

**М.І. Васильковський, О.М. Васильковський, доценти, канд. техн. наук,  
В.В. Гончаров, доц., канд. фіз–мат. наук, С.М. Мороз, інж.**  
*Кіровоградський національний технічний університет*

## Аналіз руху матеріальної частки по поверхні циліндричної перетинки пруткового решета

Стаття присвячена вирішенню задачі визначення впливу діаметру поздовжньої перетинки пруткового решета та його кута нахилу на характер руху прохідної зернової частки по його поверхні.  
**пругкове решето, діаметр прутка, зернова частка, вектор, кут повороту, траєкторія руху**

Одним із етапів підготовки і насінневого матеріалу і продовольчого зерна є вчасний обробіток отриманого збіжжя зерноочисними машинами. Підвищення продуктивності зерноочисних машин можливе за умови вдосконалення конструкції їх основних робочих органів.

Основною ознакою біологічної цінності зерна є крупність, оскільки робота всіх сепараторів загального призначення, які випускаються промисловими підприємствами і використовуються в сільському господарстві, на сьогоднішній день, полягає у розділенні зернової маси за допомогою решіт під дією сил гравітації або інерції. Найбільшого застосування в конструкціях цих зерноочисних машин набули пробивні решета, які мають низькі технологічні показники. З метою підвищення продуктивності решітних сепараторів проводилися дослідження [3, 5], в результаті яких було встановлено, що ефект досягається зі збільшенням площі „живого перерізу” решета та зміною форми перетину його поздовжніх перетинок, яка повинна прискорювати орієнтацію часток оброблюваного матеріалу відносно отворів сепаруючої поверхні. Для цього авторами пропонується використовувати в якості поверхні сепарації не пробивні решета, а струнні та пруткові.

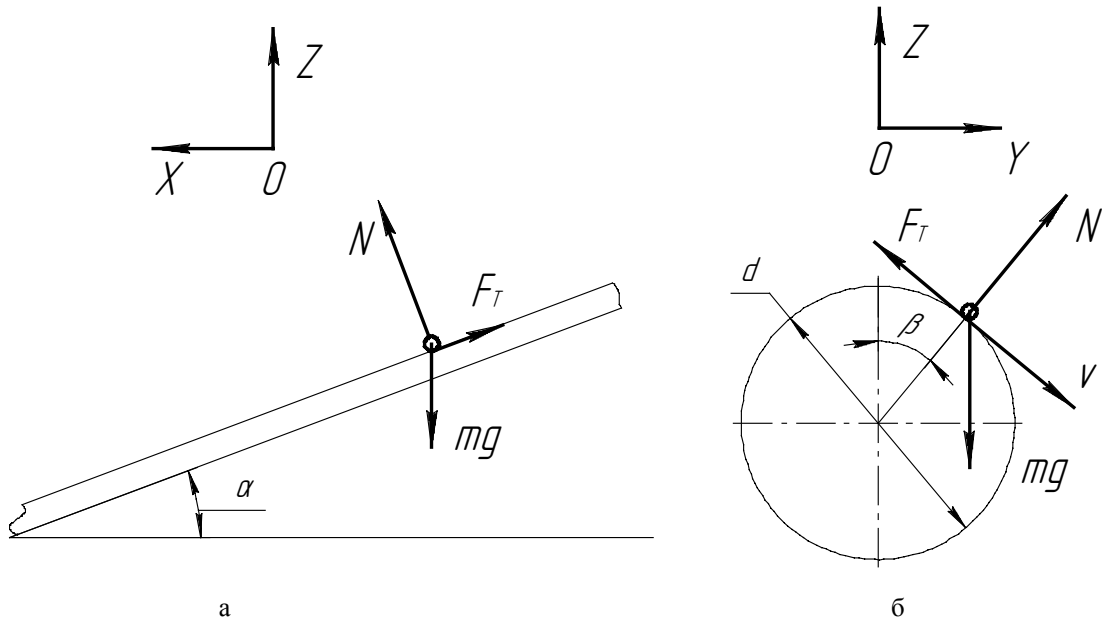
В роботах багатьох вчених [1–5] основну увагу приділено дослідженню зміни положення прохідної частки відносно поздовжніх перетинок із непрохідного (поперечного) у прохідне (поздовжнє). В той же час автори не розглядали рух зорієнтованих часток по поверхні поздовжніх перетинок, вважаючи вочевидь, що вони попадають одразу в канали. Таким чином використовувався спрощений підхід розгляду моделі процесу сепарації на таких решетах.

Метою даної роботи є отримання моделі руху зерна по циліндричним калібруючим перетинкам пруткового решета в умовах розділення матеріалу на фракції за розмірами.

Прохідна частка, яка змінила свою орієнтацію відносно каналу, знаходячись тільки на одній перетинці, рухається по циліндричній поверхні останньої. Рух частки є складним, він складається з руху вздовж вісі перетинки і каналів та навколо циліндричної поверхні прутків (рис. 1). Вважатимемо, що частка являє собою матеріальну точку, яка рухається ізольовано.

$$m\vec{V}' = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{мер}}, \quad (1)$$

де  $\vec{V}'$  – швидкість руху;



а – рух поздовж каналів решета; б – рух навколо циліндричної поверхні перетинки решета

Рисунок 1 – Схеми руху зернини по поверхні перетинки решета

$\bar{P}$  – сила тяжіння;

$\bar{N}$  – нормальна складова сили тяжіння;

$|\bar{F}_{тер}| = f \cdot (|\bar{N}| - |\bar{F}_{відц}|)$  – сила тертя;

$\bar{F}_{\delta\delta\delta}$  – відцентрова сила;

$f$  – коефіцієнт тертя.

Розглянемо дві декартові системи координат: перша  $OXYZ$  – осі  $OX$  та  $OY$  задають горизонтальну площину, вісь  $OZ$  – направлена вгору; другу  $OX'Y'Z'$  – отримуємо в результаті повороту системи  $OXYZ$  на кут  $\alpha$  відносно осі  $OY$ , вісь  $OX'$  направлена в сторону руху частки.

Знайдемо орієнтацію площини, в якій відбувається рух частки в певний момент часу. Ця площина є дотичною площиною до поверхні стержня в точці, яка задається положенням матеріальної точки, і визначається двома кутами: кутом нахилу осі стержня до горизонтальної площини (кут  $\alpha$ ) та кутовим виміром положення матеріальної точки відносно найвищого положення в поперечному перерізі стержня (кут  $\beta$ ). Таким чином, вказана площину отримуємо в результаті двох поворотів площини  $OXY$ : перший – поворот площини  $OXY$  навколо осі  $OY$  на кут  $\alpha$ , другий – поворот отриманої площини навколо осі стержня на кут  $\beta$ .

Вектори нормалі  $\bar{n}$ ,  $\bar{n}_1$ ,  $\bar{n}_2$  площини  $OXY$  та двох останніх площин в системі координат  $OXYZ$  мають вигляд:

$$\bar{n}(0, 0, 1), \bar{n}_1(\sin \alpha, 0, \cos \alpha), \bar{n}_2(\sin \alpha \cos \beta, \sin \beta, \cos \alpha \cos \beta). \quad (2)$$

Запишемо рівняння (1) в проєкціях на осі декартової системи координат  $OX'Y'Z'$ :

$$\begin{cases} m\bar{V}'_{X'} = \bar{P}_{X'} + \bar{F}_{\delta\delta\delta X'}, \\ m\bar{V}'_{Y'} = \bar{P}_{Y'} + \bar{F}_{\delta\delta\delta Y'}, \\ m\bar{V}'_{Z'} = \bar{P}_{Z'} + \bar{F}_{\delta\delta\delta Z'}. \end{cases} \quad (3)$$

Для визначення проєкцій  $\bar{P}_{x'}$ ,  $\bar{P}_{y'}$ ,  $\bar{P}_{z'}$ , розкладемо силу тяжіння  $\bar{P}$  на складові: в миттєвій площині руху та перпендикулярно до неї:

$$|\bar{P}_\tau| = mg \sin \gamma, \quad |\bar{P}_N| = mg \cos \gamma, \quad (4)$$

де  $\cos \gamma = \cos \alpha \cos \beta, \quad \sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma}. \quad (5)$

Вектор  $\bar{S}_{P_\tau}$ , який задає напрям вектора  $\bar{P}_\tau$ , визначається наступним чином:

$$\bar{S}_{P_\tau} = \left[ \left[ \bar{n} \times \bar{n}_2 \right] \times \bar{n}_2 \right]. \quad (6)$$

Підставивши (2) в (6) отримуємо:

$$\bar{S}_{P_\tau} = \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta \bar{i} + \sin \beta \cos \beta \cos \alpha \bar{j} - (\sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta) \bar{k}. \quad (7)$$

Знайдемо косинуси кутів, які утворює вектор  $\bar{S}_{P_\tau}$ , з осями координат системи  $OX'Y'Z'$ , де  $\bar{i}' = \cos \alpha \bar{i} - \sin \alpha \bar{k}$ ,  $\bar{j}' = \bar{j}$ ,  $\bar{k}' = \sin \alpha \bar{i} + \cos \alpha \bar{k}$ :

а)  $\cos(\bar{S}_{P_\tau}, \bar{i}') = \frac{(\bar{S}_{P_\tau} \cdot \bar{i}')}{|\bar{S}_{P_\tau}| \cdot |\bar{i}'|} = \frac{\sin \alpha}{|\bar{S}_{P_\tau}|};$

б)  $\cos(\bar{S}_{P_\tau}, \bar{j}') = \frac{(\bar{S}_{P_\tau} \cdot \bar{j}')}{|\bar{S}_{P_\tau}| \cdot |\bar{j}'|} = \frac{\sin \beta \cos \beta \cos \alpha}{|\bar{S}_{P_\tau}|};$

в)  $\cos(\bar{S}_{P_\tau}, \bar{k}') = \frac{(\bar{S}_{P_\tau} \cdot \bar{k}')}{|\bar{S}_{P_\tau}| \cdot |\bar{k}'|} = \frac{-\sin^2 \beta \cos \alpha}{|\bar{S}_{P_\tau}|};$

тут  $|\bar{S}_{P_\tau}| = \sqrt{\sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}. \quad (8)$

Таким чином сили, що діють на частку відносно осей координат

$$P_{x'} = |\bar{P}_\tau| \cos \alpha_{x'} = \frac{mg}{|\bar{S}_{P_\tau}|} \sin \gamma \sin \alpha$$

$$P_{y'} = |\bar{P}_\tau| \cos \alpha_{y'} = \frac{mg}{|\bar{S}_{P_\tau}|} \sin \gamma \sin \beta \cos \beta \cos \alpha. \quad (9)$$

$$P_{z'} = |\bar{P}_\tau| \cos \alpha_{z'} = -\frac{mg}{|\bar{S}_{P_\tau}|} \sin \gamma \sin^2 \beta \cos \alpha$$

Визначимо силу тертя. Очевидно, що

$$\bar{F}_{\text{тер}} = f \cdot \left( mg \cos \gamma - \frac{V_{y'}^2 - V_{z'}^2}{R} \cdot m \right) \cdot \bar{S}_{\text{тер}}, \quad (10)$$

де  $\bar{S}_{\text{тер}} = -\frac{V_{x'}}{|V|} \bar{i}' - \frac{V_{y'}}{|V|} \bar{j}' - \frac{V_{z'}}{|V|} \bar{k}'$ , значення  $\cos \gamma$  визначене в (6);

$V_{x'}$ ,  $V_{y'}$ ,  $V_{z'}$  – проєкції вектора швидкості  $\bar{V}$  на відповідні осі системи координат  $OX'Y'Z'$ .

Зміна кута  $\beta$  визначається рівнянням

$$\bar{\beta} = \frac{\sqrt{V_{y'}^2 + V_{z'}^2}}{R}. \quad (11)$$

Частка буде рухатись по циліндричній поверхні при виконанні умови

$$g \cos \gamma - \frac{V_{y'}^2 + V_{z'}^2}{R} \geq 0. \quad (12)$$

Якщо ж в деякий момент часу  $t = t_{cx}$  умова (11) порушується, тобто має місце нерівність

$$g \cos \gamma - \frac{V_{y'}^2 + V_{z'}^2}{R} < 0,$$

то частинка відривається або сходить з циліндричної поверхні і переходить в стан вільного падіння.

Отже, з (2)–(12) витікає, що задача знаходження траєкторії частки при русі по циліндричній поверхні зводиться до розв'язування системи рівнянь:

а) до сходу з стержня  $t \leq t_{cx}$ :

$$\begin{cases} \bar{V}_{x'} = g \cdot \frac{\sin \gamma \cdot \sin \alpha}{\sqrt{\sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}} - f \cdot \left( g \cdot \cos \gamma - \frac{V_{y'}^2 + V_{z'}^2}{R} \right) \cdot \frac{V_{x'}}{|V|}, \\ \bar{V}_{y'} = -g \cdot \frac{\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha}{\sqrt{\sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}} - f \cdot \left( g \cdot \cos \gamma - \frac{V_{y'}^2 + V_{z'}^2}{R} \right) \cdot \frac{V_{y'}}{|V|}, \\ \bar{V}_{z'} = -g \cdot \frac{\sin \gamma \cdot \sin^2 \beta \cdot \cos \alpha}{\sqrt{\sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}} - f \cdot \left( g \cdot \cos \gamma - \frac{V_{y'}^2 + V_{z'}^2}{R} \right) \cdot \frac{V_{z'}}{|V|}, \\ \bar{\beta} = \frac{\sqrt{V_{y'}^2 + V_{z'}^2}}{R} \end{cases}, \quad (13)$$

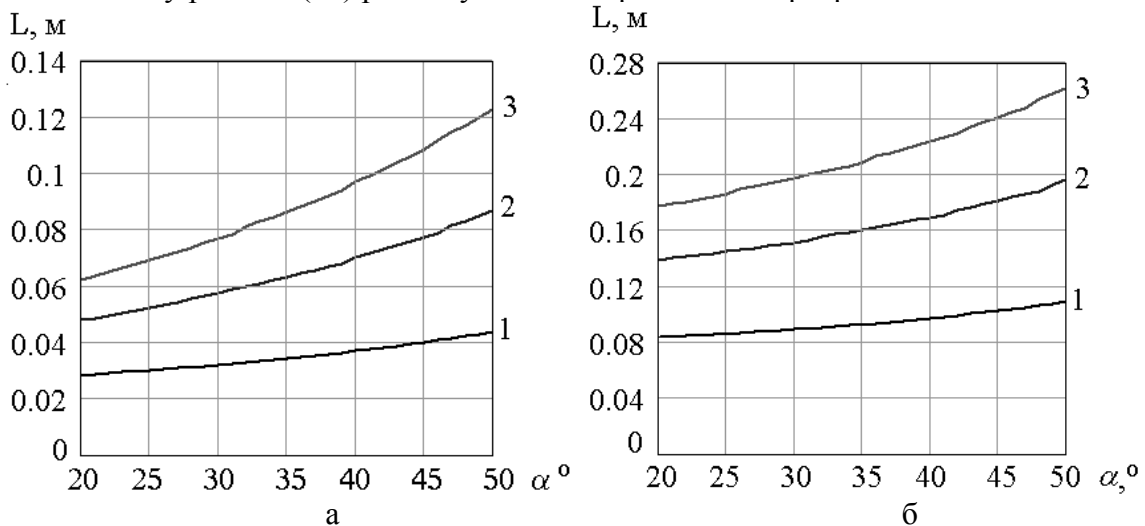
$$V_{x'} = V_{ox}, \quad V_{y'} = V_{z'} = 0, \quad \beta = \beta_0 \quad \text{при } t=0, \quad (14)$$

б) після сходу з стержня ( $t > t_{cx}$ ):

$$\begin{cases} \bar{V}_{x'} = g \cdot \sin \alpha \\ \bar{V}_{y'} = 0, \\ \bar{V}_{z'} = g \cdot \cos \alpha \end{cases}, \quad (15)$$

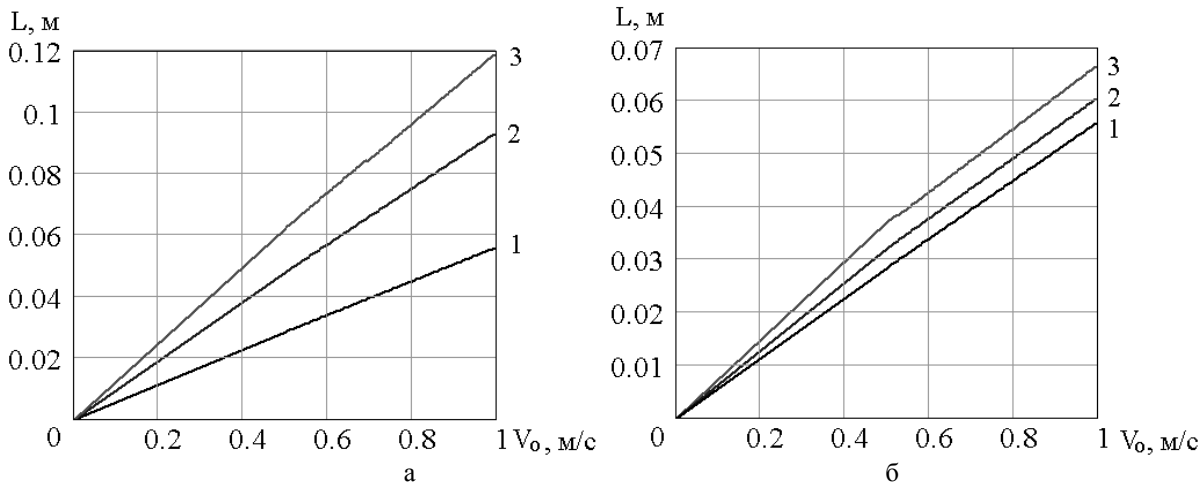
$$V_{x'} = V_{x'cx}, \quad V_{y'} = V_{y'cx}, \quad V_{z'} = V_{z'cx} \quad \text{при } t=t_{cx}. \quad (16)$$

Систему рівнянь (13) розв'язуємо з використанням програми MathCAD.



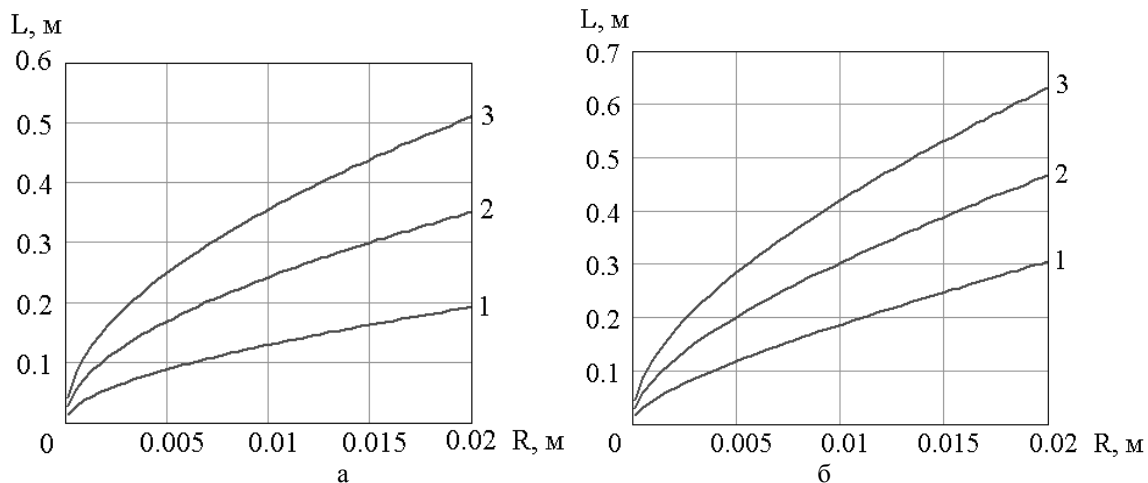
1 –  $R=0,5$  мм; 2 –  $R=1,5$  мм; 3 –  $R=2,5$  мм; а –  $V_0=0,5$  м/с; б –  $V_0=1,5$  м/с

Рисунок 2 – Вплив кута нахилу решета на довжину шляху сходу зернової частки з поверхні його поздовжньої перетинки



а – при куті нахилу перетинки  $\alpha=20^\circ$ ; 1 –  $R=0,5$  мм; 2 –  $R=1,5$  мм; 3 –  $R=2,5$  мм; б – при радіусі  $R=0,5$  мм; 1 –  $\alpha=20^\circ$ ; 2 –  $\alpha=30^\circ$ ; 3 –  $\alpha=40^\circ$

Рисунок 3 – Вплив початкової швидкості руху зернової частки на довжину шляху її сходу з поверхні поздовжньої перетинки решета



а, б – відповідно за початкової швидкості руху 0,5 м/с та 1,5 м/с; 1, 2, 3 – відповідно кути нахилу стержня щодо горизонту  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  та  $40^\circ$

Рисунок 4 – Вплив радіуса поздовжньої калібруючої перетинки на довжину шляху сходу частки

Аналізуючи графіки залежностей сходу частки з поверхні циліндричної перетинки необхідно відмітити, що на довжину шляху сходу  $L$  та час, необхідний для цього, впливають кут нахилу поверхні  $\alpha$ , початкова швидкість руху самої частки  $v_0$  та діаметр перетинки  $D=2R$ . Причому зі збільшенням кута нахилу поверхні чи початкової швидкості руху частки, збільшується шлях, що вона проходить, і час на її схід з поверхні перетинки. Радіус перетинки впливає на кут  $\beta$  та час сходу частки з неї. Так зі збільшенням радіусу збільшується відцентрова сила, яка відриває частку від поверхні перетинки, зменшуючи при цьому кут сходу  $\beta$  та збільшуючи час на це.

Таким чином, на основі проведеного аналізу одержано аналітичну модель руху матеріальної частки по циліндричній поверхні калібруючих перетинок пруткових решіт, яка пов'язує вплив їх основних параметрів з довжиною решета, необхідною для виділення прохідних часток зернової суміші. встановлено, що підвищення початкової швидкості руху частки, кута нахилу решета та діаметра поперечного перерізу

калібруючих перетинок збільшують довжину решета, необхідну для розділення зернової суміші на фракції за розмірами.

### Список літератури

1. Иванов Н.М. Траектория движения зерна на струнном коническом решете //Повышение эффективности процессов послеуборочной обработки зерна и переработки кормов /НТБ ВАСХНИЛ, С.О. – Новосибирск. – 1986. – Вып. 26. – С. 34–39.
2. Иванов Н.М. Ориентация зерновки на продольных перемычках конического решета //Индустриальные технологии и перспективные рабочие органы машин для послеуборочной обработки зерна: Сб. научн. тр. /ВАСХНИЛ, С.О. – Новосибирск. – 1986. – С. 79–85.
3. Климок А.И. Взаимодействие проходных частиц с продольными перемычками прямоугольных отверстий решета //Совершенствование технологии и организации уборки и послеуборочной обработки зерна: Сб. научн. тр. ВАСХНИЛ, С.О. –Новосибирск. –1983. – С.55–70.
4. Климок А.И., Иванов Н.М. Экспериментальные исследования процесса движения частицы на решете //Совершенствование технологии и организации уборки и послеуборочной обработки зерна: Сб. научн. тр. ВАСХНИЛ, С.О. –Новосибирск. –1983. –С. 71–78.
5. Климок А.И. Обоснование оптимального профиля рабочей поверхности решета //Тр. ЧИМЭСХ. – Челябинск. –1973. –Вып. 62, с. 82–89.

Статья посвящена решению задачи определения влияния диаметра продольной перемычки пруткового решета и его угла наклона на характер движения проходной зерновой частицы по его поверхности.

The article considers the way of determination of diameter influence of sieve small twig longitudinal membrane and its slope angle on the character of corn part moving on its surface.