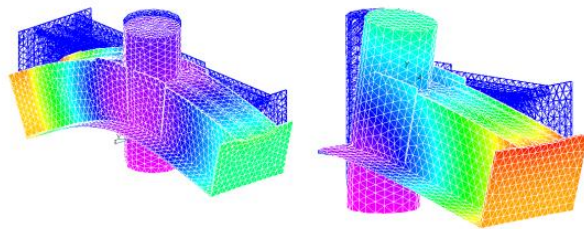


Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Кафедра будівельних, дорожніх машин і будівництва

БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА

Методичні рекомендації до виконання
розрахунково-проектувального завдання
"Розрахунок тришарнірної арки"
(РПЗ №3) для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавр
спеціальності 192 – "Будівництво та цивільна інженерія"
для всіх форм навчання



Затверджено
на засіданні кафедри
будівельних, дорожніх машин і будівництва.
Протокол № 8 від 23 січня 2025 р.

Кропивницький 2025

Будівельна механіка. Методичні рекомендації до виконання розрахунково-проектувального завдання "Розрахунок тришарнірної арки" (РПЗ №3) для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавр спеціальності 192 – "Будівництво та цивільна інженерія" для всіх форм навчання / [Уклад.: Г.Д. Портнов, В.В. Пукалов, А.А. Тихий, В.В. Дарієнко]. – Кропивницький : ЦНТУ, 2025. 27 с.

Методичні вказівки складені з метою полегшення самостійної роботи здобувачів освіти при виконанні розрахунково-графічного завдання на тему: «Розрахунок тришарнірної арки».

Укладачі:

Г.Д. Портнов – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва,
В.В. Пукалов – к.т.н., доцент кафедри деталей машин та прикладної механіки,
А.А. Тихий – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва,
В.В. Дарієнко – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва.

Рецензент:

І.О. Скриннік – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва.

Вступ

Методичні вказівки складено з метою полегшення самостійної роботи студентів при виконанні розрахунково-графічного завдання на тему: «Розрахунок тришарнірної арки».

Перед виконанням роботи студент має теоретичні питання:

- принципи утворення та особливості трьохшарнірних систем;
- метод розрахунку їх при нерухомому навантаженні;
- побудова ліній впливу реакцій і зусиль в елементах трьохшарнірних систем.

1. Вимоги до виконання завдання

1. Згідно з вказівкою, наведені в таблиці 1, за назви групи (Таблиця 1) та порядкового номера (див. рис. 1 ... 4) за вказівкою викладача.

2. Завдання виконувати в наступних варіантах:

2.1 Варіант 1: на стандартних аркушах паперу (формату А4) на (див. рис. 1 ... 4) виправлень) або в зошиті. На обкладинці мають бути вказані: прізвище, ім'я та по батькові студента (повністю), назва факультету, шифр групи. Завдання слід виконувати чорнилом (не червоним) чітким почерком із полями: ліворуч – 20 мм, праворуч – 10 мм. Малюнки виконуються олівцем або чорнилом.

2.2 Варіант 2: друківка файлу Word (див. рис. 1 ... 4) графіки ПК на паперовому носії.

3. Завдання виконувати в наступних варіантах: (див. рис. 1 ... 4) числовими даними, розрахункову схему в масштабі з числовими показниками величин, необхідних для розрахунку.

4. ,
поясненнями та кресленнями, на яких усі величини, що входять до розрахунку, мають бути показані в числах.

5.
у системі С ,
одиниць вимірювання знайдених величин.

6. : .
7. , .
відповідно до вимог (.
документації). На всіх епюрах і лініях впливу необхідно вказувати масштаб, знаки та числові значення характерних ординат. Штрихування епюр і ліній впливу викону осям стрижнів. Епюри згинальних моментів будуються на розтягнутому волокні без зазначення знаків.

8.
повинен виправити всі відмічені помилки.

2. Технічне завдання

Для заданої тришарнірної системи, схеми навантаження якої якої наведено на рис. 1 ... 3, а вихідні дані подано у таблиці 1:

1. Визначити реакції в опорах арки.
2. ,
поперечних сил та згинальних моментів у поперечних перерізах арки.
3. . ,
поперечної сили та згинального моменту.
4.
перерізі та зіставити їх зі значеннями на відповідних епюрах.
5.
SCAD. Результати розрахунку подати у вигляді звіту (опція програми).

Криволінійна частина напіварки (за двома або трьома точками в залежності від вихідних даних завдання).

Таблиця 1

ВИХ
до розрахунково-проектувального завдання
«Розрахунок тришарнірної системи»

Параметри	Група		
	1	2	3
Сила P , кН	20	15	10
q , /	15	20	10
Довжина прольоту тришарнірної l , м	20	15	16
Висота стріли підйому тришарнірної системи f , м	4	6	5
Коефіцієнт a	0,2	0,2	0,3
Коефіцієнт P	0,3	0,4	0,4

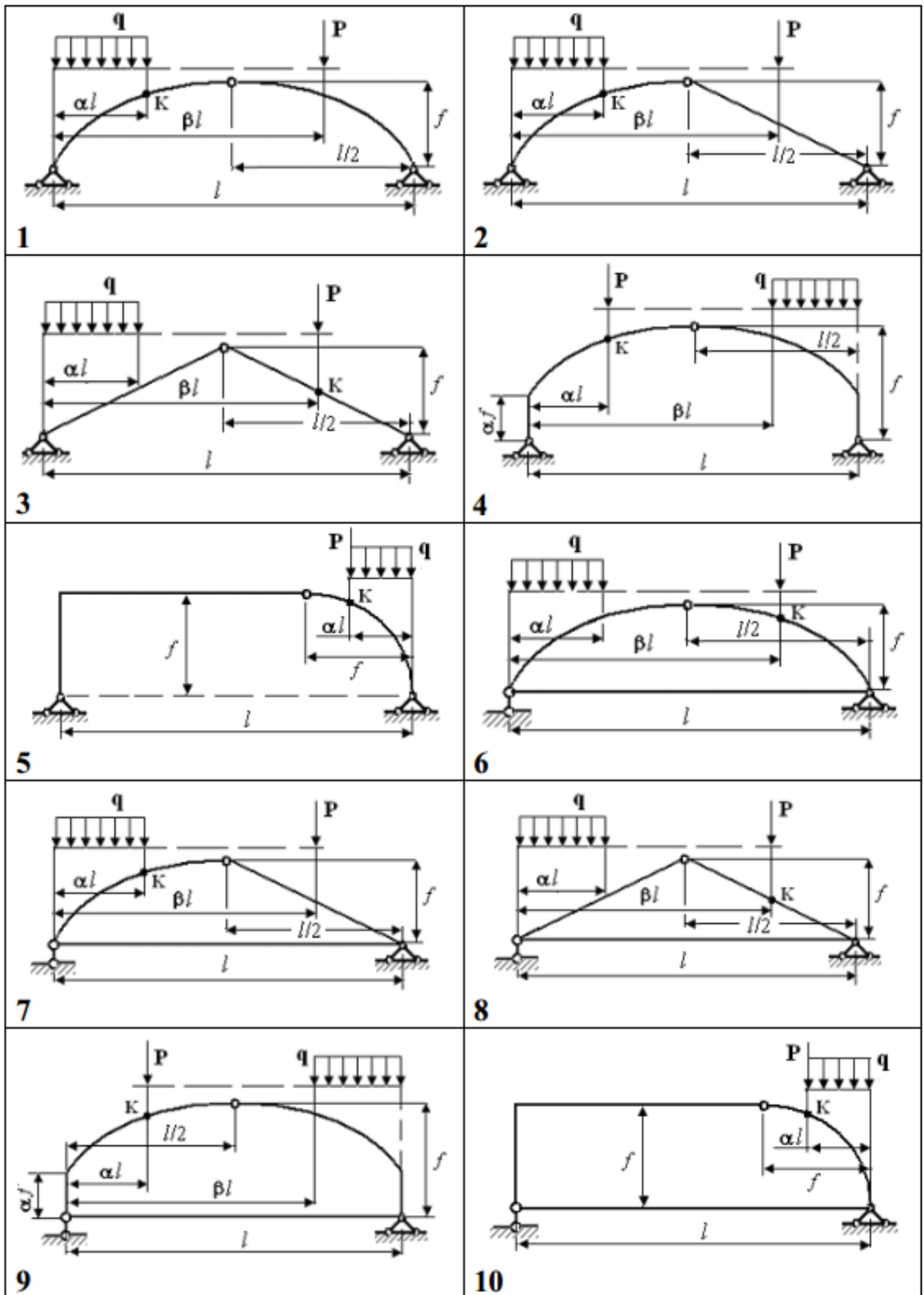


Рисунок 1

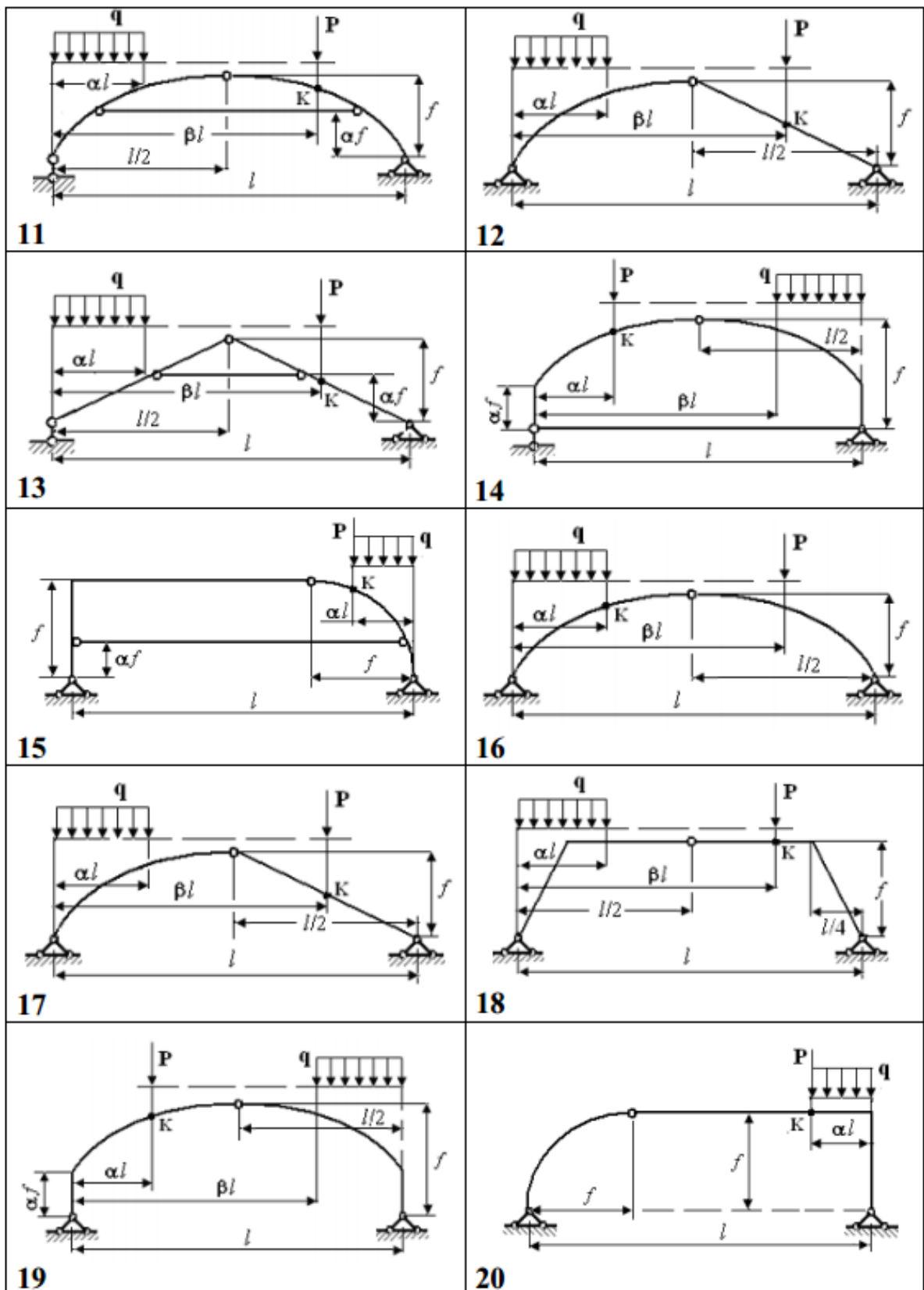


Рисунок 2

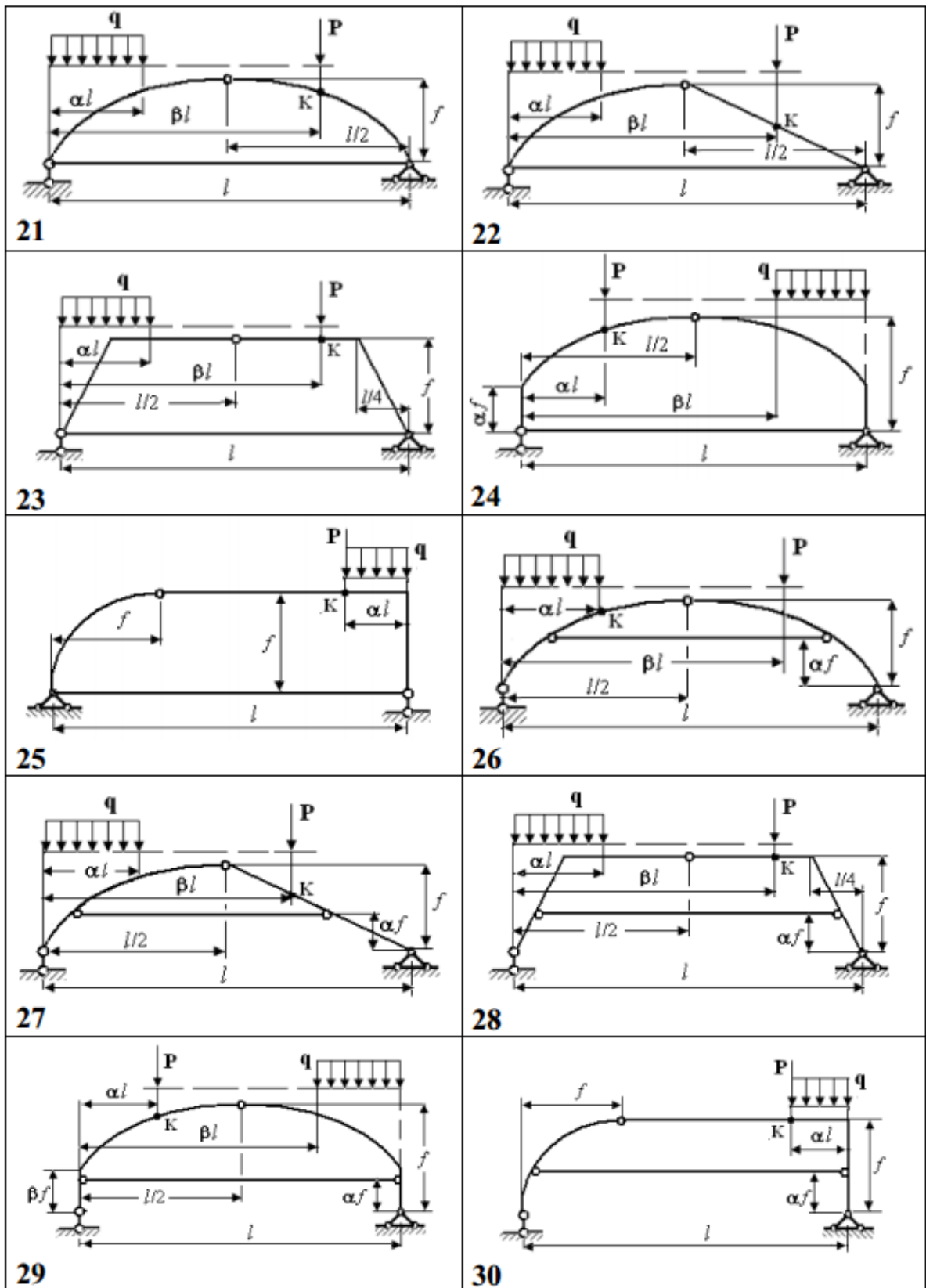


Рисунок 3

3. Теоретична частина

3.1 Загальні положення

Тришарнірної називається система, що складається з двох шарнірних опорів та одного шарнірного зв'язу. Якщо диски криволінійні та звернені опуклістю в напрямку, протилежному дії основного навантаження, така конструкція називається тришарнірною аркою (рис. 4, а); якщо диски утворені елементами ламаного контуру, вона називається тришарнірною рамою (рис. 4, б).

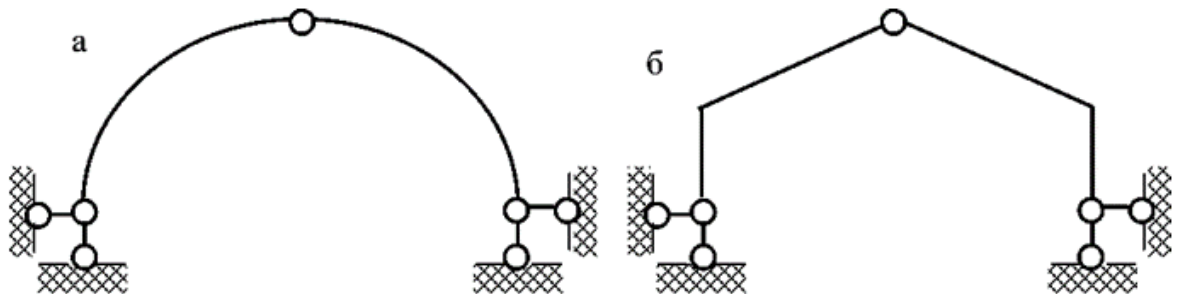


Рисунок 4

Відмінною особливістю таких систем у порівнянні з балочними є наявність горизонтальних складових опорних реакцій H_A та H_B (розпорів) при вертикальному навантаженні, спрямованих усередину прольоту (рис. 5). Тому тришарнірні арки та рами називають розпірними.

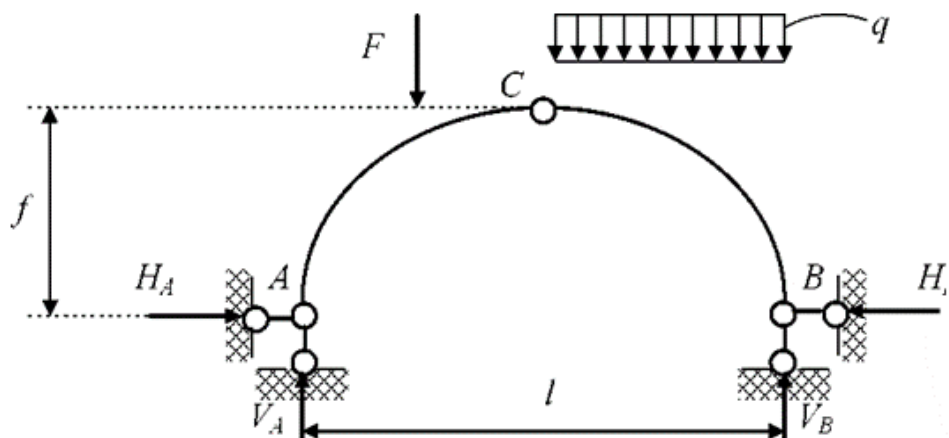


Рисунок 5

З аналізу напружено-деформованого стану розпірних систем випливає, що вплив розпору на напруження в арках залежить від поведінки опорних шарнірів.

Опорні шарніри A та B повинні бути нерухомими, а шарнір C - ключовим. Відстань по вертикалі від шарніра C до шарніра A (або B) позначимо літерою l , а стрілою підйому f (рис. 5).

Важливою геометричною характеристикою арки є відношення f/l . При $f/l \leq 1/5$ арка вважається плоскою, а при $f/l > 1/5$ - скрутою.

Застосування тришарнірних систем доцільно у випадках, коли сприйняття розпору H викликає значні напруження в арках.

Крім того, розпорні системи можна використовувати як так звані затяжки, розташовані на одному рівні з опорами (рис. 6, а) або вище (рис. 6, б).

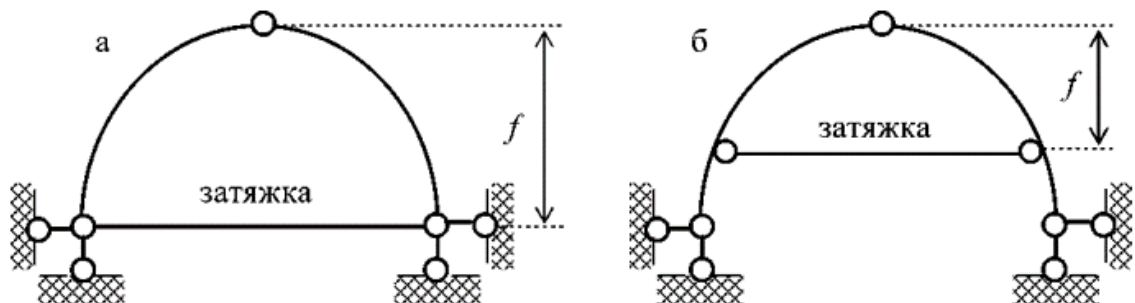


Рисунок 6

Якщо ж сприйняття розпору достатньою мірою не забезпечене, то застосування тришарнірних систем недоцільно, оскільки в них з'являються великі згинальні моменти (для пологих арок приблизно такі ж, як у балках). Витрата матеріалу при цьому в арках і в рівнопрогонових балках приблизно однакова, а трудомісткість виготовлення завжди значно більша.

Необхідна умова геометричної незмінності та нерухомості щодо підстави визначає

П.Л.Чебишева:

$$W = 3D - 2Ш - C_{on} \leq 0, \quad (1)$$

W -
 D -
 C_{on} -

Для тришарнірних арок та рам (рис. 4, а, б)

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0,$$

тобто умова (1) виконується.

Рівність нулю числа ступенів свободи W , виконанні достатньої умови геометричної незмінності та нерухомості щодо основи тришарнірна система визначеною.

Достатня умова вплива системи, виду опорних пристроїв та характеру їхнього розташування. Відповідно до принципів утворення найпростіших структурно незмінних систем ліва і права напіварки, а також основа, з'являються, (рис. 7).

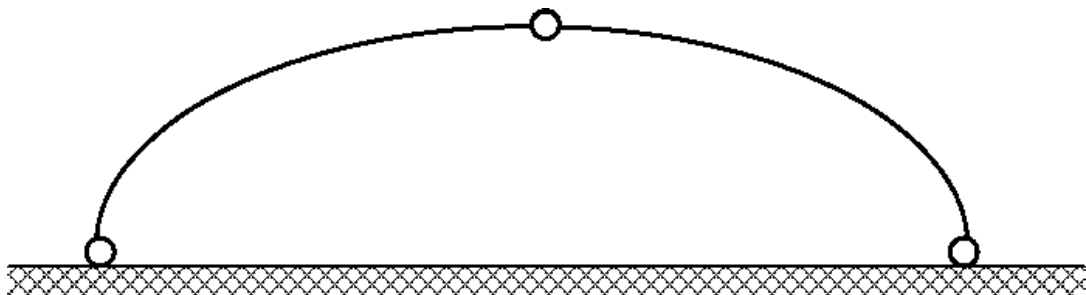


Рисунок 7

Аналогічно утворена арка із затяжкою, яка спирається на фундамент за допомогою трьох стрижнів, які не паралельні і не перетинаються в одній точці (рис. 8).

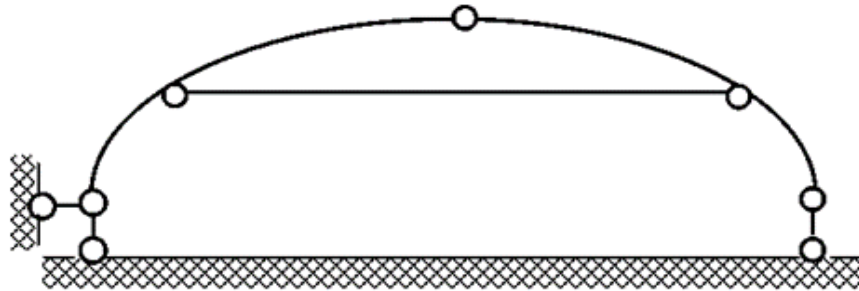


Рисунок 8

Таким чином, тришарнірні арки і рами із затяжкою і без затяжки геометрично незмінними, нерухомими щодо основи, статично визначеними системами.

Тришарнірні системи можуть бути симетричними та несиметричними, мати опори на одному та різних рівнях, обрис осі арки параболічний, круговий, еліптичний тощо. Вони широко застосовуються при будівництві громадських будівель, видовищних та сільськогосподарських споруд

3.2 Аналітичний розрахунок на нерухоме навантаження

3.2.1 Розрахунок опорних реакцій

Вертикальні складові опорних реакцій та розпір у тришарнірній арці без затягування (рис. 9, а) визначаються за формулами

$$V_A = R_A^\delta; \quad V_B = R_B^\delta; \quad H = \frac{M_C^\delta}{f}, \quad (2)$$

де R_A^δ , R_B^δ , R_C^δ – ліва і права опорні реакції, а також момент в перерізі С (рис. 9, б).

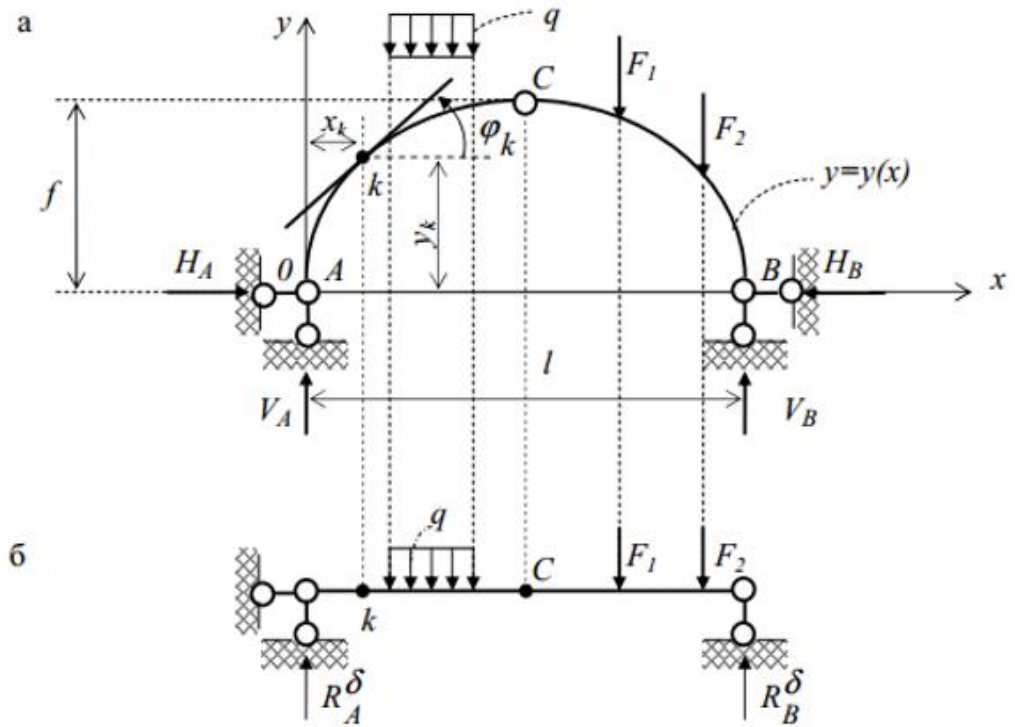


Рисунок 9

В арці із затяжкою опорні реакції визначаються тими самими формулами, причому стріла підйому відрахову (. 6, ,).

3.2.2 Визначення внутрішніх зусиль

Згинальний момент у перерізі арки чисельно дорівнює сумі моментів всіх сил, розташованих по один бік від перерізу щодо центру тяжкості цього перерізу.

Поперечна (поздовжня) сила в перерізі арки до осі арки в цьому перерізі.

Згинальний момент вважа (внутрішні) волокна арки і негативним - в іншому випадку.

Поперечна сила вважа , : частини арки, розділені перетином за годинниковою стрілкою. В іншому випадку – вона негативна.

Поздовжня сила вважається додатною, якщо $H > 0$, і негативною - в іншому випадку.

При розрахунку вісь арки розбивається на елементи довжиною δ , зазвичай маючи довжину $\delta = 1$ м. Поздовжні сили у перерізі k визначаються за формулами (рис. 9, а)

$$M_k = M_k^\delta - Hy_k; \quad (3)$$

$$Q_k = Q_k^\delta \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k; \quad (4)$$

$$N_k = -Q_k^\delta \sin \varphi_k - H \cos \varphi_k, \quad (5)$$

де M_k^δ, Q_k^δ - поздовжній момент і поперечна сила в арці рівнопрогонової балки (рис. 9, б); y_k - відстань від опори до перерізу k ; φ_k - кут між дотичною до осі арки в точці k і горизонтальною лінією.

Як видно з формул (3), (4) і (5), при однакових прольотах і навантаженні через наявність розпору, згинальний момент і поперечна сила в арці менше, ніж у балці, що свідчить про економічність арочної конструкції порівняно з балочною.

З іншого боку, наявність розпору викликає потребу в потужних опорах, здатних приймати великі горизонтальні зусилля.

Значення поздовжнього моменту M_k, Q_k, N_k до рівня зтяжки визначаються за формулами (3), (4) і (5) при $H=0$, вище рівня зтяжки - за тими ж формулами при $H \neq 0$, причому в даному випадку H зтяжці, а ордината y відраховується від рівня зтяжки. визначення зусилля в зтягуванні її необхідно розрізати та скласти рівняння

моментів лівих або правих сил (включаючи момент зусилля у затяжці) щодо шарнір С.

Для всіх перерізів лівої напіварки кут φ позитивний, а для правої напіварки - негативний.

Розрахунок арки рекоменду послідовності:

1.
(6) - (9) (. 2).

2. ((. 9))
опорних реакцій за формулами (2).

3. (3) - (5)
формі (табл. 3) з подальшим їх графічним поданням. До розрахункових слід відносити завжди перерізи, розташовані нескінченно близько зліва (-0) і праворуч (+0) від точок застосування зосереджених навантажень.

Таблиця 2

	x_k (м)	y_k (м)	$tg \varphi_k$	φ_k (град, рад)	$\sin \varphi_k$	$\cos \varphi_k$
--	--------------	--------------	----------------	-------------------------------	------------------	------------------

Таблиця 3

	M_k^δ (кНм)	$-H \varphi_k$ (кНм)	M_k (кНм)	$Q_k^\delta \cos \varphi_k$ (кН)	$-H \sin \varphi_k$ (кН)	Q_k (кН)	$-Q_k^\delta \sin \varphi_k$ (кН)	$-H \cos \varphi_k$ (кН)	N_k (кН)
--	-----------------------	-------------------------	----------------	-------------------------------------	-----------------------------	---------------	--------------------------------------	-----------------------------	---------------

3.3 Розрахунок за лініями впливу

3.3.1 Побудова ліній впливу зусиль

Лінії впливу зусиль S (наприклад, згинального моменту в перерізі арки) залежно від координати положення одиничної рухомої сили $\bar{F} = 1$ можна спорудити. Кожна величина S $\bar{F} = 1$ над цією ординатою.

1. Лінії впливу опорних реакцій

З виразів (2) випливає,

$$V_A = R_A; \quad V_B = R_B; \quad H = \frac{M_C}{f} \quad (6)$$

Відповідні графіки зображено на рис. 10 а, б, в.

2. Лінії впливу внутрішніх зусиль

З виразів (3) – (5) випливає,

$$M_k = M_k^{\delta} + (-H)y_k; \quad (7)$$

$$Q_k = Q_k^{\delta} \cos \varphi_k + (-H) \sin \varphi_k; \quad (8)$$

$$N_k = (-Q_k^{\delta}) \sin \varphi_k + (-H) \cos \varphi_k, \quad (9)$$

тобто кожна з трьох ліній впливу отримує відповідних графіків. Результати їх операцій наведені на рис. 10, г, д, е і рис. 11, а, б, в, г, д, е.

Слід підкреслити, що паралельність лівої та середньої гілок ліній впливу Q_k , N_k обов'язковою і слугує побудови.

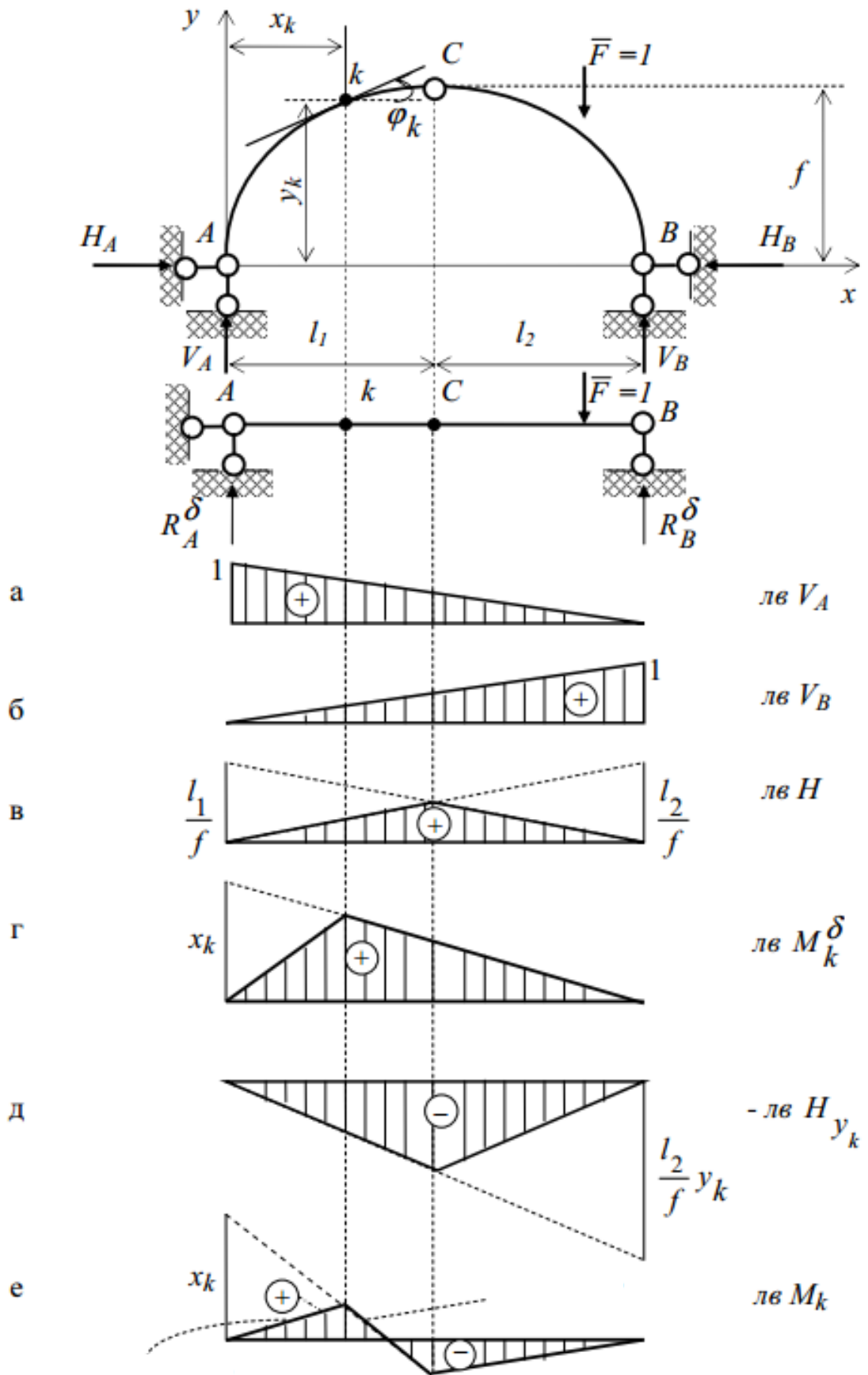


Рисунок 10

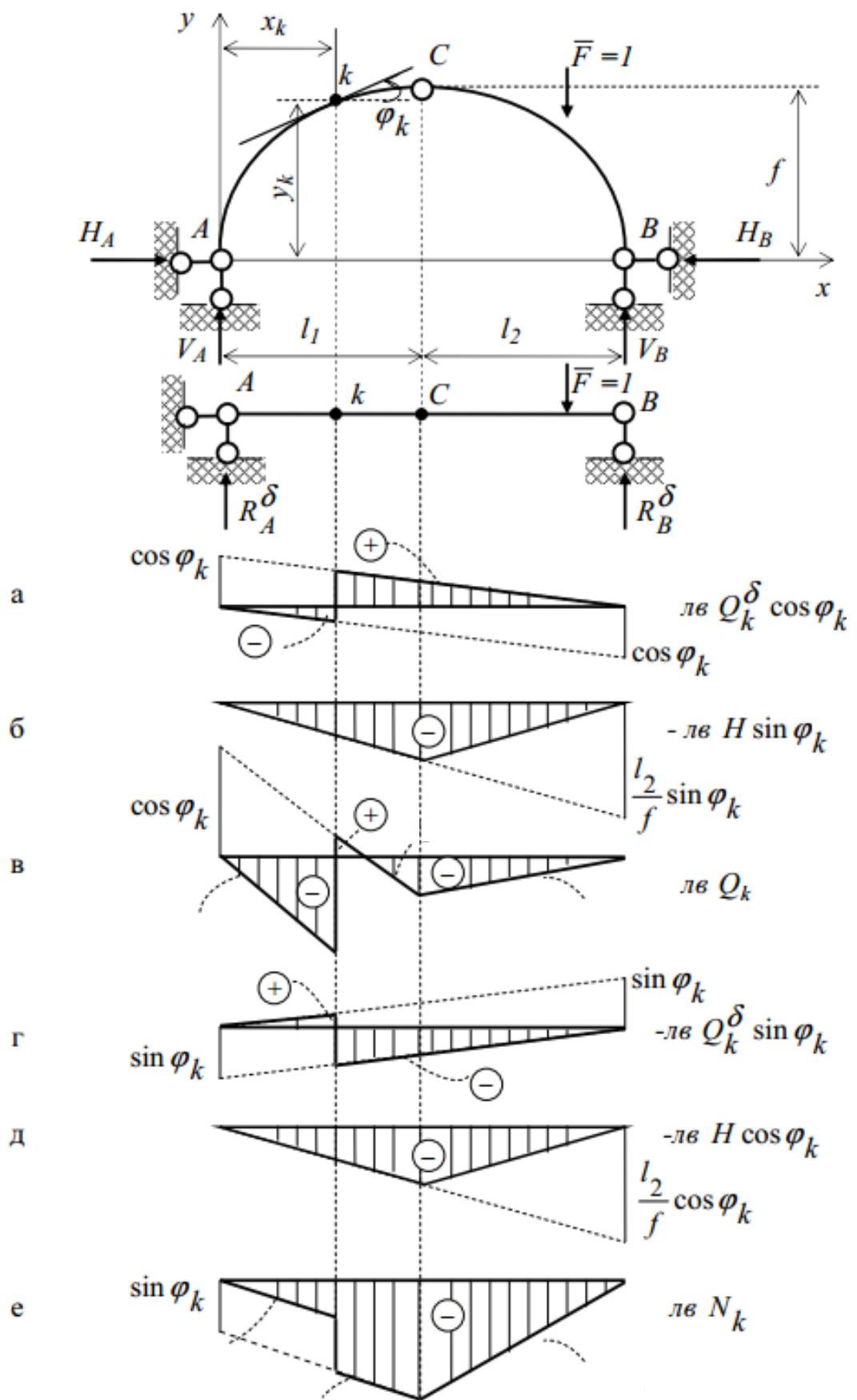


Рисунок 11

3.3.2 Визначення зусиль від нерухомого навантаження

При завантаженні тришарнірної арки системою нерухомих зосереджених сил F_i і рівномірно розподілених навантажень q_j зусилля S по лініях впливу визнача

$$S = \sum_{i=1}^n F_i y_i + \sum_{j=1}^m q_j w_j, \quad (10)$$

де y_i – ордината лінії впливу розташованої під i -тою зосередженою силою;

n – кількість сил;

w_j – площа лінії впливу S , розташованої під j -тим

розподіленим навантаженням;

m –

У виразі (10) F_i і q_j приймаються позитивними, якщо їх напрямок збіга з напрямком одиничної рухомої сили $\bar{F} = 1$ при побудові $lv S$, і навпаки. Знаки y_i і w_j збігаються зі знаками відповідних ординат $lv S$.

q_j S ,

різних знаків, їх загальна площа w_j . визнача

сума площ окремих ділянок $lv S$.

4. Практична частина

4.1

1. , . 12, ,
внутрішніх зусиль і лінії впливу зусиль для перерізу, розташованого під зосередженою силою.

2.
заданому перерізі і порівняти їх із значеннями на відповідних епорах.

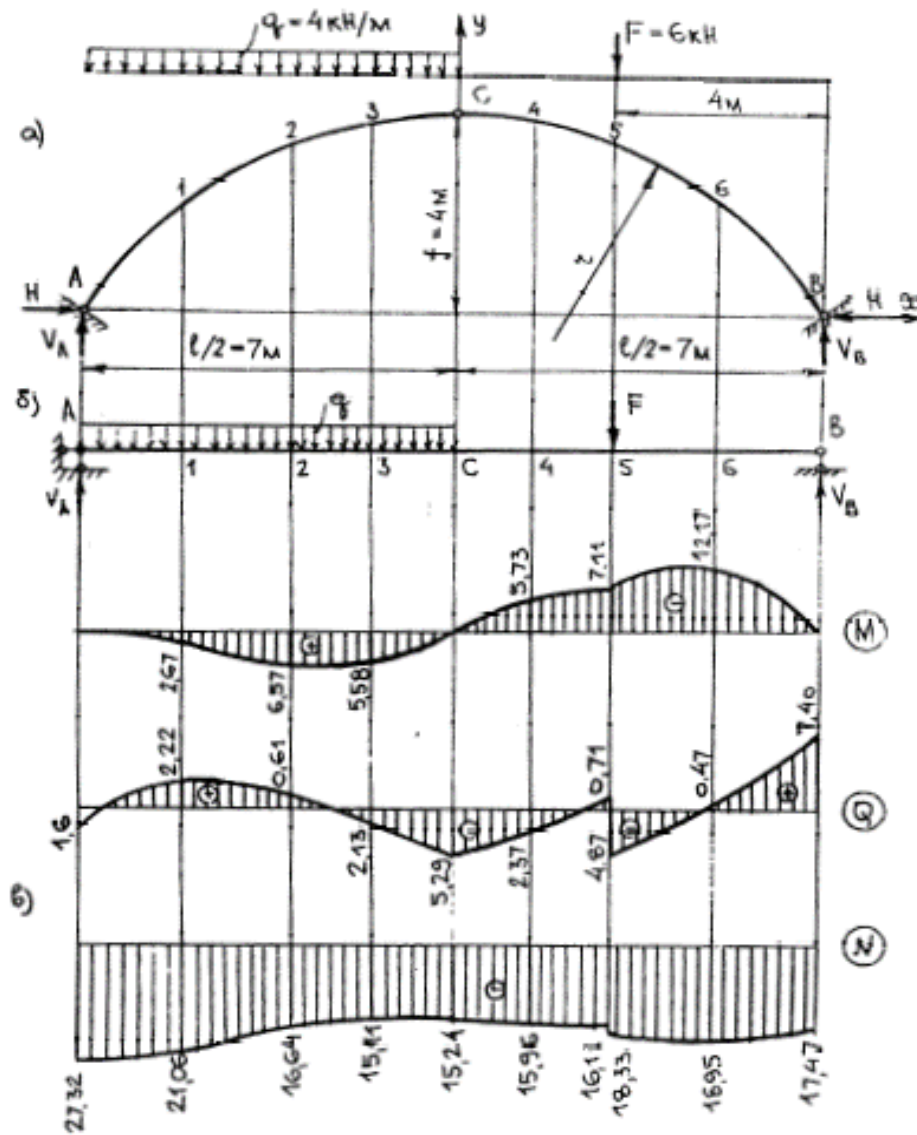


Рисунок 12.

Ви . **1:**
впливу

Знайдемо опорні реакції:

$$\sum M_A = -q \cdot 7 \cdot 3,5 - F \cdot 10 + V_B \cdot 14 = 0;$$

$$V_B = \frac{4 \cdot 7 \cdot 3,5 + 6 \cdot 10}{14} = 11,29 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = q \cdot 7 \cdot 10,5 + F \cdot 40 - V_A \cdot 14 = 0;$$

$$V_A = \frac{4 \cdot 7 \cdot 10,5 + 6 \cdot 4}{14} = 22,71 \text{ кН}.$$

$$\sum y = V_A + V_B - q \cdot 7 - F = 22,71 + 11,29 - 4 \cdot 7 - 6 = 0.$$

$$\sum M_C = q \cdot 7 \cdot 3,5 - V_A + H \cdot 4 = 0;$$

$$H = \frac{22,71 - 4 \cdot 7 \cdot 3,5}{4} = 15,24 \text{ кН}.$$

$$\sum M_C = V_B \cdot 7 - F \cdot 3 - H \cdot 4 = 11,29 - 6 \cdot 3 - 15,24 \cdot 4 = 0.$$

:

$$r = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f} = \frac{4}{2} + \frac{14^2}{8 \cdot 4} = 8,125 \text{ м}.$$

точці в середині ділянок С...5 (точка 4) і 5...(точка 6).

Для спрощення розрахунку у лівій піварці візьмемо точки 1,2,3, розташовані симетрично до 4,5,6.

Далі проводимо розрахунок за табл.4

Таблиця 4

№ точ-ки	x , м	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$r \cdot \cos \varphi$, м	y , м	M^o , кН·м	Q^o , кН
1	2	3	4	5	6	7	8
A	-7	0,862	0,508	4,125	0	0	22,71
1	-5	0,615	0,788	6,404	2,28	37,42	14,71
2	-3	0,369	0,929	7,551	3,43	58,84	6,71
3	-1,5	0,186	0,983	7,985	3,86	64,41	0,71
C	0	0	1	8,125	4	61,03	-5,29
4	1,5	-0,186	0,983	7,985	3,86	53,10	-5,29
5	3	-0,369	0,929	7,551	3,43	45,16	-5,29 -11,29
6	5	-0,615	0,788	6,404	2,28	22,58	-11,29
B	7	-0,862	0,508	4,125	0	0	-11,29

Продовження таблиці 4

$H \cdot y$, кН·м	M , кН·м	$Q^o \times \cos \varphi$, кН	$H \times \sin \varphi$, кН	Q , кН	$Q^o \times \sin \varphi$, кН	$H \times \cos \varphi$, кН	N , кН
9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	11,54	13,14	-1,6	19,58	7,74	-27,32
34,75	2,67	11,59	9,37	2,22	9,05	12,01	-21,00
52,57	6,57	6,23	5,62	0,61	2,48	14,16	-16,64
58,83	5,58	0,70	2,83	-2,13	0,13	14,98	-15,11
60,96	≈0	-5,29	0	-5,29	0	15,24	-15,24
58,83	-5,73	-5,20	-2,83	-2,37	0,98	14,98	-15,96
52,57	-7,11	-4,91	-5,62	0,71	1,95	14,16	-16,11
34,75	-12,17	-10,49	-9,37	-4,87	4,17	12,01	-18,33
0	0	-8,90	-9,37	0,47	6,94	12,01	-18,95
0	0	-5,74	-13,14	7,40	9,73	7,74	-17,47

• , 2

x

• В колонці 3 $\sin \varphi = \frac{x}{r}$

• За значенням $\sin \varphi$ знаходимо $\cos \varphi$ (колонка 4), потім $r \cdot \cos \varphi$ (колонка 5) і $y = r \cos \varphi - (r - f) = 8,125 \cdot \cos \varphi - 4,125$ (колонка 6).

• M^o (колонка 7) Q^o (колонка 8) визначається, наведеній на рис. 12, 6. Так як у перерізі S поперечна сила Q^o має стрибок, то у відповідному рядку запису (праворуч від сили).

- Переходимо до обчислення зусиль за формулами (3...5).

$$10, 13, 16 \quad .12 \quad M, Q, N.$$

Ви .2.

- Лінія впливу розпору відповідно до виразу

$$H = \frac{M_C^o}{f}$$

• з ординатами, f H C (.13) C :

$$H = \frac{l}{4f} = \frac{14}{4 \cdot 4} = 0,875.$$

• Для цього користуємося формулами (3...5).

Лінія впливу M_5 :

$$M_5 = M_5^o - H \cdot y_5 = M_5^o - H \cdot 3,43.$$

Відклавши під точкою 5 ординату

$$\frac{a \cdot b}{l} = \frac{10 \cdot 4}{14} = 2,86$$

Отримуємо $1 \quad 1 \quad 1 \quad M^o$.

Далі ті H ординатами, $3,43, \quad 0 \quad C \quad 0,875 \cdot 3,43 = 3,00$.

Ординати результуючої лінії впливу M

($M_5^o - H \cdot 3,43$). Знак ординат результату можна отримати формально,

вважаючи віссю остаточної лінії впливу лінію $H \cdot 3,43$:
розташовані на ній, позитивні, під нею - негативні.

$$Q_5 = Q_5^0 \cdot \cos \varphi_5 - H \cdot \sin \varphi_5 = Q_5^0 \cdot 0,929 - H \cdot (-0,369);$$

$$N_5 = -Q_5^0 \cdot \sin \varphi_5 - H \cdot \cos \varphi_5 = Q_5^0 \cdot 0,369 - H \cdot 0,929.$$

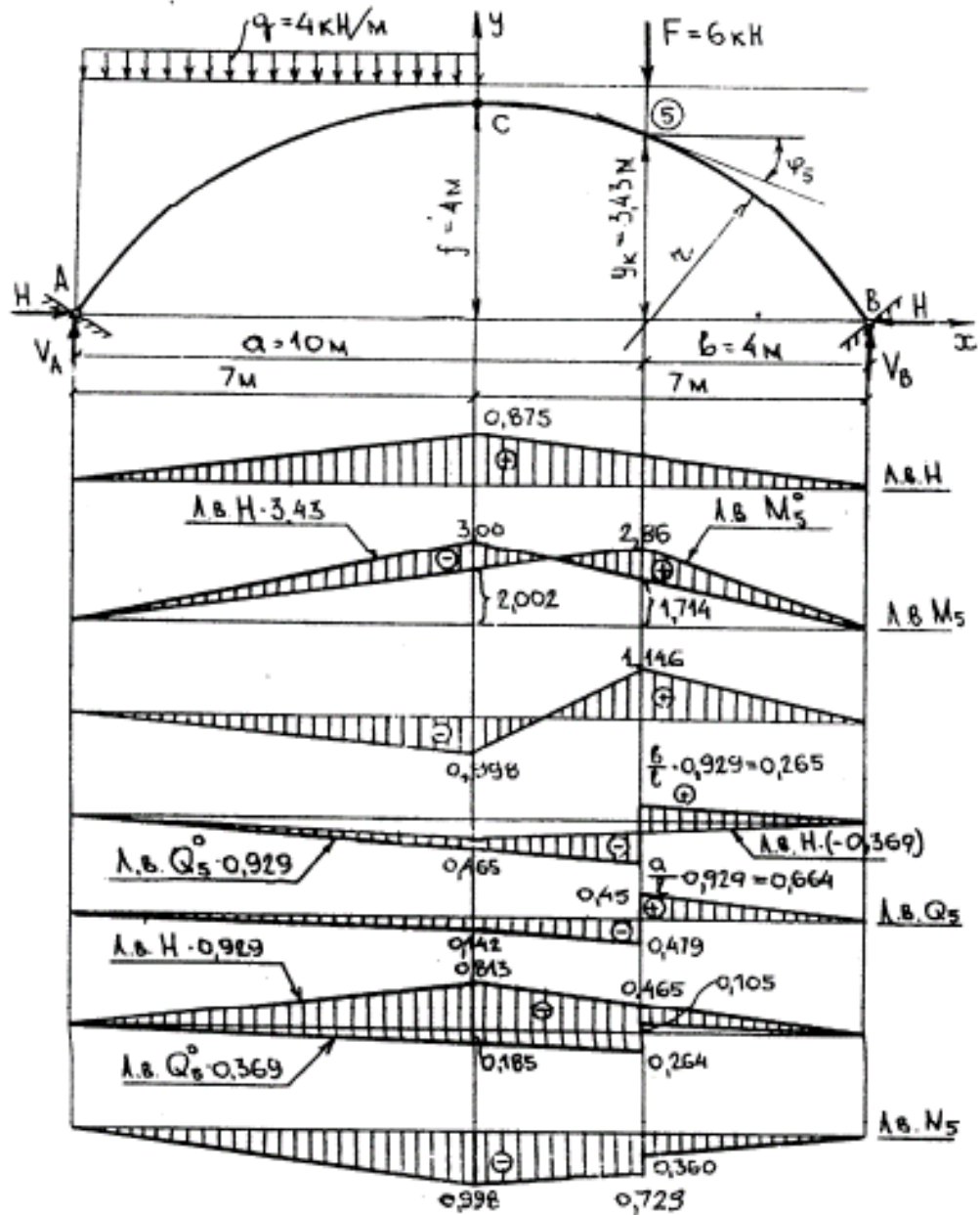


Рисунок 13.

Зусилля від заданого навантаження лініями впливу:

$$M_5 = q \cdot \omega + F \cdot y = 4 \cdot \left(-\frac{0,998 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot 1,146 = -7,1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_5 = 4 \cdot \left(-\frac{0,142 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot 0,45 = 0,712 \text{ кН};$$

$$Q_5 = 4 \cdot \left(-\frac{0,142 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot (-0,479) = -4,862 \text{ кН};$$

$$N_5 = 4 \cdot \left(-\frac{0,998 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot (-0,36) = -16,1 \text{ кН};$$

$$N_5 = 4 \cdot \left(-\frac{0,998 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot (-0,729) = -18,32 \text{ кН}.$$

4.2 Виконання розрахунку на ПК

Розрахунок викону

/4/.

Бібліографічний список

1. Будівельна механіка. В. Яременко, А. Куценко, М. Бондар. Видавництво Центр навчальної літератури. С. 2019 - 704с.
2. Дорошук Г.П., Трач В.М. Основи будівельної механіки: Підручник.- Рівне. УДУВГП, 2003. -504 с.
3. Яременко О.Ф., Шибанін В.С., Орлова А.М. та ін. Будівельна механіка у прикладах: Посібник,-Одеса, 2003. -246 с.
4. “Будівельна механіка”. Методичні вказівки до вивчення теми до вивчення теми "Побудова епюр внутрішніх зусиль в ПК SCAD (трьохшарнірна арка" для студентів спеціальності 8.06010101 –“Промислове і цивільне будівництво”/ Укл.: Г.Д. Портнов, А.А. Тихий, Пукалов В.В. – Кіровоград: КНТУ, 2015. – 36 с.

Зміст

Вступ	3
1.	3
2.	4
3.	9
3.1	9
3.2	12
3.2.1	12
3.2.2	13
3.3 Розрахунок по лініях впливу	16
3.3.1 Побудова ліній впливу зусиль	16
3.3.2	19
4.	20
4.1	20
4.2	25
	26