



ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



ФАКУЛЬТЕТ БУДІВНИЦТВА ТРАНСПОРТУ ТА ЕНЕРГЕТИКИ

КАФЕДРА «ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ МАШИН»

КВАЛІФІКАЦІЙНА МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

на тему:

«Оптимізація маршрутів руху транспортних засобів з
використанням методу Ant-логістики у ТОВ «АВТО ТРЕЙД
2021», м. Кропивницький»

Виконав:

магістрант групи ТТ-23М _____
(шифр групи) (підпис)

Данило ЖЕРДІЄВ
(ім'я та прізвище)

Керівник:

Д.Т.Н. , проф. _____
(науковий ступінь, вчене звання) (підпис)

Віктор АУЛІН
(ім'я та прізвище)

«ДОПУСТИТИ ДО ЗАХИСТУ»

Завідувач кафедри:

К.Т.Н. , доц. _____
(науковий ступінь, вчене звання) (підпис)

Сергій МАГОПЕЦЬ
(ім'я та прізвище)

«__» _____ 2024 р.

Рецензент:

_____, _____
(науковий ступінь, вчене звання) (підпис)

(ім'я та прізвище)

«__» _____ 2024 р.

Кропивницький – 2024 р.

ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ БУДІВНИЦТВА ТРАНСПОРТУ ТА ЕНЕРГЕТИКИ
КАФЕДРА «ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ МАШИН»

Рівень вищої освіти: другий (магістерський) рівень вищої освіти

Галузь знань: 27 «Транспорт»

Спеціальність: 275 «Транспортні технології (на автомобільному транспорті)»

Освітньо-професійна програма: «Транспортні технології (автомобільний транспорт)»

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Завідувач кафедри «Експлуатація та
ремонт машин»

_____ Сергій МАГОПЕЦЬ
«__» _____ 2024 р.

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ МАГІСТЕРСЬКУ РОБОТУ

Жердієва Данили Олександровича

(прізвище, ім'я, по батькові здобувача)

1. Тема роботи «Оптимізація маршрутів руху транспортних засобів з використанням методу Ant-логістики у ТОВ «АВТО ТРЕЙД 2021», м.Кропивницький»

керівник роботи Аулін Віктор Васильович, д.т.н., професор

(прізвище, ім'я, по батькові)

(науковий ступінь)

(вчене звання)

затверджені наказом вищого навчального закладу від «07» 08 2024 року
№43-13

2. Строк подання здобувачем роботи «30» листопада 2024 року.

3. Вихідні дані до роботи 1. Матеріали науково-дослідної практики.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

4.1 Розділ 1 Зробити аналіз завдань оптимізації маршрутів перевезень транспортними засобами. Навести класифікацію задач оптимізації маршрутів автомобільного транспорту. Визначити місце завдань маршрутизації транспорту в області комбінаторної оптимізації перевезень вантажів. Здійснити огляд та аналіз узагальнень та розширень задачі маршрутизації транспорту. Провести дослідження проблеми збалансованості маршрутів вантажних перевезень.

4.2 Розділ 2 Виконати багатокритеріальну маршрутизацію автомобільного транспорту з множинним депо і різномірним парком. Дати опис постановки завдання. Побудувати математичну модель. Визначити цільові функції.

Здійснити дослідження простору пошуку.

4.3 Розділ 3 Розробити мультиколоніальний мурашиний алгоритм для рішення задач маршрутизації автомобільного транспорту. Дати базові ідеї оптимізації маршрутів наслідуванням мурашиної колонії. Виконати імітація мурашиної колонії за допомогою симулятора AntCells. Дослідити проблеми декомпозиції задачі маршрутизації автомобільного транспорту. Розробити метод мультиколоніальної мурашиної системи. Запропонувати механізм прийняття рішень мурашиними колоніями на конкретному прикладі. Розробити модифікацію мультиколоніального мурашиного алгоритму для вирішення задач маршрутизації автомобільного транспорту та використання елітних мурах.

4.4 Розділ 4 Отримати результати експериментальних досліджень. Розробити методику обчислювального експерименту. Дати оцінку складності мультиколоніального мурашиного алгоритму. Виконати дослідження цільових функцій. Навести приклади практичного застосування результатів.

5. Перелік ілюстративного матеріалу на 15 слайдах

ГРАФІК ВИКОНАННЯ ЕТАПІВ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної магістерської роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	РОЗДІЛ 1	18.10.2024	
2	РОЗДІЛ 2	08.11.2024	
3	РОЗДІЛ 3	22.11.2024	
4	РОЗДІЛ 4	28.11.2024	
5	Ілюстративний матеріал	29.11.2024	

Магістрант _____
(підпис)

Данило ЖЕРДІСВ _____
(прізвище та ініціали)

Керівник роботи _____
(підпис)

Віктор АУЛІН _____
(ім'я та прізвище)

РЕФЕРАТ

Магістерська робота складається з пояснювальної записки та ілюстративного матеріалу.

Пояснювальна записка має 120 сторінок тексту формату А4, 47 рисунків, 15 таблиць, 20 використані джерела по переліку посилань.

В першому розділі зроблено аналіз завдань оптимізації маршрутів перевезень транспортними засобами. Наведено класифікацію задач оптимізації маршрутів автомобільного транспорту. Визначено місце завдань маршрутизації транспорту в області комбінаторної оптимізації перевезень вантажів. Здійснено огляд та аналіз узагальнень та розширень задачі маршрутизації транспорту. Проведено дослідження проблеми збалансованості маршрутів вантажних перевезень.

В другому розділі виконано багатокритеріальну маршрутизацію автомобільного транспорту з множинним депо і різномірним парком. Дано опис постановки завдання. Побудовано математичну модель. Визначено цільові функції. Здійснено дослідження простору пошуку.

В третьому розділі розроблено мультиколоніальний мурашиний алгоритм для рішення задач маршрутизації автомобільного транспорту. Дано базові ідеї оптимізації маршрутів наслідуванням мурашиної колонії. Виконано імітацію мурашиної колонії за допомогою симулятора AntCells. Досліджено проблеми декомпозиції задачі маршрутизації автомобільного транспорту. Розроблено метод мультиколоніальної мурашиної системи. Запропоновано механізм прийняття рішень мурашиними колоніями на конкретному прикладі. Розроблено модифікацію мультиколоніального мурашиного алгоритму для вирішення задач маршрутизації автомобільного транспорту та використання елітних мурах.

В четвертому розділі отримано результати експериментальних досліджень. Розроблено методику обчислювального експерименту. Дано оцінку складності мультиколоніального мурашиного алгоритму. Виконано дослідження цільових функцій. Наведено приклади практичного застосування

результатів.

Метою роботи є дослідження та розробка ефективних методів вирішення багатокритеріальних завдань методу VRP на основі технології штучного інтелекту – мурашиного алгоритму.

У межах зазначеної мети сформульовані наступні завдання дослідження:

- здійснити формалізацію нового методу VRP з урахуванням багатокритеріальності, асиметричності, множинності та різноманітності парку ТЗ у вигляді узагальненої математичної моделі;
- дослідити новий метод рішення VRP (vehicle routing problem) на основі принципу наслідування мурашиної колонії;
- розробити і побудувати мурашиний алгоритм на основі методу модифікації обліку різних умов реалізації VRP;
- з'ясувати налаштування запропонованого мурашиного алгоритму для ефективного розв'язання задач з різними початковими умовами.

Наукова новизна результатів:

1. З'ясовано метод штучного інтелекту - мультиколоніальна мурашина система, в якому кілька колоній взаємодіють у загальному просторі пошуку на основі механізму пошуку складеного вирішення узагальнених завдань комбінаторної оптимізації у вигляді множини однотипних компонентів.

2. Виявлено вплив цільових функцій на вирішення багатокритеріальної VRP та емпірично виявлено їхній взаємозв'язок, що, зокрема, дозволило зробити висновок про надмірність критеріїв збалансованості маршрутів.

Об'єкт дослідження: процеси оптимізації маршрутів руху транспортних засобів з використанням методу Ant-логістики.

Предмет дослідження: метод рішення VRP (vehicle routing problem) для ефективної маршрутизації транспорту з урахуванням множини реальних умов.

Практична цінність роботи:

1. Розроблено мультиколоніальний мурашиний алгоритм для наближеного рішення методом VRP, модифікації якого дозволяють

враховувати множину критеріїв оцінки рішення, асиметричності вхідних даних, множинність та різноманітність парку ТЗ.

2. Здійснена реалізація розробленого алгоритму для ефективної маршрутизації транспорту з урахуванням множини реальних умов.

ЗМІСТ

ВСТУП

РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ ЗАВДАНЬ ОПТИМІЗАЦІЇ МАРШРУТІВ ПЕРЕВЕЗЕНЬ ТРАНСПОРТНИМИ ЗАСОБАМИ

1.1 Класифікація задач оптимізації маршрутів автомобільного транспорту

1.2 Місце завдань маршрутизації транспорту в області комбінаторної оптимізації перевезень вантажів

1.3. Огляд та аналіз узагальнень та розширень задачі маршрутизації транспорту

1.4 Дослідження проблеми збалансованості маршрутів вантажних перевезень

Висновки по розділу 1. Мета та завдання дослідження

РОЗДІЛ 2. БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА МАРШРУТИЗАЦІЯ АВТОМОБІЛЬНОГО ТРАНСПОРТУ З МНОЖИННИМ ДЕПО І РІЗНОРІДНИМ ПАРКОМ

2.1 Опис постановки завдання

2.2 Побудова математичної моделі

2.3 Визначення цільових функцій

2.4 Дослідження простору пошуку

Висновки по розділу 2

РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА МУЛЬТИКОЛОНІАЛЬНОГО МУРАШИНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ РІШЕННЯ ЗАДАЧ МАРШРУТИЗАЦІЇ АВТОМОБІЛЬНОГО ТРАНСПОРТУ

3.1 Базові ідеї оптимізації маршрутів наслідуванням мурашиної колонії

3.2 Імітація мурашиної колонії за допомогою симулятора AntCells

3.3 Дослідження проблеми декомпозиції задачі маршрутизації автомобільного транспорту

3.4 Розробка методу мультиколоніальної мурашиної системи

3.5 Механізм прийняття рішень мурашиними колоніями на конкретному прикладі

3.6 Розробка модифікацій мультиколоніального мурашиного алгоритму для

вирішення задач маршрутизації автомобільного транспорту та використання елітних мурах

Висновки по розділу 3

РОЗДІЛ 4. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

4.1 Методика обчислювального експерименту

4.2 Оцінка складності мультиколоніального мурашиного алгоритму

4.3 Дослідження цільових функцій

4.4 Приклади практичного застосування результатів

Висновки по розділу 4

ВИСНОВКИ

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

ВСТУП

Транспортування є невід'ємною частиною багатьох етапів виробничих і розподільчих систем, виступаючи важливим елементом у формуванні кінцевої вартості продукції. За оцінками експертів, витрати на транспорт можуть досягати половини загальних витрат на логістику. Скорочення цих витрат здебільшого досягається шляхом планування оптимальних маршрутів у межах транспортної мережі. Це завдання часто зводиться до вирішення проблеми маршрутизації транспорту, відомої як Vehicle Routing Problem (VRP).

Метод VRP є ключовим напрямом у комбінаторній оптимізації та належить до одного з найважливіших класів завдань у транспортній логістиці. Розробка та впровадження методів системного аналізу, управління й обробки інформації для автоматизації вирішення VRP вважається ефективним способом оптимізації ресурсів підприємств.

На сьогодні існує велика кількість варіацій VRP, що відрізняються переважно обмеженнями, які накладаються на рішення. Проте існуючі моделі зазвичай не враховують у повному обсязі численні фактори, які впливають на якість і вартість транспортних маршрутів. Наразі особливий інтерес викликають комплексні варіанти VRP (Rich VRP), які поєднують різні реальні умови та обмеження. Зокрема, метод VRP, що розглядається у цій роботі, має багатокритеріальну природу, передбачає використання кількох депо та різноманітного автопарку. Це робить метод більш наближеним до реальних задач транспортної логістики. Водночас такі постановки потребують розробки нових підходів, оскільки традиційні методи мають обмеження у застосуванні та спрямовані здебільшого на базові варіанти VRP.

Як інструмент оптимізації в останні роки у різних сферах (наука, комерція, інженерія) активно використовуються метаевристики. Їхньою відмінністю є детальне вивчення простору пошуку, що визначає множину допустимих рішень – об'єктів комбінаторної оптимізації. Одним з найперспективніших вважаються метаевристики роевого інтелекту,

інспіровані природними системами і описують колективну поведінку децентралізованих самоорганізованих систем. Мета роевого інтелекту полягає в тому, щоб змодельовати прості поведінки агентів, їх локальні взаємодії з оточенням та іншими агентами так, щоб отримати поведінки для вирішення складних проблем, головним чином проблем оптимізації. Аналізований у роботі мурашиний (Ant) алгоритм є технологією штучного інтелекту, заснованого на наслідуванні поведінки реальної мурашиної колонії, зайнятої пошуком короткого шляху, що зумовило інтерес дослідників до можливості його застосування у вирішенні транспортно-логістичних завдань маршрутизації перевезень.

Велика кількість реальних додатків широко показало, що використання методів оптимізації та автоматизованих процедур при вирішенні завдань класу VRP дає суттєву економію у глобальних транспортних витратах, що з урахуванням високої частки транспортного сектора у ВВП має важливе значення у масштабах української економіки. У зв'язку з цим формалізація завдань VRP та розробка перспективних методів для їх вирішення є актуальним напрямом досліджень у галузі комбінаторної оптимізації. При цьому, інтелектуалізація транспортно-логістичних систем за рахунок розробки та впровадження нових ефективних алгоритмів маршрутизації сприяє пов'язаності територій і відноситься до одного з пріоритетних напрямів науково-технологічного розвитку України. Маршрутизація є ключовим завданням в галузі транспортних перевезень, переміщення вантажів та транспортної логістики.

РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ ЗАВДАНЬ ОПТИМІЗАЦІЇ МАРШРУТІВ ПЕРЕВЕЗЕНЬ ТРАНСПОРТНИМИ ЗАСОБАМИ

1.1 Класифікація задач оптимізації маршрутів автомобільного транспорту

Завдання визначення оптимальних маршрутів для автомобільних перевезень, поряд із задачами завантаження транспорту та розміщення транспортних агентів, належить до ключових у транспортній логістиці. Загалом задачі оптимізації маршрутів автомобільного транспорту можна класифікувати на основі їхніх параметрів, обмежень та умов.

Для систематизації задач оптимізації маршрутів використано ієрархічну класифікацію їхніх характеристик, доповнену низкою інших важливих ознак, що набули широкого застосування у практиці й часто згадуються у сучасній вітчизняній та зарубіжній літературі. До таких ознак належать: багатокритеріальність, випадкові параметри, обмеження на відстань, умови щодо пунктів виробництва та споживання, вимога збалансованості, періодичність планування перевезень, крос-докінг, топологічні особливості графу, а також необхідність вивезення вантажів із пунктів споживання.

«Важливість цих факторів та їх вплив на ефективність маршрутів широко висвітлено у відповідних джерелах. В результаті було виділено основні характеристики задач оптимізації маршрутів автомобільного транспорту:

1. Кількість пунктів виробництва:

- а) пункт виробництва один (характерно для ситуації, коли є склад із якого здійснюються поставки різним споживачам чи його обслуговування);
- б) пунктів виробництва кілька (ситуація найчастіше виникає, якщо вантажі перевозяться від кількох виробників споживачам).

2. Кількість пунктів споживання:

- а) пункт споживання один (зокрема, це так, якщо продукція з різних місць

- має доставлятися на склад чи пункт сертифікації);
- б) пунктів споживання кількя.
3. Кількість критеріїв оптимальності маршрутів:
- а) однокритеріальні (при оцінці оптимальності маршрутів враховується лише один критерій - або відстань, або час, або інша характеристика);
- б) багатокритеріальні (використовується кілька, як правило, конфліктуючих критеріїв).
4. Параметри доріг, по яким здійснюється перевезення вантажів:
- а) дорога характеризується одним параметром;
- б) дорога характеризується кількома параметрами (відстань, пропускна спроможність, габарити, мито чи інша фіксована плата, обмеження за швидкістю та ін.):
- всі характеристики, що враховуються адитивно залежать від шляху;
 - серед характеристик є неадитивні (наприклад, пропускна спроможність).
5. Кількість вантажу для перевезень:
- а) вантаж відсутній (у задачі не мається на увазі переміщення будь-яких матеріальних предметів, речовин тощо, наприклад, у разі виконання сервісних робіт);
- б) кількість вантажу характеризується речовим числом (безперервне завдання):
- одним;
 - декількома;
- в) кількість вантажу характеризується цілим числом (дискретне завдання):
- одним;
 - кількома.
6. Види вантажу для перевезень:
- а) однотипний вантаж;
- б) багатономенклатурний вантаж:
- всі вантажі дозволені;
 - є вантажі, заборонені до перевезення тим чи іншим транспортним

засобом;

- для кожного ТЗ є обмеження з різних видів вантажів, що перевозяться;
- існують заборони на спільне перевезення вантажів деяких видів одним транспортним засобом.

7. Кількість транспортних підприємств, які беруть участь в процесі перевезень вантажів:

- а) одне (парк транспорту зосереджено одному місці);
- б) кілька (парк транспорту територіально розподілено);
- в) збігаються із пунктами виробництва.

8. Кількість ТЗ:

- а) єдине ТЗ;
- б) фіксована кількість доступних ТЗ;
- в) не обмежена кількість доступних ТЗ.

9. Однорідність парку ТЗ:

- а) всі ТЗ однакові;
- б) різні типи ТЗ мають різні характеристики:
 - відрізняються за однією характеристикою (наприклад, місткістю);
 - відрізняються за безліччю характеристик (вантажопідйомність, вартість використання, швидкість та ін.).

10. Обмеження на місткість ТЗ:

- а) без обмежень (кількістю вантажу можна знехтувати);
- б) передбачені обмеження лише за одним параметром;
- в) передбачені обмеження щодо кількох параметрів.

11. Вимоги до перевезення:

- а) при перевезенні вантажу з кожного пункту виробництва до кожного пункту споживання може використовуватися одне ТЗ незалежно від вантажу, що перевозиться;
- б) під час перевезення вантажу з кожного пункту виробництва одне ТЗ може розвозити вантажі до різних пунктів споживання;
- в) у кожен пункт споживання вантажі із різних пунктів виробництва

доставляє одне ТЗ;

г) ТЗ можуть збирати вантаж у різних пунктах виробництва та перевозити до різних пунктів споживання.

12. Додаткові умови до доставки вантажів:

а) кожен вид вантажу має бути доставлений із деякого пункту виробництва до певного пункту споживання;

б) не допускається порожній пробіг (крім початкового та кінцевого відрізків маршруту);

в) кожне ТЗ може здійснити лише одну поїздку;

г) деякі пункти споживання є також пунктами виробництва:

- вивезення з пунктів споживання здійснюється паралельно доставці;
- вивіз із пунктів споживання здійснюється після доставки

13. Обмеження часу на перевезення вантажів:

а) максимальна тривалість маршрутів перевезень обмежена;

б) час безперервного перебування ТЗ у дорозі обмежений;

в) тимчасові вікна:

- доставка до пунктів споживання здійснюється у зазначений інтервал часу;
- вивіз із пунктів виробництва здійснюється у зазначений інтервал часу;

г) крос-докінг.

14. Обмеження на відстані маршрутів вантажних перевезень:

а) загальна довжина всіх маршрутів обмежена;

б) максимальна пройдена ТЗ відстань обмежена.

15. Обмеження щодо пунктів виробництва та споживання:

а) деякі ТЗ не можуть відвідувати певні пункти;

б) пункти розподілені між ТЗ.

16. Обмеження збалансування довжини, тривалості, маршрутів та пунктів їх обслуговування:

а) збалансування тривалості маршрутів;

б) збалансування довжин маршрутів;

- в) збалансування числа пунктів, що обслуговуються;
 - г) збалансування кількості вантажу, що доставляється.
17. Послідовність вантажних перевезень:
- а) задана відповідність пунктів виробництва пунктам споживання;
 - б) поділ фаз доставки та вивезення;
 - в) обмеження на послідовність навантаження-вивантаження вантажу – стічний принцип (LIFO);
 - г) задані інші вимоги до послідовності перевезень.
18. Періодичність:
- а) планування маршрутів для одноразового виконання;
 - б) планування складає тривалий період;
 - в) планування регулярних маршрутів;
19. Чинники, що визначають вартість вантажних перевезень:
- а) залежність вартості перевезення тільки від самого шляху;
 - б) залежність вартості перевезення від шляху та завантаження ТЗ:
 - пропорційність залежність;
 - складна функціональна залежність.
20. Умова повернення ТЗ при завершенні маршрутів:
- а) ТЗ повинні повертатися на вихідну базу;
 - б) ТЗ повинні завершувати маршрут на будь-якій базі;
 - в) ТЗ можуть завершувати маршрут у будь-якому місці.
21. Топологія перевезень:
- а) симетричне завдання (характеристики перевезень не залежать від вибору напрямку):
 - метрична (відстань описується евклідовою метрикою);
 - не метрична (відстань не описується евклідовою метрикою);
 - б) асиметричне завдання (характеристики шляху залежить від вибору напрямку);
 - в) складна топологія.
22. Стохастичність даних транспортування:
- а) детерміновані дані;

б) випадкові дані (компоненти завдання мають випадкову поведінку):

- випадкові параметри доріг;
- випадкові запити;
- випадкові умови (обмеження);
- довільні характеристики ТЗ.

23. Визначеність завдань процесів доставки вантажів:

- а) статична завдання, тобто. замовлення у процесі доставки не змінюються;
- б) динамічне завдання, тобто. замовлення можуть додаватися або скасовуватися.»

Дана класифікація пов'язана, головним чином, з автомобільним транспортом, але переважна більшість представлених характеристик справедлива також інших видів. Наведене сімейство властивостей дозволяє сформулювати безліч завдань транспортної логістики, у тому числі задач маршрутизації.

1.2 Місце завдань маршрутизації транспорту в області комбінаторної оптимізації перевезень вантажів

Завдання маршрутизації є одним із ключових і водночас складних напрямків комбінаторної оптимізації в транспортній логістиці. Кларк і Райт вперше включили кілька транспортних засобів у постановку задачі, а також розробили ефективнішу евристику, базовану на жадібному алгоритмі. Відтоді з'явилося безліч моделей і алгоритмів, що спрямовані на пошук точних і наближених розв'язків для різних варіантів цієї задачі, які в подальшому об'єдналися в загальну категорію задач маршрутизації транспорту (англ. Vehicle Routing Problem, VRP).

Зростання інтересу до VRP зумовлене її значущістю в практичному застосуванні та високим рівнем складності. Такі завдання часто виникають у компаній, що займаються розвезенням товарів з виробничих або складських точок до споживачів або роздрібних точок продажу. Проте існують й інші

сфери застосування, серед яких: сервісне обслуговування, кур'єрські та поштові служби, збирання відходів, очищення вулиць, приватний транспорт, маршрутизація громадського транспорту, доставка швидкого харчування.

Будь-яка задача з класу VRP є узагальненням класичної задачі комівояжера (англ. Traveling Salesman Problem, TSP), яка полягає у знаходженні найбільш вигідного маршруту для комівояжера, що проходить через певні міста один раз і повертається до початкової точки. Головною відмінністю VRP від TSP є те, що в рішенні можуть бути одночасно кілька замкнутих маршрутів. Обидві ці задачі є NP-важкими, тобто для них немає методів, які дозволяють знаходити точні розв'язки чи перевіряти оптимальність наближених розв'язків за поліноміальний час. Як і TSP, VRP можна описати за допомогою теорії графів, де об'єктами комбінаторної оптимізації є графові структури.

Як зазначалося раніше, незважаючи на загальносвітовий інтерес до дослідження VRP, в Україні цей напрямок розвинений слабо, тому вітчизняні роботи часто посиляються на закордонний досвід. Одним із наслідків для класу VRP є запозичена з інших мов термінологія, що відрізняється від прийнятої в TSP, і характеризує найбільш типову сферу застосування - транспортну логістику. У завданнях маршрутизації "комівояжер" позначається як "транспортний засіб" (vehicle), "шлях" - "маршрут" (route), "місто" - "клієнт" (customer), причому для початкового "міста" вводиться додатковий термін "депо" (фр. *dépôt* - склад, сховище), що позначає місце, де повинні починатися та закінчуватися маршрути ТЗ. Насправді депо може бути транспортне підприємство, пункт виробництва, склад тощо.

Широко відоме транспортне завдання є математичним завданням лінійного програмування спеціального виду щодо оптимального плану перевезень вантажів із пунктів відправлення до пунктів споживання, з мінімальними витратами на перевезення. Транспортне завдання використовується для реалізації економіко-математичного моделювання розподілу ресурсів та, на відміну від VRP, входить до класу складності P з

теорії складності обчислень.

Класична задача маршрутизації транспорту (VRP) є завданням комбінаторної оптимізації, яке полягає в пошуку оптимального набору замкнутих маршрутів для парку однотипних транспортних засобів, що здійснюють рейси з єдиного депо до кількох віддалених клієнтів. Критерій оптимальності може бути виражений різними способами, але найчастіше ним є мінімізація довжини маршрутів. На рисунку 1.1 зображено типовий приклад побудови маршрутів для парку з трьох транспортних засобів, де метою є мінімізація загальної довжини маршрутів. У центрі рисунка знаходиться депо, де розташовані транспортні засоби, а навколо нього розташовані клієнти, яких необхідно відвідати. Відомі відстані між усіма точками маршруту. Оптимальне рішення полягає в тому, щоб кожен транспортний засіб відвідав усіх клієнтів, повернувшись у депо, при цьому маршрути повинні бути найкоротшими.

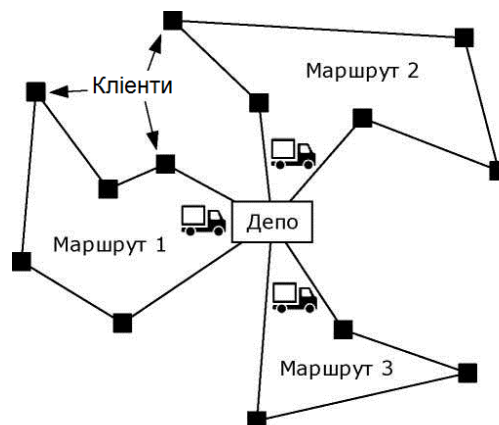


Рисунок 1 - Приклад рішення класичного завдання VRP (vehicle – транспортний засіб, route – маршрут, dépôt – депо, місце, де починається і закінчується маршрут

Класичне завдання VRP може бути представлена на графі $C = (V, E)$ з множиною вершин $V = \{0, \dots, n\}$ та множиною ребер E . Вершини $i = 1, \dots, n$ відповідають клієнтам, тоді як вершина 0 відповідає депо. Також задається матриця $n \times n$ невід'ємних вартостей c_{ij} пов'язаних з кожним ребром $(i, j) \in E$ і визначальних витрати на пересування між вершинами i і j .

У термінах теорії графів класичне завдання маршрутизації транспорту (VRP) можна трактувати як побудову кількох гамільтонових циклів мінімальної довжини на підграфах графа G , що має одну загальну вершину – депо. За відсутності обмежень на вантажопідйомність та при довільній кількості транспортних засобів k , завдання зводиться до побудови k циклів із загальною вершиною 0 , що покривають усі вершини графа і мінімізують сумарні витрати на об'їзд клієнтів. Це означає, що задача стає множиною завдання комівояжера (TSP) з k циклів і загальною точкою 0 . Таку задачу можна перетворити на класичну задачу TSP шляхом додавання $k-1$ додаткових копій вершини 0 і відповідних ребер, що з'єднують їх із іншими точками.

Однак класичний підхід має обмеження, які роблять його не зовсім придатним для реальних умов. Сучасні варіанти задач маршрутизації транспорту включають різноманітні модифікації класичної постановки, більшість з яких являють собою комбінації кількох основних розширень. Вони в основному відрізняються реальними обмеженнями, які накладаються на рішення, наприклад, обмеженнями на вантажопідйомність, часовими вікнами, обмеженнями на кількість транспортних засобів тощо.

1.3 Огляд та аналіз узагальнень та розширень задачі маршрутизації транспорту

Проаналізуємо існуючі на сьогоднішній день сукупність завдань маршрутизації автомобільного транспорту.

Asymmetric VRP (AVRP) – це асиметричне завдання маршрутизації транспорту. Воно відрізняється від симетричного тим, що моделюється орієнтованим графом. Відповідно, матриця вартості є асиметричною. У випадку стандартного VRP зазвичай розглядається симетричний варіант, при якому матриця вартостей є симетричною. Однак таке припущення часто не відповідає реальним умовам і може призвести до розриву між теорією та практикою, оскільки найкоротший шлях між двома точками дорожньої

мережі може варіюватися залежно від напрямку. Такі відмінності особливо значні на малих масштабах, наприклад, у межах одного міста. З іншого боку, розширюється простір пошуку, що ускладнює знаходження оптимального рішення. Тому, в залежності від конкретної задачі, вартості для протилежних напрямків можуть бути зведені до середнього значення.

Capacitated VRP (CVRP) – завдання маршрутизації транспорту з обмеженням по вантажопідйомності. Цей варіант схожий на класичне завдання, але з додатковим обмеженням: обсяг вантажу на кожному маршруті не повинен перевищувати задану величину Q , однакову для всіх транспортних засобів (ТЗ). Фіксований парк ТЗ однакової місткості з одного депо має задовольнити попит на товар кожного клієнта при мінімальних витратах і не перевищити свою вантажопідйомність. Попит і вантажопідйомність задаються цілими або матеріальними значеннями. Цей варіант завдання був вперше описаний Данцигом і Рамсером, а пізніше був формалізований як завдання лінійного програмування.

Distance-Constrained VRP (DCVRP) – завдання маршрутизації транспорту з обмеженням на відстань. Довжина маршруту не повинна перевищувати задане значення. Такий підхід корисний, коли транспортні засоби можуть заправлятися тільки в депо, і необхідно врахувати обмеження на обсяг паливного бака. Обмеження на відстань часто розглядається в поєднанні з обмеженням вантажопідйомності.

VRP with Time Windows (VRPTW) – це завдання маршрутизації транспорту з часовими вікнами. Воно застосовується, коли існують обмеження щодо часового інтервалу для прийому або вивезення продукції. Для кожного клієнта визначено проміжок часу, в межах якого потрібно виконати його запит. Якщо транспорт прибуває раніше нижньої межі цього інтервалу, враховується час очікування до його початку. Прибуття пізніше верхньої межі інтервалу є неприпустимим, хоча в деяких випадках порушення цього вікна не є критичним, але веде до накладання штрафу на цільову функцію – це варіант VRP with Soft Time Windows (VRPSTW). Крім того, може бути врахований час обслуговування клієнта. Задача VRPTW

також дозволяє оптимізувати час виїзду транспорту з депо, що дозволяє уникнути непотрібних затримок на точках доставки. Хоча ця постановка є складнішою, вона більше відповідає реальним умовам, оскільки в багатьох практичних завданнях часу прибуття і обслуговування клієнта приділяється велика увага.

Multi-Depot VRP (MDVRP) – це завдання маршрутизації транспорту з кількома депо. У класичній моделі VRP передбачено єдине депо, з якого стартують і в яке повертаються всі маршрути транспортних засобів. Однак такий варіант не підходить для деяких ситуацій, таких як розподіл товарів кількома постачальниками для однієї групи споживачів. MDVRP є розширенням класичної VRP, в якій існує кілька депо, з яких обслуговуються клієнти, і кожен транспортний засіб починає і закінчує маршрут у своєму депо. Рішення вважається допустимим, якщо виконуються стандартні умови VRP, хоча часто додаються додаткові обмеження, такі як вантажопідйомність, відстань, час тощо.

Очевидно, що такий варіант завдання є складнішим, оскільки виникає необхідність розподілити споживачів по різних депо. Для цього зазвичай особі, яка приймає рішення, доводиться визначати, які клієнти відносяться до кожного депо, або використовуються двофазні алгоритми, в яких спочатку здійснюється розбиття графа на підграфи, а потім окремо будуються маршрути для всіх депо. В ідеальному випадку ефективніше здійснювати обидва кроки одночасно, проте при вирішенні завдань великих розмірностей це робити важко.

У розширеному завданні з проміжними депо MDVRP з маршрутами між депо (MDVRPI) можлива додаткова завантаження транспортних засобів у будь-якому депо через прямування. У системі розподілу ці депо виконують роль складів, а в системі збору – пунктів розвантаження.

Periodic VRP (PVRP) – це завдання періодичної маршрутизації транспорту. На відміну від класичної VRP, у завданнях з періодичним плануванням використовується розширений період планування, який охоплює кілька днів. Для різних клієнтів визначена різна кількість

відвідувань протягом цього періоду, при цьому дні обслуговування не встановлюються заздалегідь, але є список можливих дат для кожного клієнта. Таким чином, маршрутизація вирішується для кожного дня планування. Ця особливість особливо важлива в таких випадках, як вирішення задачі збору відходів.

Існує також розширення задачі з вибіркоким обслуговуванням – PVRP з вибором обслуговування (PVRP-SC), де частота відвідування клієнтів визначається під час вирішення завдання. Це дає змогу розробити більш оптимальні маршрути та покращує процес обслуговування клієнтів.

VRP з перевезенням та доставкою (VRPPD) – завдання маршрутизації транспорту для вивозу та доставки. Це узагальнена версія задачі з обмеженням вантажопідйомності, де клієнти можуть отримувати та відправляти вантажі (товари). Зазвичай мається на увазі, що товари не перевозяться між клієнтами, а спочатку відправляються з депо або в кінцевому підсумку повертаються до депо.

VRPPD підрозділяється залежно від порядку доставки та вивезення, які можуть здійснюватися послідовно, змішано або одночасно:

- Delivery-First, Pickup-Second VRP: усі товари (вантажі) повинні бути спочатку доставлені клієнтам-споживачам, а лише після цього можна здійснити забір товарів від клієнтів-постачальників (рис. 1.2 а). Таким чином, розв'язання задачі поділяється на два етапи. Практично це обумовлено тим, що навантаження зазвичай відбувається ззаду транспорту, а перестановка вантажів є неприємною або дуже витратною за часом. Крім того, є ймовірність перевищення вантажопідйомності транспортного засобу, незалежно від співвідношення попиту на забір і доставку. Інша назва цієї задачі – VRP with Backhauls (VRPB), або завдання маршрутизації транспорту з зворотним транзитом (повернення товарів).

Mixed Pickup and Delivery VRP (VRPMPD): вивезення та доставка можуть виконуватись у будь-якому порядку на маршруті транспортного засобу (рис. 1.2 б), проте клієнти, як і в попередньому випадку, поділяються на постачальників та споживачів. Такий підхід дозволяє отримати більш

оптимальні маршрути, але ускладнює процес навантаження та розвантаження товарів. Іноді це завдання також позначають як Mixed VRP with Backhauls (VRPMB) – змішане завдання маршрутизації транспорту з зворотним транзитом.

VRP with Simultaneous Pick-up and Delivery (VRPSPD): ті самі клієнти одночасно виступають як споживачі і постачальники (рис. 1.2 в), повертаючи певний товар в депо. Така ситуація може виникати, наприклад, при доставці товарів до продуктових магазинів, коли для транспортування використовуються багаторазові піддони чи контейнери. Обидва останні варіанти можуть бути описані за допомогою єдиної моделі: VRPMPD можна трактувати як VRPSPD, коли попит на доставку або вивезення дорівнює нулю, а VRPMPD можна розглядати як VRPSPD, якщо кожного клієнта поділити на товар, який він отримує і відправляє (рис. 1.2. г).

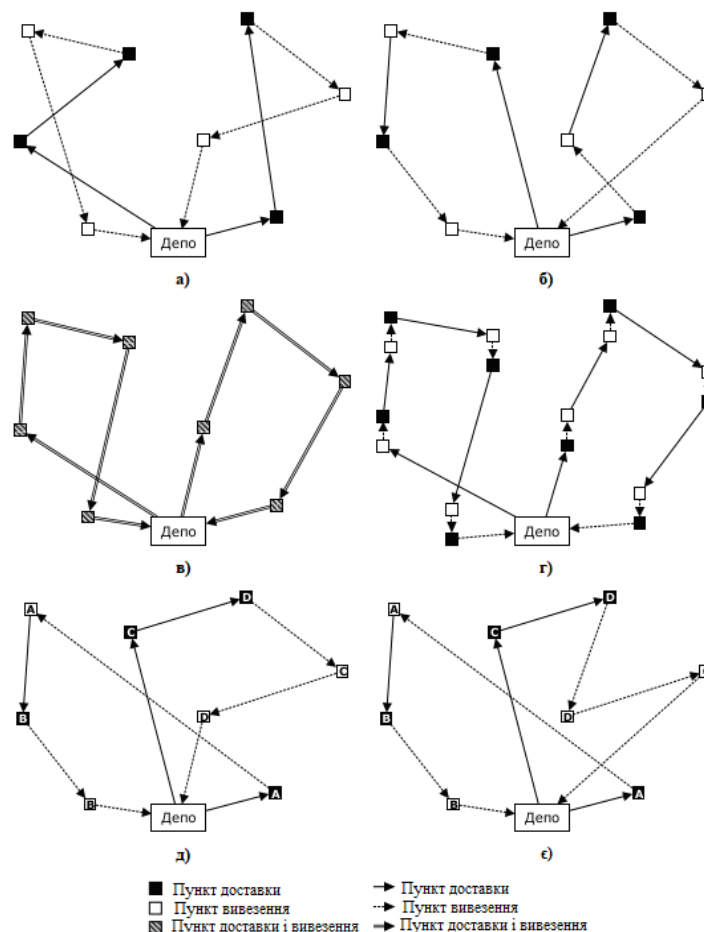


Рисунок 1.2 - Розв'язання сукупності задач маршрутизації транспорту з вивезенням та доставкою вантажів (товарів): а - VRPB; б - VRPMB; в - VRPSPD; г – VRPSPD з розбиттям; д - DARP; е - VRP LIFO

У розглянутих варіантах VRPPD передбачалося, що запити на вивіз та доставку товарів (вантажів) мають тип один до багатьох (one-to-many-to-one problem), коли вантажі транспортуються від депо до клієнтів і в зворотному напрямку. Проте деякі автори також включають до VRPPD варіанти з багатозв'язками (many-to-many problem), де кожен клієнт може відправляти та отримувати будь-який товар, а також з типом зв'язку один до одного (one-to-one problem), де між пунктами навантаження та доставки встановлюється чітка пара відповідностей у вигляді запитів.

У першому випадку товар вивозиться від одного з багатьох постачальників і доставляється одному з багатьох споживачів (рис. 1.2.б, де показано транспортування товару від одного клієнта до іншого). У другому випадку кожен запит визначає відповідний пункт навантаження і пункт доставки, а також кількість вантажу, яку потрібно транспортувати між зазначеними пунктами (рис. 1.2.д). Яскравими прикладами завдань з парними зв'язками є Pickup and Delivery Problem (PDP), що використовується при перевезенні товарів, і Dial-A-Ride Problem (DARP), яке застосовується для перевезення людей. Ці завдання мають різні додаткові обмеження та цілі.

Загальне завдання вивезення та доставки, General Pick-up and Delivery Problem (GPDP), охоплює багато варіантів завдань вивезення та доставки як окремі випадки. Особливо варто зазначити варіант VRP із принципом "останній прийшов — перший вийшов" — VRP with LIFO. У такій версії VRPPD додається обмеження, що розвантаження транспортного засобу може відбуватися лише в тому порядку, в якому вантажі були завантажені, тобто першим вивантажується останній завантажений товар (рис. 1.2.є). Цей варіант зазвичай використовується для мультиноменклатурного вантажу, оскільки дозволяє скоротити час на завантаження та розвантаження, оскільки немає потреби переставляти товари. Однак у літературі детально вивчений лише випадок з одним ТЗ – TSP with Pickup and Delivery and LIFO (TSPPDL) – задачу комівояжера з вивезенням та доставкою товарів за принципом LIFO.

Split Delivery VRP (SDVRP) – це завдання маршрутизації транспорту з роздільною доставкою. У цьому випадку знімається загальна для всіх VRP

заборона на багаторазове відвідування клієнта. Тобто один і той самий клієнт може бути обслуговуваний кілька разів різними транспортними засобами, якщо це допомагає зменшити загальні витрати. Така стратегія є доцільною, особливо коли запити клієнтів перевищують вантажопідйомність транспортних засобів. Експерименти показують, що в залежності від характеристик задачі можна досягти різного виграшу в довжині маршрутів при використанні роздільної доставки. Простим підходом до вирішення завдання є розбиття кожного клієнта на групу з кількох менших запитів, що дозволяє звести задачу до стандартної VRP. Однак для задач з різними типами транспорту зазвичай складніше отримати оптимальне рішення, ніж для класичної VRP.

Stochastic VRP (SVRP) – це завдання маршрутизації транспорту з випадковими даними. Один або кілька компонентів завдання можуть мати випадкову природу:

- VRP with Stochastic Demands (VRPSD): попит кожного клієнта пов'язаний із заданим імовірнісним розподілом замість конкретного значення, а дійсне значення визначається тільки після прибуття ТЗ;
- VRP with Stochastic Clients (VRPSC): безліч клієнтів точно невідомо, кожен клієнт існує з певною ймовірністю;
- VRP with Stochastic Travel Time (VRPST): часи поїздок (відстань) між пунктами не детерміновані;
- VRP with Stochastic Service Time (VRPSST): час обслуговування кожного клієнта не є детермінованим.

SVRP має кілька суттєвих відмінностей від класичної VRP. Його методика розв'язання складніша і поєднує принципи стохастичного і цілого програмування. Крім того, часто завдання цього типу є нерозв'язними, і лише в окремих випадках вдається отримати оптимальні результати, що ускладнює розробку та використання ефективних евристичних методів. Рішення SVRP зазвичай включає два етапи: на першому етапі отримується рішення без врахування випадкових змінних, а на другому, після того як випадкові значення стають відомими, відбувається коригування попереднього рішення.

Fuzzy VRP (FVRP) – це завдання маршрутизації транспорту з нечіткими параметрами. В реальності важко отримати точні значення для запитів, часу шляху, кількості та розташування клієнтів, меж тимчасових вікон та інших величин, які підпорядковуються ймовірнісним законам. У деяких нових системах також важко описати параметри задачі як випадкові величини через брак даних для аналізу розподілу. Використання методів теорії нечітких множин дозволяє ефективно моделювати завдання, що містять елементи невизначеності та суб'єктивності. Основні варіанти FVRP включають:

- VRP with Fuzzy Demands (VRPFD): нечіткий попит клієнтів товару;
- VRP with Fuzzy Travel Time (VRPFT): нечіткі часи поїздки (відстань) між пунктами;
- VRP with Fuzzy Service Time (VRPSST): нечіткий час обслуговування кожного клієнта;
- VRP with Fuzzy Time Windows (VRPFTW): нечіткі межі тимчасових вікон, у яких можуть обслуговуватися клієнти.

Dynamic VRP (DVRP) – це динамічна задача маршрутизації транспорту, у якій під час вирішення можуть відбуватися зміни параметрів. До таких змін зазвичай відносяться поломки транспортних засобів, затори на дорогах, нові замовлення, раптові виклики тощо. Зазвичай розглядається ситуація, коли нові клієнти з'являються після того, як транспортний засіб вже виїхав з депо. Таким чином, під час обслуговування клієнтів умови задачі змінюються, і необхідно коригувати маршрути з урахуванням нової інформації. Зазвичай відома статистика появи нових замовлень, на основі якої створюються імітаційні моделі для розробки та тестування алгоритмів.

Open VRP (OVRP) – це відкрите завдання маршрутизації транспорту, де немає вимоги повертатися до депо по завершенні маршруту. Остання точка маршруту може бути будь-якою, і відстань до депо не впливає на загальну вартість рішення. Оскільки OVRP часто використовується у випадках, коли підприємство не має власного парку транспортних засобів, а укладає контракти з зовнішніми кур'єрами, найняті транспортні засоби не повинні повертатися в депо і можуть завершити маршрут у будь-якому місці.

Завдання полягає в тому, щоб визначити мінімальну кількість транспортних засобів, необхідних для обслуговування всіх клієнтів з мінімальними витратами на дорогу. У разі наявності власного парку та значних коливань попиту, рішення може допомогти знайти оптимальне поєднання власних та найнятих транспортних засобів.

Також слід зазначити, що відмова від вимоги повернення в депо, характерної для всіх варіантів VRP, не спрощує завдання — OVRP залишається NP-важким. Водночас є важлива різниця: в OVRP будуються гамільтонові шляхи, що починаються в депо, а в стандартному VRP — гамільтонів цикли. Через це алгоритми для замкнутих задач часто виявляються неефективними для незамкнених. Однак незамкнена задача може бути перетворена в замкнуту шляхом заміни ваг дуг, що ведуть до депо, на нуль. Оптимальний замкнутий маршрут у такому графі відповідає оптимальному незамкнутому маршруту в початковому графі.

Heterogeneous VRP (HVRP) — це задача маршрутизації транспорту з різномірним парком. Це узагальнення класичної VRP, де клієнти обслуговуються різними типами транспортних засобів з різними характеристиками, такими як вантажопідйомність, швидкість, вартість використання тощо. Зазвичай у моделях VRP припускається однорідний парк транспортних засобів, що рідко відповідає реальним умовам. Це припущення спрощує пошук рішення, але в реальних логістичних операціях часто потрібно враховувати індивідуальні характеристики кожного транспортного засобу.

Аналіз літературних джерел свідчить про:

- Fleet Size and Mix VRP (FSMVRP), Vehicle Fleet Mix (VFM) або Fleet Size and Composition VRP (FSCVRP): змішаний парк ТЗ різних типів, що відрізняються вантажопідйомністю та вартістю використання, причому кількість доступних ТЗ кожного типу не обмежено;

- Heterogeneous Fleet VRP (HFVRP) або Mix Fleet VRP (MFVRP): аналогічна попередньої, але, крім іншого, кожного типу вводиться різна вартість пересування (за одиницю відстані/часу), тобто. використовується

безліч матриць вартості всіх типів ТЗ;

- Heterogeneous Fixed Fleet VRP (HFFVRP): узагальнення попередніх версій з обмеженням кількості доступних ТЗ кожного типу (фіксований парк).

Завдання маршрутизації транспорту з супутніми складами (VRPSF) є модифікацією класичного завдання VRP, де кожен маршрут зазвичай починається та закінчується в депо. Однією з причин повернення в депо є обмеження вантажопідйомності: коли автомобіль доставляє всі товари, йому потрібно повернутися для завантаження нової партії. Проте в деяких випадках вигідніше здійснити дозавантаження на маршруті в проміжних точках (супутніх складах), що дозволяє уникнути повернення в депо. Такий підхід застосовується, коли центральний постачальник має постійно забезпечувати великі групи споживачів товарами. VRPSF є частиною більш широкої задачі розподілу товарів, званої Inventory Routing Problem (IRP).

Різноманітні варіанти VRP можна організувати в ієрархічну схему, в основі якої лежить базове обмеження вантажопідйомності (CVRP), яке може бути не зазначено безпосередньо в описі. Завдяки комбінаціям різних типів VRP можна отримати безліч варіантів постановки задачі.

У сучасних дослідженнях особлива увага приділяється комплексним варіантам (Rich VRP), оскільки вони дозволяють наблизити умови задачі до реальних.

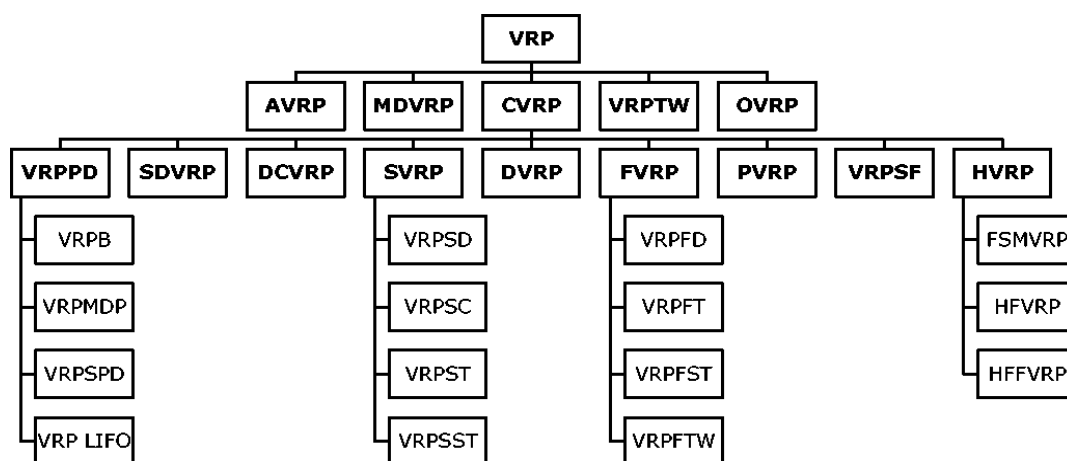


Рисунок 1.3 - Ієрархічна схема узагальнень та розширень завдань VRP на перевезення вантажів (товарів)

На рисунку 1.4 наведено приклад зв'язку кількох відомих похідних варіантів завдань VRP, що розширюють чотири базові типи: відкриту (OVRP), з множиною депо (MDVRP), з обмеженням вантажопідйомності (CVRP) та з часовими вікнами (VRPTW). У наукових роботах ці варіанти позначаються шляхом додавання до аббревіатури літер, що вказують на конкретні розширення. Відповідно до прийнятої системи найменувань, назва задачі та її скорочення можуть бути досить довгими, наприклад, Multi-Depot Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Window (MDCVRPTW) — завдання маршрутизації транспорту з кількома депо, обмеженнями по вантажопідйомності та часовими вікнами.

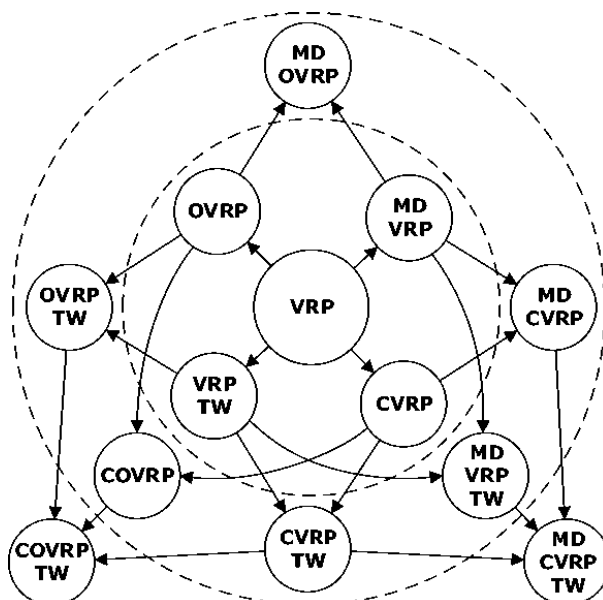


Рисунок 1. 4 - Схема зв'язку узагальнюючих різновидів VRP

У таблиці 1.1 представлені різновиди завдання, які можна розглядати як узагальнення класичного варіанту VRP, із зазначенням умов, за яких кожен випадок може бути зведений до окремого випадку відповідно до ієрархічної схеми. Існують відомі моделі для цих різновидів VRP, які використовують загальний підхід до формулювання, наприклад, через завдання цілісного програмування.

Таблиця 1.1 - Зв'язок узагальнень із класичним варіантом методів VRP

Завдання	Особливість	Умова зведення до класичної VRP
AVRP	Асиметрична матриця цін	Ваги дуг для взаємопротилежних напрямків рівні
CVRP	Обмеження вантажо-підйомності	Вантажопідйомність кожного транспортного засобу більша або дорівнює сумарному попиту всіх клієнтів
DCVRP	Обмеження відстані	Допустима довжина маршруту більша або дорівнює максимальній довжині гамільтонова циклу через всі вершини графа
VRPTW	Тимчасові вікна	Нижнє значення тимчасового вікна менше або дорівнює часу шляху від вершини-депо до вершини-клієнта, верхнє - найпізнішому з усіх можливих
MDVRP	Сукупність депо	Ваги ребер, що з'єднують вершини-депо з вершинами- клієнтами, приймаються однаковими всім депо, тобто, розташування всіх депо збігається
PVRP	Розширений період планування	Можливі відвідування всіх клієнтів обмежені одним єдиним днем
VRPPD	Крім доставки потрібен вивіз	Величина запитів на вивіз для всіх вершин-клієнтів дорівнює нулю
SVRP	Випадкові параметри	Щільність ймовірності випадкового параметра більша за нуль тільки для певного вузького діапазону
DVRP	Динамічні параметри	Час зміни параметрів дорівнює чи перевищує початковий час виконання завдання
HVRP	Різні ТЗ	Параметри транспорту та ваги ребер графа для всіх видів транспорту рівні

Для вирішення найбільш відомих узагальнень та розширень VRP існує низка методів, кожен з яких має свої переваги та недоліки. Враховуючи це, кожен варіант завдання заслуговує на окремий огляд. У джерелах, зазначених для кожного варіанту завдання, різні автори наводять приклади рішень і практичного застосування.

Аналіз показує, що найбільш поширені узагальнення та розширення VRP можуть бути об'єднані в межах узагальненої постановки задачі, що дозволяє розробляти рішення на основі єдиної моделі.

1.4 Дослідження проблеми збалансованості маршрутів вантажних перевезень

З практичної точки зору основна ідея завдань VRP полягає в одночасному залученні кількох ТЗ для того, щоб розподілити навантаження, заощадити загальний час відвідування пунктів і тим самим підвищити продуктивність праці як при транспортуванні вантажів (товарів), так і при виконанні сервісних робіт або наданні послуг. Незбалансованість маршрутів знижує ці переваги, а значне скорочення задіяного парку ТЗ веде до виродження завдання.

Можна показати, що для описаного найпростішого випадку класичного завдання VRP на повнозв'язному графі без додаткових умов або обмежень при мінімізації суми довжин ребер, що входять до маршрутів. Оптимальним рішенням завжди буде один маршрут для єдиного ТЗ (рисунок 1.5. а), тобто VRP зводиться до менш складної TSP. Такий висновок впливає з топологічних особливостей будови графа, що представляє дорожню мережу: будь-який шлях між двома вершинами матиме довжину більшу або рівну довжині ребра, що з'єднує ці вершини, оскільки довжина ребра сама по собі визначається найкоротшою відстанню між пунктами. Інакше кажучи, виконується нерівність трикутника: $c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij}, \forall i, j, k \in V$. За умовою завдання, ТЗ повинні почати та закінчити маршрути у спільній вершині-депо, тому кожне задіяне ТЗ додає до рішення додаткове ребро, інцидентне вершині-депо. Відповідно, завжди можна зменшити вартість рішення з кількома маршрутами, поєднавши останню вершину попереднього маршруту з першою вершиною наступного.

Очевидно, що в цьому випадку зменшується сумарна довжина маршрутів, проте обслуговування всіх клієнтів здійснюється послідовно і тому в цілому на виконання потрібно більше часу, ніж при використанні кількох ТЗ. Отримані висновки справедливі й у орієнтованого графа, тобто коли слід також враховувати, у напрямі здійснюється рух маршрутом (асиметричне завдання).

Таким чином, для реалізації основної ідеї VRP потрібно внести відповідні зміни до постановки. І тому можуть запроваджуватися обмеження, роблять маршрути збалансованими, чи конфліктуючі цільові функції, роблять завдання багатокритеріальними.

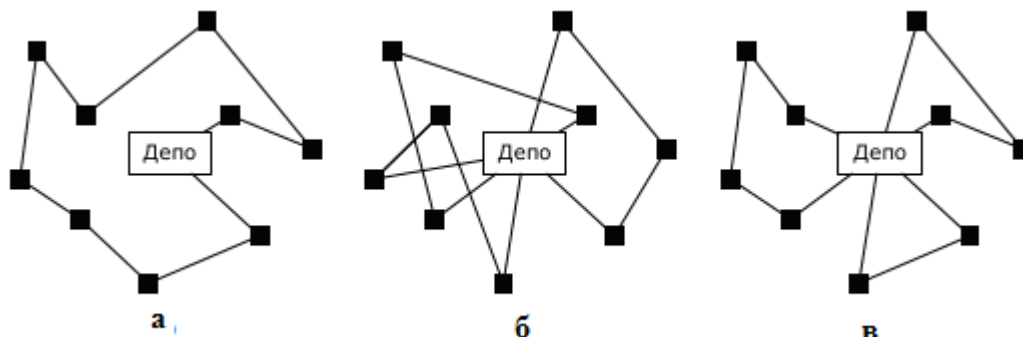


Рисунок 1.5 – Варіанти збалансування маршрутів: а – без збалансування; б – збалансування на основі обмежень; в - багатокритеріальна оптимізація

Умова збалансування у постановці завдання є поширеним способом отримання маршрутів, що мало відрізняються за певними ознаками, що доцільно в деяких конкретних випадках і може полегшити пошук оптимальних рішень за рахунок звуження простору пошуку. У той самий час збалансування погано узгоджується з практикою загалом, т.к. є грубим заміщенням реальних чинників під час побудови маршрутів.

Існує сукупність різних варіантів збалансування маршрутів. Так, при збалансуванні числа вершин вводиться додаткове обмеження: кількість вершин у маршрутах має відрізнятися трохи більше, ніж одиницю (чи інше задане число). Таке обмеження значно зменшує простір пошуку та дозволяє застосовувати ефективні евристичні методи навіть за кількості вершин понад тисячу. Однак оптимальні та збалансовані за кількістю вершин маршрути не завжди виявляються збалансованими по довжині. На цей випадок існує інший варіант збалансованого завдання, в якому врівноважуються довжини всіх маршрутів. І тут обмежується максимальна різниця у довжинах маршрутів чи його ставлення. Альтернативою умові збалансування може бути обмеження вантажопідйомності (варіант SVRP), проте воно немає місця, якщо масою і

обсягом об'єктів, що перевозяться, можна знехтувати, або, якщо здійснюються сервісні роботи.

Також може застосовуватися змінена цільова функція, коли мінімізується довжина більшого маршруту, і ігнорується довжина інших маршрутів. У всіх описаних способах збалансування маршрутів по довжині кожен із них окремо може бути оптимальними. На рисунку 5 б показано субоптимальне рішення, обумовлене описаними зрівнювальними обмеженнями для збалансування маршрутів за кількістю вершин (у кожному маршруті 3 вершини) і за довжиною (різниця в довжині маршрутів не перевищує 10%).

За наявності у постановці завдання додаткових умов, таких як різнорідність парку ТЗ, множинність депо, багатокритеріальність тощо. Відмінності між маршрутами оптимального рішення стають помітнішими. І тут збалансування з урахуванням обмежень дедалі більше негативно б'є по вартості рішення і тому такі обмеження стають невиправданими. У деяких випадках незбалансовані маршрути виявляються значно коротшими за збалансовані, але обмеження роблять їх неприпустимими. Очевидно, використання обмежень лише спрощує реальну проблему пошуку компромісу, на вирішення якої необхідно безліч цільових функцій, відбивають реальні критерії оцінки маршрутів.

У роботах різних авторів часто моделюються такі випадки, коли потрібна мінімізація за єдиним критерієм - вартістю, пропорційною до сумарної пройденої відстані (часу). Насправді ж багато завдань, пов'язаних із плануванням маршрутів, містять множину критеріїв (витрати на використання парку транспорту, витрата палива, час очікування клієнтів, максимальний час виконання, ризики тощо), які мають бути прийняті до уваги при побудові рішення. Цільові функції, що відображають реальні критерії, як правило, перебувають у конфлікті один з одним, тому немає єдиного рішення, яке є оптимальним одночасно за всіма показниками.

Набір цільових функцій дозволяє шукати компроміс з урахуванням усіх основних критеріїв, на основі яких оцінюються практична вартість та якість

рішення з необхідними пріоритетами. Слід зазначити, що саме собою збалансування іноді пропонується як окрема цільова функція, яку, проте, складно пов'язати безпосередньо з реальними факторами при побудові маршруту.

Можна зробити висновок, що збалансована і багатокритеріальна VRP мають принципові відмінності у своїх постановках, а й можливих оптимальних рішеннях, і навіть відповідних методах рішення. Використання обмежень замість безлічі критеріїв для отримання збалансованих маршрутів може негативно позначатися на загальну вартість рішення, але виправдано при обмежених обчислювальних ресурсах і великій розмірності завдання. В іншому випадку доцільною є багатокритеріальна постановка задачі.

Висновки по розділу 1. Мета та завдання дослідження

1. Відповідно до принципів системного аналізу складено ієрархічну класифікацію оптимізаційних завдань транспортної логістики на основі 23 характеристик, що у повній мірі відображають різноманіття можливих постановок, ніж відомі класифікації. Виділені характеристики дозволяють будувати широке коло як відомих, і нових завдань транспортної логістики, важливих конкретних додатків.

2. Розглянуто завдання маршрутизації у класі VRP, визначено їх місце у сфері комбінаторної оптимізації. Наведено опис та постановку класичної VRP, на прикладі якої проілюстровано рішення.

3. Складено найповніший у порівнянні з існуючими в літературі огляд завдань класу VRP, на основі якого виявлено актуальні напрямки розвитку цієї галузі. Нова тенденція досліджень в основному зосереджена на моделюванні та розробці методів вирішення комплексних варіантів VRP, наближених до життєвих ситуацій за рахунок комбінування різних реальних обмежень та умов, що зустрічаються на практиці. Показано взаємозв'язок різних узагальнень та розширень VRP та виявлено умови їх зведення до класичного варіанту, що відкриває перспективу формалізації різних UKP у

вигляді узагальненої математичної моделі.

4. Досліджено проблему збалансованості VRP, внаслідок чого виявлено два основні шляхи її вирішення: встановлення додаткових обмежень або запровадження кількох критеріїв оцінки рішення. У деяких випадках виявляється достатнім обмеження вантажопідйомності, якщо сумарний обсяг вантажу трохи менший за сумарну місткість ТЗ, проте на практиці часто передбачається значний запас вантажопідйомності всього парку ТЗ, або даним обмеженням можна знехтувати, особливо якщо метою є надання послуг, а не транспортування вантажу. У цілому нині використання обмежень представляється найпростішим виходом, проте завдання оптимізації витрат підприємства насправді є багатокритеріальною, оскільки доводиться знаходити баланс між різними реальними критеріями, які впливають вартість рішення, серед яких кількість задіяних ТЗ, сумарна довжина маршрутів, максимальний час виконання та інших. .

5. Виконано аналіз класичних алгоритмів рішення VRP, серед яких слід виділити конструктивні, двофазні та покращуючі алгоритми. Здебільшого це евристичні методи, які використовуються за наявності матриці відстаней або інформації про розташування вершин на площині. В цілому для відомих базових варіантів VRP вони дозволяють знаходити наближене рішення в короткі терміни та на відміну від точних методів, застосовні для наборів даних з великим числом вершин.

6. Відповідно до тенденцій досліджень останніх років більш детально розглянуто методи метаевристичної оптимізації, які вважаються перспективним напрямом у вирішенні VRP. У метаевристиках акцент робиться на ретельному вивченні найбільш перспективних елементів простору рішень. Якість одержуваних рішень виходить вищою, ніж у отриманих класичними евристиками. Зокрема, аналіз метаевристичних методів показав, що у вирішенні завдань пошуку маршрутів на графах добре зарекомендував себе мурашиний алгоритм.

На основі проведеного аналізу сформульовано мету та поставлено завдання дослідження.

Метою роботи є дослідження та розробка ефективних методів вирішення багатокритеріальних завдань методу VRP на основі технології штучного інтелекту – мурашиного алгоритму.

У межах зазначеної мети сформульовані наступні завдання дослідження:

- здійснити формалізацію нового методу VRP з урахуванням багатокритеріальності, асиметричності, множинності та різноманітності парку ТЗ у вигляді узагальненої математичної моделі;
- дослідити новий метод рішення VRP (vehicle routing problem) на основі принципу наслідування мурашиної колонії;
- розробити і побудувати мурашиний алгоритм на основі методу модифікації обліку різних умов реалізації VRP;
- з'ясувати налаштування запропонованого мурашиного алгоритму для ефективного розв'язання задач з різними початковими умовами.

Наукова новизна результатів:

1. З'ясовано метод штучного інтелекту - мультиколоніальна мурашина система, в якому кілька колоній взаємодіють у загальному просторі пошуку на основі механізму пошуку складеного вирішення узагальнених завдань комбінаторної оптимізації у вигляді множини однотипних компонентів.

2. Виявлено вплив цільових функцій на вирішення багатокритеріальної VRP та емпірично виявлено їхній взаємозв'язок, що, зокрема, дозволило зробити висновок про надмірність критеріїв збалансованості маршрутів.

Практична цінність роботи:

1. Розроблено мультиколоніальний мурашиний алгоритм для наближеного рішення методом VRP, модифікації якого дозволяють враховувати множину критеріїв оцінки рішення, асиметричності вхідних даних, множинності та різноманітності парку ТЗ.

2. Здійснена реалізація розробленого алгоритму для ефективної маршрутизації транспорту з урахуванням множини реальних умов.

РОЗДІЛ 2 БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА МАРШРУТИЗАЦІЯ АВТОМОБІЛЬНОГО ТРАНСПОРТУ З МНОЖИННИМ ДЕПО І РІЗНОРІДНИМ ПАРКОМ

2.1 Опис постановки завдання

Беручи до уваги результати аналізу завдань оптимізації маршрутів ТЗ, пропонується постановка нового завдання комбінаторної оптимізації класу VRP. Математична модель розв’язання завдання якої на відміну від існуючих дозволить врахувати умови та реальні фактори, що впливають на якість результату, що одержується, при визначенні раціональних маршрутів для розподіленого та різноманітного парку ТЗ.

Розглянемо завдання на конкретному прикладі (рисунок 2.1). Нехай дано кілька джерел продукції або транспортних підприємств (депо) із закріпленими за ними автомобілями (ТЗ) з різними характеристиками.

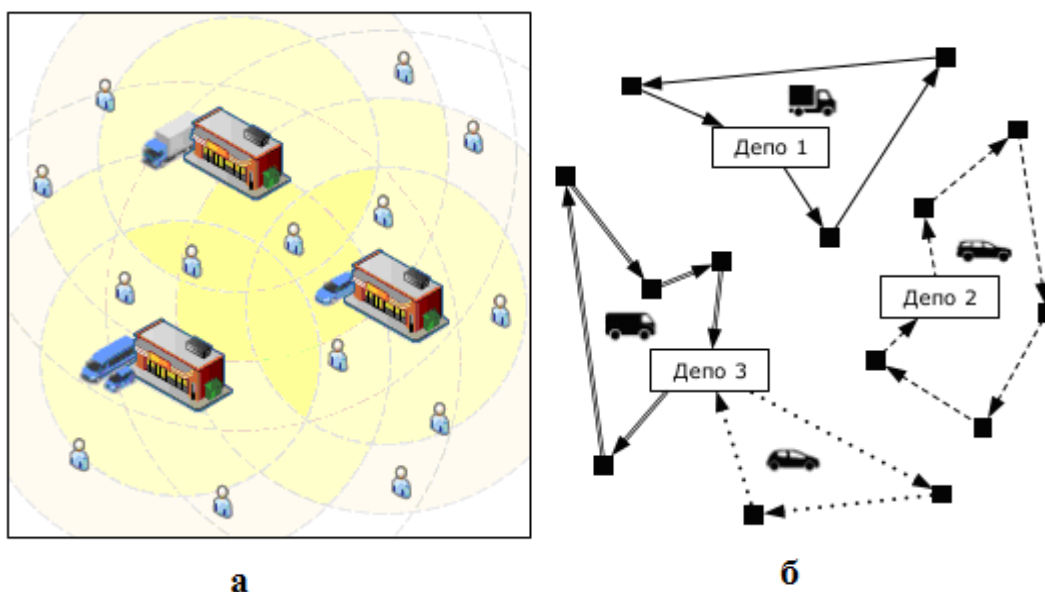


Рисунок 2.1 – Асиметричне завдання маршрутизації транспорту з множинним депо і різноманітним парком транспортних засобів: а - вихідне розташування об’єктів; б – приклад вирішення на графі

Є список замовлень на доставку чи обслуговування з адресами замовників (клієнти). Потрібно розбити адресатів між усіма автомобілями та

сформувати найбільш вигідні спрямовані маршрути. Відвідування кожного клієнта може здійснюватись лише одноразово, у будь-якому порядку та будь-якими ТЗ із поверненням у депо після закінчення маршруту.

Приклад рішення показаний на рисунку 2.1, б. Усі депо (прямокутники) і клієнти (зафарбовані квадрати) є вершинами орієнтованого графа, дуги різного типу якого відповідають найкоротшим шляхам між ними. Піктограми показують різні ТЗ та їх закріпленість за конкретними депо. Стрілки вказують на маршрути різних ТЗ з урахуванням напрямку руху через клієнтів, послідовності яких і є рішенням задачі.

Завдання передбачає облік множини реальних критеріїв оцінки якості рішення та об'єднує відразу кілька узагальнень та розширень VRP, дозволяючи поєднувати поширені на практиці умови:

1. Асиметричність матриць вхідних даних. Припущення про симетричність шляху між двома пунктами, коли напрямок руху не має значення, не відповідає реальним умовам і може призводити до розриву між теорією та практикою, зокрема через впровадження одностороннього руху та заборон лівих поворотів. Більшість програм для автоматичного прокладання маршрутів враховують напрямок руху. Тому доцільно розглядати складніший асиметричний варіант завдання AVR, що моделюється орієнтованим графом. Симетричний випадок є окремим випадком цього варіанту.

2. Множинність депо. У моделях VRP зазвичай передбачається одне централізоване депо, але у запропонованій моделі парк транспорту розподілений: різні ТЗ прикріплені до різних пунктів виробництва або складів, що функціонують як депо. Така постановка завдання з множинними депо (MDVRP) забезпечує масштабованість, особливо для мережі підприємств. Це є узагальненням класичної моделі VRP, в якій розглядається тільки одне депо.

3. Обмеження вантажопідйомності ТЗ. Коли завдання пов'язане з перевезенням товарів, обсяг вантажу на кожному маршруті не повинен перевищувати максимальну вантажопідйомність ТЗ, оскільки це обмеження накладається параметрами транспортних засобів. Обмеження

вантажопідйомності є основним для більшості варіантів задач маршрутизації і враховується в запропонованій моделі.

4. Різноманітність парку транспорту. Ігнорування відмінностей між транспортними засобами спрощує пошук рішень для існуючих методів, але в реальних логістичних операціях важливо враховувати характеристики кожного ТЗ, особливо коли є кілька класів транспорту та великий парк. У запропонованій постановці передбачається, що кількість доступних ТЗ кожного типу є обмеженою і фіксованою (HFFVRP), що обмежує максимальну кількість кожного виду транспорту.

Завдання формулюється як багатокритеріальна асиметрична задача маршрутизації транспорту з множинним депо та різноманітним парком ТЗ. Це завдання знаходить широке застосування в тих галузях, де необхідна децентралізована транспортна доставка, обслуговування, організація транспортно-складських процесів, а також постачання з розподілених виробничих пунктів до віддалених пунктів споживання. Типові приклади таких сфер включають товарну дистрибуцію, розвезення власної продукції, кур'єрські та поштові служби, доставку швидкої їжі, а також обслуговування сервісними інженерами.

Практичні приклади показують, що використання програмних засобів оптимізації та автоматизованих процедур при вирішенні завдань VRP дає значну економію на транспортних витратах. Проте для ефективного застосування методів оптимізації важливо мати математичну модель задачі. Тому подальші дослідження зосереджені на розробці математичної моделі цієї задачі та пошуку ефективних методів її вирішення.

2.2 Побудова математичної моделі

Завдання відображається повним орієнтованим графом $G=(V,A)$, в якому $V=V_C \cup V_D$ - множина всіх вершин $\{1, \dots, n\}$, причому вершини v_C - представляють клієнтів, а v_D - представляють депо; $A=\{(i,j) : i,j \in V, i \neq j\}$ -

множина дуг між вершинами.

Початкове розташування парку ТЗ визначено сюр'єктивним відображенням $\varphi: K \rightarrow V_D$ сукупності ТЗ K на підмножину вершин V_D . Значення попиту q_j задано для кожного клієнта $j \in V_C$, а вантажопідйомність Q_k задана для кожного ТЗ $k \in K$.

З кожною дугою пов'язані значення вхідних параметрів, що характеризують шляхи руху ТЗ:

- c_{ijk} - фіксована вартість транспортування між вершинами (i, j) для k -го ТЗ;
- d_{ijk} - відстань між вершинами (i, j) для k -го транспортного засобу ;
- t_{ijk} - час пересування між вершинами (i, j) для k -го транспортного засобу, зокрема сервісне.

Вибір параметрів c_{ijk} , d_{ijk} , t_{ijk} , що характеризують дороги, обумовлений реальними відомостями про шлях між двома точками, які можуть бути отримані за допомогою більшості сучасних програмних інструментів для прокладання маршрутів. Передбачається, що відомості про дороги визначені для різних типів транспортних засобів, тому використовується додатковий індекс параметра, який відповідає конкретному типу транспортного засобу. Якщо парк транспорту однорідний, то вхідні параметри і змінні приймаються однаковими для всіх k . Вирішення отримується з використанням множини логічних змінних $x_{ijk} \in X$, співставлених дугам графа, тобто:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{якщо дуга } (i, j) \text{ належить маршруту } k; \\ 0, & \text{якщо дуга } (i, j) \text{ не належить маршруту } k. \end{cases}$$

З урахуванням введених позначень та визначень побудуємо математичну модель узагальненого багатокритеріального завдання маршрутизації автомобільного транспорту.

Необхідно визначити такий набір маршрутів із області допустимих рішень, щоб значення всіх цільових функцій були мінімальними:

$$\{f_1(X), \dots, f_N(X)\} \Rightarrow \min, \quad (2.1)$$

за умови:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in V_C; \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{jik} = 0, \quad \forall k \in K \wedge \forall i \in V; \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in V_D} \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq 1, \quad \forall k \in K; \quad (2.4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} = 0, \quad \forall k \in K \wedge \forall i \in V_D, i \neq \varphi(k); \quad (2.5)$$

$$\sum_{j \in V_C} q_j \sum_{i \in V} x_{ijk} \leq Q_k, \quad \forall k \in K; \quad (2.6)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in U} \sum_{j \in U} x_{ijk} < |U|, \quad \forall U \subset V_C. \quad (2.7)$$

Вираз (2.1) містить вектор цільових функцій, які потрібно мінімізувати. Обмеження (2.2) гарантує, що будь-який клієнт буде відвідуваний одноразово. Вимога збереження потоку (2.3) необхідно, щоб кожен відвідуваний клієнт залишився. Обмеження (2.4) означає, що кожний ТЗ вирушить з депо, або не залишить його, таким чином не буде перевищено розмір парку доступних ТЗ. Умова закріплення ТЗ за відповідним депо (2.5) необхідна при різномірному парку. Вираз (2.6) відображає обмеження вантажопідйомності, яка повинна бути не меншою за сумарний попит відвідуваних клієнтів для кожного ТЗ. Умова (2.7) означає, що на будь-якому підмножині i вершин-клієнтів число дуг, що належать маршрутам, завжди менше потужності цього підмножини, тим самим виключається існування ізольованих контурів, в які входять тільки вершини-клієнти.

2.3 Визначення цільових функцій

Сформуємо вектор цільових функцій, що дозволяє врахувати основні критерії оцінки маршрутів:

1. Кількість задіяних ТЗ:

$$f_1(X) = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V_D} \sum_{j \in V} x_{ijk}. \quad (2.8)$$

Мінімізація кількості задіяних ТЗ (2.8) є одним із ключових для

завдань VRP. Якщо маршрут включає одну єдину вершину-депо, то ТЗ не залишає депо і вважається незадіяним.

2. Сумарна довжина всіх маршрутів:

$$f_2(X) = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ijk} x_{ijk} \quad (2.9)$$

Пройдена відстань (2.9) визначає витрати на паливо та технічне обслуговування транспорту, а також ризики, що лінійно залежать від дальності колії.

3. Сумарний час, який буде витрачено всіма ТЗ:

$$f_3(X) = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} t_{ijk} x_{ijk} \quad (2.10)$$

Час, витрачений усіма кур'єрами (2.10) дозволяє врахувати погодинну оплату праці та витрати на оренду транспорту.

4. Час виконання:

$$f_4(X) = \max_{k \in K} \left(\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} t_{ijk} x_{ijk} \right) \quad (2.11)$$

Час виконання завдання (2.11) від виїзду першого ТЗ до повернення останнього визначає витрати на підтримку системи транспортування, а також дозволяє врахувати апріорну базову оплату праці всіх водіїв без урахування ступеня їхньої завантаженості. Всі задіяні ТЗ виїжджають і рухаються одночасно, тому час на виконання визначається найтривалішим маршрутом та виражено функцією максимуму.

5. Фіксована вартість:

$$f_5(X) = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ijk} x_{ijk} \quad (2.12)$$

Проїзд між вершинами може мати базову апріорну вартість (2.12), що включає, наприклад, вартість проїзду платними дорогами. Іноді вартість залежить конкретного типу ТС, тому використовується відповідний індекс k для величини C_{ijk} .

Багатокритеріальна оптимізація можлива, якщо виконати скаляризацію (лінійну згортку) векторного критерію. При побудові математичної моделі використовувався наступний принцип: всі прийняті рішення зрештою

відбиваються на витратах і прибутку підприємства, котрим може бути дана вартісна оцінка, по крайнього заходу, приблизна. Тим самим було всі цільові функції можна звести до загальної розмірності - одиницям вартості. Такий підхід зводить до мінімуму участь особи, яка приймає рішення, та унеможливорює помилку при оцінці статей транспортних витрат. В іншому випадку потрібно залучення додаткових методів ухвалення рішення.

Оскільки всі ці цільові функції впливають на витрати, найбільш доречно скористатися сумою, ввівши вартісні коефіцієнти λ_{ik} :

$$F(\tilde{f}(X)) = \sum_{i=1}^N \lambda_{ik} f_i(X). \quad (2.13)$$

З урахуванням різноманітності парку ТЗ вартісні коефіцієнти повинні вводитися з додатковим індексом k. Наведемо отримані коефіцієнти в порядку розгляду цільових функцій :

- λ_{1k} вартість залучення k-го ТС. Величина визначається витратами на підготовку до виїзду додаткових транспортних засобів та кур'єрів;

- λ_{2k} – вартість одиниці пройденої відстані для k-го ТЗ. Як правило, для кожного ТЗ відома витрата палива на кілометр відстані і маркування бензину, що використовується. На основі цих даних може бути отримана вартість палива λ_{fk} за одиницю пройденої відстані для кожного k-го ТЗ, як добуток витрати пального та вартості літра палива необхідної марки. Вартість технічного обслуговування λ_{sk} оцінюється у розрахунку одиницю відстані з характеристик конкретного ТЗ. Також через відстань може бути розрахована вартість ризиків λ_{rk} , наприклад, пов'язаних з можливою ДТП, як добуток ймовірності ДТП у розрахунку на одиницю відстані та середньої вартості наслідків ДТП. Аналогічно розраховуються інші витрати, пов'язані з пройденою відстанню як вартість за одиницю відстані. Таким чином, коефіцієнт цільової функції λ_{2k} може бути обчислений як сума всіх складових: $\lambda_{2k} = \lambda_{fk} + \lambda_{sk} + \lambda_{rk};$

- λ_{3k} - вартість одиниці часу роботи водія та, якщо використовується орендований транспорт, погодинна вартість оренди k-го ТЗ;

- λ_{4k} - вартість витрат за одиницю часу роботи підприємства під час обслуговування клієнтів та пропорційна плата за час очікування кур'єрів та клієнтів. Якщо час виконання не пов'язується з конкретними ТЗ, то коефіцієнти λ_{4k} не залежать від того, який саме маршрут виявився найтривалішим, а отже вважаються рівними за будь-яких k ;

- вартісний коефіцієнт для останньої цільової функції не потрібно, оскільки її значення вже встановлено в одиницях вартості.

Таким чином, значення всіх розглянутих цільових функцій зводиться до вартості, вираженої в загальних одиницях. Відповідно, для отриманих скалярних значень використовуємо суму:

$$F(\vec{f}(X)) = \sum_{k \in K} \lambda_{1k} \sum_{i \in V_D} \sum_{j \in V'} x_{ijk} + \sum_{k \in K} \lambda_{2k} \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} d_{ijk} x_{ijk} + \sum_{k \in K} \lambda_{3k} \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} t_{ijk} x_{ijk} + \\ + \max_{k \in K} \left(\lambda_{4k} \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} t_{ijk} x_{ijk} \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} c_{ijk} x_{ijk}. \quad (2.14)$$

Запропоновані критерії не є вичерпними для всіх практичних завдань, але істотно впливають на вартість рішення. У літературі зустрічаються різні інші критерії, багато з яких специфічні для конкретних прикладних завдань або пов'язані з довільними факторами. Будь-які нові критерії можуть бути додані аналогічним чином, проте важливо враховувати, що складність пошуку рішення залежить у тому числі від складності цільової функції (2.14), тому найменш значущі критерії доцільно виключити з розгляду, або призводити до е-обмежень за методом зміни обмежень.

2.4 Дослідження простору пошуку

Простір пошуку (припустима множина рішень - об'єктів комбінаторної оптимізації) є початковою областю пошуку кандидатів на вирішення оптимізаційної задачі. Розмір простору пошуку (кількість об'єктів комбінаторної оптимізації) значною мірою визначає час розрахунків, особливо точних алгоритмів.

Як відомо, навіть для простого симетричного варіанту завдання TSP з n містами існує $N_{TSP} = (n - 1)! / 2$ варіантів рішень, що формують простір пошуку. Завдання VRP, у свою чергу, узагальнює NSP, тому простір пошуку має бути принаймні не меншим.

Додаткові умови та обмеження впливають на простір пошуку VRP та враховуються при виборі та розробці евристичних методів, призначених для прискорення пошуку у тих випадках, коли точне вирішення завдання знайти важко. У зв'язку з цим нижче пропонуються розрахунки розміру простору пошуку для запропонованої багатокритеріальної асиметричної VRP із множинним депо та різнорідним парком ТЗ.

У VRP, що розглядається, є множина з n вершин, n_0 з яких представляють депо, а інші $(n - n_0)$ представляють клієнтів. Максимально можлива кількість маршрутів m , обмежена розміром доступного парку ТЗ.

Завдання маршрутизації транспорту тісно пов'язане із завданням розбиття множини. Розглянемо приклад із побудовою двох маршрутів із загальним депо. Розіб'ємо безліч вершин-клієнтів довільним чином на дві підмножини вершин $|A| = n_a$ і $|B| = n_b$. Зазначимо, що при $n_a = 0$ або $n_b = 0$ отримуємо класичне завдання комівояжера. Кількість варіантів гамільтонових циклів на підграфах зазначених підмножин A і B дорівнює кількості перестановок - $|A_G| = n_a!$ і $|B_G| = n_b!$. Усі можливі пари таких перестановок, отже, і розв'язання завдання VRP для даного розбиття, визначаються декартовим добутком $A_G \times B_G$.

Число упорядкованих пар для перестановок з отриманих підмножин становить: $n_a! \cdot n_b!$. Зауважимо, що отриманий результат відноситься до одного єдиного варіанта розбиття графа на два підграфи. Кількість варіантів розбиття визначається числом Стірлінга другого роду: $S(n - n_0, m)$, що дорівнює кількості неупорядкованих розбиттів n -елементної множини на m непустих підмножин. З їхньою допомогою можна оцінити вплив кількості маршрутів на кількість можливих варіантів розподілу клієнтів між ними, але без урахування різнорідності парку ТЗ та можливості його неповного

використання.

Якщо розглядати рішення задачі маршрутизації транспорту як цілісну послідовність вершин-клієнтів з проміжними поверненнями у вершини-депо, то отримаємо, що результат, як і в задачі комівояжера, є перестановкою з множиною вершин-клієнтів $\{1, 2, \dots, n - n_0\}$, об'єднаного з кількома додатковими вершинами, що фактично збігаються з депо.

Оскільки черговість повернень у депо може однозначно ідентифікувати маршрути в перестановці, то всі повернення в депо можуть бути однаково проміжною вершиною $\{0\}$. Наявність такої вершини в перестановці означає кінець одного маршруту та початок іншого, а кількість таких додаткових вершин визначається максимальною кількістю проміжних повернень $(m - 1)$ залежно від розміру парку ТЗ. Таким чином, при кодуванні рішення проміжні вершини $\{0\}$ стають символами-розділювачами, оскільки відокремлюють маршрути один від одного.

Наприклад, рішення для парку з чотирьох ТЗ ($m = 4$) через сім вершин клієнтів ($n - n_0 = 7$) може виглядати наступним чином: $\{4, 3, 0, 5, 7, 0, 1, 6, 0, 2\}$. Черговість маршрутів відповідає порядковим номерам доступних ТЗ, тобто вершини $\{4, 3\}$ входять у маршрут першого ТЗ, вершини $\{5, 7\}$ – другого, $\{1, 6\}$ – третього, а вершина $\{2\}$ – четвертого. Кількість можливих перестановок становить $(n - n_0 + m - 1)!$.

Проте є важливі нюанси, які також слід врахувати. Якщо проміжна вершина $\{0\}$ виявляється на початку або наприкінці перестановки, або поряд з іншою проміжною вершиною, то маршрут відповідного по порядку ТЗ не входить у рішення. Так, для того ж набору вихідних даних послідовність $\{0, 4, 3, 0, 5, 7, 1, 6, 2\}$ означатиме, що перший і третій маршрути до рішення не входять, тобто задіяні лише два з чотирьох доступних ТЗ.

Оскільки елементи $\{0\}$ під час кодування ідентичні, їх відносний порядок не має значення. До кожного варіанта рішення існує $(m - 1)!$ дублікатів із перестановками ідентичних елементів $\{0\}$ між собою. Виключивши перестановки, що повторюються, отримаємо остаточний вид формули розрахунку розміру простору пошуку поставленої асиметричної

VRP з множинним депо і різнорідним парком:

$$N_{VRP} = \frac{(n - n_0 + m - 1)!}{(m - 1)!} \quad (2.15)$$

З цього виразу видно, що кількість вершин-клієнтів визначає факторіальне зростання числа рішень і впливає на розмір простору пошуку більшою мірою, ніж розмір парку ТЗ (гранична кількість маршрутів). Проте збільшення будь-якого з параметрів у умовах ведуть до зростання кількості рішень. Що ж до багатокритеріальності, вона обумовлює функцію мети, а не безліч об'єктів комбінаторної оптимізації, і тому впливає розмір простору пошуку. Достовірність отриманого результату підтверджується також розрахунком кількості перестановок у мультимножині - це узагальнення поняття множини, що допускає повторення елементів.

В якості прикладу на рисунку 2.2 показані всі можливі варіанти маршрутів на чотирьох вершинах для парку з 3-х транспортних засобів, розташованих у загальному депо: кружками з номерами відзначені вершини, причому центральна $\{0\}$ - депо; стрілками вказано напрямок слідування ТЗ; широкі дуги відповідають маршруту першого ТЗ, подвійні - другого, пунктирні - третього. З рисунка видно, що за малих значеннях $(n - n_0)$ і m існує велика кількість рішень, у прикладі при $(n - n_0) = 3$ і $m = 3$ таких 60.

Легко помітити, що перші три ряди на рисунку є рішеннями задачі комівояжера для кожного ТЗ - у задачі VRP, що розглядається, вони також не виключаються з простору пошуку. Аналогічно та інші варіанти маршрутів можуть збігатися по порядку обходу вершин з проміжними поверненнями, але використовують різні ТЗ.

Запропоновані нижче модифікації завдання дозволяють істотно скоротити простір пошуку (на прикладі рисунка 2.2) :

- якщо додати вимогу - задіяти весь доступний парк ТЗ, залишаться лише нижні 6 варіантів;
- якщо виключити різницю у вартості залежно від напрямку руху (симетричне завдання), залишаться лише перші три стовпці, тобто. кількість варіантів скоротиться вдвічі, до 30;

- якщо знехтувати різницею в характеристиках ТЗ (однорідний парк) і виключити схеми, що повторюються за формою, то залишаться 13 відмінних варіантів;

- поєднання різних модифікацій збільшує ефект: і під час перших трьох із запропонованих умов залишається єдиний варіант, коли кожне ТЗ обслуговує одного клієнта, незалежно від порядку.

За наявності першої з представлених умов простір пошуку звужується в міру збільшення розміру доступного парку, а у поєднанні з іншими запропонованими умовами може навіть виявитися меншим, ніж у аналогічній TSP.

Різницю у розмірі простору пошуку поставленої VRP за різних параметрів n і m легко оцінити за допомогою таблиці 2.1. Перший ряд даних ($m = 1$) відповідає умовам TSP, яка є окремим випадком VRP з одним ТЗ. Відповідно, простір пошуку VRP включає всі можливі рішення TSP, а також різні перестановки маршрутів, які в свою чергу є перестановками елементів, що їх складають. У зв'язку з цим збільшення кількості доступних ТЗ веде до дедалі більшого зростання кількості можливих рішень у VRP щодо TSP. Причому чим більше вершин-клієнтів, то більш стрімко відбувається зростання числа рішень. Так, при $(n - n_0) \sim 50$ облік чергового ТЗ в середньому збільшує кількість варіантів вже на порядок. При $(n - n_0) > 66$ обсяг даних перевищує межу Бремерманна і завдання стає трансобчислювальним за будь-якої можливої кількості маршрутів, тобто неможливо знайти рішення методом перебору варіантів ніякими теоретично мислимыми комп'ютерами швидше, ніж за кілька мільярдів років.



Рисунок 2.2 - Усі можливі рішення моделі VRP при $(n - n_0) = 3$ і $m = 3$, як простір пошуків на основі математичної моделі

Таблиця 2.1 - Число можливих рішень поставленої задачі при різних параметрах

Параметри	$n - n_0 = 2$	$n - n_0 = 3$	$n - n_0 = 5$	$n - n_0 = 10$	$n - n_0 = 20$	$n - n_0 = 50$
$m = 1$ (TSP)	2	6	120	3 628 800	$2,432 \cdot 10^{18}$	$3,041 \cdot 10^{64}$
$m = 2$	6	24	720	39 916 800	$5,109 \cdot 10^{19}$	$1,551 \cdot 10^{66}$
$m = 3$	12	60	2 520	239 500 800	$5,620 \cdot 10^{20}$	$4,032 \cdot 10^{67}$
$m = 4$	20	120	6 720	1 037 836 800	$4,308 \cdot 10^{21}$	$7,124 \cdot 10^{68}$
$m = 5$	30	210	15 120	3 632 428 800	$2,585 \cdot 10^{22}$	$9,618 \cdot 10^{69}$
$m = 6$	42	336	30240	10 897 286 400	$2,585 \cdot 10^{22}$	$1,058 \cdot 10^{71}$
$m = 7$	56	504	55440	29 059 430 400	$2,585 \cdot 10^{22}$	$9,874 \cdot 10^{71}$
$m = 8$	72	720	95040	70 572 902 400	$2,585 \cdot 10^{22}$	$8,041 \cdot 10^{72}$
$m = 9$	90	990	154440	158 789 030 400	$2,585 \cdot 10^{22}$	$5,829 \cdot 10^{73}$
$m = 10$	110	1 320	240 240	335 221 286 400	$2,436 \cdot 10^{25}$	$3,821 \cdot 10^{74}$

Висновки по розділу 2

1. Запропоновано та дано опис нового завдання комбінаторної оптимізації класу VRP, що дозволяє врахувати умови та реальні фактори, що впливають на якість одержуваного результату при визначенні раціональних маршрутів для розподіленого та різномірної парку ТЗ, а саме:

- набір критеріїв оцінки якості одержуваного рішення;
- асиметричність матриць вхідних даних;
- множинність депо;
- обмеження вантажопідйомності;
- різномірність парку ТЗ.

2. З метою формалізації зазначеної багатокритеріальної асиметричної VRP з множинним депо та різномірним парком, побудовано її математичну модель у вигляді задачі лінійного бульова програмування.

3. Спираючись на реальні критерії оцінки якості рішення VRP, серед яких вартість залучення ТЗ, витрата палива, часу праці та очікування водіїв, оцінка ризиків, експлуатаційні витрати тощо, сформовано набір цільових функцій. Виконано лінійне згортання векторного критерію шляхом зведення всіх значень до загальної розмірності - одиницям вартості - за рахунок введення вартісних коефіцієнтів, що вибираються виходячи з витрат

за одиницю пройденої відстані, часу шляху, очікування і т.д.

4. Проведено дослідження простору пошуку поставленої VRP. Отримано формулу розрахунку розміру простору пошук, яка дозволяє оцінити кількість можливих варіантів розв'язання задачі, що багато в чому визначає складність пошуку оптимального рішення, особливо точними методами. Отримані результати дозволяють зробити висновок, що поставлена VRP при врахуванні асиметрії вхідних даних, різномірності парку та можливості його неповного залучення значно перевищує складність TSP тієї ж розмірності.

5. Запропоновано модифікації задачі, які допомагають за необхідності звузити простір пошуку та спростити пошук розв'язання. Результати дослідження можуть бути використані при виборі ефективного методу вирішення задачі з конкретними параметрами.

РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА МУЛЬТИКОЛІНІАЛЬНОГО МУРАШИНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ РІШЕННЯ ЗАДАЧ МАРШРУТИЗАЦІЇ АВТОМОБІЛЬНОГО ТРАНСПОРТУ

3.1 Базові ідеї оптимізації маршрутів наслідуванням мурашиної колонії

Сьогодні в рамках нового напрямку "Природних обчислень" активно розробляються та удосконалюються методи глобальної оптимізації, натхнені природними системами. У цих методах штучного інтелекту (ШІ) відтворюються механізми прийняття рішень і адаптації, які сформувалися природним шляхом протягом мільйонів років еволюції. Наприклад, мурахи за більш ніж 100 мільйонів років еволюції адаптувались до виживання в різних умовах по всьому світу, утворивши популяцію з 10^{16} особин, загальна маса яких складає від 10 до 25% біомаси наземних тварин на Землі. Мурашині колонії, з відносно простою поведінкою кожної окремої особини, утворюють складну соціальну структуру і можуть вирішувати складні завдання, зокрема знаходити найкоротший шлях за допомогою хімічної регуляції (рисунок 3.1).

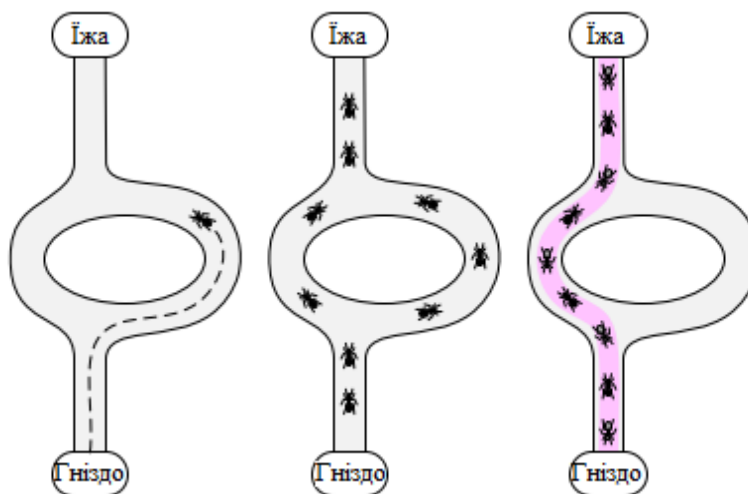


Рисунок 3.1 – Поведінка мурашиної колонії при пошуку найкоротшого шляху

Це привернуло увагу багатьох дослідників, які вивчали механізми

взаємодії особин колонії. Проводячи експерименти на вибір між двома шляхами різної довжини, що ведуть від гнізда до джерела їжі, біологи помітили, що мурахи зазвичай обирають короткий маршрут. Модель такої поведінки виглядає наступним чином:

- Спочатку мурахи рухаються випадково від гнізда.
- Коли одна з мурах знаходить їжу, вона повертається назад у гніздо, залишаючи за собою слід спеціального ферменту — феромону.
- Інші мурахи сприймають «запах» цього феромону і намагаються йти за ним.
- Феромонні шляхи створюють асинхронну і непряму схему комунікації, завдяки якій мурахи обмінюються інформацією, виявляючи альтернативні шляхи до їжі: чим більша концентрація феромону на шляху, тим більш ймовірно, що інші мурахи підуть по ньому.
- Коротші шляхи вимагають менше часу, тому вони частіше позначаються феромоном, і висока концентрація феромону робить їх ще привабливішими для інших мурах.
- Довші шляхи, які використовуються рідше, зрештою зникають через випаровування феромону, що призводить до їхнього зменшення.

Такий вид непрямої комунікації в мурашиній колонії, відомий як стигмергія, завдяки механізмам позитивних і негативних зворотних зв'язків дозволяє знаходити та закріплювати найкоротші маршрути. Водночас можна виділити основні принципи поведінки мурашиної колонії:

- простота дій кожної мурахи;
- відсутність централізованого контролю;
- непрямий обмін інформацією за допомогою феромону, що відкладається;
- випаровування феромону з часом, що забезпечує адаптивність поведінки.

Мурашиний алгоритм, або алгоритм оптимізації на основі мурашиної колонії (Ant Colony Optimization Algorithm), є популярною метаевристикою, яка належить до методів роевого інтелекту. Його суть полягає в аналізі та

застосуванні моделі поведінки мурашиної колонії для розв'язання задач пошуку оптимальних маршрутів на графах. Перший мурашиний алгоритм, названий мурашиною системою, був запропонований Марко Доріго в 1992 році в його докторській дисертації для пошуку оптимального шляху на графі. Основні етапи роботи мурашиного алгоритму представлені на структурній схемі (рис. 3.2). Віртуальні мурахи поступово створюють рішення задачі, переміщуючись по ребрах графа. При цьому з найбільшою ймовірністю обираються ребра з короткою довжиною і великою кількістю феромону, який заданий певним умовним значенням для кожного ребра. Феромон оновлюється на кожній ітерації: він збільшується на побудованих маршрутах пропорційно їхній довжині та зменшується по всьому графу з урахуванням коефіцієнта випаровування.



Рисунок 3.2 – Структурна схема мурашиного алгоритму в загальному вигляді

Мурашиний алгоритм не є найточнішим у порівнянні з методами гілок і границь або методом повного перебору, але має поліноміальну складність (рис. 3.3), що дозволяє отримувати наближене рішення складних завдань, таких як ТБР, за короткий час. Точні методи мають факторіальну складність,

що робить їх неефективними при кількості пунктів понад 10. Експериментально отримані результати відповідають очікуванням.

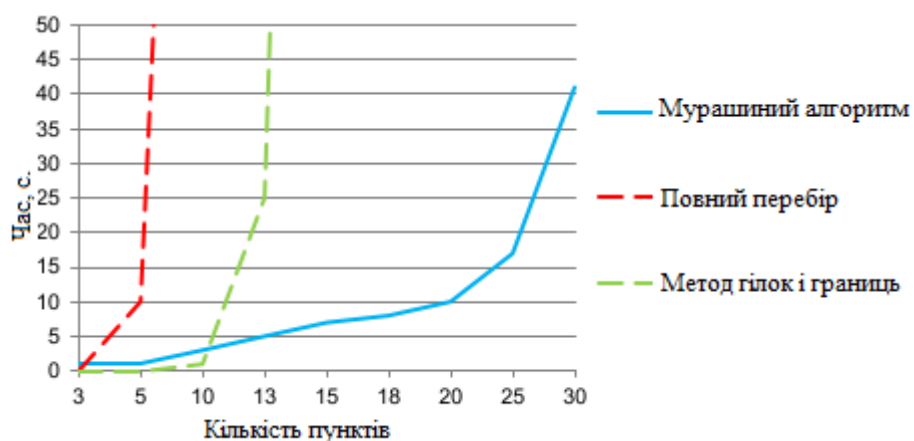


Рисунок 3.3 – Графік зміни часу розрахунків при збільшенні кількості вершин

Питання про збіжність мурашиних алгоритмів є теоретичним інтересом для досліджень. На даний момент існують деякі докази гарантованої збіжності мурашиного алгоритму, проте через стохастичність його час збіжності є невизначеним.

3.2 Імітація мурашиної колонії за допомогою симулятора AntCells

Для наочного демонстрування роботи мурашиного алгоритму та вивчення його можливостей була розроблена система імітації мурашиної колонії на графі трикутної решітки — симулятор AntCells (мурашина комірка). У центральній частині головного вікна інтерактивно задаються умови експерименту, а також демонструється перебіг симуляції. Тут відображається «карта», яка є шестикутним паркетом, де кожен шестикутник представляє вершину графа трикутної ґратки. Фрагменти «карти» та відповідного графа трикутної ґратки можна побачити на рисунку 3.4. Таким чином, віртуальні мурахи можуть переміщатися графом по кожному з шести напрямків, і, на відміну від реальних мурах, залишати на дугах феромон, що вказує напрямок. Для цього в моделюванні

використовується орієнтований граф.

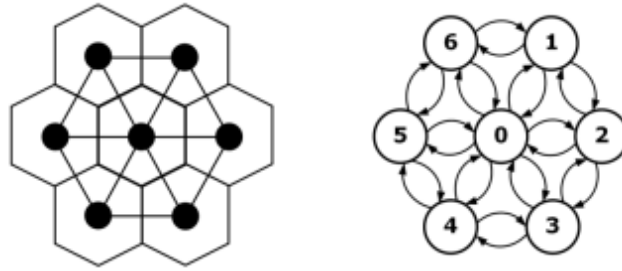


Рисунок 3.4 – Граф трикутної ґратки

У програмі реалізовано три основні режими роботи:

1. Покроковий (Step) – дозволяє поетапно простежити поведінку мурашиної колонії та реєструвати всі необхідні зміни.

2. Динамічний (Run) – дозволяє найбільш наочно спостерігати зміну розподілу феромону, формування траєкторії оптимального маршруту у реальному часі.

3. Фоновий (Skip) – дозволяє максимально швидко отримати результат для заданої кількості кроків без візуалізації на проміжних кроках.

Крім того, у симуляторі AntCells передбачені такі можливості:

- інтерактивне редагування картки за допомогою пензлів на лівій панелі інструментів, у тому числі в процесі симуляції для спостереження динамічної перебудови маршрутів:

- переміщення вершини-гнізда та вершини-їжі;
- нанесення та видалення перешкод;
- зміна рівня феромону;
- зміна кривизни поверхні («рельєфу»);
- різні автоматичні генератори перешкод та рельєфу;
- надання ключових даних про результати симуляції;
- відкриття та збереження карти у файл;
- ручне керування параметрами алгоритму;
- вибіркова шарова візуалізація всіх елементів;
- масштабування;
- журналування всіх дій для подальшого аналізу.

На рисунку 3.5 представлені ключові етапи пошуку короткого шляху

під час симуляції. Темно-сірі шестикутники позначають перешкоди, а відповідні вершини вважаються ізольованими. Відтінками показано концентрацію феромону на найближчих дугах. Два окремо виділені шестикутники на карті відповідають вершинам гнізда та їжі.

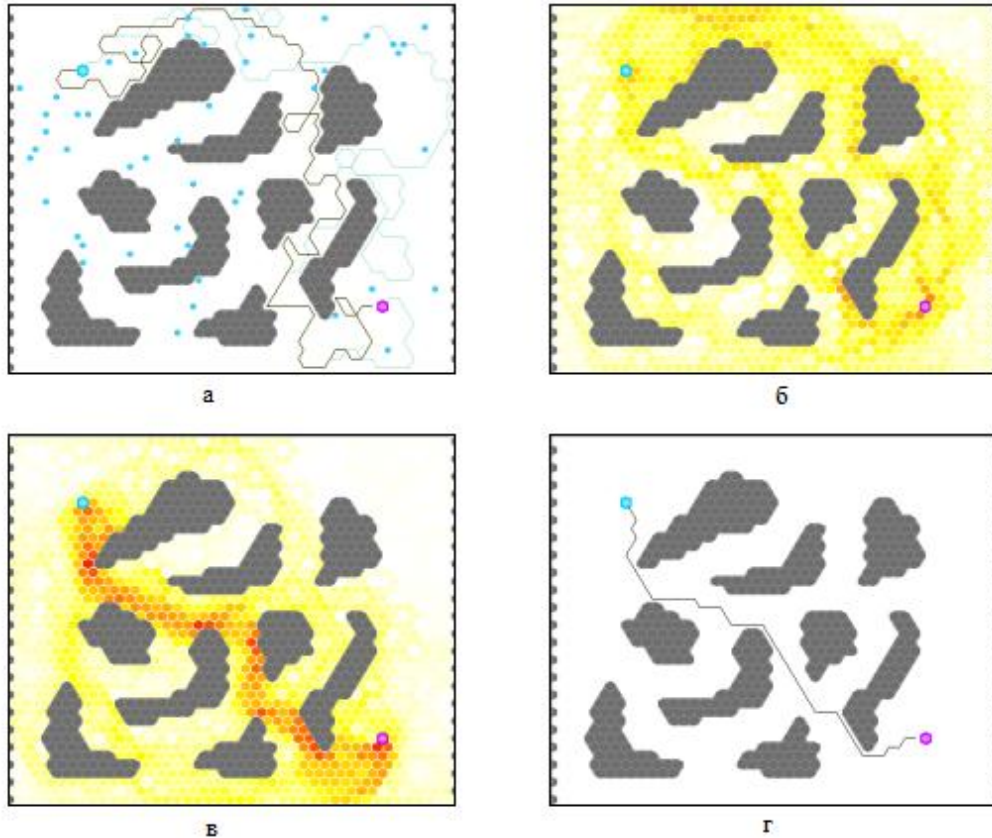


Рисунок 3.5 - Симуляція: а - хаотичний рух мурах та перші знайдені шляхи; б – розподіл феромону на початку процесу симуляції; в - розподіл феромону наприкінці процесу симуляції; г - знайдений найкоротший шлях

На рисунку 3.6 наведено результат пошуку шляху на кривій поверхні. Відтінками синього показано "рельєф", що вказує на ваги інцидентних дуг.

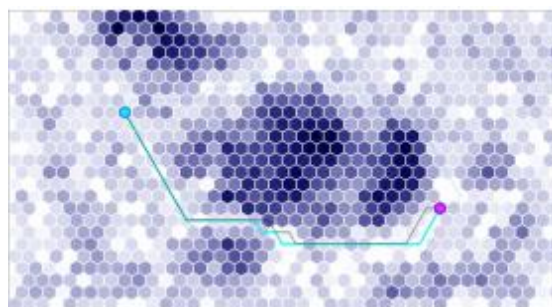


Рисунок 3.6 – Результат пошуку шляху на поверхні

Завдяки розробленим інструментам вдалося поетапно відстежити процес роботи мурашиного алгоритму та формування рішення. Також було

досліджено взаємозв'язок між деякими параметрами алгоритму та точністю отриманого рішення. Зокрема, на рисунку 3.7 представлено графік зміни довжини знайденого шляху з часом при різних значеннях параметра мурашиного алгоритму, який визначає ступінь впливу концентрації феромону на поведінку мурах. З графіка можна зробити висновок, що для короткочасної симуляції значення цього параметра слід збільшувати, а для тривалої – зменшувати.

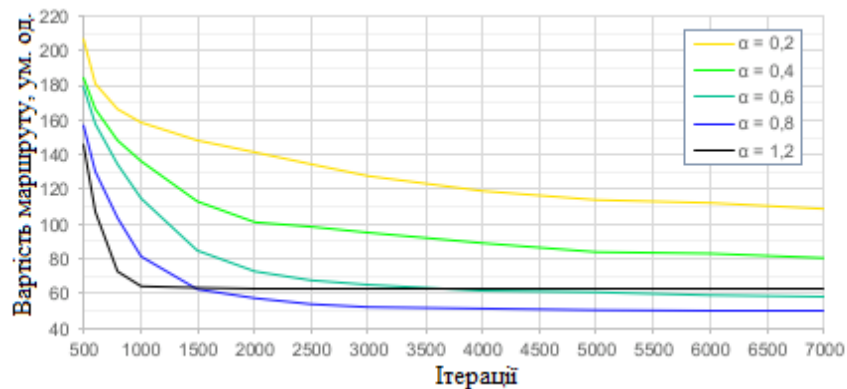


Рисунок 3.7 - Графіки зміни довжини шляху за різними значеннями параметра

3.3 Дослідження проблеми декомпозиції задачі маршрутизації автомобільного транспорту

Узагальнені варіанти завдань комбінаторної оптимізації з масштабуванням простору пошуку за рахунок упорядкованого фрагментування рішення найчастіше можна декомпонувати, виділивши безліч однотипних підзадач із загальним набором вхідних даних. Розв'язання такого узагальненого завдання можна як комбінацію кількох рішень її відомого окремого випадку. Так, на відміну від одного маршруту завдання TSP, її узагальнення VRP вимагає пошуку відразу кількох маршрутів, що не перетинаються. Підзавданням у разі є побудова одного маршруту в такий спосіб, щоб мінімізувалася вартість всього рішення, а кількість таких підзадач дорівнює, відповідно, кількості маршрутів.

Зазвичай, якщо вартість розв'язання задачі адитивно залежить від

вартості розв'язання підзадач, що мають загальну постановку, можлива декомпозиція початкового завдання шляхом евристичного розбиття вхідних даних. Отримані підмножини мають меншу потужність, що, проте, не змінює клас складності завдання, але дозволяють застосовувати відомі методи оптимізації кожної підзавдання окремо. Подібна декомпозиція, як правило, зменшує час обчислень за рахунок звуження простору пошуку, однак із тієї ж причини попередня кластеризація відомими методами часто виключає з розгляду оптимальне рішення. У разі VRP описаний підхід реалізується двофазними методами: спочатку вершини організуються в компактні групи, а потім будуються окремі маршрути шляхом вирішення TSP кожної групи вершин. Для угруповання вершин необхідний критерій, на основі якого має відбуватися порівняння вершин при визначенні їх приналежності до того чи іншого кластера, що, однак, не дозволяє заздалегідь оцінити ні довжину маршрутів, побудованих через вершини кожної групи, ні загальну оптимальність рішення, яке може бути отримане на наявних кластерах.

Декомпозиція ускладнюється, якщо кожна підзавдання має особливі умови, а оптимальність їх вирішення окремо означає оптимальність вирішення завдання загалом. Така ситуація з поставленою в цій роботі оптимізаційною задачею, яка на відміну від класичної VRP характеризується безліччю конфліктуючих цільових функцій і різними умовами побудови маршрутів через неоднорідність парку ТЗ та відсутність загального депо. При цьому навіть очевидна структурна структура даних зовсім не визначає оптимальне угруповання вершин. Різні цільові функції та їх вага безпосередньо відбиваються на оптимальному рішенні, через що потрібно переглядати критерії порівняння вершин при кластеризації. Обґрунтування застосовуваного методу кластерного аналізу при цьому є ускладненим, чи принципово неможливим.

Таким чином, використання традиційного мурашиного алгоритму в рамках двофазного методу при вирішенні декількох окремих завдань TSP після попередньої кластеризації не дозволить вирішити описану проблему декомпозиції поставленої багатокритеріальної VRP. Натомість пропонується

пристосувати його для формування кластерів у процесі побудови декількох маршрутів одночасно. З цією метою було розроблено його нову мультиколоніальну версію.

3.4 Розробка методу мультиколоніальної мурашиної системи

Пропонується новий метод мультиколоніальної мурашиної системи (Ant Multi-Colony Optimization, AMCO) для вирішення узагальнених варіантів задач комбінаторної оптимізації, схожих на задачу VRP, де масштабове число рішень певного відомого випадку вирішується традиційним мурашиним алгоритмом. Як показано раніше, такі узагальнені завдання містять подібні підзавдання і передбачають пошук складового рішення.

У вітчизняній та зарубіжній літературі також є ідеї використання мурашиного алгоритму з кількома колоніями для вирішення завдань інших сфер. Проте ці підходи мають суттєві відмінності від запропонованого в цій роботі. Наприклад, ієрархічні нечіткі багатокolonіальні мурашині алгоритми використовувалися для оптимізації структури телекомунікаційних мереж нафтотранспортних підприємств. У цьому випадку різні колонії виконують різні етапи пошуку: одна колонія визначає ступінь однорідності трас, інша — їх вартість, а третя шукає локальне рішення. Також існує концепція використання кількох колоній на різних процесорах для прискорення обчислень.

Основна ідея нового підходу полягає в тому, що замість однієї колонії, як у класичному мурашиному алгоритмі, використовується кілька колоній, які спільно працюють у загальному просторі пошуку. Кожна колонія вирішує свою підзадачу, формуючи частину загального рішення за допомогою механізму стигмергії. Колонії можуть по-різному інтерпретувати вхідні дані й мати свої параметри, що впливають на прийняття рішень. Для уникнення плутанини використовуються різні феромони, що сприймаються лише колоніями, які їх залишили. Іноді застосовуються відштовхувальні ефекти чужорідного феромону. Таким чином, феромон направляє колонії до пошуку

рішення своєї частини задачі. Усі колонії відкладають феромони в частинах розв'язку з однаковою концентрацією, пропорційною вартості розв'язку в цілому, і випаровуються з рівною швидкістю.

Таким чином, єдиними загальними елементами рішення в просторі пошуку, які діляться всіма колоніями, є частини розв'язку, що забезпечує неможливість одночасного використання частини рішення однією колонією як частини рішення іншою колонією.

Процес побудови рішення в мультиколоніальній мурашиній системі можна розглядати через теорію графів. Кожна ітерація мурашиного алгоритму включає формування рішення мурахою у вигляді послідовності виборів, що позначаються як вершини графа. В мультиколоніальній системі частини рішення формуються одночасно кількома мурахами, які об'єднуються в групи, що складаються з одного представника від кожної колонії. Кожна така група є заміною однієї мурахи традиційного алгоритму. Мурахи групи, «жеребкуючи», по черзі формують рішення, вибираючи вершини згідно з ймовірнісним порядком, що базується на об'єднаній множині альтернатив.

Мураха в групі k , що належить колонії x , включить у свою частину рішення вершину i на ітерації t з нормалізованою ймовірністю :

$$p_{x,i}^k(t) = \frac{[\tau_{x,i}^k(t)]^\alpha \cdot [\eta_{x,i}^k]^\beta}{\sum_{y \in Y} \sum_{j \in J^k} [\tau_{y,j}^k(t)]^\alpha \cdot [\eta_{y,j}^k]^\beta}, \quad (3.1)$$

де:

Y – безліч колоній;

J^k - безліч доступних вершин для групи k

$\eta_{x,i}^k$ - апіорна привабливість альтернативи, зворотна вартість переходу з поточної вершини мурашки групи k колонії x у вершину i ;

$\tau_{x,i}^k$ - апостеріорна ефективність альтернативи, що визначається кількістю феромону колонії x на переході з поточної вершини мурашки групи k колонії x у вершину i ;

α, β - параметри алгоритму, що настроюються.

Щоб виключити багаторазове повторення розрахунку суми творів у знаменнику формули, за програмної реалізації доцільно здійснювати нормалізацію в останню чергу. Для цього пропонується використати спочатку формулу розрахунку ненормалізованих ймовірностей:

$$p'_{x,j}(t) = [\tau_{x,j}^k(t)]^\alpha \cdot [\eta_{x,j}^k]^\beta, \quad (3.2)$$

потім одноразово обчислити суму отриманих значень ненормалізованих ймовірностей усієї групи k :

$$P^k(t) = \frac{p'_{x,j}(t)}{\sum_{y \in Y} \sum_{j \in J^k} p'_{y,j}(t)}, \quad (3.3)$$

Після чого виконати нормалізацію для кожного значення за формулою:

$$p_{i,x}^k(t) = \frac{p'_{x,j}(t)}{P^k(t)}. \quad (3.4)$$

Якщо потрібна більш агресивна стратегія поділу вершин між колоніями з метою підвищення якості самих маршрутів, може застосовуватися ускладнена формула розрахунку ненормалізованої ймовірності:

$$p'_{i,x}(t) = \frac{[\tau_{x,j}^k(t)]^\alpha \cdot [\eta_{x,j}^k]^\beta}{\left[\sum_{z \in Y, z \neq x} \tau_{z,j}^k(t) \right]^\gamma}, \quad (3.5)$$

де γ - новий параметр мурашиного алгоритму, що контролює відштовхуючий вплив феромону інших колоній. Очевидно, наявність у знаменнику додаткової суми позначається на тривалості розрахунку ймовірностей, особливо при великій кількості колоній, а ще один керований параметр ускладнює налаштування алгоритму. Тому вибір між формулами (3.2, 3.3) має ґрунтуватися на умовах конкретної задачі та з урахуванням її розмірності.

Як тільки множина альтернатив стає порожньою, тобто всі вершини відвідані, мурахи повертаються у стартову точку (за потреби), і рішення вважається завершеним. Подібним чином рішення формують і всі міжколоніальні групи мурах.

Для кожного рішення феромон на дугах, які були використані

відповідними колоніями, збільшується пропорційно до оберненого значення сумарної ваги всіх дуг цього рішення. Після цього традиційним способом відбувається часткове випаровування феромону по всьому простору пошуку.

3.5 Механізм прийняття рішень мурашиними колоніями на конкретному прикладі

Для демонстрації механізму прийняття рішень мурашиними колоніями розглянемо граф на рисунку 3.8. Нехай є сім вершин, з'єднаних ребрами, вартості яких для наочності пропорційні геометричним відстаням на площині. Потрібно побудувати (знайти) два маршрути з найменшою вартістю від вершин *A* та *B* через вершини 1-5.

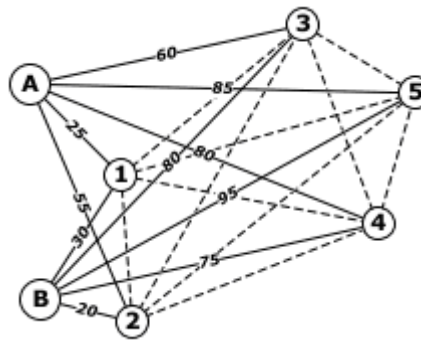


Рисунок 3.8 – Граф з зазначеними вагами ребер, рівними вартості вибору альтернатив

Кількість мурашиних колоній має відповідати максимальній кількості підзавдань. Для побудови рішення, що складається із двох маршрутів, використовуються дві колонії з однаковою кількістю мурах. Вершина *A* визначається гніздом (стартовою вершиною) однієї колонії, а вершина - іншої.

Припустимо, що на етапі пошуку оптимального рішення феромон колоній розподілений на ребрах графа так, як показано на рисунку 3.9. Товщина ліній ребер відображає концентрацію феромону.

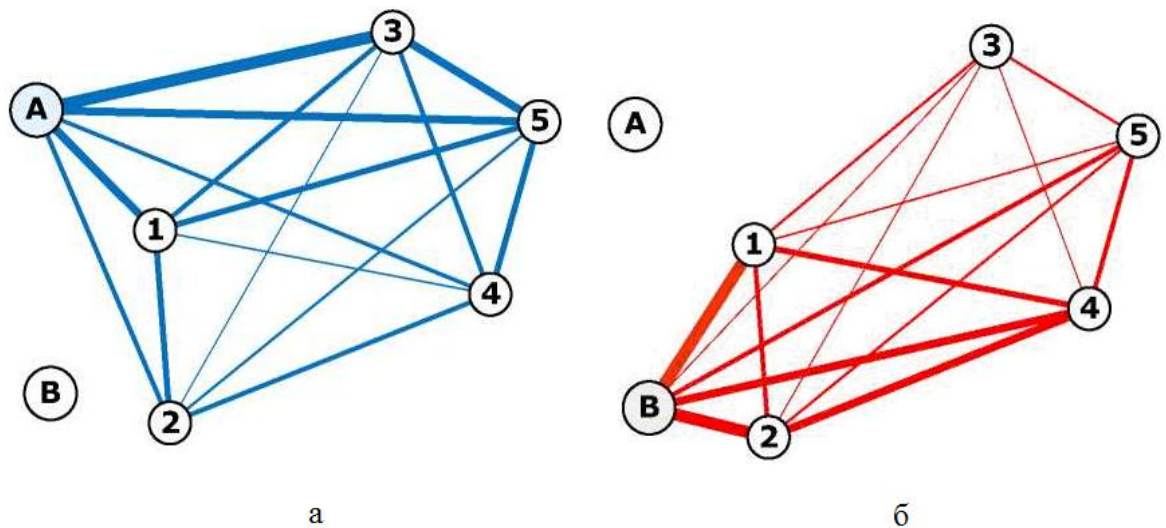


Рисунок 3.9 - Феромони колоній мурах на ребрах графу: а - колонії А; б - колонії В

Усі мурахи колоній, згідно з концепцією мультиколоніальної мурашиної системи, поділені на групи, що формують на кожній ітерації алгоритму одне з можливих рішень. Група включає по одному мураху від кожної колонії, що для прикладу відповідає одному мураху колонії А і одному мураху колонії В. Обом мурахам, що почали рух від своїх гнізд, у прикладі належить пройти через всі вершини графа, формуючи рішення.

На першому етапі руху групи для відвідування доступні вершини 1 5. Приймається рішення про те, яка з допустимих вершин і який з двох маршрутів повинні увійти. Іншими словами, потрібно вибрати ребро, що з'єднає одну зі стартових вершин з однією з доступних для відвідування вершин.

Таким чином, на початковому етапі побудови рішення отримуємо десять можливих альтернатив, з яких потрібно вибрати одну. Відповідно до алгоритму, вибір має бути здійснений імовірнісним методом на основі даних про апріорну привабливість альтернативи, обернено пропорційної вартості переходу між вершинами, та даних про апостеріорну ефективність альтернативи з урахуванням попереднього досвіду, що визначається кількістю феромону відповідних колоній.

Гістограми на рисунку 3.10 показують апріорну привабливість η і апостеріорну ефективність τ для всіх альтернатив. Видно, що величина η обернено пропорційна віддаленості вершини від мурашки, а найбільше значення відповідає переходу мурахи колонії В на вершину {2}. Величина τ , рівна кількості феромону на переходах, розподілена більш рівномірно і визнає в якості перспективних переходів $A \rightarrow 3$ і $B \rightarrow 1$.

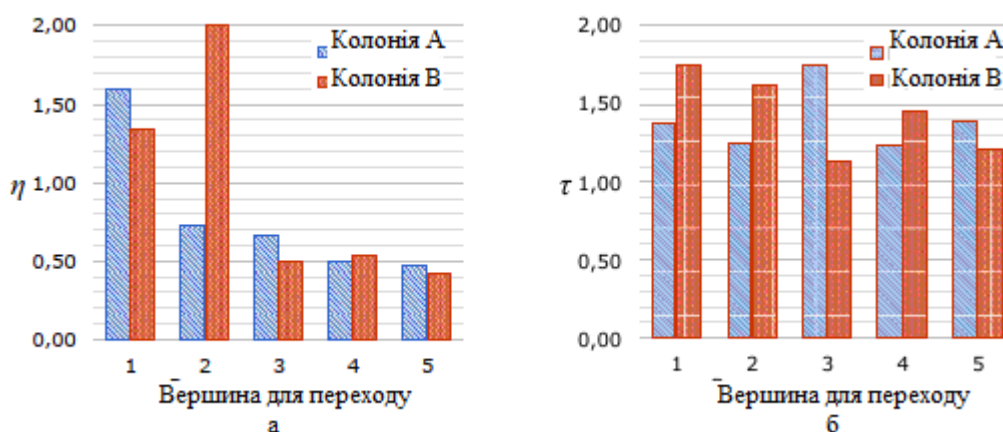


Рисунок 3.10- Гістограми з даними для прийняття рішення: а - апріорна привабливість вибору; б - апостеріорна ефективність вибору

У таблиці 3.1 наведено розрахункові дані. В останньому рядку вказані значення нормалізованих ймовірностей, обчислених за формулою (3.1) при значеннях параметрів $\alpha = \beta = 1$. Отримані значення p дозволяють виявити, наприклад, кращу ($B \rightarrow 2$) та гіршу ($B \rightarrow 5$) альтернативи. Остаточне рішення міжколоніальної групи буде прийнято ймовірно.

Таблиця 3.1 - Розрахункові дані для ухвалення рішення

Колонія Вершина	А					В				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
η	1,60	0,73	0,67	0,50	0,47	1,33	2,00	0,50	0,53	0,42
τ	1,38	1,25	1,75	1,23	1,39	1,75	1,62	1,13	1,45	1,21
p'	0,055	0,023	0,029	0,015	0,016	0,058	0,081	0,014	0,019	0,013
p	0,17	0,07	0,09	0,04	0,05	0,18	0,25	0,04	0,06	0,03

Передбачається, альтернативи з високою ймовірністю вибору найбільш перспективні з урахуванням відомої структури графа і розподілу феромону колоній, що склався. У той же час, менш перспективні альтернативи не виключаються для більш глибокого дослідження простору пошуку. Привабливість переходів наочно показано товщиною ребер графу (рис. 3.11).

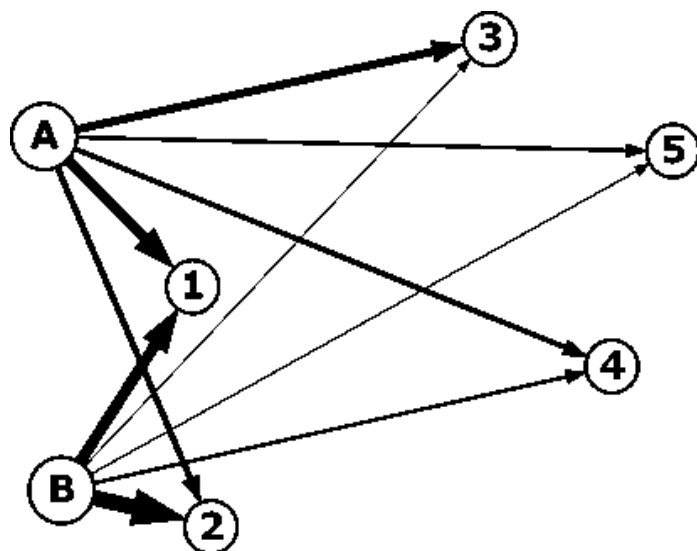


Рисунок 3.11 - Граф очікуваної перспективності переходів на поточному кроці

Кругова діаграма (рис. 3.12) відображає отримані нормалізовані значення ймовірностей. Можна помітити, що діаграма поділена на дві частини: права половина відповідає ймовірностям для колонії А, а ліва - для колонії В. Таким чином, черговий крок буде здійснено швидше за першу колонію, ніж другу. Протипоставлені сектори відповідають ймовірності переходу в ту саму вершину для різних колоній. Для даного прикладу можна зробити висновок, що з найбільшою ймовірністю 0,35 однієї з колоній буде відвідана перша вершина, але при цьому найочікуваніша з усіх доступних 10 альтернатив - перехід мурашки колонії В в другу вершину з ймовірністю 0,25.

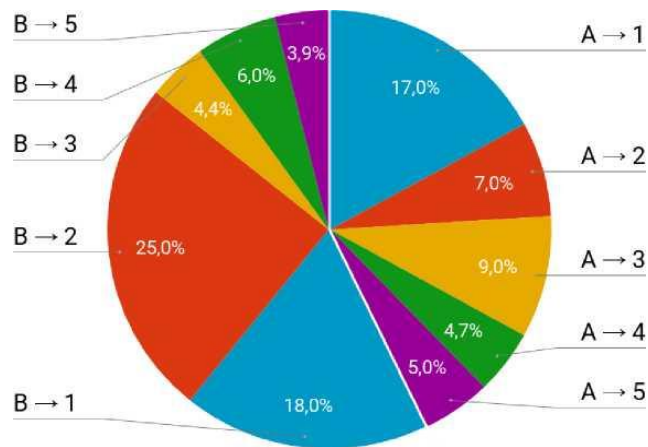


Рисунок 3.12- Кругова діаграма доступних альтернатив та ймовірностей їх вибору

Таким чином, усі отримані значення нормалізованих ймовірностей об'єднуються в загальну множину, на основі якої вибирається одна колонія і одна вершина за тим же принципом, що використовується в традиційному алгоритмі мурашки. Програмно це реалізується за допомогою підсумовування ймовірностей із накопиченням, генерації випадкового числа в інтервалі $[0, 1]$ та його порівняння з отриманими сумами до першого перевищення. Припустимо, результатом випадкового вибору стало переміщення мурахи з колонії A на вершину $\{3\}$.

Аналогічно у запропонованому методі приймаються рішення до того часу, поки множина доступних альтернатив виявиться порожньою і рішення групи буде побудовано. Вся послідовність прийняття рішень та переміщень мурах за графом показана на рисунку 3.13.

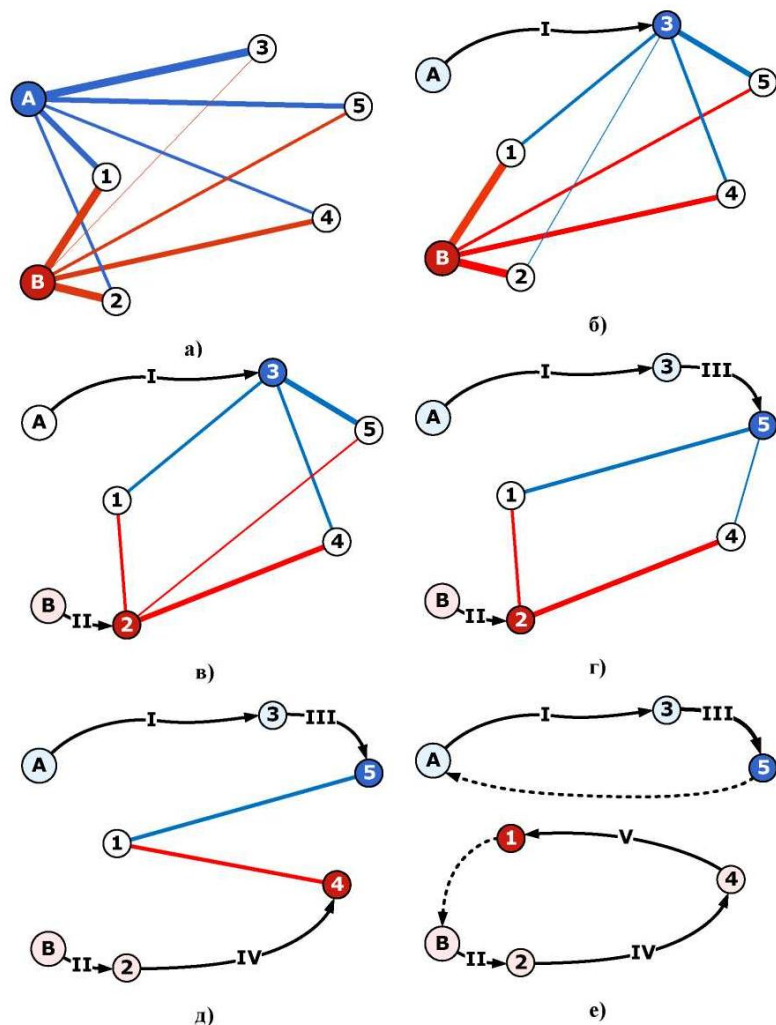


Рисунок 3.13 - Послідовність графів очікуваної перспективності переходів міжколоніальною групою та результати переміщення мурах

Описані дії виконуються всім міжколоніальних груп кожної ітерації, потім всі елементи, складові рішення, маркуються феромонами відповідних колоній, або, якщо використовується система MIN-MAX, маркується лише найкраще рішення однієї з груп.

3.6 Розробка модифікацій мультиколоніального мурашиного алгоритму для вирішення задач маршрутизації автомобільного транспорту та використання елітних мурах

Нижче в таблиці 3.4 перераховані умови поставленої багатокритеріальної задачі маршрутизації транспорту з множинним депо та

різнорідним парком, та описані запропоновані для них модифікації мурашиного алгоритму в рамках мультиколоніальної мурашиної системи.

Таблиця 3. 4 - Модифікації мультиколоніального мурашиного (Ant) алгоритму

№ п/п	Умова задачі VRP	Опис модифікації алгоритму
1	Безліч критеріїв (Multi-Objective (VRP))	При розрахунку ймовірності вибору альтернативи групою мурах замість апіорної інформації про структуру перспективного рішення, яка визначається виключно входними даними, як значення евристики (ваги дуги) використовується різниця між наближеними значеннями вартості рішення до i після вибору альтернативи з урахуванням множини критеріїв Кількість феромона, що відкладається, визначається вартістю рішення в цілому, а не окремими маршрутами, тобто. заохочується спільна робота колоній, а чи не індивідуальний успіх
2	Асиметричність матриць входних даних, (AVRP)	Враховуються обидві послідовності індексів асиметричних входних матриць; використовуються асиметричні матриці феромону для кожної колонії мурах
3	Обмеження вантажопідйомності (CVRP)	Альтернативам, які ведуть до порушення умов вантажопідйомності, призначається ймовірність вибору, що прагне до нуля.
4	Множинність депо, (MDVRP)	Спочатку кожна колонія, що представляє конкретне ТЗ, розташовується у своїй вершині-депо; в ній мурахи колонії починають та закінчують маршрути. При розрахунку ймовірності вибору альтернативи групою мурах значення евристики збільшується на величину, що дорівнює додатковому приросту значення цільової функції через віддалення від депо
5	Різнорідний парк транспорту (HVRP)	Вхідні значення часу, відстані та вартості шляхів між парами вершин, які повинні відрізнятися для різних ТЗ, задаються різними матрицями для відповідних колоній мурах Будь-які обмеження, які визначаються для конкретного ТЗ, накладаються на відповідну колонію

Всі представлені модифікації разом з вектором цільових функцій були включені до остаточного варіанта алгоритму, псевдокод якого дано нижче.

Таблиця 3.3 – Мультиколоніальний мурашиний алгоритм з модифікаціями для рішення багатокритеріальної VRP з множинним депо і різнорідним парком

- Ініціалізація параметрів алгоритму
- Задати кращу глобальну вартість C максимальним значенням
- **Поки** умова зупинки не виконана
 - **Для кожної** мікколоніальної групи k
 - Задати кращу вартість на ітерації C^k максимальним значенням
 - Обозначити всі депо, як стартові вершини маршрутів: $R^k = V_D$
 - Всі вершин крім стартових дозволені: $J^k = V_C$
 - **Поки** є дозволені вершини
 - **Для кожної** мурахи x в групі k
 - Визначити поточну позицію мурахи, як останню вершину маршруту R_x^k
 - **Для кожної** вершини i в множині J^k дозволених вершин
 - Якщо вантажопідйомність мурахи x в вершині i не перевищується
 - Розрахувати значення евристики $\eta_{i,x}$
 - Розрахувати ймовірність переходу $p_{i,x}^k$
 - **Інакше**
 - $p_{i,x}^k = 0$
 - **Якщо** сума ймовірностей більше нуля ($p_{i,x}^k > 0$)
 - Обрати мураhu x в групі k і вершину i на основі об'єднаних нормалізованих ймовірностей $p_{i,x}^k$
 - Додати вершину i в вектор маршруту $R_x^k = R_x^k \cup \{i\}$
 - Заборонити вершину i : $J^k = J^k \setminus \{i\}$
 - **Інакше**
 - Заборонити всі вершини
 - **Для кожної** мікколоніальної групи k
 - Якщо всі вершини V_C відвідані
 - Розрахувати вартість C^k як суму скалярних значень цільових функцій
 - **Якщо** отримана вартість менше кращої на ітерації ($C^k < C^s$)
 - Оновити краще рішення на ітерації R^s і його вартість C^s
 - **Якщо** отримана вартість менше кращої глобальної ($C^s < C$)
 - Оновити кінцеве рішення R і його вартість C
 - **Для кожної** колонії x
 - Збільшити кількість феромону τ_x на дугах маршруту R_x^k кращого ітераційного рішення колонії x
 - **Інакше**
 - При необхідності обробити неповне рішення

Запропонований метод мультиколоніальної мурашиної системи за рахунок механізмів самоорганізації, децентралізації та накопичення попереднього досвіду за допомогою феромонів має потенціал для реалізації розподілених обчислень та адаптації до динамічних умов, що відкриває перспективи його подальшого розвитку. У зв'язку з цим розроблений мультиколоніальний мурашиний алгоритм здатний послужити основою

розробки модифікацій, спеціалізованих на вирішення інших видів VRP, з такими додатковими умовами, як динамічність, тимчасові вікна, вивезення вантажів (товарів) з доставкою.

Найчастіше ефективними виявляються варіації мурашиного алгоритму з неоднорідними колоніями мурах. Так, наприклад, в елітарній мурашиній системі із загальної кількості мурах виділяються так звані «елітні мурахи». Тоді за результатами кожної ітерації алгоритму проводиться посилення кращих маршрутів шляхом проходження ними елітних мурах і, таким чином, збільшення кількості феромону на цих маршрутах.

З метою підвищення ефективності мультиколоніального мурашиного алгоритму було застосовано елітарну мурашину систему. Для завдання частки елітних мурах використовується додатковий параметр ε , який визначає кількість феромону, що наноситься на поточний кращий маршрут. Графіки рисунку 3.14 відображають динаміку зміни вартості рішення для елітарної мурашиної системи за різних значеннях ε .

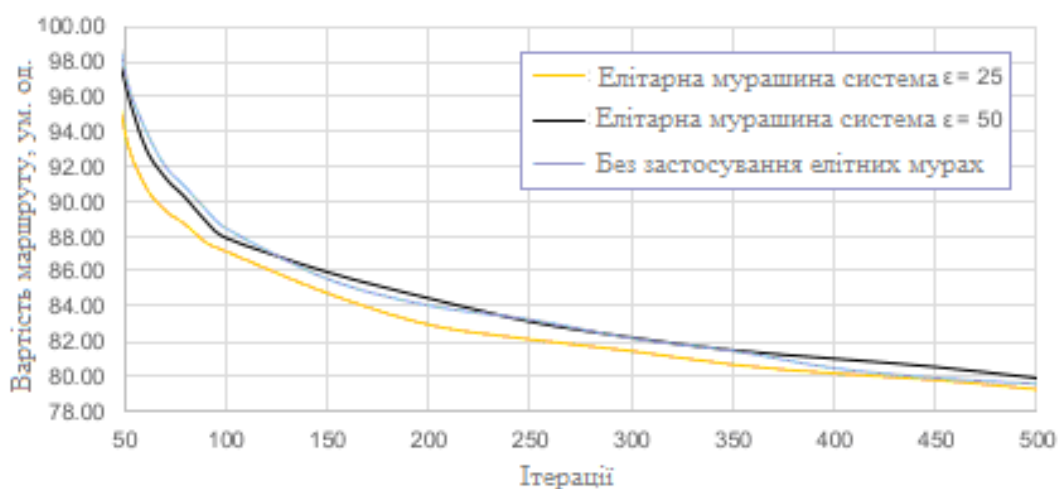


Рисунок 3.14 – Графіки зміни вартості маршруту модифікованої елітарної мурашиної системи

За великої кількості елітних мурах алгоритм може «застрягти» на локальних екстремумах. Наприклад, у системі з 50 мурах у колонії ефективним виявилось значення $\varepsilon \sim 25$.

Висновки по розділу 3

1. Проаналізовано основні принципи оптимізації за допомогою мурашиної колонії. Виділено ключові етапи роботи мурашиного алгоритму. Огляд літератури показав високу ефективність мурашиного алгоритму при вирішенні популярних задач пошуку маршрутів на графах, зокрема для NP-складного завдання комівояжера.

2. Для вивчення моделі поведінки мурашиної колонії під час пошуку найкоротшого шляху створено систему симуляції мурашиної колонії на трикутній решітці — симулятор AntCells. На прикладі цієї системи поетапно продемонстровано процес роботи мурашиного алгоритму та формування рішення.

3. Вивчено проблему декомпозиції багатокритеріальної задачі VRP з кількома депо та різнорідним автопарком. Виявлено, що двофазний метод з поділом графа і побудовою маршрутів на підграфах не є ефективним через складність здійснення оптимального поділу в умовах цієї задачі. Тому було вирішено застосувати принципи оптимізації мурашиною колонією в рамках окремого методу.

4. Розроблено новий метод штучного інтелекту, названий мультиколоніальною мурашиною системою, який може бути використаний для вирішення задач комбінаторної оптимізації, схожих на ті, де традиційно застосовується мурашиний алгоритм, але відрізняються масштабуванням простору пошуку. Основна ідея методу полягає в тому, що замість однієї мурашиної колонії використовуються кілька, що працюють одночасно, приймаючи спільні рішення на кожному етапі для досягнення загальної мети, при цьому кожна колонія займається вирішенням свого підзавдання.

5. Продemonстровано механізм прийняття рішень мурахами у мультиколоніальній мурашиній системі у процесі формування рішення. Показано, що в залежності від обставин перевага на кожному кроці зазвичай віддається одній з колоній, але зрештою результат визначається ймовірно. Так, якщо для мурах із двох різних колоній, суми евристик, що відображають

апріорну привабливість альтернатив, відносяться як 4:6, а суми інтенсивностей феромону приблизно рівні, то ймовірність вибору мурахи першої колонії для руху за графом становитиме, відповідно, 40%.

6. Розроблено модифікації мультиколоніального мурашиного алгоритму, що дозволяють враховувати різні умови поставленої VRP, включаючи множину критеріїв оцінки якості рішення, асиметричність матриць вхідних даних, множинність депо та різноманітність парку ТЗ. Усі представлені модифікації разом із вектором цільових функцій представлені у вигляді псевдокода мультиколоніального мурашиного алгоритму.

РОЗДІЛ 4 РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

4.1 Методика обчислювального експерименту

Розроблений алгоритмічний комплекс з усіма необхідними інструментами для контролю його роботи, дослідження та аналізу результатів експериментальних досліджень було реалізовано за допомогою пакету прикладних програм для вирішення задач технічних обчислень MATLAB.

Як основне керівництво до організації обчислювального експерименту з метою отримання справедливої та об'єктивної оцінки його результатів були взяті найкращі практики порівняння алгоритмів оптимізації. Тестові вхідні дані розв'язуваних завдань вибирались виходячи з призначення алгоритму: або отримання субоптимального рішення абстрактного завдання навіть за найгірших початкових умов, або хороша робота в реальному світі, тобто в тих умовах, які зустрічаються на практиці. З прикладного характеру розв'язуваних завдань класу VRP доцільна спроба відтворення умов реальної маршрутизації ТЗ. Оскільки існуючі картографічні сервіси не дозволяють вільно отримувати матриці часу та відстані в тому обсязі, який потрібний для організації обчислювального експерименту, було розроблено оригінальний генератор випадкових графів, що імітує реальні вихідні картографічні дані для VRP. Ідея полягала у встановленні статистичного зв'язку відстані між двома точками геодезичної лінії з довжиною і часом найкоротшого шляху між ними в обох напрямках (рис. 4.1) .

Попередньо були зібрані статистичні дані про відстань по геодезичній лінії l_{ij} , довжині шляху в прямому d_{ij} і зворотному d_{ji} напрямках , а також часу шляху в прямому t_{ij} і зворотному t_{ji} напрямках для шестисот довільних пар точок на електронних картах міст України.



Рисунок 4.1 - Зображення найкоротшого шляху та геодезичної лінії на карті

Порядок проходження точок у кожній парі вибирався такий, що завжди $d_{ij} < d_{ji}$. Як можна помітити з рисунку 4.2а, розкид значень довжини шляху та часу шляху масштабується лінійно зі збільшенням відстані між точками, причому довжина шляху завжди перевищує відстань. У справедливості цих висновків легко переконатися, якщо відняти від довжини шляху d_{ij} відстань l_{ij} , що створює зміщення, а потім отриманий результат зменшити в l_{ij} раз для усунення лінійного масштабування, отримавши відносне відхилення

$$x_{ij} = (d_{ij} - l_{ij}) / l_{ij} = d_{ij} / l_{ij} - 1 \quad (4.1)$$

довжини шляху від відстані.

В результаті маркери на графіку рисунка 4.2,б досить рівномірно розподілені по горизонтальній осі, що говорить про незначність впливу відстані між точками на густину ймовірності випадкової величини X - відносного відхилення довжини шляху.

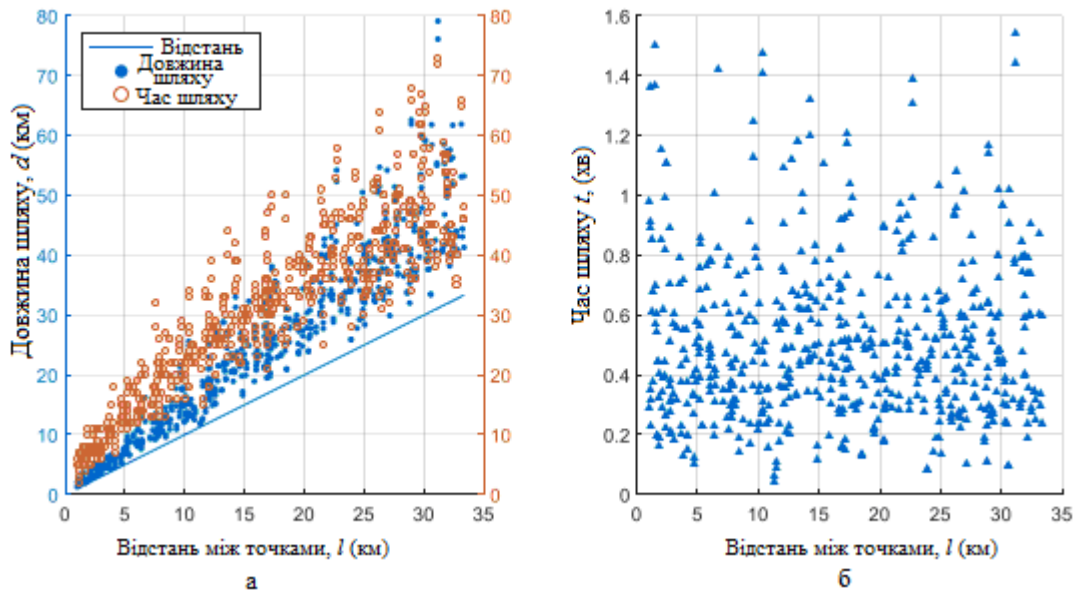


Рисунок 4.2 – Діаграма розсіювання статистичних даних для випадкових пар точок: а - довжина і час шляху; б – відносне відхилення довжини шляху

У той самий час випадкова величина X підпорядковується деякому нерівномірному закону розподілу, який мав виявитися. Найкращим чином наявну вибірку визначає гамма-розподіл $X \sim \Gamma(k, \theta)$, що задається наступною щільністю розподілу ймовірності :

$$f_x(x) = x^{k-1} \frac{e^{-x/\theta}}{\theta^k \Gamma(k)}, x \geq 0, (4.2)$$

де $\Gamma(k)$ = гамма-функція Ейлера

Для визначення значень параметрів форми k та масштабу θ гамма-розподілі використовується їх зв'язок з математичним очікуванням та дисперсією випадкової величини, що розраховуються приблизно як вибіркове середнє та вибіркова незміщена дисперсія^

- вибіркове середнє:

$$M_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n x_{ij} = 0,45.$$

- вибіркова незміщена дисперсія:

$$S_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n (x_{ij} - M_X)^2 = 0,0594.$$

- параметри гамма-розподілу:

$$k = \frac{M_X^2}{S_X^2} = 3,4097; \theta = \frac{S_X^2}{M_X} = 0,132.$$

На рисунку 4.3 зображена гістограма частот відносного відхилення довжини шляху, суміщена з кривою щільності ймовірності по виявленому закону гамма-розподілу $X \sim \Gamma(3,4097; 0,132)$. Видно, що результати узгоджуються.

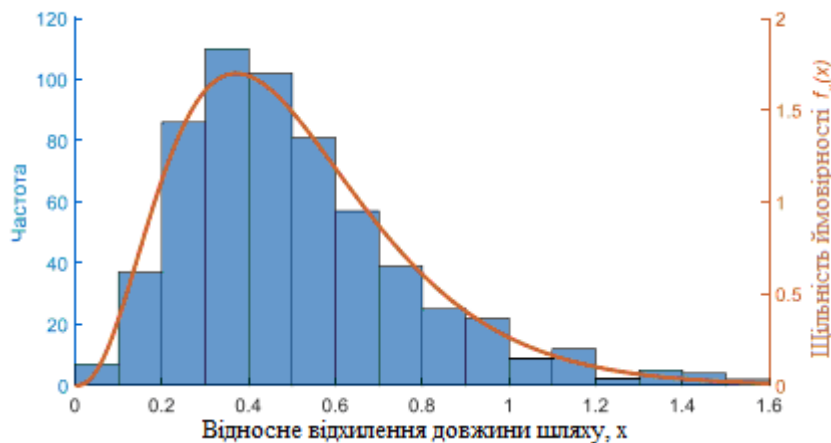


Рисунок 4.3- Гістограма ймовірностей відносного відхилення довжини шляху

Властивості шляхів у прямому та зворотному напрямі зазвичай пов'язані та його довжини часто збігаються, особливо якщо шляхи проходять однією і тією ж географічною траєкторією (дорогою). Випадкова величина Δx , що визначає різницю $\Delta x_{ij} = |x_{ij} - x_{ji}|$: між відносним відхиленням довжини шляху в прямому x_{ij} і зворотному x_{ji} напрямках, підпорядковується експоненційному закону розподілу $\Delta X \sim \text{Exp}(\lambda)$ із щільністю розподілу ймовірності:

$$f_{\Delta X}(\Delta x) = \lambda e^{-\lambda \Delta x}, \Delta x \geq 0. \quad (4.3)$$

Параметр λ експоненційного розподілу пов'язаний з математичним

очікуванням, тому може бути розрахований приблизно через середнє вибіркове.

$$M_{\Delta X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \Delta x_{ij} = 0,1211.$$

- вибіркове середнє:

$$\lambda = \frac{1}{M_y} = 8,2564.$$

- параметр експонентного розподілу:

На рисунку 4.4 зображена гістограма частот різниці відносного відхилення довжини шляху в різних напрямках, поєднана з кривою щільності ймовірності за виявленим законом експоненційного розподілу $\Delta X \sim \exp(8,2564)$. Результати добре узгоджуються.

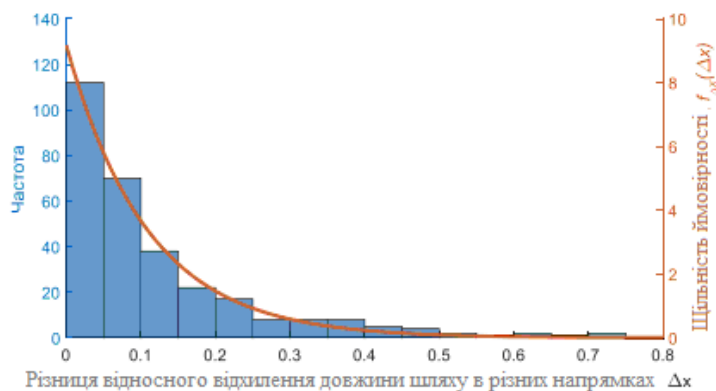


Рисунок 4.4 – Гістограма ймовірнісної різниці відносного відхилення довжини шляху в різних напрямках

Отримані закономірності стосуються лише довжини дороги. Застосовувати незалежним чином той самий підхід до часу шляху було б некоректно, оскільки час t_{ij} - і довжина шляху l_{ij} між точками i і j є взаємопов'язаними величинами. Діаграма розсіювання на рисунку 4.5, а показує відношення часу шляху до його довжині при зміні відстані між точками. Як можна помітити, у розподілі є показова складова, імовірно пов'язана з особливостями алгоритму розрахунку часу шляху, який, ймовірно, враховує час розгону та гальмування ТЗ, що має більше значення при малих відстанях. Для усунення такого масштабування використовується коефіцієнт з додатковим множником - показниковою функцією:

$$y_{ij} = a^{t_{ij}} \cdot t_{ij} / d_{ij}. \quad (4.4).$$

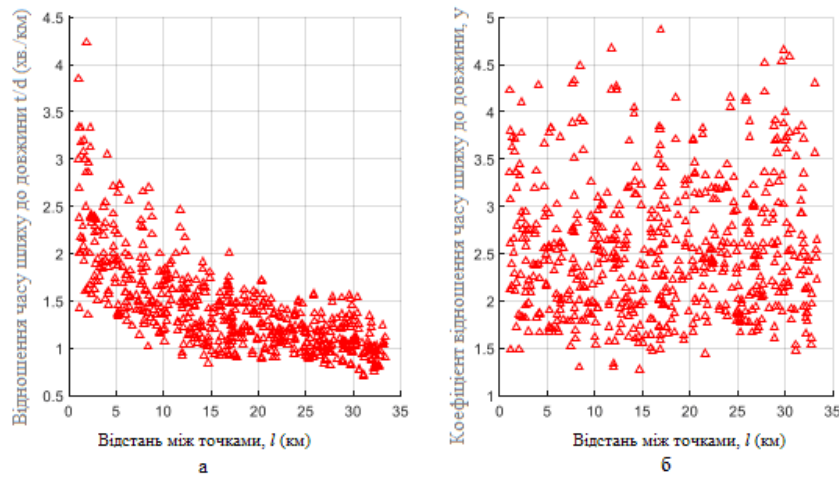


Рисунок 4.5 - Діаграма розсіювання частки часу та довжини шляху для пар точок: а - відношення довжини та часу; б - скориговане відношення довжини та часу

З рисунку 4.5, б видно, що емпірично підібрана основа $a = 1,0195$ дає досить рівномірний розподіл маркерів по горизонтальній осі, що говорить про незначність впливу відстані на щільність ймовірності випадкової величини, далі званої коефіцієнтом відношення часу шляху до довжини шляху.

Випадкова величина Y добре описується логнормальним розподілом $Y \sim \text{LogN}(\mu, \sigma)$, що задається щільністю розподілу ймовірності:

$$f_Y(y) = \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln y - \mu)^2 / 2\sigma^2}, y > 0, \sigma > 0. \quad (4.5)$$

Для визначення значень параметрів μ і σ логнормального розподілу використовується їх зв'язок з математичним очікуванням і дисперсією випадкової величини, що розраховуються приблизно як вибіркове середнє і вибіркова незміщена дисперсія:

$$M_Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ij} = 2,5552.$$

- вибіркове середнє:

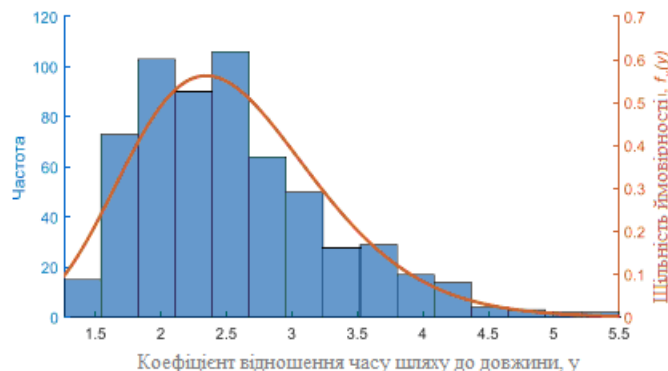
$$S_Y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n (y_{ij} - M_Y)^2 = 0,54.$$

- вибіркова незміщена дисперсія:

- параметри логнормального розподілу:

$$\sigma = \sqrt{\ln\left(\frac{S_Y^2}{M_Y^2} + 1\right)} = 0,2819; \quad \mu = \ln\left(\frac{m_Y}{e^{\sigma^2/2}}\right) = 0,8984.$$

На рисунку 4.6 зображено гістограма частот коефіцієнта відношення часу шляху до довжини шляху, суміщена з кривою щільності ймовірності за виявленим законом логнормального розподілу $X \sim \text{LogN}(0,8984; 0,2819)$. Видно, що результати узгоджуються.



Оскільки точки генеруються на площині, замість відстані по геодезичній лінії використовується евклідова відстань. Геодезична проекція на площину мало спотворює дані навіть великих за мірками відстаней наземного транспортування. Відрізок довжиною 1000 км., що з'єднує в евклідовому тривимірному просторі дві точки поверхні Землі, всього на 0,1% коротше дуги між цими точками (впливає з елементарної геометрії):

$$l_{1000} = R_{\text{зем.}} \cdot \arccos \left(1 - \frac{1000^2}{2R_{\text{зем.}}^2} \right) = 1001,03 \text{ км.}$$

Виведених закономірностей достатньо генерації псевдовипадкових графів, що імітують реальні входні дані для VRP. Генератор реалізований у вигляді функції, що приймає як аргументи необхідну кількість вершин n і список вершин-депо. Опишемо пропонований порядок роботи:

1. Створення множини точок з випадковими координатами в заданих межах квадрата 50x50 км. з рівномірним чи іншим розподілом.
2. Розрахунок евклідова відстані l_{ij} кожної пари точок $(i, j), j > i$.
3. Генерація псевдовипадкового відносного відхилення довжини шляху згідно із законом гамма-розподілу: $x_{ij} = \text{gamrnd}(3,4097; 0,132)$
4. Генерація псевдовипадкової різниці відносного відхилення довжини колії в різних напрямках за законом експоненційного розподілу:

$$\Delta x_{ij} = \text{exprnd}(8, 2564).$$

5. Генерація псевдовипадкового коефіцієнта відношення часу до довжини шляху за законом логнормального розподілу:
 $y_{ij} = \text{lognrnd}(0, 8984; 0, 2819); y_{ji} = \text{lognrnd}(0, 8984; 0, 2819).$

6. Розрахунок довжини шляху між точками: $d_{ij} = l_{ij}(x_{ij} + 1); d_{ji} = d_{ij} + \Delta x_{ij}.$

7. Розрахунок часу шляху між точками: $t_{ij} = \text{LambertW}(y_{ij} d_{ij} \log(1, 019)) / \log(1, 019)$

Генератори псевдовипадкових чисел gamrnd, exprnd, lognrnd входять до набору Statistics and Machine Learning Toolbox пакету MATLAB.

Отже, відтворюваність результатів обчислювального експерименту забезпечується, з одного боку, строгими правилами генерації графів, з іншого - багаторазовим повторенням розрахунків різних псевдовипадкових графів з виведенням статистичних показників.

У наступних підрозділах при організації обчислювального експерименту в тому випадку, якщо ніяк додатково не обговорюється, використовуються випадкові асиметричні VRP, згенеровані за описаною процедурою, з наступними параметрами:

- кількість вершин: $n = 100;$
- кількість маршрутів: $n_0 = 2;$
- вартісні коефіцієнти цільової функції: $\forall k, \lambda_{1k} = \lambda_{2k} = \lambda_{3k} = \lambda_4.$

В окремих прикладах із візуалізацією для більшої наочності розглядаються симетричні варіанти задачі, в яких завжди $d_{ij} = t_{ij} = l_{ij}.$

4.2 Оцінка складності мультиколініального мурашиного алгоритму

Багато літературних джерел, що описують мурашиний алгоритм, вказують на те, що його обчислювальна складність (BCA) залежить від наступних початкових параметрів:

- t - кількість ітерацій алгоритму;
- m - кількість мурах у колонії;
- n - кількість вершин для відвідування.

На основі цих параметрів визначається О-функція ВСА: $O(t * m * n^2)$.

Мультиколоніальний мурашиний алгоритм принципово відрізняється від класичного тим, що розрахунок ймовірностей вибору альтернатив усім ітераціям алгоритму виконується для кожної колонії. У зв'язку з цим з'являється додатковий параметр k - кількість колоній мурах, що використовуються, що визначається максимально можливою кількістю маршрутів у рішенні. Отже, ВСА виражається такою залежністю: $O(t * k * m * n^2)$. Зауважимо, що в мультиколоніальному мурашиному алгоритмі згідно з порядком дій використовується більш складна інтерпретація параметрів: m - кількість міжколоніальних груп мурах, які спільно будують одне рішення; k - кількість мурах різних колоній у кожній групі. Це, втім, не змінює суть значень цих властивостей, тому обидві інтерпретації справедливі.

При реалізації алгоритму можна уникнути повторень у розрахунках ймовірностей вибору альтернатив. Оскільки на кожній ітерації алгоритму лише один із мурах у міжколоніальній групі здійснює перехід, для інших мурах альтернативи залишаються колишніми, а їх кількість зменшується на одиницю. Якщо у формулі розрахунку ймовірності вибору альтернативи (3.1) визначати евристику η_{kx} , як адитивно залежить від довжини і тривалості маршрутів, то і значення ймовірностей для тих самих альтернатив не будуть змінюватися в ході роботи алгоритму. Зберігаючи у пам'яті ці значення крім першої ітерації можна зменшити ВСА в k раз, виконуючи розрахунки лише тієї колонії, яка останньої здійснювала перехід:

$$O(k * m * n^2 + t * m * n^2) = O((k + t) * m * n^2) \quad (4.6)$$

Для експериментального підтвердження поліноміальності мультиколоніального мурашиного алгоритму було виконано вимірювання часу його роботи за різних значень початкових параметрів. Заміри здійснювалися в секундах вбудованими функціями tic і toc п'ять разів для кожного набору параметрів.

Згідно з теоретичною оцінкою збільшення розмірності задачі, яка визначається величиною n , має вести до квадратичного зростання часу роботи

алгоритму. З метою математичного опису залежності експериментально отриманого часу роботи алгоритму від розмірності задачі виконувалася апроксимація функції для широкого за мірками подібних NP важких задач діапазону кількості вершин для відвідування n - 10, 100, 200, 300, 400, 500, 600. Зауважимо, що n включає лише вершини клієнтів, оскільки вершини депо спочатку входять рішення. Інші початкові параметри задаються фіксованими значеннями:

- кількість колоній $k = 8$;
- кількість мурах у колонії $m = 20$;
- кількість ітерацій $t = 100$.

Рівняння квадратичної регресії має вигляд $\hat{y} = an^2 + bn + c$. Для знаходження параметрів апроксимуючої функції що найбільш близько проходить біля експериментальних значень, використовуємо систему рівнянь по методу найменших квадратів:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^N n_i^2 + b \sum_{i=1}^N n_i + Nc = \sum_{i=1}^N y_i \\ a \sum_{i=1}^N n_i^3 + b \sum_{i=1}^N n_i^2 + c \sum_{i=1}^N n_i = \sum_{i=1}^N n_i y_i \\ a \sum_{i=1}^N n_i^4 + b \sum_{i=1}^N n_i^3 + c \sum_{i=1}^N n_i^2 = \sum_{i=1}^N n_i^2 y_i \end{cases} \quad (4.7)$$

В таблиці 4.1 знаходяться експериментальні значення n і y , підставивши які, отримаємо:

$$\begin{cases} 910100a + 2110b + 7c = 171,032; \\ 441001000a + 910100b + 2110c = 81455,56; \\ 227500010000a + 441001000b + 910100c = 41702342,67. \end{cases}$$

У результаті розв'язання системи рівнянь маємо такі значення коефіцієнтів: $a = 0,00016398$, $b = 0,00938064$, $c = 0,28593339$. Таким чином, залежність часу роботи алгоритму від розмірності задачі має визначатися наступною регресійною моделлю:

$$y = 0,00016398 n^2 + 0,00938064 n + 0,28593339. \quad (4.8)$$

В останньому стовпці таблиці наведено значення одержаної квадратичної регресії. Експериментальні результати майже збігаються з теоретичними. Також на основі рівняння регресії можна зробити прогноз, зокрема, про те, що при дуже великій розмірності задачі $n = 10000$ при незмінності інших початкових умов очікуваний час розрахунків становить 4 години 35 хвилин.

Таблиця 4.1 – Результати дослідного і теоретичного часу обчислень

i	n	y , сек	$\hat{y}$, сек
1	10	0,430871	0,396138
2	100	3,081114	2,863788
3	200	8,305765	8,721224
4	300	17,723317	17,858242
5	400	30,497044	30,274842
6	500	46,301679	45,971024
7	600	64,692257	64,946787

Для чисельної оцінки достовірності апроксимації розрахуємо коефіцієнт кореляції та середню помилку апроксимації.

- коефіцієнт кореляції:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}, \text{ где } \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i;$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{0,4627399}{8227,707653}} = 0,9999.$$
(4.9)

Значення індексу детермінації $R^2 = 0,9998$ досить близьке до одиниці, що інтерпретується як відповідність моделі даним практично з функціональною залежністю.

Середня помилка апроксимації:

$$\bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100\%;$$

$$\bar{A} = \frac{1}{7} \cdot 0,227142749 \cdot 100\% = 3,24\%.$$
(4.10)

Отримані результати свідчать про добре підібрану регресійну модель, тим самим підтверджуючи теоретичний висновок про квадратичне зростання часу роботи алгоритму зі збільшенням розмірності задачі.

На рисунку 4.7 зображено отриману апроксимовану криву другого порядку, що показує очікуваний час роботи алгоритму в секундах в залежності від розмірності задачі. Як видно, крива добре накладається на хрестові маркери, що відповідають експериментальним даним.

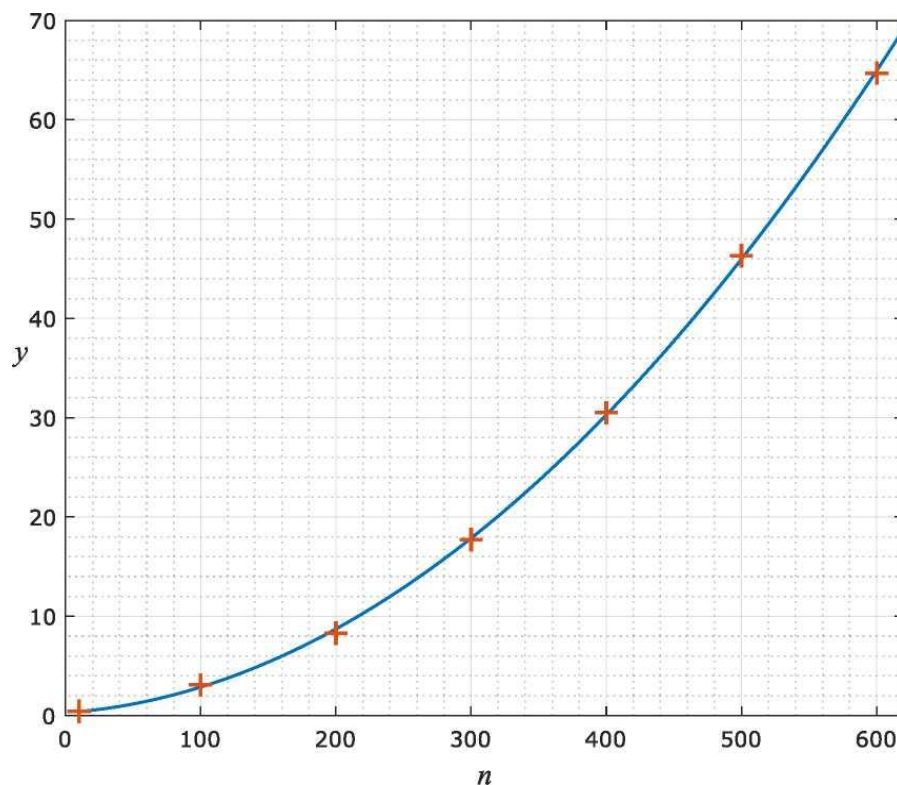


Рисунок 4.7 - Графік залежності часу роботи алгоритму від розмірності задачі

Таким чином, поліноміальна складність мультиколоніального алгоритму дозволяє застосовувати його для отримання наближеного вирішення завдань великої розмірності. Так, на рисунку 4.8 показано 100 маршрутів через 1000 вершин, побудовані мультиколоніальним мурашиним алгоритмом менш ніж за 15 хвилин. Відповідно кожен маршрут включає в середньому 10 вершин. Оскільки у донному випадку мінімізувалися сумарна

довжина та час виконання, маршрути вийшли відносно рівноскладними. Подальше наближення до оптимального результату потребує більшого часу пошуку та інших значень вільних параметрів з метою уповільнення алгоритму збіжності. Маршрути одержані без застосування процедур випрямлення.

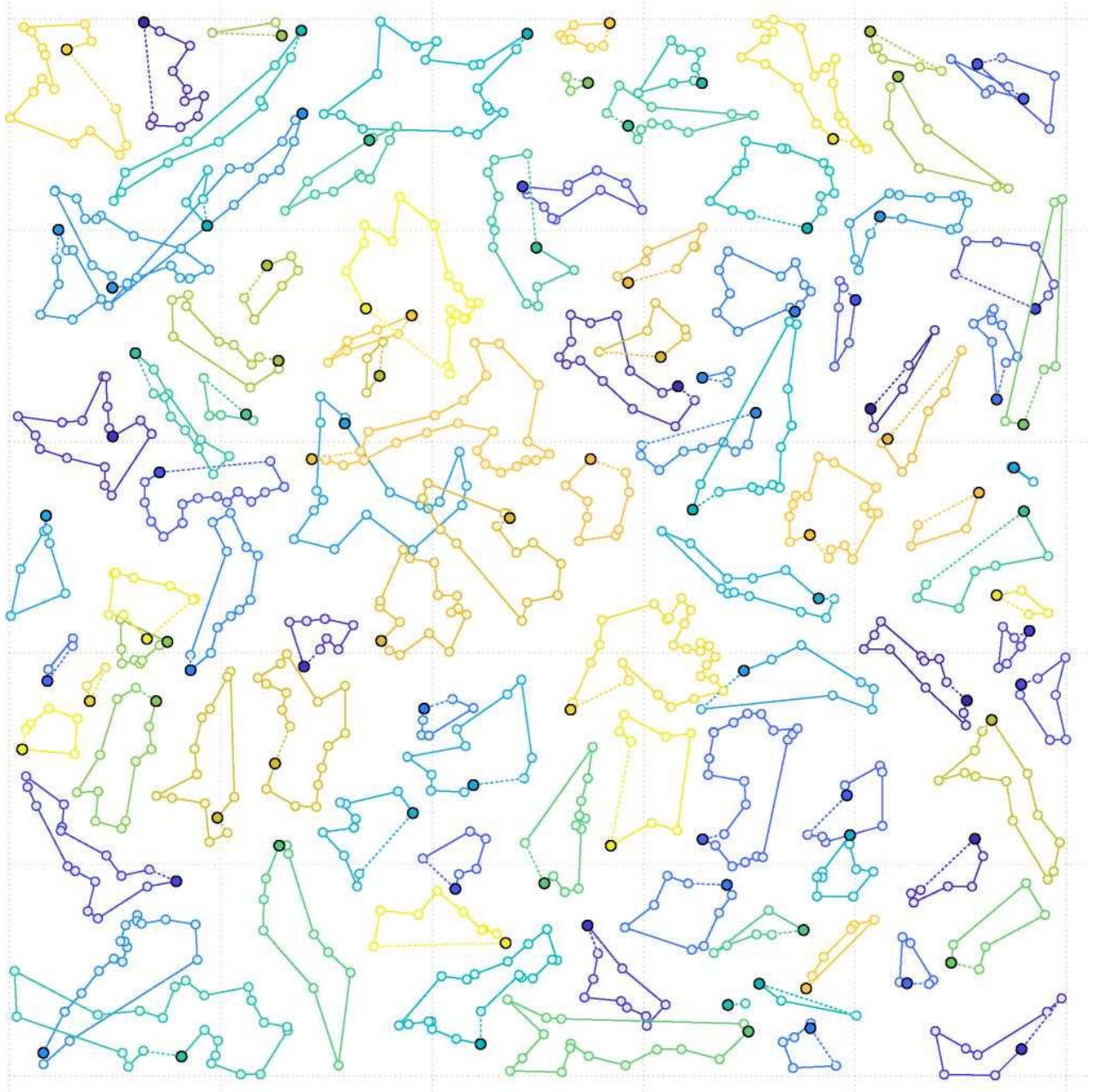


Рисунок 4.8 - Результат розв'язання VRP великої розмірності

Найбільші експерименти проводилися на графах меншої розмірності $n = 0, 50, 100, 150, 200, 250$ при побудові від двох до семи маршрутів $do = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ з використанням колоній мурах різної чисельності $m = 10, 20, 30, 40$,

50, 60 при фіксованій кількості ітерацій $t = 100$. Отримані результати представлені на рисунку 4.9 як набору поверхонь, показують залежність часу роботи мультиколоніального алгоритму в секундах від значень зазначених параметрів. З рисунка видно, що нелінійність вносить тільки параметр n . Уздовж зміни значень k і m лінії сітки на всіх поверхнях прямі, що свідчить про лінійну залежність часу роботи алгоритму.

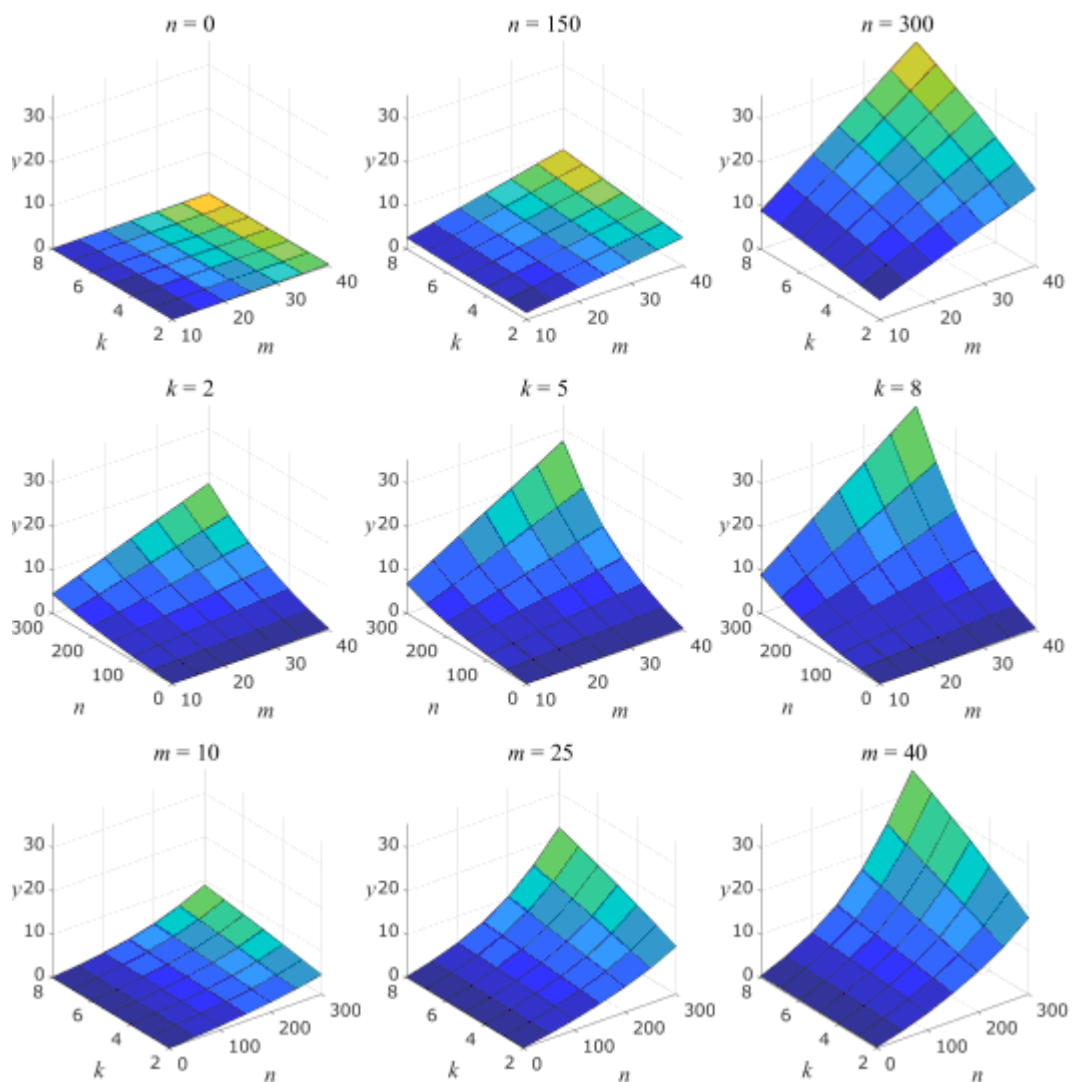


Рисунок 4.9 – Набір поверхонь залежності часу роботи мультиколоніального мурашиного алгоритму від вільних параметрів

4.3 Дослідження цільових функцій

Визначити заздалегідь ступінь впливу факторів на рішення і, отже, їх значущість, може виявитися важко для особи, яка приймає рішення, у зв'язку

з чим у даному підрозділі здійснюється дослідження цільових функцій, що виражають різні критерії, та здійснюється аналіз їх впливу на вирішення багатокритеріальної VRP. Розглядаються такі основні цільові функції:

- розмір задіяного парку (кількість ТЗ);
- сумарна довжина всіх маршрутів;
- сумарний час усіх маршрутів;
- максимальний час виконання;

а також три додаткові, які не входять до постановки задачі з розділу 2, але тим щонайменше представляють інтерес для дослідження:

- дисбаланс на відстані;
- дисбаланс за кількістю пунктів.

Для демонстрації рішень, побудованих з урахуванням цільових функцій, було взято метричний варіант завдання маршрутизації транспорту з безліччю депо. В умовному квадраті 25*25 кілометрів згенеровано псевдовипадковий зв'язковий граф, що складається з 50 вершин, серед яких 5 стартових представляють депо, а решту - клієнтів для відвідування. Передбачається, що у кожному депо розташоване одне доступне ТЗ.

На рисунку 4.10 показано розташування всіх вершин: великі гуртки з номерами відповідають депо, а дрібні – пунктам відвідування клієнтів. Відразу слід звернути увагу на те, що депо {1}, {3}, {4} і {5} виявилися зосередженими в нижній частині і тому концентрують навколо себе загалом приблизно таку кількість вершин, що і депо {2}. Такі початкові умови поряд із відсутністю кластерної структури графа загострюють проблему збалансування маршрутів

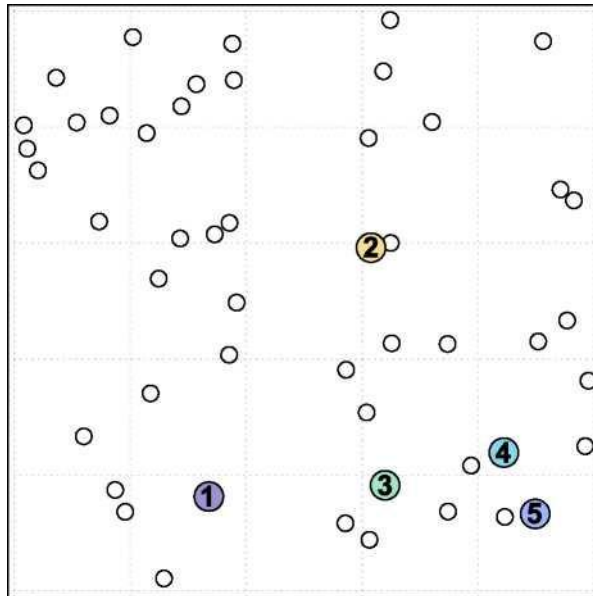


Рисунок 4.10 - Вихідні дані VRP як випадково розподілених вершин графа

У результаті обчислювального експерименту отримані результати заявлених цільових функцій. Вершини-депо і прив'язані до них ТЗ, яким призначаються маршрути, вибиралися в процесі побудови рішень автоматично таким чином, щоб значення цільової функції, що розглядається, було найкращим у кожному конкретному випадку. Оскільки немає принципових відмінностей в оцінці сумарного часу та сумарної відстані, які відмінності для кожного ребра графа несуть несистемний характер, час було прийнято пропорційною відстані. Всі результати експериментів, що розглядаються далі, представлені в кінці підрозділу у вигляді таблиці згідно порядку згадування, що відзначається в правому нижньому куті кожної ілюстрації.

В першу чергу було розглянуто окремий випадок з використанням одного ТЗ (рисунок 4.11) , єдиний маршрут якого фактично є рішенням завдання комівояжера з тією відмінністю, що при множинності депо та (або) неоднорідному парку ТЗ потрібно визначити, який саме маршрут (для якого ТЗ) повинен пройти через усі вершини. У разі оптимальним виявився маршрут, що проходить через стартову вершину {3}. Хоча за сумарною довжиною рішення виходить оптимальним, решта критеріїв, відбивають зв'язок між маршрутами, отримує найгірші оцінки, оскільки інші ТЗ не

використовується, що позначається на загальній продуктивності та балансі.

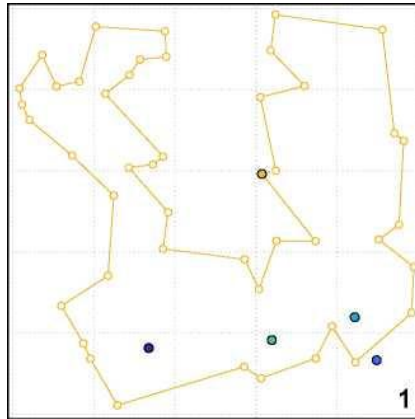


Рисунок 4.11 - Результат рішення з єдиним маршрутом

Далі на рисунку 4.12 представлені результати експериментів при використанні ТС у кількості двох (перший рядок), трьох (другий рядок), чотирьох (третій рядок) та п'яти (четвертий рядок) штук. Зображення в кожному з трьох стовпців показують рішення однієї і тієї ж задачі VRP із зазначеною кількістю ТЗ, але за різних цільових функцій:

- лівий стовпець - мінімізація сумарної довжини маршрутів (9) ;
- правий стовпець - мінімізація часу виконання (11) , тобто часу найтривалішого маршруту;
- центральний стовпець - пошук компромісу при багатокритеріальній оптимізації (14) із значеннями вартісних коефіцієнтів $\lambda_{1k} = 10, \lambda_{2k} = \lambda_{3k} = 0,5, \lambda_{4k} = 5, \forall k$.

Таким чином, для рішень VRP, наведених на рисунку 4.12, ліворуч-праворуч зміщується пріоритет від критерію «сумарна довжина всіх маршрутів» до критерію «загальний час виконання», а зверху-вниз змінюється «розмір задіяного парку» від меншого до більшого.

Як і слід очікувати, багатокритеріальна оптимізація (зображення середнього стовпця) дає проміжне компромісне рішення, що можна спостерігати як із чисельних даних у таблиці, так і на рисунку.

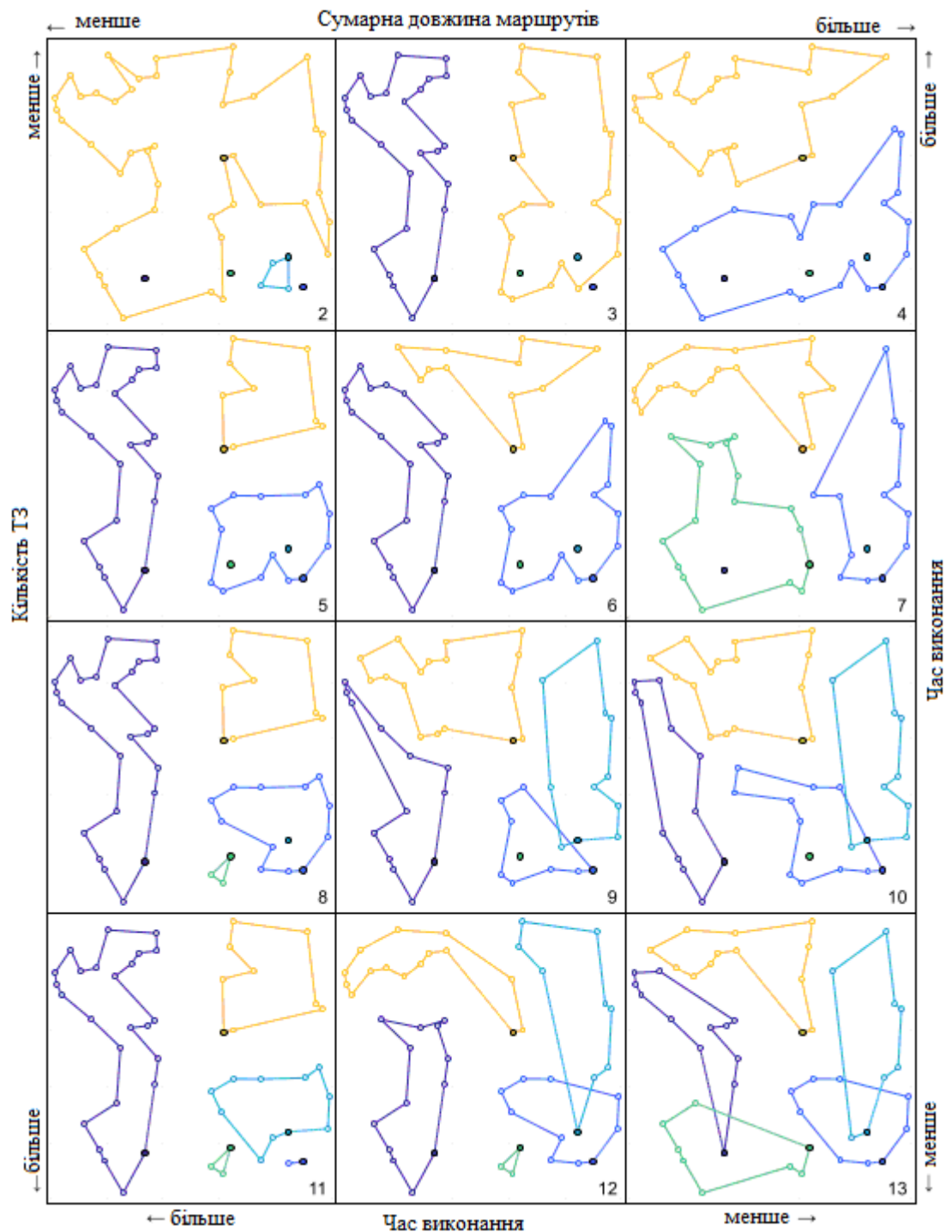


Рисунок 4.12 – Результати побудови маршрутів при різних цільових функціях для однієї бази даних VRP

Також з рисунка видно, що у разі двох і більше ТЗ на графі відбувається обмін частиною вершин між маршрутами в залежності від пріоритету мінімізації сумарної відстані або максимального часу виконання. Отримувані структури частково повторюються з рішення на рішення (наприклад, маршрут першого ТЗ на зображеннях рішень під номерами 3, 5, 8

і 11), але загалом справедливо вважати, що обрані цільові функції істотно визначають вид оптимального рішення. Так, для малюнка 46н найбільш помітним є кардинальне перебудова маршрутів при використанні двох ТС залежно від пріоритету критеріїв. Найбільша відмінність рішень з тим самим кількістю маршрутів спостерігається за наявності відразу кількох локальних оптимумів з приблизно однаковими значеннями цільових функцій. Мінімізація лише сумарної довжини призводить до того, що один з маршрутів виявляється багаторазово меншим за інший як за кількістю вершин, так і за довжиною. У цілому нині оптимізувати лише найдовший (чи тривалий) маршрут недоцільно, оскільки утворюється безліч Парето оптимальних рішень, у яких будова інших маршрутів не змінює значення функції мети до того часу, поки їхня довжина (тривалість) менше. Іншими словами, вартість маршрутів варіюється в межах вартості найкращого з них. Очевидним наслідком такої ситуації можуть бути петлі на коротких маршрутах. У зв'язку з цим, при необхідності мінімізувати під час виконання, до основної цільової функції додається значення сумарної довжини (часу), помноженого на близький до нуля коефіцієнт.

На окрему увагу заслуговує випадок гранично збалансованих маршрутів. Експериментально підтверджено, що критерії збалансованості в контексті маршрутизації транспорту не можуть бути самостійними, оскільки спрямовані виключно на вирівнювання маршрутів за різними параметрами. На рисунку 4.13 представлені маршрути збалансовані як за кількістю вершин (10 вершин у кожному маршруті), так і за довжиною (максимальна різниця в довжині становить 4%). Очевидно, такі рівноскладні маршрути в інших сенсах мало відрізняються від випадкових перестановок і мають велику довжину.

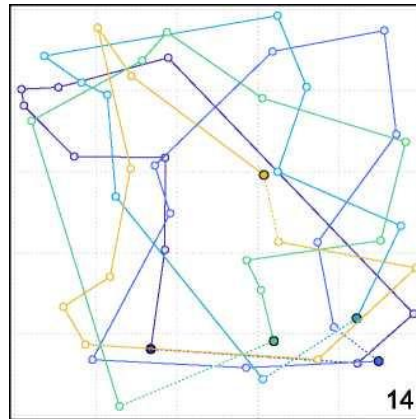


Рисунок 4.13 - Гранично збалансовані маршрути

У таблиці 4.2 наведено чисельні дані результатів розглянутих експериментів для шести різних цільових функцій, перші п'ять із яких відображають оптимальність за окремими критеріями, а останні дві є їх комбінаціями у вигляді виваженої суми. У кожному рядку сірим зафарбовані осередки тих цільових функцій, якими здійснювалася оптимізація. Жирним шрифтом відзначені найкращі значення при різній кількості маршрутів, а потовщеною рамкою виділено абсолютно найкращі значення для кожної функції.

Таблиця 4.2 – Емпіричні значення цільових функцій

№ п/п	Кількість ТЗ , шт .	Сумарна довжина маршрутів , км.	Час виконання , хв.	Багато- критеріальна оптимізація , грн .	Дисбаланс маршрутів по довжині км.	Дисбаланс маршрутів за кількістю клієнтів , шт.
1	1	133,16	133,16	808,96	133,16	45
2	2	135,15	126,18	786,06	126,18	42
3	2	133,33	69,21	499,37	69,21	24
4	2	139,37	69,17	505,22	69,17	24
5	3	135,68	64,13	486,30	64,13	24
6	3	147,22	51,82	436,33	51,82	19
7	3	153,29	51,44	440,49	51,44	17
8	4	136,64	64,13	497,26	64,13	24
9	4	164,62	46,18	435,53	46,18	16
10	4	173,83	45,14	439,52	45,14	15
11	5	137,38	64,13	508,00	61,49	23
12	5	163,30	44,58	436,22	38,80	12
13	5	185,13	42,71	448,67	13,94	5
14	5	388,78	78,76	832,57	3,19	0

З отриманих результатів видно, що при багатокритеріальній оптимізації визначальне значення має відношення цільових функцій, яке при зведенні критеріїв до загальних одиниць виміру (вартості) визначається вартісними коефіцієнтами. В останньому рядку окремо наведено результат найкращого збалансування маршрутів за довжиною та кількістю вершин.

На рисунку 4.14 показана діаграма розсіювання, побудована на основі багаторазових рішень багатокритеріальної задачі маршрутизації транспорту на випадкових графах за різних вартісних коефіцієнтів цільових функцій. Горизонтальна шкала відповідає часу виконання в хвилинах, а вертикальна - дисбалансу маршрутів за довжиною (квадрати) та кількістю пунктів (ромби). Для більшої зручності зіставлення різниці серед клієнтів маршрутів масштабована так, щоб її межі розкиду приблизно відповідали межам розкиду різниці в довжині маршрутів.



Рисунок 4.14 - Діаграма розсіювання значень цільових функцій

Подана діаграма вказує на лінійну кореляцію критеріїв збалансування та часу виконання, причому останній достатній і є більш обґрунтованим з точки зору практики, т.к. відображає реальні фактори - витрати підприємства, пов'язані із загальним часом, який знадобиться на відвідування всіх клієнтів.

4.4 Приклади практичного застосування результатів

Поставлене завдання VRP має широке застосування в тих прикладних сферах, де виникає необхідність децентралізованої транспортної доставки,

обслуговування, візництва та організації транспортно-складських процесів, але найбільш типова при організації постачання з розподілених пунктів виробництва до багатьох віддалених пунктів споживання.

Останнім часом все частіше зустрічаються підприємства із мережевою структурою, такі як мережі ресторанів із доставкою. У зв'язку з тим, що в Україні ресторанний бізнес є однією з сфер приватного підприємництва, що найбільш динамічно розвиваються, попит на системи автоматизації підприємств громадського харчування стабільний. Автоматизація стала тут стандартом, необхідною умовою конкурентоспроможності бізнесу. Зараз у Україні та інших країнах, корпоративних підприємств харчування та їх мереж обчислюється десятками тисяч, продовжуючи швидко зростати. Особливим попитом користується автоматизація у сфері логістики через необхідність обробляти замовлення на доставку для об'єднаних в єдину мережу закладів на спільній території. Для підвищення ефективності реагування на запити клієнтів потрібні спільні зусилля всіх структурних підрозділів підприємства

Як наочна ілюстрація практичного застосування мультиколоніального мурашиного алгоритму розглядається мережа пунктів швидкого обслуговування ТОВ "АвтоТрейд" в м. Кропивницькому. У розпорядженні підприємства є пункти обслуговування, які спільними зусиллями обслуговують клієнтів у всьому місті в наступній послідовності:

- віддалений клієнт залишає диспетчеру замовлення на доставку;
- відповідно до визначених зон доставки замовлення направляються в один з підприємств - клієнтів;
- замовлення потрапляє в загальну чергу та починається його підготовка, яка в середньому займає 15 хвилин;
- персонал самостійно формує маршрути від постачальника до клієнтів, що очікують;
- здійснюється доставка, що забирає в середньому 5 додаткових хвилин сервісного часу для кожного клієнта;
- після завершення доставки постачальники повертаються.

Розташування п'яти пунктів доставки (депо) та межі їх зон

обслуговування згідно з офіційними даними підприємства ТОВ «АВТО ТРЕЙД 2021» показано на рисунку 4.15. Клієнти деякого тимчасового зрізу в кількості 45 штук розставлені довільним чином та відзначені числами від 6 до 50. Кількість доступних ТЗ рівнозначна кількості вільних кур'єрів і може змінюватись в залежності від календарного дня, часу доби та інших факторів. Є всі необхідні вихідні дані завдання VRP у вигляді асиметричних матриць часу відстані та фіксованої вартості переїзду між кожною парою вершин. Потрібно сформувати оптимальні маршрути.

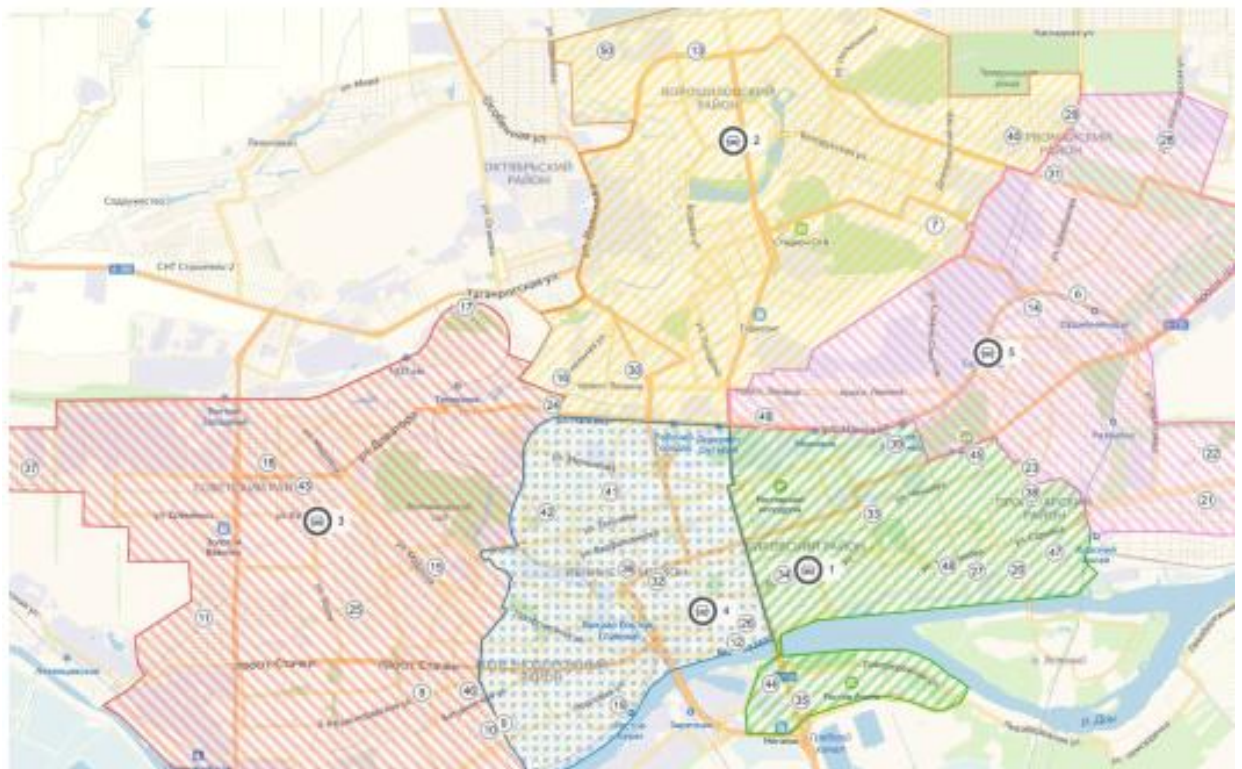


Рисунок 4.15- Пункти доставки товару, зони обслуговування та сукупність клієнтів на карті

Оскільки на практиці плануванням маршрутів займається вручну неспеціалізований персонал, знадобилося провести його опитування з метою виявлення ключових критеріїв оцінки якості рішення та встановлення вартісних коефіцієнтів, необхідних для здійснення програмної оптимізації.

Для отримання порівняльної оцінки спочатку були побудовані маршрути згідно з визначеними зонами, як це зазвичай робиться на підприємстві, але із застосуванням повного перебору варіантів. Виїзд за межі

зони допускається, однак клієнт обслуговується лише постачальниками, у зоні обслуговування якого він знаходиться. Оптимальне рішення з урахуванням зонування представлено чотирнадцятьма маршрутами, зображеними на рисунку 4.16.

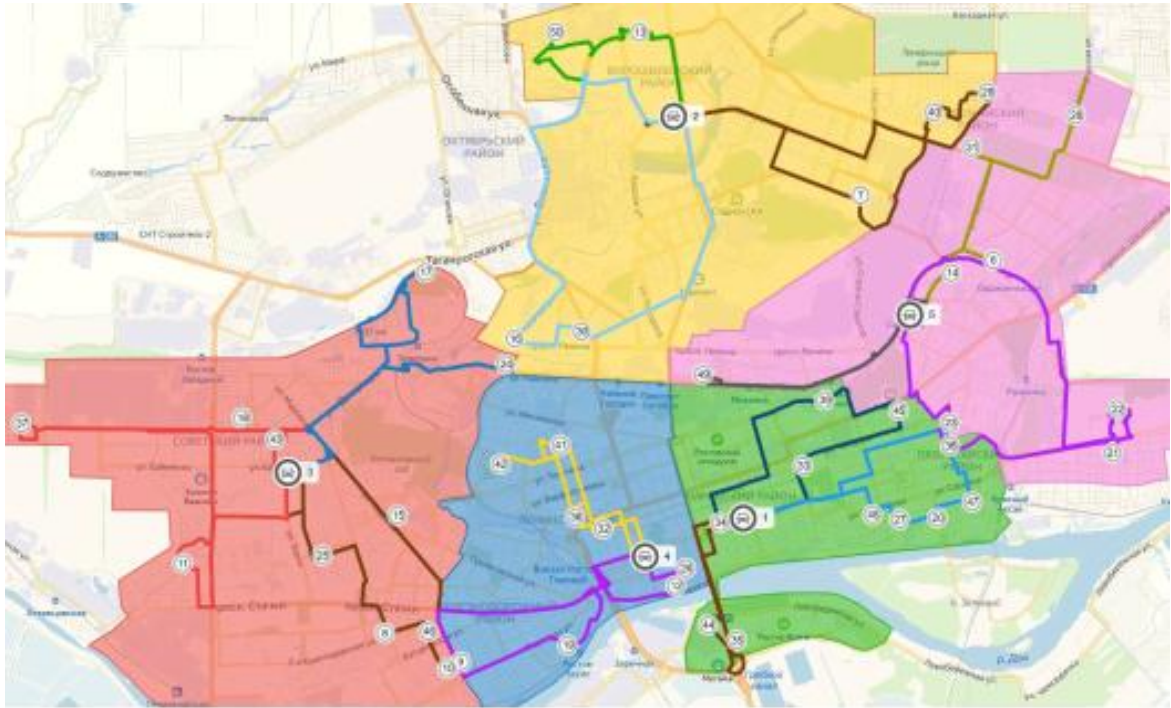


Рисунок 4.16 - Оптимальне рішення VRP на карті, побудоване на основі зонування

Відразу помітний недолік такого планування: іноді сусідні клієнти абсурдним чином обслуговуються кількома транспортними засобами з різних депо в силу зумовленого розбиття вихідної множини. Граф на рисунку 4.17 полегшує спостереження отриманих маршрутів, хоч і відбиває реальну довжину шляхів.

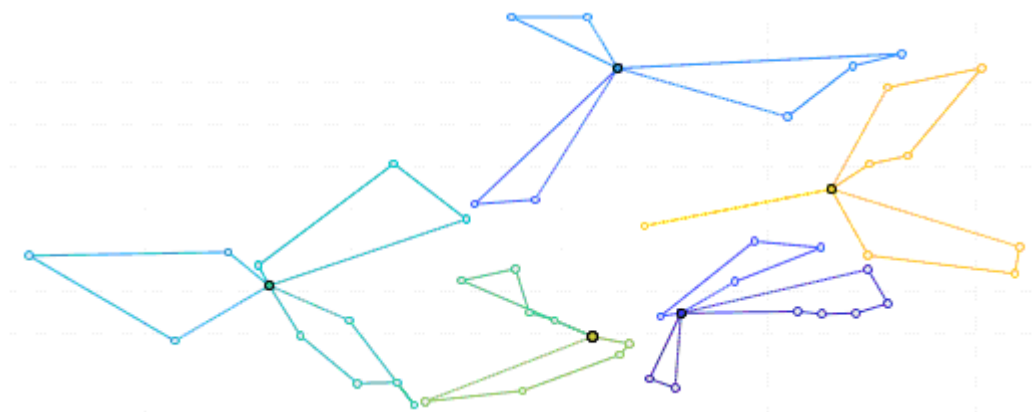


Рисунок 4.24 – Оптимальне рішення VRP на графі, побудоване на основі зонування

На рисунку 4.18 зображено карту з рішенням на основі мультиколоніального мурашиного алгоритму з автоматичним розбиттям множини клієнтів.

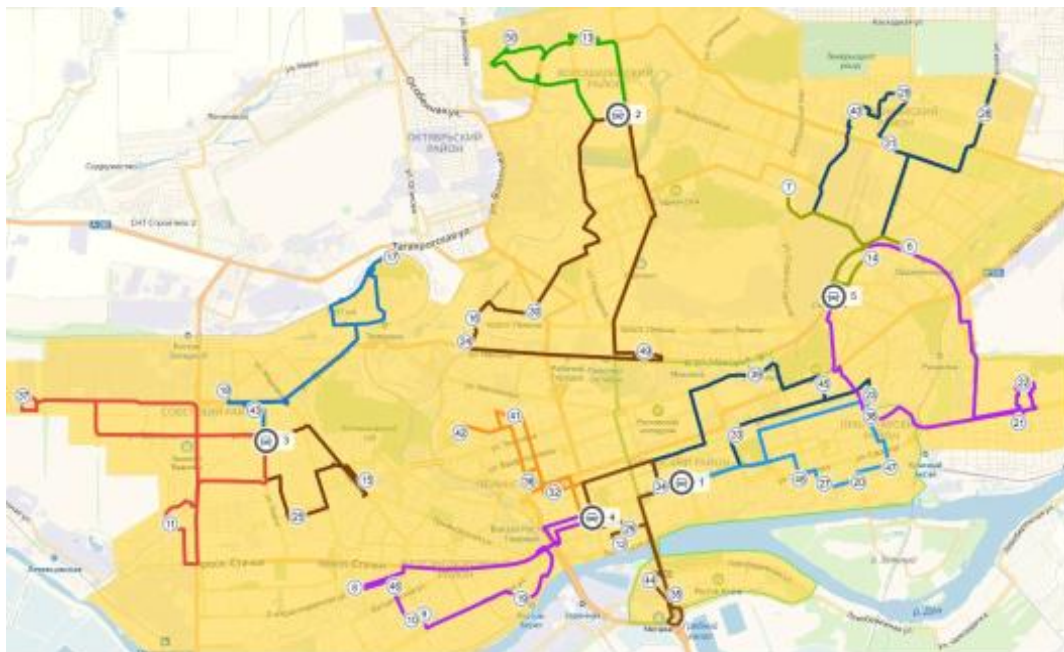


Рисунок 4.18 - Рішення VRP на карті, побудоване мультиколоніальним мурашиним алгоритмом з автоматичним розбиттям множини клієнтів

Тепер маршрути компактні і клієнти розподілені раціональніше: сусідні клієнти відвідуються тим самим ТЗ. Для зручності одержане рішення, аналогічно попередньому, представлене також у вигляді графа на рис. 4.19.

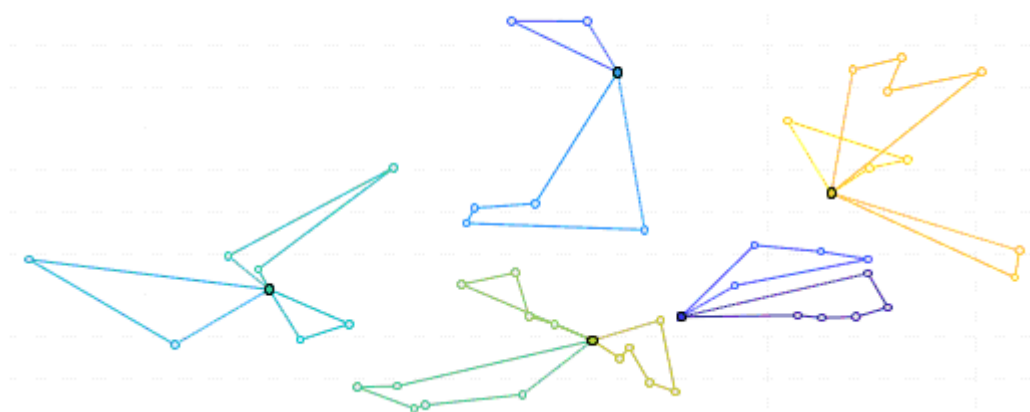


Рисунок 4.19 – Рішення VRP на графі, побудоване мультиколоніальним мурашиним алгоритмом з автоматичним розбиттям множини клієнтів

Ефективність застосування мультиколоніального мурашиного

алгоритму в конкретному випадку може бути оцінена чисельно на основі таблиці 4.3. У порівнянні з рішенням, отриманим з урахуванням зон обслуговування, досягнуто поліпшення тією чи іншою мірою за всіма встановленими показниками. Вдалося скоротити розмір задіяного парку ТЗ і разом з тим зменшити сумарну довжину маршрутів на 8,7%, сумарний час маршрутів на 5,4%, максимальний час виконання на 3,3%, а також уникнути перевищення часу доставки в 60 хвилин, неминучого при планування маршрутів зонами обслуговування. Слід парадоксальний висновок у тому, менше кур'єрів у результаті зможе швидше обслужити всіх клієнтів. В результаті згідно з вартісними коефіцієнтами економія підприємства на доставці складе ~30%.

Таблиця 4.3 - Порівняння отриманих рішень на основі обраних критеріїв

Критерій	Точний пошук при зонуванні	Мультиколоніальний мурашиний алгоритм
Кількість задіяних ТЗ	14 шт.	18 шт.
Сумарна довжина маршрутів	172,14 км.	157,10 км.
Сумарний час усіх маршрутів	687 хв.	650 хв.
Максимальний час виконання (найтриваліший маршрут)	60 хв.	58 хв.
Число перевищень допустимого часу очікування клієнта	1 раз	0 разів
Підсумкова вартість рішення	1367 грн.	956 грн.

Також слід зазначити, що одержувані маршрути враховують різну допоміжну інформацію, що надається картографічним сервісом, що використовується.

При проведенні обчислювального експерименту час безпосереднього розрахунку маршрутів для зазначених 50 вершин, не враховуючи часу на відмальовування карти та отримання матриці вартості, становить менше десяти секунд, що відповідає 250 ітераціям алгоритму. Зменшення числа

ітерацій та часу розрахунку вдвічі призводить до падіння точності розрахунку на 5-10%. Точний пошук по зонах обслуговування, своєю чергою, зажадав понад хвилину часу, причому додавання кожної нової вершини веде до експоненційного зростання необхідного часу. Таким чином, мультиколоніальний мурашиний алгоритм дозволяє гнучко регулювати точністю розрахунку зміною числа ітерацій, проте залежність є нелінійною, тому необхідний компроміс.

Висновки по розділу 4

1. На основі розрахункових даних побудовано регресійну модель, яка описує залежність часу роботи алгоритму від розмірності VRP. В результаті отримана квадратична апроксимуюча функція, що близько проходить біля дослідних значень. Середня помилка апроксимації 3,2% свідчить про високу достовірність регресійної моделі та підтверджує висновок про поліноміальність часу роботи алгоритму. Графічно підтверджено лінійну залежність часу розрахунків від розміру та кількості колоній мурах.

2. Досліджено вплив вільних параметрів на роботу мультиколоніального мурашиного алгоритму. Побудовано поверхні зміни вартості рішення за різних поєднань вільних параметрів розробленого мурашиного алгоритму на основі численних результатів експериментів. Відповідно до емпірично отриманих даних за часу роботи алгоритму в 5 секунд оптимальні значення параметрів знаходяться у встановлених межах:

- вага концентрації феромону дуг $0,6 < a < 1$;
- привабливості дуг $2,5 < < 4,5$;
- коефіцієнт випаровування феромону $0,01 < p < 0,3$;
- коефіцієнт елітарності $15 < < 40$;
- чисельність колоній мурах $35 < m < 125$.

3. Проведено аналіз відомих методів локального пошуку та розглянуто різні варіанти їх комбінування на різних етапах роботи мультиколоніального мурашиного алгоритму з метою усунення проблеми поверхневості

дослідження околів рішення. В результаті запропоновано метод комбінування алгоритмів локального пошуку, який забезпечив найкращий результат за той самий час. Зазначені операції не збільшують асимптотичну складність мультиколоніального мурашиного алгоритму, але підвищують ефективність на 10% без збільшення часу розрахунків.

4. У ході порівняльного експерименту дано оцінку точності мультиколоніального мурашиного алгоритму. У випадках VRP малої розмірності оптимальне рішення зазвичай збігається з тим, що видає розроблений мультиколоніальний мурашиний алгоритм при добре підібраних параметрах вже на перших 40 ітераціях. Порівняння з оптимальними рішеннями на завдання великої розмірності утруднено відсутністю бенчмарків для поставленого завдання. У всіх випадках мультиколоніальний мурашиний алгоритм показав кращі результати, ніж різні алгоритми локального пошуку.

5. Дослідження цільових функцій поставленої багатокритеріальної VRP дозволило оцінити їх вплив на одержуване рішення. Зокрема, при мінімізації сумарної довжини маршрути можуть ставати неспівмірними, а при мінімізації загального часу виконання або збалансування пункти розподіляються між депо так, щоб маршрути вийшли приблизно рівноскладними. При багатокритеріальній оптимізації визначальне значення має відношення цільових функцій, яке при зведенні критеріїв до загальних одиниць виміру (вартості) задається вартісними коефіцієнтами. Відповідно до очікувань, багатокритеріальна оптимізація на основі мультиколоніального мурашиного алгоритму у всіх випадках дала компромісне рішення. В результаті аналізу впливу різних критеріїв на рішення VRP виявлено кореляцію між значеннями вартості рішення при врахуванні критеріїв збалансованості та часу виконання.

6. Розглянуто питання одержання вихідних картографічних даних для VRP за допомогою сучасних геоінформаційних систем. Виконано аналіз популярних картографічних сервісів. Виявлено та показано проблему синхронізації, що виникає при виконанні множинних асинхронних

клієнтських запитів до ГІС-сервісу. Виконано аналіз причин зазначеної проблеми та запропоновано відповідне алгоритмічне рішення на основі механізму простої програмної рекурсії при зверненні до асинхронного сервісу JavaScript з метою отримання матриці відстаней для безлічі опорних точок та наведено результати його роботи на конкретному прикладі. Запропоноване рішення забезпечує гарантоване отримання проміжних результатів від ГІС-сервісу до подальшої обробки.

Наочно продемонстровано економічний ефект від практичного застосування одержаних результатів на прикладі однієї з мереж транспортного обслуговування ТОВ «АВТО ТРЕЙД 2021» у м. Кропивницький. За рахунок використання мультиколоніального мурашиного алгоритму економія підприємства на доставці товарів (вантажів) може становити 30%.

7. Виявлено такі переваги мультиколоніального мурашиного алгоритму:

- поліноміальна складність;
- застосовність для сукупності варіантів VRP (асиметричної, з обмеженням вантажопідйомності, з множинним депо, з різномірним парком ТЗ), у тому числі узагальненого варіанту, що комбінує зазначені умови та обмеження;
- не потрібне попереднє дихотомічне розбиття графа та інші методи декомпозиції VRP;
- спрямований пошук з тенденцією наближення до оптимального рішення дозволяє зупиняти роботу алгоритму у будь-який час для отримання проміжного результату;
- отримання кількох псевдооптимальних альтернатив для полегшення ухвалення рішення;
- потенційна можливість адаптації для динамічних систем (використання феромонного механізму запам'ятовування перспективних напрямів пошуку рішення) та розпаралелювання (незалежний розрахунок маршрутів для кожної міжколоніальної

групи).

8. Недоліки алгоритму впливають із особливостей підходу з використанням оптимізації наслідуванням мурашиної колонії і загалом типові для метаевристичних методів:

- теоретичний аналіз утруднений;
- збіжність алгоритму гарантується, але час збіжності не визначено;
- для отримання точнішого результату бажано поєднання з локальним пошуком;
- ефективність застосування значною мірою залежить від настрювальних параметрів, для яких потрібне налаштування.

ВИСНОВКИ

1. Виконано огляд та аналіз завдань комбінаторної оптимізації методом VRP, які виявили актуальну тенденцію його розвитку, пов'язану з постановкою та розробкою методів вирішення комплексних завдань, наближених до реальних життєвих ситуацій за рахунок комбінування різних реальних обмежень та умов.

2. Розроблено метод мультиколоніальної мурашиної системи для вирішення задач комбінаторної оптимізації, що передбачають пошук складового рішення у вигляді множини однотипних компонентів. Принципова відмінність запропонованого методу полягає в тому, що на основі механізму стигмергії (спонтанної непрямої взаємодії), коли одночасно взаємодіють кілька колоній загального простору пошуку. При цьому кожна колонія мурах вирішує своє завдання, формуючи окрему компоненту в загальному рішенні.

3. Розроблено мультиколоніальний мурашиний алгоритм для вирішення завдань методу VRP, що дозволяє одночасно враховувати умови множини критеріїв оцінки рішення, асиметричності вихідних даних, множинності депо та різнорідності парку транспортних засобів з обмеженою вантажопідйомністю. На відміну від точних методів, розроблений алгоритм має поліноміальну складність, що дозволяє ефективно застосовувати його при вирішенні завдань більшої розмірності. Істотна перевага розробленого алгоритму полягає у поєднанні етапів розбиття вихідного графа на підграфи та формування маршрутів транспортних засобів.

4. Розроблено метод комбінування алгоритмів локального пошуку, що забезпечує реалізації мультиколоніального мурашиного алгоритму підвищення його точності в середньому на 10% без збільшення часу виконання розрахунків.

5. Використання налаштованого мультиколоніального алгоритму з комбінованим локальним пошуком дозволяє скоротити розмір задіяного парку ТЗ, загальну довжину та тривалість маршрутів, час виконання та

фіксовані витрати. Тим самим, залежно від встановлених вартісних коефіцієнтів, що задають пріоритети критеріїв, досягається економія до 30% транспортних витрат підприємства.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Методичні вказівки для виконання випускної кваліфікаційної роботи для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти за освітньо-професійною програмою "Транспортні технології (автомобільний транспорт)" / [уклад. : В. В. Аулін, А. В. Гриньків, С. В. Лисенко та ін.] ; М-во освіти і науки України, Центральноукраїн. нац. техн. ун-т, каф. експлуатації та ремонту
2. Аулін В.В., Голуб Д.В., Замуренко А.С., Гриньків А.В., Лисенко С.В., Дьяченко В.О. Теоретичний системно-спрямований підхід до визначення інтегрального показника ефективності реалізації операцій в транспортних системах // Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки. 2021. Вип. 4(35). С.232-247.
3. Формування показників оцінки ефективності транспортного процесу перевезень / В. В. Аулін, Д. В. Голуб, В. В. Біліченко, А. С. Замуренко // Вісник машинобудування та транспорту. - Вінниця : ВНТУ, 2020. - № 1(11). - С. 4-10.
4. Аулін В.В. Оптимізація і управління ресурсами в транспортно-логістичній системі АПК / В.В. Аулін, Д.О. Великодний, В.О. Дьяченко // Міжвузівський збірник "Наукові нотатки". – Луцьк: Луцький НТУ, 2018. – №62. – С.8-11.
5. Методологія оптимізації транспортних технологій: метод. рекомендації до практ. занять для здобувачів вищої освіти другого (освітнього) рівня спеціальності 275 – Транспортні технології / уклад. : В.В. Аулін, С.В. Лисенко, А.В. Гриньків, А.О. Головатий; М-во освіти і науки Укр., Центральноукраїн. нац. техн. ун-т. - Кропивницький : ЦНТУ, 2020. – 68 с.
6. Управління транспортними системами: метод. рекомендації до практ. занять для здобувачів вищої освіти другого (освітнього) рівня спеціальності 275 – Транспортні технології / уклад. : В.В. Аулін, С.В.

Лисенко, А.В. Гриньків, А.О. Головатий; М-во освіти і науки Укр., Центральноукраїн. нац. техн. ун-т. - Кропивницький : ЦНТУ, 2020. – 56 с.

7. Плекан У.М., Ляшук О.Л., Аулін В.В., Цьонь О.П., Матвійшин А.Й. Логістична стратегія автотранспортного підприємства. Організаційні аспекти формування Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки. 2022. Вип. 6(37) ч.ІІ. С.75-82.

8. Аулін В. В., Лисенко С. В., Гриньків А. В., Голуб Д. В., Головатий А. О. Логістика постачання транспортних і виробничих підприємств, фірм, компаній: Навчальний посібник під заг. ред. д.т.н., проф. Ауліна В.В. – Кропивницький: Видавець Лисенко В.Ф., 2022. – 325 с.

9. Аулін В.В., Гриньків А.В., Лисенко С.В., Головатий А.О., Голуб Д.В. Теоретичні і методологічні основи логістики транспортних і виробничих систем / монографія під заг. ред. д.т.н., проф. Ауліна В.В. – Кропивницький: Видавець Лисенко В.Ф., 2021. – 503 с.

10. Методологічні основи проектування та функціонування інтелектуальних транспортних і виробничих систем : монографія / В. В. Аулін, А. В. Гриньків, А. О. Головатий [та ін.] ; під заг. ред. В. В. Ауліна. - Кропивницький : Лисенко В. Ф., 2020. - 428с.

11. Аулін В.В., Гриньків А.В., Лисенко С.В., Лівіцький О.М., Чернай А.Є., Голуб Д.В., Головатий А.О. Теоретичне обґрунтування управління функціонуванням технічними та транспортними системами на основі методів системної теорії інформації // Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки. 2021. Вип. 4(35). С.178-189.

12. Аулін В.В. Критерії реалізації процесів забезпечення та підвищення надійності і ефективності функціонування транспортних систем / В.В. Аулін, Д.В. Голуб, А.В. Гриньків // Міжвузівський збірник "Наукові нотатки". – Луцьк: Луцький НТУ, 2018. – №62. – С.12-16.

13. Горяїнов О.М. Транспортні технології і логістика. Книга 1. Теорія і практика дисципліни «Вантажні перевезення» (для транспортних технологів): Підручник. – Харків: ХНТУСГ ім. П. Василенка, 2013. – 490 с.

14. Савченко, Л.В. Взаємодія видів транспорту : навч. посіб. - К. : НТУ,

2010.-96 с

15. І.Г. Смирнова, Т.В. Косарева. Транспортна логістика. Навчальний посібник. Київ, центр учбової літератури, 2008 рік., 220с.

16. Алькема В.Г., Сумець О.М. Логістика. Теорія та практика. Навчальний посібник. - К.: «Видавничий дім «Професіонал», 2008. - 272с.

17. Кальченко А.Г. Логістика: Підручник. - Вид. 2-ге, без змін. - К.:КНЕУ, 2006. - 284с.

18. І.М. Сокур, Л.М. Сокур, В.В. Герасимчук. Транспортна логістика. Навчальний посібник. Київ, центр учбової літератури, 2009 рік., 220с.

19. Крикавський Є. Логістика. Основи теорії: підручник. Львів: НУ «Львівська політехніка» (Інформаційно-видавничий центр «ІНТЕЛЕКТ+» Інституту післядипломної освіти); «Інтелект-Захід», 2004. 416с.

20. Горбачов П.Ф. Основи теорії транспортних процесів і систем :навчальний посібник / П.Ф. Горбачов, Н.В. Пономарьова, Є.В. Любий, Т.В.Волкова. – Х.: ХНАДУ, 2015. – 192 с.