

ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кафедра сільськогосподарського машинобудування

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ МАШИН

Методичні рекомендації до виконання практичних робіт
для здобувачів ступеня вищої освіти магістр спеціальності 133 – "Галузеве
машинобудування"
освітньо-наукова програма "Галузеве машинобудування"

Ухвалено
на засіданні кафедри
сільськогосподарського
машинобудування.
Протокол № 15 від 26 червня 2020 р.

м. Кропивницький
2020

Математичне моделювання сільськогосподарських машин : методичні рекомендації до виконання практичних робіт для здобувачів ступеня вищої освіти магістр спеціальності 133 – "Галузеве машинобудування" освітньо-наукова програма "Галузеве машинобудування" / [уклад. : В.В. Амосов, Д.Ю. Артеменко, С.М. Мороз] ; М-во освіти і науки України, Центральноукраїн. нац. техн. ун-т, каф. с.-г. машинобуд. – Кропивницький : ЦНТУ, 2020.– 48 с.

Укладачі: доц., канд. техн. наук В.В. Амосов,
доц., канд. техн. наук Д.Ю. Артеменко,
доц., канд. техн. наук С.М. Мороз

Рецензент: канд. техн. наук, доцент Осипов І. М.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №1

Використання готових ММ СГМ

Розроблено чимало математичних моделей різного призначення та складності, які можуть бути використані при створенні ММ сільськогосподарських машин. Майже всі вони реалізовані з використанням як прикладних програм, так і універсальних мов програмування.

На підґрунті стандартних алгоритмів ряд програм розроблено на кафедрах ЦНТУ, зокрема на кафедрі прикладної механіки та деталей машин, кафедрі сільськогосподарського машинобудування, кафедрі експлуатації та ремонту машин. Їх основне призначення – виконання практичних робіт, обов'язкових домашніх завдань, курсових та випускних кваліфікаційних робіт і обробка результатів експериментальних досліджень. Майже всі вони написані в системі MathCAD. До речі, у складі системи є чимало корисних при складанні математичних моделей функцій, фрагментів програм у вигляді «підказок» (sheets) з поясненнями англійською мовою.

Пропоную на даному занятті використати готову програму, яка призначена для статистичної обробки результатів вимірювання розмірів насінин. Дані для розрахунку попередньо записані у файл “as.prn”, який складається з 500 елементів. Якщо у Вас є власноруч розроблена або знайдена програма, яку Ви плануєте використати у навчальному процесі, можете завантажити і виконати її, пояснивши призначення і обчислювальні можливості.

Зміст звіту

1. Запустити програму «ММ SGM statobr sem k.xmcd». Замінити у програмі ім'я файлу “as.prn” на ім'я відповідне своєму варіанту (табл. 1.1).
2. Виконати розрахунки. Уважно прочитати коментарі до програми. Згадати, що таке середнє арифметичне значення, середнє квадратичне відхилення, гістограма, нормальний закон розподілу, полігон частот, критерій χ^2 -квадрат.
3. Проаналізувати отриманий результат.

Статистична обробка результатів вимірювання розмірів насінин

Вводимо дані для розрахунку з попередньо сформованого файла `as.prn` у вектор `V`

```
V := READPRN("as.prn")
```

Визначаємо мінімальний та максимальний елементи вектора `V`

```
x_min := min(V)    x_min = 9.6    x_max := max(V)    x_max = 15.5
```

Визначаємо середнє арифметичне значення елементів вектора `V`

```
x_tcp := mean(V)    x_tcp = 12.078
```

Визначаємо середнє квадратичне відхилення елементів вектора `V`

```
sigma_T := stdev(V)    sigma_T = 0.979
```

]

Визначаємо межі інтервалів для побудови гістограми

```
R := x_max - x_min    R = 5.9    N := 500
m := if(floor(sqrt(N)) < 20, floor(sqrt(N)), 20)    m = 20
Delta_x := R / (m - 1)    m = 10
j := 1..m + 1    x_j := x_min - Delta_x / 2 + (j - 1) * Delta_x    Delta_x = 0.656
k := 1..m
x_mk := x_k + Delta_x / 2
```

]

Частоти, з якими значення даних вектора `V` потрапляють у задані інтервали

```
n_h := hist(x, V)
h := n_h / N
```

]

```
length(V) = 500    length(h) = 11    kurt(V) = 0.38    коеф. ексцесу
```

```
sum_k h_k = 1    H_k := sum_j h_j    H_m = 1    skew(V) = 0.363    коеф. асиметрії
```

]

Моделювання "ідеального" нормального розподілу з заданими параметрами (використано параметри, отримані при обробці експериментальних даних) -

$$p := \text{dnorm}(x, x_{\text{TCP}}, \sigma_T) \cdot \Delta x$$

$$\alpha := 0.05 \quad r := 2 \quad f := m - r - 1$$

$$n_{h_5} := \sum_{i=1}^5 n_{h_i} \quad p_{h_5} := \sum_{i=1}^5 p_i$$

$$n_{h_5} = 357 \quad p_5 = 0.559$$

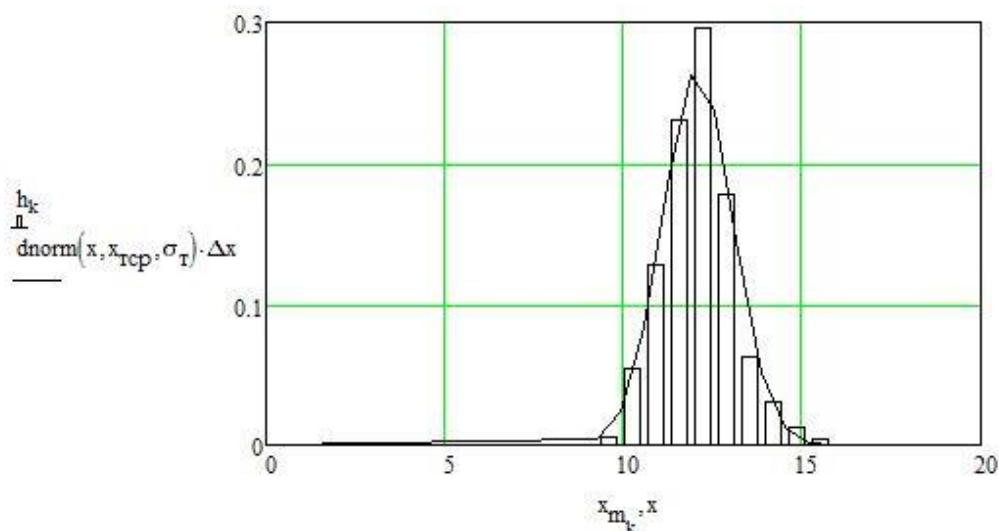
Визначаємо експериментальне значення критерію χ -квадрат

$$\chi^2_n := \sum_{i=5}^m \frac{(n_{h_i} - N \cdot p_i)^2}{N \cdot p_i} \quad \chi^2_n = 55.26$$

Визначаємо табличне значення критерію χ -квадрат

$$q\text{chisq}(1 - \alpha, f) = 14.067$$

Оскільки експериментальне значення критерію χ -квадрат перевищує табличне, то експериментальні дані розподілені за нормальним законом. Будуємо на одному графіку гістограму на основі експериментальних даних та теоретичний полігон частот



Таблиця 1.1

Індивідуальні варіанти умов задачі

№ варіанту	Ім'я файлу	№ варіанту	Ім'я файлу	№ варіанту	Ім'я файлу	№ варіанту	Ім'я файлу	№ варіанту	Ім'я файлу
1	a.prn	4	b.prn	7	c.prn	10	g.prn	13	s.prn
2	a1.prn	5	b1.prn	8	c1.prn	11	g1.prn	14	s1.prn
3	a2.prn	6	b2.prn	9	c2.prn	12	g2.prn	15	s2.prn

Література

1. Особливості застосування Mathcad 7 professional для проектного розрахунку елементів машин: Методичні вказівки до курсового і дипломного проектування. / К.Д. Матвеев, Г.Б. Філімоніхін, О.Б. Чайковський, В.В. Амосов – Кіровоград: КДТУ, 1999.– 47 с.
2. Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ : навч. посіб. / Ф. Й. Златопольський, Г. Б. Філімоніхін, В. В. Коваленко, О. Б. Чайковський. - 2-ге вид., перероб. і допов. - Кіровоград : КОД, 2003. - 149 с.
3. Філімоніхін, Г. Б. Практикум з теоретичної механіки. Статика. Кінематика : навч. посіб. / Г. Б. Філімоніхін, В. В. Пирогов. – Кіровоград : КНТУ, 2014. – 64 с.
4. Філімоніхін, Г. Б. Практикум з теоретичної механіки. Динаміка : навч. посіб. / Г. Б. Філімоніхін, В. В. Пирогов. - Кіровоград : КНТУ, 2014. - 104 с.
5. Теорія, конструкція та розрахунок машин для тваринництва : метод. вказ. до виконання практичних робіт для студ. спец. 133 – "Галузеве машинобудування" та 208 – "Агроінженерія" / [уклад. : В.В. Амосов, П.Г. Лузан, О.Р. Лузан]. – Кропивницький : ЦНТУ, 2020.– 34 с.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №2

ММ руху часток по шорстким поверхням

Приклад 2.0. Сферична частка радіуса $r_{сем}$ (насінина) масою m контактує з поверхнею усіченого конуса (діаметр більшої основи $d_{max\ k}$, меншої – $d_{омв}$) по колу діаметра d_k та починає рух у точці W (рис.2.0). Коефіцієнт тертя між часткою та конусом f . Скласти диференціальне рівняння руху частки. Визначити час руху насінини по конічній поверхні.

Розв'язок. Схема сил, які діють на насінину при відокремленні від конічної поверхні присмоктувального отвору, представлена на рис. 2.0.

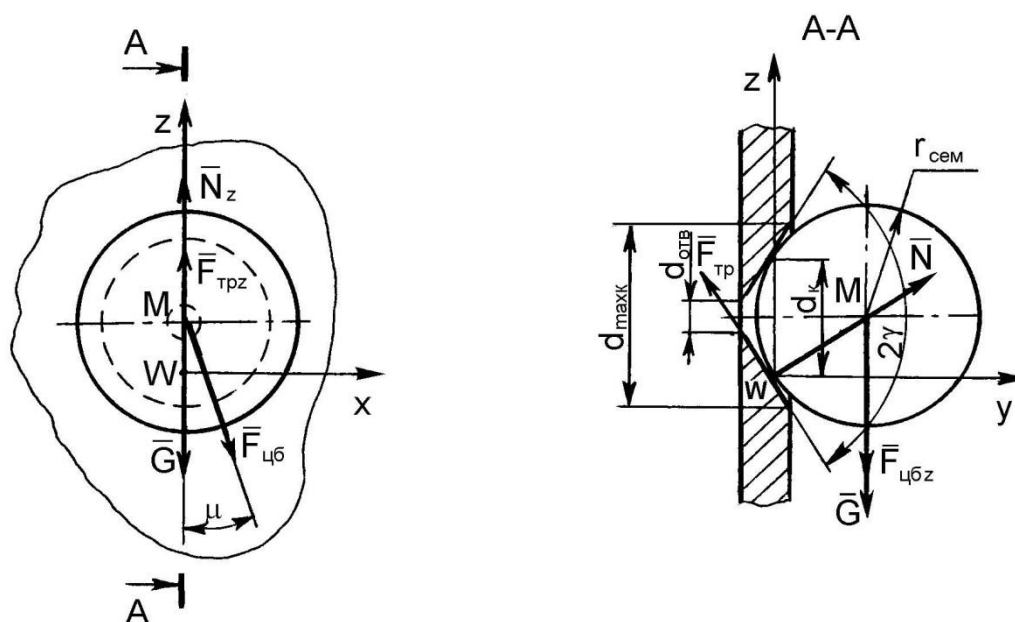


Рис. 2.0. Сили, які діють на насінину при відокремленні від конічної поверхні присмоктувального отвору.

На насінину діють такі сили (рис. 2.0): G – сила тяжіння; $F_{цб}$ – відцентрова сила; N – нормальна складова реакції поверхні; $F_{тр}$ – сила тертя між насіниною та поверхнею отвору.

Розташовуємо осі системи координат $Wxyz$, як показано на рис. 2.0. Рівняння руху насінини можна записати в такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} F_{u\bar{o}} \sin \mu &= m\ddot{x}; \\ G \sin \gamma + F_{u\bar{o}} \cos \mu \sin \gamma - F_{mp} &= m\ddot{y}; \\ N - F_{u\bar{o}} \cos \mu \cos \gamma - G &= m\ddot{z}; \\ (F_{u\bar{o}} \cos \mu + G) r_{cem} \sin \gamma &= J_x \ddot{\xi}_x; \\ F_{u\bar{o}} r_k \sin \mu &= J_y \ddot{\xi}_y, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

де γ – кут між твірною конічної поверхні та її віссю;

r_k – радіус кола контакту насінини з конічною поверхнею присмоктувального отвору ($r_k = d_k / 2$).

Відцентровою силою можна знехтувати. Тоді розгляд руху сферичної насінини можна замінити вивченням руху її перерізу площиною Wyz . Рівняння руху насінини можливо записати у вигляді

$$\left. \begin{aligned} mg \sin \gamma - N \cdot K_{mp} &= m\ddot{y} \\ N - mg \cos \gamma &= m\ddot{z} \\ mgr_{cem} \cdot \sin \gamma &= J_x \ddot{\xi}_x \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Аналіз розв'язку аналогічної системи диференціальних рівнянь руху проведено П.М.Заїкою [1]. Ним визначено, що насінина буде котитись при куті нахилу твірної конуса, для якого виконується нерівність [1]

$$\arctg K_{mp} < \gamma < \gamma_{\max}, \quad (2.3)$$

де γ_{\max} – максимальний кут нахилу твірної, при якому тіло буде котитись.

Для кулі [1]

$$\gamma_{\max} = \arctg(3,5K_{mp}). \quad (2.4)$$

Швидкість руху центра мас насінини в кінці відрізка довжиною l_k при нульовій початковій швидкості

$$g_{ko} = \sqrt{2gl_k \varepsilon \sin \gamma}, \quad (2.5)$$

де ε – параметр, значення якого для однорідної кулі $\varepsilon=5/7$.

Час руху насінини до моменту відокремлення

$$t_{ko} = \sqrt{\frac{2l_k}{g\varepsilon \sin \gamma}}. \quad (2.6)$$

Довжина шляху, який долає насінина до моменту відокремлення від конусної поверхні присмоктувального отвору (рис. 2.0).

$$l_{\kappa} = \frac{d_{\max \kappa} - d_{\kappa}}{2 \sin \gamma}, \quad (2.7)$$

де d_{κ} – діаметр кола контакту насіни з конічною поверхнею присмоктувального отвору.

$$d_{\kappa} = d_{\text{сеп}} \cos \gamma. \quad (2.8)$$

Підставляючи (2.8) до (2.7), а (2.7) – до (2.6), отримаємо

$$t_{\kappa} = \sqrt{\frac{d_{\max \kappa} - d_{\text{сеп}} \cos \gamma}{g \varepsilon \sin^2 \gamma}} \quad (2.9)$$

Таким чином, на час руху насіни по конічній поверхні присмоктувального отвору можна впливати, змінюючи його максимальний розмір $d_{\max \kappa}$.

Зміст звіту

1. Скласти математичну модель руху частки по шорсткій поверхні за умовами свого варіанту.
2. Розв'язати її аналітично або чисельним методом.
3. Проаналізувати отриманий результат.

Індивідуальні варіанти умов задачі 2

Задачі 2.1–2.12. Скласти математичну модель руху частки по шорсткій поверхні та знайти її розв'язок.

2.1 Фрикційний сепаратор складається з площини, яка розташована під кутом α до горизонту, та коробочки, поділеної на секції, до якої потрапляють частки добрив або насіни (рис.2.1). Частки подаються на площину зі швидкістю v_0 , яка спрямована перпендикулярно до лінії найбільшого нахилу. Скласти диференціальне рівняння руху частки з коефіцієнтом тертя f по площині.

Визначити розміри секцій l_i , які забезпечать сепарацію часток за коефіцієнтом тертя в межах від f_{\min} до f_{\max} з інтервалом Δf , якщо b задане.

2.2 Частка масою m починає рух у точці М при куті β_0 та ковзає по нерухомій циліндричній поверхні радіуса R (рис.2.2). Коефіцієнт тертя між часткою та циліндром f . Скласти диференціальне рівняння руху частки. Визначити кут β_{κ} , при якому частка відривається від поверхні, та швидкість частки v_{κ} в момент відриву.

2.3 Частка масою m потрапляє без початкової швидкості в нижню точку М циліндра радіуса R , який обертається навколо горизонтальної осі Ox з кутовою

швидкістю ω (рис.2.3). Коефіцієнт тертя між часткою та циліндром f .

Скласти рівняння руху частки, припустивши, що вона рухається без обертання. Визначити кут β , при якому частка відривається від поверхні, та швидкість частки v_k в момент відриву. Визначити мінімальну кутову швидкість ω_{min} , при якій частка підніметься вище горизонтальної осі циліндра.

2.4 Частка добрив масою m потрапляє без початкової швидкості на поверхню горизонтального диска радіуса R , який обертається навколо вертикальної осі Oy з кутовою швидкістю ω , і починає рухатись у точці M вздовж радіальної лопаті, яка починається на відстані R_0 від центра (рис.2.4). Коефіцієнт тертя між часткою та поверхнями диска та лопаті f .

Скласти рівняння руху частки. Визначити швидкість v_l , при якій буде забезпечено дальність розкидання добрив l (диск розташовано на висоті H від поверхні поля). Опір повітря пропорційний швидкості частки.

2.5 Клавіша двохвального соломотряса здійснює плоско-коливальний рух під дією кривошипа радіуса r , який обертається з кутовою швидкістю ω (рис.2.5). Клавіша нахилена під кутом α до горизонту. Частка соломи A масою m перебуває на клавіші. Сила опору середовища при її русі пропорційна швидкості (коефіцієнт пропорційності K).

Визначити кут φ , при якому частка відірветься від клавіші. Побудувати траєкторію польоту частки від моменту відриву до наступної її зустрічі з клавішею.

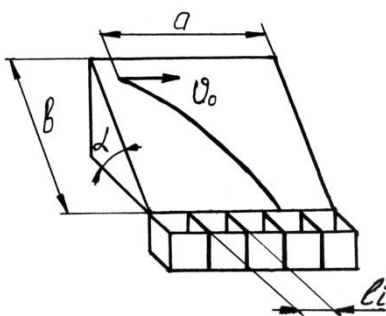


Рис. 2.1

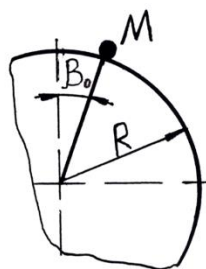


Рис. 2.2

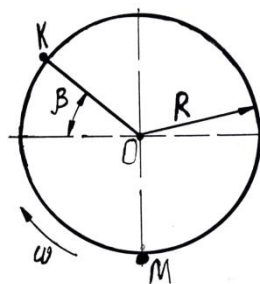


Рис. 2.3

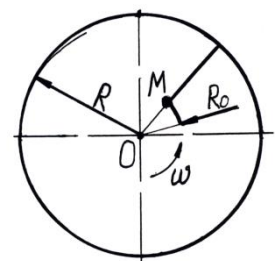


Рис. 2.4

2.6 Решето 1 підвішене на підвісках 2 та нахилене під кутом α до горизонту (рис.2.6). За допомогою кривошипно-шатунного механізму 3 його приводять до коливального руху. Кривошип радіуса r обертається з кутовою швидкістю ω . Скласти диференціальне рівняння та рівняння руху зерна A масою m по решету. Коефіцієнт тертя між поверхнею зерна та решета f .

2.7 Частка добрив масою m перебуває на нижній стінці горизонтального пневмотукопровода діаметра d , маючи горизонтальну початкову швидкість v_{x0} і вертикальну $v_{y0}=0$ (рис.2.7). На неї діють горизонтальна рушійна сила, яка пропорційна різниці між швидкістю повітряного потоку v_n та горизонтальною складовою v_x абсолютної швидкості частки (коефіцієнт пропорційності K_1), вертикальна підйомна сила, яка пропорційна квадрату горизонтальної складової швидкості частки (коефіцієнт пропорційності K_2), вертикальна підйомна сила опору повітряного потоку, яка пропорційна квадрату вертикальної складової швидкості частки v_y (коефіцієнт пропорційності K_3).

Скласти диференціальне рівняння руху частки в горизонтальній ділянці пневмотукопровода та визначити рівняння її траєкторії. Визначити час, за який частка досягає верхньої стінки пневмотукопровода, та відстань, яку вона подолає вздовж горизонтальної осі за цей час.

2.8 Зерно А масою m перебуває на скребку 1 похилого елеватора, який має висоту h та рухається зі швидкістю v_r (рис.2.8). Тяговий ланцюг 2 елеватора розташований під кутом α до горизонту.

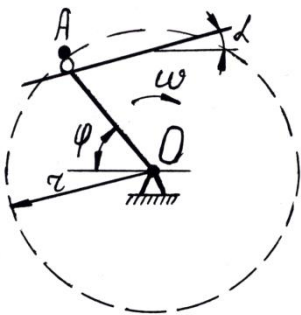


Рис. 2.5

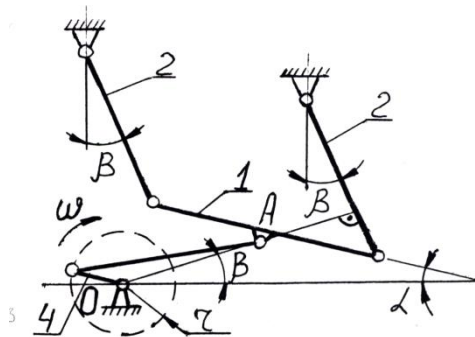


Рис. 2.6

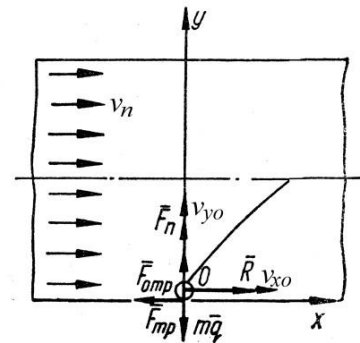


Рис. 2.7

Скласти диференціальне рівняння та рівняння руху частки по скребку. Визначити довжину вивантажувального вікна l , при якій зерно подолає шлях, що дорівнює висоті скребка. Коефіцієнт тертя зерна по поверхні скребка f .

2.9 Частка А масою m , яка має складові початкової швидкості v_{x0} та v_{y0} , потрапляє у верхню частину похилого повітряного каналу (кут нахилу до горизонту α) (рис.2.9). Швидкість повітря у каналі v_n .

Скласти диференціальне рівняння та рівняння руху частки у каналі. Визначити довжину горизонтального шляху l , який подолає частка до моменту досягнення нижньої стінки каналу. Розрахунок провести для часток, які мають швидкості паріння v_k (основна культура) та v_d (домішки).

2.10 Частка добрив А масою m перебуває у нижній точці конусної частини тарілки (кут нахилу до горизонту α) туковисівного апарата радіуса R_1 , яка обертається навколо вертикальної осі з кутовою швидкістю ω (рис.2.10). Скласти диференціальне рівняння та рівняння руху частки. Коефіцієнт тертя між часткою та поверхнею тарілки f . Визначити граничну швидкість ω_r , при якій частка не буде скинута з тарілки, якщо радіус її верхньої частини R_2 .

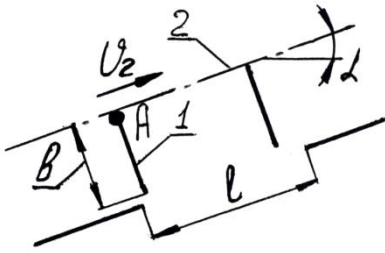


Рис. 2.8

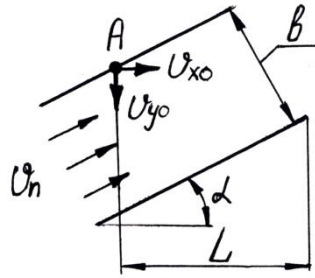


Рис. 2.9

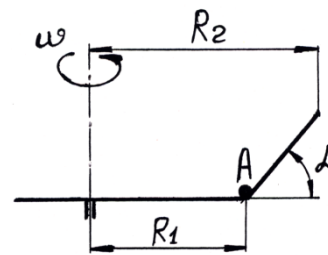


Рис. 2.10

2.11 Зерно А масою m перебуває на радіальній лопаті 1, жорстко з'єднаній з вертикальним висівним диском 2, який обертається з кутовою швидкістю ω навколо горизонтальної осі (рис.2.11). Ширина лопаті b . Її зовнішня точка розташована на відстані R від осі обертання. Зерно починає рухатись по лопаті в момент, коли кут між лопаттю та горизонталлю складає φ .

Визначити рівняння руху зерна по лопаті. Побудувати траєкторію руху зерна відносно висівного диска. Визначити кут φ_k , при якому траєкторія руху зерна пройде через центр присмоктувального отвору 3, який розташовано на відстані r від осі обертання. Коефіцієнт тертя зерна по лопаті та диску f .

2.12 Частка сіна А масою m переміщується по стерні граблиною 1 ротацийних грабелів, яка обертається навколо вертикальної осі Oy з кутовою швидкістю ω (рис.2.12). Граблі рухаються поступально зі швидкістю v . Ширина граблини b . Радіус траєкторії, яку утворює її зовнішня точка, R . Коефіцієнт тертя сіна по стерні f_1 , по граблині – f_2 . Скласти диференціальне рівняння та рівняння руху частки сіна по граблині. Визначити час, за який частка зійде з граблини. Побудувати графік траєкторії абсолютного руху частки.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №3

ММ сушіння зерна

В однокамерній сушарці з киплячим шаром відбувається процес безперервного сушіння дисперсного матеріалу (рис. 3.1). У сушарку подається G кг/с вологого матеріалу, що має температуру $\theta_1^\circ\text{C}$ и вологе повітря, що містить L кг/с абсолютно сухого повітря. Перед калорифером повітря має ентальпію I_0 Дж/кг сухого повітря. Після нагрівання в калорифері, тобто на вході в сушарку ентальпія повітря підвищується до I_1 Дж/кг сухого повітря. У сушарці з матеріалу випаровується W кг/с вологи й із сушарки видаляється G_2 кг/с висушеного матеріалу з температурою $t_2^\circ\text{C}$.

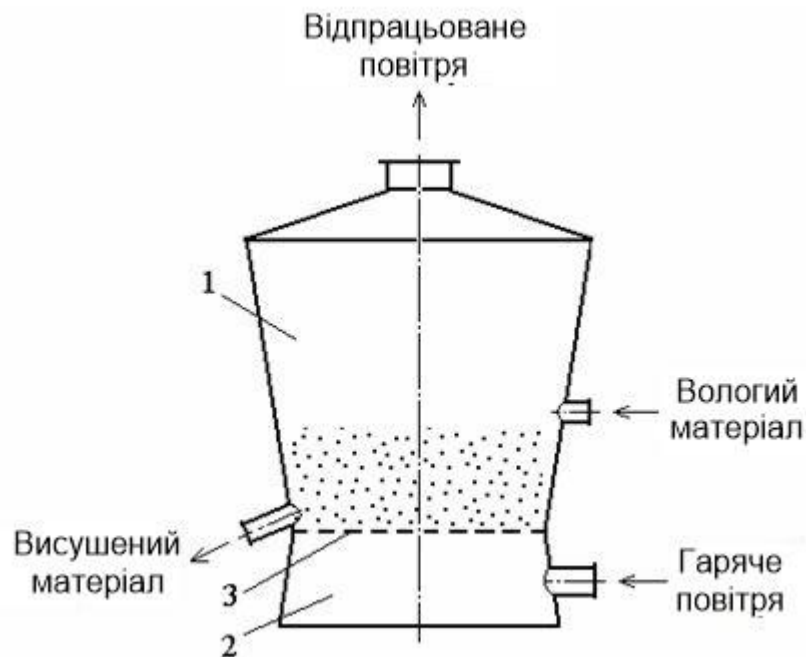


Рис. 3.1 Однокамерна сушарка з киплячим шаром: 1 – сушильна камера; 2 – газова камера; 3 – газорозподільні ґрати.

Докладний алгоритм розрахунку (російською мовою) наведено у додатку А [1], але коментарів у тексті програми достатньо для розуміння основних моментів ММ сушіння зерна у однокамерній сушарці з киплячим шаром.

Зміст звіту

1. Внести зміни у вихідні дані задачі за умовами свого варіанту (табл.3.1).
2. Визначити функції кожного оператора програми.
3. Проаналізувати отриманий результат.

ММ сушіння зерна

Вихідні дані :

Продуктивність сушарки по сухому матеріалу, кг/с	$\dot{G}_2 := 0.1$
Діаметр апарату, м	$Da := 1$
Висота киплячого шару, м	$H_{\text{кв}} := 0.3$
Вологовміст матеріалу, що надходить на сушіння, кг/кг	$u_{\text{вх}} := 0.35$
Температура повітря, що надходить в сушарку, °C	$t_c := 200$
Температура матеріалу, що надходить на сушіння, °C	$\theta_1 := 10$
Середній діаметр часток матеріалу, м	$d_3 := 1 \cdot 10^{-3}$
Робоча швидкість повітря, м/с	$w := 1.8$
Щільність матеріалу, кг/м ³	$\rho_m := 1500$
Щільність сушильного агента, кг/м ³	$\rho_r := 1$
Динамічний коефіцієнт в'язкості сушильного агента, Па · с	$\mu_r := 2 \cdot 10^{-5}$
Коефіцієнт швидкості сушіння, 1/с	$N := 0.001$
Коефіцієнт масопровідності матеріалу, м ² /м	$k := 1 \cdot 10^{-9}$
Коефіцієнт масовіддачі, м/с	$\beta := 0.14$
Рівноважний вологовміст, кг/кг	$u_p := 0.002$
Критичний вологовміст, кг/кг	$u_{\text{кр}} := 0.15$

Розрахунок :

Радіус частинки

$$r_0 = \frac{d_3}{2} \quad r_0 = 5 \times 10^{-4}$$

Критерій Рейнольдса

$$Re = \frac{w \cdot d_3 \cdot \rho_r}{\mu_r} \quad Re = 90$$

Критерій Архімеда

$$Ar = \frac{(d_3)^3 \cdot \rho_r \cdot 9.81 \cdot \rho_m}{\mu_r^2} \quad Ar = 3.679 \times 10^4$$

Порозність шару

$$s = \left(\frac{18 \cdot Re + 0.36 \cdot Re^2}{Ar} \right)^{0.21} \quad s = 0.644$$

Площа газорозподільної решітки, м^2

$$S_p := \frac{\pi \cdot Da^2}{4} \quad S_p = 0.785$$

Середній час перебування, с

$$\tau_0 := \frac{S_p \cdot H \cdot (1 - s) \cdot \rho_M}{G_2} \quad \tau_0 = 1.257 \times 10^3$$

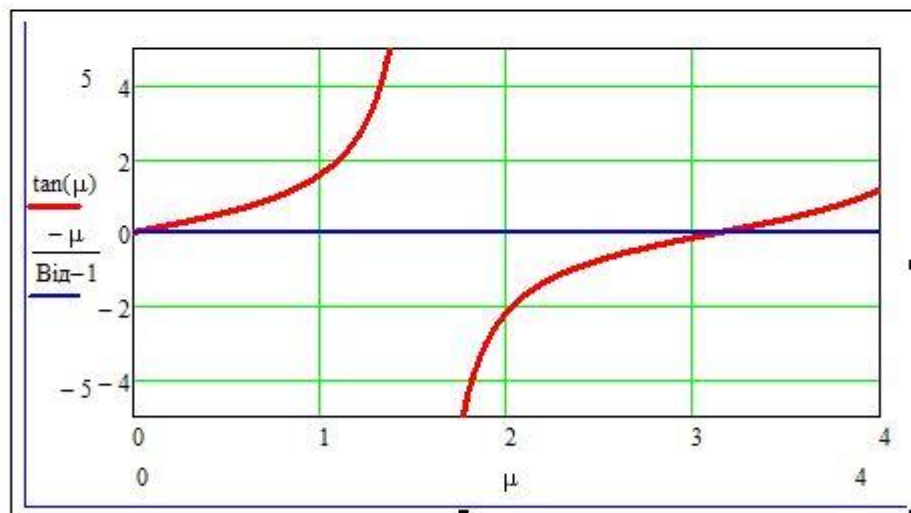
Тривалість періоду постійної швидкості сушіння, с

$$\tau_{кр} := \frac{u_{вх} - u_{кр}}{N} \quad \tau_{кр} = 200$$

Дифузійний критерій Біо

$$\text{Від} := \frac{\beta \cdot r_0}{k} \quad \text{Від} = 7 \times 10^4$$

Знайдемо перший не нульовий корінь характеристичного рівняння



$$F(\mu) := \tan(\mu) + \left(\frac{\mu}{\text{Від} - 1} \right)$$

$$\mu := \text{root}(F(\mu), \mu, 2, 3.142)$$

Корінь характеристичного рівняння

$$\mu = 3.141$$

Коефіцієнти

$$A_{\frac{A}{\omega \omega}} = \frac{6 \cdot (\sin(\mu) - \mu \cdot \cos(\mu))^2}{\mu^2 \cdot (\mu - \sin(\mu) \cdot \cos(\mu))}$$

$$I1_{\frac{A}{\omega \omega}} = \omega_{вх} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau_{кр}}{\tau_0}}\right) + N \cdot \left(\tau_{кр} \cdot e^{-\frac{\tau_{кр}}{\tau_0}} + \tau_0 \cdot e^{-\frac{\tau_{кр}}{\tau_0}} - \tau_0\right)$$

$$I2 = \omega_p + \frac{(\omega_{кр} - \omega_p) \cdot A_1 \cdot e^{-\left[\frac{\mu^2 \cdot k}{(r_0)^2} + \frac{1}{\tau_0}\right] \cdot \tau_{кр}}}{\tau_0 \cdot \left[\frac{\mu^2 \cdot k}{(r_0)^2} + \frac{1}{\tau_0}\right]}$$

Вологовміст матеріалу на виході з апарата, кг/кг

$$\omega_{вих} := I1 + I2$$

$$\omega_{вих} = 0.039$$

Таблиця 3.1

Вихідні дані для визначення вологовмісту матеріалу на виході з сушарки

№ _і варіанту	$d_{з}$, м	D_{ω} м	Θ_1 , град	$\omega_{вх}$, м/с	№ _і варіанту	$d_{з}$, м	D_{ω} м	Θ_1 , град	$\omega_{вх}$, м/с
1	0,006	1	10	0,35	11	0,006	1	8	0,35
2	0,006	1	15	0,35	12	0,006	1	12	0,35
3	0,006	0,8	10	0,4	13	0,006	0,8	8	0,4
4	0,006	0,8	15	0,4	14	0,006	0,8	12	0,4
5	0,002	1	10	0,35	15	0,002	1	8	0,35
6	0,002	1	15	0,35	16	0,002	1	12	0,35
7	0,002	0,8	10	0,4	17	0,002	0,8	8	0,4
8	0,002	0,8	15	0,4	18	0,002	0,8	12	0,4
9	0,001	1	10	0,35	19	0,001	1	8	0,35
10	0,001	1	15	0,35	20	0,001	1	12	0,35

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4

Задача лінійного програмування

Постановка завдання. Агроному необхідно визначити кількість органічних і складних мінеральних добрив для розкидання на 20 га лукопасовищних угідь таким чином, щоб повна вартість внесених добрив була мінімальною. Вартість і хімічний склад останніх показані нижче в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Вартість і хімічний склад добрив (дані мають відносний характер)

Добриво	Вартість, грн/т	Азот, кг/т	Фосфор, кг/т	Калій, кг/т
Органічне добриво	125	6	1,5	4
Складне добриво	6500	250	100	100

Передбачається внести на луку не менше 75 кг/га азоту, 25 кг/га фосфору і 35 кг/га калію. Продуктивність праці при розкиданні органічного добрива може становити 8 т/год, а складного добрива – 0,4 т/год при ресурсах часу для виконання цієї роботи 25 год.

Розв'язок

Щоб сформулювати завдання за схемою лінійного програмування, слід спочатку виділити три основні елементи моделі, а саме:

- керовані змінні,
- цільову функцію,
- обмеження на значення керованих змінних.

Потім переконатися, що їх можна представити у формі, зумовленій специфікою методу лінійного програмування.

1.Керовані змінні.

Завдання агронома – визначити кількість органічного і складного добрива. Тому названі величини і повинні виступати в ролі керованих змінних.

Нехай:

x_1 – кількість розкиданого органічного добрива, т;

x_2 – кількість внесеного складного добрива, т.

Зауважимо, що моделі лінійного програмування звичайно оперують великим числом керованих змінних. У практичних завданнях вони обчислюються сотнями, а іноді тисячами і їх прийнято позначати символом x з індексом.

2. Цільова функція.

Мета агронома – звести до мінімуму повну вартість внесених добрив. Органічне добриво обходиться йому по 125 грн., А складне добриво – по 6500 грн. за 1 т, так що повна вартість може бути задана у вигляді $125 \cdot x_1 + 6500 \cdot x_2$.

Позначивши її через F , можемо записати цільову функцію:

$$\text{мінімізувати } F = 125 \cdot x_1 + 6500 \cdot x_2.$$

Деякі пакети програм лінійного програмування побудовані в розрахунку на

мінімізацію цільової функції, а деякі – на її максимізацію. По суті, обидва ці підходи еквівалентні, оскільки мінімізація будь-якої функції є максимізація цієї функції, взятої з протилежним знаком, тобто

$$\min F \rightarrow \max(-F).$$

Отже, цільову функцію в нашому прикладі можна було б записати і у вигляді:

$$\text{максимізувати } (-F) = -125 \cdot x_1 - 6500 \cdot x_2.$$

3. Обмеження.

Обмеження на значення змінних накладаються, по-перше, міркуваннями агронома про мінімальні норми внесення азоту (75 кг/га), фосфору (25 кг/га) і калію (35 кг/га) і, по-друге, ресурсом часу (25 год), виділеним на виконання всіх робіт. Розглянемо спочатку обмеження на норми внесення азоту.

У 1 т органічного добрива міститься 6 кг, а в 1 т комбінованих добрив – 250 кг азоту, тобто всього в органічному добриві міститься $6 \cdot x_1$ кг, а в комбінованих добривах $250 \cdot x_2$ кг азоту. Таким чином, загальна кількість азоту, внесеного на угіддя, становить

$$6 \cdot x_1 + 250 \cdot x_2$$

і ця сумарна кількість не повинна бути менше 1500 кг, так як мінімальна норма внесення – 75 кг/га, а площа угідь – 20 га.

Тому обмеження по азоту можна записати у вигляді

$$6 \cdot x_1 + 250 \cdot x_2 \geq 1500. \quad (4.1)$$

Подібним чином будуються обмеження по фосфору

$$1,5 \cdot x_1 + 100 \cdot x_2 \geq 500 \quad (4.2)$$

та калію

$$4 \cdot x_1 + 100 \cdot x_2 \geq 700. \quad (4.3)$$

І, нарешті, обмеження по ресурсу часу. Агроном розкидає органічні добрива з продуктивністю 8 т/год і вносить складні хімічні добрива з продуктивністю 0,4 т/год. Загальний час, необхідний для виконання цієї роботи, складає $x_1/8 + x_2/0,4$ і не повинен перевищувати

$$\begin{aligned} 0,125 \cdot x_1 + 2,5 \cdot x_2 &\leq 25; \\ 1 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 &\leq 200. \end{aligned} \quad (4.4)$$

У формалізації задач лінійного програмування константи, які фігурують в обмеженнях, звичайно записуються в правій частині відповідних нерівностей (рівнянь). У цій ролі можуть виступати тільки невід'ємні числа. Будь-яку негативну константу можна замінити на позитивну шляхом множення обох частин обмеження на -1 і заміни (у разі, якщо обмеження задано нерівністю) знака нерівності на протилежний (наприклад, знак < повинен бути замінений на знак >, і навпаки). У нашому прикладі константи представлені числами 1500, 500, 700 і 200 (див. нерівності (4.1), (4.2), (4.3)).

Якщо обмеження автоматично задовольняється за будь-яких значеннях керованих змінних, що підкоряються вимогам одного або кількох інших обмежень, то воно називається надлишковим, яким можна знехтувати.

4. Спеціальні вимоги.

Цільова функція і обмеження в розглянутому прикладі лінійні, так як

рівняння (4.2) і нерівності (4.1)–(4.4) не містять членів, в які входили б змінні в ступені вище 1 або добутки змінних. Вони детерміновані, так як коефіцієнти при змінних управління, як в цільовій функції, так і в обмеженнях – постійні величини.

Змінні управління x_1 і x_2 не можуть приймати від'ємних значень, оскільки внесення негативної кількості добрива було б позбавлене фізичного змісту. Це означає, що виконується умова позитивності, тобто

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0; \\ x_2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

І, нарешті, x_1 і x_2 , задовольняючи вимогам накладених на них обмежень, можуть приймати будь-які значення. Це означає, що виконується умова безперервності.

Таким чином, керовані змінні, цільова функція і обмеження відповідають спеціальним вимогам, висунутим формалізацією за схемою лінійного програмування.

Повний запис розглянутого прикладу в його математичній постановці буде виглядати наступним чином:

$$\text{Мінімізувати } F=125*x_1+6500*x_2 \text{ (цільова функція)} \quad (4.6)$$

з урахуванням:

$$6*x_1+250*x_2 \geq 1500 \text{ (обмеження по азоту);} \quad (4.7)$$

$$1,5*x_1+100*x_2 \geq 500 \text{ (обмеження по фосфору);} \quad (4.8)$$

$$4*x_1+100*x_2 \geq 700 \text{ (обмеження по калію);} \quad (4.9)$$

$$1*x_1+ 20*x_2 \leq 200 \text{ (обмеження за часом);} \quad (4.10)$$

$$1*x_1 \geq 0 \text{ (умова позитивності);} \quad (4.11)$$

$$1*x_2 \geq 0 \text{ (умова позитивності).} \quad (4.12)$$

Розв'язок даної задачі можна здійснити графічним методом (кількість невідомих змінних дорівнює двом), аналітично (симплексним методом) або чисельно з використанням прикладного програмного забезпечення (наприклад, системою Mathcad).

Зміст звіту

1. Скласти математичну модель задачі лінійного програмування за умовами свого варіанту.
2. Знайти оптимальний розв'язок задачі чисельно з використанням системи Mathcad.
3. Проаналізувати отриманий результат.

Зразок розв'язку задачі лінійного програмування

Задача лінійного програмування

Позначимо змінну x_0 як x_0 , а змінну x_1 як x_1

$$f(x) := 125 \cdot x_0 + 6500 \cdot x_1$$

Введемо коефіцієнти при невідомих у нерівностях одного типу \geq у вигляді матриці M , а константи з правих частин - у вигляді вектора v

$$M := \begin{pmatrix} 6 & 250 \\ 1.5 & 100 \\ 4 & 100 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 1.5 \times 10^3 \\ 0.5 \times 10^3 \\ 0.7 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

Обов'язково необхідно задати початкові значення змінних управління, наприклад 1

$$x_0 := 1 \quad x_1 := 1$$

Проводимо обчислення, вказуючи обмеження. Окремо вводимо нерівність другого типу \leq

Given

$$M \cdot x \geq v$$

$$x \geq 0$$

$$1 \cdot x_0 + 20 \cdot x_1 \leq 200$$

Отримуємо розв'язок задачі у вигляді вектора-стовбця

$$\text{Minimize}(f, x) = \begin{pmatrix} 111.111 \\ 3.333 \end{pmatrix} \quad f(x) = 6.625 \times 10^3$$

$x_0=111,111$ $x_1=3,333$, тобто мінімальне значення вартості добрив 6625 гривень буде досягнуто, якщо використати 111,111 тони органічних добрив та 3,333 тони складних

Індивідуальні варіанти умов задачі 4

4.1-4.7. Розв'язати задачу лінійного програмування.

4.1 Для виконання весняних польових робіт господарство може використати трактори трьох марок. Дані по виробітку на один трактор при виконанні кожної з чотирьох операцій, денні обсяги робіт та приведені витрати за весняний період наведені в таблиці.

Визначити кількість тракторів кожної марки, які необхідні для виконання денного обсягу робіт та забезпечують мінімальні приведені витрати при роботі в одну зміну.

Роботи	Виробіток на трактор, га/зм			Обсяг роботи за день, га
	К-701	Т-4А	ДТ-75	
Закриття вологи	72	47	32	3000
Передпосівна культивуація	68	45	31	3000
Сівба	78	50	35	2500
Приведені витрати на один трактор за день, грн	50	30	22	-

4.2 Господарство спеціалізується на вирощуванні трьох основних культур, які можуть розміщуватись на ґрунтах двох типів. Площа полів з ґрунтами типу 1 складає 1400 га, типу 2 – 1200 га. Чистий врожай кожної з культур (А, Б, В) при вирощуванні на полі з 1 та 2 типом ґрунту наведено в таблиці (ц/га)

Культура	Тип ґрунту	
	1	2
А	6	6
Б	8	5
В	4	5

Кількість працездатного населення у господарстві 700 чол. Для вирощування кожної з культур на 1 га поля (незалежно від типу ґрунту) протягом року потрібно відповідно 2, 1, 3 чол. Як розподілити культури по полях, щоб отримати максимальний чистий врожай?

4.3 На ринок у місто привозять одним видом транспорту картоплю з трьох господарств по 4, 3, 1 грн/кг з I, II, III господарств відповідно. На навантаження тони картоплі потрібно: у I господарстві – 1 хв, II – 4 хв, III – 3 хв. Щоб продукт своєчасно надходив на ринок, потрібно витратити на навантаження 12 тон не більше 40 хв. Скільки треба привозити картоплі з цих господарств, щоб загальна вартість картоплі на ринку була мінімальна, якщо відомо, що I господарство може щоденно відправляти не більше 10 т, II – 8, III – 6.

4.4 Бригаді виділено дві ділянки землі площею 8 і 9 га під посіви пшениці та кукурудзи. Середня врожайність за ділянками та культурами відтворена у таблиці (ц/га).

Культура	Ділянка	
	I	II
Пшениця	16	14
Кукурудза	35	30

За 1 ц пшениці отримують 250 грн прибутку, за 1 ц кукурудзи – 140 грн. Скільки гектарів і на яких ділянках треба відвести під кожну культуру, щоб отримати найбільший прибуток, якщо за планом потрібно зібрати не менше 150 ц пшениці та 220 ц кукурудзи?

4.5 Є три навантажувачі різних марок. З їх допомогою треба виконати три види навантажувальних робіт об'ємом у 20 тис. куб. м. Час роботи навантажувачів однаковий, продуктивність у куб. м/год по кожному виду робіт наведена у таблиці.

Навантажувач	Вид роботи		
	A	B	C
I	105	56	56
II	107	66	83
III	64	38	53

Розподілити час роботи кожного навантажувача так, щоб завдання було виконано у найкоротший термін.

4.6 Господарство має такі ресурси: площа – 100 од, праця – 120 од, паливо – 80 од. Господарство виробляє 4 види продукції: П1, П2, П3, П4. Витрати на виробництво одиниці кожного виду продукції та прибуток від їх виробництва вказано у таблиці:

Продукція	Витрати на одиницю продукції			Прибуток
	площа	праця	паливо	
П1	2	2	2	1
П2	3	1	3	4
П3	4	2	1	3
П4	5	4	1	5

Встановити план виробництва продукції, який дає максимальну суму прибутку.

4.7 Господарство виділило три земельних масиви площею 500, 800, 900 га під посіви жита, пшениці та кукурудзи. Середня врожайність вказана у таблиці. За 1 ц жита господарство отримує 200 грн, за 1 ц пшениці – 250 грн, за 1 ц кукурудзи – 140 грн. Скільки гектарів і на яких масивах доцільно відвести під кожну культуру, щоб отримати максимальну виручку, якщо за держзамовленням воно зобов'язане здати не менше 190 т жита, 1580 т пшениці та 3000 т кукурудзи?

Культура	Масиви		
	I	II	III
Жито	12	14	15
Пшениця	14	15	22
Кукурудза	30	35	25

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 5

Моделювання системи роздачі кормів мобільними кормороздавачами [1]

Завантажувачі кормів та мобільні кормороздавачі працюють у взаємозв'язку. На тривалість кожної технологічної операції та всього процесу завантаження і роздачі кормів діють випадкові фактори. Для визначення економічно доцільної кількості кормороздавачів, які обслуговують один завантажувач корму, використовують теорію масового обслуговування. Завантажувач і кормороздавачі (рис. 5.1) утворюють одноканальну систему масового обслуговування (СМО) з очікуванням.

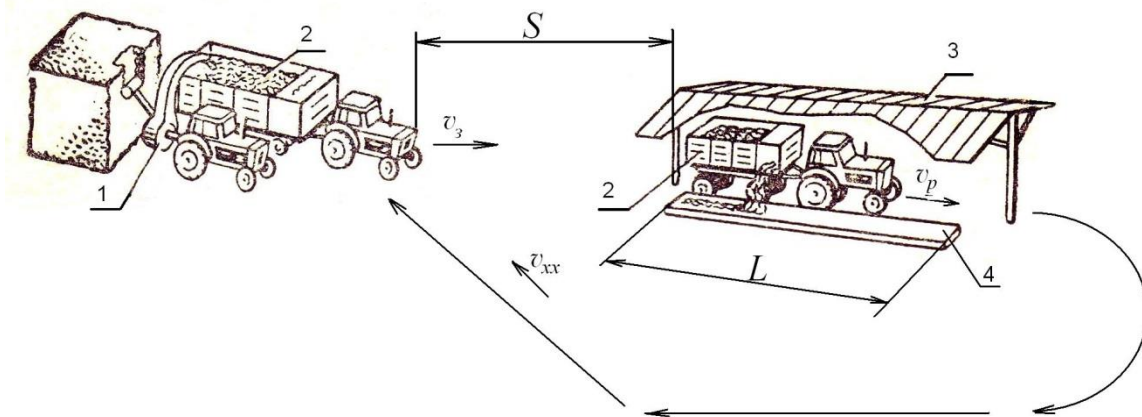


Рис. 5.1. Розрахункова схема системи роздачі кормів мобільними кормороздавачами: 1 – завантажувач кормів; 2 – кормороздавач; 3 – виробниче приміщення; 4 – годівниця.

На завантаження прибуває в середньому λ кормороздавачів за годину

$$\lambda = m/t_u, \quad (5.1)$$

де m – кількість кормороздавачів (її треба визначити у результаті дослідження);

t_u – середня тривалість циклу роботи кормороздавача, год

$$t_u = t_{зав} + t_{п.з.} + t_p + t_{хх}, \quad (5.2)$$

де $t_{зав}$, $t_{п.з.}$, t_p , $t_{хх}$ – середній час відповідно завантаження, руху з кормом, роздачі корму і холостого ходу кормороздавача, год

$$t_{п.з.} = \frac{S}{g_3}, \quad (5.3)$$

де S – відстань від місця завантаження корму до місця роздачі, км (табл.5.1);

g_3 – швидкість руху агрегату з завантаженим кормороздавачем, $g_3 = 10$ км/год.

$$t_p = \frac{L}{g_p}, \quad (5.4)$$

де L – довжина годівниць, у які треба завантажити корм, км (табл. 5.1);
 \mathcal{G}_p – швидкість руху агрегату при роздачі корму, км/год (табл. 5.1).

$$t_{xx} = \frac{S}{\mathcal{G}_{xx}}, \quad (5.5)$$

де \mathcal{G}_{xx} – швидкість руху агрегату з порожнім кормороздавачем, $\mathcal{G}_{xx}=15$ км/год.

Завантажувач може завантажити μ кормороздавачів за годину

$$\mu = \frac{1}{t_{зав}}. \quad (5.6)$$

Продуктивність системи масового обслуговування характеризується показником

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = m \cdot \frac{t_{зав}}{t_{ц}}. \quad (5.7)$$

Середня кількість кормороздавачів, які простоюють,

$$N_{np} = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha}. \quad (5.8)$$

Втрати коштів через простій кормороздавачів

$$B_{\kappa} = C_{\kappa} \frac{\alpha^2}{1 - \alpha}, \quad (5.9)$$

де C_{κ} – втрати від однієї години простою кормороздавача, $C_{\kappa}=20$ грн.

Втрати коштів через простій завантажувача

$$B_3 = C_3(1 - \alpha), \quad (5.10)$$

де C_3 – втрати від однієї години простою завантажувача кормів, $C_3=15$ грн.

Сумарні втрати коштів через простій кормороздавачів та завантажувача

$$B(\alpha) = C_{\kappa} \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} + C_3(1 - \alpha). \quad (5.11)$$

Оптимальну кількість кормороздавачів, яка забезпечить мінімальні втрати коштів, можливо визначити, взявши похідну від функції (5.11) по α , прирівнявши її до нуля і визначивши значення $\alpha_{opt} < 1$ (умова функціонування СМО з очікуванням). Ці перетворення можна виконати вручну або з використанням програми в системі Mathcad, яка наведена далі.

Оптимальна кількість кормороздавачів

$$m_{opt} = \alpha_{opt} \frac{t_{ц}}{t_{зав}}. \quad (5.12)$$

Таблиця 5.1

Індивідуальні варіанти умов задачі для дослідження системи завантаження та роздачі кормів мобільними кормороздавачами

№ варіанту	$t_{зав}$, год	S , км	L , км	g_p , км/год	№ варіанту	$t_{зав}$, год	S , км	L , км	g_p , км/год
1	0,3	1	0,1	1,0	17	0,5	1	0,1	1,4
2	0,3	1	0,1	1,2	18	0,5	1	0,1	1,6
3	0,3	1	0,12	1,0	19	0,5	1	0,12	1,4
4	0,3	1	0,12	1,2	20	0,5	1	0,12	1,6
5	0,3	0,8	0,1	1,0	21	0,5	0,8	0,1	1,4
6	0,3	0,8	0,1	1,2	22	0,5	0,8	0,1	1,6
7	0,3	0,8	0,12	1,0	23	0,5	0,8	0,12	1,4
8	0,3	0,8	0,12	1,2	24	0,5	0,8	0,12	1,6
9	0,4	1	0,1	1,0	25	0,2	0,6	0,08	1,7
10	0,4	1	0,1	1,2	26	0,2	0,6	0,08	1,9
11	0,4	1	0,12	1,0	27	0,2	0,6	0,1	1,7
12	0,4	1	0,12	1,2	28	0,2	0,6	0,1	1,9
13	0,4	0,8	0,1	1,0	29	0,2	0,8	0,08	1,7
14	0,4	0,8	0,1	1,2	30	0,2	0,8	0,08	1,9
15	0,4	0,8	0,12	1,0	31	0,2	0,8	0,1	1,7
16	0,4	0,8	0,12	1,2	32	0,2	0,8	0,1	1,9

Зміст звіту

1. Розрахунок часу циклу t_y згідно заданого варіанту.
2. Результати диференціювання функції (5.11) та розв'язку рівняння $\frac{dB(\alpha)}{d\alpha} = 0$ відносно α або роздрукування результатів обчислень за програмою.
3. Визначення оптимальної кількості кормороздавачів.
4. Визначення мінімальних втрат коштів через простій кормороздавачів та завантажувача.

Література

1. Проектування технологічних процесів у тваринництві : підручник. / І.І. Ревенко, В.С. Хмельовський, О.О. Заболотько та ін.– К. : ЦП «Компринт», 2018. – 292 с.

Дослідження системи роздачі кормів мобільними кормороздавачами студента гр.МС98 Заінчовського

- $S := 0.5$ - відстань від сховища кормів до тваринницького приміщення, км
 $t_{зав} := 0.8$ - середня тривалість завантаження кормороздавача, год
 $L := 0.12$ - довжина годівниць, км
 $C_{зав} := 20$ - втрати від простою завантажувача, грн/год
 $C_k := 16$ - втрати від простою кормороздавача, грн/год
 $V_m := 10$ - середня швидкість руху завантаженого кормороздавача, км/год
 $V_p := 1.6$ - середня швидкість руху при роздачі кормів у годівниці, км/год
 $V_{xx} := 15$ - середня швидкість руху розвантаженого кормороздавача, км/год

Тривалість циклу роботи кормороздавача

$$t_{ц} := \frac{S}{V_m} + \frac{L}{V_p} + \frac{S}{V_{xx}} + t_{зав} \quad t_{ц} = 0.958$$

Втрати коштів через простій завантажувача та кормороздавачів

$$C(\alpha) := \left[C_{зав} \cdot (1 - \alpha) + C_k \cdot \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \right]$$

Визначаємо оптимальне значення α

$$\frac{d}{d\alpha} C(\alpha) \rightarrow -20 + 32 \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha} + 16 \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha)^2} \text{ solve, } \alpha \rightarrow \left(\frac{1}{3} \right)$$

Вибираємо значення $\alpha < 1$, яке відповідає умові роботи СМО з чеканням

$$\alpha := \frac{1}{3}$$

Визначаємо оптимальну кількість кормороздавачів

$$m := \alpha \cdot \frac{t_{ц}}{t_{зав}} \quad m = 0.399$$

Висновок: для забезпечення мінімальних втрат коштів при завантаженні, транспортуванні і роздачі кормів на тваринницькій фермі достатньо використати один кормороздавач.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №6

Створення ймовірнісної ММ сівби насіння висівним апаратом точного висіву

Метою створення математичної моделі процесу однозернового дозування є дослідження впливу радіуса насінин, радіуса присмоктувального отвору, форми та геометричних параметрів його поверхні на якість розподілу насінин по довжині рядка та визначення раціональних параметрів присмоктувального отвору.

Модель імітує процес відокремлення насінин, розміри яких розподілені за нормальним усіченим законом [1], від поверхні присмоктувального отвору з циліндричною поверхнею (індекс $i=1$) (рис. 6.1, а), конічною поверхнею ($i=2$) (рис. 6.1, б) та тороїдальною поверхнею ($i=3$) (рис. 6.1, в).

У програмі моделювання, створеній у системі MathCAD для формування вектора радіусів насінин $r_{сем}$ використано функцію **rnorm**, яка генерує N випадкових нормально розподілених чисел.

Основні математичні залежності, необхідні для створення математичної моделі, виведено у [1].

Для кожного значення $r_{сем}$ алгоритмом передбачено розрахунок таких величин:

- а) початкові кути при русі насінин по кожній з трьох форм поверхні $(\tau_0, \eta_0, \eta_{ок})$;
- б) кути, які показують положення насінин в момент відокремлення від поверхні $(\tau_{отд}, \eta_{отд}, \eta_{отд.к})$;
- г) проекції швидкості насінин в момент відокремлення на осі координат $(\mathcal{G}_{ox}, \mathcal{G}_{oy}, \mathcal{G}_{oz})$;
- д) координати центра мас насінини у системі координат $O x y z$, пов'язаній з центром висівного диска $(x_{отд}, y_{отд}, z_{отд.})$;
- е) час падіння насінини на дно борозни;
- ж) інтервал між сусідніми насінинами на дні борозни x_p .

У результаті статистичної обробки отриманого вектора x_p визначаються середнє вибіркоче значення інтервалу між насінинами $(x_{гср}, x_{ксп}, x_{тсп})$ та середньоквадратичне відхилення інтервалів для присмоктувального отвору з гострою кромкою σ_r , конічної σ_k та тороїдальної σ_t поверхонь. Останній показник обрано критерієм рівномірності розподілу насінин по довжині рядка.

Багаторазове повторення математичного експерименту дозволить отримати залежності $\sigma_r=f_1(r_{сем\ cp})$, $\sigma_k=f_2(r_{сем\ cp})$, $\sigma_t=f_3(r_{сем\ cp})$, $\sigma_r=f_4(r_{омв})$, $\sigma_k=f_5(r_{омв})$, $\sigma_t=f_6(r_{омв})$, $\sigma_k=f_7(\gamma)$, $\sigma_t=f_3(r_\phi)$ та інші, які необхідні для визначення раціональних параметрів присмоктувального отвору.

Зміст звіту

1. Внести зміни у вихідні дані задачі за умовами свого варіанту (табл.6.1).
2. Визначити функції кожного оператора програми.
3. Проаналізувати отриманий результат.

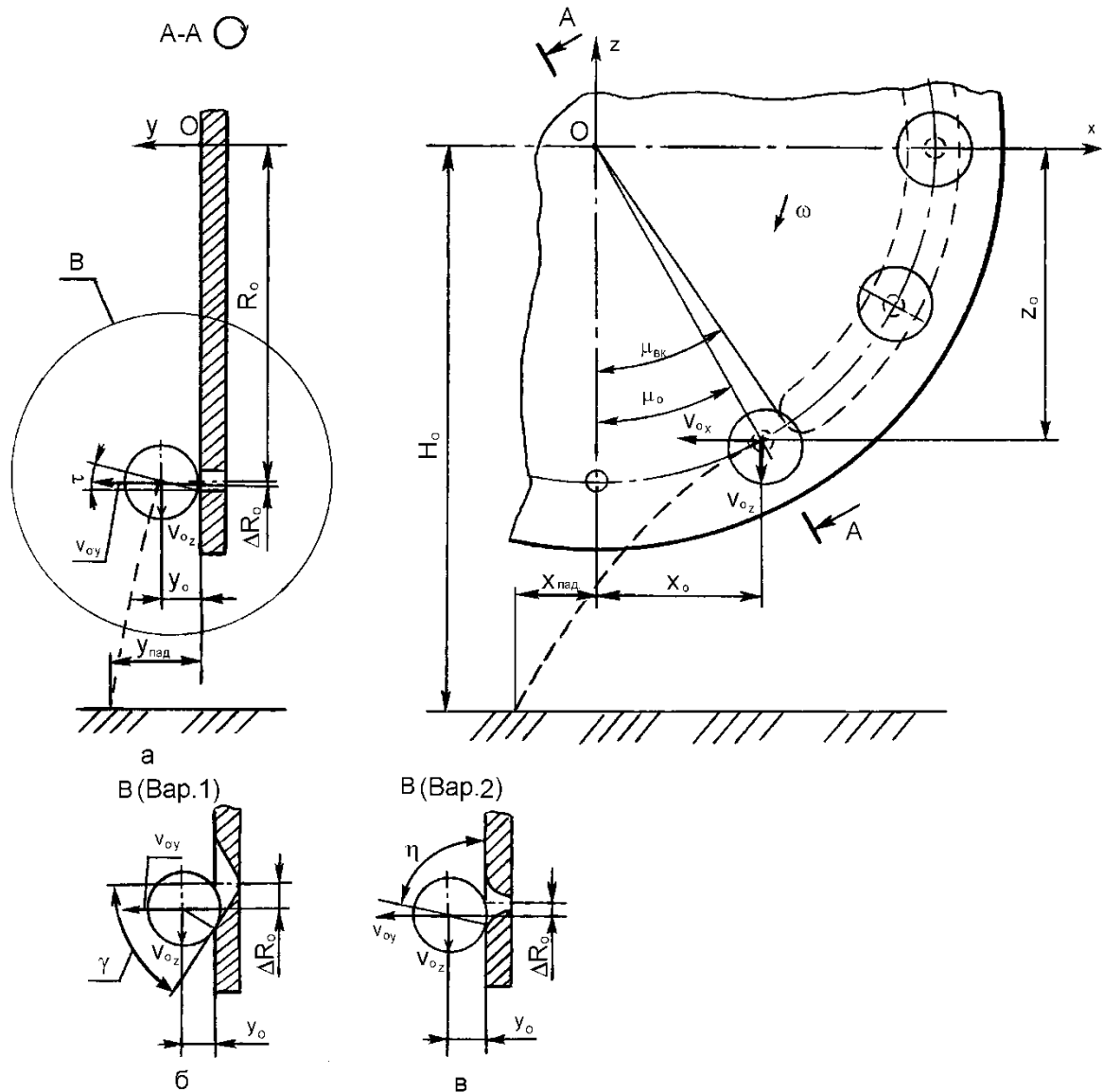


Рис. 6.1. Схема процесу відокремлення насінини від присмоктувального отвору та падіння на дно борозни: а – від циліндричної поверхні; б – від конічної поверхні; в – від тороїдальної поверхні.

Література

1. Амосов В.В. Аналіз процесу відокремлення насінин від присмоктувальних отворів вакуумного пневмомеханічного висівного апарата // Техніка в с.-г. виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація: Зб. наук. пр. Кіровоград. нац. техн. ун-ту. – Кіровоград: КНТУ, 2004.–Вип. 15.– С. 438–444.

Таблиця 6.1

Індивідуальні варіанти умов задачі для визначення раціональних параметрів присмоктувального отвору

№ варіанту	$r_{сеп\ ср}$ м	$r_{отв}$ м	γ , рад	$r_{ф}$, м	№ варіанту	$r_{сеп\ ср}$ м	$r_{отв}$ м	γ , рад	$r_{ф}$, м
1	0,003	0,001	1	0,001	17	0,003	0,001	1	0,001
2	0,003	0,001	1	0,0012	18	0,003	0,001	1	0,0012
3	0,003	0,001	0,8	0,001	19	0,003	0,001	0,8	0,001
4	0,003	0,001	0,8	0,0012	20	0,003	0,001	0,8	0,0012
5	0,003	0,0005	1	0,001	21	0,003	0,0005	1	0,001
6	0,003	0,0005	1	0,0012	22	0,003	0,0005	1	0,0012
7	0,003	0,0005	0,8	0,001	23	0,003	0,0005	0,8	0,001
8	0,003	0,0005	0,8	0,0012	24	0,003	0,0005	0,8	0,0012
9	0,002	0,001	1	0,001	25	0,002	0,001	1	0,001
10	0,002	0,001	1	0,0012	26	0,002	0,001	1	0,0012
11	0,002	0,001	0,8	0,001	27	0,002	0,001	0,8	0,001
12	0,002	0,001	0,8	0,0012	28	0,002	0,001	0,8	0,0012
13	0,002	0,0005	1	0,001	29	0,002	0,0005	1	0,001
14	0,002	0,0005	1	0,0012	30	0,002	0,0005	1	0,0012
15	0,002	0,0005	0,8	0,001	31	0,002	0,0005	0,8	0,001
16	0,002	0,0005	0,8	0,0012	32	0,002	0,0005	0,8	0,0012

Програма математичного моделювання процесу однозернового дозування

Вихідні дані:

Кутова швидкість обертання диска, 1/с	$\omega := 10$
Радіус кола пристактувальних отворів, м	$R_o := 0.06$
Радіус пристактувального отвору, м	$r_{отв} := 0.001$
Кут закінчення факумної камери	$\mu_{вк} := \frac{\pi}{6}$
Висота осі диска над дном боразни, м	$H_o := 0.2$
Прискорення сили тяжіння, м/с ²	$g_o := 9.81$
Максимальний діаметр кінчного отвору, м	$d_{max} = 0.0049$
Кут між віссю та твірною кінчного отвору	$\gamma := \frac{\pi}{3}$
Коефіцієнт, який враховує момент інерції кулі	$\epsilon_{м} := \frac{5}{7}$
Радіус фаски, м	$r_{ф} = 0.001$
Коефіцієнт тертя насінини по поверхні отвору	$k_{тр} = 0.4$
Кількість отворів висхідного диска	$z := 30$
Швидкість руху сівалки, м/с	$v_m := 2$
Кількість інтервалів моделювання	$N = 1000$

Розрахунок

Відокремлення насінини від гострої кромки отвору

$$r_{сем} = \text{rnorm}(N, 0.003, 0.00045) \quad \text{ORIGIN} := 1$$

$$k := 1..N$$

$$\nu_k := \frac{r_{отв}}{r_{сем_k}}$$

$$\tau_{о_k} := \text{asin}(\nu_k) \quad \tau_{отд_k} := \text{asin}\left(2 \cdot \frac{\nu_k}{3}\right)$$

$$t_{о1,k} := \int_{\tau_{о_k}}^{\tau_{отд_k}} \frac{1}{\sqrt{98.1 \cdot \frac{(\nu_k - \sin(\tau))^2}{7 \cdot r_{сем_k}}}} d\tau$$

$$v_{c_{1,k}} := \sqrt{10 \cdot g \cdot \frac{r_{OTB}}{21}} \quad \Delta R_{U_{1,k}} := r_{CEM_k} \cdot (\cos(\tau_{U_k}) - \cos(\tau_{UIM_k})) \quad \alpha_{1,k} := \tau_{UIM_k}$$

$$v_{c_{2,k}} := \text{if} \left[d_{\text{max}} \geq 2 \cdot r_{CEM_k} \cdot \cos(\gamma), \sqrt{g \cdot \epsilon \cdot (d_{\text{max}} - 2 \cdot r_{CEM_k} \cdot \cos(\gamma))}, \sqrt{5 \cdot g \cdot \frac{d_{\text{max}}}{21}} \right]$$

$$\nu_{k_k} := \frac{d_{\text{max}}}{2 \cdot r_{CEM_k}} \quad \tau_{U_k} := \text{asin}(\nu_{k_k}) \quad \tau_{UIM_k} := \text{asin}\left(2 \cdot \frac{\nu_{k_k}}{3}\right)$$

$$t_{U_{2,k}} := \text{if} \left[d_{\text{max}} \geq 2 \cdot r_{CEM_k} \cdot \cos(\gamma), \sqrt{\frac{(d_{\text{max}} - 2 \cdot r_{CEM_k} \cdot \cos(\gamma))}{g \cdot \epsilon}} \cdot \frac{1}{\sin(\gamma)}, \int_{\tau_{Ok_k}}^{\tau_{OIM_k}} \frac{1}{\sqrt{\left(98.1 \cdot \frac{|\nu_{k_k} - \sin(\tau)|}{7 \cdot r_{CEM_k}}\right)}} d\tau \right]$$

$$\alpha_{2,k} := \text{if} \left(d_{\text{max}} \geq 2 \cdot r_{CEM_k} \cdot \cos(\gamma), \gamma, \tau_{UIM_k} \right)$$

$$\Delta R_{U_{2,k}} := \text{if} \left[d_{\text{max}} \geq 2 \cdot r_{CEM_k} \cdot \cos(\gamma), 0.5 \cdot d_{\text{max}} - r_{CEM_k} \cdot \sin(\gamma), r_{CEM_k} \cdot (\cos(\tau_{U_k}) - \cos(\tau_{UIM_k})) \right]$$

$$y_{U_{2,k}} := \text{if} \left(d_{\text{max}} \geq 2 \cdot r_{CEM_k} \cdot \cos(\gamma), r_{CEM_k} \cdot \cos(\gamma), r_{CEM_k} \cdot \cos(\tau_{UIM_k}) \right)$$

$$y_{U_{1,k}} := r_{CEM_k} \cdot \cos(\tau_{UIM_k}) \quad \eta_{O_k} := \text{acos} \left[\frac{(r_{OTB} + r_{\phi})}{r_{CEM_k} + r_{\phi}} \right]$$

$$\eta_{KAK_k} := \text{acos} \left[2 \cdot \epsilon \cdot \frac{k_{TP}}{\sqrt{(1 + 2 \cdot \epsilon)^2 \cdot k_{TP}^2 + (1 - \epsilon)^2}} \right] - \text{atan} \left[\frac{(1 - \epsilon)}{k_{TP} \cdot (1 + 2 \cdot \epsilon)} \right]$$

$$\eta_{UIM_k} := \text{acos} \left(2 \cdot \epsilon \cdot \frac{\cos(\eta_{O_k})}{1 + 2 \cdot \epsilon} \right)$$

$$t_{Ok_k} := \text{if} \left[\eta_{O_k} < \eta_{KAK_k}, \sqrt{\frac{(r_{CEM_k} + r_{\phi})}{2 \cdot \epsilon \cdot g}} \cdot \int_{\eta_{O_k}}^{\eta_{OIM_k}} \frac{1}{\sqrt{\cos(\eta_{O_k}) - \cos(\eta)}} d\eta, 0 \right]$$

$$F_{\text{sw}}(r, \eta) := 2 \cdot \frac{g \cdot [3 \cdot k_{TP} \cdot \sin(\eta) + (1 - 2 \cdot k_{TP}^2) \cdot \cos(\eta)]}{(r + r_{\phi}) \cdot (1 + 4 \cdot k_{TP}^2)} \quad +$$

$$t_{oc_k} := \text{if} \left[\eta_{o_k} > \eta_{kay_k}, \int_{\eta_{o_k}}^{\eta_{отд_k}} \frac{1}{\sqrt{F(r_{cem_k}, \eta_{o_k}) \cdot \exp[2 \cdot k_{TP} \cdot (\eta - \eta_{o_k})] - F(r_{cem_k}, \eta)}} d\eta, 0 \right]$$

$$t_{o_{3,k}} := t_{ok_k} + t_{oc_k} \quad \alpha_{3,k} := \frac{7}{4} \cdot \eta_{отд_k}$$

$$v_{cc_{3,k}} := \sqrt{F(r_{cem_k}, \eta_{o_k}) \cdot \exp[2 \cdot k_{TP} \cdot (\eta_{отд_k} - \eta_{o_k})] - F(r_{cem_k}, \eta_{отд_k})}$$

$$v_{c_{3,k}} := \text{if} \left[\eta_{o_k} < \eta_{kay_k}, \sqrt{\varepsilon \cdot g \cdot (\cos(\eta_{o_k}) - \cos(\eta_{отд_k})) \cdot (r_{cem_k} + r_{\phi})}, v_{cc_{3,k}} \right]$$

$$\Delta R_{o_{3,k}} := (r_{cem_k} + r_{\phi}) \cdot (\cos(\eta_{o_k}) - \cos(\eta_{отд_k})) \quad y_{o_{3,k}} := (r_{cem_k} + r_{\phi}) \cdot \sin(\eta_{отд_k}) - r_{\phi}$$

$$i := 1..3$$

$$\mu_{o_{i,k}} := \mu_{BK} - \omega \cdot t_{o_{i,k}} \quad v_{d_{i,k}} := \omega \cdot (R_o + \Delta R_{o_{i,k}}) \quad x_{o_{i,k}} := (R_o + \Delta R_{o_{i,k}}) \cdot \sin(\mu_{o_{i,k}})$$

$$z_{o_{i,k}} := (R_o + \Delta R_{o_{i,k}}) \cdot \cos(\mu_{o_{i,k}}) \quad v_{ox_{i,k}} := v_{c_{i,k}} \cdot \cos(\alpha_{i,k}) \cdot \sin(\mu_{o_{i,k}}) - v_{d_{i,k}} \cdot \cos(\mu_{o_{i,k}})$$

$$v_{oy_{i,k}} := v_{c_{i,k}} \cdot \sin(\alpha_{i,k}) \quad v_{oz_{i,k}} := -(v_{c_{i,k}} \cdot \cos(\alpha_{i,k})) \cdot \cos(\mu_{o_{i,k}}) - v_{d_{i,k}} \cdot \sin(\mu_{o_{i,k}})$$

$$t_{пад_{i,k}} := \frac{\left[\sqrt{(v_{oz_{i,k}})^2 + 2 \cdot g \cdot (H_o - z_{o_{i,k}}) - v_{oz_{i,k}}} \right]}{g}$$

$$x_{пад_{i,k}} := x_{o_{i,k}} - v_{ox_{i,k}} \cdot t_{пад_{i,k}}$$

$$x_{нас_i} := 2 \cdot \pi \cdot \frac{v_m}{\omega \cdot z}$$

$$x_{p_{i,k}} := \text{if} \left(k < 2, x_{нас_i} \cdot x_{нас_i} + x_{пад_{i,k-1}} - x_{пад_{i,k}} \right)$$

$$V_{\Gamma_k} := x_{p_{1,k}} \quad V_{K_k} := x_{p_{2,k}} \quad V_{T_k} := x_{p_{3,k}}$$

$$x_{\Gammacp} := \text{mean}(V_{\Gamma}) \quad \sigma_{\Gamma} := \text{stdev}(V_{\Gamma})$$

$$x_{\Gammacp} = 0.042 \quad \sigma_{\Gamma} = 8.143 \times 10^{-4}$$

$$x_{\Gammacp} := \text{mean}(V_{\Gamma}) \quad \sigma_{\Gamma} := \text{stdev}(V_{\Gamma})$$

$$x_{\Gammacp} = 0.041888 \quad \sigma_{\Gamma} = 1.305 \times 10^{-4}$$

$$x_{Kcp} := \text{mean}(V_K) \quad \sigma_K := \text{stdev}(V_K)$$

$$x_{Kcp} = 0.041888 \quad \sigma_K = 1.64 \times 10^{-4}$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 7

Графічне представлення результатів експерименту

Графічне представлення результатів експерименту значно полегшує їх аналіз. Сучасні програмні комплекси, призначені для обробки результатів експериментальних досліджень, дозволяють обрати найрізноманітніші форми їх графічного відображення. Серед них провідне місце займають двовимірні (2Д) та тривимірні (3Д) графіки та діаграми. З метою підвищення їх наочності розроблено рекомендації для їх виконання.

Виконання діаграм (графіків)

При виконанні діаграм використовують прямокутну і полярну систему координат, які наведені на рисунках 7.1 та 7.2 відповідно.

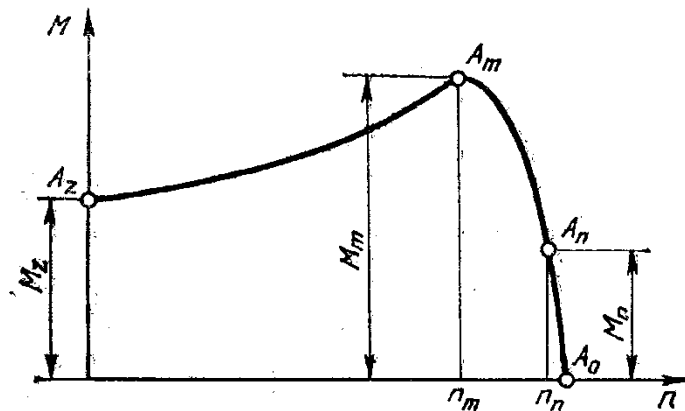


Рисунок 7.1 – Прямокутна система координат

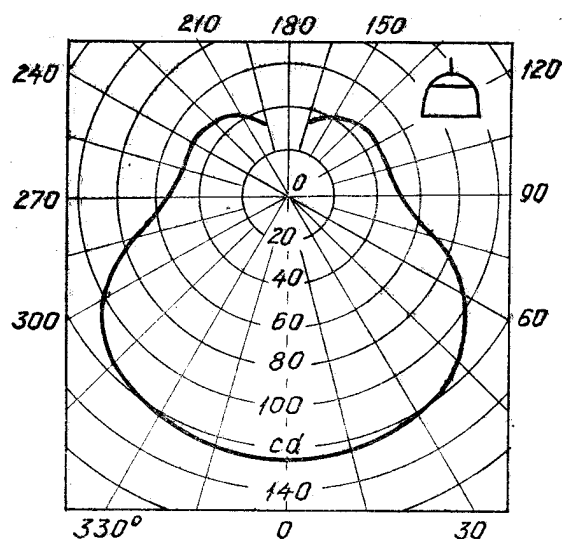


Рисунок 7.2 – Полярна система координат

В прямокутній системі координат незалежну змінну, як правило, необхідно відкласти на горизонтальній осі (осі абсцис).

Позитивні значення величин відкладають на осях, як правило, вправо і вгору від точки початку відліку (рис.7.3). При виконанні діаграм в системі трьох координат (просторовій) функціональні залежності слід зображати у вигляді аксонометричної проекції за ДСТУ ГОСТ 2.317:2014 (рис. 7.4).

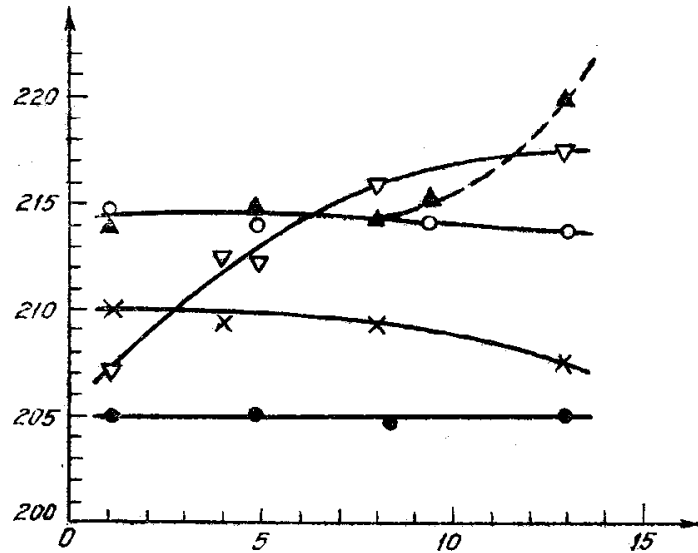


Рисунок 7.3 – Відкладання позитивних величин на осях системи координат

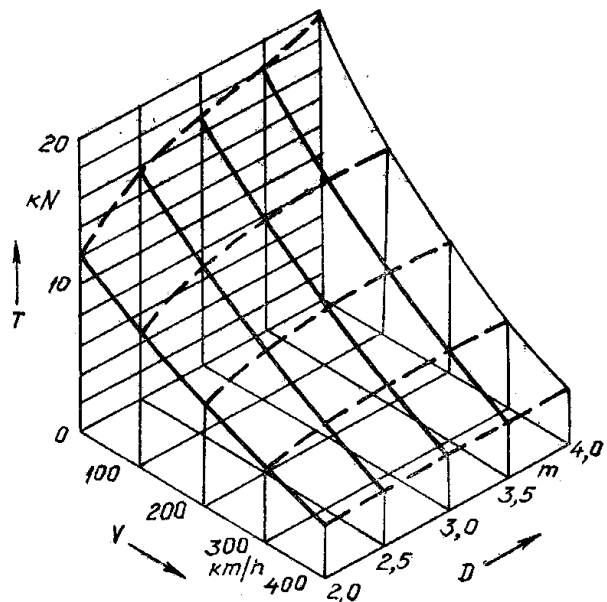


Рисунок 7.4 – Система трьох координат

У полярній системі координат початок відліку кутів (кут 0°) повинен знаходитися на горизонтальній або вертикальній осі. Позитивний напрямок кутових координат повинен відповідати напрямку обертання проти годинникової стрілки.

Значення величин, пов'язаних функціональною залежністю, яка зображується, відкладають на осях координат, які використовуються у вигляді шкал (рис. 7.5). В діаграмах, які зображують декілька функцій різних

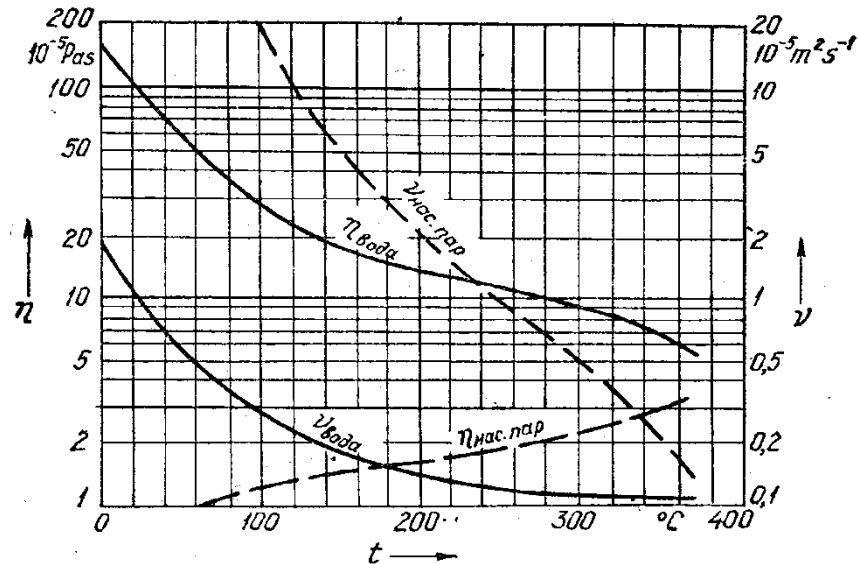


Рисунок 7.5 – Використання осей координат у вигляді шкал

змінних, а також в діаграмах, в яких одна і та ж змінна повинна бути виражена одночасно в різних одиницях, допускається використовувати в якості шкал координатні осі, лінії координат на сітці, що обмежують поля діаграми, а також прямі, які розташовані паралельно координатним осям (рис. 7.6)

Координатні осі, які використовуються в якості шкал значень величин, що зображуються, повинні бути розділені на графічні інтервали одним із наступних способів: координатною сіткою (рис. 7.5); ділильними штрихами (рис. 7.3); сполученням координатної сітки і ділильних штрихів (рис. 7.6).

Ділильні штрихи, що відповідають кратним графічним інтервалам, допускається подовжувати.

Допускається осі координат завершувати стрілками, які вказують напрямок зростання значень величин. Їх наносять за межами шкал (рис. 7.3). Допускаються самостійні стрілки, які наносяться після позначення величини – паралельно осі координат (рис. 7.5).

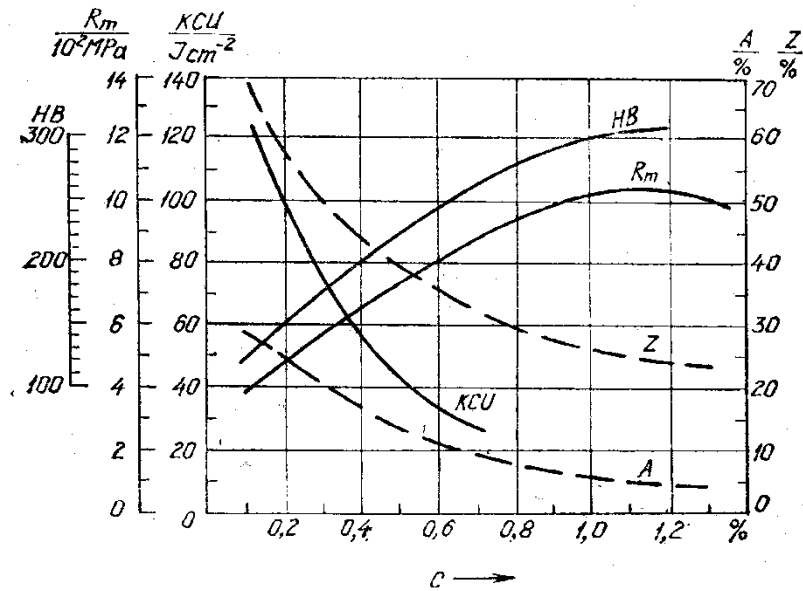


Рисунок 7.6 – Використання осей і сітки у вигляді шкал

Рядом з поділками сітки або ділильними штрихами, які відповідають початку і закінченню шкали, повинні бути вказані відповідні числа (значення величин). Якщо початком відліку шкал є нуль, його вказують один раз в точці перетину шкал.

Числа у шкал слід розташовувати горизонтально поза полем діаграми. В окремих випадках дозволяється наносити числа у шкал в межах поля діаграми.

Діаграми виконують лініями за ГОСТ 2.303.

Осі координат і шкал, що обмежують поле, виконують товстою суцільною лінією (s). Лінії координатної сітки і ділильні штрихи виконують суцільною тонкою лінією (від $s/3$ до $s/2$). Зображення функціональної залежності виконують основною лінією товщиною $2s$.

Якщо в одній діаграмі зображуються дві і більше функціональні залежності, то допускається виконувати їх лініями різних типів.

Характерні точки ліній функціональної залежності (тобто позначені числами, буквами, символами) допускається позначати кружками (рис. 7.1).

Точки діаграми, які отримані вимірюванням або розрахунками позначають графічно (кружком, хрестиком тощо). Позначення таких точок повинно бути пояснено під діаграмою або на вільному місці поля діаграми.

Викладені вище рекомендації не є обов'язковими до виконання на території України та призначені для вибору найбільш наочного способу зображення результатів моделювання.

Правила виконання графіків і діаграм у прикладних програмах для

математичного моделювання можуть відрізнятися від рекомендованих. Отримані зображення необхідно копіювати «як є» і вставляти у власні документи.

Приклад 7.1. Побудувати 3D-зображення (в системі трьох координат) залежності (математичної моделі), отриманої експериментально-статистичним методом.

Рівняння регресії на основі отриманих експериментальних даних має вигляд

$$Y = 1,0221 + 0,1043x_1 + 0,3349x_3$$

Вхідні параметри змінюємо в межах: $8 \leq x_1 \leq 16$, $10 \leq x_3 \leq 22$.

Використовуємо для побудови просторового каркасного графіка з кольоровою заливкою крок зміни параметра x_1 $\Delta x_1 = 0,5$, параметра x_3 $\Delta x_3 = 1,0$.

Зміну параметрів організуємо, використовуючи конструкцію *m...n* з підменю «Матрица».

Просторовий графік починаємо будувати, обравши пункт «График поверхности» в підменю «График». Клацаємо правою кнопкою миші, зупинивши курсор у створеній області графіка, обираємо у меню «Свойства». Відмічаємо у підпунктах:

«Общие»: «Периметр», «Показать поле», «График поверхности»;

«Оси»: «Ось X»: «Провести линии», «Автосетка», «Цвет линии», «Толщина линии»=1, «Подпись»=x1, «Показать числа», «Цвет осей», «Толщина осей»=1,5, «Автомасштабирование»;

«Ось Y»: «Провести линии», «Цвет линии», «Число»=4, «Толщина линии»=1, «Подпись»=x3, «Показать числа», «Цвет осей», «Толщина осей»=1,5, «Автомасштабирование»;

«Ось Z»: «Провести линии», «Автосетка», «Цвет линии», «Толщина линии»=1, «Подпись»=Y, «Показать числа», «Цвет осей», «Толщина осей»=1,5, «Автомасштабирование»;

«Оформление»: «График 1»: «Поверхность с заливкой», «Карта цветов», «Каркас», «Толщина»=1, «Сплошной цвет».

Зберігаємо результат, присвоюючи файлу своє ім'я.

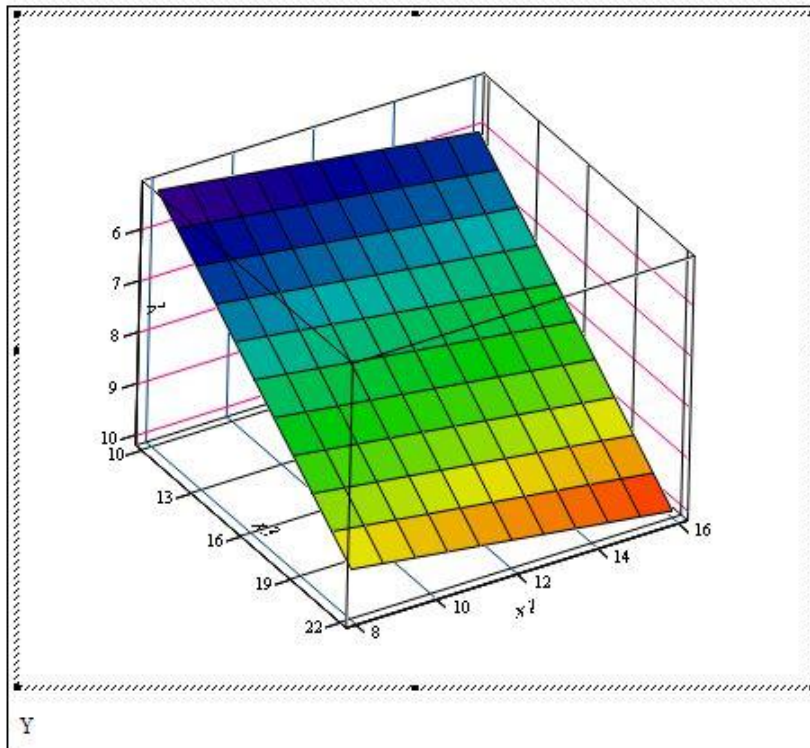
Графічне представлення результатів моделювання

Вхідний параметр x_1 змінюємо в межах від 8 до 16, вхідний параметр x_3 – в межах від 10 до 22

$$x_1 := 8,0, 8,5 \dots 16,0$$

$$x_3 := 10, 11 \dots 22$$

$$Y(x_1, x_3) := 1,0221 + 0,3349 \cdot x_3 + 0,1043 \cdot x_1$$



Таблиця 7.1

Індивідуальні варіанти умов задачі для побудови просторового графіка

№ варіанту	Рівняння регресії	Межі зміни параметрів	
		x_1	x_2
1	$Y = 1,0221 + 0,1043x_1 + 0,3349x_2$	[8; 16]	[10; 22]
2	$Y = 1,44 - 0,13x_1 + 0,26x_2$	[11; 74]	[9; 30]
3	$Y = 0,62 - 0,03x_1 + 0,02x_2$	[1; 2]	[1; 2]
4	$Y = 1,02 + 0,10x_1 + 0,19x_2$	[8; 16]	[0,1; 0,2]
5	$Y = 0,62 + 0,02x_1 + 0,02x_2$	[1; 2]	[8; 16]
6	$Y = 384 - 27x_1 + 23x_2$	[20; 40]	[12; 24]
7	$Y = 384 + 27x_1 + 26x_2$	[20; 40]	[112; 314]
8	$Y = 385 - 25x_1 - 25x_2$	[2; 4]	[8; 30]
9	$Y = 1,44 + 0,13x_1 - 0,26x_2$	[10; 30]	[10; 70]
10	$Y = 3,2 + 0,4x_1 - 0,3x_2$	[1; 2]	[1; 2]

Зміст звіту

1. Знайти і завантажити файл «Exp graf 3D.xmcd».
2. Внести зміни до файлу (коментар, межі зміни параметрів, крок зміни параметрів, рівняння регресії) відповідно до свого варіанту в табл. 7.1 (за узгодженням з викладачем можна ввести дані своєї математичної моделі з двома вхідними параметрами).
3. Зробити копію (можна скріншот) отриманих результатів та вставити у звіт.

Додаток А

3.8. Сушилка с кипящим слоем

В однокамерной сушилке с кипящим слоем происходит процесс непрерывной сушки дисперсного материала (рис. 3.15). В сушилку подается G_1 кг/с влажного материала, имеющего температуру t_1 °С и влажный воздух, содержащий L кг/с абсолютно сухого воздуха. В среде калорифером воздух имеет энтальпию I_0 дж/кг сухого воздуха. После нагрева в калорифере, т.е. на входе в сушилку энтальпия воздуха повышается до I_1 дж/кг сухого воздуха. В сушилке из материала испаряется W кг/с влаги и из сушилки удаляется G_2 кг/с высушенного материала с температурой t_2 °С.

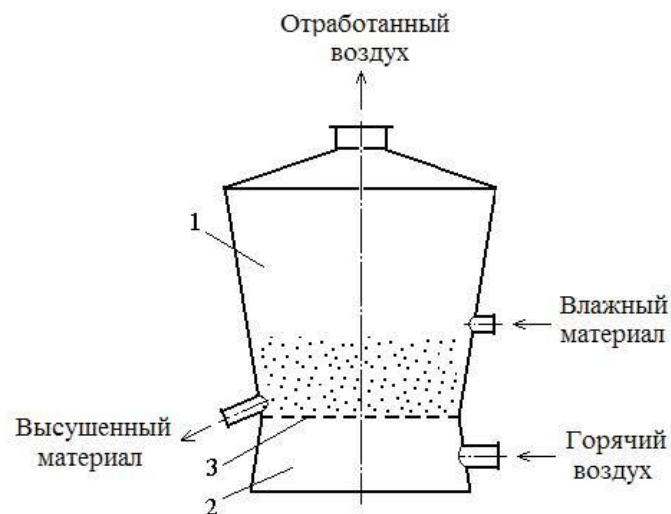


Рис. 3.15. Однокамерная сушилка с кипящим слоем:

1 – сушильная камера; 2 – газовая камера;

3 – газораспределительная решетка

Составим уравнение материального баланса для всего материала:

$$G_1 - G_2 = W, \quad (3.8.1)$$

для абсолютно сухого вещества:

$$G_1 \frac{100 - w_1}{100} = G_2 \frac{100 - w_2}{100}, \quad (3.8.2)$$

для влаги, испаряющейся из материала:

$$Lx_0 + W = Lx_2, \quad (3.8.3)$$

где w_1 , w_2 – начальная и конечная влажность материала, x_0 , x_2 – влагосодержание воздуха до калорифера и после сушилки.

Из уравнения (3.8.1) можно найти количество влаги, удаляемой при сушке:

$$W = G_1 - G_2. \quad (3.8.4)$$

Используя соотношения (3.8.2) и (3.8.4), находим:

$$W = G_1 \frac{w_1 - w_2}{100 - w_2} = G_2 \frac{w_1 - w_2}{100 - w_1}. \quad (3.8.5)$$

Из балансового уравнения (3.8.3) определяем расход абсолютно сухого воздуха на сушку:

$$L = \frac{W}{x_2 - x_0}. \quad (3.8.6)$$

Удельный расход воздуха на испарение из материала 1 кг влаги равен:

$$l = \frac{L}{W} = \frac{1}{x_2 - x_0}. \quad (3.8.7)$$

Составим уравнение теплового баланса сушилки:

$$LI_0 + G_{2c_m} \bar{t}_1 + Wc_v \bar{t}_1 + Q_k = LI_2 + G_{2c_m} \bar{t}_2 + Q_{п}, \quad (3.8.8)$$

где c_m , c_v – удельная теплоемкость высушенного материала и теплоемкость влаги, $Q_{п}$ – потери теплоты в окружающую среду.

Из этого уравнения можно определить общий расход теплоты на сушку:

$$Q_k = L(I_2 + I_0) + G_{2c_m}(\bar{t}_2 - \bar{t}_1) - Wc_v \bar{t}_1 + Q_{п}. \quad (3.8.9)$$

Разделив обе части последнего уравнения на W , получим выражение для расчета удельного расхода теплоты на 1 кг испаренной влаги:

$$q_k = l(I_0 + I_2) + q_m - c_v \bar{t}_1 + q_{п}, \quad (3.8.10)$$

где $l = \frac{L}{W}$, $q_M = \frac{G_2 c_M (\bar{t}_2 - \bar{t}_1)}{W}$ - удельный расход теплоты на нагрев высушиваемого материала, $q_{II} = \frac{Q_{II}}{W}$ - удельные потери теплоты в окружающую среду.

Сформулируем основные допущения модели.

Процесс сушки характеризуется тремя периодами: периодом прогрева материала, периодом постоянной скорости сушки (I период) и периодом падающей скорости сушки (II период). На рис. 3.16 показаны соответственно зависимости изменения влажности (а) и температуры (б) материала от времени процесса. В связи с тем, что расход теплоты в период прогрева материала (по кривой АВ) и его продолжительность в сравнении с расходами теплоты в I и II периоды и их продолжительностью являются незначительными, то расчет периода прогрева материала выполнять не будем. В период постоянной скорости сушки все тепло, подводимое к материалу, затрачивается на поверхностное испарение влаги (прямая ВС). При этом температура материала остается постоянной и равной температуре мокрого термометра t_m . Скорость сушки в этот период лимитируется скоростью поверхностного испарения. В период падающей скорости сушки испарение влаги с поверхности материала замедляется, и его температура начинает повышаться (по кривой CD). В этот период перенос влаги в частице материала лимитируется как внешней, так и внутренней диффузией, а перенос теплоты определяется как внешним, так и внутренним теплообменом. Будем считать, что высушиваемый материал является монодисперсным. Частицы имеют сферическую форму. Структура потоков материала и сушильного агента описывается моделью идеального смешения.

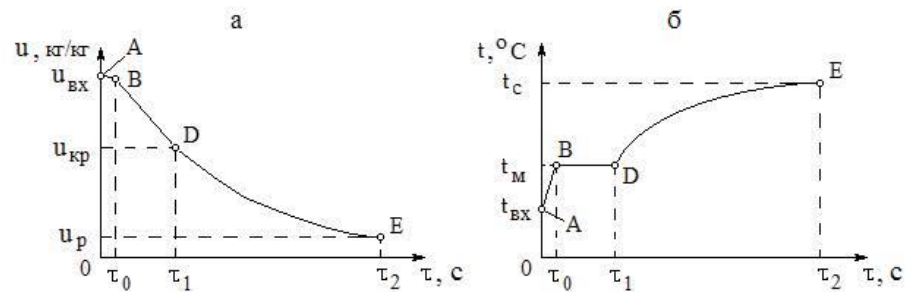


Рис. 3.16. Кривая сушки процесса (а) и температурная кривая материала (б)

Уравнение кривой скорости сушки для первого периода сушки может быть представлено в виде:

$$-\frac{du_{cp}}{d\tau} = N. \quad (3.8.11)$$

Начальное условие к уравнению (2.8.11):

$$u_{cp}|_{\tau=0} = u_{BX}, \quad (3.8.12)$$

где u_{cp} – влагосодержание частицы, u_{BX} – среднее влагосодержание дисперсного материала на входе в сушилку, N – константа скорости сушки.

Решение уравнения (3.8.11) с условием (3.8.13) имеет вид:

$$u_{cp}(\tau) = u_{BX} - N\tau. \quad (3.8.12)$$

В период падающей скорости сушки диффузия влаги из пор к поверхности материала описывается уравнением:

$$\frac{\partial u(r, \tau)}{\partial \tau} = k \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial u(r, \tau)}{\partial r} \right]. \quad (3.8.13)$$

Начальные и граничные условия к уравнению (3.8.13):

$$u(r, \tau)|_{\tau=0} = u_{KP}; \quad (3.8.14)$$

$$\frac{\partial u(r, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad (3.8.15)$$

$$k \frac{\partial u(r, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \beta (u_p - u(r, \tau) \Big|_{r=r_0}). \quad (3.8.16)$$

Уравнение для определения среднего влагосодержания в частице:

$$u_{\text{ср}}(\tau) = \frac{3}{r_0^3} \int_0^{r_0} r^2 u(r, \tau) dr. \quad (3.8.17)$$

Здесь k – коэффициент массопроводности, $u_{\text{кр}}$ и u_p – критическое и равновесное влагосодержание, r – радиальная координата внутри частицы, r_0 – радиус частицы, β – коэффициент массоотдачи в газовой фазе.

Решение системы уравнений (3.8.13) – (3.8.17) имеет вид:

$$u_{\text{ср}}(\tau) = u_{\text{кр}} + (u_p - u_{\text{кр}}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)^2}{\mu_n^2 (\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n)} e^{-\frac{\mu_n^2 k_{\text{эф}} \tau}{r_0^2}}, \quad (3.8.18)$$

где μ_n – корни трансцендентного уравнения:

$$\text{tg} \mu = -\frac{\mu}{\text{Bi}_m - 1}. \quad (3.8.19)$$

Функция распределения частиц на выходе из сушилки по времени пребывания, характеризующая гидродинамику процесса в режиме идеального смешения, имеет вид:

$$f(\tau) = \frac{1}{\tau_0} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}, \quad (3.8.20)$$

где τ_0 – среднее время пребывания.

Среднее влагосодержание частицы на выходе из сушилки может быть найдено по уравнению:

$$u_{\text{вых}} = \int_0^{\tau_{\text{кр}}} u_{\text{ср}}(\tau) f(\tau) d\tau + \int_{\tau_{\text{кр}}}^{\infty} u_{\text{ср}}(\tau) f(\tau) d\tau. \quad (3.8.21)$$

При достаточно большом времени пребывания дисперсного материала в сушилке в правой части решений (3.8.12) и (3.8.18) можно ограничиться только первыми слагаемыми бесконечного ряда. С учетом этого подставим

(3.8.20), а также (3.8.12) и (3.8.18) соответственно в первое и второе слагаемые уравнения (3.8.21). Получаем

$$\begin{aligned}
 u_{\text{ВЫХ}} &= \int_0^{\tau_{\text{кр}}} (u_{\text{ВХ}} - N\tau) \frac{1}{\tau_0} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} d\tau + \\
 &+ u_{\text{Р}} + \int_{\tau_{\text{кр}}}^{\infty} \left[(u_{\text{кр}} - u_{\text{Р}}) A_1 e^{-\frac{\mu_1^2 k \tau}{r_0^2}} \right] \frac{1}{\tau_0} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} d\tau = \\
 &= u_{\text{ВХ}} \left(1 - e^{-\frac{\tau_{\text{кр}}}{\tau_0}} \right) + N \left[e^{-\frac{\tau_{\text{кр}}}{\tau_0}} (\tau_{\text{кр}} + \tau_0) - \tau_0 \right] + u_{\text{Р}} + \\
 &+ \frac{(u_{\text{кр}} - u_{\text{Р}}) A_1}{\frac{\mu_1^2 k \tau_0}{r_0^2} + 1} e^{-\left(\frac{\mu_1^2 k}{r_0^2} + \frac{1}{\tau_0} \right) \tau_{\text{кр}}}, \quad (3.8.22)
 \end{aligned}$$

где $A_1 = \frac{6(\sin \mu_1 - \mu_1 \cos \mu_1)^2}{\mu_1^2 (\mu_1 - \sin \mu_1 \cos \mu_1)}$.

Уравнение (3.8.22) позволяет рассчитать среднее влагосодержание дисперсного материала на выходе из сушилки.

Рассмотрим теперь процесс теплообмена в сушилке. В период прогрева материала его температура возрастает от начальной температуры $t_{\text{вх}}$ до температуры мокрого термометра $t_{\text{м}}$ и остается постоянной до периода падающей скорости сушки. В связи с тем, что при разработке математического описания была принята модель идеального смешения материала в псевдооживленном слое, то можно считать, что начальная температура материала во втором периоде сушки равна температуре мокрого термометра, т.е. $\bar{t}_1 = t_{\text{м}}$.

Изменение температуры частицы материала во втором периоде сушки описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \bar{t}(r, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial \bar{t}(r, \tau)}{\partial r} \right]. \quad (3.8.23)$$

$$\bar{t}(r, \tau) \Big|_{\tau=0} = \bar{t}_1; \quad (3.8.24)$$

$$\frac{\partial \bar{t}(r, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad (3.8.25)$$

$$\lambda \frac{\partial \bar{t}(r, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \alpha \left[t_c - \bar{t}(r, \tau) \Big|_{r=r_0} \right]. \quad (3.8.26)$$

$$\bar{t}_{cp}(\tau) = \frac{3}{r_0^3} \int_0^{r_0} r^2 \bar{t}(r, \tau) dr, \quad (3.8.27)$$

где a – коэффициент температуропроводности, \bar{t} – температура частицы, \bar{t}_1 – начальная температура частицы, t_c температура среды, α – коэффициент теплоотдачи в газовой фазе, λ – коэффициент теплопроводности.

Решение системы уравнений (3.8.23) – (3.8.27) имеет вид:

$$\bar{t}_{cp}(\tau) = \bar{t}_1 + (t_c - \bar{t}_1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6(\sin \sigma_n - \sigma_n \cos \sigma_n)^2}{\sigma_n^2 (\sigma_n - \sin \sigma_n \cos \sigma_n)} e^{-\frac{\sigma_n^2 a \tau}{r_0^2}}, \quad (3.8.28)$$

где σ_n – корни трансцендентного уравнения:

$$\operatorname{tg} \sigma = -\frac{\sigma}{\operatorname{Bi} - 1}. \quad (3.8.29)$$

Для определения температуры материала на выходе из сушилки может быть использовано уравнение:

$$\bar{t}_2 = \int_{\tau_{кр}}^{\infty} f(\tau) \bar{t}_{cp}(\tau) d\tau. \quad (3.8.30)$$

При достаточно большом времени пребывания дисперсного материала в сушилке в правой части решения (3.8.28) можно ограничиться только

первыми слагаемыми бесконечного ряда. С учетом этого подставим (3.8.20) и (3.8.28) в уравнение (3.8.30). Получаем:

$$\bar{t}_2 = \int_{\tau_{кр}}^{\infty} \frac{1}{\tau_0} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} \left[\bar{t}_1 + (t_c - \bar{t}_1) B_1 e^{-\frac{\sigma_1^2 a \tau}{r_0^2}} \right] d\tau = \bar{t}_1 + \frac{(t_c - \bar{t}_1) B_1}{\frac{\sigma_1^2 a \tau_0}{r_0^2} + 1} e^{-\left(\frac{\sigma_1^2 a}{r_0^2} + \frac{1}{\tau_0} \right) \tau_{кр}}, \quad (3.8.31)$$

$$\text{где } B_1 = \frac{6(\sin \sigma_1 - \sigma_1 \cos \sigma_1)^2}{\sigma_1^2 (\sigma_1 - \sin \sigma_1 \cos \sigma_1)}.$$

Уравнение (3.8.31) позволяет рассчитать среднюю температуру дисперсного материала на выходе из сушилки

ЗМІСТ

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 1. Використання готових ММ СГМ	3
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №2. ММ руху часток по шорстким поверхням	7
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 3. ММ сушіння зерна	13
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4. Задача лінійного програмування	17
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5. Моделювання системи роздачі кормів мобільними кормороздавачами	23
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 6. Створення ймовірнісної ММ сівби насіння висівним апаратом точного висіву	27
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №7. Графічне відображення результатів експерименту	33
ДОДАТКИ	40

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ МАШИН

Методичні рекомендації до виконання практичних робіт
для студентів спеціальності 133 – "Галузеве машинобудування"
освітньо-наукова програма "Галузеве машинобудування"

Укладачі: В.В. Амосов, Д.Ю. Артеменко, С.М. Мороз