = 2 \cdot \pi \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{1 - \varepsilon + \frac{\arcsin(\varepsilon)}{\varepsilon}}; \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}; \quad P_{ke} = \pi \cdot d_e^2 \quad (12)$$

Розраховані за формулами (6), (10) та (11) значення аеродинамічних коефіцієнтів опору λ_r , k_c , λ_c , залежні від величини еквівалентного діаметра пшениці d_e , змінюються в діапазоні: $\lambda_r = 0,435$, $k_c = 0,946 \div 0,788$, $\lambda_c = 0,954 \div 0,83$. Графіки їх залежності від критерію Рейнольдса представлені на рис. 1.

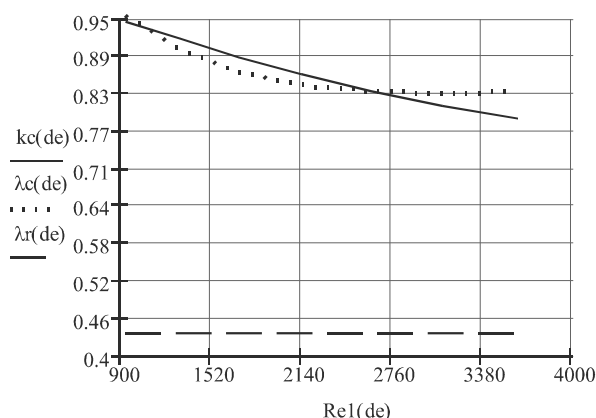


Рисунок 1 - Графіки залежності коефіцієнту опору від числа Рейнольдса

Так як інтерполяційна функція коефіцієнту опору k_c визначена на підставі експериментально отриманих значень критичної швидкості, то і діапазон зміни критичної швидкості зерна пшениці $V_{2kr} = 5,3 \div 9,19 \text{ м/с}$, визначений за формулою (9) на підставі розрахованих значень коефіцієнта опору k_c (10) також буде співпадати з реальними величинами.

В результаті аналізу графіків (див. рис.1) залежності коефіцієнтів опору від числа Рейнольдса приходимо до висновку, що значення

коефіцієнтів k_c і λ_c , розраховані за формулами (10), (11) практично співпадають ($k_c \approx \lambda_c$). Так як вирази (10), (11) є рівнозначними і в кожному із них враховується сумарна дія зерна і повітря через число Рейнольдса, то, при теоретичних дослідженнях, для розрахунку аеродинамічного коефіцієнта опору k_c бажано користуватися більш простою за числом складових інтерполяційною формулою (10).

Для розрахунку критичної швидкості можна використовувати формулу (9), в якій коефіцієнт аеродинамічного опору визначений за формулою (10).

Список літератури

1. Коваль С.А. Тенденции развития конструкций зерновых сеялок. – Техніка АПК, №5, 2008.
2. Семенов А. Н. Зерновые сеялки. – М.: – К.: Машгиз, 1959. – 316 с.
3. Справочник конструктора сельскохозяйственных машин. Том 4. Под ред.. М.И. Клецкина – М.: Машиностроение, 1969. – 536с.
4. Ямпиллов С.С. Технологическое и техническое обеспечение ресурсо - энергосберегающих процессов очистки и сортирования зерна и семян. – Улан-Удэ.: ВСПТУ, 2003. – 265с.
5. Заїка П. М. Теорія сільськогосподарських машин. Т.1, частина 2. Машина для сівби та садіння. – Харків: Око, 2002. – 452 с.: іл.
6. Сисолін П. В., Сало В. М., Кропівний В. М. Сільськогосподарські машини: теоретичні основи, конструкція, проектування. Кн.1: Машина для рілництва. За ред.. М. І. Чорновола. – К.: Урожай, 2001. –384 с.
7. Разумов И.М. Псевдооживление и пневмотранспорт сыпучих материалов. – М.: Химия, 1972. – 240с.

В данной статье обосновывается определение математической модели расчета коэффициента сопротивления воздуха при транспортировке зерна высевающим аппаратом, путем анализа соотношений критериев Архимеда, Рейнольдса и Лященко. Вычисляется эквивалентный диаметр зерна пшеницы и модель расчета критической скорости транспортировки зерна в семяпроводе.

In this article determination of mathematical model of calculation of coefficient of windage is grounded while transporting of grain by a seedmeter, by the analysis of correlations of criteria of Archimedes, Reynolds and Lyaschenko. The equivalent diameter of grain of wheat and model of calculation of stalling speed of transporting of grain is calculated in seedwire.