

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ВИРОБНИЧИХ ПРОЦЕСІВ

## **«ВСТУП ДО СПЕЦІАЛЬНОСТІ»**

### **Методичні рекомендації**

до виконання практичних робіт для здобувачів вищої освіти  
денної та заочної форми навчання за спеціальністю

**G7 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані  
технології та робототехніка»**

Затверджено на засіданні кафедри  
автоматизації виробничих процесів,  
протокол № 9 від 22.04 2026 р.

**Кропивницький 2026**

Вступ до спеціальності. Методичні рекомендації до виконання практичних робіт для здобувачів вищої освіти денної та заочної форми навчання зі спеціальності G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка / О. П. Голик, О.А. Неруш – Кропивницький: ЦНТУ. -2026. - 86 с.

Укладачі: Голик О. П., кандидат технічних наук, доцент кафедри АВП  
Неруш О.А., аспірант спеціальності 174 "Автоматизація,  
комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка"

Рецензент: Каліч В.М., кандидат технічних наук, професор.

© О. П. Голик, О.А. Неруш, 2026  
© ЦНТУ, 2026

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>4</b>
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №1</b>	
ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ПРОГРАМНИМИ ІНСТРУМЕНТАМИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТІВ.....	<b>5</b>
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №2</b>	
СТВОРЕННЯ ТАБЛИЦЬ ТА ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ЗА ДОПОМОГОЮ MICROSOFT WORD ТА MICROSOFT EXCEL..	<b>16</b>
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №3</b>	
ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ. ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАДАЧІ.....	<b>30</b>
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №4</b>	
СІТКОВІ МОДЕЛІ ТА ТРАНСПОРТНІ ЗАДАЧІ.....	<b>40</b>
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №5</b>	
ФОРМАЛІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....	<b>53</b>
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №6</b>	
ОЗНАЙОМЛЕННЯ ТА ВИВЧЕННЯ СИСТЕМ ЧИСЛЕННЯ....	<b>63</b>
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №7</b>	
ОСНОВНІ АРИФМЕТИЧНІ ОПЕРАЦІЇ В ДВІЙКОВІЙ СИСТЕМІ ЧИСЛЕННЯ.....	<b>76</b>
<b>ПРИКЛАД ТА ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ.....</b>	<b>84</b>
<b>СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>86</b>

## ВСТУП

Метою дисципліни є формування у студентів знань з основ автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій, інтелектуальних систем та робототехніки.

Оскільки дана дисципліна вивчається студентами на першому курсі, то доцільним є набуття знань з користування програмними інструментами для виконання та оформлення звітів в практичних, лабораторних та курсових робіт, а також рефератів та індивідуальних завдань.

Крім того, методичні рекомендації містять завдання з дослідження операцій, основ систем числення та прийняття рішень, що в подальшому дозволить вирішувати завдання з проектування та розробки інтелектуальних автоматизованих систем.

Вчасно захищеною вважається робота захист якої студентом відбувся в межах часу передбаченого для цієї роботи в робочій навчальній програмі та згідно з розкладом занять.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №1

### ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ПРОГРАМНИМИ ІНСТРУМЕНТАМИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТІВ

*Мета роботи:* Ознайомитись з різними сучасними програмними інструментами для виконання та оформлення звітів (лабораторні, практичні та самостійні роботи, реферати, курсові проекти та роботи, дипломні роботи), а також набуті базових навичок їх практичного застосування.

### ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Підготовка звітів є невід'ємною частиною освітньої, наукової та професійної діяльності. Якісно оформлений звіт повинен відповідати встановленим стандартам, бути структурованим, зрозумілим і придатним для подальшого аналізу. Для цього використовуються різноманітні програмні інструменти, що спрощують процес створення та оформлення документів.

#### **Основні програмні інструменти для виконання та оформлення звітів:**

##### 1. Текстові процесори

Текстові процесори призначені для створення та редагування текстових документів.

Найпоширеніші засоби:

- *Microsoft Word* – забезпечує розширені можливості форматування, створення змісту, колонтитулів, таблиць, формул та автоматичної нумерації.

- *LibreOffice Writer* – безкоштовний аналог Microsoft Word з підтримкою основних стандартів оформлення.

- *Google Docs* – онлайн-інструмент, що дозволяє спільну роботу з документами в реальному часі.

Основні можливості:

- форматування тексту;
- вставка таблиць, діаграм і зображень;
- автоматичне створення змісту;

- перевірка орфографії та граматики.

## 2. Інструменти для роботи з даними та візуалізації

Використовуються для обробки та представлення числових даних.

Найпоширеніші засоби:

- *Microsoft Excel та Google Sheets* - Використовуються для проведення розрахунків, створення діаграм та зведених таблиць.

- *Lightshot* - зручна та безкоштовна програма для здійснення скріншотів екрану.

- *Canva*: Якщо звіт має бути візуально привабливим, то Canva пропонує сотні готових шаблонів інфографіки.

Призначення:

- виконання розрахунків;
- побудова графіків та діаграм;
- аналіз експериментальних результатів;
- підготовка табличних даних для включення у звіт.

## 3. Засоби для створення презентацій

Застосовуються для візуального представлення результатів роботи під час захисту звіту.

Найпоширеніші засоби:

- *Microsoft PowerPoint*
- *LibreOffice Impress*
- *Google Slides*

## 4. Засоби для роботи з формулами та графікою

Для технічних та наукових звітів часто використовуються:

- *редактори формул (вбудовані засоби Word або LaTeX);*
- *графічні редактори (Paint, GIMP, Adobe Photoshop) для підготовки*

*рисуноків та схем.*

## Вимоги до оформлення звітів

При оформленні звітів слід дотримуватися таких загальних вимог:

- чітка структура (титульна сторінка, зміст, теорія, практична частина, висновки);
- єдиний стиль шрифтів і відступів;
- коректна нумерація рисунків, таблиць і формул;
- грамотність і логічність викладу матеріалу.

Використання сучасного програмного забезпечення значно спрощує процес підготовки документації, підвищує її якість та відповідність стандартам. Найбільш універсальними є текстові та табличні процесори, які дозволяють виконувати більшість завдань, пов'язаних зі створенням звітів.

Практична робота складається з двох частин та полягає у використанні основних інструментів для виконання звітної документації, таких як: *Google Docs* та *Google Sheets*.

*Google Docs* — це хмарний текстовий редактор, який дозволяє створювати документи без встановлення додаткового програмного забезпечення. Сервіс підтримує автоматичне збереження, спільне редагування в реальному часі та експорт документів у різні формати (DOCX, PDF тощо).

*Google Sheets* — це хмарний табличний процесор, який дозволяє створювати та редагувати електронні таблиці в режимі онлайн. Сервіс підтримує автоматичне збереження, спільну роботу кількох користувачів, використання формул, функцій та побудову діаграм.

## ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

### **Обладнання та програмне забезпечення:**

- персональний комп'ютер або ноутбук;
- доступ до мережі Інтернет;
- обліковий запис *Google*;
- онлайн-сервіси *Google Docs* та *Google Sheets*.

## ЧАСТИНА 1.

Ознайомитися з онлайн-сервісом *Google Docs*, навчитися створювати, редагувати та оформлювати текстові документи, а також використовувати основні інструменти форматування й спільної роботи.

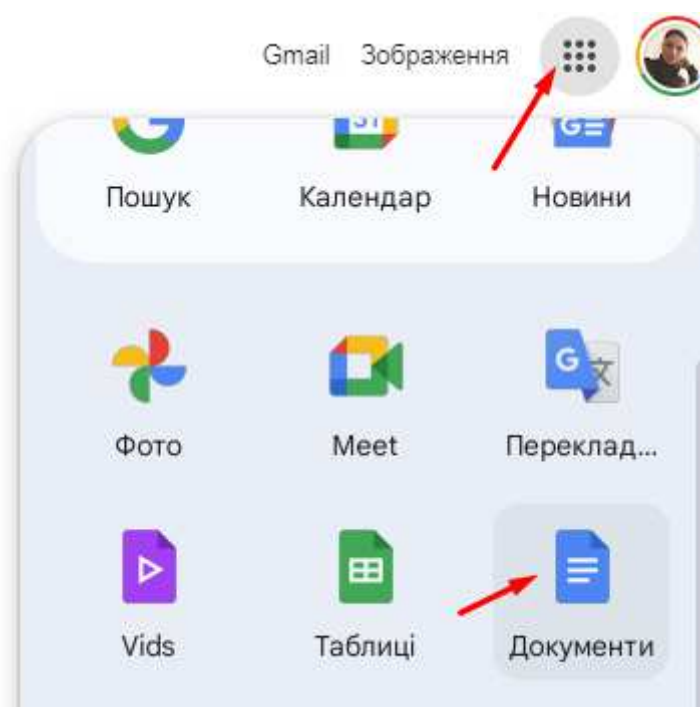
### Хід роботи

Увійти до власного облікового запису Google, використовуючи логін та пароль.

### Крок 1. Перехід до Google Docs

Відкрити веббраузер та перейти за адресою:

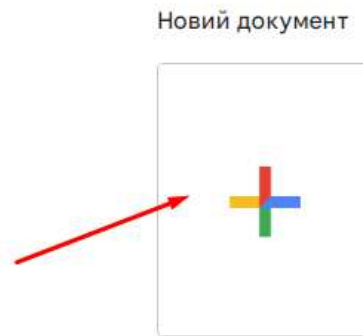
<https://docs.google.com>



*Головна сторінка сервісу Google Docs.*

### Крок 2. Створення нового документа

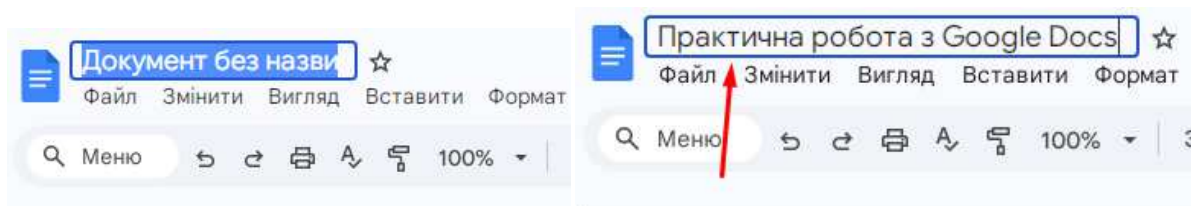
Натиснути кнопку «Створити» → «Документ», після чого відкривається порожній текстовий файл.



*Вибір пункту «Документ».*

### Крок 3. Зміна назви документа

У верхній частині сторінки змінити стандартну назву на «**Практична робота з Google Docs**».

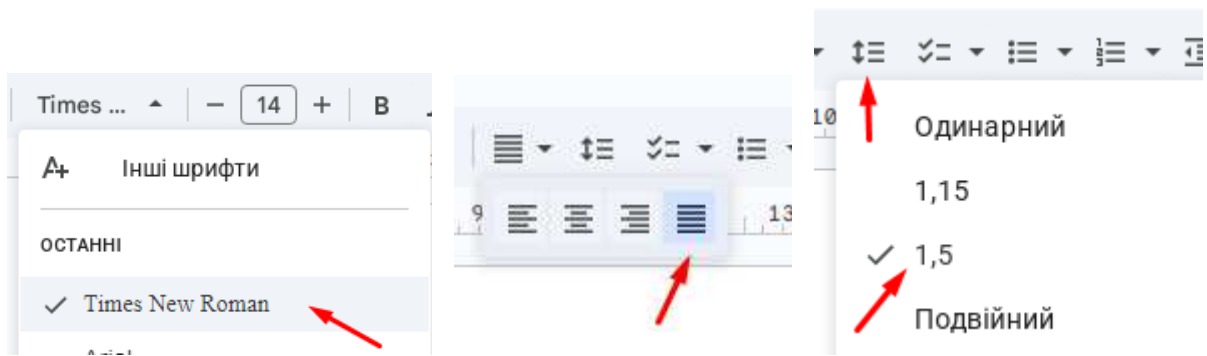


*Поле введення назви документа.*

### Крок 4. Введення та форматування тексту

Ввести основний текст документа та виконати форматування:

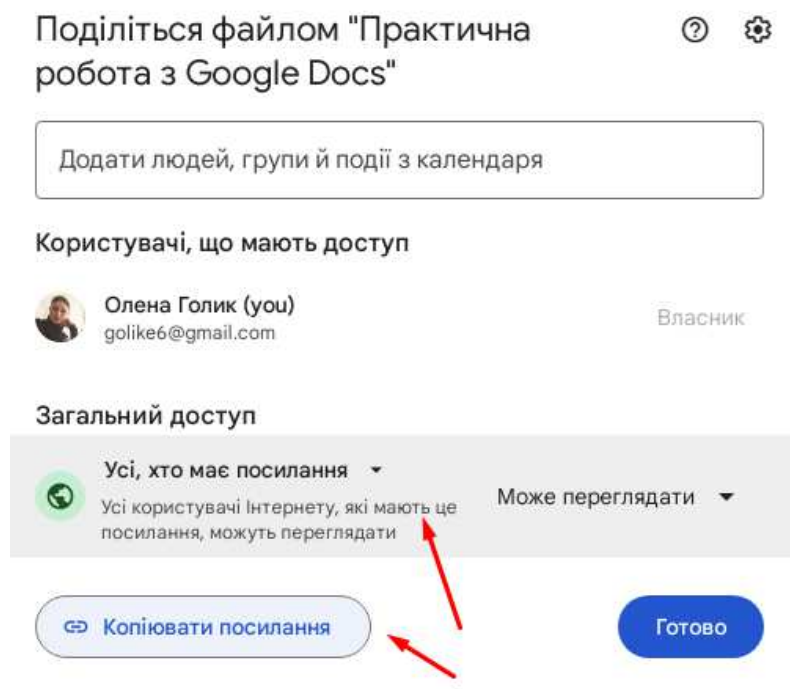
- **шрифт** — Times New Roman;
- **розмір** — 14 pt;
- **міжрядковий інтервал** — 1,5;
- **вирівнювання** — по ширині.



*Панель форматування тексту в Google Docs.*

### **Крок 5. Збереження та спільний доступ**

Документ зберігається автоматично. Для надання доступу натиснути кнопку «**Поділитися**» та вказати електронну адресу іншого користувача.



*Налаштування спільного доступу.*

## ЧАСТИНА 2.

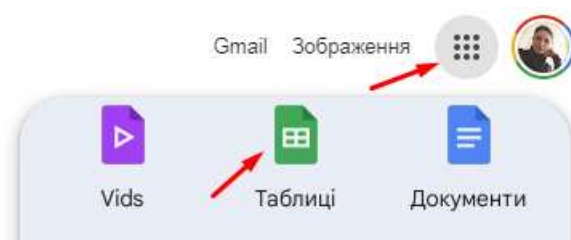
Ознайомитися з онлайн-сервісом **Google Sheets**, навчитися створювати електронні таблиці, вводити та форматовувати дані, виконувати прості обчислення за допомогою формул і будувати діаграми.

### Хід роботи

Увійти до власного облікового запису Google, використовуючи логін та пароль.

#### Крок 1. Перехід до Google Sheets

Відкрити веббраузер та перейти за адресою: **<https://sheets.google.com>**



*Головна сторінка сервісу Google Sheets.*

#### Крок 2. Створення нової таблиці

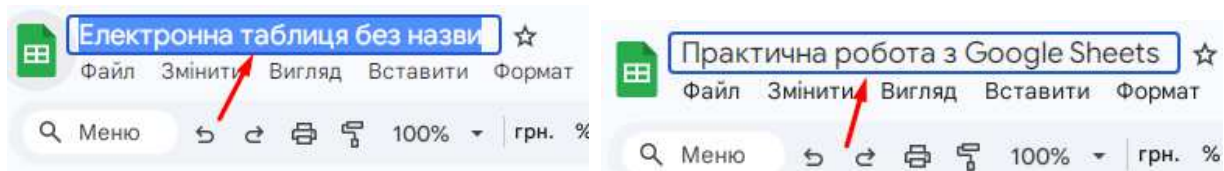
Натиснути кнопку «Створити» → «Таблиця», після чого відкривається порожня електронна таблиця.



*Створення нової таблиці в Google Sheets.*

### Крок 3. Зміна назви документа

У верхній частині сторінки змінити стандартну назву файлу на «Практична робота з Google Sheets».



*Зміна назви документа.*

### Крок 4. Введення вихідних даних

Увести дані до таблиці:

	A	B	C	D
1	Назва	Кількість, шт.	Ціна, грн.	
2	Товар 1	15	24	
3	Товар 2	26	36	
4	Товар 3	18	105	
5				

*Заповнення вихідних даних у таблиці.*

У стовпці **D** обчислити вартість кожного товару, використовуючи формулу  $=B2*C2$ . Для цього достатньо в стовбчику D навпроти рядка Товар 1 натиснути  $=$ . Тоді програма сама запропонує вираз. Або ввести його вручну.

A	B	C	D
Назва	Кількість, шт.	Ціна, грн.	360 ×
Товар 1	15	24	=B2*C2
Товар 2	26	36	
Товар 3	18	105	

Після чого натиснути Enter. В результаті рядки Товар 2 та Товар 3 в стовбчику D заповняться автоматично.

A	B	C	D
Назва	Кількість, шт.	Ціна, грн.	
Товар 1	15	24	360
Товар 2	26	36	936
Товар 3	18	105	1890

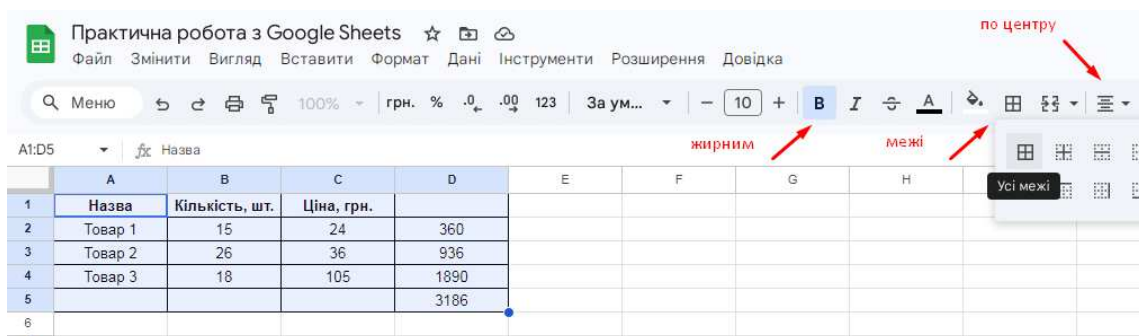
Обчислити загальну суму за допомогою функції =SUM(D2:D4). Для цього достатньо в стовбчику D5 натиснути =. Тоді програма сама запропонує вираз. Або ввести його вручну. Після чого натиснути Enter.

D5		fx =				
	A	B	C	D	E	F
1	Назва	Кількість, шт.	Ціна, грн.			
2	Товар 1	15	24	360		
3	Товар 2	26	36	936		
4	Товар 3	18	105	1890		
5				=SUM(D2:D4)		
6				Табуляція SUM(D2:D4) 3186		
7						

## Крок 5. Форматування таблиці

Виконати форматування:

- зробити заголовки жирним шрифтом;
- додати межі таблиці;
- вирівняти дані по центру.



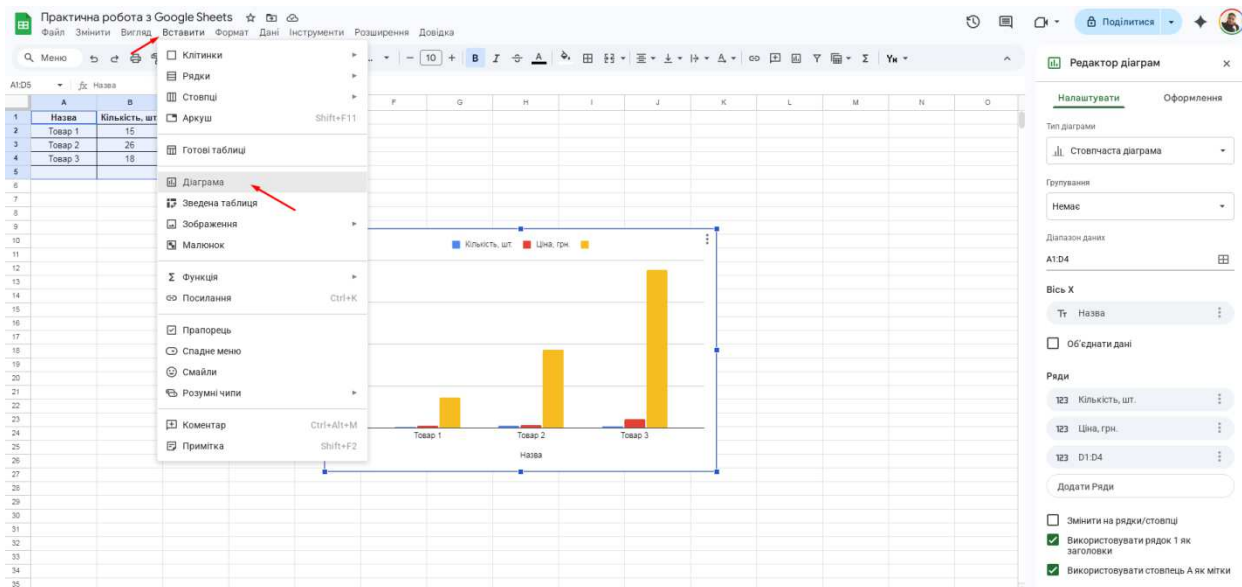
*Відформатована електронна таблиця.*

## Крок 6. Форматування таблиці

Побудувати діаграму на основі введених даних (попередньо виділивши всі рядки та стовбці). (**Вставка** → **Діаграма**). В результаті буде отримано готову діаграму.

A	B	C	D
Назва	Кількість, шт.	Ціна, грн.	
Товар 1	15	24	360
Товар 2	26	36	936
Товар 3	18	105	1890
			3186


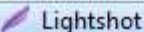
Червона стрілка вказує на область виділення під таблицею, з написом **область виділення**.



## Крок 7. Збереження та спільний доступ

Документ зберігається автоматично. Для надання доступу натиснути кнопку «Поділитися» та вказати електронну адресу іншого користувача або обрати Копіювати посилання.

Виконувати скріншоти екрану дуже зручно за допомогою програми

Lightshot  Lightshot . Після встановлення на ПК при натисканні кнопки на клавіатурі PrintScreen з'явиться поле за допомогою якого можна обрати необхідний фрагмент екрану та скопіювати його або зберегти на ПК.

## СКЛАД ЗВІТУ:

1. Титульний аркуш
2. Назва і мета роботи.
3. Результати виконання завдання.
4. Висновки

Звіт з практичної роботи повинен бути виконаний на аркушах формату А4 (297\*210 мм).

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Які основні програмні інструменти використовують для виконання та оформлення звітів?
2. Що таке хмарні сервіси і які їх переваги?
3. Як здійснюється доступ до файлів у Google Docs і Google Sheets?
4. Як створити новий документ у Google Docs? Як змінити форматування тексту (шрифт, розмір, вирівнювання)?
5. Як експортувати документ у формат PDF або Word?
6. Що таке електронна таблиця і з яких елементів вона складається? Як вводити та редагувати дані в клітинках?
7. Як створити діаграму на основі даних?
8. Які переваги використання Google Docs і Sheets у навчанні?
9. Які існують обмеження або недоліки цих сервісів?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2

### СТВОРЕННЯ ТАБЛИЦЬ ТА ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ЗА ДОПОМОГОЮ MICROSOFT WORD ТА MICROSOFT EXCEL

*Мета роботи:* Ознайомити з поняттям електронної таблиці; навчити завантажувати і зберігати файли в Microsoft Excel. Сформувати навички створення простих таблиць в програмі Microsoft Excel. Навчитися будувати залежності у вигляді графіка за допомогою Microsoft Word та Microsoft Excel.

## ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Електронна таблиця – це програма, що моделює на екрані двовимірну таблицю, яка складається з рядків і стовпців. Основним призначенням електронної таблиці є введення даних до комірок й обробка їх за формулами.

Однією з найзручніших електронних таблиць є програма Microsoft Excel.

#### *Способи запуску Microsoft Excel:*

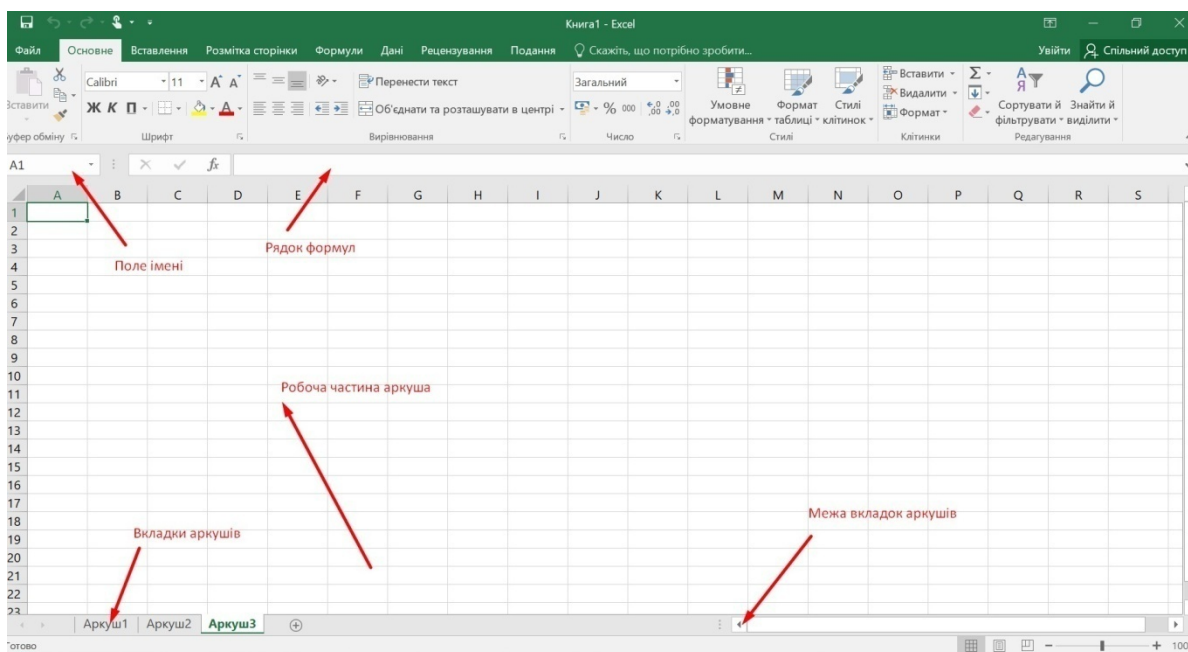
- завантаження програми Excel через головне меню;
- клацання по позначці Excel на панелі Microsoft Office;
- подвійне клацання по піктограмі Excel на робочому столі або клацання правою кнопкою миші по піктограмі Excel і потім по опції Відкрити з контекстного меню;
- Запуск Excel із вікна Цей ПК або Файловий провідник (подвійне клацання по позначці файла Excel.exe, що звичайно міститься в папці Program Files\Microsoft Office\Office).

#### *Елементи інтерфейсу*

- Рядок формул – це панель у верхній частині вікна Excel, що використовується для введення і редагування змісту комірки. Змістом комірки може бути як постійне значення, так і формула.
- Поле імені – це текстове поле ліворуч від рядка формул, у якому відображається ім'я виділеної комірки або елемент діаграми. У цьому полі можна швидко перевизначити ім'я комірки.
- Робоча частина аркуша – це графічне зображення електронних таблиць. Робоча частина складається з комірок і заголовків рядків і стовпців.
- Вкладки аркушів – елементи, розташовані в нижній частині вікна. Клацання по будь-якій з вкладок відкриває відповідний аркуш робочої книги.
- Межа вкладок аркушів - вертикальна риска праворуч від вкладок аркушів, що визначає розмір ділянки вкладок. Потягнувши за цю межу, можна змінити розмір ділянки вкладок.

Кожний документ у Excel називається робочою книгою. Книга в Excel є файлом, призначеним для збереження й обробки даних. Робоча книга складається з пронумерованих аркушів (Аркуш1, Аркуш 2 тощо), розмічених сіткою ліній. Імена аркушів відображаються на вкладках (ярличках) у нижній частині вікна книги над рядком стану. Працюючи з книгою, можна переходити

з одного аркуша на інший, клацнувши мишею по ярличку потрібного аркуша. Аркуш, що у даний момент відкритий у вікні Excel, називається активним. Робочий аркуш являє собою сукупність рядків і стовпців, які, у свою чергу і складаються з комірок. Комірка - це мінімальний елемент електронної таблиці. Комірка має адресу, яка складається з імені стовпця і імені рядка, на перехресті яких розташована дана комірка. До комірки може вводиться різна інформація, що відображається у вигляді тексту або числа.



### *Внесення даних*

Для введення інформації потрібно клацнути по комірці мишею. Комірку при цьому буде виділена, тобто обведена жирною рамкою, а в правому нижньому куті рамки з'явиться маленький квадратик - маркер заповнення. Виділена комірка називається поточною або активною. Заголовки рядка і стовпця, на перехресті якій розташована активна комірка, виділяються напівжирним шрифтом. Адреса поточної комірки відображається в полі імені.

Чимало операцій в Excel можна виконувати не тільки над окремими, а й над багатьма комірками. До таких операцій належать копіювання і переміщення даних, форматування комірок, обробка даних різних комірок чи однією

формулою (наприклад, додавання або знаходження максимального значення).

Сукупність комірок електронної таблиці називається діапазоном. Найчастіше на практиці доводиться працювати з прямокутними діапазонами. Щоб активізувати прямокутний діапазон, треба клацнути лівою кнопкою миші по будь-якій кутовій комірці діапазону і, не відпускаючи кнопки, протягнути покажчик до іншої кутової комірки, розташованої по діагоналі прямокутника. Виділений прямокутний діапазон буде обведений жирною рамкою, що містить маркер заповнення. Можливі два варіанти введення даних із клавіатури: введення безпосередньо до комірки і введення в рядок формул.

Для введення безпосередньо до комірки треба клацнути по потрібній комірці мишею і почати введення з клавіатури. Після завершення введення натиснути клавішу Enter або клавішу керування курсором (або клацнути мишею поза активною коміркою).

Для введення в рядок формул треба клацнути мишею по потрібній комірці, а потім клацнути у текстовому полі по рядку формул. Набрати необхідні дані і натиснути клавішу Enter.

Якщо зроблено помилковий запис, але курсор ще залишається в активній комірці або у рядку формул, то можна просто натиснути клавішу Esc або кнопку Відмінити на панелі інструментів. Якщо ж введення даних до комірки вже завершено (клавіша Enter була натиснута), то для очищення комірки треба виділити її і натиснути клавішу Delete або Backspace. При введенні даних Excel автоматично розпізнає числа, текст, дати, логічні значення тощо. Всі ці типи значень записуються в комірках Excel згідно з певними правилами, які визначаються форматом даних.

#### *Заміна даних*

Можна скористатись одним із таких прийомів:

- для заміни даних на нові виділити комірку і набрати у ній нові дані;
- для редагування усередині комірки клацнути мишею по комірці і потім зробити подвійне клацання по комірці або натиснути F2;

- для редагування у рядку формул активізувати потрібну комірку, клацнути у рядку формул і змінити дані.

Завершується редагування натисканням на клавішу Enter або клацанням поза коміркою, що редагується.

### *Переміщення і копіювання даних*

Операції переміщення і копіювання даних можуть здійснюватися в Excel за допомогою двох стандартних засобів – це Drag and Drop і буфер обміну. Крім того, для копіювання в Excel передбачений спеціальний засіб - маркер заповнення.

*Drag and Drop.* Це найпростіший спосіб переміщення і копіювання даних. Для виділення треба виділити первинний діапазон комірок і навести покажчик миші на жирну рамку межі діапазону. Коли покажчик набуде форми стрілки, натиснути ліву кнопку миші (при переміщенні даних) або ліву кнопку і клавішу Ctrl (при копіюванні). У останньому випадку до стрілки покажчика додається невелика позначка «+», що означає копіювання. Перетягнути зображення комірок у нове положення і відпустити кнопку миші.

*Буфер обміну.* При операціях переміщення і копіювання через буфер обміну треба виділити первинні комірки, потім виконати команду меню Вирізати/Копіювати/Вставити. Для команд Вирізати та Копіювати можна використовувати звичайні комбінації клавіші: Ctrl+X і Ctrl+C відповідно. Потім клацнути мишею по кутовій (лівій верхній) комірці цільового діапазону й обрати команду Вставити або Ctrl+V.

### *Вставка рядків і стовпців*

Для вставки одного рядка виділити будь-яку комірку у рядку, над якою потрібно вставити новий рядок, виконати команду **Додати клітинки**. Аналогічно можна вставити декілька рядків (число вставлених рядків дорівнюватиме числу виділених по вертикалі комірок), рис. 1. Аналогічним чином можна видалити комірку, рядок чи стовпець, рис .2

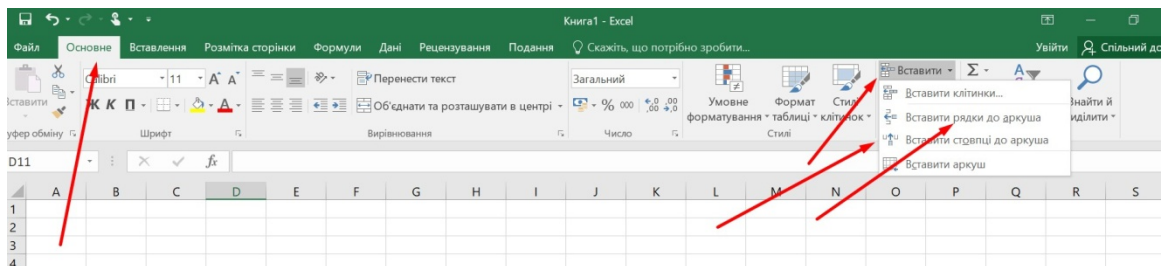


Рисунок 1

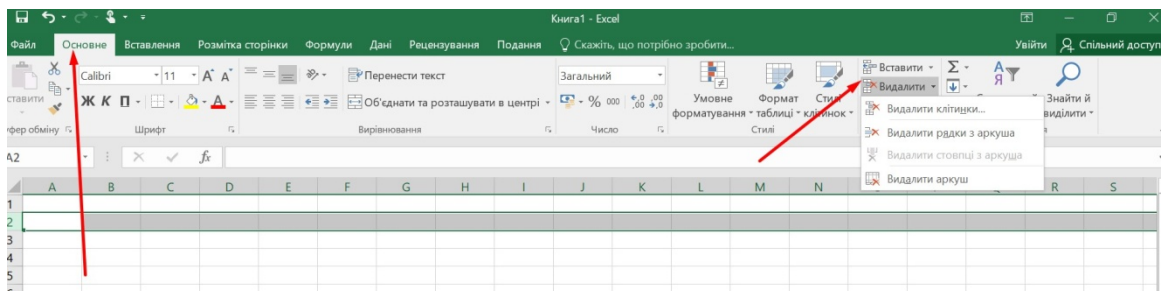


Рисунок 2

### *Автозаповнення*

Істотно спростити введення даних до електронної таблиці можна за допомогою засобу автозаповнення, що забезпечує заповнення комірок даними з визначених послідовностей, передбачених в Excel. Такими послідовностями є, зокрема, дні тижня, назви місяців, прогресії. Для заповнення комірок в такий спосіб треба навести покажчик миші на маркер заповнення комірки і протягти маркер до потрібної комірки. При перетяганні відбувається виділення діапазону комірок, в яких з'являються відповідні записи. Утримуючи Ctrl при перетяганні, можна заповнити комірку послідовностями.

### *Типи даних і їх представлення*

В комірки робочого аркуша можна вводити дані різних типів. Кожен з цих типів програма Excel відображає і обробляє по-різному.

### *Введення текстових даних*

Текст в Excel – це будь-яка комбінація символів: літер, цифр, пробілів, знаків пунктуації тощо.

Щоб побачити на екрані вміст комірки цілком, треба розширити

відповідний стовпець, двічі клацнувши на правій межі заголовка стовпця. Відмінна риса текстових даних – їх автоматичне вирівнювання до лівого краю комірок.

#### *Введення числових значень*

Числові значення в Excel можуть складатися з цифр від 0 до 0 і спеціальних символів: знаків “+”, “-”, “/”, “%”, десяткової коми, пробілу, круглих дужок та символів різних грошових одиниць, а також датою та часом.

Число, введене в комірку, автоматично вирівнюється по правій стороні.

Якщо треба ввести від’ємне число, його слід помістити в круглі дужки, або позначити знаком “-”. Якщо перед числовим значенням ввести символ апострофа, програма буде сприймати його як текст.

#### *Введення дати і часу*

Програма Excel обробляє значення дати і часу в електронній таблиці як числа, а не текст. Це дозволяє використовувати значення дати і часу як аргументи для формул, що було б неможливо, якби вони були текстом.

Дуже часто в теорії систем виникає необхідність визначення залежності однієї величини від іншої. Зазвичай цю залежність визначають за допомогою графіків. На основі отриманих залежностей визначають основні показники та характеристики систем різного призначення.

### **Приклад**

Необхідно визначити залежність швидкості вітру від місяця року. Вихідні дані наведені в табл. 1.

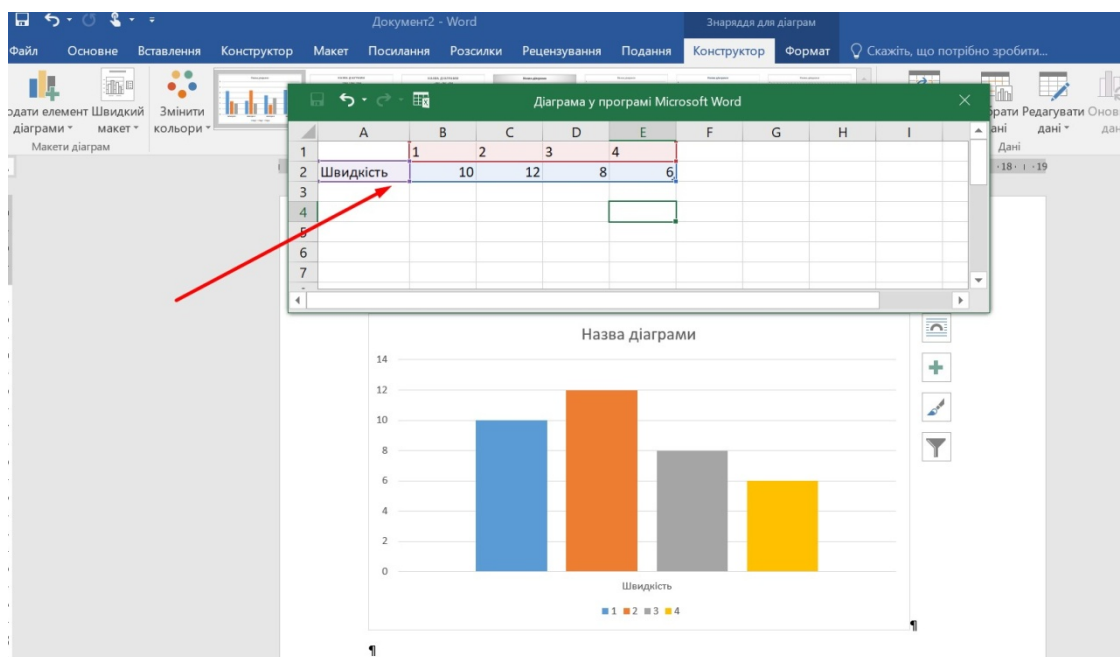
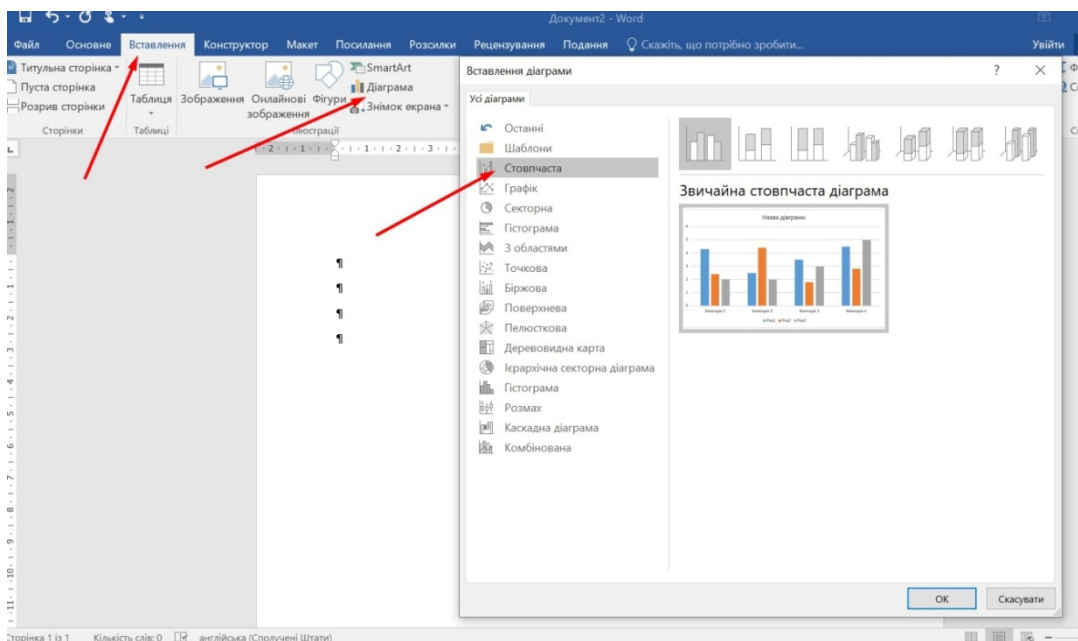
**Таблиця 1**

**Залежність швидкості вітру від місяця року**

<b>Місяць</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>Швидкість, м/с</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>13</b>	<b>15</b>

*Розв'язок.* За допомогою пакету MO Word.

1. Завантажити програмний пакет MO Word та створити новий файл.
2. В меню **Вставлення** обираємо **Діаграма**. Одразу обираємо тип діаграми **Стовпчаста**. З'явиться діаграма та таблиця даних для побудови залежності. Необхідно ввести дані в таблицю, рис. 3. Далі таблицю необхідно доповнити інформацією. В результаті отримуємо готову діаграму залежності швидкості вітру від місяця року, рис. 4.



*Рисунок 3*



Рисунок 4

Розв'язок. За допомогою пакету МО Excel.

1. Завантажити МО Excel та створити новий файл. У вікні, яке відкрилося, ввести дані, як показано на рис. 5.

Місяць	Швидкість
січень	10
лютий	12
березень	8
квітень	6
травень	10
червень	7
липень	5
серпень	8
вересень	9
жовтень	11
листопад	13
грудень	15

Рисунок 5

2. Виділити обидва стовпці з даними та в меню **Вставлення** обрати тип діаграми **Плоска лінійчата діаграма** (графік), рис. 6

3. У вікні, що з'явилося, в меню **Конструктор** можна обрати бажаний вигляд діаграми, рис. 7 та рис. 8.

4. Далі необхідно додати до графіка підписи даних. Наводимо курсор на графік та правою кнопкою мишки вибираємо **Додати підписи даних**, рис. 9. Готовий графік буде мати вигляд, показаний на рис. 10.

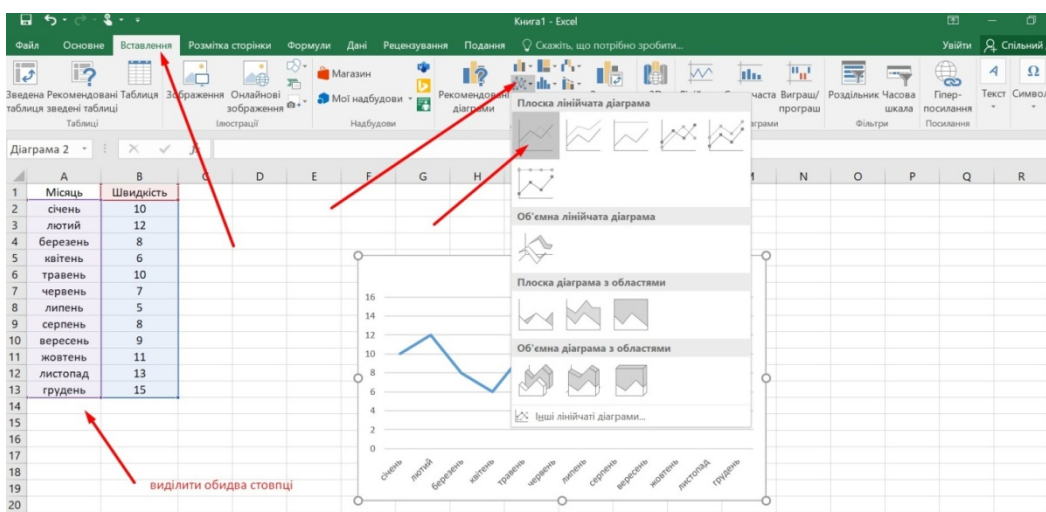


Рисунок 6

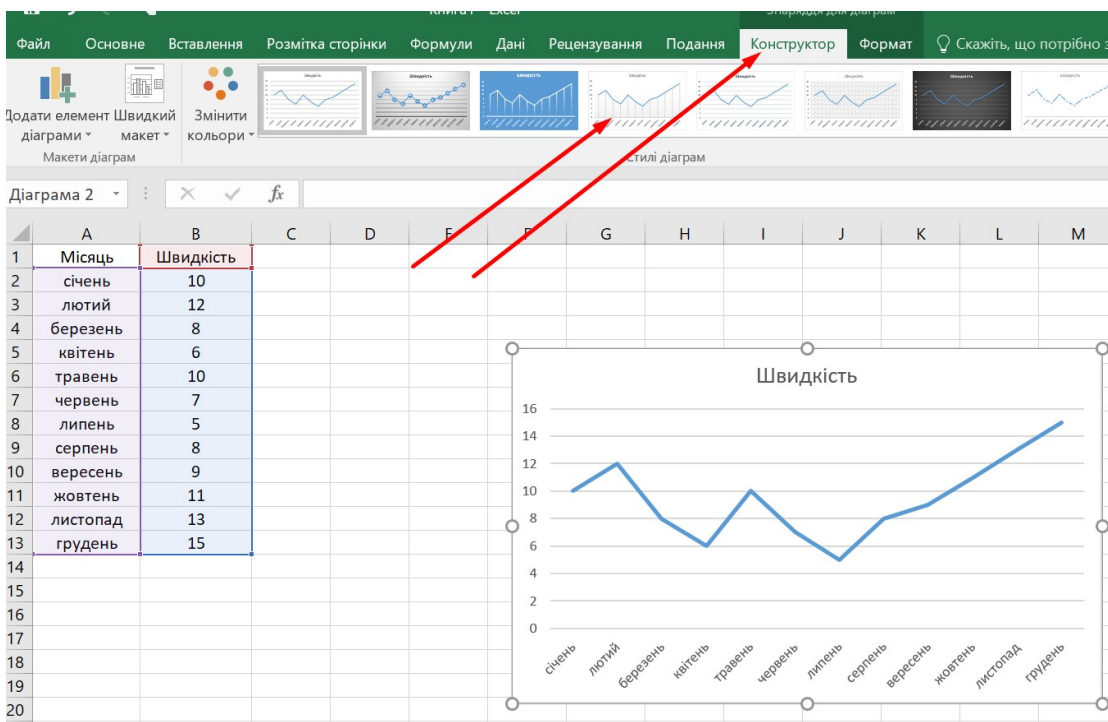


Рисунок 7

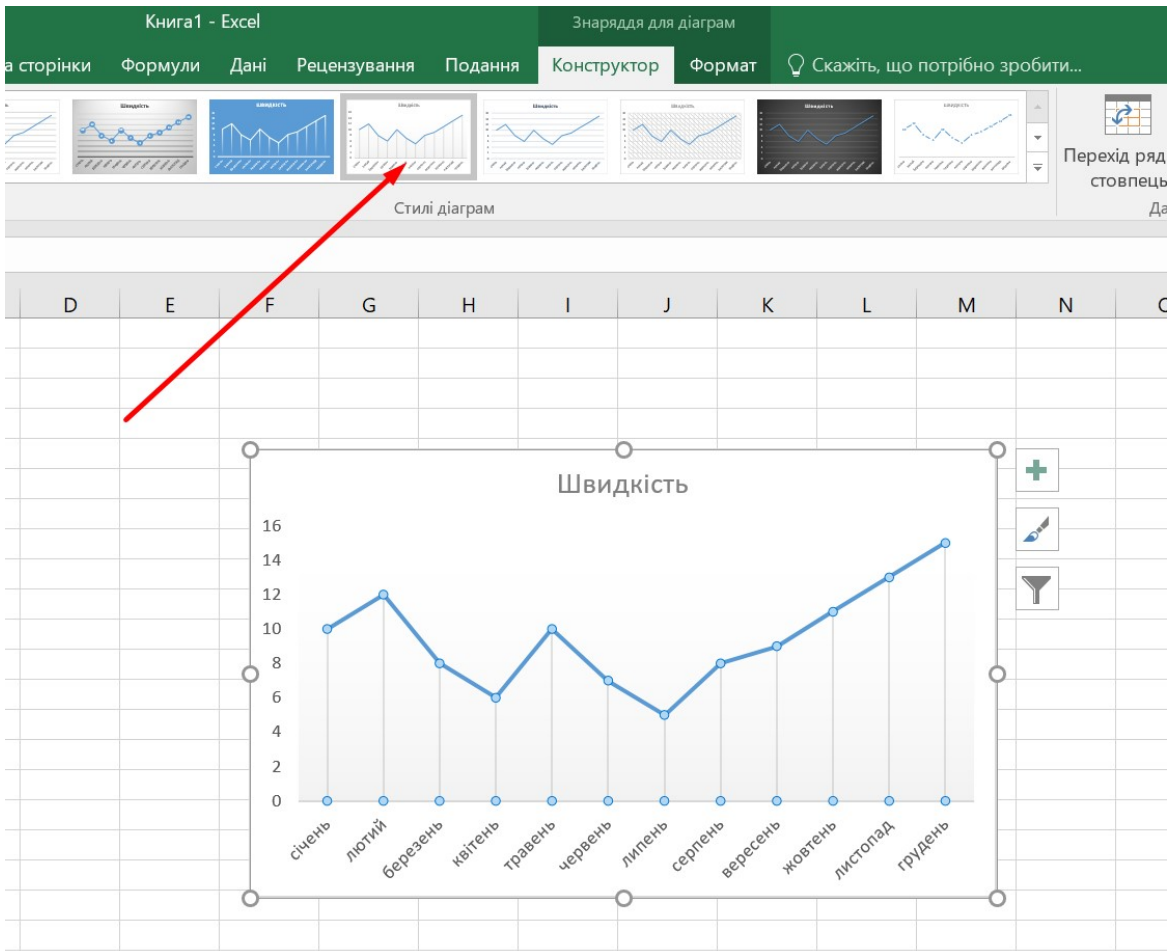


Рисунок 8

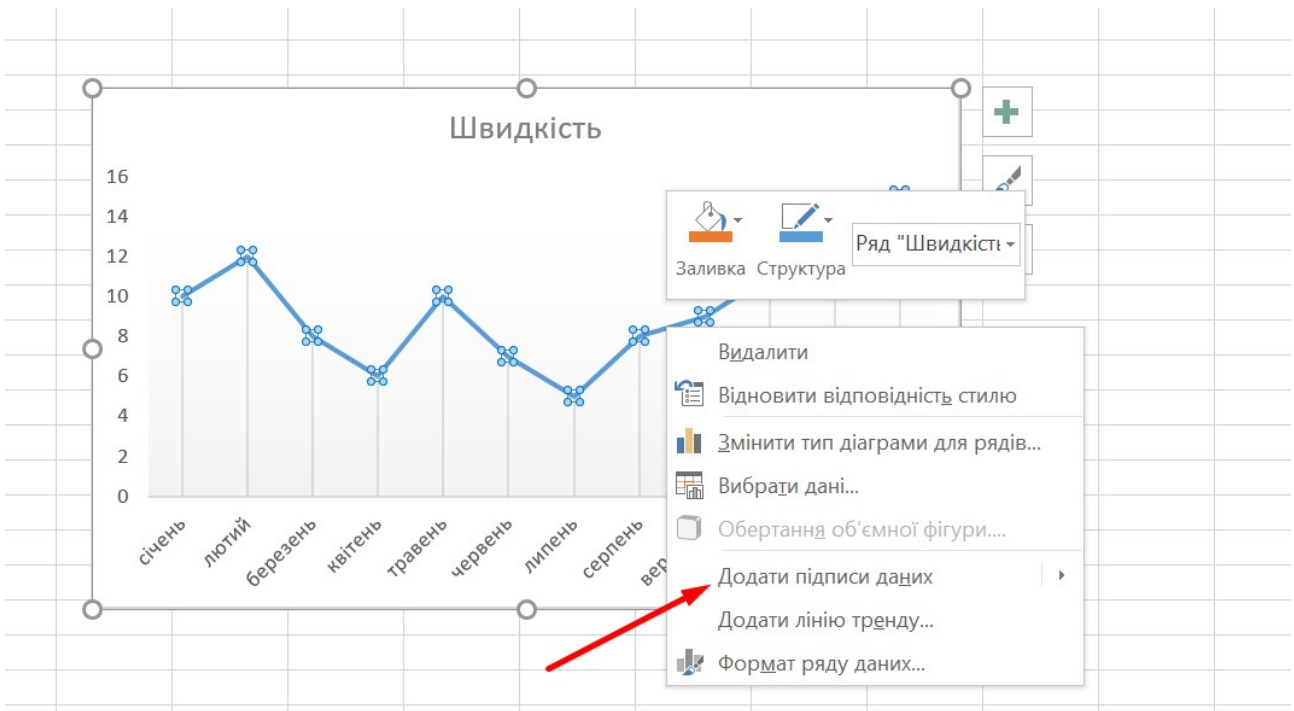


Рисунок 9

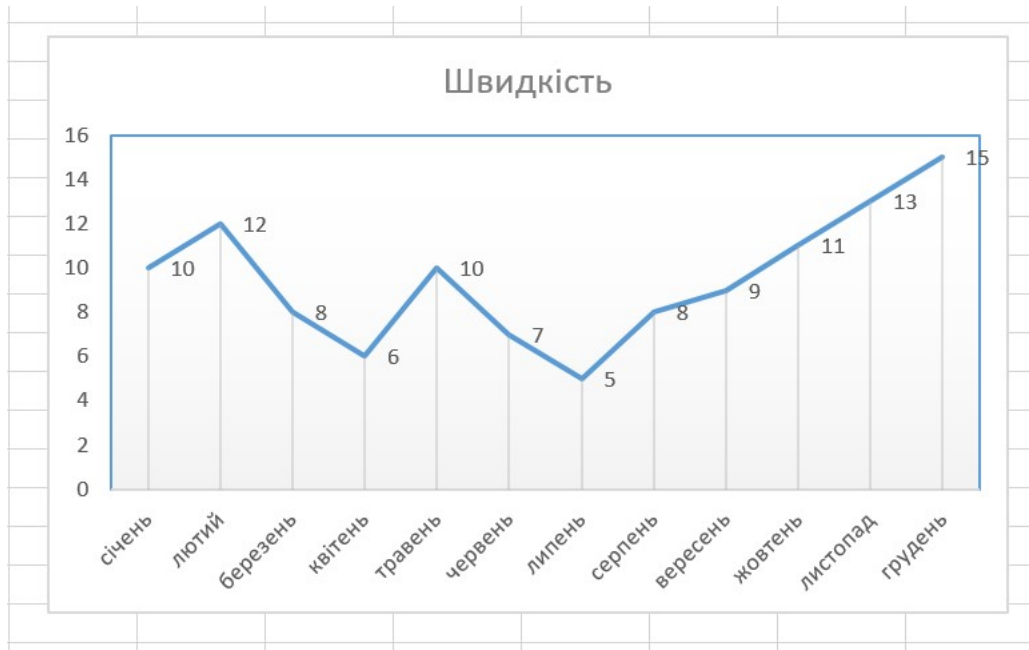


Рисунок 10

Як бачимо, за допомогою МО Excel зручніше та простіше будувати графіки залежності однієї величини від іншої.

## ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

### ЧАСТИНА 1. Введення даних.

1. Запустити програму Microsoft Excel.
2. Створити нову робочу книгу. Встановити у ній п'ять робочих аркушів.
3. Внести наступні дані (під час введення значень стовпчика №з/п скористатись автозаповненням):

№ з/п	ППП	Код відділу	Кіл-ть відпр. днів	Оклад, грн	Нараховано, грн
1	Іванов М.С.	0	23	485,75	
2	Сидоренко І.В.	0	24	356,42	
3	Сірянський Ф.П.	0	20	1021,56	

4	Рогоза К.К.	2	21	564,47	
5	Градова Т.В.	1	22	250,84	
6	Ліпач Н.П.	0	20	401,95	
7	Ляліна В.Є.	2	26	467,52	

4. Змінити значення комірки B2 з Іванов М.С. на Іванов С.С.

5. Між стовпчиками Оклад, грн. та Нараховано, грн. вставити новий стовпчик Премія, грн. Заповнити відповідні комірки:

6.

Іванов С.С. – 100 грн.

Сидоренко І.В. – 125 грн.

Рогоза К.К. – 150 грн.

Ляліна В.Є. – 100 грн.

7. Встановити перед першим рядком порожній рядок. До комірки A1 ввести текст: *Платіжно-розрахункова відомість*.

8. Об'єднати комірки блоку A1:N1.

9. Змінити ширину стовпчиків так, щоб було видно значення кожної комірки.

10. Перейменувати робочий аркуш Аркуш1 на Зведена\_відомість, робочий аркуш Аркуш2 на Нараховано\_вересень.

11. Доповнити таблицю на аркуші Зведена\_відомість даними з таблиці:

<b>Аванс, грн.</b>	<b>Податок з доходів, грн.</b>	<b>Пенсійний фонд, грн.</b>	<b>Профвнески, грн.</b>	<b>Сума до видачі, грн.</b>

12. Зберегти документ.

## ЧАСТИНА 2. Побудова графіків.

Побудувати графіки залежності для задач, згідно варіанту, за допомогою MO Word та MO Excel. Порівняти результати.

*Варіант 1.* Визначити залежність продуктивності обладнання від часу.

Продуктивність, дет.	100	120	140	200	100	170	160	190	204	115	155	143	175	100	110
Час, год	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

*Варіант 2.* Визначити залежність інтенсивності сонячної радіації від часу доби.

Інтенсивність, Вт/м <sup>2</sup>	0	0	0	0	0	0	30	50	75	115	200	270
Час, год.	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Інтенсивність, Вт/м <sup>2</sup>	340	400	550	600	420	350	253	200	120	100	0	0
Час, год.	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

*Варіант 3.* Визначити залежність заробітної плати протягом року.

Заробітна плата, грн.	775	2100	650	1810	1000	2020	1485	1250	3000	2300	1150	832
Місяці	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

### СКЛАД ЗВІТУ:

1. Титульний аркуш
2. Назва і мета роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Хід виконання самостійного завдання, згідно з варіантом. Графіки побудовані обома методами.
5. Результати виконання завдання.
6. Висновки

Звіт з практичної роботи повинен бути виконаний на аркушах формату А4 (297\*210 мм).

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

- 1) Які основні елементи інтерфейсу програми Microsoft Excel?
- 2) Що таке робоча книга? Що таке діапазон? Як виділити прямокутний діапазон?
- 3) Для чого використовується автозаповнення?
- 4) Як видалити рядок? Як видалити стовпець?
- 5) Як змінити кількість робочих аркушів у робочій книзі?
- 6) З чого складається робоча частина аркуша?
- 7) Як розпізнати в електронній таблиці текстові дані? Числові дані?
- 8) Як вводиться в комірку значення дати? Як вводиться в комірку значення часу?
- 9) Як скомбінувати в комірці значення дати і часу?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3

### ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ. ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАДАЧІ

*Мета роботи:* ознайомитися з основними принципами побудови математичної моделі задачі лінійного програмування.

### ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Припустимо, що в  $m$  – мірному просторі  $E_m$  необхідно обрати такий вектор  $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ , який задовольняє наступним обмеженням:

$$\begin{cases} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{im}x_m \leq b_i, \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{km}x_m = b_k, \\ a_{p1}x_1 + a_{p2}x_2 + \dots + a_{pm}x_m \geq b_p \end{cases}, \quad (1)$$

$i \neq k \neq p,$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad b_i \geq 0, \quad b_k \geq 0, \quad b_p \geq 0.$$

для якого досягається мінімум лінійної функції, тобто:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_m) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_m x_m, \quad (2)$$

та визначити значення цього мінімуму.

Наведені вище співвідношення (1) та (2) є лінійними, тому їх можна вважати загальною формою запису задачі лінійного програмування (ЗЛП).

Функцію  $F = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  називають – *цільовою функцією (ЦФ)*, а множину точок  $\vec{X} \in U$ , на якій відбувається пошук мінімуму або максимуму ЦФ – *множиною допустимих рішень*. Ця множина описується системою обмежень (1) та представляє собою опуклий багатокутник або багатогранник.

### Приклади задач лінійного програмування.

**ЗАДАЧА 1.** Для виготовлення трьох видів виробів А, В, та С використовують токарне, фрезерне, зварювальне та шліфувальне обладнання. Витрати часу на обробку одного виробу для кожного з типів обладнання представлено в табл.1. Також в табл. 1 наведено загальний фонд робочого часу кожного з типів обладнання, що використовується, а також прибуток від реалізації одного виробу кожного виду.

**Таблиця 1**

Тип обладнання	Витрати часу на обробку одного виробу виду			Загальний фонд робочого часу обладнання
	А	В	С	
Фрезерне	2	4	5	120
Токарне	1	8	6	280
Зварювальне	7	4	5	240
Шліфувальний	4	6	7	360
Прибуток	10	14	12	

Необхідно визначити, яку кількість виробів та якого виду слід виготовити підприємству, для того щоб прибуток від їх реалізації був максимальним. Побудувати математичну модель задачі.

Розв'язок. Припустимо, що буде виготовлено  $x_1$  одиниць виробу виду А,  $x_2$  одиниць – виду В та  $x_3$  одиниць – виду С. Тоді для виробництва такої кількості виробів необхідно витратити  $2x_1 + 4x_2 + 5x_3$  верстато-годин фрезерного обладнання. Оскільки загальний фонд робочого часу верстатів даного типу не може перевищувати 120, то повинна виконуватись нерівність:

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120$$

Аналогічні міркування відносно можливого використання токарного, зварювального та шліфувального обладнання наведені нижче:

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120$$

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280$$

$$7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240$$

$$4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360$$

Оскільки кількість виробів, що виготовляється не може бути від'ємною, то

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \quad (1)$$

прибуток від реалізації виробів видів А, В та С становитиме  $F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3$ .

Таким чином, приходимо до наступної математичної задачі: система

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120 \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280 \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240 \\ 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360 \end{cases} \quad (2)$$

З чотирьох лінійних нерівностей та трьома невідомими  $x_j$  ( $j = \overline{1,3}$ ) та лінійна функція відносно цих змінних

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3, \quad (3)$$

Необхідно серед всіх невід'ємних розв'язків системи нерівностей (2) знайти такий розв'язок, при якому функція (3) буде мати максимальне значення.

Лінійна функція (3), максимум якої необхідно визначити, разом з системою нерівностей (2) та умовою невід'ємності змінних (1) утворюють математичну модель початкової задачі.

**ЗАДАЧА 2.** Міський молочний завод виготовляє продукцію: молоко, кефір та сметану, які розфасовано в пляшки. Для виробництва 1 т. Молока, кефіру та сметани необхідно 1010, 1010 та 9450 кг молока відповідно. При цьому витрати робочого часу при розливі 1 т. Молока та кефіру складають 0,18 та 0,19 машино-годин. При розфасовці 1 т. Сметани використовують спеціальні автомати протягом 3,25 годин. Взагалі для виробництва цієї продукції завод може використовувати 136000 кг молока. Основне обладнання може бути використано протягом 21,4 машино-годин, а автомати для розфасовки сметани протягом 16,25 годин. Прибуток від реалізації 1 т. Молока, кефіру та сметани дорівнює 30, 22 та 136 грн. відповідно. Завод повинен щоденно виготовляти не менше 100 т. Молока, розфасованого в пляшки. На виробництво іншої продукції обмежень немає.

Необхідно визначити, яку продукцію і в якій кількості необхідно щоденно виготовляти заводу, для того щоб прибуток від її реалізації був максимальним. Побудувати математичну модель задачі.

Розв'язок. Припустимо, що молочний завод буде щоденно виготовляти  $x_1$  тон молока,  $x_2$  тон кефіру та  $x_3$  тон сметани. Тоді для виготовлення цієї продукції необхідно  $1010x_1 + 1010x_2 + 9450x_3$  тон молока.

Оскільки завод може використовувати щоденно не більше 136000 тон молока, то повинна виконуватись нерівність:

$$1010x_1 + 1010x_2 + 9450x_3 \leq 136000$$

Аналогічні міркування, щодо відносно можливого використання основного обладнання та автоматів для розфасовки сметани, дозволяють записати наступні нерівності:

$$\begin{aligned} 0,18x_1 + 0,19x_2 &\leq 21,4 \\ 3,25x_3 &\leq 16,25 \end{aligned}$$

Оскільки щоденно повинно виготовлятися не менше 100 тон молока, то  $x_1 \geq 100$ , а змінні  $x_2$  та  $x_3$  можуть приймати лише невід'ємні значення, то  $x_2 \geq 0$  та  $x_3 \geq 0$ .

Загальний прибуток від реалізації  $x_1$  тон молока,  $x_2$  тон кефіру та  $x_3$  тон сметани дорівнює  $30x_1 + 22x_2 + 136x_3$  грн. Таким чином, маємо наступну математичну задачу: система

$$\begin{cases} 1010x_1 + 1010x_2 + 9450x_3 \leq 136000 \\ 0,18x_1 + 0,19x_2 \leq 21,4 \\ 3,25x_3 \leq 16,25 \\ x_1 \geq 100 \end{cases}, \quad (4)$$

Лінійна функція відносно цих змінних:

$$F = 30x_1 + 22x_2 + 136x_3, \quad (5)$$

Необхідно серед всіх невід'ємних розв'язків системи нерівностей (4) знайти такий розв'язок, при якому функція (5) приймає максимальне значення.

### Постановка ЗЛП в канонічній формі

Якщо ввести додаткові змінні  $x_{m+q} \geq 0$ ,  $q = 1, 2, \dots, n - m$ , то всі обмеження нерівності можна записати у вигляді рівностей. Таким чином, будь-яка ЗЛП може бути записана в канонічному вигляді:



Кількість додаткових невід'ємних змінних при перетворенні обмежень-нерівностей до обмежень-рівностей дорівнює кількості нерівностей, які необхідно перетворити.

### Приклади

ЗАДАЧА 3. Записати у формі основної ЗЛП наступну задачу: знайти максимум функції  $F = 3x_1 - 2x_2 - 5x_4 + x_5$  при умовах:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 - x_4 + x_5 \leq 2, \\ x_1 - x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 3, \\ 2x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 \leq 6, \\ x_1 + x_4 - 5x_5 \geq 8, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0. \end{cases}$$

*Розв'язок.* В даній задачі необхідно знайти максимум функції, а система обмежень має 4 нерівності. Отже, щоб записати її у формі основної задачі (канонічному вигляді), необхідно перейти від обмежень-нерівностей до обмежень-рівностей. Оскільки кількість нерівностей, які входять в систему обмежень задачі, дорівнює 4, то цей перехід може бути здійснено введенням чотирьох додаткових невід'ємних змінних. В результаті обмеження приймають вигляд:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 - x_4 + x_5 + x_6 = 2, \\ x_1 - x_3 + 2x_4 + x_5 + x_7 = 3, \\ 2x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 + x_8 = 6, \\ x_1 + x_4 - 5x_5 - x_9 = 8, \\ x_1, x_2, \dots, x_9 \geq 0. \end{cases}$$

ЗАДАЧА 4. Записати задачу у формі основної ЗЛП, яка має функцію мінімізації  $F = -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4$ , при умовах:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \geq 8, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 10, \\ -x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 15, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$$

*Розв'язок.* В даній задачі необхідно знайти мінімум ЦФ, а система обмежень має 3 нерівності. Отже, для того щоб записати її у формі основної задачі, замість знаходження мінімуму функції  $F$  необхідно знайти максимум функції  $F_1 = -F$  при обмеженнях вихідної задачі.

Таким чином, вихідна задача може бути записана у вигляді основної ЗЛП так: знайти максимум функції  $F_1 = x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4$  при умовах:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_6 = 8, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_7 = 10, \\ -x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 15, \\ x_1, x_2, \dots, x_7 \geq 0. \end{cases}$$

### **Задачі для самостійної роботи**

*Перша частина.* Побудувати математичну модель задачі.

*Варіант 1.* Кондитерська фабрика для виробництва трьох видів карамелі А, В та С використовує три види основної сировини: цукровий пісок, патоку та фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1 тони карамелі даного виду наведено в таблиці. Також в таблиці вказана загальна кількість сировини кожного виду, яке може бути використано фабрикою, а також наведено прибуток від реалізації 1 тони карамелі даного виду.

Знайти план виробництва карамелі, який забезпечує максимальний прибуток.

Вид сировини	Норми витрат сировини на 1 тону карамелі			Загальна кількість сировини
	А	В	С	
Цукровий пісок	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,4	0,4	0,3	600
Фруктове пюре	-	0,1	0,1	120
Прибуток від реалізації 1 тони продукції, грн..	108	112	126	

*Варіант 2.* При вирощуванні тварин кожна тварина щоденно повинна отримати не менше 60 одиниць поживних речовин А, не менше 50 од. речовин виду В та не менше 12 од. речовини С. Вказані поживні речовини вміщують три типи корму. Вміст одиниць поживних речовин в 1 кг кожного з видів корму наведено в наступній таблиці.

Поживні речовини	Кількість одиниць поживних речовин в 1 кг корму		
	І	ІІ	ІІІ
А	1	3	4
В	2	4	2
С	1	4	3

Скласти денний раціон, який забезпечує отримання необхідної кількості поживних речовин при мінімальних грошових витратах, якщо вартість 1 кг корму типа І = 9 грн., корму ІІ типу – 12 грн. та корму ІІІ типу = 10 грн.

*Частина друга.* Записати задачі у формі основної ЗЛП.

**Варіант 1.** ЦФ -  $F = -2x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 6x_3 \leq 12, \\ 3x_1 + 5x_2 - 12x_3 = 14, \\ -3x_1 + 6x_2 + 4x_3 \leq 18, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Варіант 2. ЦФ** -  $F = -2x_1 + x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 12, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 18, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 \geq 16, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Варіант 3. ЦФ** -  $F = 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 16, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \geq 18, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Варіант 4. ЦФ** -  $F = -3x_1 - 5x_2 - 6x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 \leq 12, \\ -4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \geq 15, \\ 3x_1 - 2x_2 + 10x_3 \leq 17, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Звіт з практичної роботи повинен містити:**

1. Назву роботи.
2. Мету роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Хід виконання самостійного завдання, згідно з варіантом.
5. Висновки.

Звіт з практичної роботи повинен бути виконаний на аркушах формату А4 (297\*210 мм).

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 4

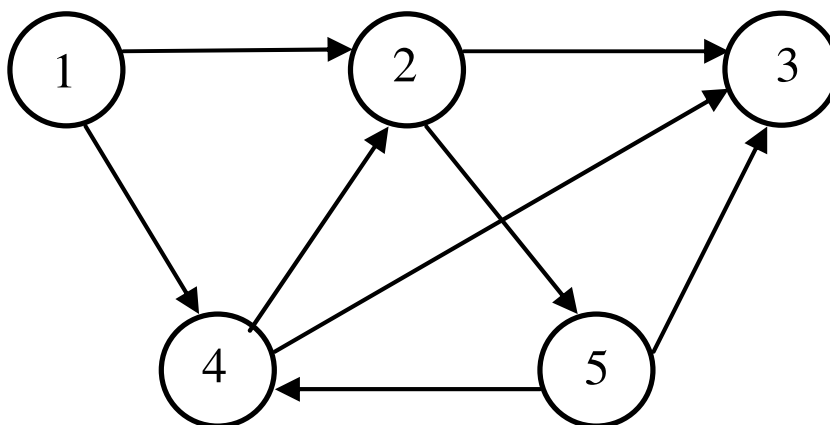
### СІТКОВІ МОДЕЛІ ТА ТРАНСПОРТНІ ЗАДАЧІ

*Мета роботи:* навчитися будувати сіткові моделі для задач пошуку найкоротшого шляху, а також навчитися будувати математичну модель та опорний план транспортної задачі.

### ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

**Сітка** складається з множини *вузлів*, які зв'язані *дугами* (або *ребрами*). Таким чином, сітка описується парою множин  $(N, A)$ , де  $N$  – множина вузлів, а  $A$  – множина ребер. Наприклад, сітка, наведена на рис. 1, описується наступним чином:

$$N = \{1,2,3,4,5\}; A = \{(1,2), (1,3), (2,3), (2,5), (3,4), (3,5), (4,2), (4,5)\}.$$



*Приклад сітки*

*Шляхом* називається послідовність різних ребер, які з'єднують два вузла, незалежно напрямлення потоку в кожному ребрі. Шлях формує *цикл*, якщо початковий та кінцевий вузли співпадають. Наприклад, на рис. 1 ребра (2, 3), (3, 4) та (4, 2) утворюють цикл. *Орієнтований цикл* – це цикл, в якому всі ребра орієнтовані у відповідному напрямку.

Транспортна задача. Математична постановка задачі. Загальна постановка

транспортної задачі полягає у визначенні оптимального плану перевозок деякого однорідного вантажу з  $m$  пунктів відправлення  $A_1, A_2, \dots, A_m$  до  $n$  пунктів призначення  $B_1, B_2, \dots, B_n$ . В якості критерію оптимальності зазвичай обирають мінімальну вартість перевозок всього вантажу, або мінімальний час його доставки.

Розглянемо транспортну задачу, в якості критерію оптимальності якої обрано мінімальну вартість перевозок всього вантажу. Позначимо через  $C_{ij}$  тарифи перевезки одиниці вантажу з  $i$ -го пункту відправлення до  $j$ -го пункту призначення, через  $a_i$  – запаси вантажу в  $i$ -му пункті відправлення, через  $b_j$  – потреби у вантажі в  $j$ -му пункті призначення, а через  $x_{ij}$  – кількість одиниць вантажу. Тоді математична постановка задачі полягає у визначенні мінімального значення функції:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (1)$$

При умовах

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = \overline{1, n}), \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = \overline{1, m}), \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}). \quad (4)$$

Визначення. Для розв'язку транспортної задачі необхідно і достатньо, щоб запаси вантажу в пунктах відправлення дорівнювали потребам у вантажі в пунктах призначення, тобто, щоб виконувалась рівність:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j, \quad (5)$$

Якщо виконується рівність (5), то така математична модель транспортної задачі називається закритою.

Кількість змінних  $x_{ij}$  в транспортній задачі з  $m$  пунктами відправлення та  $n$  пунктами призначення дорівнює  $n \cdot m$ , а кількість рівнянь в системах (2) та (3) дорівнює  $n + m$ .

Визначення. Будь-який невід’ємний розв’язок систем лінійних рівнянь (2) та (3), який визначається за допомогою матриці

$$X = (x_{ij}), \quad (i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}),$$

називається планом транспортної задачі.

При виконанні умови (5), кількість лінійно незалежних рівнянь дорівнює  $n + m - 1$ . Таким чином, опорний план транспортної задачі може мати не більше  $n + m - 1$  різних від нуля невідомих.

### Приклади побудови математичної моделі транспортної задачі

**ЗАДАЧА 1.** Чотири підприємства для виробництва продукції використовують три види сировини. Потреби в сировині кожного з підприємств дорівнюють 120, 50, 190 та 110 одиниць відповідно. Сировина знаходиться в трьох місцях її отримання, а запаси сировини дорівнюють 160, 140 та 170 одиниць відповідно. На кожне підприємство сировина може завозитись з будь-якого пункту відправлення. Тарифи перевозок є відомими величинами та задаються матрицею:

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 9 & 8 \\ 9 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Скласти такий план перевезень, при якому загальна вартість перевозок є мінімальна.

Розв'язок. Позначимо через  $x_{ij}$  кількість одиниць сировини, яка перевозиться з  $i$ -го пункту до  $j$ -го підприємства. Тобто  $x_{11}$  – це кількість одиниць сировини, яка перевозиться з першого пункту відправлення до першого підприємства.

Позначимо через  $a_i$  – запаси сировини. Тоді умови доставки сировини можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = a_2 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = a_3 \end{cases}$$

Оскільки запаси сировини відомі, то можемо записати:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 160; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 140; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 170. \end{cases}$$

Позначимо через  $b_j$  – потреби підприємства в сировині, маємо:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = b_2 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = b_3 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = b_4 \end{cases}$$

Оскільки потреби в сировині для кожного підприємства відомі, то запишемо:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 120; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 50; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 190; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 110. \end{cases}$$

Загалом, умови доставки та вивозу необхідної та наявної сировини забезпечуються за рахунок виконання наступних рівностей:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 160; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 140; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 170; \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 120; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 50; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 190; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 110. \end{cases}$$

При даному плані  $X = (x_{ij})$  ( $i = \overline{1,3}$ ); ( $j = \overline{1,4}$ ) перевозок загальна вартість перевозок складає (див. матрицю тарифів):

$$F = 7x_{11} + 8x_{12} + x_{13} + 2x_{14} + 4x_{21} + 5x_{22} + 9x_{23} + 8x_{24} + 9x_{31} + 2x_{32} + 3x_{33} + 6x_{34}.$$

### Побудова опорного плану транспортної задачі

Зазвичай опорний план будують за допомогою таблиці. Для визначення опорного плану існують декілька методів. Три з них – метод північно-західного кута, метод мінімального елемента та метод апроксимації Фотеля. В даній лабораторній роботі ми будемо розглядати лише перші два методи.

Суть цих методів полягає в тому, що опорний план знаходять послідовно за  $n + m - 1$  кроків на кожному з яких в таблиці умов задачі заповнюють одну клітинку, яку називають *зайнятою*.

*Метод північно-західного кута.* На кожному кроці розглядають перший із залишених пунктів відправлення та перший з залишених пунктів призначення. Заповнення клітинок таблиці умов починають з лівої клітинки для невідомої  $x_{11}$  («північно-західний кут») та закінчують клітинкою для невідомого  $x_{mn}$ , тобто по діагоналі таблиці.

### Приклади

ЗАДАЧА 2. На три бази  $A_1, A_2, A_3$  надійшов однорідний вантаж у кількості

140, 180, та 160 одиниць відповідно. Цей вантаж необхідно перевезти в 5 пунктів  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  у кількості 60, 70, 120, 130 та 100 одиниць відповідно. Тарифи перевозок одиниці вантажу з кожного пункту відправлення у відповідні пункти призначення наведені в наступній таблиці.

**Таблиця 1**

Пункт відправлення	Пункт призначення					Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	
$A_1$	2	3	4	2	4	100
$A_2$	8	4	1	4	1	180
$A_3$	9	7	3	7	2	160
<b>Потреби</b>	<b>60</b>	<b>70</b>	<b>120</b>	<b>130</b>	<b>100</b>	<b>480</b>

Знайти план перевозок даної транспортної задачі методом північно-західного кута.

*Розв'язок.* Тут кількість пунктів відправлення  $m = 3$ , а кількість пунктів призначення  $n = 5$ . Отже, опорний план задачі визначається числами, які розташовані в  $5 + 3 - 1 = 7$  заповнених клітинках.

Заповнення таблиці почнемо з клітини для невідомого  $x_{11}$ , тобто будемо намагатися задовольнити потреби першого пункту призначення за рахунок запасів першого пункту відправлення. Оскільки запаси пункту  $A_1$  більше, ніж потреби пункту  $B_1$  ( $140 > 60$ ), то припустимо, що  $x_{11} = 60$ , запишемо це значення у відповідній клітинці табл. 2 та тимчасово виключаємо з розгляду стовпчик  $B_1$ , вважаючи при цьому, що запаси пункту  $A_1 = 80$  ( $140 - 60$ ).

Розглянемо перші з залишившихся пунктів відправлення  $A_1$  та призначення  $B_2$  (клітинка  $x_{12}$ ). Запаси пункту  $A_1$  більше потреби пункту  $B_2$  ( $80 > 70$ ). Припустимо, що  $x_{12} = 70$ , запишемо це значення у відповідній клітинці табл. 2 та тимчасово виключаємо з розгляду стовпчик  $B_2$ . В пункті  $A_1$  запаси вважаємо рівними 10 одиниць ( $80 - 70$ ).

Знову розглянемо перші з залишившихся пунктів відправлення  $A_1$  та

призначення  $B_3$ . Потреби пункту  $B_3$  більше залишившихся запасів пункту  $A_1$  ( $120 > 10$ ). Припустимо, що  $x_{13} = 10$ , то виключимо з розгляду рядок  $A_1$ . Значення  $x_{13} = 10$  запишемо у відповідну клітинку табл. 2 та вважаємо, що потреби пункту  $B_3$  дорівнюють 110 одиниць ( $120 - 10$ ).

**Таблиця 2**

Пункт відправлення	Пункт призначення					Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	
$A_1$	2 60	3 70	4 10	2	4	140
$A_2$	8	4	1 110	4 70	1	180
$A_3$	9	7	3	7 60	2 100	160
<b>Потреби</b>	<b>60</b>	<b>70</b>	<b>120</b>	<b>130</b>	<b>100</b>	<b>480</b>

Тепер перейдемо до заповнення клітинки для невідомого  $x_{23}$  та інші. Через шість кроків залишається один пункт відправлення  $A_3$  з запасом вантажу 100 одиниць та один пункт призначення  $B_5$  з потребами 100 одиниць. Відповідно існує одна вільна клітинка ( $x_{35}$ ), яку заповнюємо. Припустимо, що  $x_{35} = 100$  (табл. 2). В результаті отримуємо опорний план задачі:

$$X = \begin{pmatrix} 60 & 70 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 110 & 70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 & 100 \end{pmatrix}$$

Згідно даного плану перевозок, загальна вартість перевозок всього вантажу складає:

$$S = 2 \cdot 60 + 3 \cdot 70 + 4 \cdot 10 + 1 \cdot 110 + 4 \cdot 70 + 7 \cdot 60 + 2 \cdot 100 = 1380$$

*Метод мінімального елемента.* Суть методу мінімального елемента полягає у виборі клітинки з мінімальним тарифом. Цей метод, як правило, дозволяє знайти опорний план транспортної задачі, при якому загальна вартість перевозок вантажу менше, ніж загальна вартість перевозок при плані, знайденого для даної задачі за допомогою методу північно-західного кута. Тому найбільш доцільно опорний план транспортної задачі знаходять методом мінімального елемента.

### Приклади

ЗАДАЧА 3. Знайти опорний план транспортної задачі 1 (ЗАДАЧА 1) методом мінімального елемента.

*Розв'язок.* Вихідні дані задачі запишемо у вигляді табл. 3.

Пункт відправлення	Пункт призначення				Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	7	8	1 160	2	160
$A_2$	4 120	5	9	8 20	140
$A_3$	9	2 50	3 30	6 90	170
Потреби	120	50	190	110	470

Мінімальний тариф дорівнює 1, знаходиться в клітинці для змінної  $x_{13}$ . Припустимо, що  $x_{13} = 160$ , запишемо це значення у відповідну клітинку табл. 3 та тимчасово виключимо з розгляду рядок  $A_1$ . Потреби пункту призначення  $B_3$  вважаємо рівними 30 одиниць (190-160).

В тій частині таблиці, що залишилась, з двома рядками  $A_2$  та  $A_3$  та чотирма стовпчиками  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  та  $B_4$  клітинка з найменшим значенням тарифу знаходиться на перетині рядку  $A_3$  та стовпчика  $B_2$ . Припустимо, що  $x_{32} = 50$  та внесемо це значення у відповідну клітинку табл. 3.

Тимчасово виключаємо з розгляду стовпчик  $B_2$  та будемо вважати, що запаси пункту  $A_3 = 120$  одиниць ( $170-50$ ). Після чого розглянемо кінцеву частину таблиці з двома рядками  $A_2$  та  $A_3$  і трьома стовпчиками  $B_1, B_2$  та  $B_4$ . В ній мінімальний тариф знаходиться в клітинці на перетині рядка  $A_3$  та стовпчика  $B_3$  і дорівнює 3. Аналогічним чином заповнимо інші клітинки (у певній послідовності), клітинки  $x_{33}, x_{21}, x_{34}$  та  $x_{24}$ . в результаті отримаємо опорний план:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 160 & 0 \\ 120 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 50 & 30 & 90 \end{pmatrix}$$

При даному плані перевозок загальна вартість перевозок складає:

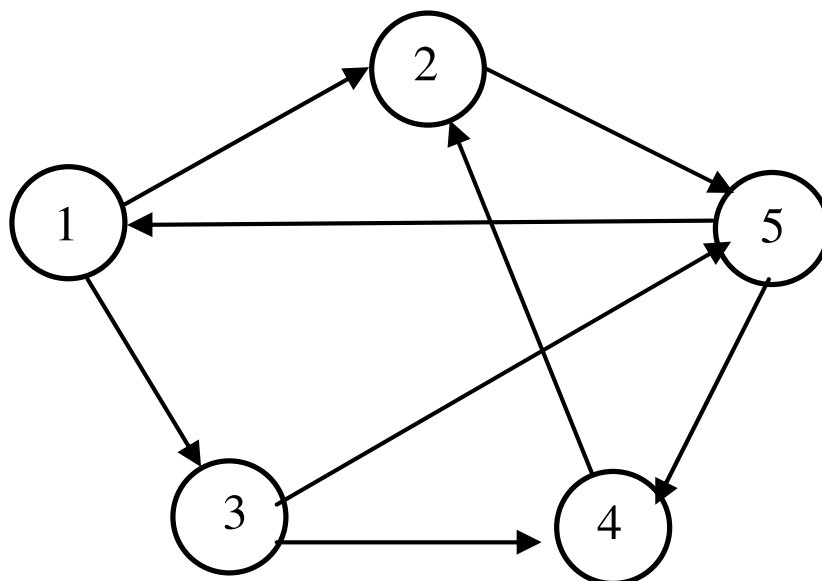
$$S = 1 \cdot 160 + 4 \cdot 120 + 8 \cdot 20 + 2 \cdot 50 + 3 \cdot 30 + 6 \cdot 90 = 1530$$

### Задачі для самостійної роботи з побудови сіток

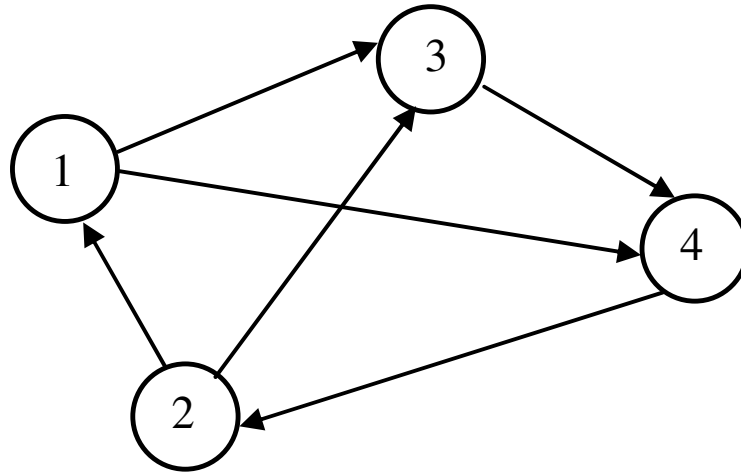
Згідно варіанту завдання, визначити для сітки:

1. шлях, цикл, орієнтований цикл.
2. множини  $N$  та  $A$ .

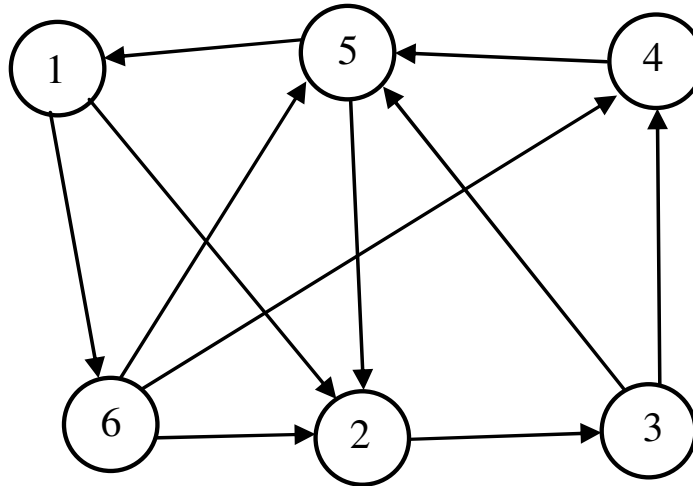
*Варіант 1.*



Варіант 2.



Варіант 3.



Побудуйте сітку, задану множинами:

Варіант 1.  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

$$A = \{(1, 2), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 5), (4, 3), (4, 6), (5, 2), (5, 6)\}$$

Варіант 2.  $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

$$A = \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 4), (3, 5), (4, 2), (4, 5)\}$$

Варіант 3.  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

$$A = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 6), (4, 1), (4, 6), (6, 2)\}$$

**Задачі для самостійної роботи для побудови моделей транспортних задач**

*Перша частина.* Побудувати математичні моделі транспортних задач.

*Варіант 1.*

Пункт відправлення	Пункт призначення				Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	2	4	7	9	200
$A_2$	5	1	8	12	270
$A_3$	11	6	4	3	130
<b>Потреби</b>	<b>120</b>	<b>80</b>	<b>240</b>	<b>160</b>	<b>600</b>

*Варіант 2.*

Пункт відправлення	Пункт призначення				Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	18	2	3	12	180
$A_2$	3	4	8	7	160
$A_3$	4	5	6	12	140
$A_4$	7	1	5	6	220
<b>Потреби</b>	<b>150</b>	<b>250</b>	<b>120</b>	<b>180</b>	<b>700</b>

*Варіант 3.*

Пункт відправлення	Пункт призначення				Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{14}$	$a_1$
$A_2$	$c_{21}$	$c_{22}$	$c_{23}$	$c_{24}$	$a_2$
$A_3$	$c_{31}$	$c_{32}$	$c_{33}$	$c_{34}$	$a_3$
$A_4$	$c_{41}$	$c_{42}$	$c_{43}$	$c_{44}$	$a_4$
$A_5$	$c_{51}$	$c_{52}$	$c_{53}$	$c_{54}$	$a_5$
<b>Потреби</b>	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	

*Варіант 4.* На трьох оптових базах знаходиться однорідний вантаж у кількості 180, 60 та 80 одиниць. Цей вантаж необхідно перевезти в чотири магазина. Кожний з магазинів повинен отримати 120, 40, 60 та 80 одиниць

відповідно. Тарифи перевозок одиниці вантажу з кожної з баз до всіх магазинів задаються матрицею:

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Скласти такий план перевозок, при якому загальна вартість перевозок є мінімальною.

*Варіант 5.* Три підприємства виготовляють продукцію у кількості 180, 350 та 20 одиниць відповідно. Ця продукція повинна бути поставлена до п'ятих споживачів у кількості 110, 90, 120, 80 та 150 одиниць відповідно. Витрати, пов'язані з виробництвом та доставкою одиниці продукції задаються матрицею:

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 12 & 4 & 6 & 5 \\ 1 & 8 & 6 & 5 & 3 \\ 6 & 13 & 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Скласти такий план прикріплення споживачів до постачальників, при якому загальні витрати є мінімальними.

*Частина друга.* Використовуючи метод північно-західного кута знайти опорні плани транспортної задачі.

*Варіант 1.*

Пункт відправлення	Пункт призначення					Запаси
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	
A <sub>1</sub>	4	5	2	8	6	115
A <sub>2</sub>	3	1	9	7	3	175
A <sub>3</sub>	9	6	7	2	1	130
Потреби	70	220	40	30	60	420

*Варіант 2.*

Пункт відправлення	Пункт призначення				Запаси
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	4	5	3	7	280
A <sub>2</sub>	7	6	2	9	175
A <sub>3</sub>	1	3	9	8	125
A <sub>4</sub>	2	4	5	6	130
Потреби	90	180	310	130	710

*Варіант 3.*

Пункт відправлення	Пункт призначення				Запаси
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	1	4	7	3	510
A <sub>2</sub>	5	6	8	9	90
A <sub>3</sub>	7	2	4	8	120
Потреби	270	140	200	110	720

**Частина третя.** Для задач, які задані у першій частині (згідно варіанту), знайти опорні плани методами північно-західного кута та мінімального елемента та порівняти їх між собою.

**Звіт з практичної роботи повинен містити:**

1. Назву роботи.
2. Мету роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Хід виконання самостійного завдання, згідно з варіантом.
5. Висновки.

Звіт з практичної роботи повинен бути виконаний на аркушах формату А4 (297\*210 мм).

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5

### ФОРМАЛІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

*Мета роботи:* побудувати матрицю рішень в умовах невизначеності для прийняття оптимального рішення

#### ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

В загальному випадку, невизначеність – це недостатня (або відсутність) інформації про об'єкт дослідження. Можуть бути такі невизначеності:

- природних явищ, таких як погодні умови та ін.;
- пов'язані з недостатніми знаннями про надходження інформації, яка впливає на прийняття рішення (ПР);
- пов'язані з недостатньою кількістю досвіду та знання факторів, що впливають на ПР.

Загалом перераховані вище невизначеності можуть носити наступний характер.

Стохастична невизначеність виникає, коли невідомі фактори статистично стійкі і тому представляють собою звичайні об'єкти теорії імовірності – випадкові величини. Під статистичною стійкістю розуміють, що будь-який статистично значимий результат є «стійким», в тому сенсі, що при повторному проведенні експерименту можна впевнено очікувати аналогічні результати. При цьому повинні бути визначені всі необхідні статистичні характеристики (закони розподілу та їх параметри).

Невизначеність не стохастичного виду, при якій ніяких припущень про стохастичну стійкість не існує.

Невизначеність коли рішення приймається на основі яких-небудь гіпотез про закони розподілу випадкових величин. При цьому необхідно мати на увазі можливість несумісності рішення з реальними умовами. Така можливість

несумісності формалізується за допомогою коефіцієнтів ризику.

Рішення – це вибір альтернативи. До рішень, які приймаються в умовах ризику відносяться такі рішення, результати яких не є визначеними, але імовірності кожного можливого результату можна визначити.

Рішення приймають в умовах невизначеності, коли неможливо оцінити імовірність потенційних результатів. Це має місце тоді, коли фактори, що потребують врахування настільки нові та складні, що неможливо отримати достатню кількість інформації, яка може об'єктивно визначити імовірність, або наявна ситуація не підлягає відомим закономірностям. Тому імовірність деяких наслідків неможливо передбачити з достатньою ступенем достовірності.

При ПР поза залежністю від використовуваних моделей існують деякі правила ПР. правило ПР – це критерій, згідно якого виноситься думка про оптимальність даного конкретного результату. Існує два типи правил. Перший тип не використовує чисельні значення імовірнісних результатів, другий – використовує чисельні значення.

Для прийняття оптимальних рішень використовуються наступні методи:

- матриця рішень;
- дерево рішень.

Матриця рішень корисна в тому випадку, коли:

- необхідно встановити, яка стратегія в найбільшій мірі буде сприяти досягненню мети;
- кількість альтернатив або варіантів стратегії не дуже велика;
- імовірність події не може бути точно та повністю визначена;
- результати ПР залежать від того, яку саме обрано альтернативу та які події в дійсності мають місце.

Дерево рішень – схематичне представлення проблеми ПР. Використовується для вибору найкращого напрямку дій з тих варіантів, що існують.

Метод дерева рішень може використовуватись як в ситуаціях, в яких

використовується матриця рішень, так і в більш складних ситуаціях, в яких результати одного рішення впливають на наступні рішення (послідовні рішення).

В більшості складних структурах кожному допустимому варіанту  $A_i$  внаслідок різних зовнішніх умов  $\lambda_i$  можуть відповідати різні результати  $y_{ij}$ . Так і створюється сукупність рішень, які описуються матрицею (див. табл. нижче).

**Таблиця**

**Матриця рішень  $\parallel y_{ij} \parallel$**

Стратегії	Фактори					
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	...	$\lambda_j$	...	$\lambda_n$
$A_1$	$y_{11}$	$y_{12}$	...	$y_{1j}$	...	$y_{1n}$
$A_2$	$y_{21}$	$y_{22}$	...	$y_{2j}$	...	$y_{2n}$
:	:	:	...	:	...	:
$A_i$	$y_{i1}$	$y_{i2}$	...	$y_{ij}$	...	$y_{in}$
:	:	:	...	:	...	:
$A_m$	$y_{m1}$	$y_{m2}$	...	$y_{mj}$	...	$y_{mn}$

Невизначені фактори, закон розподілу яких невідомий, є найбільш характерними при дослідженні якості адаптивних систем. Під адаптивними системами розуміють системи на основі адаптивного керування, яке представляє собою сукупність методів теорії управління, що дозволяють синтезувати системи керування, які мають можливість змінювати параметри регулюючих органів в залежності від змін параметрів об'єкта керування або зовнішніх збуджень, що діють на об'єкт керування. Врахування таких факторів базується на формуванні спеціальних критеріїв, на основі яких приймаються рішення. Критерії *Вальда*, *Севіджа*, *Гурвіца* та *Лапласа* вже давно увійшли в теорію прийняття рішень.

У відповідності з *критерієм Вальда* в якості оптимальної обирається стратегія, що гарантує найкращий результат серед найгірших [1-5]:

$$W = \max_i \min_j W_{ij}, \quad (1)$$

де  $i$  – альтернативи;  $j$  – фактори, що впливають на вибір альтернативи.

Обране таким чином рішення повністю виключає ризик. Використання цього критерію може бути оправдане, якщо ситуація, в якій приймається рішення, характеризується наступними обставинами:

- про імовірність появи стану  $U_{ij}$  нічого не відомо;
- появу стану  $U_{ij}$  необхідно враховувати;
- реалізується невелика кількість рішень;
- не допускається ніякого ризику.

*Критерій Байєса-Лапласа* на відміну від критерію Вальда, враховує кожний з можливих наслідків всіх варіантів рішень:

$$W = \max_i \sum_{j=1}^n W_{ij}(A_i, \lambda_j), \quad (2)$$

де  $n$  – кількість факторів, що впливають на ПР при виборі альтернатив;  $A_i$  – можливі альтернативи;  $\lambda_j$  – фактори, що впливають на вибір альтернативних рішень.

Критерій Байєса-Лапласа використовують в ситуаціях коли:

- імовірність появи стану  $U_{ij}$  відома і не залежить від часу;
- ПР теоретично допускає нескінченно велику кількість реалізацій;
- допускається деякий ризик при невеликій кількості реалізацій.

У відповідності з *критерієм Севіджа* в якості оптимальної обирається така стратегія, при якій величина ризику приймає найменше значення в найгіршій ситуації:

$$W = \min_i \max_j (W_{\max_j} - W_{ij}), \quad (3)$$

Тут величину  $W$  можна інтерпретувати як максимальний додатковий

результат, який досягається, якщо у стані  $U_{ij}$  замість варіанту  $A_i$  обрати інший, оптимальний для цього зовнішнього стану, варіант.

Згідно *критерію Гурвіца* обирається така стратегія, яка займає положення між крайнім песимізмом та оптимізмом:

$$W = \max_j [\alpha \min_i W_{ij} + (1 - \alpha) \max_i W_{ij}], \quad (4)$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт оптимізму-песимізму.

При  $\alpha = 1$  критерій Гурвіца перетворюється в критерій Вальда (песимізму), а при  $\alpha = 0$  – в критерій Байєса-Лапласа (оптимізму). Частіше всього приймають  $\alpha = 0,5$ .

Критерій Гурвіца використовують у ситуаціях, коли до ПР висуваються наступні вимоги:

- про імовірність появи стану  $U_{ij}$  нічого не відомо;
- появу стану  $U_{ij}$  необхідно враховувати;
- реалізується невелика кількість рішень;
- допускається деякий ризик.

Необхідно відмітити наступне: якщо в окремих ситуаціях не допускається навіть мінімальний ризик, то необхідно використовувати критерій Вальда; якщо певний ризик допускається, то можна скористатися критерієм Севіджа. Доцільним є одночасне використання різних критеріїв. Після цього серед декількох варіантів, отриманих таким чином, в якості оптимального необхідно обрати кінцевий результат.

Такий підхід дозволяє, по-перше, краще зрозуміти всі внутрішні зв'язки проблеми ПР та, по-друге, послаблює вплив суб'єктивного фактора. Крім того, в області технічних задач різні критерії часто призводять до одного результату.

### Приклад

Припустимо, що для забезпечення електроенергією присадибної ділянки споживач хоче придбати один з трьох типів енергообладнання (сонячні батареї,

вітроелектричну установку або акумуляторні батареї). Невизначеність Иси полягає в тому, що споживач наперед не має інформації про те, яке обладнання слід придбати. Необхідно визначити, яке обладнання слід придбати споживачу для задоволення своїх енергопотреб.

*Розв'язок.* Першим кроком необхідно побудувати матрицю рішень. Будується вона наступним чином. Рядки матриці відповідають можливим діям (альтернативним рішенням), а стовбці – можливим станам системи.

Тобто в якості альтернативних рішень  $A_1, A_2, A_3$  – можливі комбінації енергетичних потоків:

$A_1$  – сонячна батарея;

$A_2$  – вітроелектрична установка;

$A_3$  – акумуляторна батарея).

Факторами, що впливають на ПР при виборі альтернатив є множина  $A\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, f\}$ :

$\lambda_1$  - питома вартість обладнання;

$\lambda_2$  - вартість виробленої електроенергії;

$\lambda_3$  - здатність задовольнити потреби в електроенергії;

$\lambda_4$  - погодні умови;

$\lambda_5$  - кількість виробленої енергії;

$\lambda_6$  - безперебійність).

Кожній дії  $A_i$  і кожному стану системи  $\lambda_j$  відповідає очікуваний результат  $U_{ij}(A_i, \lambda_j)$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $j = \overline{1, m}$ , що визначає перевагу даної дії і реалізації даного стану системи, наприклад,  $U_{11}$  – питома вартість  $\lambda_1$  при використанні сонячної установки  $A_1$ . Очікувані результати матриці  $\{U_{ij}\}$  формуються за 10-бальною приведеною шкалою. Зазвичай, цю шкалу визначають за допомогою експертів. В нашому випадку ми власноруч визначимо результати, покладаючись на власні знання.

10 – найкращий результат; 1 – найгірший результат.

Матриця рішень наведена в табл. нижче

**Таблиця**

**Матриця рішень для пошуку оптимального джерела енергії**

Альтернативи	Фактори					
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$
$A_1$	8	10	8	8	8	8
$A_2$	9	10	10	9	10	9
$A_3$	10	9	9	10	9	10

Наприклад, розглянемо стовпчик  $\lambda_1$ . Результати тут обрані таким чином. Питома вартість акумуляторної батареї є найнижчою, отже цей варіант є найкращим для стовпчика  $\lambda_1$ . тому результат в комірці  $U_{31}$  становить 10. аналогічним чином визначаються інші результати. Оптимальне рішення знаходимо за допомогою відомих критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності: Вальда, Лапласа, Гурвіца, Севіджа.

*Критерій Вальда.*

Згідно правила:

$$A_i^* = \max_i \min_j \{U_{ij}\}$$

Визначаємо множину оптимальних рішень  $A_i = \{A_1, A_2, A_3\}$ :

$$A_1 = \min\{8,10,8,8,8,8\} = 8$$

$$A_2 = \min\{9,10,10,9,10,9\} = 9$$

$$A_3 = \min\{10,9,9,10,9,10\} = 9$$

Оптимальне рішення:

$$A^* = \max\{8,9,9\} = 9$$

Згідно з критерієм Вальда, оптимальним рішенням є вибір вітроелектричної установки або акумуляторної батареї.

*Критерій Лапласа.*

Згідно правила:

$$A_i^* = \max a_i \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N U_{ij} \right\}$$

Кількість факторів, які впливають на вибір джерела енергії  $n = 6$ .

Визначимо множину альтернативних рішень:

$$A_1 = \frac{1}{6} \cdot (8 + 10 + 8 + 8 + 8 + 8) = 8,3$$

$$A_2 = \frac{1}{6} \cdot (9 + 10 + 10 + 9 + 10 + 9) = 9,5$$

$$A_3 = \frac{1}{6} \cdot (10 + 9 + 9 + 10 + 9 + 10) = 9,5$$

Оптимальне рішення:

$$A^* = \max\{8,3; 9,5; 9,5\} = 9,5$$

Знову оптимальним рішенням є вибір альтернатив  $A_2$  та  $A_3$ .

*Критерій Гурвіца.*

Згідно правила:

$$A_i^* = \max a_i \left\{ \alpha \max \lambda_j \{U_{ij}(a_i \lambda_j)\} + (1 - \alpha) \min \lambda_j \{U_{ij}(a_i \lambda_j)\} \right\}$$

Обираємо коефіцієнт оптимізму-песимізму  $\alpha$  рівним 0,5, тоді маємо:

$$A_i^* = \max a_i \left\{ 0,5 \max \lambda_j \{U_{ij}(a_i \lambda_j)\} + (1 - 0,5) \min \lambda_j \{U_{ij}(a_i \lambda_j)\} \right\}$$

Оптимальні стратегії:

$$A_1 = \{0,5 \max\{8,10,8,8,8,8\} + (1 - 0,5) \min\{8,10,8,8,8,8\}\} = \{0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot 8\} = 9$$

$$A_2 = \{0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot 9\} = 9,5$$

$$A_3 = \{0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot 9\} = 9,5$$

Оптимальне рішення:  $A^* = \max\{9;9,5;9,5\} = 9,5$ .

Знову приходимо до одного висновку ( $A_2$  та  $A_3$ ).

*Критерій Севіджа.*

Згідно правила:

$$A_i^* = \min \max r_{ij}$$

де  $r_{ij}$  – матриця втрат:  $r_{ij} = \max U_{ij} - U_{ij}$ ,  $i=1, m$ .

Необхідно сформувати матрицю втрат  $r_{ij}$ . Для цього треба визначити в кожному рядку максимальний елемент  $\max \lambda_j$  та, відняти всі останні елементи рядка, отримаємо нову матрицю втрат, яка наведена в табл. нижче.

**Таблиця**

**Матриця втрат  $r_{ij}(a_i; \lambda_j)$**

Альтернативи	Фактори					
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$
$A_1$	2	0	2	2	2	2
$A_2$	1	0	0	1	0	1
$A_3$	0	1	1	0	1	0

Згідно табл. 3 визначаємо оптимальні стратегії:

$$A_1 = \max\{2,0,2,2,2,2\} = 2$$

$$A_2 = \max\{1,0,0,1,0,1\} = 1$$

$$A_3 = \max\{0,1,1,0,1,0\} = 1$$

*Висновок:* згідно критеріїв Вальда, Лапласа, Гурвіца та Севіджа, оптимальним рішенням для споживача є вибір альтернатив  $A_2$  та  $A_3$ , тобто для енергопостачання присадибної ділянки йому слід придбати вітроелектричну установку або акумуляторні батареї.

## Задачі для самостійної роботи

Побудувати матрицю рішень та визначити оптимальне рішення.

*Варіант 1.* Родина планує закордонну поїздку. Необхідно визначити за допомогою класичних критеріїв прийняття рішень оптимальний варіант, тобто визначитися в яку країну краще поїхати.

Країни (альтернативи)  $A_i$  – Франція, Італія, Німеччина, Іспанія, США, Великобританія, Чехія, Мексика, Австралія.

Фактори, що впливають на ПР  $\lambda_i$  є:

1. Вартість поїздки до пункту призначення;
2. Вартість проживання у пункті призначення;
3. Наявність дітей у родині;
4. Мальовничість країни (географічне положення);
5. Додатковий фактор.

*Варіант 2.* Під час польоту за маршрутом Київ-Харків відбувається погіршення метеоумов на аеродромі призначення, внаслідок чого відбувається його закриття. Здійснити вибір запасного аеродрому за допомогою класичних критеріїв ПР.

Запасні аеродроми  $A_i$  – Бориспіль, Дніпропетровськ, Кривий ріг, Полтава, Запоріжжя, Харків.

Факторами, що впливають на ПР  $\lambda_i$  є:

1. Наявність палива на борту літака;
2. Віддаленість;
3. Технічні характеристики;
4. Метеоумови;
5. Світлотехнічна система заходу на посадку;
6. Система заходу на посадку;

7. Навігаційні засоби підходу;
8. Аеронавігаційні збори;
9. Додатковий фактор.

### **Звіт з практичної роботи повинен містити:**

1. Назву роботи.
2. Мету роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Хід виконання самостійного завдання, згідно з варіантом.
5. Висновки.

Звіт з практичної роботи повинен бути виконаний на аркушах формату А4 (297\*210 мм).

## **ПРАКТИЧНА РОБОТА №6**

### **ОЗНАЙОМЛЕННЯ ТА ВИВЧЕННЯ СИСТЕМ ЧИСЛЕННЯ**

*Мета роботи:* вивчити системи числення (СЧ), позиційні і непозиційні системи числення, переклад чисел з однієї системи числення в іншу, вибір системи числення для ЕОМ.

### **ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ**

По величині основи одержує назву система числення: десяткова (основа 10), двійкова (основа 2), вісімкова (основа 8) і т.д. Якщо основа числа  $r$  перевищує 10, то цифри починаючи з 10, при записі позначають прописними літерами латинського алфавіту: А, В, ..., Z. При цьому цифрі 10 відповідає знак «А», цифрі 11 – знак «В» і т.д. В табл. 1 наведено відповідності чисел між різними СЧ.

При вивченні різних позиційних СЧ слід мати на увазі, що всі ці системи побудовані за одним принципом, так само, як і десяткова СЧ. Тому побудова

чисел і виконання арифметичних операцій проводиться за тими ж правилами, що і побудова для десяткової СЧ.

**Таблиця 1. Відповідності чисел між різними системами числення**

<i>r=10</i>	<i>r=2</i>	<i>r=16</i>
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

У практиці рахунку застосовується *десяткова система* числення. У ній будь-яке число представляється в сумі певного числа одиниць, десятків, сотень і т.д. У десятковій системі числення основою є 10; будь-яке ціле число записується як сума значень  $10^0$ ,  $10^1$ ,  $10^2$  і т. д., кожна з яких може бути взята 1-9 разів.

Наприклад, в записі 343,31 число 3, що стоїть зліва на першому місці, означає число сотень, число 3 перед комою — число одиниць, а число 3 після коми — число десятих доль одиниць. Послідовність цифр 343,31 є скорочено записом виразу

$$343,31 = 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 3 * 10^0 + 3 * 10^{-1} + 1 * 10^{-2}.$$

В обчислювальній техніці найчастіше використовується *двійкова система*

числення. Це обумовлено тим, що двійкова система числення найлегше реалізується за допомогою двопозиційних елементів (наприклад, тригерів). Крім того, вона дає можливість спростити виконання арифметичних дій. При двійковій системі числення потрібні всього лише дві цифри 0 і 1 (нуль і одиниця). Основою цієї системи числення є число 2; воно записується двома цифрами: 1 і 0. У двійковій системі числення будь-яке число записується як сума значень  $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$  і т. д., кожна з яких може бути узята 0 або 1 разів.

В загальному вигляді всяке число в двійковій системі числення може бути представлено як

$$A_r = \sum_{k=-m}^n a_k r^k = a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \dots + a_0 2^0 + a_{-1} 2^{-1} + \dots + a_{-m} 2^{-m}, a_k = 0,1$$

і записано у вигляді послідовності одиниць і нулів.

Для переведення десяткового числа в двійкове необхідно послідовно ділити десяткове число на 2 до тих пір, поки частне від ділення дасть число 1 або 0. При цьому сукупність залишків (0 або 1) від ділення на 2 утворює шукане.

Наприклад, представимо десяткове число 26 в двійковій системі числення. Переведення числа в двійкову систему числення проводиться за вказаним вище правилом;

Ділення	Залишок
26:2=13	0 молодший розряд
13:2=6	1
6:2=3	0
3:2=1	1
1:2=0	1 старший розряд

Залишки, одержані при діленні, починаючи з останнього, утворюють двійковий запис десяткового числа 26:

$$26_{(10)} = 11010_{(2)},$$

де 26—десятковий код числа; 11010 – двійковий код числа.

Це відповідає запису:

$$26 = 1 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 16 + 8 + 0 + 2 + 0.$$

Переклад чисел з однієї СЧ в іншу може бути здійснений різними способами. Найбільш зручні для ручного рахунку способи розподілу на основу і підсумовування ступенів основи.

В загальному випадку при основі  $r$  число представляється у вигляді:

$$A_r = \sum_{k=-m}^n a_k r^k, \quad a_k = 0, 1, 2, \dots, (r-1)$$

і записується як послідовність коефіцієнтів  $a_k$ .

Переклад чисел за способом розподілу на основу базується на наступному.

**Правило.** Для перекладу цілого числа в систему числення з основою  $r$  ділять задане число на основу цієї системи. Залишок від розподілу є молодшим розрядом цього числа. Потім приватне знову ділять на основу, і залишок дає другий розряд. Так повторюють до тих пір, поки не отримають приватне, рівне нулю. Останній залишок дає старший розряд числа в системі числення з основою  $r$ . Розподіл потрібно проводити в тій системі числення, в якій задано число.

$$A_{10} = 37.$$

Приклад. Вимагається записати в двійковій системі числення число.

Вказані в правилі дії запишемо у вигляді таблиці:

Ділення	Частне	Залишок
37:2	18	1 молодший розряд
18:2	9	0
9:2	4	1
4:2	2	0
2:2	1	0
1:2	0	1 старший розряд

$$A_2 = 100101.$$

Як було вказане, залишок при першому розподілі дає молодший розряд, а при останньому – старший.

Переклад дробових чисел здійснюється шляхом множення на основу.

**Правило.** Для перекладу правильного дробу в систему числення з основою  $r$ , необхідно помножити дріб на основу і виділити цілу частину; отримана цифра в цілій частині буде першою цифрою (після коми) шуканого числа. Помноживши дробову частину отриманого числа, що залишилася, знову на основу і узявши цілу частину нового числа, знайдемо другу цифру. Множення слід повторювати до тих пір, поки не буде отримана кількість розрядів шуканого числа, що задовольняє необхідній точності представлення цього числа. Множення проводити в тій системі числення, в якій задано число.

**Приклад.** Вимагається записати в двійковій системі числення дріб  $A_{10} = 0,732$  з точністю  $1 / 32$ .

При заданій точності вимагається визначити чотири розряди двійкового дробу. Запис дій проведемо у вигляді:

$0,732 * 2 = 1,464$
$0,464 * 2 = 0,928$
$0,928 * 2 = 1,856$
$0,856 * 2 = 1,712$

Для запису двійкового дробу необхідно записати цифри, що стоять в числі зліва від запису. А саме:

$$A_2 = 0.1011$$

При перекладі чисел з системи числення з якою-небудь основою в десяткову систему зручно використовувати спосіб підсумовування ступенів основи.

**Правило.** Для перекладу чисел з однієї системи числення з основою  $r$  в десяткову систему, потрібно перемножити розряди заданого числа на відповідні їм ступені  $r$  і скласти.

**Приклад.** Перевести число  $A=100101$  з двійкової системи числення в десяткову.

$$A_{10} = 2^5 + 2^2 + 2^0 = 37$$

Старшому розряду відповідає п'ятий ступінь двійки.

Десяткові числа від 0 до 10 в двійковому коді записуються таким чином:

0→0000;	4→0100;	8→1000;
1→0001;	5→0101;	9→1001;
2→0010;	6→0110;	10→1010.
3→0011;	7→0111;	

У цифрових обчислювальних машинах окрім двійкової застосовуються і інші системи числення. Так, наприклад, при програмуванні використовується вісімкова система числення, а для введення і виведення даних — двійково-десятькова.

У вісімковій системі числення основою є число 8. Будь-яке число у вісімковій системі числення може бути представлено як сума чисел  $8^3, 8^2, 8^1, 8^0, 8^{-1}, 8^{-2}, 8^{-3}$  ..., кожне з яких може бути узятє 1—7 разів.

Аналогічно запису цілого числа в десятковій позиційній системі числення у вісімковій системі числення представляється у вигляді

$$\overline{abcd}_8 = a \cdot 8^3 + b \cdot 8^2 + c \cdot 8^1 + d \cdot 8^0$$

де  $a, b, c, d$  менше 8.

Наприклад:  $26_8 = 2 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 22_{10}$ .

Отже, число  $22_{10}$  є десятковий вид вісімкового числа 26.

Десяткове число 22 в двійковому коді має наступний запис:

$$22_{(10)} = 10110.$$

Якщо розглянути дане двійкове число, то виявляється, що перші дві цифри означають 2, а інші три — 6, тобто це не що інше, як вісімковий код, десяткового числа 22.

Отже, для переведення вісімкового числа в двійкове необхідно кожну цифру вісімкового числа окремо представити в двійковому коді.

Наприклад:

$$15_{(8)} = (001)(101)_{(2)}, \quad \text{де } (001)_2 = (1)_8; (101)_2 = (5)_8;$$

$$23_{(8)} = (010)(011)_{(2)}, \quad \text{де } (010)_2 = (2)_8; (011)_2 = (3)_8.$$

Таким чином, одному розряду вісімкової системи відповідають три розряди двійкової системи. Вісімкова система зручніша тим, що вона вимагає менше число розрядів, ніж двійкова. Тому вісімкова система застосовується при складанні програм для кодування адрес і команд. Після того, як програма складена, вона переводиться в двійкову систему числення і потім вводиться в машину.

## ПРИКЛАДИ ПЕРЕВЕДЕННЯ ЧИСЕЛ В РІЗНІ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

**Приклад 1.** *Перевести число  $19_{10}$  в шістнадцяткову СЧ.*

$$\begin{array}{r|l} 19 & 16 \\ \hline 16 & 1 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Маємо:  $19_{10} = 13_{16}$ .

**Приклад 2.** *Перевести число  $123_{10}$  в шістнадцяткову СЧ.*

$$\begin{array}{r|l} 123 & 16 \\ \hline 112 & 7 \\ \hline 11 & \end{array}$$

..... Маємо:  $123_{10} = 7B_{16}$ .

**Приклад 3.** *Перевести число  $13_{16}$  в десяткову СЧ.*

Маємо:  $13_{16} = 1 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = 16 + 3 = 19$ .

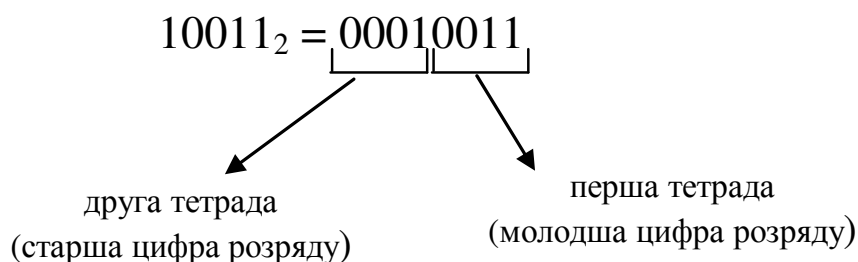
### Правила перекладання чисел з двійкової СЧ в шістнадцяткову.

1. Початкове число розбивається на тетради (тобто на 4 цифри), починаючи з молодших розрядів. Якщо кількість цифр початкового двійкового числа не кратне 4, воно доповнюється зліва незначущими нулями до досягнення кратності 4;
2. Кожна тетрада замінюється відповідною шістнадцятковою цифрою у відповідності з табл. 1.1.

**Приклад 4.** Перевести число  $10011_2$  в шістнадцяткову СЧ.

Оскільки в початковому двійковому числі кількість цифр не кратна 4, доповнюємо його зліва незначущими нулями до досягнення кратності 4 числа цифр.

Маємо:



У відповідності з табл. 1.1:  $0011_2 = 11_2 = 3_{16}$  та  $0001_2 = 1_2 = 1_{16}$ .

Тоді  $10011_2 = 13_{16}$ .

**Правила перекладання з шістнадцяткової СЧ в двійкову.**

1. Кожна цифра початкового числа замінюється тетрадою двійкових цифр у відповідності з табл. 1.1. Якщо в таблиці двійкове число має менше 4 цифр, то воно доповнюється *зліва* незначущими нулями до тетради;
2. Незначущі нулі в результуючому числі відкидаються.

**Приклад 5.** Перевести число  $13_{16}$  в двійкову СЧ.

Згідно табл. 1.1 маємо:  $1_{16} = 1_2$

після доповнення незначущими нулями, маємо:  $1_2 = 0001_2$ ;

$$3_{16} = 11_2$$

після доповнення незначущими нулями, маємо:  $11_2 = 0011_2$ .

Тоді  $13_{16} = 00010011_2$ , після відкидання незначущих нулів маємо:  
 $13_{16} = 10011_2$ .

## Правила перекладання правильних дробів

### *З десятикової СЧ в двійкову та шістнадцяткову.*

1. Початковий дріб спочатку помножають на основу СЧ, в яку переводиться число (2 або 16);
2. В отриманому добутку цілу частину перетворюють у цифру (у відповідності з табл. 1.1) та відкидають – вона є старшою цифрою отриманого дробу;
3. Частина дробу, яка залишилась, знову множать на основу СЧ, в яку переводять (у відповідності з кроками 1 та 2);
4. Процедура множення триває до тих пір, поки не буде отримано нульовий результат в дробовій частині добутку або не буде досягнуто необхідну кількість цифр в результаті.
5. Формують результат: послідовно відкинуті на кроці 2 цифри складають дробову частину результату, причому в порядку зменшення старшинства.

**Приклад 6.** *Перевести число 0,847 в двійкову СЧ. Перевод виконувати до 4 значущих цифр після коми.*

Маємо:

$$\begin{array}{r} 0,847 \\ \cdot 2 \\ \hline 1,694 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 0,694 \\ \cdot 2 \\ \hline 1,388 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 0,388 \\ \cdot 2 \\ \hline 0,776 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 0,776 \\ \cdot 2 \\ \hline 1,552 \end{array} \text{ і т.д.}$$

0,1101

В даному прикладі процедуру переводу було перервано на 4 кроці, оскільки отримано необхідну кількість розрядів результату. Очевидно, це призвело до втрати ряду цифр.

**Приклад 7.** *Перевести число 0,847 в шістнадцяткову СЧ. Перевод виконувати до 3 значущих цифр.*

Маємо:

$$\begin{array}{r}
 0,847 \\
 \cdot \quad 16 \\
 \hline
 13,532 \longrightarrow 0,532 \\
 \cdot \quad 16 \\
 \hline
 8,832 \longrightarrow 0,832 \\
 \cdot \quad 16 \\
 \hline
 0,D8D \qquad \qquad \qquad 13,312 \quad \text{і т.д.}
 \end{array}$$

***З двійкової та шістнадцяткової СЧ в десяткову.***

В цьому випадку розраховується повне значення числа, причому коефіцієнт  $a_i$  приймають десяткові значення у відповідності з СЧ.

**Приклад 8.** *Перевести з двійкової СЧ в десяткову число  $0,1101_2$ .*

Маємо: 
$$\begin{aligned}
 0,1101_2 &= 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 1 \cdot \frac{1}{2^1} + 1 \cdot \frac{1}{2^2} + 0 \cdot \frac{1}{2^3} + 1 \cdot \frac{1}{2^4} = \\
 &= 0,5 + 0,25 + 0 + 0,0625 = 0,8125
 \end{aligned}$$

Розходження отриманого результату з початковим (0,847) викликано тим, що процедуру переводу в двійковий дріб було перервано.

**Приклад 9.** *Перевести з шістнадцяткової СЧ в десяткову число  $0,D8D_{16}$ .*

Маємо: 
$$\begin{aligned}
 0,D8D &= 13 \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} + 13 \cdot 16^{-3} = 13 \cdot \frac{1}{16^1} + 8 \cdot \frac{1}{16^2} + 13 \cdot \frac{1}{16^3} = \\
 &= 13 \cdot 0,0625 + 8 \cdot 0,003906 + 13 \cdot 0,000244 = 0,84692
 \end{aligned}$$

Розходження отриманого результату з початковим (0,847) викликано тим, що процедуру переводу в шістнадцятковий дріб було перервано.

### *З двійкової СЧ в шістнадцяткову.*

1. Початковий дріб необхідно поділити на тетради, починаючи з десяткової крапки праворуч. Якщо кількість цифр дробової частини не кратне 4, то вона доповнюється праворуч незначущими нулями до досягнення кратності 4;

2. Кожна тетрада замінюється шістнадцятковою цифрою, у відповідності з табл. 1.1.

**Приклад 10.** *Перевести з двійкової СЧ в шістнадцяткову число  $0,0010101_2$ .*

Оскільки кількість цифр дрібної частини не кратне 4, то додамо праворуч незначущий нуль:  $0,0010101_2 = 0,00101010_2$ .

У відповідності з табл. 1.1:  $0010_2 = 10_2 = 2_{16}$  та  $1010_2 = A_{16}$ .

Тоді маємо:  $0,0010101_2 = 0,2A_{16}$ .

### *З шістнадцяткової СЧ в двійкову.*

1. Кожна цифра початкового дробу замінюється тетрадою двійкових цифр у відповідності з табл. 1.1;

2. Незначущі нулі відкидаються.

**Приклад 11.** *Перевести з шістнадцяткової СЧ в двійкову число  $0,2A_{16}$ .*

Згідно таблиці маємо:  $2_{16} = 0010_2$  та  $A_{16} = 1010_2$ .

Тоді  $0,2A_{16} = 0,00101010_2$ . Відкидаємо незначущий нуль та отримуємо кінцевий результат:  $0,2A_{16} = 0,0010101_2$ .

## Правило перекладання дробових чисел

Окремо переводиться ціла частина числа, окремо – дрібна. Результати складають.

**Приклад 12.** *Перевести з десяткової СЧ в шістнадцяткову числа 19,847.*

*Перевод виконувати до 3 значущих цифр після коми.*

Представимо початкове число як суму цілого числа та правильного дробу:  
 $19,847 = 19 + 0,847$ .

З попереднього прикладу (1)  $19_{10} = 13_{16}$ , а у відповідності до прикладу (7)  $0,847_{10} = 0,D8D_{16}$ . Тоді маємо:  $19_{10} + 0,847_{10} = 13_{16} + 0,D8D_{16} = 13,D8D_{16}$ .

### ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

Згідно варіанту виконати наступні операції над числами:

1. Перевести число з десяткової СЧ в шістнадцяткову, згідно варіанту (табл. 1.2).
2. Перевести число з шістнадцяткової СЧ в десяткову, згідно варіанту (табл. 1.3).
3. Перевести число з двійкової СЧ в шістнадцяткову, згідно варіанту (табл. 1.4).
4. Перевести число з шістнадцяткової СЧ в двійкову, згідно варіанту (табл. 1.3).
5. Перевести правильний дріб з десяткової СЧ в двійкову та шістнадцяткову, згідно варіанту (табл. 1.5). Перевод виконувати до 4 значущих цифр після коми.
6. Перевести правильний дріб з двійкової СЧ в десяткову, згідно варіанту (табл. 1.6).

7. Перевести правильний дріб з шістнадцяткової СЧ в десяткову, згідно варіанту (табл. 1.7).

8. Перевести правильний дріб з двійкової СЧ в шістнадцяткову, згідно варіанту (табл. 1.6).

9. Перевести правильний дріб з шістнадцяткової СЧ в двійкову, згідно варіанту (табл. 1.7).

10. Перевести дрібне число з десяткової СЧ в шістнадцяткову, згідно варіанту (табл. 1.8). Перевод виконувати до 3 значущих цифр після коми.

**Таблиця 1.2**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число	<b>23</b>	<b>54</b>	<b>41</b>	<b>100</b>	<b>33</b>	<b>75</b>	<b>58</b>	<b>68</b>	<b>112</b>	<b>202</b>

**Таблиця 1.3**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число	<b>15</b>	<b>22</b>	<b>33</b>	<b>61</b>	<b>42</b>	<b>77</b>	<b>82</b>	<b>40</b>	<b>25</b>	<b>34</b>

**Таблиця 1.4**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число	<b>01110</b>	<b>110010</b>	<b>001100</b>	<b>01010</b>	<b>11001</b>	<b>0101101</b>	<b>110110</b>	<b>001011</b>	<b>11100</b>	<b>000111</b>

**Таблиця 1.5**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число	<b>0,501</b>	<b>0,633</b>	<b>0,805</b>	<b>0,303</b>	<b>0,444</b>	<b>0,225</b>	<b>0,106</b>	<b>0,777</b>	<b>0,911</b>	<b>0,666</b>

**Таблиця 1.6**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число	<b>0,110</b>	<b>0,0011</b>	<b>0,1010</b>	<b>0,1100</b>	<b>0,0101</b>	<b>0,1111</b>	<b>0,0111</b>	<b>0,1110</b>	<b>0,1000</b>	<b>0,1101</b>

**Таблиця 1.7**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число	<b>0.A7E</b>	<b>0.3DC</b>	<b>0.C8F</b>	<b>0.B3D</b>	<b>0.2EA</b>	<b>0.5DF</b>	<b>0.DF3</b>	<b>0.B8A</b>	<b>0.EC6</b>	<b>0.D7B</b>

**Таблиця 1.8**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число	<b>20,404</b>	<b>33,02</b>	<b>150,843</b>	<b>100,115</b>	<b>44,201</b>	<b>22,444</b>	<b>18,041</b>	<b>51,002</b>	<b>22,761</b>	<b>31,052</b>

## СКЛАД ЗВІТУ:

1. Назва і мета роботи.
2. Результати виконання завдання, згідно варіанту.

Звіт з практичної роботи повинен бути виконаний на аркушах формату А4 (297\*210 мм).

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №7

### ОСНОВНІ АРИФМЕТИЧНІ ОПЕРАЦІЇ В ДВІЙКОВІЙ СИСТЕМІ ЧИСЛЕННЯ

*Мета роботи:* вивчити способи представлення чисел з фіксованою і плаваючою комою, форми представлення чисел в ЕОМ з фіксованою і плаваючою комою, основні арифметичні операції над числами в двійковій системі числення.

### ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Дана тема знайомить з арифметичними основами ЕОМ, тобто з тим, як представляються числа в машині і як виконуються арифметичні операції з кодами в двійковій системі числення. Подальший матеріал, а саме: побудова вузлів ЕОМ; арифметичних, запам'ятовуючих і управляючих пристроїв ЕОМ – заснований на матеріалі даної теми і не може бути зрозумілим при його недостатньому відпрацюванні. Всі питання теми повинні бути відпрацьовані не тільки теоретично. Особливо це торкається виконання арифметичних операцій в двійковій системі числення і з числами в нормальній формі.

Арифметичні дії над двійковими числами проводяться за тими ж правилами, що і над десятковими:

<b>Складання</b>	<b>Віднімання</b>	<b>Множення</b>
$0 + 0 = 0;$	$0 - 0 = 0;$	$0 * 0 = 0;$
$0 + 1 = 1;$	$0 - 1 = 0;$	$0 * 1 = 0;$
$1 + 0 = 1;$	$1 - 1 = 0;$	$1 * 0 = 0;$
$1 + 1 = 10.$	$10 - 1 = 1.$	$1 * 1 = 1.$

Приклади арифметичних дій над числами в десятковій і двійковій системах числення приведені табл. 2.1.

**Таблиця – Арифметичні дії над числами в двійковій і десятковій системах числення**

Система	Складання	Віднімання	Множення	Ділення	
Десяткова	8	8	8	8	4
	+ 4	- 4	*4	- 8	<b>2</b>
	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>32</b>	0	
Двійкова	1000	1000	1000	1000	100
	+ 100	- 100	* 100	-1000	<b>10</b>
	1100		0000 0000 + 1000 100 000		
	<b>1100</b>	<b>100</b>	0000 0000 +1000		
			<b>100 000</b>		

У двійковій системі числення, так само як і в десятковій і двійковій, можуть бути записані дробові і змішані числа. Ціла і дробова частини в двійковій і в десятковій системах числення відділяються комою.

У десятковій системі числення в дробовій частині підсумовуються десяті, соті, тисячні і т.д. долі числа, а в двійковій – половинні, четвертні, восьмі, шістнадцяті і т.д.

Наприклад:  $101,011 = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} + 1*2^{-3}$ .

Отже при використуванні двійкової системи числення для представлення в ЕОМ одного розряду числа необхідно мати фізичний елемент з двома стійкими станами. Один стан відповідає нулю, а інший – одиниці. Для того, щоб представити в ЕОМ число, необхідно мати ряд двійкових елементів, для кожного розряду свій елемент.

Сукупність двійкових елементів, необхідних для представлення одного

числа, утворює розрядну сітку машини. Залежно від того, як використовується розрядна сітка, розрізняють два способи представлення чисел: в природній і в нормальній формі.

При природній формі представлення чисел в розрядній сітці машини відводиться певна кількість розрядів для цілої частини, для дробової частини і один розряд (іноді два) для знака числа. Звичайно кому розташовують після знакового розряду, і отже, всі числа представляються правильними дробами.

Схематичне зображення розрядної сітки з комою, фіксованою після знакового розряду, і представлення чисел:

+0.10010111 (а) і

-0.01011001 (б) приведено на рисунку 2.1:

а) зн. Числова частина (дріб)

0	1	0	0	1	0	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

б) зн. Числова частина (дріб)

1	0	1	0	1	1	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

*Представлення чисел з фіксованою комою*

Діапазон чисел, які можна представити в машині при природній формі, визначається виразом:

$$2^{-n} \leq N \leq 1 - 2^{-n},$$

де  $n$  – кількість розрядів числової частини.

Обмежене число розрядів розрядної сітки приводить до погрішності в представленні чисел.

Для найбільшого можливого числа  $N_{max}$  відносна похибка:

$$\delta_{max_1} = \frac{\Delta_{max}}{N_{max}} = \frac{0.5 * 2^{-n}}{1 - 2^{-n}} \cong 0.5 * 2^{-n}.$$

Для якнайменшого уявного числа відносна похибка:



має певні особливості.

При складанні і відніманні необхідно провести вирівнювання, яке полягає в тому, що меншому числу привласнюється порядок більшого числа. Після цього проводиться дія з мантисою, а потім нормалізація результатів. В результаті повинна бути отриманий мантиса у вигляді правильного дроби із значущим старшим розрядом. При множенні і розподілі проводиться окремо дія з мантисами і окремо з порядками, а потім нормалізується результат.

Для представлення двійкових чисел в ЕОМ застосовують пряму, зворотну і додаткову коди. У всіх цих кодах передбачається додатковий розряд для представлення знака числа, причому знак (+) кодується цифрою 0, а знак (-) - цифрою 1. При допомозі цих кодів операція віднімання або складання алгебри зводиться до арифметичного складання. В результаті спрощуються арифметичні пристрої ЕОМ.

Позитивні числа в прямому, зворотному і додаткових кодах мають один і той же вигляд, негативні - різний.

Щоб представити двійкове негативне число в зворотному кодi, треба поставити в знаковий розряд одиницю, а в усіх інших розрядах замінити одиниці нулями, а нулі – одиницями.

Наприклад, число:

$$(-3.5)_{10} - (-11.1)_2,$$

Представлене в зворотному кодi, має вигляд:  $(100.0)_{\text{обр}}$ , де перша одиниця в знаковому розряді указує на те, що число негативне.

При записі числа в додатковому кодi ставлять одиницю в розряд знака, а цифрову частину числа замінюють доповненням модуля числа до цілої одиниці. Наприклад, число  $(-0.01)_2$  в додатковому кодi матиме вид  $(1.11)_{\text{доп}}$ . Тут перша одиниця указує на те, що число негативне.

При складанні алгебри двох цілих чисел з використанням зворотного коду позитивні доданки представляються в прямому кодi, а негативні в зворотному, проводиться арифметичне підсумовування цих кодів, включаючи розряди

знаків. При виникненні перенесення з розряду знака одиниця перенесення додається до молодшого розряду суми кодів (таке перенесення називають круговим або циклічним). В результаті виходить сума алгебри в прямому коді, якщо ця сума позитивна, і в зворотному коді, якщо вона негативна.

### *Додавання двійкових чисел*

Операцію додавання починають з обробки найменших значень цифр в останній позиції праворуч. Якщо результат додавання найменших значущих цифр двох доданків не вміщається у відповідному розряді результату, то відбувається перенесення. Цифра, яку переносять в сусідній зліва розряд, додається до вмісту останнього. Перенесення виникає, якщо результат додавання цифр однойменних розрядів більше 1.

**Приклад 1.** Додати наступні числа  $01100011 + 01011111$ .

$$\begin{array}{r}
 1111111 \quad - \text{перенесення} \\
 01100011 \quad - \text{доданок 1} \\
 + \\
 01011111 \quad - \text{доданок 2} \\
 \hline
 11000010 \quad - \text{сума}
 \end{array}$$

### *Віднімання двійкових чисел*

Якщо вміст розряду зменшуваного менше вмісту однойменного розряду від'ємника, то має місце позика. Це відбувається в тому випадку, коли від 0 віднімають 1.

**Приклад 2.** Від числа  $01101101$  відняти число  $00110001$ .

$$\begin{array}{r}
 11 \quad - \text{позика} \\
 01101101 \quad - \text{зменшуване} \\
 - \\
 00110001 \quad - \text{від'ємник} \\
 \hline
 00111100 \quad - \text{різниця}
 \end{array}$$

### *Множення двійкових чисел*

При множенні одного числа на інше одне число називається множене, а



## ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

Виконати основні арифметичні операції (додавання, віднімання та множення) згідно варіанту.

### Варіанти

Варіант	Додавання		Віднімання		Множення	
	доданок 1	доданок 2	зменшуване	від'ємник	множник	множене
1	001101	101111	101111	100111	000101	001101
2	110011	110111	110111	011001	001111	010110
3	010110	100111	100111	101111	110011	101110
4	000101	011001	011001	110111	010110	100111
5	101110	001101	001111	010110	110111	101111
6	001111	110011	101110	000101	001101	110111
7	011001	010110	000101	001101	101111	011001
8	100111	000101	010110	110011	011001	001111
9	110111	101110	110011	001111	100111	000101
10	101111	001111	001101	101110	101110	110011

### СКЛАД ЗВІТУ:

1. Назва і мета роботи.
2. Результати виконання завдання, згідно варіанту.

Звіт з практичної роботи повинен бути виконаний на аркушах формату А4 (297\*210 мм).

## **ПРИКЛАД ТА ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ**

Структура оформлення практичної роботи:

1. Титульний аркуш
2. Основна частина
3. Висновки

Основна частина складається з коротких теоретичних відомостей та результатів виконання практичної роботи. Теоретичні відомості повинні обов'язково містити мету практичної роботи.

Вимоги до оформлення практичної роботи:

- Параметри сторінки: верхнє та нижнє – 20 мм; лїве – 25 мм; правє – 15 мм;
- Текст – шрифтом Times New Roman;
- Розмір шрифту – 14 пт; інтервал – 1,0.
- Звіт з практичної роботи повинен бути виконаний на аркушах формату А4 (297\*210 мм).

### **Практична робота №1 «ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ПРОГРАМНИМИ ІНСТРУМЕНТАМИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТІВ»**

**Мета роботи:** Ознайомитись з різними сучасними програмними інструментами для виконання та оформлення звітів (лабораторні, практичні та самостійні роботи, реферати, курсові проєкти та роботи, дипломні роботи), а також набути базових навичок їх практичного застосування.

#### **Короткі теоретичні відомості**

Повинні містити основні визначення, терміни, формули та іншу інформацію, яку студент вважає необхідною розмістити в даному розділі. (приклади, наведені в практичній роботі, непотрібно включати до звіту з практичної роботи).

#### **Хід виконання роботи**

1. Завдання згідно варіанту.
2. Розв'язання завдання.
3. Висновки.

*Приклад титульного аркуша практичної роботи*

Міністерство освіти і науки України

Центральноукраїнський національний технічний університет

Кафедра автоматизації виробничих процесів

**ЗВІТ**

**з практичної роботи №\_**

**з дисципліни «Вступ до спеціальності»**

на тему

«Назва роботи»

Виконав:  
студент гр. АК-26

***П.І.П.***

Перевірив:

**к.т.н., доцент**

**Голик О.П.**

Кропивницький 2026

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лінійне програмування: навч. посіб. для студентів усіх спеціальностей усіх форм навчання вищих навчальних закладів / С. П. Іглін, Ю. І. Зайцев, Ю. Б. Решетняк. — Харків: "НТМТ" , 2023. — 120 с. <https://repository.kpi.kharkov.ua/server/api/core/bitstreams/384866bb-5028-4546-996c-eb0a5cb346f6/content>
2. Енергозбереження та використання поновлюваних джерел енергії. Частина I: навчальний посібник для здобувачів освіти за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / Уклад.: О.П. Голик, Р.В. Жесан, І.В. Волков [та ін.]. – Кропивницький : Видавець Лисенко В.Ф., 2020 – 192 с. <http://dspace.kntu.kr.ua/jspui/handle/123456789/9295>
3. Бех, О., Городня, Т., & Щербак, А. (2025). *Математичне програмування*. Магнолія 2006. [https://magnolia.lviv.ua/wp-content/uploads/2025/01/Matematychno-prohramuvannia\\_-Zmist-1.pdf](https://magnolia.lviv.ua/wp-content/uploads/2025/01/Matematychno-prohramuvannia_-Zmist-1.pdf)
4. Системи і методи підтримки прийняття рішень: підручник / П. І. Бідюк та ін. Київ : «Київ. політехн. ін-т ім. Ігоря Сікорського», 2022. 610 с. URL: [https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/48418/1/Systemy\\_i\\_metody\\_pidtrymky\\_pryiniattia\\_rishen.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/48418/1/Systemy_i_metody_pidtrymky_pryiniattia_rishen.pdf)
5. Глухов, В. (2023). *Комп'ютерна логіка схем з пам'яттю*. Магнолія 2006.
6. Лупенко, С., Пасічник, В., & Тиш, Є. (2026). *КОМП'ЮТЕРНА ЛОГІКА*. Магнолія 2006.
7. Ельперін, І., Пупена, О., Сідлецький, В., & Швед, С. (2024). *Автоматизація виробничих процесів*. Ліра-К.