

Міністерство освіти і науки України

Центральноукраїнський національний технічний університет

Кафедра «Експлуатація і ремонт машин»

## **Основи наукових досліджень**

Методичні вказівки до практичних робіт для студентів  
денної та заочної форми навчання

за напрямом:

132 – «Матеріалознавство»

208 – «Технічний сервіс»

Затверджено на засіданні кафедри ремонту та експлуатації машин

Протокол № 6 від 06. 11.19.

Ю.В. Кулешков, М.В. Красота, Т.В. Руденко Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Основи наукових досліджень» для студентів денної та заочної форми за напрямом 132 «Матеріалознавство», 208 «Технічний сервіс»  
кафедра «Експлуатація і ремонт машин» – Кропивницький: ЦНТУ, 2019. с. 53.

Рецензент: кандидат технічних наук, доцент О.В. Бевз

Методичні вказівки розроблені для виконання практичних занять з дисципліни «Основи наукових досліджень» Методичні вказівки можуть бути використані для надання методичної допомоги з аналізу експериментальних даних і елементам статистики для виконання статистичних розрахунків при виконанні практичних занять, курсових та дипломних проектів для студентів і магістрантів технічних спеціальностей

## ЗМІСТ

Практичне заняття № 1	
Джерела науково-технічної інформації .....	4
Практичне заняття № 2	
Бібліографічне описання джерел науково –технічної інформації.....	8
Практичне заняття № 3	
Складання списків джерел науково –технічної інформації.....	17
Практичне заняття № 4	
Загальні поняття з теорії вимірювань і теорії помилок.....	21
Практичне заняття № 5	
Оцінка точності результатів вимірювань.....	28
Практичне заняття № 6	
Статистичне опрацювання експериментальних даних.....	34
Список літератури	54

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 1

### ДЖЕРЕЛА НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

**Інформація** (від латинського *informatiko* - роз'яснення, виклад).

Інформація в даний час придбала значення однієї з головних людських цінностей, стала важливим ресурсом життєзабезпечення суспільства, підсилювачем і прискорювачем темпу його розвитку.

**Інформаційне забезпечення** - не тільки обов'язкова умова ефективного проведення досліджень, але і невід'ємний складовий етап наукового дослідження. Як показують статистичні дослідження, більшість вчених нині третину свого часу витрачають на збирання та опрацювання наукової інформації. І ця величина має тенденцію до збільшення. Потенційно будь-яка наукова праця продуктивна, але якщо продукт цієї праці не видається у вигляді відомостей, узагальнень, то він не може з цього погляду відігравати роль товару. Науково-технічна інформація дозволяє матеріалізувати результати інтелектуальної роботи мозку, а також оцінити її якісно і кількісно.

Історично склалося так, що найбільш розповсюдженими джерелами інформації стали:

- текстові документи: книги, журнали, рукописи;
- графічні документи: креслення, схеми, діаграми, плани і карти;
- аудіовізуальні документи: звукозапису, фотографії і кінофільми;
- сучасні методи записи інформації відрізняються широкою різноманітністю: це і магнітні системи запису і оптичні і магнітно-оптичні, тощо.

**Наукові документи** - це історично обумовлений різновид матеріального носія, на якому тим, або іншому способі записані наукові відомості (дані або наукова інформація), при цьому науковий документ обов'язково повинний бути постачений указівкою ким і коли він створений.

За формою розрізняють документи друковані, графічні і аудіовізуальні та електронні.

Текстові документи являють собою основну масу документів, величезна кількість яких у даний час вступила в протиріччя з можливістю їх використання.

Графічні документи мають переваги перед текстовими завдяки стислості, ємності і точності виміру.

Аудіовізуальні документи - одержують усе більше визнання і поширення через їхній активний вплив на людину.

Але сьогодні вже очевидно, що розвиток запису, зберігання класифікації та інших методів впорядкування переробки та осмислення інформації неможливий без сучасних комп'ютерних технологій. Теперішній час відрізняється тим, що комп'ютері технології поступово витісняють традиційні види документів, а також і традиційні носії інформації.

Усі документи розділяють на 2 групи: первинні і вторинні.

**Первинні документи** відбивають безпосередньо результати науково-дослідної і дослідно-конструкторської діяльності.

**Вторинні документи** відбивають результати аналітико-синтетичної і логічної переробки наукової інформації, що утримується в первинних документах.

До первинних документів і видань можна віднести більшість книг (за винятком довідкової літератури), періодичні видання, спеціальні види видань, науково-технічні звіти, дисертації, переклади, інформаційні карти, інформаційні листки, тощо.

До вторинного варто віднести довідкову літературу, огляди, реферативні журнали, бібліотечні каталоги і картки, різні види покажчиків.

Класифікація основних видів видань.

**Книга** – багатосторінковий друкований документ (менше ніж 48 сторінок - брошура), у якій публікуються узагальнені матеріали наукового і технічного та виробничого характеру.

Необхідно враховувати, що різні види книг мають специфічні особливості. Найбільш важливим для науково-інформаційної діяльності можна вважати наступні види книг: монографії, збірники, підручники і посібники, матеріали наукових конференцій, оригінальні і відомчі видання. Вони публікуються як у виді одностомних видань, так і у виді багатотомних і серійних.

**Монографія** - наукова або серійна науково-популярна праця, в якій повно і всебічно досліджується яка-небудь одна проблема, питання, або предмет. Монографія звичайно написана за визначеним планом, що охоплює всі сторони даного предмета або явища.

В даний час монографії поступилися першістю збірникам - книгам, складеним з окремих робіт різних авторів, або одного автора (авторський збірник), або з різних офіційних, історичних, архівних і інших документів і матеріалів.

**Підручники і посібники** займають особливе місце серед книг, використовуваних у сфері наукової інформації. Підручники по суміжних галузях знань можуть допомогти фахівцеві ввійти в проблематику незнайомої для нього області: часто вони служать нормативами у відношенні термінології. Хоча такі книги призначені головним чином для навчання, найбільш оригінальні з них становлять інтерес і для фахівців завдяки новому угрупованню й узагальненню відомих фактів.

**Офіційні і відомчі** видання публікуються від імені установ, організацій або відомств і є їх документами; зміст цих документів безпосередньо зв'язаний з діяльністю відповідних установ, організацій, або відомств, що несуть повну відповідальність за опубліковану в них інформацію.

**Наукова література** призначена для висококваліфікованих фахівців, це праці монографії, книги, статті.

**Науково-популярна література** - має своєю метою поширення знань серед читачів - неспеціалістів.

**Виробничо-технічна література** містить опис технічних пристроїв, способів виробництва, опис технології й організації виробництва і досвіду експлуатації.

Видання можуть бути серійними, триваючими і періодичними.

**Періодичним виданням** прийнято вважати друкований документ, що виходить регулярно через визначені або невизначені проміжки часу окремими випусками, що не повторюються по змісту під єдиним об'єднуючим їх заголовком. Періодичне видання, як правило, розраховано на заздалегідь необмежену тривалість виходу у

світ і звичайно має однакове оформлення. Традиційними видами періодичних видань є журнали і газети. До періодичних видань відносяться також триваючі видання, що займають проміжне положення між книгами і журналами.

**Триваючі видання** - це збірники наукових праць і інших матеріалів установ, суспільств, або інших організацій, розраховані на постійне, або тривале існування, що публікуються без строгої періодичності нумерованими випусками під загальним заголовком („Праці”, „Вісник” і т.п.) і що мають, як правило, однакове оформлення. Найчастіше триваючі видання випускаються академіями, університетами, науково-дослідними і навчальними інститутами, науковими суспільствами і т.п.

**Нормативно-технічна документація.** Основним серед нормативних документів є стандарти. Вони визначають типи, види, марки продукції, її якість, методи іспитів, пакування, маркірування, транспортування, збереження і дають їй всебічну характеристику. Стандарти пропонують методику проведення окремих типових досліджень.

На Україні з 01.01.1991 року існує державна система стандартизації (ДСТУ), а також збереглася система стандартизації (ГОСТ).

Спеціальні види технічних видань містять вищезгадані стандарти, міжгалузеві і галузеві технічні документи, описи зображень до авторських посвідчень і патентів, технічні каталоги і прейскуранти на матеріали й устаткування, матеріали технічної інформації й обміну досвідом.

Велике значення як джерела наукової інформації мають неопубліковані документи. Це - лабораторні журнали, науково-технічні звіти, інформаційні карти, а також окремі дані, таблиці, креслення, схеми, що не ввійшли в опубліковані звіти про науково-дослідні і дослідно-конструкторські роботи.

Деякі матеріали, що звичайно вважаються друкованим продуктом, можуть бути невиданими. Серед них можна назвати матеріали наукових конференцій, дисертації, переклади, тощо.

**Науково-технічні звіти** (або звіти про результати закінчених науково-дослідних і дослідно-конструкторських робіт) служать важливим джерелом науково-технічної інформації, необхідним для подальшого розвитку науки і техніки, упровадження їхніх досягнень у виробництво і для удосконалення технологічних процесів.

Особливе місце займають дисертація й автореферати до них.

**Дисертація** – результат наукового дослідження, представлений на пошукання вченого ступеня; **автореферат** – результат узагальнення основних положень дисертації, складених автором для попереднього ознайомлення з ними наукової громадськості. В Україні дисертації звичайно не публікуються, але підлягають ретельній бібліографічній реєстрації. Таким чином, дисертація, хоча вони й існує в одиничному екземплярі, але викладені в них ідеї і факти вважаються офіційно введеними в науку. Автореферати дисертацій публікуються обмеженим тиражем (100-150 примірників), але мають усі права друкованої продукції, хоча і позначаються грифом „На правах рукопису”.

**Депонування рукописів.** Депонування (від лат. віддавати на збереження) рукописів у традиційному розумінні, депоновані матеріали, не можна віднести до опублікованих документів.

Це особлива форма збереження науково-технічних документів в органах

наукової і технічної інформації, а також розмноження безнабірним способом по запитах зацікавлених споживачів інформації.

Депонуванню можуть підлягати рукопису статей, оглядів, монографій, матеріалів конференцій, з'їздів і симпозіумів вузькоспеціального характеру, що недоцільно видавати звичайним способом.

Неопубліковані документи.

**Препринти** - попередні відбитки статей, доповідей, повідомлень, виготовлені технографічним способом до офіційного виходу видання з друку. Вони оперативні і дозволяють заздалегідь підготуватися до обговорення по даному питанню.

**Переклади** - найчастіше не видаються і є джерелом інформації в межах визначеної зацікавленої організації.

Письменник Генріх Михайлівський у розповіді "Геній" повідав про долю самоучки-математика, що присвятив багато років життя математичним дослідженням. Завершивши роботу він передав свої рукописи в університет і довідався, що відкрив давно відоме диференціальне вираження.

Сумна доля математика - застереження тим, хто береться за дослідження без попереднього вивчення стану питання.

Усі зазначені документи є первинними. Якщо взяти за основу ступінь переробки первинних документів, то вторинні документи можна умовно розташувати в наступний логічний ряд: довідкова література, огляди, реферати й анотації, матеріали експрес інформації, бібліографічні покажчики, каталоги і картотеки.

**Довідкова література** призначена для швидкого одержання якихось відомостей наукового, прикладного або пізнавального характеру. У ній містяться результати теоретичних узагальнень, основні наукові факти, математичні і фізико-хімічні величини, матеріали виробничого характеру, що супроводжуються великою кількістю таблиць, графіків, креслень і формул.

Серед довідкової літератури найбільше значення мають загальні і галузеві енциклопедії, виробничі довідники, технічні словники, двох і багатомовні словники, а також бібліографічні словники і довідники.

Завдання до практичного заняття

1. Ознайомитися з основними видами джерел науково-технічної інформації.

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 2

### БІБЛІОГРАФІЧНЕ ОПИСАННЯ ДЖЕРЕЛ НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

#### Правила складання бібліографічного опису

**Бібліографічний опис** — це сукупність бібліографічних відомостей про документ, його складову частину чи групу документів, які наведені за певними правилами, необхідні та достатні.

Для уніфікації складання бібліографічного опису на міжнародному рівні, забезпечення можливості обміну результатами каталогізації розроблено новий національний стандарт ДСТУ ГОСТ 7.1:2006 "Бібліографічний запис. Бібліографічний опис. Загальні вимоги та правила складання", який набув чинності 1 липня 2007 року. Він є базовим для системи стандартів, правил, методичних посібників, списку джерел, які наводять в дисертації і списку опублікованих робіт, які наводять в авторефераті.

Нововведення здійснюються щоб максимально точно слідувати базовому принципу Міжнародного стандартного бібліографічного опису (ISBD) – подавати інформацію в бібліографічному описі в тому вигляді, в якому вона представлена в об'єкті опису.

Нові правила бібліографічного опису у відповідності до нового стандарту з бібліографічного опису ДСТУ ГОСТ 7.1:2006. Основні відмінності від ГОСТ 7.1.-84.

1. Бібліографічний опис складається на мові документа.

2. Джерела відомостей для опису: титульний аркуш, зворотна сторона титульного аркуша, обкладинка, остання сторінка.

3. Опис складається з елементів, що об'єднані в області, і наведені в певній послідовності. Після області назви всі області відокремлюються одна від одної крапкою та тире ( . - ).

4. Для кожної області опису певного виду документів визначено приписане (основне) джерело інформації - одне або декілька (наприклад, для області заголовка та відомостей про відповідальність приписаними джерелами інформації є: титульний аркуш - для книг, перша та остання шпальти - для газет, титульний екран, етикетка та наклейка і т.п.). Відомості, запозичені не з приписаного джерела інформації, наводять в квадратних дужках, наприклад: / Н. Мазняк ; за ред. Ш. Аванс ; [пер. з англ. І. І. Вікторової] / [А. Федоров, Б. Пашук, Я. Петрова] / [укл. А. Ярошко ; редактори : В. Попов, С. Белова]

5. Бібліографічні відомості зазначають в описі в тому вигляді, в якому вони наведені в джерелі інформації.

6. З великої літери починають перше слово кожної області, а також перше слово наступних елементів: загального позначення матеріалу: та будь-яких заголовків в усіх областях описів. Всі інші елементи записують з малої літери. Приклад: Вітаміни [Електронний ресурс] : підручник / за ред. О. Мишо

7. Числівники в описі наводять в тій формі, в якій вони представлені у виданні

(римські, арабські, в словесній). Числівники, що позначають том, випуск, частину, номер, сторінки – завжди записують арабськими цифрами без нарощування відмінкового закінчення: Вип. 1 ; В 2 т. ; Т. 3 ; Ч. 5 ; С. 12-16 ; 241 с. Римські цифри та числівники в словесній формі заміняють на арабські цифри також при позначенні кількості класів чи курсів навчальних закладів; порядкових номерів видань; року або дат виходу, розповсюдження документу: заявл. 18.12.00; опубл. 10.03.01; введ. 2002-07-01. Порядкові числівники наводять з нарощуванням закінчень за правилами граматики мови: 2-е изд.; 3-те вид.; 2-гий курс.

8. Скорочення слів в описі відбувається згідно з наступними стандартами:

- ДСТУ 3582-97. Інформація та документація. Скорочення слів в українській мові у бібліографічному описі. Загальні вимоги та правила;

- ГОСТ 7.12-93. Система стандартів по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая запись. Сокращение слов на русском языке. Общие требования и правила.

- ГОСТ 7.11-78 . Система стандартів по информации, библиотечному и издательскому делу. Сокращение слов и словосочетаний на иностранных европейских языках в библиографическом описании.

Не можна скорочувати перші три слова в назві. Частина довгої назви може бути пропущена, а пропуск позначений трьома крапками (...).

Уніфіковані форми скорочень на російській та латинській мовах:

и другие et alii) – и др. (et. al.);

и так далее (et cetera) – и т. д. (etc.);

то есть (id est) – т. е. (i. e.);

без места (sine loco) – б. м. (s. l.);

без издателя (sine nomine) – б. и. (s. n.).

9. Для більш чіткого розділення областей та елементів, а також для розрізнення приписаної та граматичної пунктуації застосовують пробіли в один друкований знак перед та після приписаного знаку. Виключення складають крапка та кома – пробіли ставлять тільки після них. Круглі та квадратні дужки розглядають як єдиний знак, тому пробіл ставлять тільки перед та після дужки. Приклад: Бойко, Р. Г. Петровские звоны [Ноты] : (Юность Петра) : муз. ил. к рус. истории времен Петра Первого / Ростислав Бойко. – М. : Композитор, 2001. – 96 с.

**Скорочення** .Мова бібліографічного опису, як правило, відповідає мові вихідних відомостей документів.

При складанні бібліографічного опису можна застосовувати скорочення слів і словосполучень, які мають відповідати вимогам ДСТУ 3582-2013 «Бібліографічний опис і скорочення слів і словосполучень українською мовою. Загальні вимоги та правила (ISO4:1984, NEQ; ISO832:1994, NEQ)», ГОСТ 7.12-93 «Библиографическая запись. Сокращения слов на русском языке. Общие требования и правила» та ГОСТ 7.11-78 «Сокращение слов и словосочетаний на иностранных европейских языках в библиографическом описании» (чинні в Україні як міждержавні).

**Скорочення назв міст:**

Лондон – L.

Москва – М.

Нью-Йорк – N.Y.

Париж – Р.

Санкт-Петербург – СПб.

Пунктуація в бібліографічному описі виконує дві функції – розділові звичні граматичні знаки і знаки наказаної пунктуації, тобто знаків, що мають пізнавальний характер для областей і елементів бібліографічного опису. Наказана пунктуація (умовні розділові знаки) сприяє розпізнаванню окремих елементів в описах на різних мовах у вихідних формах традиційної і машинопочитаємої каталогізації – записах, представлених на друкарських картках, в бібліографічних покажчиках, списках, на екрані монітора комп'ютера і т. п.

Наказана пунктуація передує елементам і областям або укладає їх. Її вживання не пов'язано з нормами мови.

Як наказана пунктуація виступають розділові знаки і математичні знаки:

- . — крапка і тире
- . крапка
- , кома
- : двокрапка
- ; крапка з комою
- ... багатокрапка
- / коса риска — позначає авторство
- // дві косі риски — джерело
- () круглі дужки
- [ ] квадратні дужки
- + знак плюс
- = знак рівності

У кінці бібліографічного опису ставиться крапка.

Кожну ділянку бібліографічного опису розділяють знаком крапка і тире (. —), який допускається замінити знаком крапка (.). Складаючи бібліографічний опис, використовують різні скорочення, які регламентовані відповідними стандартами. У кількісному елементі бібліографічного опису можна вказати тільки сторінку цитованого тексту.

**Аналітичний бібліографічний опис.** Аналітичний бібліографічний опис складають за такою схемою:

Відомості про складову частину документа // Відомості про ідентифікуючий документ. – Відомості про місце знаходження складової частини в документі.

#### **Примітки.**

- В аналітичному бібліографічному описі між областями бібліографічного опису ставиться крапка і тире.
- Зверніть увагу на те, що тире, яке відокремлює одну область від іншої, має бути трохи подовжене.

#### **Основні положення:**

Об'єктом аналітичного бібліографічного опису є складова частина документа, для ідентифікації і пошуку якій необхідні відомості про документ, в якому вона поміщена. До складових частин відносяться:

- самостійний твір;
- частина твору, що має самостійний заголовок;
- частина твору, що не має самостійного заголовку, але виділена в цілях бібліографічної ідентифікації.

Документ, що містить складову частину, є ідентифікатором публікації та іменується ідентифікуючим документом.

На складову частину, опубліковану як самостійний документ (наприклад, окремий відбиток статті з серіального видання), складають однорівневий бібліографічний опис.

Відомості про складову частину документа також можуть бути приведені в примітці по зміст до бібліографічного опису документа, що ідентифікує публікацію.

У тих випадках, коли потрібні якнайповніші бібліографічні відомості про складову частину документа, складають аналітичний опис.

Аналітичний бібліографічний опис є основним елементом аналітичного бібліографічного запису і включає:

- а) відомості, ідентифікуючі складову частину;
- б) сполучений елемент;
- в) відомості про ідентифікуючий елемент;
- г) відомості про місцезнаходження складової частини в документі;
- д) примітки.

Джерелами інформації про складову частину документа є перша, остання ті інші сторінки (листи, смуги і т. п.) складові частини, якщо вони містять відомості про заголовок складової частини, її авторів, інших осіб і (або) організації, що брали участь у створенні публікації, виготовленні складової частини документа; колонтитул, що відноситься до складової частини; зміст ідентифікуючого документа, якщо він містить відомості про складову частину; наклейки, вкладиші ті інші матеріали, супроводжуючі документи.

У відповідності з основним принципом бібліографічний опис доповнюється заголовком бібліографічного запису, ім'я особи в заголовку наводять у формалізованому вигляді: спочатку прізвище, потім ім'я по батькові. Тільки у відомостях про відповідальність є можливість зазначити, в якому виді особа, яка несе інтелектуальну чи іншу відповідальність за документ, представлена в самому документі. Обов'язкове наведення перших відомостей про відповідальність дає змогу адекватніше подавати документ у бібліографічному записі, ніж це було раніше. Так виглядає бібліографічний запис за наявності інформації про один, два, три автори.

### ПРИКЛАДИ ОФОРМЛЕННЯ БІБЛІОГРАФІЧНОГО ОПИСУ

Характеристика джерела	Приклад оформлення
Книги:  Один автор	Василій Великий, Гомілії / Василій Великий ; [пер. з давньогрец. Л. Звонська]. — Львів : Свічадо, 2006. — 307 с. — (Джерела християнського Сходу. Золотий вік патристики IV—Уст.; № 14). Коренівський Д. Г. Дестабілізуючий ефект параметричного білого шуму в неперервних та дискретних динамічних системах / Д. Г. Коренівський. — Київ: Ін-т математики, 2006. — 111 с. — (Математика та її застосування). Матюх К. Д. Що дорожче срібла-золота / Наталія Дмитрівна Матюх. — Київ : Асамблея діл. кіл. Ін-т соц. іміджмейкінгу, 2006. — 311 с.

	4. Шкляр В. Елементал : роман / Василь Шкляр. — Л. : Кальварія, 2005. — 196 с. — (Першотвір).
Два автори	Матяш І. Б. Діяльність надзвичайної дипломатичної місії УНР в Угорщині: історія, спогади, арх. док. / І. Матяш, Ю. Мушка. — Київ : Києво-Могилян. акад., 2005. — 397, [1] с. — (Б-ка наук. щорічника "Україна дипломатична", вип. 1). Ромовська З. В. Сімейне законодавство України / З. В. Ромовська, Ю. В. Черняк. — Київ : Прецедент, 2006. — 93 с. Суберляк О. В. Технологія переробки полімерних та композиційних матеріалів: підруч. [для студ. вищ. навч. закл.] / О. В. Суберляк, П. 1. Баштанник. — Львів : Растр-7, 2007. — 375 с.
Три автори	Акофф Р. Л. Идеализированное проектирование: как предотвратить завтрашний кризис сегодня. Создание будущего организации / Р. Л. Акофф, Д. Магидсон, Г. Д. Эдисон; пер. с англ. Ф. П. Тарасенко. — Дніпропетровськ: Баланс Бизнес Букс, 2007. — XLIII, 265 с.
Чотири автори	Методика нормування ресурсів для виробництва продукції рослинництва / [В. В. Вітвіцький, М. Ф. Кисляченко, І. В. Лобастов, А. А. Нечипорук]. — Київ : НДІ "Укراгропромпродуктивність", 2006. — 106 с. — (Б-ка спец. АПК. Екон. нормативи).
П'ять і більше авторів	1. Психологія менеджмента / П. К. Власов, А. В. Липницький, И. М. Луцихина [и др.]; под ред. Г. С. Никифорова. — 3-е изд. — Харків : Гуманитар. центр, 2007 — 510 с. 2. Формування здорового способу життя молоді : навч.-метод, посіб. для працівників соц. служб для сім'ї, дітей та молоді / Т. В. Бондар, О. Г. Карпенко, Д. М. Дикова-Фаворська [та ін.]. — Київ : Укр. ін-т соц. дослідж., 2005. — 115 с.
Без автора	1. Історія Свято-Михайлівського Золотоверхого монастиря / [авт. тексту В. Клос]. — Київ : Грані-Т, 2007. — 119с. — (Грані світу). 2. Воскресіння мертвих : українська барокова драма : антол. / [у поряд., ст., пер. і прим. В. О. Шевчук]. — Київ : Грамота, 2007. — 638, [1] с. 3. Тіло чи особистість? Жіноча тілесність у вибраній малій українській прозі та графіці кінця ХІХ — початку ХХ століття: [антол. / упоряд. : Л. Таран, О. Лагутенко]. — Київ : Грані-Т, 2007. — 190, [1] с. 4. Проблеми типологічної та квантитативної лексикології : зб. наук. пр. / наук. Ред. В. Каліущенко [та ін.]. — Чернівці : Рута, 2007. — 310 с.
Багато-томний документ	1. Історія Національної академії наук України, 1941—1945 / упоряд. Л. М. Яременко [та ін.]. — Київ : Нац. б-ка України ім. В. І. Вернадського, 2007. — (Джерела з історії науки в Україні). Ч. 2 : Додатки — 2007. — 573, [1] с. 2. Межгосударственные стандарты: каталог в 6 т. / сост. : И. В. Ковалева, Е. Ю. Рубцова ; ред. В. Л. Иванов. — Львів : НТЦ "Леонорм-Стандарт", 2005 — (Сер. "Норматив. база підприємства"). Т. 1. — Л., 2005. — 277 с. 3. Дарова А. Т. Неисповедимы пути Господни: (Дочь врага народа): трилогия / А. Дарова. — Одесса: Астропринт, 2006. — 302 с. 4. Кучерявенко Н. П. Курс налогового права : особен. ч.: в 6 т. / Н. П. Кучерявенко. — Харьков : Право, 2007. Т. 4 : Косвенные налоги. — Х., 2007. — 534 с. 5. Реабілітовані історією. Житомирська область : у 7 т. — Житомир: Полісся, 2006. — (Наук.-док. сер. кн. "Реабілітовані історією": у 27 т. / гол.

	редкол. П. Т. Тронько, (гол.) [та ін.]. — 2006. — 721, [2] с. 6. Бондаренко В. Г. Теорія ймовірностей і математична статистика / В. Г. Бондаренко, І. Ю. Канівська, С. М. Парамонова. — Київ: НТУУ "КПІ", 2006. — Ч. 1. — 125 с.
Матеріали конференцій, з'їздів	1. Економіка, менеджмент, освіта в системі реформування агропромислового комплексу : матеріали Всеукр. конф. молодих учених-аграрників ["Молодь України і аграрна реформа"], Харків, 11—13 жовт. 2000 р. / М-во аграр. політики, Харк. держ. аграр. ун-т ім. В. В. Докучаєва. — Харків : Харк. держ. аграр. ун-т ім. В. В. Докучаєва, 2000. — 167 с. 2. Кібернетика в сучасних економічних процесах : зб. текстів виступів на респ. міжвуз. наук.-практ. конф. / Держкомстат України, Ін-т статистики, обліку та аудиту. — Київ : ЮОА, 2002. — 147 с. 3. Матеріали ІХ з'їзду Асоціації українських банків, 30 черв. 2000 р.: інформ. бюл. — Київ : Асоц. укр. банків, 2000. — 117 с. — (Спецвип.: 10 років АУБ). 4. Оцінка й обґрунтування продовження ресурсу елементів конструкцій : праці конф., Київ, 6—9 черв. 2000 р. / відп. ред. В. Т. Трошенко. — Київ : НАН України, Ін-т пробл. міцності, 2000. Т. 2: — С. 559—956, XIII, [2] с. — (Ресурс 2000). 5. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. пр. / наук. ред. В. І. Моссаковський. — Дніпропетровськ: Навч. кн., 1999. — 215 с. 6. Ризикологія в економіці та підприємстві: зб. наук. пр. за матеріалами міжнар. наук.-практ. конф., 27 - 28 берез. 2001 р. / М-во освіти і науки України, Держ податк. адмін. України [та ін.]. — Київ : КНЕУ : Акад. ДПС України, 2001. — 452 с.
Препринти	1. Шилиєв Б. А. Расчеты параметров радиационного повреждения материалов нейтронами источника ННЦ ХФТИ/ANL USA с подкритической сборкой, управляемой ускорителем электронов / Б. А. Шилиєв, В. Н. Воеводин — Харьков : ННЦ ХФТИ, 2006. — 19 с. — (Препринт / НАН України, Нац. науч. центр "Харьк. физ.-техн. ин-т ; ХФТИ 2006 - 4). 2. Панасюк М. І. Про точність визначення активності твердих радіоактивних відходів гамма-методами / М. І. Панасюк, А. Д. Скорбун, Б. М. Сплошной — Чорнобиль : Ін-т пробл. безпеки АЕС НАН України, 2006, — 7 с. — (Препринт / НАН України, Ін-т пробл. безпеки АЕС ; 06-1).
Депоновані наукові праці	1. Социологическое исследование малых групп населения / В. И. Иванов [и др.]; М-во образования Рос. Федерации, Финанс. акад. — М., 2002. — 110 с. — Деп. в ВИНТИ 13.06.02, № 145432. 2. Разумовский В. А. Управление маркетинговыми исследованиями в регионе / В. А. Разумовский, Д. А. Андреев. — М., 2002. — 210 с. - Деп. в ИНИОН Рос. акад. наук 15.02.02, № 139876.
Словники	1. Географія : словник-довідник / [авт.-уклад. Ципін В. Л.]. — Харків : Халімон, 2006. — 175, [1] с. 2. Тимошенко З. І. Болонський процес в дії : словник-довідник основ. термінів і понять з орг. навч. процесу у вищ. навч. закл. / З. І. Тимошенко, О. І. Тимошенко. — К. : Європ. ун-т, 2007. — 57 с. 3. Українсько-німецький тематичний словник / уклад. Н. Яцко [та ін.]. — Київ : Карпенко, 2007. — 219 с.

	4. Європейський Союз : словник-довідник / [ред.-упоряд. М. Марченко]. — 2-ге вид., оновл. — Київ : К.І.С., 2006. — 138 с.
Атласи	1. Україна : екол.-геогр. атлас : присвяч. всесвіт. дню науки в ім'я миру та розвитку згідно з рішенням 31 сесії ген. конф. ЮНЕСКО / наук. редкол. : С. С. Куруленко [та ін.] ; Рада по вивч. продукт. сил України НАН України [та ін.]. — Київ : Варта, 2006. — 217, [1] с. 2. Анатомія пам'яті : атлас схем і рисунків провідних шляхів і структур нервової системи, що беруть участь у процесах пам'яті : посіб. для студ. та лікарів / О. Л. Дроздов, Л. А. Дзяк, В. О. Козлов, В. Д. Маковецький. — 2-ге вид., розшир. та доп. — Дніпропетровськ : Пороги, 2005. — 218 с. 3. Куерда Х. Атлас ботаніки / Хосе Куерда ; пер. з ісп. В. Й. Шовкун. — Харків : Ранок, 2005. — 96 с.
Законодавчі та нормативні документи	1. Кримінально-процесуальний кодекс України : за станом на 1 груд. 2005 р. / Верхов. Рада України. — Київ : Парлам. вид-во, 2006. — 207 с. — (Б-ка офіц. видань). 2. Медична статистика статистика : зб. нормат. док. / упоряд. та гол. ред. В. М. Заболотько. — Київ : МНІАЦ мед. статистики, Медінформ, 2006. — 459 с. — (Нормативні директивні правові документи). 3. Експлуатація, порядок і терміни перевірки запобіжних пристроїв посудин, апаратів і трубопроводів теплових електростанцій : СОУ-Н ЕЕ 39.501:2007. — Київ : ГРІФРЕ : М-во палива та енергетики України, 2007. — VI, 74 с. — (Нормативний документ Мінпаливенерго України. Інструкція).
Стандарти	1. Графічні символи, що їх використовують на устаткуванні : покажчик та огляд (ISO 7000:2004, IDT) : ДСТУ ISO 7000:2004. — [Чинний від 2006-01-01]. — Київ : Держспоживстандарт України, 2006. — IV, 231 с. — (Нац. стандарт України). 2. Якість води : Словник термінів : ДСТУ ISO 6107-1:2004 — ДСТУ ISO 6107- 9:2004. — [Чинний від 2005-04-01]. — Київ : Держспоживстандарт України, 2006. — 181 с. — (Нац. стандарти України). 3. Вимоги щодо безпечності контрольно-вимірювального та лабораторного електричного устаткування. Ч. 2-020. Додаткові вимоги до лабораторних центрифуг (EN 61010-2-020:1994, IDT) : ДСТУ EN 61010-2-020:2005. — [Чинний від 2007-01-01]. — Київ : Держспоживстандарт України, 2007 — IV, 18 с. — (Нац. стандарт України).
Каталоги	1. Межгосударственные стандарты : каталог : в 6 т. / сост. И. В. Ковалева, В. А. Павлюкова ; ред. В. Л. Иванов. — Львів : НТЦ "Леонорм-стандарт", 2006. — (Сер. "Нормативная база предприятия"). Т. 5. — 2007. — 264 с. Т. 6. — 2007. — 277 с. 2. Пам'ятки історії та мистецтва Львівської області : каталог-довід. / авт.-упоряд. М. Зобків [та ін.]. — Львів : Новий час, 2003. — 160 с. 3. Університетська книга : осінь, 2003 : [каталог]. — Суми : Унів. кн., 2003. — 11 с. 4. Горницкая И. П. Каталог растений для работ по фитодизайну / И. П. Горницкая, Л. П. Ткачук. — Донецк : Лебедь, 2005. — 228 с.

Бібліографічні покажчики	<p>1. Куц О. С. Бібліографічний покажчик та анотації кандидатських дисертацій, захищених у спеціалізованій вченій раді Львівського державного університету фізичної культури у 2006 році / О. Куц, О. Вацеба. — Львів : Укр. технології, 2007. — 74 с.</p> <p>2. Систематизований покажчик матеріалів з кримінального права, опублікованих у Віснику Конституційного Суду України за 1997 - 2005 роки / уклад. : Б. О. Кириш, О. С. Потлань]. — Львів : Львів. держ. ун-т внутр. справ, 2006. — 11 с. — (Сер. : Бібліогр. довід. ; вип. 2).</p>
Дисертації	<p>1. Петров П. П. Активність молодих зірок сонячної маси: дис. ... д-ра фіз.-мат. наук : 01.03.02 / Петров Петро Петрович. - Київ, 2005. — 276 с.</p>
Автореферати дисертацій	<p>1. Новосад І. Я. Технологічне забезпечення виготовлення секцій робочих органів гнучких гвинтових конвеєрів : автореф. дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.02.08 "Технологія машинобуд." / І. Я. Новосад. — Тернопіль, 2007. — 20 с.</p> <p>2. Нгуен Ші Данг. Моделювання і прогнозування макроекономічних показників в системі підтримки прийняття рішень управління державними фінансами : автореф. дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.13.06 "Автомати з системи упр. та прогрес. інформ. технології" / Нгуен Ші Данг. — Київ, 2007.—20 с.</p>
Авторські свідоцтва	<p>1. А. с. 1007970 ССРСР, МКИ<sup>3</sup> В 25 J 15/00. Устройство для захвата неориентированных деталей типа валов / В. С. Ваулин, В. Г. Кемайкин (СССР). № 3360585/25-08 ; заявл. 23.11.81 ; опубл. 30.03.83, Бюл. № 12.</p>
Патенти	<p>1. Пат. 2187888 Российская Федерация, МПК<sup>6</sup> Н 04 В 1/38, Н 04 J 13/00. Приемопередающее устройство / В. И. Чугаева ; заявитель и патентообладатель Воронеж. науч.-исслед. ин-т связи. - № 2000131736/09 ; заявл, 18.12.00 ; опубл. 20.08.02, Бюл. № 23 ( II ч.).</p>
Частина книги, періодичного, продовжаного видання	<p>1. Козіна Ж. Л. Теоретичні основи і результати практичного застосування системного аналізу в наукових дослідженнях в області спортивних ігор / Ж. Л. Козіна // Теорія та методика фізичного виховання. — 2007. — № 6. — С. 15—18, 35—38.</p> <p>2. Гранчак Т. Інформаційно-аналітичні структури бібліотек в умовах демократичних перетворень / Тетяна Гранчак, Валерій Горовий // Бібліотечний вісн. — 2006. — № 6. — С. 14—17.</p> <p>3. Валькман Ю. Р. Моделирование НЕ-факторов — основа интеллектуализации компьютерных технологий / Ю. Р. Валькман, В. С. Быков, А. Ю. Рыхальский // Системні дослідж. та інформ. технології. — 2007. — № 1. — С. 39—61.</p> <p>4. Ма Шуін. Проблеми психологічної підготовки в системі фізкультурної освіти / Ма Шуін // Теорія та методика фізичного виховання. — 2007. — № 5. — С. 12—14.</p> <p>5. Регіональні особливості смертності населення України / Л. А. Чепелевська, Р. О. Моїсеєнко, Г. І. Баторшина [та ін.] // Вісн. соціальної гігієни та орг. охорони здоров'я України. — 2007. — № 1. — С. 25—29.</p> <p>6. Валова І. Нові принципи угоди Базель / І. Валова ; пер. з англ. Н. М. Середи // Банки та банківські системи. — 2007. — Т. 2, № 2. — С. 6—20.</p> <p>7. Зеров М. Поетична діяльність Куліша // Укр. письменство ХІХ ст. від Куліша до Винниченка: (нариси з новітнього укр., письменства) : ст. / Микола Зеров. — Дрогобич, 2007. — С. 245—291.</p>

	<p>8. Третьяк В. В. Возможности использования баз знаний для проектирования технологии взрывной штамповки / В. В. Третьяк, С. А. Стадник, К. В. Калайтан // Современное состояние использования импульсных источников энергии в промышленности: тез. докл. междунар. науч.-техн. конф., 3 — 5 окт. 2007 г. — Харьков, 2007. — С. 33,</p> <p>9. Чорний Д. Міське самоврядування: тягарі проблем, принади цивілізації / Д. М. Чорний // По лівий бік Дніпра: проблеми модернізації міст України : (кінець ХІХ—початок ХХ ст.) / Д. М. Чорний. — Харків, 2007. — Розд. 3. — С. 137—202.</p>
Електронні ресурси	<p>1. Богомольний Б. Р. Медицина екстремальних ситуацій [Електрон. ресурс] : навч. посіб. для студ. мед. вузів III—IV рівнів акредитації / Б. Р. Богомольний, В. В. Коконенко, П. М. Чуєв. — 80 Min / 700 MB. — Одеса : Одес. мед. ун-т, 2003, — (Б-ка студ.-мед.)— 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см, — Сист. вимоги: Pentium ; 32 Mb RAM ; Windows 95, 98, 2000, XP ; MS Word 97-2000. — Назва з контейнера.</p> <p>2. Розподіл населення найбільш численних національностей за статтю та віком, шлюбним станом, мовними ознаками та рівнем освіти [Електрон. ресурс] : за даними Всеукр. перепису населення 2001 р. / Держ. ком. статистики України ; ред. О. П Осауленко. — Київ : CD-вид-во "Інфодиск", 2004. — 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) : кольор. ; 12 см. — (Всеукр. перепис населення, 2001). — Сист. вимоги: Pentium-266 ; 32 Mb RAM ; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP. — Назва з титул. екрану.</p> <p>Бібліотека і доступність інформації у сучасному світі: електронні ресурси в науці, культурі та освіті : (підсумки 10-ї Міжнар. конф. "Крим-2003") [Електрон. ресурс] / Л. Й. Костенко, А. О. Чекмарьов, А. Г. Бровкін, І. А. Павлуша // Бібліотечний вісник. — 2003. — № 4. — С. 43, — Режим доступу до журн. : <a href="http://www.nbu.gov.ua/articles/2003/03klinko.htm">http://www.nbu.gov.ua/articles/2003/03klinko.htm</a>.</p>

Більш докладно за адресою

[http://www.library.ukma.edu.ua/fileadmin/documents/Presentations/Osnovu\\_bibliogr\\_opusy.pdf](http://www.library.ukma.edu.ua/fileadmin/documents/Presentations/Osnovu_bibliogr_opusy.pdf)

Завдання до практичного заняття

1. Ознайомитися з методикою бібліографічного описання джерел науково-технічної інформації.

### ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 3

## СКЛАДАННЯ СПИСКІВ ДЖЕРЕЛ НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Список літератури є обов'язковою складовою частиною курсової і дипломної роботи і показує вміння слухача застосовувати на практиці знання, отримані при

вивченні відповідних навчальних дисциплін.

У список включаються, як правило, бібліографічні відомості про використані при підготовці роботи джерела.

Рекомендується включати в список також бібліографічні записи на цитуємі в тексті роботи документи і джерела фактичних або статистичних відомостей (в цьому випадку підрядкові або внутрішньо текстові бібліографічні посилання не подаються).

У роботах ретроспективного або оглядового характеру виникає необхідність згадки того чи іншого видання. У тому випадку, якщо в список включаються бібліографічні відомості про видання, з якими слухач безпосередньо не знайомився, в бібліографічному записі вказується джерело відомостей, з якого взяті дані про видання (за формою: "Цит. з ..." або "Наводиться з ...").

Складання списку - тривалий процес, що починається, по суті справи, з моменту визначення теми роботи. Необхідно відразу ж почати вести особисту бібліографічну картотеку (зручніше - на окремих картках), виписуючи з каталогів, картотек, бібліографічних посібників, списків у виданнях всі джерела, які так чи інакше можуть мати відношення до теми. При ознайомленні з кожним джерелом бібліографічні дані перевіряються і уточнюються. Цитати, фактичні, статистичні та інші відомості виписуються з точним зазначенням сторінки.

Всі бібліографічні відомості необхідно приводити за правилами.

Посилання на літературу оформляються двома способами.

1. Посилання на літературу у вигляді підрядкових приміток. Застосовуються при невеликій кількості використаних джерел. В виносках дається повний опис джерела, яке необхідно тільки при першому посиланні. При послідовних посиланнях на це джерело допускаються скорочення. Виноски нумеруються в межах однієї сторінки, але допустима і суцільна нумерація по всій роботі.

Якщо в роботі є список літератури, то посилання у вигляді підрядкових приміток робляться на ті джерела, які не мають прямого відношення до теми рукописи.

2. Посилання на список використаної літератури. Це основний вид посилань в роботах. Вказується номер, під яким робота включена в список використаної літератури в квадратних дужках, наприклад: [1, 2]. При необхідності вказується розділ, глава, частина, сторінки зазначеного джерела.

### **Складання списку використаної літератури**

Список використаної літератури є заключною частиною наукової роботи (статті, науково-технічного звіту, дисертації) і відображає ступінь вивченості науковцем (здобувачем) даної проблеми або теми, в кінцевій рахунку ерудицію його в даному питанні. Першорядну роль при складанні списку літератури відіграє відбір необхідних джерел. Нерідко молоді вчені та дисертанти прагнуть згадати в списку якомога більше джерел, вважаючи, що це впливає не опонентів в позитивному напрямку. Але це часто помилкова думка.

У список використаної літератури рекомендується вносити тільки ті літературні джерела, які були використані при роботі або цитувалися по ходу дослідження. При цьому в список використаної літератури, з двох рівноцінних джерел в сенсі використовуваної інформації, рекомендують включати більш пізні видання.

Існує кілька способів розташування матеріалів в списку використаної

літератури.

1. Алфавітний спосіб розташування літератури. Часто використовуваний спосіб розташування матеріалу. Застосовується він в роботах до вузького кола питань і при невеликому обсязі використаної літератури. Література групується в строгому алфавітному порядку прізвищ авторів і назв книг і статей (окремо на українському і латинському алфавітах), роботи авторів, написаних із співавторами, - по алфавіту прізвищ співавторів. Роботи авторів-однофамільців - за алфавітом ініціалів.

2. Хронологічний спосіб. Він застосовується в історичних працях і при висвітленні питання в історичному аспекті. При цьому способі розташування матеріалів опису видань розставляються по роках публікацій, а всередині кожного року - в строгому алфавітному порядку прізвищ авторів і назв.

3. Систематичний спосіб. Найбільш прийнятний в роботах, що широко висвітлюють тему, в великих списках літератури. Опис видань розташовується по окремим питанням теми, логічно супідрядним. На початку наводять роботи загального характеру, потім опису використаних джерел з окремих проблем і тем.

4. По мірі зустрічаємості в тексті наукової роботи. Це найбільш поширений спосіб складання списку використаної літератури, який полягає в тому, що процитувавши джерело в тексті наукової роботи він включається під черговим номером в список використаної літератури.

5. Одним з найбільш трудомістких методів складання списку використаної літератури є розташування літератури за типами документів.

Загальним для всіх способів угруповання літератури є такі правила. При включенні в список літератури українською, російською та іноземними мовами і рукописних матеріалів послідовність їх розташування така: література українською та російською мовами, література на іноземних мовах, рукописні матеріали. Всі описи нумеруються арабськими цифрами.

Автор вибирає способи групування матеріалу, враховуючи особливості своєї роботи. Не можна змішувати різні методи групування.

### **Найбільш поширені способи:**

Нумераційний – матеріал розташований в порядку цитування та згадування літератури в тексті;

Алфавітний – в алфавіті прізвищ авторів та назв робіт. Роботи одного автора розташовані за алфавітом назв або в хронології їх написання. Алфавітні ряди розташовані в алфавіті:

- мови опису, якщо бібліографічні описи складені на одній мові;
- зведеного кириличного, якщо описи на двох та більше мовах з кириличною графікою (російська, українська, болгарська та ін.);
- іноземна література розташована в латинському алфавіті.

Нумерація безперервна. Список за кириличним алфавітом можна відділити від списку за латинським алфавітом інтервалом.

### **Посилання**

Під час написання дисертації, курсової чи дипломної роботи в тексті в посиланні на видання, що включене в список літератури, необхідно в квадратних дужках вказати номер під яким це видання значиться в списку. Наприклад:

- посилання на одне видання [18]

- посилання на декілька видань [12; 20 ; 25]
- посилання на багатотомне видання [25 ; Т. 2]
- посилання на конкретну сторінку видання [32 ; с. 11]

Якщо список не пронумерований, в посиланні проставляють перші слова бібліографічного опису та рік видання:

[Петров В. Д., 2000]

[Амінокислоти та білки, 2002]

Місце посилання в тексті:

- після прізвища автора, на якого зроблене посилання, якщо він не цитується;
- після цитати, якщо прізвища авторів наводять перед нею, та після прізвища автора, якщо воно наведене після цитати;
- в логічно відповідному місці, якщо автор, думки якого викладаються, не згадується та дослівно не цитується.

Як приклад наводимо список використаної літератури розташований за типами документів.

#### 1. Книги.

1.1. Баранов СИ. Синтез микропрограммных автоматов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Л.: Энергия, ленингр., отд-ние, 1979. -232 с., Ил.

1.2. Обратные кинематические задачи взрывной сейсмология / А.С. Алексеев, Э.Н. Бессонова, К.Н. Матвеева и др. - М.: Наука, 1979. - 232 с.

#### 2. Статті.

5.1. Ніколенко І.В. Тенденції розвитку та технічний рівень аксіально-поршневих гідромашин з регульованим робочим об'ємом / Ніколенко І.В. //Промислова гідравліка і пневматика. – 2004 – № 1 (31), – С. 49-54.

#### 6. Дисертація.

6.1. Бевз О.В. Підвищення технічних характеристик шестеренних насосів типу НШ шляхом усунення компресії робочої рідини в затиснутому об'ємі. Дисс. канд. техн. наук. Суми. Сум ДУ 2004 г – 230 с.

#### 7. Автореферати

7.1 Лебедев А. Ю. Підвищення вихідних характеристик лабіринтно - гвинтових насосів шляхом визначення їх раціональних параметрів. Автореф. Дис.. канд.. технічн. Наук. – Харків, 1916 р. – 20 с.

#### 8. Патентні документи

8.1. А.с. 1007970 СССР, МКИ<sup>3</sup> В 25 3 15/00. Усройотво для захвата неориентированных деталей типа валов / В.С. Ваулин, В.Г. Ке-ийхив (СССР). - » 3360585/25-08; Заявлено 23.ІІ.81; Опубл. 30.03.83, Бюл. \* 12 // Открытия. Изобретения. - 1983. - № 12. .

8.2 Патент на корисну модель № 18425 (Україна) МКВ F04C2/08. Шестеренна гідромашина зовнішнього зачеплення. /Ю.В. Кулешков, О.В. Бевз, Т.В. Руденко, В.В. Бородавкін, Опубл. 15.11.2006., Бюл. №11.

#### 9. Нормативно-технічні документи

9.1. ДСТУ 2192-93. Гідроприводи об'ємні. Насоси об'ємні та гідромотори. ДСТУ 2192-93. – Загальні технічні вимоги. Чинний від 1.07.94 р.

## 10. Каталоги промислового обладнання та виробів

10.1 Грузовий автомобіль на бортовій платформі FA3-62-03 / Укравтопром. – Виробник Кременчуцький автомоб. з-д. - Кременчук., 1972. - 8 с.

## 11. Препринти.

11.1. Писарев А.Ф. Оптическое Я резонансный метод формирования треков частиц в жидких средах. - Дубна, 1978. - 27 с. (Препринт / Объед. ин-т ядер, исслед.: Р 13-11466).

## 12. Депоновані рукописи.

12.1. Заболоцкий А.И. Информационно-поисковый алгоритм статистического распознавания образов. - Днепропетровск, 1977. -7 с. -33

Рукопись представлена Днепропет. ун-том. Дев. в ВИНТИ 26 авг. 1977, Л 3461-77.

## Завдання до практичного заняття

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями.
2. По завданню викладача описати ряд джерел науково-технічної інформації.

## **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 4**

### **ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ З ТЕОРІЇ ВИМІРЮВАНЬ І ТЕОРІЇ ПОМИЛОК**

#### **1 Поняття про похибки вимірювань**

Виміри є однією з основних складових частин будь-якого експерименту. Від

ретельності вимірювань і подальшою їх статистичної обробки залежать результати експерименту. Тому кожен експериментатор повинен знати закономірності вимірювальних процесів: вміти правильно виміряти досліджувані величини; оцінити похибки при вимірюваннях, правильно, з необхідною точністю обчислити значення вимірюваних величин, визначити мінімально необхідну кількість дослідів (замірів), визначити найкращі умови вимірювань, при яких помилки будуть найменшими, і призвести загальний аналіз результатів вимірювань.

**Вимірювання - це пізнавальний процес визначення, будь-якої фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів. Під вимірюванням розуміється порівняння вимірюваної величини з іншою величиною, прийнятою за одиницю виміру (еталон).**

Теорією і практикою вимірювань займається спеціальна наука - **метрологія**.

Вимірювання бувають **статичними**, коли вимірювана величина не змінюється, і **динамічними**, коли вимірювана величина змінюється, наприклад, вимірювання пульсуючих процесів або інших процесів, що змінюються в часі.

Крім того, вимірювання поділяються на **прямі і непрямі**. При **прямих вимірюваннях обумовлена величина порівнюється з одиницею виміру безпосередньо або за допомогою вимірювального приладу, проградуйованому відповідних одиницях**. До цих вимірів відносяться вимірювання довжини лінійкою, штангенциркулем, плитками Югансона і таке інше; вимірювання мас на важільних вагах за допомогою набору важків; вимірювання проміжків часу за допомогою годинника або секундоміра; вимірювання температури термометром, сили електричного струму амперметром, тощо. Значення вимірюваної величини відраховується при цьому за шкалою приладу або підраховується кількість та значення мір, важків тощо.

**При непрямих вимірах вимірювана величина визначається (обчислюється) за результатами прямих вимірювань інших величин, які пов'язані з вимірюваною величиною певної функціональної залежністю**. Прикладами непрямих вимірювань можуть служити вимірювання швидкості рівномірного (або рівноприскореного) руху - за вимірюваннями довжини пройденого шляху і проміжків часу; вимірювання щільність тіла - за вимірюваннями маси й об'єму тіла тощо.

При вимірюванні будь-якої величини ми ніколи не отримуємо істинного значення цієї величини, тобто **результат вимірювання дає лише наближене значення**. Це пояснюється як принципово обмеженою можливістю точності вимірювання, так і природою самих вимірюваних об'єктів.

**Точність вимірювання - це ступінь наближення вимірювання до дійсного значення величини.**

**Достовірність вимірювання показує ступінь довіри до результатів вимірювання, тобто ймовірність відхилень вимірювання від дійсних значень.**

**Похибка вимірювання визначається різницею між виміряною і істинною величиною і, залежатиме від багатьох причин**. Дослідник повинен правильно оцінювати помилки. Тільки в цьому випадку за отриманими ним даними, можна буде робити достовірні висновки. Іншими словами кожен вимір дає значення величини, що визначається з деякою погрішністю. Це означає, що істинне значення вимірюваної величини лежить в інтервалі

$$a_i - \Delta a \leq \hat{a} \leq a_i + \Delta a, \quad (1)$$

де  $\hat{a}_i$  - отримане, вимірне значення величини;

$\hat{a}$  - істинне значення величини.

І при цьому теорія помилок дає можливість оцінити довірчу ймовірність потрапляння досліджуваної випадкової величини  $a$  в заданий інтервал.

За формою представлення розрізняють похибки абсолютні та відносні.

**Абсолютна похибка (помилка) - це різниця між отриманим значенням вимірюваної величини і істинним.**

$$\Delta a = \hat{a}_i - \hat{a}. \quad (2)$$

Відносна похибка (помилка) - це відношення абсолютної похибки (помилки) до істинного значення вимірюваної величини, виражена в частках або відсотках

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{\hat{a}} \cdot 100\%. \quad (3)$$

Повторні вимірювання однієї і тієї ж величини дають в загальному випадку результати, що дещо відрізняються один від одного навіть тоді, коли вони проводилися однією і тою ж особою, одним і тим же способом, за допомогою одних і тих же приладів. Всі похибки поділяються на: **систематичні, випадкові і промахи (помилки)**. Причини виникнення похибок найрізноманітніші. Зрозуміти можливі причини похибок і звести їх до мінімуму - це і означає грамотно поставити експеримент. Ясно, що це непросте завдання.

**Систематичною називають таку похибку, яка залишається постійною або закономірно змінюється при повторних вимірах однієї і тієї ж величини.**

Систематичні похибки виникають в результаті конструктивних особливостей вимірювальних приладів, пов'язані з обмеженою точністю їх виготовлення (**похибка приладу**), неточності методу дослідження пов'язані з якимось упущеннями експериментатора, а також при застосуванні для обчислень неточних формул, округлених констант. Вони також з'являються, якщо знехтувати дією деяких зовнішніх факторів. Наприклад, вони можуть виникнути, якщо не враховувати теплового розширення при вимірах об'єму рідини або газу, що призводяться при температурі, яка повільно змінюється; при вимірюванні маси, - якщо не враховувати дії сили виштовхування повітря, яка діє на тіло, що зважують і на важки; при калориметричних вимірах - якщо не враховувати теплообміну приладу із зовнішнім середовищем і таке інше. Шкала лінійки може бути нанесена неточно (нерівномірно), положення нуля термометра може не відповідати нульовій температурі; капіляр термометра в різних ділянках може мати різний переріз; при відсутності електричного струму через амперметр стрілка приладу може не стояти на нулі і таке інше. Округляючи чисельну величину до якого-небудь наближеного значення, наприклад, вважаючи, що  $\pi = 3$ ;  $\pi = 3,1$ ;  $\pi = 3,14$ ;  $\pi = 3,142$ ;  $\pi = 3,1416 \dots$  замість,  $\pi = 3,14159265 \dots$  ми допускаємо систематичну похибку.

Систематичні похибки можна розділити на п'ять груп.

1 група - інструментальні похибки, що виникають внаслідок порушень засобів вимірювань додаткових люфтів або тертя, неточності градування шкали, зносу і старіння вузлів і деталей засобів вимірювання, тощо.

2 група - похибки, які виникають через неправильної установки засобів вимірювань.

3 група - похибки, що виникають в результаті дії зовнішнього середовища:

високої температури повітря, магнітних і електричних полів, атмосферного тиску і вологості повітря, вібрації і коливань від рухомого транспорту та ін.

4 група - суб'єктивні похибки, виникають внаслідок індивідуальних фізіологічних, психо - фізіологічних, антропологічних властивостей людини.

5 група - похибки методу. Вони з'являються в результаті обґрунтованого методу вимірювань (при різних спрощеннях схем або функціональних залежностей, за відсутності теоретичних обґрунтувань методу вимірювання, малій кількості повторностей вимірювань та ін.).

Систематичні похибки обов'язково потрібно виключати. Відомі випадки, коли через наявність систематичних похибок робилися неправильні наукові висновки з експерименту.

Систематичні похибки можуть бути усунені наступними методами. Часто від систематичних похибок 1, 2, 3 і 5 груп можна позбутися до початку експерименту шляхом регулювання або ремонту засобів вимірювання, ретельної перевірки установки засобів вимірювань, усунення небажаних впливів зовнішнього середовища. Особлива увага повинна бути приділена обґрунтуванню теорії і методики вимірювань. Одним з ефективних методів усунення систематичних помилок 1, 2 і 3 груп є виключення їх у процесі експерименту. Основним принципом цього виключення є повторне вимірювання величин.

Застосовують також метод заміщення. При вимірюванні величини  $a_i$  замість досліджуваного об'єкта встановлюють еталонний, заздалегідь виміряний з високою точністю. Різниця у вимірах дозволить знайти похибка вимірювального засобу.

Якщо все ж не вдається усунути систематичні похибки, то вони обробляються як випадкові або обмежуються оцінкою їх границь.

**Випадкові похибки викликаються великим числом випадкових причин, дія яких на кожний вимір випадкова і не може бути заздалегідь врахована.** Строго кажучи, якщо ми не в змозі визначити, які причини викликають ці випадкові похибки, то на цьому рівні закінчуються наші певні знання про процеси чи явища, що досліджуються. Для розкриття цієї невизначеності можна йти двома шляхами:

- виявити вплив параметрів глибшого рівня;
- відмовитися від детермінованого підходу до досліджуваного процесу чи явища і спробувати встановити статистичні (імовірнісні) зв'язки.

**Хоча виключити випадкові похибки окремих вимірювань неможливо, математична теорія випадкових явищ дозволяє зменшити вплив цих похибок на остаточний результат вимірювань і встановити розумне значення похибок.** Аналіз випадкових похибок ґрунтується на теорії випадкових помилок. Ця теорія дає можливість з певною гарантією обчислити дійсне значення і оцінити можливі помилки, за якими судять про дійсне значення шуканої величини. Нижче буде показано, що для цього необхідно провести не одне, а кілька вимірів, причому, чим менше значення похибки ми хочемо отримати, тим більше вимірів потрібно виробити. При цьому відомо, що точність вимірів зростає в  $\sqrt{n}$  рази, тобто для зменшення похибки в 2 рази необхідно провести в 4 рази більше дослідів (вимірювань). В основі теорії випадкових помилок лежать припущення про те, що при великому числі вимірювань випадкові похибки однакової величини, але різного знака, зустрічаються однаково часто.

**Промахи і грубі похибки - надмірно великі помилки, явно спотворюють**

## результат вимірювання.

Цей клас похибок викликаний найчастіше неправильними діями спостерігача. Вимірювання, що містять промахи і грубі похибки, слід відкидати.

Виміри можуть бути класифіковані залежно від їх точності. При цьому розрізняють виміру:

1. **Особливо точні** - еталонні вимірювання з максимально можливою точністю. Цей клас вимірювань майже не застосовується в експериментальних дослідженнях.

2. **Високоточні (лабораторні)** - вимірювання, похибка яких не повинна перевищувати заданих значень. Цей клас вимірів використовують при деяких найбільш відповідальних експериментах, а також для контрольно-повірочних вимірювань приладів.

**При лабораторних методах вимірювань потрібно більш точно вказати значення вимірюваної величини, ніж це допускає одноразове її вимір технічним методом.**

Тоді роблять кілька вимірів і обчислюють середнє арифметичне отриманих значень, **яке приймають за найбільш достовірне значення вимірюваної величини. Потім проводять оцінку точності результату вимірювань (облік випадкових похибок).**

3. **Технічні вимірювання**, в яких похибка визначається особливостями засобів вимірювання.

**При використанні технічних методів вимірювання вимір проводиться один раз.** У цьому випадку задовольняються такою точністю, при якій похибка не перевищує деякого певного, наперед заданого значення, обумовленого похибкою застосованої вимірювальної апаратури.

Розрізняють також **абсолютні вимірювання та відносні**. Абсолютні - це **прямі вимірювання в одиницях вимірюваної величини**, наприклад абсолютна вологість ґрунту  $\omega$  у відсотках. Відносні - **вимірювання, представлені відношенням вимірюваної величини до однойменної величини, прийнятої за порівнянню**. Наприклад, відносна вологість ґрунту може бути виміряна у вигляді відношення,  $\frac{\omega}{\omega_0}$ , де  $\omega$  - фактична абсолютна вологість ґрунту,  $\omega_0$  - абсолютна вологість ґрунту границі текучості ґрунту.

З можливості проведення вимірювань двома методами впливає і існування двох методів оцінки точності вимірювань: технічного та лабораторного.

Згадана вище **приладова похибка, або похибка приладу**, містить у собі як систематичні, так і випадкові похибки. До систематичних погрешностей можна віднести похибки, пов'язані зі зміщенням початку відліку шкали, з нерівномірністю нанесення штрихів шкали і таке інше. З випадкових похибок до складу приладової похибки входять похибки, що виникли під дією сил тертя в окремих частинах приладу, через рух частин приладу в зазорах (люфт) тощо. Ці похибки зазвичай не підкоряються закону нормального розподілу.

**Слід мати на увазі, що якщо випадкова похибка, отримана з даних вимірювань, виявиться значно менше похибки, яка визначається точністю приладу, то, очевидно, що немає сенсу намагатися ще зменшити величину випадкової похибки - все одно результати вимірювань не стануть від цього точніше.**

Навпаки, якщо випадкова похибка більше приладової (систематичної), то вимірювання слід провести кілька разів, щоб зменшити значення випадкової похибки для даної серії вимірювань і зробити цю похибку менше або одного порядку з похибкою приладу.

## 2 Поняття про точність вимірювальних приладів

Однією з найбільш істотних причин похибки вимірювань є точність вимірювального приладу.

**Власне вимірювальним приладом називають такий пристрій, за допомогою якого здійснюється порівняння вимірюваної величини з одиницею виміру.**

Розвиток вимірювальної техніки призвело до появи різноманітних приладів, що відрізняються своєю точністю. **Точність приладу - це властивість вимірювального приладу, що характеризує ступінь наближення показань даного вимірювального приладу до дійсних значень вимірюваної величини.** Вона пов'язана з фізичним явищем, на основі якого побудований метод вимірювання, і з допусками при виготовленні окремих частин приладу. Точність приладу або задається класом точності приладу, або вказана в паспорті, що додається до приладу.

Похибка, внесена приладом при кожному окремому вимірі (приладова похибка), пов'язана з точністю приладу. Ця похибка дорівнює тій частці поділки шкали приладу, до якої з упевненістю в правильності результату можна робити відлік. *Зазвичай, якщо немає застережень у паспорті приладу, вона дорівнює половині ціни найменшої поділки шкали.*

Так, при вимірюванні лінійкою, найменше розподіл якої 1 мм, допускається помилка до  $\pm 0,5$  мм.

Для приладів, оснащених ноніусом, за приладову похибка приймають похибка, яка визначається ноніусом. Так для штангенциркуля з ціною поділки **0,1 мм (0,05 мм)** похибка вимірювання складає  $\pm 0,1$  мм ( $\pm 0,05$  мм), для мікрометра ж з ціною поділки **0,01 мм** похибка вимірювання складає  $\pm 0,005$  мм.

Для характеристики більшості вимірювальних приладів часто використовують поняття приведеної похибки  $E_n$  (класу точності).

Приведена похибка - це відношення абсолютної похибки  $\Delta a$  до граничного значення  $a_{пр}$  вимірюваної величини, тобто до найбільшого її значення, яке може бути виміряна за шкалою приладу.

Приведена похибка, будучи по суті відносною похибкою і виражається у відсотках

$$A_r = \frac{\Delta a}{a_{10}} \cdot 100\% . \quad (4)$$

За приведеною похибкою прилади поділяють на п'ять класів: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4.

Прилади класу точності 0,1; 0,2; 0,5 застосовують для точних лабораторних вимірювань і називають прецизійними.

У техніці застосовують прилади класів 1; 1,5; 2,5 і 4 (технічні).

Клас точності приладу вказують на шкалі приладу. Якщо на шкалі такого

позначення немає, то даний прилад позакласний, тобто його приведена похибка більше 4%. **У цьому випадку його похибка, як було зазначено раніше, становить половину ціни мінімального поділки приладу.**

Завод, що випускає прилад, гарантує відносну похибку вимірювання даним приладом, рівну класу точності (приведеної похибки) приладу при вимірюванні величини, що дає відхилення покажчика на всю шкалу. Визначивши за шкалою приладу клас точності і граничне значення, легко **розрахувати його абсолютну похибку, яку приймають однаковою на всій шкалі приладу**

$$\Delta a = \pm \frac{A_r}{100} \cdot a_{\text{іо}} . \quad (5)$$

Знаки «+» і «-» означають, що похибка може бути допущена як у бік збільшення, так і у бік зменшення від дійсного значення вимірюваної величини.

**Для оптимального використання приладів їх (або відповідну шкалу вимірювань) підбирають так, щоб значення вимірюваної величини потрапляло в кінець шкали приладу, це зменшить відносну похибку вимірювання і наблизить її до класу точності приладу.**

**Точність приладу неможливо перевершити ніяким методом вимірювання на ньому.** Для точніших вимірів застосовують прилад більш високого класу точності. Штучно підвищуючи точність відліку за шкалою даного приладу, ми принципово не можемо змінити (збільшити) точність самого приладу. Наприклад, проводячи вимірювання довжини олівця за допомогою лінійки (грубого приладу), розділеної на сантиметри, ми не змінимо точності лінійки, якщо будемо розглядати її шкалу, наприклад, за допомогою лупи. Дійсно, незважаючи на те, що відлік за допомогою лупи буде містити більшу число значущих цифр, точність результату вимірювання довжини олівця залишиться колишньою, так як точність лінійки не змінилася. (Штрихи лінійки нанесені через один сантиметр, але самі штрихи при виготовленні лінійки можуть бути дещо зміщені.)

Вибираючи прилад для вимірювання будь-якої фізичної величини, керуються насамперед метою вимірювання.

Для вимірювання товщини дроту не можна користуватися міліметровою лінійкою, потрібен штангенциркуль, мікрометр або інший більш точний прилад (наприклад, мікроскоп). А ось для вимірювання площі лабораторного столу досить метрової лінійки з сантиметровими поділками.

Природно, чим точніше прилад, тим менше похибка приладу.

Точність вимірювань обернено пропорційна відносної похибки вимірювань (див. залежність (3)). Так як точність вимірювань завжди буває обмеженою, то результат вимірювань дає нам не справжнє значення вимірюваної величини, а лише наближене. Зауважимо, що часто в літературі і в побуті зустрічаються термінологічно неправильні вирази: «Виміри проведені з точністю до 0,1 мм» або «Прилад дозволяє вимірювати з точністю до 0,1 мм». В обох випадках розуміється не точність вимірювань або приладу, а похибки вимірювань або приладу, тобто слід говорити, що «Виміри проведені з похибкою 0,1 мм» або «Прилад дозволяє вимірювати величину з похибкою 0,1 мм». **При цьому мається на увазі, що вимірювана величина напевно, тобто з довірчою ймовірністю близькою до одиниці лежить всередині довірчого інтервалу  $\pm 0,1$  мм.**

Похибки результату вимірювань визначаються різницею виміряної і істинної

величин (див. залежність (2)) і будуть залежати від багатьох причин. Зазвичай намагаються зробити виміри з найбільшою досяжною точністю, тобто зробити похибка вимірювання по можливості малою.

Слід мати на увазі, що чим точніше ми хочемо виміряти ту чи іншу величину, тим важче це зробити, тим більше часу зажадають ці виміри. Так, наприклад, вимірювання товщини пластинки штангенциркулем можна призводити з похибкою **0,1...0,05 мм**; вимір цієї ж товщини гвинтовим мікрометром можна призводити з похибкою до **0,005 мм**. Застосування компаратора - приладу, принцип дії якого заснований на вимірюванні положення спектральних ліній, - дозволяє зменшити похибку вимірі до **0,001 мм**. Інтерференційні методи дозволяють проводити вимірювання з похибкою до **0,1** довжини хвилі світла, тобто при застосуванні зеленого світла до **0,0005 мм**. Однак застосування компаратора вимагає сталої температури вимірюваного тіла і самого вимірювального приладу, їх доводиться поміщати в термостат. В іншому випадку теплове розширення при зміні температури дасть така зміна розмірів і вимірюваного об'єкта і самого приладу, який можна порівняти з чутливістю приладу і таким чином, результати вимірювань можуть бути сильно спотворені. Застосування інтерферометрів вимагає окрім суворо дотримання температури навколишнього середовища ретельної полірування поверхні предмета, жорсткості основи установки (зазвичай монтаж проводиться на бетонній або чавунній підставі), тощо. Таким чином, проведення вимірювань з високою точністю пов'язане з великими експериментальними труднощами, а отже, з витратами часу і праці. Тому не слід вимагати від вимірювань більшої точності, ніж це необхідно. Інженер також не повинен необґрунтовано зменшувати допуски на виготовлення деталей.

#### Завдання до практичного заняття

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями і методами технічних вимірювань.

## **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 5 ОЦІНКА ТОЧНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ**

### **1. Оцінка точності результатів прямих вимірювань**

Нехай при повторенні вимірювань фізичної величини  $a$  в однакових умовах отримали деякі значення:  $a_1; a_2; a_3 \dots a_n$  ( $n$  - число вимірювань). Це означає, що:

1) Є причини, що призводять до випадкового відхилення кожного з вимірюваних значень  $a_i$  від істинного значення  $a_{\text{ист}}$ , що є постійним в умовах дослідження (виміру) (наприклад, випадкові перешкоди, тертя у вимірювальних вузлах тощо);

2) Сама вимірювана величина  $a$  має випадковий (статистичний) характер.

Тоді в загальному випадку незалежно від природи і умов появи випадкових похибок кожного з вимірюваних значень  $a_i$  найкращою оцінкою  $a_{\text{ист}}$  є середнє арифметичне знайдених значень і відповідно до формули (3.27) складе

$$\hat{a}_{\text{ест}} \approx \bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} \quad (6)$$

Повна похибка вимірювань за аналогією з декомпозицією дисперсій можна представити у вигляді

$$(\Delta \hat{a})^2 = (\Delta \hat{a}_{\text{не}})^2 + (\Delta \hat{a}_{\text{неест}})^2, \quad (7)$$

де  $\Delta a_{\text{неест}}$  - систематична складова загальної похибки, що є деякою аналогією складової дисперсії, що пояснює регресію;

$\Delta a_{\text{не}}$  - випадкова складова загальної похибки, що є деякою аналогією складової дисперсії, яка не може бути пояснена за допомогою регресійного зв'язку.

З (7) випливає, що повну похибку вимірювань можна представити у вигляді

$$\Delta \hat{a} = \sqrt{(\Delta \hat{a}_{\text{не}})^2 + (\Delta \hat{a}_{\text{неест}})^2}. \quad (8)$$

Далі необхідно навчитися визначати випадкову, і систематичну складову загальної похибки.

Відповідно до цього випадкова, складова загальної похибки може бути визначена через стандартне відхилення середньої вибірки. Тоді випадкова складова повної похибки може бути знайдена за такою залежністю

$$\Delta a_{\text{не}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n(n-1)}}. \quad (9)$$

Систематична складова загальної похибки  $\Delta a_{\text{неест}}$  може бути визначена за такою залежністю

$$\Delta a_{\text{неест}} = \frac{t_{\alpha}(n \rightarrow \infty)}{3} \cdot \delta, \quad (10)$$

де  $t_{\alpha}(n \rightarrow \infty)$  - коефіцієнт Стюдента при  $n \rightarrow \infty$ , значення якого можна знайти у довідковій літературі;

$\delta$  - абсолютна гранична похибка приладу.

Тоді підставивши (9) і (10) в (8) отримаємо остаточно формулу для визначення повної похибки вимірювань

$$\Delta a = \sqrt{t_{\alpha}^2 \cdot (\Delta a_{\text{не}})^2 + \left(\frac{t_{\alpha}(n \rightarrow \infty)}{3}\right)^2 \cdot \delta^2}, \quad (11)$$

де  $t_{\alpha}$  - коефіцієнт Стюдента;

$\delta$  - гранична абсолютна похибка приладу.

Формула (11) часто використовують в метрології.

## 2 Оцінка точності результатів непрямих вимірювань.

Як бути, якщо **a** визначається не прямим вимірюванням, а непрямим, тобто за результатами вимірювань інших величин **y** і **z**? Нехай **a** є деякою функцією **y** і **z**, тобто

$$a = f(y, z). \quad (15)$$

Тоді оптимальне значення при оцінці **a** дорівнює

$$\bar{a} = f(\bar{y}, \bar{z}), \quad (16)$$

де **y** і **z**, знаходяться за формулою (7).

Як же знайти  $\Delta a$ , якщо відомі  $\Delta y$  і  $\Delta z$ ? Так як самі величини **y** і **z** знаходяться шляхом прямих вимірювань, то їх похибки  $\Delta y$  і  $\Delta z$  можна оцінити за формулами (8) і (9). і записати у вигляді (12). Зауважимо, перш за все, що  $\Delta a = a - \bar{a}$ , а отже, простою оцінкою для є різниця виду

$$\Delta a = f(\bar{y} + \Delta y, \bar{z} + \Delta z) - f(\bar{y}, \bar{z}) \approx \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \Delta z, \quad (17)$$

іншими словами похибка непрямого вимірювання знаходиться через похибки прямих вимірювань за правилом диференціювання. Часто цієї оцінки виявляється достатньо.

Більш точним для оцінки абсолютної похибки вимірювання є такий вираз

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \Delta y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \Delta z^2}, \quad (18)$$

де  $\partial f / \partial y$  і  $\partial f / \partial z$  - частинні похідні по **y** і **z**, взяті при значеннях  $y = \bar{y}$  і  $z = \bar{z}$ .

Аналогічно в загальному випадку

$$a = f(x, y, z, \dots), \quad (19)$$

Тоді точною оцінкою абсолютної похибки вимірювання є такий вираз

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \Delta y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \Delta z^2 + \dots}. \quad (20)$$

Часто зручно виражати точність, з якою знайдено **a**, через відносну похибку **ε**, яка визначається за формулою (3). Відносна похибка, очевидно, є безрозмірною величиною.

Зауважимо, що виходячи з визначення відносної похибки результат вимірювань величини **a** можна записати у вигляді

$$a = \bar{a}(1 + \varepsilon). \quad (21)$$

Розглянемо практично важливий випадок, коли **a** є ступеневою функцією **y** і **z**:

$$a = f(y, z) = y^m z^k;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = m y^{m-1} z^k;$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = k y^m z^{k-1},$$

(**m** і **k** можуть бути цілими або дробовими, більше або менше нуля).

Тоді відносна похибка знаходиться за формулою

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{a} = \sqrt{m^2 \varepsilon_y^2 + k^2 \varepsilon_z^2}. \quad (22)$$

Зі співвідношення (22) випливає важливий висновок: **при вимірах необхідно найбільш точно визначити значення величини, що входить в розрахункову формулу з найбільшим по модулю показником ступеня.**

Наведемо найпростіші випадки розрахунку граничних похибок результату непрямого вимірювання величини  $y$ .

1. Похибка суми двох чисел. Нехай  $y = a + b$ , а граничні абсолютні похибки прямого виміру величин  $a$  і  $b$  відповідно рівні  $\Delta a$  і  $\Delta b$  (це або похибки вимірювальної апаратури, або результат розрахунку). Тоді абсолютна похибка вимірювання складе

$$\Delta y = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}, \quad (23)$$

а гранична відносна похибка становитиме

$$\varepsilon_y = \frac{\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}}{\bar{a} + \bar{b}}. \quad (24)$$

2. Похибка різниці двох чисел. Нехай  $y = a - b$ , тоді граничні абсолютні похибки прямого виміру величин  $a$  і  $b$  відповідно рівні  $\Delta a$  і  $\Delta b$ . Тоді абсолютна похибка вимірювання складе

$$\Delta y = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}, \quad (25)$$

а гранична відносна похибка становитиме

$$\varepsilon_y = \frac{\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}}{\bar{a} - \bar{b}}. \quad (26)$$

Ми бачимо, що при одній і тій же величині абсолютної похибки  $\Delta y$ , тобто при одній і тій же величині  $\Delta a$  і  $\Delta b$  відносна похибка різниці може бути значно більше відносною похибки суми при близьких значеннях  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ .

3. Похибка добутку двох чисел. Нехай,  $y = a \cdot b$ , а граничні абсолютні похибки прямого виміру величин  $a$  і  $b$  відповідно рівні  $\Delta a$  і  $\Delta b$ . Тоді абсолютна похибка вимірювання складе

$$\Delta y = \sqrt{\bar{b}^2 \cdot \Delta a^2 + \bar{a}^2 \cdot \Delta b^2}, \quad (27)$$

а гранична відносна похибка становитиме

$$\varepsilon_y = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}. \quad (28)$$

4. Похибка відношення двох чисел. Нехай,  $y = \frac{a}{b}$  а граничні абсолютні похибки прямого виміру величин  $a$  і  $b$  відповідно рівні  $\Delta a$  і  $\Delta b$ . Тоді абсолютна похибка вимірювання складе

$$\Delta y = \sqrt{\frac{1}{\bar{b}^2} \cdot \Delta a^2 + \frac{\bar{a}^2}{\bar{b}^4} \cdot \Delta b^2}, \quad (29)$$

а гранична відносна похибка становитиме

$$\varepsilon_y = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}. \quad (30)$$

5. Нехай  $y = a^k$ . Тоді гранична абсолютна похибка становитиме

$$\Delta y = k a^{k-1} \Delta a, \quad (31)$$

а гранична відносна похибка

$$\varepsilon_y = \sum_{i=1}^k \left( \frac{\Delta a}{\bar{a}} \right)_i = k \frac{\Delta a}{\bar{a}}. \quad (32)$$

6. Нехай  $y = \sin \alpha$ . Тоді в припущенні, що величина  $\Delta \alpha$  досить мала і в цьому випадку  $\sin \Delta \alpha \approx \Delta \alpha$ , тоді можна записати вираз для абсолютної похибки

$$\Delta y = \Delta \alpha \cos \alpha, \quad (33)$$

а відносна похибка

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = \Delta \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha. \quad (34)$$

У таблиці 1 наведені формули розрахунку абсолютних і відносних граничних похибок фізичних величин, які виражаються через найбільш вживані функції.

Таблиця 1 Таблиця розрахунку абсолютних і відносних граничних похибок непрямих вимірювань, які виражаються найбільш вживаними функціями

Вид функції $y = f(a, b, c, \dots)$	Абсолютна похибка $\Delta y$	Відносна похибка $\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y}$
$Aa + bB$ A - const, B - const	$\sqrt{A^2 \cdot \Delta a^2 + B^2 \cdot \Delta b^2}$	$\frac{\sqrt{A^2 \cdot \Delta a^2 + B^2 \cdot \Delta b^2}}{A\bar{a} + B\bar{b}}$
$Aa - bB$ A - const, B - const	$\sqrt{A^2 \cdot \Delta a^2 + B^2 \cdot \Delta b^2}$	$\frac{\sqrt{A^2 \cdot \Delta a^2 + B^2 \cdot \Delta b^2}}{A\bar{a} - B\bar{b}}$
$a \cdot b$	$\sqrt{\bar{b}^2 \cdot \Delta a^2 + \bar{a}^2 \cdot \Delta b^2}$	$\frac{\sqrt{\bar{b}^2 \cdot \Delta a^2 + \bar{a}^2 \cdot \Delta b^2}}{\bar{a} \cdot \bar{b}}$
$\frac{a}{b}$	$\frac{\sqrt{\bar{b}^2 \cdot \Delta a^2 + \bar{a}^2 \cdot \Delta b^2}}{\bar{b}^2}$	$\sqrt{\frac{\Delta a^2}{\bar{a}^2} + \frac{\Delta b^2}{\bar{b}^2}}$
$y = a^n$	$\Delta y = k a^{k-1} \Delta a$	$\varepsilon_y = \sum_{i=1}^k \left( \frac{\Delta a}{\bar{a}} \right)_i = k \frac{\Delta a}{\bar{a}}$
$y = \sin \alpha$	$\Delta y = \Delta \alpha \cos \alpha$	$\varepsilon_y = \Delta \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$
$y = \cos \alpha$	$\Delta y = \Delta \alpha \sin \alpha$	$\varepsilon_y = \Delta \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$
$y = \operatorname{tg} \alpha$	$\Delta y = \frac{\Delta \alpha}{\cos^2 \alpha}$	$\varepsilon_y = \frac{2 \Delta \alpha}{\sin 2 \alpha}$
$y = \operatorname{ctg} \alpha$	$\Delta y = \frac{\Delta \alpha}{\sin^2 \alpha}$	$\varepsilon_y = \frac{2 \Delta \alpha}{\cos 2 \alpha}$

Якщо в розрахункові формули входять константи, наприклад число  $\pi$ , фізичні постійні, табличні дані, то вони беруться з такою точністю, щоб число значущих цифр у них було на одиницю більше, ніж число значущих цифр у значеннях вимірюваних величин. Тоді константи практично не вносять похибок в результат вимірювань.

Розглянемо приклад 3. Прискорення вільного падіння визначають непрямим виміром за допомогою математичного маятника, період коливання якого  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ . Звідси знаходимо, що  $g = 4\pi^2 l / T^2$ , тоді

$$\Delta g = \frac{4\pi^2 \Delta l}{T^2} + \frac{8\pi^2 \Delta T}{T^3} = g \cdot \left( \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta T}{T} \right).$$

Нехай прямі вимірювання величин, що входять в цю формулу, дали такі результати:  $l = (53,1 \pm 0,1) \text{ м}$ ,  $N = 100$  - кількість коливань;  $t = (141,9 \pm 0,1) \text{ с}$ . Тоді

$$T = \frac{t}{N} = \frac{149,9 \pm 0,1}{100} = 1,419 \pm 0,001 \text{ с.}$$

У формулу для розрахунку входить число  $\pi$ . Візьмемо його рівним  $\pi = 3,141$ .

Тоді 
$$g_1 = \frac{4 \cdot 3,141^2 \cdot 50,1}{1,419^2} \approx 981,9 \text{ м/с}^2.$$

Припустимо, що повторні вимірювання довжини маятника і часу коливань дали значення прискорення вільного падіння  $g_2 = 980,1 \text{ м/с}^2$  і  $g_3 = 981,5 \text{ м/с}^2$ .

Розрахуємо граничну відносну похибку вимірювання  $g$ :

$$\frac{\Delta g}{\bar{g}} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T},$$

$$\frac{\Delta g}{\bar{g}} = \frac{0,1}{53,1} + 2 \frac{0,001}{1,419} \approx 0,33\%$$

$$\bar{g} = \frac{981,9 + 980,1 + 981,5}{3} = 981,17,$$

$$\Delta g_{\text{власна}} = \frac{\Delta g}{\bar{g}} \bar{g} = 0,0033 \cdot 981,17 = 3,2 \text{ м/с}^2,$$

$$\Delta g = g_1 - \bar{g} = 981,9 - 981,17 = 0,73 \text{ м/с}^2,$$

$$\Delta g = g_2 - \bar{g} = 980,1 - 981,17 = -1,07 \text{ м/с}^2,$$

$$\Delta g = g_3 - \bar{g} = 981,5 - 981,17 = 0,33 \text{ м/с}^2,$$

$$\Delta g_{\text{нб}} = \frac{0,73 - 1,07 + 0,33}{3} \approx -0,0033 \text{ м/с}^2,$$

Ця величина менше, ніж точність самих вимірювань і, отже, не має фізичного сенсу.

Цю ж задачу про знаходження похибки визначення  $g$  в проведеному експерименті можна вирішити інакше.

Розрахуємо  $\bar{g}$ , використовуючи середні значення  $\bar{l}$  і  $\bar{T}$  трьох вимірів. Нехай  $\bar{g} = 981,17 \text{ м/с}^2$ .

Гранична відносна похибка, отримана методом диференціювання виявляється рівною

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{\bar{g}} 100\% = \left( \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T} \right) \cdot 100\% \approx 0,33\%.$$

Абсолютна похибка

$$\Delta g = \varepsilon \cdot \bar{g} = 981,17 \cdot 0,0033 = 3,2 \text{ м/с}^2.$$

Остаточний результат може бути записаний у вигляді:  $g = (981,2 \pm 3,2) \text{ м/с}^2$ .

Завдання до практичного заняття

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями і методами оцінки точності результатів технічних вимірювань

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 6

### СТАТИСТИЧНЕ ОПРАЦЮВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ

#### ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ОПИСОВОЇ СТАТИСТИКИ

##### Побудова варіаційного ряду

Варіаційним рядом називається такий ряд даних, у яких зазначені можливі значення ознаки, які варіюють, розташовані у порядку зростання або спадання з відповідними їм частотам.

Приклад 1. При випробуванні відремонтованих насосів НШ – 46У були отримані наступні результати вимірів його об'ємної подачі у  $\text{дм}^3/\text{хв}$ : 63,4; 63,5; 62,6; 62,8; 61,9; 63,0; 63,2; 63,1; 62,9  $\text{дм}^3/\text{хв}$ .

Тоді варіаційний ряд буде мати вигляд: 61,9; 62,6; 62,8; 62,9; 63,0; 63,1; 63,2; 63,4; 63,5.

##### Визначення розмаху розподілу

Розмах розподілу  $R$  є одним з показників розкиду даних і визначається, як різниця між найбільшим і найменшим значеннями варіаційного ряду:

$$R = a_{\max} - a_{\min} . \quad (1)$$

##### Визначення раціональної кількості і ширини інтервалу

Для побудови статистичного ряду і графічного зображення розподілу випадкової величини необхідно визначити, на скільки інтервалів треба розбити розмах розподілу. Як занадто велика, так і занадто мала кількість інтервалів спотворює зовнішній вигляд кривої розподілу. Звичайно в області машинобудування число інтервалів  $k$  лежить у межах:

$$5 \leq k \leq 14 . \quad (2)$$

В умовах польового дослідження, де число дослідів змінюється в дуже широких межах, кількість інтервалів лежить у межах:

$$5 \leq k \leq 20. \quad (3)$$

У першому наближенні кількість інтервалів може бути визначена за формулою:

$$k = \sqrt{N}, \quad (4)$$

де  $N$  - число дослідів чи вимірів випадкової величини.

Більш точне число інтервалів визначають за допомогою формули Стърджесса:

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg N, \text{ або } k = 1 + 1,443 \cdot \ln N \quad (5)$$

У випадку однакової ширини інтервалів, що має місце у більшості випадків, ширина інтервалу визначається за наступною залежністю:

$$h = \frac{R}{k}. \quad (6)$$

### Побудова початкового статистичного ряду розподілу випадкової величини

Послідовність побудови початкового інтервального статистичного ряду наведена в табл. 1.

Таблиця 1 Початковий статистичний ряд розподілу випадкової величини

№ інтервалу	Інтервал	Середин а інтервалу у	Частота попадання випадкової величини в заданий інтервал $m_i$	Відносна попадання випадкової величини в заданий інтервал $P_i = \frac{m_i}{n}$	Накопичена відносна частота $\sum P_i$
1	$(a_1 \dots a_1+h)$	$a_1+0,5h$			
2	$(a_1+ h \dots a_1+2h)$	$a_1+1,5h$			
.	.	.			
K	$(a_1(k-1) h \dots a_1+kh)$	$a_1+(k-0,5) h$			1
Разом:	-	-	$\sum m_i = n$	$\sum P_i = 1$	-

У першому стовпчику таблиці 1 проставляють номери інтервалів -  $i$ .

В другому стовпчику – границі інтервалів.

Третій стовпчик містить значення відповідні середині інтервалу.

Для заповнення четвертого стовпчика необхідно підрахувати кількість значень випадкової величини вибірки, які потрапили в кожен інтервал -  $m_i$ . При цьому домовляються, що випадкову величину, рівну границі інтервалу відносять, наприклад, до наступного інтервалу.

У п'ятому стовпчиківі представлені відносні частоти попадання випадкової величини вибірки в кожний з інтервалів, які визначається за формулою:

$$f(a_i) = p_i = \frac{m_i}{n}, \quad (7)$$

де  $n$  – кількість варіант у вибірці.

У шостому стовпчику представлені накопичені (кумулятивні) частоти, які визначаються підсумовуванням відносних частот попередніх інтервалів (див. табл. 1):

$$F(a_i) = \sum_{i=1}^k f(a_i) = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{n}, \quad (8)$$

де  $k$  – кількість інтервалів.

Розглянемо приклад 2. Штангенциркулем досліджували технічний стан (фактичний діаметр) шийки вала. Усього було обмірено 56 валів. Результати побудови початкового статистичного ряду наведені у таблиці 2. Будемо будувати початковий статистичний ряд випадкової величини, яка виникла при обстеження ціни на цибулю наступній послідовності.

1. Визначаємо розмах варіювання результатів виміру за формулою (1):

$$R = a_{\max} - a_{\min} = 51,8 - 49 = 2,8 \text{ мм}.$$

2. Визначаємо раціональне число інтервалів. Відповідно до виразів (4), (5) раціональне число інтервалів складе:

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg N = 1 + 3,322 \cdot \lg 56 = 6,81, \text{ або } k = 1 + 1,443 \cdot \ln nN = 1 + 1,443 \cdot \ln 56 = 6,77$$

Приймаємо кількість інтервалів  $l = 7$ .

3. Визначаємо ширину інтервалу за формулою (6):

$$h = \frac{R}{k} = \frac{2,8}{7} = 0,4 \text{ мм}.$$

Інші розрахунки проводимо відповідно до методики, викладеної в табл. 1, результати розрахунків за табл. 1 наведені в табл. 2.

Таблиця 2 Послідовність побудови початкового статистичного ряду розподілу випадкової величини діаметрів шийок вала

Номер інтервалу, $i$ .	Границі інтервалів	Середини інтервалу, $a_i$	Частота попадання випадкової величини в інтервал, $m_i$	Відносна частота попадання випадкової величини в інтервал, $f(a_i) = \frac{m_i}{n}$	Накопичена (кумулятивна) відносна частота $F(a_i) = \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{n}$
1	2	3	4	5	6
1	49,0...49,4	49,2	4	0,071	0,071
2	49,4...49,8	49,6	7	0,125	0,196
3	49,8...50,2	50,0	11	0,196	0,392
4	50,2...50,6	50,4	16	0,286	0,677
5	50,6...51,0	50,8	10	0,179	0,856
6	51,0...51,4	51,2	6	0,107	0,963
7	51,4...51,8	51,6	2	0,036	0,999

Разом:			56	1,0	
--------	--	--	----	-----	--

### Визначення точкових характеристик емпіричного розподілу

Найчастіше у якості точкових характеристик генеральної сукупності виступають математичне сподівання, дисперсія і стандартне відхилення. Однак, оскільки на практиці, як правило, мають справу з конкретною вибіркою з генеральної сукупності, що досліджується, то в якості її точкових характеристик використовують емпіричне середнє вибірки і емпіричну дисперсію або стандартне відхилення вибірки, яке і є оцінкою математичного сподівання, дисперсії і стандартного відхилення всієї генеральної сукупності. Точкові оцінки – це оцінки деяких невідомих числових параметрів розподілу. Вони являють собою числа, отримані шляхом підстановки вибірових значень  $a_1; a_2; a_3; \dots a_n$  у відповідну формулу для **оцінювання** шуканого параметра генеральної сукупності.

#### Показники центра розподілу

Для характеристики середнього значення ознаки у варіаційному ряді використовуються середня арифметична, мода і медіана. У даному розділі розглянемо розрахунок показників центра розподілу випадкових величин.

**Визначення емпіричного середнього значення вибірки випадкової величини (оцінка математичного сподівання).** Оцінкою для математичного сподівання генеральної сукупності є вибірове середнє, яке визначається для незгрупованих даних варіаційного ряду за формулою:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}, \quad (9)$$

де  $a_i$  –  $i$ -та варіанта варіаційного ряду;

$n$  – число членів варіаційного ряду.

Для згрупованих даних вибірове середнє в дискретному варіаційному ряді визначається формулою:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \quad (10)$$

де  $f_i$  – частота повторення ознаки варіанти.

У варіаційному ряді вибірове середнє визначається за формулою:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_{\text{н\ddot{o}i}} \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \quad (11)$$

де  $a_{\text{н\ddot{o}i}}$  - середина  $i$  – того інтервалу;

$f_i$  – частота попадання варіанти в  $i$  – тий інтервал.

Приклад 3. Оцінкою математичного сподівання об'ємної подачі насоса (див. приклад 1) є величина  $\bar{a} = 62,93$ .

Ще раз звернемо увагу на те, що вираз (9) справедливий тільки в тому випадку, якщо окремі виміри  $a_i$  мають однакову імовірність, «однакову вагу». У протилежному випадку оцінка математичного сподівання визначається за формулою (10) або (11).

Приклад 4. Визначити оцінку математичного сподівання продуктивності гідромонітора по двох вимірах.

1-й монітор працював 50 хв., і за цей час було добуто 20 т вугілля.

2-й монітор працював 10 хв., і за цей час було добуто 10 т вугілля.

Тоді в першому випадку продуктивність монітора складає 24 т / год, а в другому випадку продуктивність монітора 60 т / год.

Визначаючи середнє значення монітора за формулою (9) одержимо  $\bar{a} = 42 \text{ т / год}$ .

Однак отриманий результату є помилковим, оскільки перший монітор проробив із продуктивністю 24 т / год – 50 хв, а другий монітор проробив із продуктивністю 60 т / год – 10 хв. Правильну оцінку середньої продуктивності монітора варто визначати за формулою (3.10). Тоді істинне значення середньої продуктивності складе:

$$\bar{a} = \frac{24 \cdot 50 + 60 \cdot 10}{60} = 30 \text{ т / год}$$

Середнє значення вибірки може бути визначено і через початковий момент першого порядку, що являє собою середню арифметичну і використовується як показник центра розподілу.

### Показники варіації ознаки

Середня величина дає узагальнюючу характеристику всієї сукупності явища, що досліджується. Однак два ряди розподілу, що мають однакову середню арифметичну величину, можуть значно відрізнитися один від одного за ступенем мінливості (варіації) величини ознаки, що досліджуються. Якщо індивідуальні значення ознаки ряду мало відрізняються одне від одного, то середня арифметична буде досить показовою характеристикою даної сукупності. Якщо ж ряд розподілу характеризується значним розсіюванням індивідуальних значень ознаки, то середня арифметична буде недовірчою характеристикою цієї сукупності і не буде мати практичного значення.

Наприклад, продуктивність робочих двох бригад за сім днів характеризується такими даними:

- перша бригада: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6; середня продуктивність в день  $\bar{a}_1 = 5 \text{ т / год}$  ;

- друга бригада: 1, 2, 2, 2, 7, 10, 11; середня продуктивність в день  $\bar{a}_2 = 5 \text{ т / год}$  .

І хоча середні однакові, перша бригада працювала рівномірно, а друга з значно більшою нерівномірністю (стрибкоподібно).

Для вимірювання варіації ознаки застосовуються різні узагальнюючі показники. До абсолютних показників розсіювання відносяться розмах зміни, середнє лінійне відхилення, дисперсія і стандартне відхилення.

*Розмах зміни або розмах варіації, являє собою різницю між максимальним і мінімальним значеннями ознаки в досліджуваній сукупності* (див. (1)).

*Визначення дисперсії і стандартного відхилення вибірки. Дисперсія служить*

основною мірою варіації розсіювання випадкової величини, що досліджується . Дисперсія визначається, як частка від розподілу суми квадратів відхилень на число усіх вимірів без одиниці (для малих вибірок при  $n < 30$ ):

- для первинного ряду:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n - 1}; \quad (21)$$

- для варіаційного ряду:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^k (a_i - \bar{a})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}. \quad (22)$$

Розмірність дисперсії дорівнює квадрату розмірності досліджуваної випадкової величини, що незручно. А тому на практиці для вимірювання розсіювання використовують іншу характеристику, що має розмірність досліджуваної величини і називають **стандартним відхиленням**. Стандартне відхилення одиничного досліду або виміру визначають по наступній залежності:

- для первинного ряду:

$$S_{a_i} = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n - 1}}, \quad (23)$$

- для варіаційного ряду:

$$S_{a_i} = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (a_i - \bar{a})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}}, \quad (24)$$

У випадку малого обсягу вибірки стандартне відхилення рекомендується корегувати відповідно до ГОСТ 11004 – 74 за залежністю:

$$S_{a_i} = M_{\kappa} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n - 1}}, \quad (25)$$

де  $M_{\kappa}$  – поправочний коефіцієнт, що може бути визначений з таблиці 3.

Таблиця 3 Значення коефіцієнта  $M_{\kappa}$  відповідно до ГОСТ 11004 – 74

F	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...	60
$M_{\kappa}$	1,253	1,128	1,085	1,064	1,051	1,042	1,036	1,032	1,028	1,025	1,022	1,019	...	1,004

Розрахунок показників варіації для згрупованих даних, представлених у таблиці 3.2 складає:  $\bar{a} = 50,33$  ітт ,  $\bar{a} = 0,478$  ітт ,  $D = 0,358$  ітт <sup>2</sup>  $S_{a_i} = 0,598$  ітт .

Середнє лінійне і стандартне відхилення показують, на скількох у середньому змінюється величина ознаки об'єктів сукупності, що досліджується. Так, у даному прикладі 2 (табл. 2) середня величина мінливості величини діаметрів шийок вала складає: середнє лінійне відхилення 0,478 мм, дисперсія 0,358 мм<sup>2</sup> і стандартне

відхилення 0,598 мм.

За властивістю мажорантності середніх величин стандартне відхилення завжди більше середнього лінійного відхилення. Якщо розподіл ознаки близький до нормального або симетричного розподілу, то між  $\bar{d}$  і  $S_{\bar{a}}$  існує взаємозв'язок:

$$S_{\bar{a}} = 1,25 \cdot \bar{d}; \quad (26)$$

$$\bar{d} = 0,8 \cdot S_{\bar{a}} \quad (27)$$

**Визначення стандартного відхилення середньої вибірки.** У попередньому розділі наведені залежності для визначення дисперсії -  $D$  і стандартного відхилення одиничного дослідження або виміру -  $S_{a_i}$ .

**Стандартне відхилення середнього результату всієї серії дослідів (вибірки) -  $S_{\bar{a}}$  є величина, що визначається за формулою:**

$$S_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n \cdot (n - 1)}}, \quad (28)$$

або

$$S_{\bar{a}} = \frac{S_{a_i}}{\sqrt{n}}. \quad (29)$$

**Стандартне відхилення вибіркової середньої (похибка вибіркової середньої)  $S_{\bar{a}}$  прямо пропорційне стандартному відхиленню одиничного виміру  $S_{a_i}$  і зворотно пропорційне кореню квадратному з числа дослідів або вимірів.**

Стандартне відхилення вибіркової середньої  $S_{\bar{a}}$  є мірою відхилення вибіркової середньої  $\bar{a}$  від математичного сподівання. Похибки вибірки виникають внаслідок неповної репрезентативності вибіркової сукупності і властиві тільки вибіркового методу дослідження. Вони пов'язані з тим, що результати, отримані при дослідженні вибірки, переносяться на всю генеральну сукупність. Стандартне відхилення вибіркової середньої пропорційне ступеню мінливості досліджуваної випадкової величини і зворотно пропорційне кореню квадратному з обсягу вибірки (див. (28) і (29)).

Стандартне відхилення вибіркової середньої (похибка вибіркової середньої) тим менше, чим менше варіює досліджувана величина і чим з більшого числа дослідів або вимірів обчислена середня.

### **Графічне відображення емпіричного розподілу**

Для одержання наближеного уявлення про форму розподілу будують графіки розподілу (гістограми і полігони). Число спостережень, за яким будується емпіричний розподіл, звичайно невеликий і являє собою вибірку з генеральної сукупності, що досліджується. Тому емпіричні дані деякою мірою зв'язані з випадковими похибками спостереження, величина яких невідома. Вплив цих випадків завуальовує основну закономірність зміни величини ознаки. Зі збільшенням числа спостережень і одночасним зменшенням величини інтервалу зигзаги полігону починають згладжуватися, і в границі ми маємо плавну криву, яку називають **кривою розподілу**.

## Побудова гістограми і полігона емпіричного розподілу щільності ймовірностей

Вже на етапі побудови початкового статистичного ряду ми можемо, у першому наближенні, визначити характер розподілу випадкової величини побудувавши гістограми і полігони емпіричного розподілу щільності ймовірностей і накопичених ймовірностей. Гістограма і полігон є прообразом теоретичної кривої щільності ймовірностей (диференціальна функція розподілу)  $\hat{f}(a)$  та кривої накопичених ймовірностей (інтегральна функція розподілу ймовірностей)  $\hat{F}(a)$ .

Ступінчастий графік у вигляді стовпчастої діаграми, висота стовпців якої пропорційна частотам (частостям) попадання випадкової величини в інтервал і називається гістограмою.

Гістограму розподілу ймовірностей будують відповідно до формули (7) за даними таблиці 2 (стовпчик 5). На осі абсцис відкладаємо значення спостережень у виді границь інтервалів відповідно до побудованого початкового статистичного ряду (див. табл. 2), а на осі ординат відповідну інтервалу імовірність (частість). З'єднавши середини сходинок, одержимо полігон - ламану криву, яка представляє з себе прообраз графіка розподілу щільності ймовірностей (диференціальної функції розподілу ймовірностей). При цьому при  $n \rightarrow \infty$  емпіричний розподіл щільності ймовірностей у своїй границі прагне до теоретичного розподілу  $f(a) \rightarrow \hat{f}(a)$ .

На рис. 4 представлена гістограма і полігон емпіричного розподілу щільності ймовірностей діаметрів шийок вала.

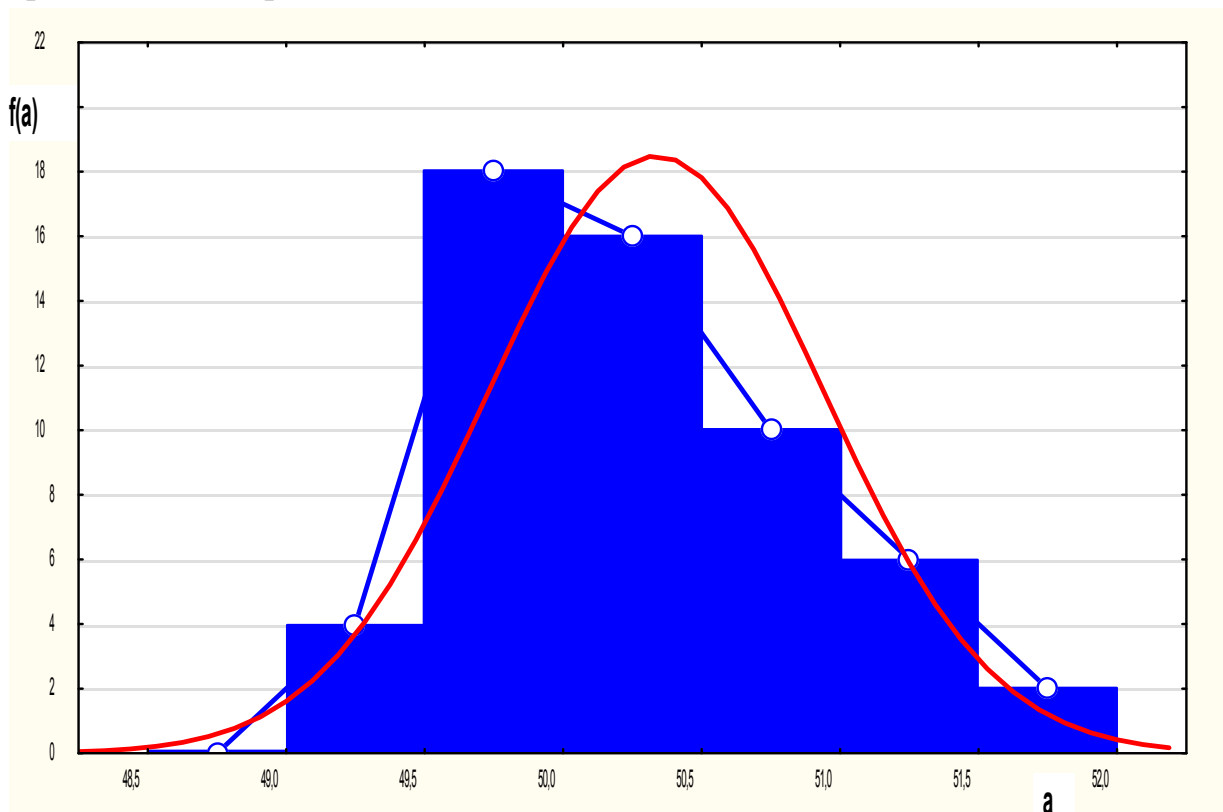


Рисунок 4 - Гістограма і полігон емпіричного розподілу щільності ймовірностей діаметрів шийок вала (див. табл. 2)

## Побудова гістограми і полігона емпіричного розподілу накопичених ймовірностей

Гістограма накопичених ймовірностей (частостей)  $F(a)$  є емпіричним

прообразом теоретичної кривої розподілу накопичених імовірності (інтегральної кривої накопичених імовірностей)  $\hat{F}(a_i)$ . Гістограму розподілу ймовірностей будують відповідно до формули (8) за даними шостого стовпчика таблиці 2. Практично це робиться так. На осі абсцис вказуються значення величини, які спостерігаються у вигляді границь інтервалів відповідно до побудованого початкового статистичного ряду (див. табл. 2). На осі ординат відкладають накопичені по інтервалах імовірності (частоти) у частках одиниці або у відсотках. Одержують східчасту діаграму накопичених ймовірностей (частостей). При цьому при  $n \rightarrow \infty$  емпіричний розподіл накопичених ймовірностей в своїй границі прагне до теоретичного  $F(a) \rightarrow \hat{F}(a)$ .

На рис. 5 представлена гістограма і полігон емпіричного розподілу накопичених ймовірностей.

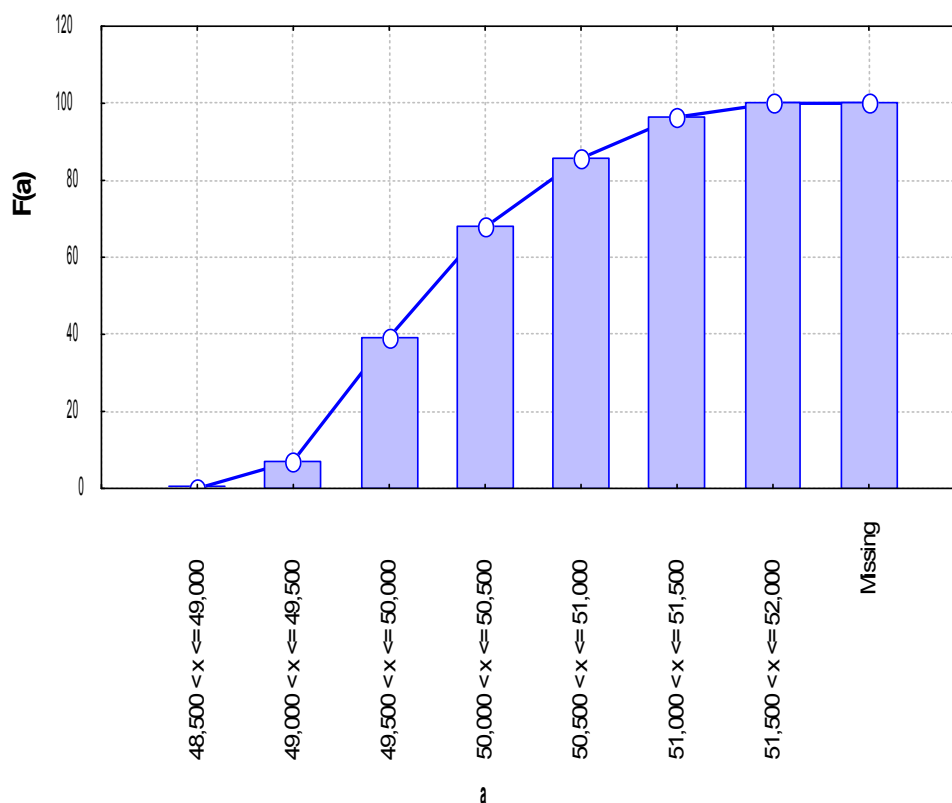


Рисунок 5 - Гістограма і полігон емпіричного розподілу і накопичених ймовірностей діаметрів шийок вала (див. табл. 2)

## ІНТЕРВАЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

В теорії опрацювання експериментальної бази даних використовуються два методи оцінки експериментальних даних: точковий і інтервальний.

У точковому методі шукаються такі характеристики, як середнє значення вибірки -  $\bar{a}$ , стандартне відхилення одиничного дослідження (виміру) -  $S_{a_i}$ , стандартне відхилення всієї серії дослідів (вимірів) -  $S_a$ , асиметрія -  $As$  і ексцес -  $Ex$ .

Останнім часом інтервальний метод знайшов широке поширення. Сутність його розкривають поняття **довірчого інтервалу** і **довірчої імовірності  $\alpha$**  попадання випадкової величини в цей довірчий інтервал.

**Інтервальною оцінкою параметра  $\hat{a}$**  називається інтервал, межі якого  $I_1$  і  $I_2$  є функціями вибірових значень  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , і які з заданою довірчою

ймовірністю  $\alpha$  покривають параметр  $\hat{\Theta}$ , що оцінюють:

$$P(l_1 \leq \hat{\Theta} \leq l_2) = \alpha. \quad (32)$$

Інтервал  $(l_1; l_2)$  називається довірчим, його межі  $l_1$  і  $l_2$  є випадковими величинами і відповідно називаються  $l_1$  - верхнім і  $l_2$  - нижнім довірчими межами.

Імовірність  $\alpha$  називають довірчою імовірністю, а величину  $\beta = 1 - \alpha$  - рівнем значущості, який використовується при побудові довірчого інтервалу.

Будь-яка інтервальна оцінка може бути охарактеризована сукупністю двох чисел: шириною інтервалу  $L = l_2 - l_1$ , що є мірою точності оцінювання параметра і довірчою імовірністю  $\alpha$ , що характеризує ступінь вірогідності (надійності) результатів.

### Інтервальні характеристики середнього значення вибірки

Іншими словами довірна імовірність  $\alpha$  - це ймовірність того, що даний одиничний вимір потрапить у довірчий інтервал  $(\bar{a} \pm \Delta a)$  і ця імовірність дорівнює  $\alpha$ . Ця ймовірність називається довірчою для згаданого інтервалу  $(\bar{a} \pm \Delta a)$ . Або іншими словами це означає, що одиничний результат вимірів  $a_i$  відрізняється від істинного значення  $\hat{a}$  не більше ніж на  $\Delta a$  з довірчою імовірністю -  $\alpha$ , тобто виконується умова:

$$P(a_i - \Delta a \leq a \leq a_i + \Delta a) = \alpha. \quad (33)$$

Таким чином, довірчим інтервалом називають інтервал  $(\bar{a} - \Delta a; \bar{a} + \Delta a)$ , у який по визначенню попадає істинне значення вимірювана величина  $a$  з заданою імовірністю  $\alpha$ .

Надійністю результату серії вимірів називають імовірність  $\alpha$  того, що істинне значення величини  $a$ , яка вимірюється попадає в даний довірчий інтервал (33) і виражається або в частках одиниці, або у відсотках.

Рівнем значущості називається величина  $\beta = 1 - \alpha$ , яка характеризує ймовірність помилки, частку ризику в оцінці істинного значення оцінюваної величини. Рівень значущості - це ймовірність, якою вирішено зневажати в заданій області досліджень.

Чим більше довірчий інтервал  $(\bar{a} - \Delta a; \bar{a} + \Delta a)$ , тобто чим більше похибка результату вимірювання  $\Delta a$ , що задається, тим з більшою надійністю шукана величина  $a$  попадає в цей інтервал.

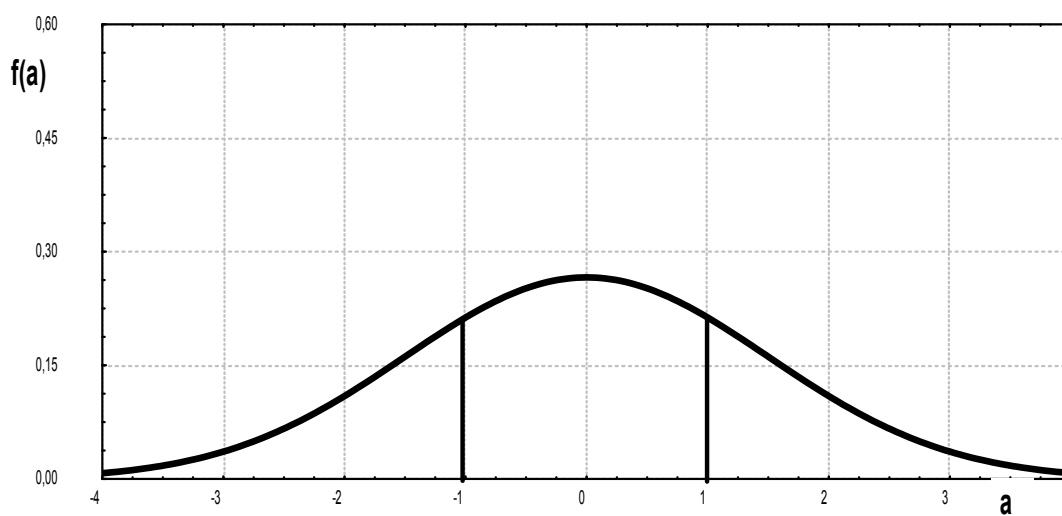
На рис. 9 наведена графічна інтерпретація поняття довірчого інтервалу. З рис. 9 бачимо, що імовірність  $\alpha$  попадання випадкової величини  $\hat{a}$  в інтервал  $(\bar{a} \pm \Delta a)$  дорівнює заштрихованій області, обмеженій зверху кривою розподілу щільності імовірності  $f(a)$ , знизу віссю абсцис, а ліворуч і праворуч відповідно ординатами  $\bar{a} - \Delta a$  і  $\bar{a} + \Delta a$ .

Природно, що величина  $a$  залежить від числа  $n$  зроблених вимірювань, а також від абсолютної похибки  $\Delta a$ , що задається. Так, наприклад, при  $n \geq 25$ , вибираючи  $\Delta a$  рівним значенню  $\sigma_{\bar{a}}$ , ми одержуємо величину надійності  $\alpha = 0,68$ . На рис. 9а ця величина надійності зображена заштрихованою площею під кривою нормального розподілу (уся площа під кривою, як вказувалося вище, дорівнює одиниці). Іншими словами, за межі довірчого інтервалу  $(\bar{a} - \sigma_{\bar{a}}; \bar{a} + \sigma_{\bar{a}})$  при повторенні серій по  $n$  вимірів потрапить  $(1 - \alpha)$  - частка від числа всіх результатів дослідів (вимірювань), тобто приблизно 32% усіх результатів дослідів (вимірювань) буде більше  $\Delta a$ .

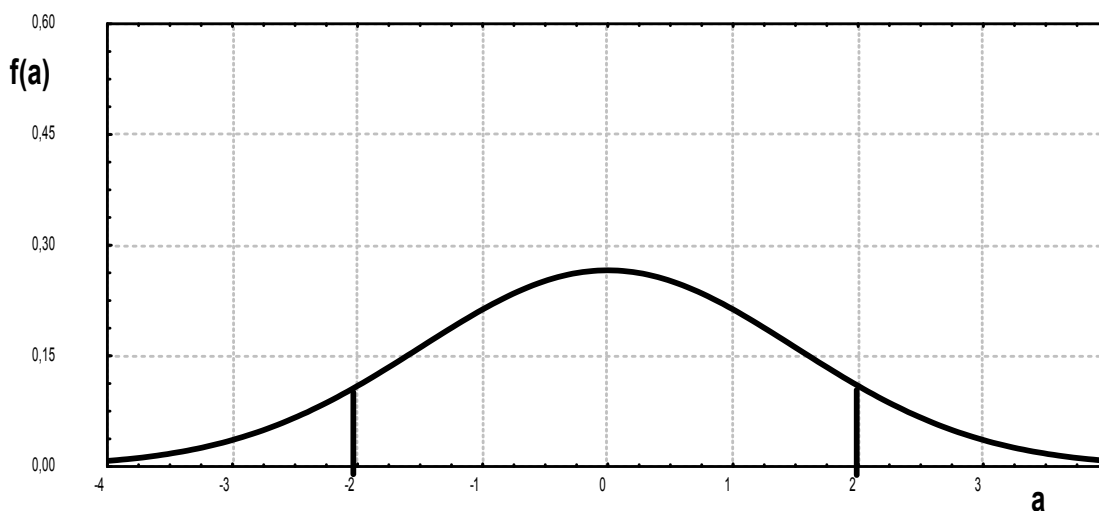
Аналогічно, вибираючи  $\Delta\bar{a}$  рівним значенню  $2\sigma_{\bar{a}}$ , ми одержуємо значення надійності, рівне  $\alpha = 0,95$ , тобто за межі довірчого інтервалу  $(\bar{a} - 2\sigma_{\bar{a}}; \bar{a} + 2\sigma_{\bar{a}})$  випаде 5% усіх результатів дослідів (вимірювань) (див. рис. 9б).

Нарешті, вибираючи  $\Delta\bar{a}$  рівним значенню  $3\sigma_{\bar{a}}$ , ми одержимо значення надійності рівне  $\alpha = 0,997$ , тобто за межі довірчого інтервалу  $(\bar{a} - 3\sigma_{\bar{a}}; \bar{a} + 3\sigma_{\bar{a}})$  випаде всього 0,3% усіх результатів дослідів (вимірювань) (див. рис. 9в).

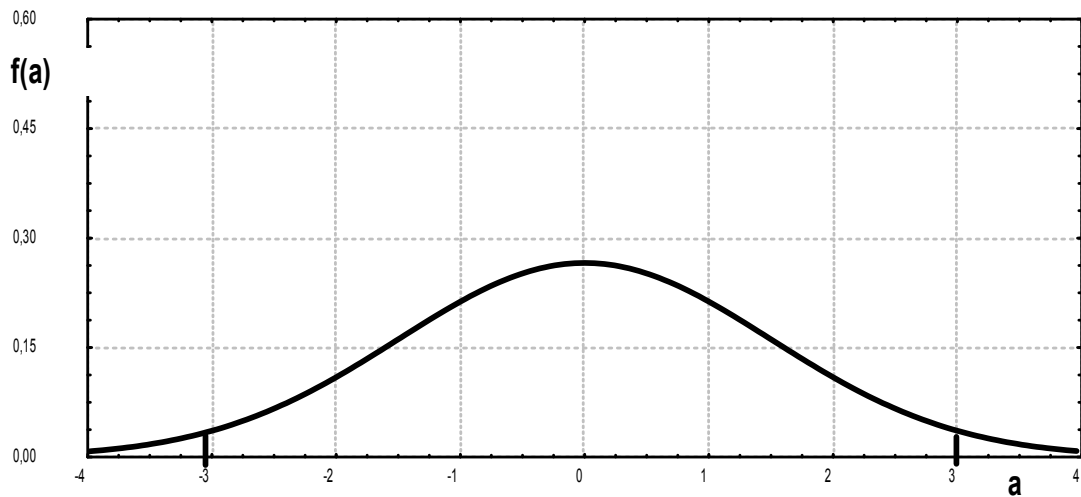
З наведених схем рис. 9 бачимо, що чим більше величина  $\Delta a$ , тим ширше довірчий інтервал  $(\bar{a} \pm \Delta a)$  і тем більше довірна ймовірність  $\alpha$  (заштрихована площа під кривою), що істинне значення шуканої величини  $a$  потрапить у цей інтервал. Однак похибка результату вимірів, що задається (що допускається) -  $\Delta a$  також зростає, а точність дослідів падає.



а



б



В

а)  $k_\alpha = 1$ ,  $\alpha = 0,68$ , б)  $k_\alpha = 2$ ,  $\alpha = 0,95$ , в)  $k_\alpha = 3$ ,  $\alpha = 0,997$

Рисунок 9 - Значення довірчої ймовірності результатів дослідів (вимірів) при різних значеннях коефіцієнта  $k_\alpha$

Визначивши за експериментальними даними вибірки значення  $S_{a_i}$  і  $S_{\bar{a}}$  (див. залежності (23), (24) і (25) величину довірчого інтервалу чи похибку одиничного вимірювання встановлюють у частках стандартного відхилення у вигляді

$$\Delta a_i = k_\alpha \cdot S_{a_i}, \quad (34)$$

а довірчий інтервал чи похибка або ж похибка усієї серії дослідів (вимірів):

$$\Delta \bar{a} = k_\alpha \cdot S_{\bar{a}}, \quad (35)$$

де  $k_\alpha$  - деякий числовий коефіцієнт, що залежить від довірчої ймовірності  $\alpha$  тобто з зростанням довірчої ймовірності  $\alpha$  зростає і коефіцієнт  $k_\alpha$  і навпаки з зростанням коефіцієнта  $k_\alpha$  зростає і довірна ймовірність  $\alpha$  попадання випадкової величини в довірчий інтервал (див. (33)).

Ще раз звернемо увагу на те, що величина інтервалу  $\bar{a} \pm \Delta a$  залежить від двох параметрів  $k_\alpha$  і  $S_{a_i}$  або  $S_{\bar{a}}$ . Чим більшим ми вибираємо  $k_\alpha$  тим ширше буде довірчий інтервал і тим більше довірна ймовірність  $\alpha$  попадання випадкової величини в цей інтервал, але точність дослідів (або серії дослідів) нижче, бо, дійсно, у відповідності до виразів (34) і (35) росте й абсолютна похибка дослідів -  $\Delta a$ .

З іншої сторони чим менше  $S_{a_i}$  або  $S_{\bar{a}}$ , тобто чим менше розкид випадкової величини, тим ширина довірчого інтервалу менша (див. (34) і (35)). Довірна ймовірність  $\alpha$  при однакових значеннях  $k_\alpha$  не змінюється, а точність виміру або серії вимірів (дослідів) зростає, адже абсолютна величина похибки  $\Delta a$  зменшується.

Визначають довірчий інтервал у наступній послідовності.

1. Обчислюють точкові характеристики вибірки:  $\bar{a}$ ,  $S_{a_i}$  і  $S_{\bar{a}}$ .
2. Вибирають довірчу ймовірність  $\alpha$ .
3. Визначають відповідне обраному значенню  $\alpha$  число  $k_\alpha$  з таблиці 4.1 табульованих значень стандартного нормального розподілу.

Таблиця 4 Табульовані значення стандартного нормального розподілу

$\alpha$	0,68	0,90	0,95	0,955	0,98	0,99	0,9973	0,999
$k_\alpha$	1,0	1,645	1,96	2,0	2,4	2,576	3,0	3,291

Обчислюють довірчий інтервал за залежностями:

Для одиничного виміру:

$$\bar{a} - k_\alpha \cdot S_{a_i} \leq a_i \leq \bar{a} + k_\alpha \cdot S_{a_i}. \quad (36)$$

Для серії вимірів:

$$\bar{a} - k_\alpha \cdot S_{\bar{a}} \leq \bar{a} \leq \bar{a} + k_\alpha \cdot S_{\bar{a}}. \quad (37)$$

Результат пошуку довірчого інтервалу може бути представлений або у вигляді (36), (37), або у зверненому вигляді:

$$a_i = \bar{a} \pm k_\alpha \cdot S_{a_i}. \quad (38)$$

$$\bar{a} = \bar{a} \pm k_\alpha \cdot S_{\bar{a}}. \quad (39)$$

Наприклад, для  $k_\alpha = 1$  при нормальному розподілі випадкової величини величина інтервалу складе  $(m_a - \sigma; m_a + \sigma)$  при довірчій імовірності  $\alpha = 0,683$ , а ризик попадання одиничного виміру за межі зазначеного інтервалу складає  $\beta = 1 - \alpha = 0,327$ . Це дуже великий ризик (ймовірність похибки). Практика вимагає значно більшої точності. При  $k_\alpha = 2$  ймовірність попадання виміру в інтервал  $(m_a \pm 2\sigma)$  складає  $\alpha = 0,955$ , а ризик (ймовірність похибки) відповідно  $\beta = 1 - \alpha = 0,045$  - це вже прийнятна величина. Такий інтервал широко використовується в інженерній та економічній практиці. При  $k_\alpha = 3$  для інтервалу  $(m_a \pm 3\sigma)$  довірна ймовірність  $\alpha = 0,9973$  ризик  $\beta = 0,0027$ . Цей ризик дуже малий і цей інтервал використовують тільки в дуже відповідальних розрахунках.

Відзначимо далі, що при малих значеннях серії вимірів  $n$  оцінки  $\sigma_{a_i}$  і  $\sigma_{\bar{a}}$  тобто величини  $S_{a_i}$  і  $S_{\bar{a}}$  самі є випадковими величинами, які залежать від  $n$ .

Розглянемо приклад 5. Нехай ми визначали подачу насоса і при числі вимірів  $n=4$  були отримані наступні результати в  $\text{дм}^3/\text{хв}$ :  $a_1 = 105$ ;  $a_2 = 95$ ;  $a_3 = 100$ ;  $a_4 = 103$ .

Розрахунок точкових характеристик цієї вибірки дав наступні результати:  $\bar{a} = 100,75$ ,  $S_{a_i} = 1,064 \cdot 4,349 = 4,628$ , і  $S_{\bar{a}} = 2,313$ .

Далі продовживши серію вимірів, були отримані ще такі значення:  $a_5 = 99$ ,  $a_6 = 98$ .

Розрахунок точкових характеристик цієї вибірки дав наступні результати:  $\bar{a} = 100$ ,  $S_{a_i} = 1,051 \cdot 3,578 = 3,76$ , і  $S_{\bar{a}} = 1,535$ .

З цього прикладу можна побачити, що величини  $S_{a_i}$  і  $S_{\bar{a}}$  є випадковими і сильно залежать від числа дослідів  $n$ .

Тому при знаходженні меж довірчого інтервалу для випадкової величини  $\mathbf{a}$  при малих значеннях  $n$  ( $n \leq 30$ ) ми не маємо права користуватися коефіцієнтом  $k_\alpha$  і визначати похибки дослідів (вимірів), і межі інтервалу за формулами (36)...(39). Як було показано у прикладі 5, величини  $S_{a_i}$  і  $S_{\bar{a}}$ , обумовлені даними вибірки малих обсягів є випадковими величинами і сильно залежать від числа дослідів (вимірів)  $n$ .

Для того, щоб одержати оцінки довірчого інтервалу для випадкової величини  $\mathbf{a}$  при малих обсягах вибірок  $n \leq 25$  вводиться інший коефіцієнт  $t_{\alpha, n}$ , використання якого дозволяє врахувати похибки при визначенні величин  $S_{a_i}$  і  $S_{\bar{a}}$ .

Перші роботи в області теорії малих вибірок були виконані англійським статистиком В. С. Госсетом у 1908 р. (псевдонім — «Ст'юдент») і продовжені в дослідженнях Р. А. Фішера та інших.

Таблицю ймовірностей Ст'юдента часто викладають у короткій зручній для практичного використання формі: для кожного числа ступенів вільності -  $\nu$  або числа вимірів  $n$  указують величину співвідношення Ст'юдента  $t_{\alpha,n}$ , що із заданою ймовірністю  $\alpha$  не буде перевищена по абсолютній величині в силу випадковості вибірки (табл. 5).

За таблицями коефіцієнтів Ст'юдента  $t_{\alpha,n}$  (табл. 5), можна визначити, у скільки разів потрібно збільшити **стандартний довірчий інтервал** для одиничного виміру (дослід)  $|\pm S_{a_i}|$  і для всієї серії вимірів (дослідів)  $|\pm S_{\bar{a}}|$ , щоб при визначеному числі вимірів  $n$  одержати задану довірчість  $\alpha$ .

Порядок опрацювання результатів вимірів наступний:

- виконують  $n$  вимірів і записують їхні результати в таблицю;
- обчислюють середнє значення випадкової величини  $\bar{a}$ ;
- за формулами (23), (24) або (25) обчислюють стандартне відхилення одиничного виміру (дослід)  $S_{a_i}$ , стандартне відхилення всієї серії вимірів (дослідів)  $S_{\bar{a}}$  обчислюють за формулою (28), знаходять по таблицях коефіцієнт Ст'юдента  $t_{\alpha,n}$  в залежності від заданої довірчої ймовірності  $\alpha$  і числа вимірів  $n$ , тоді результат вимірів (дослідів) записують у вигляді:

- для одиничного виміру (дослід):

$$a = \bar{a} \pm t_{\alpha,n} \cdot S_{a_i}; \quad (40)$$

- для всієї серії вимірів (дослідів)

$$a = \bar{a} \pm t_{\alpha,n} \cdot S_{\bar{a}}; \quad (41)$$

- в розгорнутому вигляді для одиничного виміру (дослід):

$$\bar{a} - t_{\alpha} \cdot S_{a_i} \leq a_i \leq \bar{a} + t_{\alpha} \cdot S_{a_i}; \quad (42)$$

- у розгорнутому вигляді для всієї серії вимірів (дослідів):

$$\bar{a} - t_{\alpha} \cdot S_{\bar{a}} \leq \bar{a} \leq \bar{a} + t_{\alpha} \cdot S_{\bar{a}}. \quad (43)$$

Таблиця 5 Значення коефіцієнтів Ст'юдента  $t_{\alpha,n}$

Число вимірів $\nu, n$	Довірча ймовірність $\alpha$								
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7	636,6
3	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,92	31,6
4	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,84	12,9
5	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,60	8,6
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,03	6,9
7	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,71	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,36	5,0
10	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,25	4,8
15	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	2,98	4,1

20	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2.1	2.5	2,86	3.9
40	0,68	0,85	1,1	1.2	1,7	2.0	2,4	2,71	3,6
60	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2.0	2,4	2,66	3.5
120	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	2,62	3,4
$\infty$	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	2,59	3,3

Це означає, що істинне значення вимірюваної величини  $a_{\text{іст}}$  з довірчою ймовірністю  $\alpha$  знаходиться в інтервалі:

- для одиничного виміру:

$$|\bar{a} - t_{\alpha,n} \cdot S_{a_i}; \bar{a} + t_{\alpha,n} \cdot S_{a_i}|. \quad (44)$$

- для середнього значення вибірки:

$$|\bar{a} - t_{\alpha,n} \cdot S_{\bar{a}}; \bar{a} + t_{\alpha,n} \cdot S_{\bar{a}}|. \quad (45)$$

Використовуючи таблицю 5 коефіцієнтів Ст'юдента, часто вирішують і зворотну задачу: по відомій відносній похибці  $\epsilon$  або абсолютній похибці вимірювального приладу  $\Delta a$  і заданій величині довірчої ймовірності (надійності)  $\alpha$  визначають необхідне число вимірів у серії.

Нехай ми маємо задану відносну похибку  $\epsilon$ , тоді відповідно до (53) абсолютну похибку можна буде обчислити за формулою:

$$\Delta a = \epsilon \cdot \bar{a}. \quad (46)$$

З іншого боку абсолютна похибка одиничного виміру відповідно до (52) дорівнює:

$$\Delta a_i = t_{\alpha} \cdot S_{a_i}. \quad (47)$$

З останнього виразу знаходимо, що:

$$t_{\alpha} = \frac{\Delta a_i}{S_{a_i}}. \quad (48)$$

Тоді по таблиці 5 для заданої довірчої ймовірності  $\alpha$  і розрахованим значенням  $t_{\alpha}$  знаходимо необхідне число вимірів.

Розглянемо приклад 2. Вище наведені, результати розрахунків за даними приклада 2 (див. табл. 2):  $\bar{a} = 50,331$ , а  $S_{a_i} = 0,598$ . Заданою відносною похибкою, що для області машинобудування і ремонтного виробництва звичайно лежить у межах  $\epsilon = 0,05 \dots 0,2$ . Тоді абсолютна похибка виміру складе:

$$\Delta a = \epsilon \cdot \bar{a} = 0,05 \cdot 50,331 = 2,517, \text{ а коефіцієнт Ст'юдента } t_{\alpha} = \frac{\Delta a_i}{S_{a_i}} = \frac{2,517}{0,598} = 4,208.$$

Тоді по таблиці 5 для довірчої ймовірності  $\alpha = 0,99$  й обчисленого значення  $t_{\alpha} = 4,208$ , знаходимо, що число вимірів  $n = 6$ , а для  $\alpha = 0,999$  число вимірів  $n = 15$ .

Наведемо ще один приклад 6, що ілюструє практичне застосування розподілу Ст'юдента: по 15 партіям деталей було визначено, що величина часу міжопераційних перерв між двома суміжними операціями технологічного процесу дорівнює відповідно: 1,47; 0,76; 0,61; 1,26; 0,60; 0,57; 1,37; 0,69; 0,52 0,61; 0,50; 0,37; 0,47; 0,36; 0,32 годин.

Вибіркова середня величина часу міжопераційних перерв складає  $\bar{a} = 0,70$ , а вибірка дисперсія  $S_{a_i}^2 = 0,114$ .

$$S_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{S_{a_i}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,114}{14}} = 0,09 \text{ м}$$

Стандартне відхилення усієї вибірки дорівнює:

По табл. 5 числу вимірів  $n=15$  і довірчій імовірності  $0,98$  відповідає,  $t_{\alpha,n}=2,6$ . Таким чином, з довірчою ймовірністю  $0,98$  можна припустити, що похибка вибіркової середньої буде не більше  $\Delta_{\bar{a}} = 2,6 \cdot 0,09 = 0,234$ .

Розподіл Ст'юдента дозволяє оцінити величину довірчої імовірності (надійності)  $\alpha$  за значенням  $\Delta_{\bar{a}}$  або навпаки по заданій величині довірчої імовірності (надійності)  $\alpha$  знайти величину похибки результату  $\Delta_{\bar{a}}$  (приклад 6).

Розглянемо ще приклад 7. В шести вимірах подачі насоса, які дали наступні результати: 105; 95; 100; 103; 98 і 99  $\frac{\text{м}^3}{\text{год}}$ . Визначимо інтервальні оцінки для математичного сподівання.

Розрахунками встановлено, що для цієї вибірки:  $\bar{a} = 100 \frac{\text{м}^3}{\text{год}}$  і  $S_{\bar{a}} = 1,535 \frac{\text{м}^3}{\text{год}}$ .

Для числа вимірів  $n=6$  і довірчої імовірності  $\alpha=0,95$  з табл. 5 знаходимо критерій Ст'юдента  $t_{\alpha}=2,6$ . Тому результат вимірів повинний бути представлений у вигляді  $\bar{a} \pm t_{\alpha} S_{\bar{a}} = 100 \pm 2,6 \cdot 1,535 = 100 \pm 3,84$ . Іншими словами подача насоса з довірчою імовірністю  $\alpha=0,95$  знаходиться в інтервалі:  $96,16 \leq \bar{a} \leq 103,84$ . У такому вигляді варто подавати кінцевий результат.

Приклад 8. При безпосередньому вимірі мікрометром діаметра кулі в декількох місцях отримано  $n=25$  значень від 12,50 до 12,55 мм. Середнє арифметичне цих значень  $\bar{D} = 12,52$  мм, абсолютні похибки окремих вимірів лежать в інтервалі (0,02...0,03 мм), сума ж квадратів абсолютних похибок окремих вимірів при цьому складає  $\sum_{i=1}^n \Delta D_i^2 = 0,004728$ . Гранична похибка приладу для окремого виміру для мікрометра складає  $\Delta D_{\text{приладу}} = 0,01$  мм. Тоді стандартне відхилення дорівнює

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta D_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,004728}{25-1}} = 0,014039 \text{ мм}$$

Гранична абсолютна похибка окремого виміру  $3\sigma = 3 \cdot 0,014039 = 0,042117$ . Отже, у серії проведених вимірів не було промахів, тому що  $3\sigma \geq \Delta D_{\text{імакс}} = 0,03$  мм:

Гранична абсолютна похибка результату виміру не більше ніж  $\Delta D_{\text{імакс}} \approx \Delta D_i = 0,01$  мм.

Результати виміру записують так  $D_i = (12,52 \pm 0,01)$  мм або  $12,51 \leq D_i \leq 12,53$ .

Те ж можна розрахувати і через стандартний довірчий інтервал при довірчій імовірності, наприклад, яка дорівнює  $\alpha=0,95$ :  $S_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta D_i^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0,004728}{25 \cdot 24}} = 0,00287$  мм.

По табл. 4.3 для  $n=25$  і  $\alpha=0,95$  знаходимо, що  $t_{\alpha,n}=2,1$ , тоді  $D = 12,52 \pm 0,00287 \cdot 2,1 = (12,52 \pm 0,006)$  мм.

## Абсолютна і відносна похибка експерименту

### Абсолютна похибка експерименту

Абсолютна похибка одиничного досліду або виміру може бути представлена у вигляді:

$$|\Delta a^*| = |\hat{a} - a_i|, \quad (49)$$

де  $a_i$  – результат окремого виміру (досліду):

$\hat{a}$  – істинне значення величини, що вимірюється.

$\Delta a$  - похибка;

$|\Delta a|$  - абсолютна похибка.

Однак на практиці точне значення випадкової величини  $\hat{a}$ , що вимірюється, як правило, невідомо, а тому істина похибка  $\Delta a^*$  обчислена бути не може. Тому замість похибки  $\Delta a^*$  визначають звичайно «вимірювану» абсолютну похибку:

$$\Delta a_i = |\bar{a} - a_i|, \quad (50)$$

де  $\bar{a}$  - середнє значення величини, що вимірюється.

І якщо абсолютну похибку одиничного виміру можна обчислити за формулою (4.27), то абсолютну похибку середнього значення вибірки визначити по аналогічній формулі не надається можливим, оскільки істинне значення величини, що вимірюється нам, як правило, невідомо.

У цьому випадку скориставшись залежностями (34)...(43) «вимірювану» абсолютну похибку досліду визначають за формулами:

- для одиничного виміру:

$$\Delta a_i = k_\alpha \cdot S_{a_i} \quad \text{або} \quad \Delta a_i = t_\alpha \cdot S_{a_i}; \quad (51)$$

- для середнього значення вибірки:

$$\Delta \bar{a} = k_\alpha \cdot S_{\bar{a}} \quad \text{або} \quad \Delta \bar{a} = t_\alpha \cdot S_{\bar{a}}. \quad (52)$$

### Відносна похибка експерименту

Слід зазначити, що величина абсолютної похибки результату вимірів  $\Delta a$  сама по собі ще не визначає точності вимірів.

Для оцінки точності вимірів вводять поняття відносної похибки  $\epsilon$ , рівної відношенню абсолютної похибки результату вимірів  $\Delta \hat{a}$  до середнього значення серії вимірів -  $\bar{a}$ :

$$\epsilon = \pm \frac{\Delta \hat{a}}{\bar{a}}. \quad (53)$$

Часто ця похибка виражається у відсотках:

$$\epsilon = \pm \frac{\Delta \hat{a}}{\bar{a}} \cdot 100\%. \quad (54)$$

Відносна похибка  $\epsilon$  є мірою точності результатів вимірів.

Величину обернену до відносної похибки (погрішності) називають точністю вимірів і визначають за формулою:

$$\psi = 1/\epsilon, \quad (55)$$

### Визначення мінімально необхідної кількості експериментів

З теорії математичної статистики відомо, що з підвищенням числа дослідів підвищується точність проведення експериментів. Але з іншої сторони зростання числа дослідів веде, часом, до невиправданих витрат оскільки підвищена точність не завжди

потрібна.

Наведена в цьому розділі методика надає рекомендації по розрахунку мінімально необхідної кількості дослідів  $n$  для забезпечення необхідної наперед заданої відносної похибки  $\varepsilon$  і довірчої ймовірності  $\alpha$ . Відмітимо, що відносна похибка  $\varepsilon$  і довірна ймовірність  $\alpha$  можуть бути різними, як для окремих галузей знань, так і для різних випадків в межах однієї і тієї ж науки.

Для визначення мінімально необхідної кількості дослідів попередньо роблять збір експериментальних даних невеликого обсягу  $n \leq 10$ .

Потім визначають точкові характеристики випадкової величини:

Середнє арифметичне значення отриманих експериментальних даних визначають за формулами (9), (10) або (11). Вибіркове стандартне відхилення одиничного виміру визначають за формулами (23) або (24).

У силу малого обсягу вибірки вибіркове стандартне відхилення рекомендується корегувати відповідно до ГОСТ 11004 – 74 за формулою (25).

Вибіркове стандартне відхилення середнього значення вибірки визначають за формулою:

$$S_{\bar{a}} = \frac{S_{a_i}}{\sqrt{n}} . \quad (56)$$

З теорії математичної статистики відомо, що абсолютна похибка середнього при малому числі дослідів може бути визначена за формулою:

$$\Delta \bar{a} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\bar{a}} , \quad (57)$$

де  $t_{\alpha}$  коефіцієнт розподілу Ст'юдента.

Підставивши (56) у (57), одержимо:

$$\Delta \bar{a} = t_{\alpha, n} \cdot \frac{S_{a_i}}{\sqrt{n}} . \quad (58)$$

З (58) знаходимо залежність мінімально необхідної кількості дослідів в залежності від наперед заданої абсолютної похибки:

$$n = \frac{t_{\alpha, n}^2 \cdot S_{a_i}^2}{\Delta \bar{a}^2} . \quad (59)$$

За означенням відносна похибка вимірів визначається за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{a}}{\bar{a}} \quad (60)$$

З (60) витікає, що

$$\Delta \bar{a} = \varepsilon \cdot \bar{a} . \quad (61)$$

Тоді формулу (59), яка відображає залежність мінімально необхідної кількості дослідів від наперед заданої відносної похибки  $\varepsilon$ , можна представити у вигляді:

$$n = \frac{t_{\alpha, n}^2 \cdot S_{a_i}^2}{\varepsilon^2 \cdot \bar{a}^2} . \quad (62)$$

Тоді, задавши відносну похибку  $\varepsilon$  і довірчу ймовірність  $\alpha$ , обчисливши вибіркові  $S_{a_i}$  і  $\bar{a}$ , визначивши коефіцієнт розподілу Ст'юдента  $t_{\alpha, n}$  по таблиці 5 і підставивши знайдені значення параметрів у залежність (62), обчислимо мінімально необхідну кількість дослідів  $n$ .

Після цього проводять перевірку, яка полягає у визначенні фактичної відносної похибки  $\varepsilon$  при отриманому значенні мінімального числа дослідів  $n$  за формулою:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{t_{\alpha,n}^2 \cdot S_{a_i}^2}{n \cdot \bar{a}^2}}, \quad (63)$$

де коефіцієнт розподілу Ст'юдента  $t_{\alpha,n}$  визначається, звичайно, для числа ступенів вільності:

$$v = n - 1, \quad (64)$$

де  $n$  – мінімальна кількість дослідів, що була розрахована за формулою (62).

Якщо передбачається, що обсяг дослідів буде великим ( $n \geq 30$ ), то замість розподілу Ст'юдента використовують закон нормального розподілу. У цьому випадку вираз (62) можна переписати у вигляді:

$$n = \frac{k_{\alpha}^2 \cdot S_{a_i}^2}{\varepsilon^2 \cdot \bar{a}^2}, \quad (65)$$

де  $k_{\alpha}$  - аргумент функції Лапласа, який можна визначити для наперед заданої довірчої ймовірності  $\alpha$  по табл. 4.

Якщо задані необхідна довірча ймовірність (надійність)  $\alpha$  і відносна похибка спостережень  $\varepsilon$ , то з рівняння функції Лапласа випливає:

$$2\hat{O}(k_{\alpha}) = \alpha \quad (66)$$

знаходимо  $k_{\alpha}$ , а необхідну кількість дослідів визначають за формулою (65).

У деяких літературних джерелах по математичній статистиці приводяться таблиці, що дозволяють відразу по заданій довірчій ймовірності  $\alpha$  і відносній похибці  $\varepsilon$  визначити мінімальне число  $n$  необхідних дослідів.

Наведемо приклад такої таблиці.

Таблиця 6 Значення числа необхідних спостережень  $n$  у залежності від заданої довірчої ймовірності  $\alpha$  і відносної похибки  $\varepsilon$

$\alpha$	$\varepsilon$	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
0,95		96	118	150	195	266	384	600	1067	2400	9603
0,99		165	204	259	338	460	683	1036	1843	4146	16587

Можлива й інша постановка задачі. За відомою кількістю дослідів (вимірів)  $n$  малої вибірки ( $n < 30$ ) визначити довірчу ймовірність того, що абсолютна похибка середнього значення не перевершить заданої абсолютної похибки середнього значення  $\Delta \bar{a}$ , тобто довірчу ймовірність того, що середнє значення вимірів лежить в інтервалі:

$$\bar{a} - \Delta \bar{a} \leq \bar{a} \leq \bar{a} + \Delta \bar{a}. \quad (67)$$

Цю задачу вирішують у такій послідовності. Обчислюють середнє значення  $\bar{a}$  за формулами (23), (24) або (25), стандартне відхилення середньої за формулами (28), (29). Далі задаючись величиною абсолютної похибки  $\Delta \bar{a}$  визначають значення коефіцієнта Ст'юдента за формулою:

$$t_{\alpha,n} = \frac{\Delta \bar{a}}{S_{\bar{a}}} \quad (68)$$

і, нарешті, по таблиці 5, по визначеному коефіцієнту Ст'юдента -  $t_{\alpha,n}$  і числу дослідів  $n$  знаходимо довірчу ймовірність цієї події -  $\alpha$ .

Після визначення мінімально необхідної кількості експериментів, що визначають відносну похибку і довірчу ймовірність одержаних результатів вимірів, приступають до їхньої статистичної обробки.

#### Завдання до практичного заняття

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями і методами статистичного опрацювання експериментальних даних.
2. По завданню викладача статистично опрацювати експериментальні дані зносів деталей:
  - знайти статистичні параметри описових статистик зносів деталей;
  - знайти параметри інтервальних характеристик випадкової величини зносів деталей;
  - визначити абсолютну і відносну похибку статистичних даних зносів деталей.

## **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. Сиденко В.М., Грушко И.М. Основы научных исследований. Харьков, Вища школа, 1996, 200 с.
2. Математическое моделирование. Под ред. Дж.Эндрюс и Р.Мак - Лоул. пер. с англ. Из-во Мир, 1999, 246 с.
3. Касандрова О.Н., Лебедь В.В.. Обработка результатов наблюдений. Из-во Наука М., 1970, 103 с.
4. Кузнецов Б.А. Введение в техническое творчество. /Первые шаги в науке/ К.: УМК ВО, 1998, 87 с.
5. Доспехов Б.Л. Методика полевого опыта. Агропромиздат. М.:1997, 351 с.
6. Злотин Б.Л. Зусман А.В. Решение исследовательских задач. Кишинев, МНТЦ, Прогресс,- Картя Молдовеняскэ, 1991. - 204 с.
7. Ю.В. Кулешков, М.І. Черновол, Ф.І. Василенко, В.В. Аулін, О.Й. Мажейка, Є.К. Солових, В.С. Саловський. Статистичні методи обробки та аналізу експериментальних даних. Навчальний посібник для студентів технічних спеціальностей. Кіровоград 2002 –135 с.
8. Романчиков В.І. Основы научных исследований. Київ, Академвидав, 2007 – 145 с.
9. Філіпенко А.С. Основы научных исследований. Київ, Академвидав, 2005– 165 с.

Навчально-методичне видання  
Основи наукових досліджень  
Методичні вказівки до практичних робіт  
Укладачі: Ю.В. Кулешков, М.В. Красота, Т.В. Руденко

Тиражування на різнографі:

Здано в набір \_\_.\_\_\_\_. Підписано до друку \_\_.\_\_\_\_.14Формат 60x84 1/16. Папір газетний.

Умов. друк. арк. 3,6. Зам. \_\_\_\_\_. Тираж \_\_\_\_\_ прим.

РВЛ ЦНТУ. м. Кропивницький, пр. Університетський, 8.