МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Механіко-технологічний факультет
Кафедра кібербезпеки та програмного забезпечення

ПРОЕКТУВАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів денної та заочної форми навчання за спеціальністю 123 “Комп’ютерна інженерія”

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри кібербезпеки та програмного забезпечення,
протокол № 11 від 09 квітня 2024 року

КРОПИВНИЦЬКИЙ
2024

Моделювання складних смстем: метод. вказівки до викон. лаборат. робіт для студ. денної та заочної форми навч. за спец. 123 “Комп’ютерна інженерія” / уклад. Петренюк В.І. — Кропивницький: ЦНТУ, 2023. — 37 с.

Укладач: Петренюк В.І., канд. фіз.-мат. наук, доцент

Рецензент: Волков Ю. І., д-р фіз.-мат. наук, професор;

Схвалено на засіданні методичного семінару кафедри кібербезпеки та програмного забезпечення
(протокол № 11 від 09червня 2024 року)

<u>Лабораторна робота №1</u>

Тема: Технологія віртуальних модельних досліджень MV3.0

Мета: Ознайомитись з поняттям моделі процесу та етапами моделювання.

План:

1. Визначення моделі, її структурні властивості.
2. Види моделей
3. Етапи моделювання за допомогою пакета MV 3.0. 4. Зразок моделі складної системи, створеної в пакеті MV 3.0.

Завдання: Дати відповіді на питання плану, привести приклад моделі, створеної в пакеті MV 3.0 .

Лабораторна робота №2
Тема: Датчики псевдовипадкових чисел

Теоретичний матеріал

При моделюванні випадкових процесів на ЕОМ використовують датчики псевдови-падкових чисел або стандартні, або власного виготовлення, після того як перевірять результати їх роботи. Датчик псевдовипадкових чисел E_i рівномірно розподілених на (0,1) працює за наступним алгоритмом:

0. Р-просте число, q-ціле число, де p=2*p1+1, p_1-просте додатне число, q=p/2, r_0=1, q=p-3*m, m>0.
1. $R_k = R_{k-1}*q$;

   $E_k = \{R_k/p\}$;

   $R_k = R_k - p*[R_k/p]$, де [ ]-ціла частина, а {}-

дробова частина числа.

Період повторень Ei дорівнює p-1, тому p та g підбирають так, щоб не було однако-вих чисел на якомусь певному інтервалі. Отримані таким чином псевдовипадкові числа мають однакову ймовірність появи під час розв'язку задачі та можуть служити
основою для побудови послідовності чисел з іншим законом розподілу. Але реаліза-ція на ЕОМ призводить до визначення періоду випадковості отриманих чисел.

Цю задачу можливо розв'язати за допомогою спеціальноі теорії отримання випадко-вих дійсних чисел Un рівномірно розподілених між 0 та 1. Дійсне число X_n представ-лене в пам'яті ЕОМ із обмеженою точністю від 0 до m. Тоді $U_n=X_n/m$ потрапляє в інтервал між 0 та 1, де m-найбільше ціле. Послідовність $\{X_n\}$ отримується за формулою:

$$\mathbf{X_{n+1} = (a*X_n + c) \bmod m,\quad \text{де } X_0 >= 0,\ m>X_0,\ m>a,\ m>c.}$$

Така послідовність зветься лінійною конгруентною. Періодом такої послідовності буде m тоді і тільки тоді, коли виконується умова:

1. с та m - взаємно прості числа.
2. a-1 кратне p для довільного p, що є дільником m.
3. a-1 кратне 4, якщо m кратне 4.

Можливо отримати датчик із максимальним періодом, який дорівнює 5*10^(e-2), де e >= 5, c = 0, x_0 не кратне 2 та 5, m=10^e тоді і тільки тоді, коли a mod 200 приймає одне із 32 значень: 3,11,13,19,21,27,29,37,53,...,197. Доведено ці факти в [39].

Кожну послідовність, яка буде інтенсивно використовуватись слід рительно переві-рити за допомогою тестів з метою: упевнитися в їх випадковості. Тести бувають емпіричні (машинні) та теоритичні.

Одним із них є критерій **хі - квадрат**, який використовують для аналізу на чесність при грі в кості.

Перевірка полягає в наступному: виконуємо велике число n дослідів, що є незалеж-
ними; підрахуємо число дослідів, результати яких відносять до кожної з k категорій.

Позначимо через Ps - ймовірність того, що результат досліду попаде в категорію s, Ys - кількість дослідів, що дійсно потрапили в категорію s. Зрозуміло, що $p_1+p_2+...+p_k = 1$, $Y_1+Y_2+...+Y_k = n$. Тоді статистику отримаємо за формулою :

$$V = 1/n \left(\sum_{s=1}^{k} \left(\left(Y_s^2 / Ps \right) - n \right) \right)$$

Потім результати порівнюють із числами з таблиці розподілу Хі-квадрат при V=k-1. Якщо V менше значення, що відповідає p=99% або більше 1%, то результати відкидаємо як невипадкові, якщо між 99% та 95%, або між 5% та 1%, то результати підозрілі. Досить часто таким способом перевіряють хоча б тричі різні частини послідовності. Якщо не меньше двох разів із трьох результати будуть підозрілими, то числа послідовності відкидаються як недостаньо випадкові.

Перевірену послідовність можливо використати для побудови датчика випадкових чисел з **розподілом Пуассона**. Для цього використаємо алгоритм :

0. обчислимо p=e^(-λ), N=0, q=1, де λ-довільне.
1. отримати U - випадкове число із рівномірним розподілом.
2. q=q*U.
3. якщо q>=p, то N=N+1, перехід до 1, інакше виводимо N

Завдання: Скласти програму датчика псевдовипадкових чисел за однією з відомих формул і протестувати програму. Зробити висновок про її якість.

Лабораторна робота № 3
Тема: Імітаційна модель випадкових блукань

Теоретичний матеріал

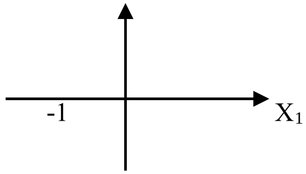
Розглянемо класичну задачу про випадкове блукання, або припустимо, що пан Ніхто, стоячи на розі вулиці, вирішив пройтися. Нехай ймовірності події руху в напрямках північ, південь, захід, схід будуть однакові 1/4. Треба підрахувати ймовірність події - "пройшовши 10 кварталів перехожий опиниться не далі двох кварталів від початку прогулянки."

Розв'язання задачі розпочнемо із позначеннь (x_1,x_2) - "вихід" на кожне перехрестя вулиць (квартал), де x_1 - напрям зі сходу на захід, x_2 - напрям із півночі на південь. Кожне переміщення на один квартал у східному напрямку відповідає збільшенню x_1 на 1, а кожне переміщення на один квартал на захід зменшенню x1 на 1. Аналогічно кожне переміщення перехожого на один квартал на північ збільшує x_2 на 1, а на один квартал в південному напрямку зменшує x_2 на 1.

Змінні x_1, x_2 - дискретні, (0,0) - початок руху. Якщо $x_1+x_2>2$, то перехожий пройшов більше двох кварталів на своєму шляху довжиною в 10 кварталів. Можливо оцінити пересування перехожого за допомогою таблиці випадкових чисел. Домовимося, що якщо випадкове число лежить між 0 та 24, то перехожий йде на схід, тобто $x_1:=x_1+1$; якщо випадкове число від 25 до 45, то він пройде на захід $x_1:=x_1-1$; якщо число від 50 до 74, він пройде на північ, $x_2:=x_2+1$; якщо випадкове число лежить в межах від 75 до 99, то перехожий пройде на південь, $x_2:=x_2-1$.

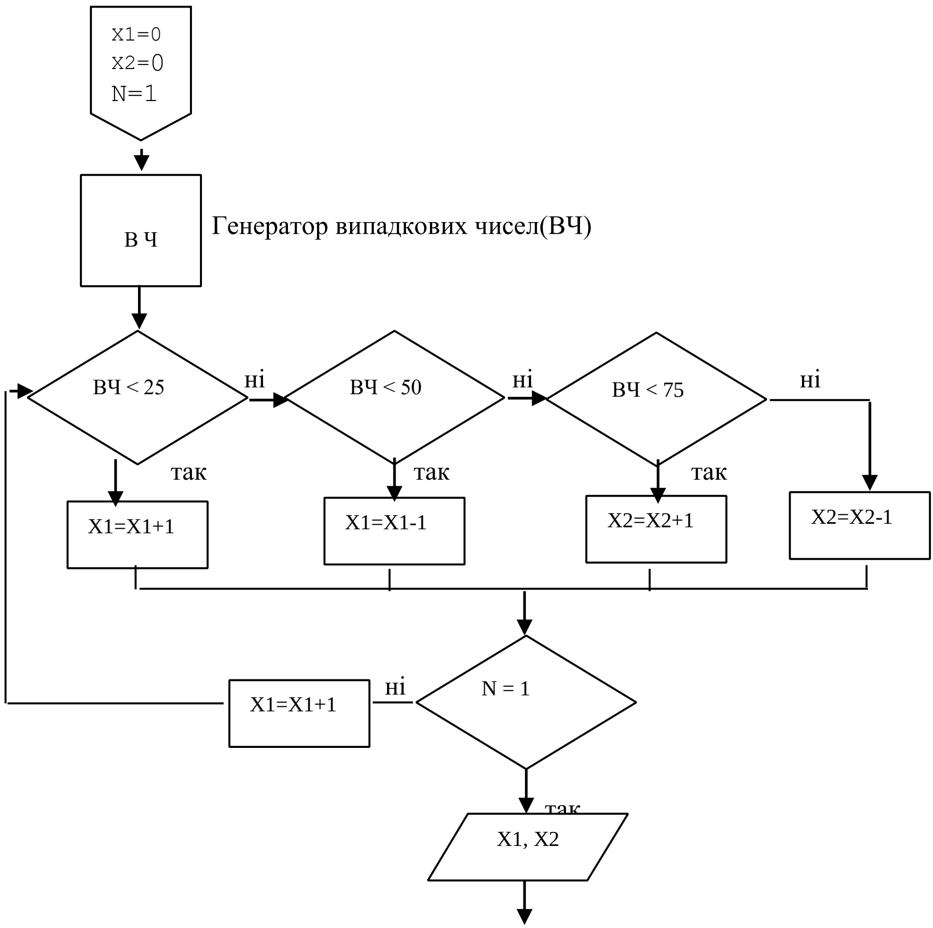
X_2

+1



-1 +1

Алгоритм розв`язку задачі:



( )

Програма за цим алгоритмом імітує рух перехожого та за допомогою ЕОМ дозволяє зробити серію дослідів і обчислити частоту появи згаданої події за допомогою статичних методів.

Метод імітаційного моделювання може розлядатися як своєрідний експериментальний метод, де об`єктом є імітатор, реалізований як програма для ЕОМ. При такому підході можуть використовуватись статичні методи, в тому числі метод плануванняексперименту.

Виділимо два підходи до створення імітаційних моделей: дискретний та неперервний. Моделі належатимуть цим класам завдяки властивостям об'єкту оригіналу та характеру впливу на нього зовнішнього середовища. Згідно теореми

Котельнікова [3] неперервний процес зміни станів об'єкту можливо розглядати як послідовність дискретних станів та навпаки.

При застосуванні імітаційних моделей дискретного класу як правило використовують такі математичні схеми:

- автоматні схеми;
- системи масового обслуговування; -

агретативні схеми.

Метод дослідження дискретних ймовірностних моделей (метод Монте-Карло або метод статичних дослідів) шляхом експерименту будемо розглядати як частковий випадок дискретних імітаційних моделей. Взагалі всі дискретні моделі є імітаційними.

Неперервний підхід до побудови імітаційних моделей широко розвинуто в [30]. Тут модельований об'єкт формалізуеться у вигляді неперервної абстрактної системи, між елементами якої циркулюють неперервні потоки тієї чи іншої природи. Структура такої системи представлена у вигляді графічних діаграм потоків. Основними елеметами неперервної системи є абстрактні бункери (ємкості) та абстрактні заслонки (елементи затримки). Кожен бункер характеризується змістом (об'ємом), де змістом бункера можуть бути грошові одиниці, енергія, матеріали. Заслонки характеризуються темпом потоку на вході та на виході, де під темпом розуміють швидкість пересування змісту з одного бункера в інший.

Зміна значень рівнів змісту кожного бункера та заслонки під дією вхідних та вихідних неперервних потоків (різного темпу) описується диференціальним рівнянням. З метою спрощення опису припускають, що на кожному кроці моделювання маємо незмінні значення темпів потоків. Тоді замість диференціальних матимемо прості скінчено-різницеві рівняння.

Наприклад, нехай $Z_i(t)$ - значення характеристики i-го бункера в t - момент модельного часу, а $R_i(t,t+t)$, $i(t,t+t)$ - значення (постійні для t) темпів вхідного потоку i-го бункера та темпу його вихідного потоку. Тоді стан i-го бункера описуватиметься на інтервалі [t,t+t] модельного часу рівнянням:

$$Z_i(t+t) = Z_i(t)+t(R_i(t,t) - S_i(t,t)).$$

Аналогічним чином визначається стан заслонки. Відносна простота та компактність моделей такого типу пов'язана із формалізованим описом сукупностей та послідовностей елементарних дискретних актів у вигляді змін станів кожного елемента системи. Імітація функціонування такої моделі зводиться до "поінтервального" відтворення за допомогою ЕОМ процесів роботи всіх її елементів з урахуванням їх взаемодії та впливу зовнішнього середовища.

Завдання: Скласти програму для реалізації моделі випадкових блукань деякого об'єкта, який з однаковою ймовірністю може рухатися в напрямках "вперед", "назад", "наліво", "направо". За один крок він віддаляється на одиницю відстані. За допомогою створеної моделі знайти ймовірність того, що за n-кроків об'єкт віддалиться від початку руху не далі ніж на m-одиниць. ***Таблиця варіантів:***

№ варіанта	n	m
1	11	3
2	12	4
3	13	5
4	14	6
5	15	7
6	11	4
7	12	5
8	13	6
9	14	7
10	15	8
11	16	5
12	17	6
13	18	7
14	19	8
15	20	9

Лабораторна робота №4
Тема: Моделювання роботи двох кранів

Теоретичний матеріал

Розглянемо приклад розробки імітатора роботи мостового крану одного із цехів ЧЛЗ. Мова йтиме про елементи виробничого процесу, а не про технологічний процес виробнитцтва. Від роботи крану залежить робота всього цеху, і робота крану - виконання завдань, які іноді накладаються, тобто суперечать одне одному.

Сформулюємо задачу:

Яку частину потужності обладнання ливарного цеху буде втрачено в результаті розширення виробництва при старій системі керування краном?

Розв'язання задачі розпочнемо із встановлення кількості типових завдань та типової деталізації їх на підзавдання. Такий розподіл роботи крану дозволяє приписати кожному завданню пріоритет понеобхідності виконання одночасних (накладених) завдань.

Потім встановлювалася частота появи події виконання кожного завдання і логіка дій крану, тобто яким чином типові завдання зв'язані між собою. В кожному завданні підзавдання вважалися вузловими точками, в яких воно може бути перервано іншим пріоритетнішим завданням. За допомогою опитування була побудована матриця можливо одночасних робіт (+) та тих, що виконуються в різний час (-):

16	Подія	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

1	Виймання відливок	+ + + + + +
2	Заміна індукторів	+ + + +
3	Несправність лінії загрузки печі	+
4	Несправність крану	+
5	Заміна візка	+ +
6	Заміна вкладиша	+ + +
7	Заміна агрегата	+ +
8	Непередбачені заміни по ходу плавки	+ +
9	Загрузка всіх плавильних печей цеху	+
10	Випадкові завдання	+
11	Переміщення готових злитків	+ + +
12	Заміна кокилів	+
13	Заміна кокилів після розливки	+
14	Заміна печі на розливці	+ +
15	Загрузка агрегата	+ +
16	Ремонт агрегата	+

Для створення імітатора крану - програми для ЕОМ необхідно мати генератор завдань (випадкових подій із заданим законом розподілу). Було встановлено, що мають місце:

1) завдання надходять з однаковою ймовірністю в любий момент часу, тобто рівномірно розподілені випадкові величини
2) завдання надходять із деяким циклічним повтором
3) завдання надходять в фіксовані моменти часу

Програма-генератор заявок була розбита на три частини відповідно вищезаданого спрощеного підходу до формалізації процесу надходження заявок. Фіксовані в часі завдання для крана – це такі як заміна відливочних форм. Такі завдання оброблялися наступним чином:

1) "кожен день" імітувалось формування кодів фіксованих завдань з відповідними пріоритетами
2) в любий момент часу завдання з меншим пріоритетом могло бути зупинено (на якомусь своїму підзавданні) для виконання завдання з більшим пріоритетом. Виконавши його потрібно повернутись до попереднього недоробленого завдання. Таким чином наведена модель описувала роботу крана (тобто керування ним) та добре імітувала виробничий процес.

Порівняння результатів моделювання існуючого ливарного виробництва та результатів моделювання розширеного виробництва із додатковим обладнанням давало чисельний розв'язок задачі.

Завдання: Використовуючи таблицю даних з тексту лабораторної роботи, скласти модель роботи двох мостових кранів цеху і оцінити можливі результати їх роботи при старій системі керування цехом.

<u>Лабораторна робота №5</u>
Тема: Моделі масового обслуговування.

Теоретичний матеріал

При розв'язані задач теорії масового обслуговування та автоматизації управління роботою прідприємств виникає потреба в задоволенні потоку вимог, які випадково виникають і вимагають для задоволення різного, зазделегідь невідомого проміжку часу. Типовими задачами (вимогами) такого роду можуть бути:

- ремонт та наладка обладнання;
- обслуговування покупців;
- медичне обслуговування;
- продаж квитків;
- інформаційно-довідкове обслуговування;
- телефонний зв'язок;
- комп'ютерні мережі

Спільним для таких вимог є випадковий характер виникнення, а потоки цих вимог задовольняють тим чи іншим закономірностям статистичного характеру. Для найпростішого, пуасонівського, потоку ймовірність dp появи вимог в кожний нескіченно малий проміжок часу dt пропорційна dt: dp=□dt та не залежить від того виникли чи ні ці вимоги в попередні моменти часу. Величина □ може бути як постійною у часі так і мінливою по закону □=□(t). В першому випадку (□=const) потік зветься стаціонарним а в другому випадку нестаціонарним.

Закон розподілу ймовірностей Pk (випадкова величина P приймає значення k, k=0,1,2...) має вигляд

$$P_k =(□^k / k!)\ e^{-\lambda}$$

В ролі випадкової величини у згаданих вище задачах виступатиме момент надходження заявок. Випадок надходження групи вимог в один і той же момент часу будемо описувати законом розподілу, що визначає ймовірність Pn того факту, що в групі міститься n-вимог.

Наведемо кілька характеристик довільного потоку вимог:

1) Час T між виникненням однієї вимоги, а потім безпосередньо наступної є випадковою величиною та характеризується певним законом розподілу. Ймовірність того, що T лежить між x та x+dx дорівнює

   $□*e^{-□x}\,dx$, де □ = const.

Тоді ймовірність настання події, що T<=A дорівнюватиме

$$P\{ T<=A \}= \int_0 □*e^{-□x}\,dx = 1 - e^{-□A}$$

Це так званий показниковий закон розподілу або експоненціальний.

2) Кількість вимог, що виникають в заданий інтервал часу довжиною t позначають N та визначають її випадковою величиною із ймовірністю настання події, що N=k, що визначається наступним законом розподілу:

$$p\{ N=k \}= -((□*t^k) / k!)*e^{-□*t}$$

Якщо $\lambda =-□*t$, то це розподіл Пуасона.

3) Тривалість r обслуговування кожної вимоги є спільною для всіх вимог.

Найчастіше розглядають 2 випадки:

- коли тривалість постійна, тобто r = const,
- коли вона має показниковий розподіл.

$$P\{r>B\} = e^{-\lambda*B}, \quad \text{де } \lambda = const.$$

Середня тривалість обслуговування дорівнює 1/λ.

Всі закони розподілу, що характеризують потік вимог, задаються або на основі апріорних міркувань, або в результаті експериментального дослідження відповідного потоку. Наприклад, модель телефонної станції працює з потоком вимог від великої кількості абонентів. Апріорним міркуванням буде гіпотеза про незалежність вимог (дзвінків) різних абонентів та повної випадковості виникнення вимоги. Це дозволяє вважати (згідно теорії ймовірностей), що потік буде Пуасонівським. На долю експерименту залишиться визначення - інтенсивності потоку, за формулою: =N/T,

] де N - кількість дзвінків за достатньо великий проміжок часу. Якщо відсутні або сумнівні апріорні міркування, то виконують експериментальне дослідження потоку. Для цього під час достатньо довгого проміжку часу фіксують моменти настання вимог та часу їх фактичного обслуговування. На основі отриманих даних будують експериментальні криві розподілу, які потім апроксимуються формулою, бажано із числа добре вивчених законів розподілу.

Зауважимо, що без визначеного порядку обслуговування вимог згідно черги неможливо розв'язати задачу моделювання роботи АТС.

Таким чином задача моделювання масового обслуговування полягає в тому, щоб визначити закони розподілу та середні значення випад кових величин, що характеризують її роботу. Існують два методи розв'язання цієї задачі:

-- математичний

-- аналітичний

Математичний метод має на меті побудови спеціальної програми для ЕОМ, яка імітує роботу розглянутої системи масового обслуговування:

-- визначає випадковим чином моменти появи вимог та відповід ність цих подій заданому закону розподілу; -- визначає термін обробки вимог;

-- згідно із заданою дисципліною обслуговування виконує постановку у чергу;

-- виділяє обслуговуючі ресурси;

-- виконує підрахунок довжини черг, простоїв і т.д.;

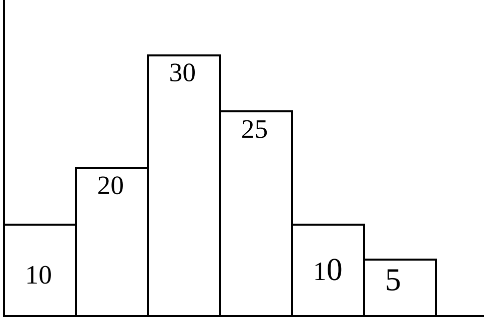
-- будує експериментальні криві розподілу ймовірностей(частот) так звані гістограми. Ці гістограми використовують для обчислення середніх значень, дисперсії, середньо-квадратичного відхилення і т.д.

Наведемо приклад обчислення. Нехай було виконано 100 обчислень довжини черги на обслуговування. Відкладемо по горизонталі довільні значення довжини черги, а по вертикалі - частоту цих подій, тобто кількість вимірів, які визначали певну довжину черги.

ч а с т

о 10

т
а



0 1 2 3 4 5

довжина

Якщо позначити через n - довжину черги на обслуговування, то P_0 {n=0} = 10/100 =0.1 P_1 {n=1} = 20/100 =0.2

P_2 {n=2} = 30/100 =0.3

P_3 {n=3} = 25/100 =0.4

P_4 {n=4} = 10/100 =0.1

P_5 {n=5} = 5 /100 =0.05

Середня довжина черги $N_0 = \sum_{i=0}^{5} P_i * n_i = 2.2$, де n_i означає n=i.

Найбільш вірогідна довжина черги дорівнює 2. Дисперсія дорівнюватиме:

$$d=(0-n)^2*P_0 + (1-n)^2*P_1+...+(5-n)^2*P_5 = 1.302$$

середньоквадратичне відхилення дорівнює:

б = □d =1.14

Найпростіша схема імітаційної моделі масового обслуговування має вигляд:

→ Генератор вимог — Черга вимог — Апарат обслуговування →

Якшо позначити через Ti - момент виникнення (находження) і-вимоги, то обчислення часу витраченого на прохід до виходу з системи дорівнюватиме:

$$Q_i = T_i + W_i + q_i;$$ де

W_i - час перебування в черзі;

q_i - час обслуговування;

Щоб обчислити Wi треба врахувати умови:

1) В момент T=0 система не має жодної вимоги;

2) W_1=0 для T=0;

Тоді:

Wi+1= { W_i+q_i-□i ,якщо W_i+q_i-□i >0

0 ,якщо W_i+q_i-□i <=0 ,

де □$_i$ = T_{i+1}-T_i = dT_i - інтервал часу між послідовними вимогами

Алгоритм моделювання: 1) генерація □$_i$ за законом розподілу Пуасона:

p{□$_i$>A}=e^(-*A)=1/(e^(□*A));

2) визначення часу обслуговування q_i, де q_i=const; або p{qi>B} = 1/e^(□*B),

де □=const;

3) обчислення Wi;

4) обчислення Qi;

5) вимірюємо довжину черги, середню довжину, дисперсію;

6) коефіцієнт корисної дії p=$T_{обсл}$ /T; Коефіцієнт простою = 1-p;

Згадана вище програма для ЕОМ може бути реалізована на мові програмування та використовувати генератор випадкових чисел, рівномірно розподілених на проміжку [0,1] для отримання випадкових величин із Пуасонівським законом розподілу, тобто для імітації виникнення вимог.

Методом математичного моделювання можуть розв'язуватись довільні задачі моделювання систем масового обслуговування, тільки для отримання стійких статистичних характеристик потрібно багато тисяч вимог (експериментів). Аналітичні методи дозволяють отримати вихідні характеристики в вигляді функцій від вхідних характеристик тільки для найпро стіших випадків. Таким випадком є стаціонарний пуасонівський потік із інтенсивністю a, де термін обслуговування задано експоненціальним законом:

P{T>B}=e^(-□B) , де □=2

Дисципліна обслуговування передбачає наявність черги вимог, що обслуговуватиметься в порядку надходження.

Треба відзначити:

--довжину черги n (випадкова величина)

--коефіцієнт корисної дії □, тобто середній відносний час, коли система зайнята обслуговуванням.

Зауважимо про наявність властивості ергодичності системи масового обслуговування, яка полягає в тому,що для моментів часу, достатньо віддалених від початкового моменту, можливо знехтувати впливом початкового стану на теперешній час. А також відмітимо, що стан системи можливо описати лише одним числом - довжиною черги n, якщо вважати, що випадок $n=0$ відповідає нульовій (пустій черзі) при зайнятості системи, а випадок $n=-1$ відповідає нульовій черзі при вільній (не зайнятій переробкою системі), $n=+1$ - через одну вимогу. Якщо система в момент часу t0 була зайнята обробкою деякої вимоги, то ймовірність закінчення обробки в проміжку часу $[t_0,t_0+dt]$ є умовною ймовірністю:

$$\frac{p\{t_0<=t=<t_0+dt\}}{p\{t>=t_0\}}$$

Доведемо для показникового розподілу. Ймовірність завершення вже розпочатого обслуговування в кожен нескінченно малий dt дорівнює

$□*dt$ і не залежить від початку обслуговування.

Позначимо через $P_i(t)$ ймовірність того, що розглянута система в момент t знаходиться в i-тому стані (i=-1,0,1,2,3...). Знайдемо ці $P_i(t+dt)$ при $dt->0$.

Для того, щоб система в момент часу $t+dt$ була в стані пустої черги,існують дві можливості:

1) система не прийняла жодної нової вимоги на проміжку [t,t+dt].

Ймовірність такої можливості дорівнює $P_{i-1}(t)=(1-□*dt)$.

2) В момент часу t система була в стані $n=0$, а за наступний відрізок часу dt завершилось обслуговування прийнятої вимоги і не надходило нових вимог. Ймовірність такої можливості дорівнює:

$$P_0(t)*\lambda*dt*(1-□*dt)=P_0(t)*\lambda*dt.$$

Об'єднавши ці дві незалежні можливості, матимемо:

$$P_{i-1}(t+dt)=P_{i-1}(1-\lambda*dt)+P_0(t)*\lambda*dt$$

Перейдемо до границі, щоб отримати диф. рівняння:

$$\lim ((P_{i-1}(t+dt)-P_{i-1}(t)(1-□*dt))/dt)=P_0(t)*\lambda \quad dt->0$$

Отримаємо (*): $dP_{i-1}(t)/dt=\lambda*P_0(t)-\lambda*P_{i-1}(t)$, де похідна=0 в момент t. Для довільного i , i<>-1 маємо три випадки:

1) В момент часу t стан системи був i-1;
за час dt надійшла нова вимога та не закінчилася обробка старої. Ймовірність випадку дорівнює:

$$P_{i-1}(t)*\lambda*dt*(1-\lambda*dt)$$

2) В момент t система знаходилась в стані i+1 за час dt обробка старої вимоги завершилась, а нова вимога не надійшла. Ймовірність цього випадку:

$$P_{i+1}(t)*\lambda*dt*(1-\lambda*dt)$$

3) В момент t система знаходилась в стані i та за час dt обробка старої вимоги не завершилась та не прийшло жодної вимоги. Ймовірність цього випадку:

$$P_i(t)(1-\square*dt)(1-\lambda*dt)=P_i(t)-(\square+\lambda)*P_i(t)*dt$$

Об'еднаємо всі ці випадки в один і отримаємо диференціальне рівняння:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \square*P_{i-1}(t) - (\square-\lambda)*P_i(t) + \lambda*P_{i+1}(t).$$

Яке разом із рівнянням (*) утворює нескінченну систему диференціальних рівнянь та повністю описує подальшу поведінку системи.
Згідно із властивістю ергодичності системи будемо шукати розв'язок для $P_i=const$,та $dP_i/dt=0$ на проміжку dt. Отримаємо систему звичайних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} \lambda*P_i - \square*P_{i-1} = 0; \\ \square*P_{i-1} - (\square+\lambda)*P_i + \lambda*P_{i+1} = 0; \quad i=0,1,2,... \qquad (**) \end{cases}$$

Якщо позначить через r величину $\square/\lambda$, то розв'язок системи (**) запишемо в вигляді:

$$P_i = r^{i+1} * P_{i-1};\quad i=0,1,2....$$

$$\text{де } \sum_{i=-1} P_i = P_{i-1} * \sum_{i=-1} r^{i-1} = P_{i-1} *(1/(1-r));$$

Звідси $P_{i-1} = 1-r$,

$P_i = r^{i+1} * (1-r)$ геометричний розподіл

Цей результат стане зрозуміліший, якщо згадати, що $1/\lambda$ - середня тривалість обслуговування, 1/□ - середній інтервал між черговими вимогами.

При $r>1$ маємо, що 1/□ = $1/\lambda$, тобто система матиме величезну чергу (або система аварійна).

Коефіцієнт корисної дії □ = r = □/λ. Ймовірність того, що довжина черги буде не менше k дорівнює:

$$\sum_{i=1}^{k} r^{i+1} *(1-r) =(r^k / (1-r))*(1-r)) = r^k$$

При □=0.9, k=5 вимог в черзі маємо $p=0.9^5=0.59$

Середня довжина черги λ дорівнює

$$\sum_{i=1}^{5} i*P_i = \sum_{i=1}^{5} i*r^{i+1} *(1-r) = r/(1-r)$$

При □=r=0.9 маємо n=9. Таким чином прагнення до максимальної загрузки системи призведе до збільшення черги. Виникає необхідність пошуку оптимального співвідношення між високим коефіцієнтом корисної дії та зростанням черги.

Нехай a - ціна перебування вимоги в системі. Тоді ймовірність перебування вимоги в системі за час dt дорівнює (згідно теорії).

(λ-□)$*e^{-(\lambda-\sigma)t}dt$

Середній час перебування вимоги дорівнює:

$$\square(t)(\lambda-\square)* e^{-(\lambda-\sigma)t}dt=1/(\lambda-\square)$$

За одиницю часу виникає в середньому □ вимог. Тоді загальні втрати в результаті затримок будуть дорівнювати: $\square*(1/(\lambda-\square))*a = a*r/(1-r)$.

Зменшити втрати можливо тільки за рахунок нарощування обслуговуючих потужностей, сумарна пропускна потужність яких обернено пропорційна до корисної дії $r=1/\lambda$. Якщо питома втрата на одиницю часу дорівнює c/r, де $c=const$, то сумарна ціна обслуговування та втрат через чергу дорівнюватиме: $a*r/(1-r)+ c/r$.

Знайдемо мінімум ($r= 1/(1+(a/c)^{1/2})$).

Це оптимальний коефіцієнт корисної дії системи масового обслуговування

Завдання: Складсти програму для реалізації моделі масового обслуговування АТС.

Лабораторна робота № 6 Тема: Побудова моделі детермінованого автомата

Теоретичний матеріал

Цей підхід використовується для дискретних об'єктів, тобто таких, що мають дискретні вхідні та вихідні параметри. Для моделювання таких об'єктів використовують автомати (автоматні схеми)[7].

Автоматом називають деякий прилад (чорний ящик) на вхід якого подають, а з виходу знімають вихідні дискретні сигнали (дії), який має певні внутрішні стани. Скінченним автоматом називають такий автомат у якого скінченні множини вхідних та вихідних сигналів, а також скінчена множина внутрішніх станів. Абстрактним автоматом називають математичну схему, що описується шістьма елементами:

- скінченою множиною X вхідних сигналів (вхідний алфавіт);
- скінченою множиною Y вихідних елементів (вихідний алфавіт);
- скінченою множиною Z внутрішніх станів (алфавіт станів);
- початковим станом Z_0;
- функцією переходу $ф_i(x,y)$ до внутрішнього стану;
- функцією виходу ф(x,y);

Такий автомат матиме вхід та вихід і працюватиме в дискретному автоматичному часі, відлік якого відбувається за допомогою тактів, тобто суміжних рівних проміжків часу, кожному з яких відповідають постійні значення вхідного, вихідного сигналів та внутрішнього стану. Побудовано теорію автоматів [7], фізичними прикладом може бути ЕОМ. Розглянемо роботу автомату по продажу автобусних квитків. Вважатимемо, що автомат приймає монети X_i, X_i={1,2,5,10}копійок (вхідний алфавіт); має множину внутрішніх станів Z_j,Z_j ={ 0,1,2,3,4,..19 }, які відображають сумму опущених в нього монет.

Множина виходів автомата:
Yk=0 - "не видається білет",
Yk=1 - "білет видається".
Функція перходів від попереднього внутрішнього стану до наступного має вид:

$Z(t)=[z(t-1) + x(t)] \bmod 20$, тобто береться остаток ділення на 20, а функція виходів матиме таке визначення:

$$Y(t)=\begin{cases} 0, \text{якщо } z(t-1) + x(t) <=19 \\ 1, \text{якщо } z(t-1) + x(t) >=20 \end{cases}$$

Задамо ці функції у вигляді таблиць переходів та виходів.
Z_j:

Z_{j-1}	0 1 2 3 4 5...18 19
X_i	
1	1 2 3 4 5 6...19 0
2	2 3 4 5 6 7...0 0
5	5 6 7 8 9 10...0 0
10	10 11 12 13 14 15...0 0

Z_j X_i	0 1 2 3 4..10..15..18 19
1	0 0 0 0 0.. 0.. 0 0 1
2	0 0 0 0 0.. 0.. 0 1 1
5	0 0 0 0 0.. 0.. 1 1 1
10	0 0 0 0 0.. 1.. 1 1 1

Завдання: Скласти програму для реалізації моделі роботи детермінованого автомата (автомати по продажу штучних товарів, квитків, преси, напоїв).

<u>Лабораторна робота №7</u> <u>Тема: Побудова моделі стохастичного автомата</u>

Теоретичний матеріал

Якщо неможливо знехтувати випадковими факторами притаманними об`єкту, що належить дискретному класу, то матимемо узагальнений автомат під назвою стохастичний або ймовірносний [7]. Для цих автоматів характерне те, що стан Z(t) визначається розподілом ймовірностей P_{ij} переходу із стану Z(t-1) в один з можливих станів $Z_j(t)$ для моменту часу t під впливом вхідного сигналу x(t). За допомогою стохастичних автоматів моделюють роботу цехів, технологічних ліній. Основним методом аналітичних розрахунків при використанні ймовірностних автоматів є апарат марківських ланцюгів [22].

Моделювання складних систем на які впливають ймовірносні фактори стохастичних автоматичних схем - розпочинають з розв'язання наступних задач:

1) виявити наявність та характер залежностей між деякими випадковими величинами, що утворюють послідовність;

2) визначити функцію розподілу випадкових величин;

3) виявити наявність взаємноі залежності випадкових величин шляхом використання автокореляційних методів. Якщо не встановлена наявність незалежності,то перевіряється чи можливо замінити послідовність на простий ланцюг Маркова,чи складний та оцінюється складність такого ланцюга.

Під ланцюгом Маркова будемо розуміти випадкову послідовність в якій розподіл наступних випадкових величин залежить від того, які значення мали попередні випадкові величини ;

причому така залежність існує на певному числі кроків, постійному для даної послідовності. Якщо крок дорівнює 1, то маємо постійний ланцюг, а складний може бути зведений до нього.

Визначити простий ланцюг Маркова можливо,якщо використати умовні ймовірносні розподіли. Якщо множина всіх допустимих значень, що приймаються величинами дискретна, то ці умовні розподіли можливо записати у вигляді: $P\{E_k+1=j,E_k=i\} = P_{ij}(k)$, де k=0,1,2... , а i,j належать до множини U - алфавіту ланцюга. Тоді можливо скласти наступну матрицю ймовірностей переходу (одних значень в інші):

$$
\begin{matrix}
(& P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots &) \\
(& P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots &) \\
(& P_{31} & P_{32} & P_{33} & \dots &) \\
(& . & . & . & \dots &)
\end{matrix}
$$

де в кожному рядку розміщено умовний розподіл, який відповідає номеру значення (у множині) випадкової величини, реалізація якої вважається відомою. Така матриця вважається стохастичною , де $0<=P_{ij}<=1$, та сума по довільному рядку дорівнює 1.

Наведемо приклад. Нехай підприємство постачається запасними частинами одного певного найменування з бази, при чому проміжки часу, впродовж яких на цій базі лежать ці частини, великі. Нехай T_i - момент часу в який підприємство звертається на базу з заявкою. Введемо послідовність випадкових величин E_i так, щоб кожна з цих E_i мала значення 1 , якщо у момент Ті потрібні запча- стини є , та 0, коли нема . Таку $\{E_k\}$ неможливо вважати послідовністю взаємнонезалежних однково розподілених випадкових величин, бо слід зважати на залежність значення наступної від значення попередньої величини, або ще дальшу ніж на крок назад. Для того, щоб мати простий ланцюг Маркова слід очікувати таку залежність не далі ніж на крок.

Якщо досить довго спостерігати за результатами звертань підприємства на базу запчастин (кілька сотень реалізацій), то можливо наближено обчислити елементи матриці перехідних ймовірностей наступним чином. Нехай N - число зафіксованих реалізацій (об'єм вибірки). Для значень двох сусідніх випадкових величин можливі такі випадки:

(0,0), (0,1), (1,0), (1,1).

Створимо множину з N-1 пари чисел взятих з вибірки. Частоти пар позначатимемо через N00, N01, N10, N11. Звісно, що $N_{00}+N_{01}+N_{10}+N_{11}=N-1$.
Тоді ймовірності обчислимо за наближеними формулами:

$P_{00}= N_{00} / (N_{00}+N_{01})$, $P_{01}= N_{01} / (N_{00}+N_{01})$,

$P_{10}= N_{10} / (N_{10}+N_{11})$, $P_{11}= N_{11} / (N_{10}+N_{11})$.

З цих елементів складається стохастична матриця ланцюга, бо виконуються умови $0<=P_{ij}<=1$ та їх сума при фіксованому і рівна 1. Чим більше N, тим краща матриця.

Наявність автокореляції або кореляції між деякою вибраною послідо- вністю та нею самою, зсунутою на θ -кілька кроків (елементів вперед). Для деякоі реалізації $X_1,X_2...X_n$ випадковоі величини{ } обчислюємо K(θ), θ =0,1,2... за формулою:

$$K(\theta)= \sum_{k=1}^{n-\theta} X_k*(X_k- \theta) / \sum_{k=1}^{n-\theta} X\hat{}2k$$

Отримаємо {K(θ)} - автокореляціну послідовність для випадкової величини {ξ(ксі)}, θ=0,1,2.... . Якщо K(θ) приблизно дорівнює 0 для всіх θ >1, маємо можливість стверджувати про взаємну незалежність випадкових величин із розглянутої послідовності, або можливо виділити ті частини, де це матиме місце. В іншому випадку необхідно виразити наявну залежність між випадковими величинами через якийсь набір інших взаємно незалежних величин.

Таким чином іноді дія випадкових факторів на модельовану систему може бути зведена до взаємно незалежних однаково розподілених випадкових величин. Розглядають такі типи випадкових величин: дискретні, неперервні та змішані.

Дискретна визначається за допомогою розподілу ймовірностей P_k того, що вона має значення k ,де k=0,1,2 ..., та мають закони розподілу серед яких:

1)розподіл Бернуллі: $p_0=1-p$, $p_1=p$, $P_k =0$ при $k>1$

2)розподіл Пуассона:

$$P_k=\lambda^k e^{-\lambda} /(k!)$$

3) рівномірний $P_k =1/n$,де k=1,2,3,...,n

Неперервна величина визначається функцією розподілу F(x) яка є ймовірністю того, що значення випадкової величини не більше x.

Наведемо приклади:

1)показниковий розподіл

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<=0 \\ 1-e^{-x} & \text{при } x>0 \end{cases}$$

2)нормальний розподіл

$(x-a)^2$

-

1 $2б^2$ f(x)=

e

б□2□

Змішана випадкова величина визначається як ізольованими точками, так і відрізками на числовій осі. Прикладом закону розподілу змішаної випадкової величини може бути:

а)із ймовірністю p_0 випадкова величина має значення 0

б)із ймовірністю $1-p_0$ значення, що є реалізацією випадкової неперервної величини із показниковим розподілом.

Під ймовірносним стохастичним автоматом будемо розуміти деякий об'єкт, що має внутрішній стан, приймає вхідний сигнал та видає вихідний та функціонує в часі.

В кожен момент цей автомат має 3 величини:

-внутрішній стан

-вхідний сигнал

-вихідний сигнал

Для визначення автомата слід встановити:

а) внутрішній алфавіт (множину його внутрішніх станів)

б) вхідний та вихідний алфавіт (множину значень вхідного та вихідного сигналів)

в) початкового стану $a_0=a(0)$

г) правило переходу A(x) із одного стану в інший задане стохастичними матрицями д) функцію виходів $\Phi(a)$, що визначає вихідний сигнал.

Наприклад, нехай множини вхідних та вихідних алфавітів складаються із 0 та 1, тобто двійковий, а внутрішній алфавіт складається із 0,1,2; початковий стан $a_0=0$.

Правило переходу визначається двома (по числу елементів вхідного алфавіту) квадратними стохастичними матрицями 3-го порядку (по числу елементів внутрішнього алфавіту). Виберемо ці матриці нас- тупним чином:

$$A(0)=\begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 2/3 \\ 3/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A(1)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

Визначимо функцію виходів:

$$\Phi(a)=\begin{cases} 0\text{ , якщо стан } a=2\text{ ;} \\ 1\text{ , якщо стан } a!=2. \end{cases}$$

Розглянемо роботу цього автомата. Виберемо послідовність (довільний нескінченний набір двійкових чисел):

1,0,0,1,0,0,0,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,1,1,0,1,0,0,1,1,1,0,1,1,...

яка складатиметься із вхідних сигналів x(0),x(1),x(2),x(3)...

Для того, щоб визначити стан автомата в момент t=1, треба вибрати матрицю A(1), яка відповідає значенню вхідного сигнала в початковий момент часу x=1. Так як початковий стан a0=0,то в матриці A(1) слід розглянути перший рядок (0,0,1) тобто перший стан. Це означає, що в t=1 із ймовірністю 1 автомат має стан a(1)=2. Вихідний сигнал y(1)=0, де y(0)=1.

Далі знайдемо стан автомата для t=2. Оскільки x(1)=0, то в A(0) обираємо нижній рядок, бо попередній стан a(1)=2 має 3-й номер елемента в множині станів. Тоді a(2)=2,y(2)=0. Аналогічно A(x(2))= A(0), a(3)=2,y(3)=0. Обчислимо стан та вихідний сигнал для t=4. Маємо A(x(3))=A(1). Обираємо нижній рядок, бо a(3)=2 - 3-й стан був на момент t-1. Наступний стан є реалізацією випадкової величини, що приймає значення 0,1,2 із розподілом:

$$\{P_0=1/3;\ P_1=1/3;\ P_2=1/3\}.$$

Припустимо, що отримана якимось способом реалізація цієї величини = 1. Тоді a(4)=1, y(4)=1. Наступний крок A(x(4))=A(0) і обираємо другий рядок (3/4,1/4,0). Розглянемо ці числа як розподіл ймовірностей випадкової величини, що приймає значення 0,1,2. Нехай реалізація її =0, тоді a(5)=0, y(5)=1.
Продовження цього процесу можливо зобразити за допомогою таблиці:

t	0	1	2	3	4	5	6
x()	1	0	0	0	0	0	0
a()	0	2	2	2	1*	0***	2**
y()	1	0	0	0	1	1	0

де числа отримані як реалізація випадкової величини з розподілом

{1/3,1/3,1/3}- одна *
{0,1/3,2/3}- дві * *
{3/4,1/4,0}- три * * *

Слід відмітити, що автомат, який має матриці складені із одних 0 та по одній одиниці в кожному рядку, є детермінованим (або нескінченним детермінованим), який функціонує без участі випадкових факторів. Ймовірносні автомати використовують для моделювання економічних систем.

Але складність опису таких автоматів спонукає дослідника до пошука більш короткого способу. Для більшості автоматів це можливо зробити саме так як показано на прикладі задачі, яку щойно розв'язували. Позначимо через E_1, E_2, E_3 взаємно незалежні випадкові величини, що приймають значення 0,1,2 із розподілом{1/3, 1/3, 1/3}, {0, 1/3, 2/3}, {3/4, 1/4, 0}. Об'єднаємо стана(t) автомата A на момент t та вхідний сигнал x(t) на цей момент у вектор (a(t), x(t)), який має одне із наступних значень: (0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (2,0), (2,1).

Той факт, що стан a(t)=i, а x(t)=j запишемо у вигляді логічного виразу висловлення: (a(t)=i)&(x(t)=j). Побудуємо таблицю:

(a(t)=0) & (x(t)=0) ¦ E2
(a(t)=0) & (x(t)=1) ¦ 2
(a(t)=1) & (x(t)=0) ¦ E0
(a(t)=1) & (x(t)=1) ¦ 2
(a(t)=2) & (x(t)=0) ¦ 2
(a(t)=2) & (x(t)=1) ¦ E1

та зауважимо, що в кожен момент часу істинним буде тільки один логічний вираз (висловлювання). Дійсно, якщо істинним є перший вираз, тобто x(t)=0 та з системи матриць A(x) вибираємо A(0) і в ній так як a(t)=0 вибрати перший рядок {0, 1/3, 2/3}. Згідно із цим розподілом та позначеннями знаходимо реалізацію випадкової величини E_2, $a(t+1)=E_2$. Таку формулу будемо називати функціоналом переходу автомата А в стан $a(t+1)$.

Таким чином скінчену систему матриць $A(x)$ із визначення стохастичного автомата замінимо на скінченну систему (із шести) висловлювань про внутрішній стан автомату та його вхідного сигналу наведену у формі функціоналів. Таку таблицю називають таблицею умовних функціоналів - переходів (ТУФП).

Як видно из таблиці один і той функціонал відповідає 2-му, 4-му та 5-му висловлюванню, тому їх можливо об'єднати наступним чином та записати скорочену ТУФП:

$((a(t)=0)\&(x(t)=1))V((a(t)=1)\&(x(t)=1))V((a(t)=2)\&(x(t)=0)=2.$

Скорочену таблицю для автомата А із нашої задачі про запчастини запишемо наступним чином:

<table>
<tr><td rowspan="2">A</td><td>a=0
&
x=0</td><td>a=1
&
x=0</td><td>a=2
&
x=1</td><td>(a=0 & x=1) V (a=1 & x=1) V (a=2 & x=0)</td></tr>
<tr><td>E2</td><td>E3</td><td>E1</td><td>2</td></tr>
</table>

Розглянемо різні способи автоматного підходу до моделювання різних економічних систем. Одною з характерних рис системи є надходження на вході системи якоісь інформації. Це може бути прийом замовлень на товари, що лежать на базі, де прибувають транспортні засоби, надходять партіі товарів. На промислове підприємство надходить сировина, напівфабрикати, замовлення на виготовлення виробів. В конторі, де є система оперативного керування, це: інформація про ситуації на місцях, запроси на прийняття рішень. Розглянемо все це, як вхідний потік замовлень для розглянутої системи, на простих прикладах.

1. Замовлення надходять по одному в цілочисельні моменти часу. Причому надходження в наступні моменти часу не залежать від попередніх замовлень. В кожен момент часу замовлення з'являється із ймовірністю Р. Позначимо через Е двійкову випадкову величину, розподіл її значеннь визначимо наступним чином:

$$P_k=P\{E=к\}=\{P_0=1-P,\ P_1=P\}.$$

Модель системи матиме вигляд автомата А в якого внутрішній та вихідний алфавіти мають вигляд {0,1}, а вхідний алфавіт є пустою множиною.

Таблиця умовних функціоналів переходів має наступний вигляд:

A	E

,

тобто система складається із одного висловлювання тотожньо істинного. Новий стан автомата обчислюється за допомогою деякої реалізації випадкової величини Е. Початковий стан вибирають 0 або 1. Функція виходів співпадає (позначенням) з внутрішнім станом.

2. Замовлення надходять групами випадкового розміру n. Розподіл кількості замовленнь в кожній групі визначається як ймовірність подій, що в групі k замовлень, тобто:

$$R_k=P\{n=k\},$$

де k=1,2,... та сума всіх Rk дорівнюе 1.

Всі інші умови взяті з прикладу 1, тільки внутрішній та вхідний алфавіти співпадають із множиною N-всіх натуральних чисел.

Таблиця умовних фукціоналів-переходів має вид:

A	E*n

де Е з прикладу 1.

Автомат з прикладу 1 моделює прибуття або не прибуття потягу з порожніми вагонами на момент часу t. Автомат з цього прикладу імітує надходження порожніх вагонів у потягу з ймовірністю Rk.

3. Розглянемо приклад коли надходження замовлень блокується, тобто припиняється в залежності від певних причин, наприклад погодних умов. Доповнимо приклад 2, тим, що в кожен момент часу надходження замовленнь блокується із ймовірністю q або не блокується з ймовірністю 1-q. Термін блокування - одиниця часу і немає залежності між подіями блокування в сусідні моменти часу. Тобто маємо ще одну випадкову величину М з розподілом

$P_k=P\{M=k\}E\{q,1-q\}$,

де k=0,1, 0<=q<=1. І таблиця має вигляд:

A	En(1-M)

Побудований таким чином автомат буде імітувати потік замовлень.

Дійсно, відсутність замовників можлива у випадках

1) (M=0)&(E=0)

2) M=1

Кількість поданих замовлень вимірюється реалезацією випадкової величини n та E=1,M=0.

4. Розглянемо випадок, коли блокування виникає під впливом вхідного сигналу x(t), який значенням 1 включає блокування, а 0 виключає її. Тобто вхідний алфавіт є двійковим і ТУФП має вид:

A	En(1-x(t))

Тобто має справу із випадковим перетворенням вхідного сигнала, що не залежить від часу.

5. Припустимо, що проміжки часу між моментами надходження послідовних замовлень є взаємно незалежними випадковими величинами. Тоді наш потік замовлень з погляду теорії масового обслуговування є дискретним рекурентним та може бути змодельованим стохастичним автоматом. Розглянемо автомат A, для якого внутрішній алфавіт є множиною всіх додатніх цілих чисел, вхідний сигнал (1, 0) (множина), а вихідний алфавіт є двійковим.

Таблиця має вигляд:

A	a(t)>1	a(t)=1
	a(t)-1	e

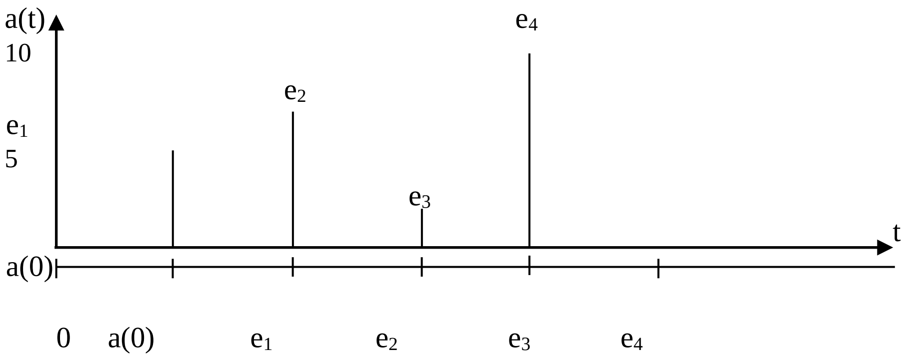
де e - випадкова величина, що імітує проміжки часу між моментами надходження послідовних замовлень. Нехай стан a(t) означає той проміжок часу, що залишився до момента надходження чергового замовлення, тобто a(t+1)=a(t)-1. Якщо a(t)=0, то з'являється наступне замовлення, а величина проміжку дорівнює a(t+1) та буде реалізацією величини e.

Побудуємо функцію виходів y(t) так, що вихідний сигнал дорівнював 1, тоді коли через одиницю часу в систему надійде замовлення. А саме:

$$y(t)=\begin{cases} 1 \text{ при } a(t)=1 \\ 0 \text{ при } a(t)>1 \end{cases}$$

Вхідний сигнал відсутній, тобто автомат є марківським ланцюгом.

Функціонування автомата можливо визначити наступним графіком:



6. В попередній приклад добавимо наявність блокування, тобто двійкову випадкову величину, наступне значення якої не залежить від попередніх її значень та проміжку часу, працює вона за одиниці часу, тобто затримує надходження наступних замовлень. ТУФП має вид:

A	a(t)>1	a(t)=1
	a(t)-(1-n)	n-(1-n)e

Де через n позначена випадкову величину, яка приймає значення 1 при наявності блокування, 0 - її відсутності.

7. Цей приклад 6 легко узагальнити на випадок зовнішнього блокування за допомогою вхідного двійкового сигналу x(t). ТУФП має вид:

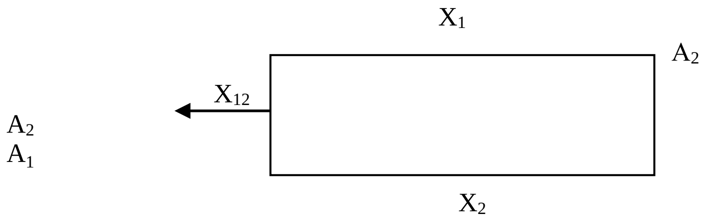
A	a(t)>1	a(t)=1
	a(t)-(1-x(t))	x(t)+(1-x(t))e

8. Розглянемо моделювання оплати відрядної (сдельной) праці. Роль блокуван- ня відведемо наявності праці, яку треба виконати. Вихідний сигнал означає затрати по оплаті виконаних робіт на поточний момент часу. Припустимо, що проміжки часу наявності та часу відсутності блокування являє собою взаємно незалежні додатні цілі величини n та m.

Введемо систему з двох автоматів A_1 та A_2. Станам автоматів надамо такий зміст: $a_1(t)$ - стан автомату A_1, $a_2(t)$ - стан A_2. $a_1(t)=1$ дії блокування на проміжку [t, t+1], в іншому випадку

$a_1(t)=0$, $a_2(t)$ - проміжок часу, що залишився від моменту часу t до моменту чергової зміни стану блокування. У відношенні вхідних сигналів припустимо, що $x_1(t)=1$, тоді і тільки тоді, коли в момент часу t блокування відсутні, а $x_2(t)=1$, тоді і тільки тоді, коли до момента зміни стану блокування залишилась одиниця часу.

Графік системи має вигляд:



Матриця суміжностей має вигляд:

$$\begin{pmatrix} Д & Д \\ Д & P \end{pmatrix}$$

, де Д є {0, 1}, P - довільне додатнє число.

Система працює так що вихід одного є входом іншого автомата.

Функції виходів можливо навести так

$$x_1(t)=\begin{cases} 1, \text{якщо } a_1(t)=0 \\ 0, \text{якщо } a_1(t)<>0 \end{cases}$$

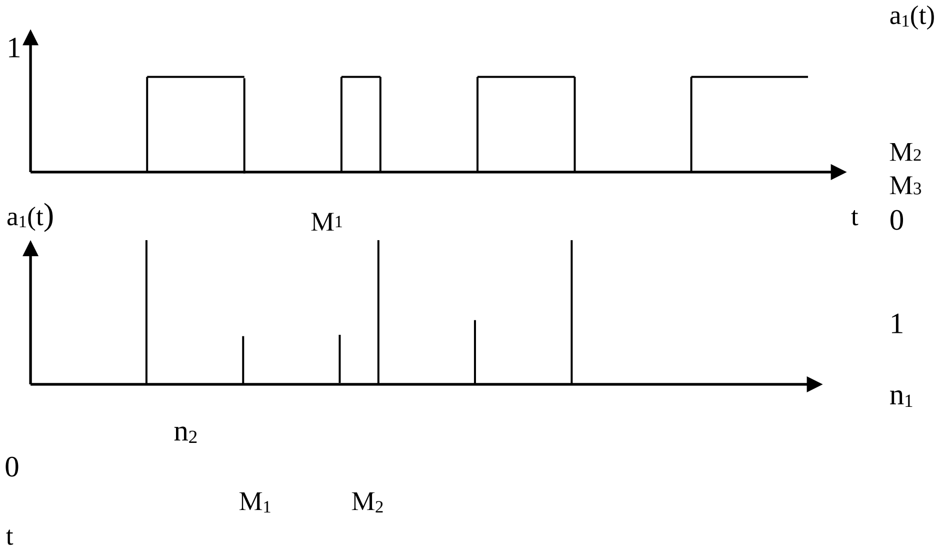
$$x_2(t)=\begin{cases} 1, \text{якщо } a_2(t)=1 \\ 0, \text{якщо } a_2(t)<>1 \end{cases}$$

Таблиці умовних функціоналів-переходів мають вигляд

A_1	$x_2(t)=0$	$x_2(t)=1$	
	$a_1(t)$	$1-a_1(t)$	
A_2	$a_2(t)>1$	$a_2(t)=1 \wedge x_1(t)=0$	$a_2(t)=1 \wedge x_1(t)=1$

	$a_2(t)-1$	m	n

Зміст ТУФП такий: коли до момента чергової зміни стану залишився проміжок часу більший 1 ($x_2(t)=0$),стан блокування не змінився, тобто $a_1(t+1)=a1(t)$. В іншому випадку стан блокування змінився на протилежний, тобто $a_1(t+1)=1-a_1(t)$. Якщо в момент часу t до моменту зміни стану блокування залишилося одиниця часу $a_2(t)=1$, і в цей момент працювало блокування $x_1(t)=0$, то до чергової зміни стану її залишиться проміжок часу M. Якщо в момент t блокування не було, то відбудеться "скачок " автомата A_2 від 0 на величину, співпадаючу з однією з реалізацій n. Якщо до момента зміни стану блокування залишиться проміжок більший 1, то при переході від t до t+1 стан A_2 зміниться на 1. Сумісне функціонування автоматів таке:



Завдання: Скласти програму для реалізації моделі стохастичного автомата (наприклад: ігрові автомати)

Лабораторна робота №8

ТЕМА: Імітаційне цілеспрямоване Спілкування на задану тему.

МЕТА: Ознайомлення із формальними методами спілкування на задану тему програмного засобу з людиною.

ЗНАТИ: Законспектувати Главу 7 з книги Расела С. , Норвига П.”Искусственний интеллект. Современный подход”.

Завдання: Створити програмний засіб для імітації :

1. розмови на певну тему,
2. написання твору на задану тему,
3. неправильних варіантів відповідей на введене запитання та правільну відповідь.

Контрольні запитання:

Завдання до практичних занять

1. “Підкидання грального кубика”.
а) Скласти програму для моделювання підкидань грального кубика, використовуючи стандартний датчик псевдовипадкових чисел (random(), rnd(),…).
б) Знайти ймовірність появи кожної грані при підкиданнях одного кубика і порівняти з теоретичними даними.
в) Знайти ймовірність появи кожної з можливих сум очок на верхніх гранях двох гральних кубиків, що підкидаються одночасно.
2. “Гральний автомат – “однорукий бандит””.
Гравець має n монет, які він збирається кинути в два гральні автомати.
Один з автоматів невідомо, який саме може частіше давати виграш.
а) Запрограмувати такі датчики псевдовипадкових чисел, що імітували б гру на двох автоматах.
б) Розробити алгоритм-стратегію гри на двох автоматах з метою одержання найбільшого виграшу.
3. Виконати комбінування кількох якісних датчиків псевдовипадкових чисел з метою побудови методом Марсельї-Макларена нового датчика.
4. Змоделювати процес кидання двох кубиків, використовувати 2 датчики псевдовипадкових чисел, один з яких неякісний.
5. Перевірити критерій X^2 такі датчики псевдовипадкових чисел:
а) $X_0=0$, $a=3141592653$, $c=271828129$, $m=2^{35}$.

б) $X_0=0$, $a=2^7+1$, $c=1$, $m=2^{35}$.

в) $X_0=47594118$, $a=23$, $c=0$, $m=10^8+1$.

г) $X_0=314159265$, $a=2^{18}+1$, $c=1$, $m=2^{35}$.

6. Запрограмувати спектральний тест для перевірки якості датчиків випадкових рівномірно розподілених чисел.

7. Запрограмувати алгоритм Колмогорова-Смірнова як узагальнення методу X^2 (хі-квадрат).

8. Побудувати датчики псевдовипадкових чисел з різним законом розподілу: **а)** нормальним;

б) Пуассона.