

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
АГРОТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ЗАГАЛЬНОГО ЗЕМЛЕРОБСТВА

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ДЛЯ
ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ ПЕРШОГО (БАКАЛАВРСЬКОГО) РІВНЯ
СПЕЦІАЛЬНОСТІ 201 «АГРОНОМІЯ»

Кропивницький, 2023

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
АГРОТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ЗАГАЛЬНОГО ЗЕМЛЕРОБСТВА

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ДЛЯ
ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ ПЕРШОГО (БАКАЛАВРСЬКОГО) РІВНЯ
СПЕЦІАЛЬНОСТІ 201 «АГРОНОМІЯ»

УДК 167:631

Методичні рекомендації до виконання практичних робіт з курсу «Основи наукових досліджень» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальності 201 «Агрономія» / Укл.: М.М. Ковальов, К.В. Васильковська, М.І. Мостіпан – Кропивницький; ЦНТУ, 2023.– 47 с.

Укладачі:

Микола Ковальов, кандидат сільськогосподарських наук, ст. викладач

Катерина Васильковська, кандидат технічних наук, доцент

Микола Мостіпан, кандидат біологічних наук, завідувач кафедри

Рецензент:

Галина Кулик, кандидат сільськогосподарських наук, доцент

Ухвалено
на засіданні кафедри
загального землеробства
Протокол №1 від 31.08.2023 р.

© ЦНТУ, 2023 рік
© М.М. Ковальов;
К.В. Васильковська;
М.І. Мостіпан

2023 рік

ЗМІСТ

	Стор.
Вступ	5
Практична робота № 1 Основи дисперсійного аналізу.	7
Практична робота № 2 Планування схеми польового досвіду	10
Практична робота № 3 Дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного досліджу.	12
Практична робота № 4 Дисперсійний аналіз даних двофакторного вегетаційного досліджу.	18
Практична робота № 5 Дисперсійний аналіз даних однофакторного польового досліджу з однорічними культурами	24
Практична робота № 6 Кореляційний та регресійний аналіз лінійної залежності результатів досліджень	30
Практична робота № 7 Пробіт-аналіз	36
Практична робота № 8 Дисперсійний аналіз даних польових досліджень з використанням ЕОМ.	38
Список використаної літератури	41
Додатки	43

ВСТУП

Метою дисципліни – є надання студентам теоретичних знань і формування професійних умінь стосовно дослідної роботи загалом і в агрономії зокрема.

Компетентності здобувача вищої освіти, сформовані в результаті вивчення курсу.

2.1. Фахові (ФК)

ФК3. Знання та розуміння основних біологічних і агротехнологічних концепцій, правил і теорій, пов'язаних із вирощуванням сільськогосподарських та інших рослин.

ФК5. Здатність оцінювати, інтерпретувати й синтезувати теоретичну інформацію та практичні, виробничі і дослідні дані у галузях сільськогосподарського виробництва.

Передумови для вивчення дисципліни: (структурно-логічна схема підготовки фахівця). Враховуючи послідовність накопичення знань та інформації, дисципліна вивчається після викладання наступних дисциплін:

Ботаніка, введення в спеціальність, генетика, фізіологія рослин та ін..

	Курс					
	I	II	III	IV	V	VI
Дисципліни	Ботаніка Екологія за фаховим спрямуванням Введення в спеціальність	Генетика Фізіологія рослин	Фітопатологія Гербологія Кормо-виробництво і луківництво Рослинництво	Селекція і насінництво польових культур	Система сучасних інтенсивних технологій Еколого-біологічне рослинництво	Прогноз і програмування врожаїв с.-г. культур Світові агротехнології

Основні завдання дисципліни:

- з'ясування ролі аграрної науки у розвитку сільськогосподарського виробництва;

- з'ясування сутності загальнонаукових та спеціальних методів досліджень;
- оволодіння методикою польового досліджу;
- оволодіння методикою планування та проведення досліджень в агрономії;
- оволодіння статистичними методами обробки отриманих результатів дослідження.

Передумови для вивчення дисципліни (структурно-логічна схема підготовки фахівця). Враховуючи послідовність накопичення знань та інформації, дисципліна вивчається після викладання наступних дисциплін:

Ботаніка, введення в спеціальність, генетика, фізіологія рослин, гербологія, рослинництво та ін..

Дисципліни	Курс					
	I	II	III	IV	V	VI
	Ботаніка Екологія за фаховим спрямування м Введення в спеціальніст ь	Генетика Фізіолог ія рослин	Фітопатолог ія Гербологія Кормо- виробництв о і лухівництво Рослинницт во	Селекція і насінництв о польових культур	Система сучасних інтенсивних технологій Еколого- біологічне рослинницт во	Прогноз і програмуван ня врожаїв с.-г. культур Світові агротехно- логії

2.2Результати навчання (РН)

ПРН8. Володіти статистичними методами опрацювання даних в агрономії;

ПРН11. Ініціювати оперативне та доцільне вирішення виробничих проблем відповідно до зональних умов;

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1: Методи розміщення варіантів у дослідях

Мета роботи: Навчитися розміщувати варіанти у досліді систематичним, стандартним та рендомізованим методами, з'ясувати вплив варіювання родючості ґрунту дослідної ділянки на вибір методу розміщення варіантів.

Дослід, експеримент у агрономії - це штучне створення різних умов досліджуваних рослин із єдиною метою виявлення найефективніших варіантів.

Орієнтація та метод розташування ділянок у досліді повинні забезпечувати найбільше охоплення кожним варіантом усієї строкатості дослідної ділянки.

Дотримання цієї вимоги сприяє створенню умов найкращої порівнюваності між варіантами та забезпечує більшу типовість, достовірність результатів та найменшу помилку дослідів.

Метод розміщення - це чергування варіантів на дослідних ділянках залежно від завдань та конкретних умов довкілля (форми ділянки, варіювання родючості ґрунту, напрямки схилу).

Вибір методу розміщення варіантів у польовому досліді залежить від ряду факторів - числа варіантів схеми, технічних умов постановки та проведення дослідів, загальної площі ділянки та неоднорідності ґрунтової родючості, на мінливість якого впливають кліматичні умови, технологія обробки рослини, що вирощуються, раніше вносяться органічні та мінеральні добрива.

Залежно від конфігурації та мікрорельєфу дослідної ділянки, а також складності схеми експерименту вибирають систематичне (послідовне), рендомізоване (випадкове) та стандартне розміщення варіантів.

Систематичний метод передбачає розміщення варіантів у послідовності, записаної у схемі дослідів, або за іншою схемою, але у всіх повтореннях однаково. Даний метод буде ефективним, якщо немає закономірної зміни родючості ґрунту.

При використанні **рендомізованого (випадкового) методу** місце варіантів визначають за таблицею випадкових чисел або жеребом.

Випадковий метод має кілька різновидів: *рендомізовані повторення, латинський квадрат, латинський прямокутник, повна рендомізація, розщеплені*

ділянки, повна рендомізація. Вибір конкретного методу залежить від умов варіювання родючості ґрунту.

При **стандартному методі** біля кожного варіанта (сорт) розміщується контрольний (стандартний) варіант (сорт). Метод ефективний у тих випадках, коли родючість ґрунту значно варіює, що характерно для дерново-підзолистих та солонцевих ґрунтів.

Розміщення стандарту (контролю) через один варіант дослідів називають **ямб-методом**.

Дактиль метод - розміщення стандарту через дві дослідні ділянки.

Літерні позначення величин:

l - Число варіантів; n-число повторностей; N-число ділянок у досліді.

Хід роботи:

I. Завдання.

Розмістити варіанти у досліді, використовуючи різні методи.

1. Стандартно, в 1, 2 або 3 яруси

а. Ямб-методом: l – 4, n – 4; l – 5, n – 4; l – 6, n – 3.

б. Дактиль-методом: l – 5, n – 4; l – 7, n – 3.

2. Систематично ступінчасто і взаємозворотньо в 2 або 3 яруси: l – 4, n – 4; l – 5, n – 4; l – 6, n – 3; l – 7, n – 3

3. Методом рендомізованого повторення: l – 6, n – 4; l – 8, n – 3

4. Методом латинського квадрата: l – 3; 4; 5; 6.

5. Методом латинського прямокутника: l - 8; 9; 12.

6. Методом розщеплених ділянок

а. Двофакторний дослід:

три градації фактора А;

три градації фактора В;

n - 3

б. Трифакторний дослід:

дві градації фактора А;

три градації фактора В;

дві градації фактора С;

$n - 4$

II. Контрольні питання для виконання тестових завдань

1. Що являє собою спосіб розміщення варіантів. Перелічіть основні групи методів.

2. Поясніть особливості систематичного способу розміщення варіантів.

3. Поясніть особливості розміщення варіантів шляхом рендомізації.

4. Поясніть особливості стандартного розміщення варіантів дослідів.

III. Висновок.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №2: Планування схеми польового досвіду

Мета роботи: Ознайомитись з основними етапами планування польових дослідів. Розробка схематичного плану польового дослідів.

Схема дослідів – це перелік логічно підібраних варіантів із певними контролями (стандартами), об'єднаних конкретною темою.

Варіантами називають ті різні умови, за яких вирощують рослини у досліді. Варіанти можуть бути кількісними (دوزи добрив, норми зрошення, площі живлення рослин, глибина оранки) та якісні (сорт культури, типи ґрунтів, форми добрив). Підбираючи варіанти у схему дослідів необхідно забезпечити їх оптимальне число для конкретної теми та умов досвіду.

Перед складанням схем дослідів висувають робочу гіпотезу, що одна із головних методологічних інструментів організації процесу дослідження. Гіпотеза повинна задовольняти наступним вимогам: мати перевіряємість, певну передбачуваність та логічну несуперечність.

Перевіряємість - одне з логічних вимог, виконання якого дозволяє висунути (але не прийняти) гіпотезу.

Передбачуваність гіпотези є спонукальним мотивом до постановки та проведення дослідження.

Логічна несуперечність гіпотези - це означає, що вона повинна суперечити накопиченим фактам.

Робоча гіпотеза - це наукове припущення про розвиток явищ, на якому ґрунтується пояснення очікуваних у поставленому досліді результатів.

Хід роботи:

I. Завдання.

Зробіть схематичний план польового дослідів:

1. На тему дипломної роботи напишіть схему дослідів.
2. Виділіть контрольний варіант, повторність та загальну кількість ділянок.
3. Визначте площу ділянки, погодьте ширину та довжину, ширину захисних смуг та стежок.
4. Виберіть спосіб розміщення дослідних ділянок.

5. Накресліть схематичний план польового досліду.
6. Знайдіть площу, зайняту ділянками та загальну площу під досвідом.

II. Контрольні питання для виконання тестових завдань.

1. Перерахуйте основні елементи методики польового досвіду.
2. За якими параметрами вибирається кількість варіантів та кількість контролів?
3. Як визначають площу, форму та орієнтацію ділянок?
4. Повторність, розміщення повторень чи блоків, ділянок та варіантів.
5. Які основні вимоги висуваються до схеми досвіду? Концепція кривої відгуку.

III. Висновок.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3 Однофакторний вегетаційний дослід.

Суть дисперсійного аналізу: У польовому досліді, розміщеному методом рендомізованих повторень, урожай змінюється залежно від варіантів, повторень, а також від випадкових причин – неврахованої зміни умов навколишнього середовища або індивідуальної мінливості самих рослин. Останні дві причини також впливають на помилки досліді. Англійський математик Р. Фішер виразив ці зміни сумами квадратів таких розсіювань: варіантів – C_V ; повторень – C_P ; помилки – C_Z . Їх сума і є сумою квадратів загального розсіювання (C_Y). Тоді $C_Y = C_V + C_P + C_Z$.

Для кожного розсіювання обчислюють число ступенів свободи (γ):

варіантів - $\gamma_v = l - 1$;

повторень - $\gamma_P = n - 1$;

помилки - $\gamma_Z = (l - 1)(n - 1)$;

загального розсіювання – $N - 1$;

де $N = l \cdot n$, (l – кількість варіантів, n – кількість повторень). Діленням певної суми квадратів відхилень на число ступенів свободи отримують дисперсію – S^2 . Дисперсія – це розсіювання даних досліді і розчленування загального варіювання врожаю чи інших показників на складові частини. Звідси і назва методу – дисперсійний аналіз. Найбільш застосовувані дисперсія варіантів (S^2_v) та дисперсія помилки (S^2_Z), яку ще називають дисперсією залишку. Співвідношення цих двох дисперсій є тим основним критерієм, що має змогу дати загальну оцінку достовірності різниці між середніми арифметичними або загальну оцінку достовірності досліді. Цей критерій позначають першою літерою прізвища автора дисперсійного аналізу Фішера. Критерій Фішера визначають за визначають за формулою:

$$F_{\text{факт}} = S^2_v \div S^2_Z$$

Розрахувавши критерій Фішера фактичний ($F_{\text{факт}}$), його порівнюють із теоретичним критерієм ($F_{\text{теор}}$) на певних рівнях надійної імовірності (додатки 3 і 4) і роблять висновки. Якщо критерій Фішера фактичний

(розрахований) дорівнює критерію теоретичному або більший від нього ($F_{факт} \geq F_{теор}$), достовірність різниць між середніми арифметичними доведена. Це означає, що в досліді є одна пара або кілька пар варіантів, між середніми арифметичними яких є достовірна різниця. Якщо $F_{факт} < F_{теор}$, то достовірних різниць між середніми арифметичними немає.

Буває, що $F_{факт}$ лише дещо менший від $F_{теор}$. Дотримуючись вищенаведеного правила, слід робити висновок про те, що достовірних різниць у досліді немає. Однак продовження аналізу часто дає змогу знайти цю різницю хоч між однією парою варіантів. Тому в таких випадках не варто зупинятися лише на розрахунках критерію F , а треба знаходити найменшу істотну різницю (НІР). З цим статистичним показником порівнюють різницю (d) між середніми арифметичними. Якщо $d \geq \text{НІР}$, то між варіантами доведена істотність різниці. Докази ведуть, як правило, на рівнях надійної імовірності $P_{0,95}$ та $P_{0,99}$.

Дисперсійний аналіз є найдосконалішим методом статистичної обробки даних. Його переваги полягають у виділенні із загального варіювання його компонентів, розрахуванні узагальненої помилки всього досліду (S_x) на основі більшої кількості спостережень, ніж для індивідуальних помилок окремих пар варіантів у недисперсійних методах. Так, при 5-ти варіантах і 4-х повторностях число ступенів свободи помилки γ_z становить $(5-1)(4-1)=12$, у той час як для кожного варіанта досліді окремо воно становить $4-1=3$, тобто в 4 рази менше, а для пари варіантів $(4-1)+(4-1)=6$.

Дисперсійний аналіз досить ефективний для багатфакторних дослідів, оскільки дає змогу визначити достовірність не лише дії факторів окремо, а й їх взаємодії.

Висновок про точність усього досліді роблять наприкінці дисперсійного аналізу на основі числового значення відносної помилки $S_x\%$, яку визначають за формулою:

$$S_x \% = S_x \cdot 100 / \bar{X}_N$$

де $S_x\%$ - узагальнена помилка дослід, $\bar{X}_N$ – середня арифметична всього дослід.

Без обчислення помилки дослід дисперсійний аналіз вважається незакінченим, а висновки неповними.

Основна відміна дисперсійних аналізів полягає у формулах і в переліках тих сум квадратів, що розраховуються:

- 1) неповна рендомізація - $C_y = C_v + C_p + C_z$;
- 2) повна рендомізація - $C_y = C_v + C_z$;
- 3) латинський квадрат і латинський прямокутник $C_y = C_v + C_p + C_z + C_c$;
- 4) двофакторний дослід $C_y = C_p + C_a + C_b + C_{ab} + C_{ac} + C_{bc} + C_{abc} + C_z$.

Приклад розрахунку: Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного дослід по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 3.1).

Таблиця 3.1

Урожай зеленої маси гороху Маш, г/посудину

Варіант дослід	Повторення		
	I	II	III
1	24,3	23,4	25,5
2	23,7	24,3	25,5
3	24,0	24,3	25,5
4	24,0	24,9	25,5
5	24,0	25,2	25,5

Хід розрахунку: Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного дослід по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 3.2).

Дози добрив по варіантах: 1 варіант – 0, 2 – 10, 3 – 20, 4 – 30, 5 – 40 г на посудину.

Кожний варіант дослід вивчається в трьох посудинах (повторностях).

Таблиця 3.2

Урожаї зеленої маси гороху Маш, г/посудину

Номер варіанта	Повторення			Сума за варіантом, $\sum V$	Середня за варіантом,
	I	II	III		
	16,5	17,3	17,5	51,3	17,1
2	18,7	20,4	18,5	57,6	19,2
3	20,7	21,2	19,0	60,9	20,3
4	21,3	23,8	22,1	67,2	22,4
5	23,1	24,3	25,5	72,9	24,3
				$\sum X = 309,9$	$\bar{X}_N = 20,7$

В однофакторному вегетаційному досліді загальне варіювання результативної ознаки розкладається на два компоненти:

$C_y = C_v + C_z$, тобто на варіювання варіантів і випадкове варіювання.

Статистичний аналіз даних проводять в три етапи:

1 етап. Складають розрахункову таблицю 3.2, в якій визначають суми та середні по варіантах, загальну суму ($\sum X$) і середнє арифметичне по всьому досліді ($\bar{X}_N = \sum X : N$).

2 етап. Розраховують суми квадратів відхилень по формулах та визначають фактичне значення критерія Фішера $F_{факт}$:

- загальне число спостережень у досліді: $N = l \cdot n = 5 \cdot 3 = 15$;

- корегуючий фактор (поправка): $C = (\sum X)^2 : N = (309,9)^2 : 15 = 6402,5$;

- загальна сума квадратів відхилень:

$$C_y = \sum X^2 - C = (16,5^2 + 17,3^2 + 17,5^2 + \dots + 25,5^2) - 6402,5 = 6507,71 - 6402,5 = 105,21;$$

- сума квадратів відхилень для варіантів:

$$C_v = \sum V^2 : n - C = (51,3^2 + 57,6^2 + 60,9^2 + 67,2^2 + 72,9^2) : 3 - 6402,5 = 19488,51 : 3 - 6402,5 = 93,67;$$

- сума квадратів відхилень залишку (помилки):

$$C_z = C_y - C_v = 105,21 - 93,67 = 11,54.$$

Одержані дані розрахунків заносять до таблиці 3.3, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S^2_v), дисперсію помилки (S^2_z) та критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$).

Таблиця 1.3

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	Критерій Фішера фактичний, $F_{факт}$	Критерій Фішера теоретичний $F_{теор}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	105,21	14	-	-	-	-
Варіантів	93,67	4	23,42	20,3	3,48	5,99
Помилки	11,54	10	1,15			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S^2_v = C_v \div \gamma_v = 93,67 \div 4 = 23,42;$$

$$S^2_z = C_z \div \gamma_z = 11,54 \div 10 = 1,15.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$$F_{факт} = S^2_v \div S^2_z = 23,42 \div 1,15 = 20,3.$$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів $\gamma_v=3$ (більша дисперсія) та помилки $\gamma_z=9$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}=3,48$ і при $P_{0,99}=5,99$.

Правило: якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами досліджу вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{факт}=20,3$, що значно більше за $F_{0,95}$ та $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,48 і 5,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап.

Для оцінки конкретних різниць розраховують:

а) помилку досліджу ($S_{\bar{x}}$)

$$S_{\overline{x}} = \sqrt{S_z^2 \div n} = \sqrt{0,29 \div 3} = 0,27.$$

б) помилку різниці S

$$S_d = S_{\overline{x}} \cdot 1,41 = 0,27 \cdot 1,41 = 0,381 \text{ ц/га } (1,41 = \sqrt{2}).$$

в) найменшу істотну різницю (НІР) в абсолютних і відносних показника:

$$НІР = S_d \cdot t_{05} = 2,23 \cdot 0,88 = 1,96;$$

$$НІР = t_{05} \times s_d \div 100 = 2.23 \times 0,88 : 100 = 9,5\%.$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить 2,23.

Отримані дані заносять до підсумкової таблиці 3.4.

Таблиця 3.4

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Варіант досліджу	Дози добрив, г/посудину	Середній урожай, $\bar{X}$	Різниця d	
			г/посудину	%
1	-	17,1	-	-
2	10	19,2	2,1	12,28
3	20	20,3	3,2	18,71
4	30	22,4	5,3	30,99
5	40	24,3	7,2	42,1
НІР ₀₅		-	1,96	9,5

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись ПРАВИЛА: *якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.*

Висновок: внесення добрив в дозах 10, 20, 30, 40 г/посудину істотно підвищує врожайність зеленої маси гороху (у всіх варіантах різниця з контролем – d більше НІР).

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 4 *Дисперсійний аналіз однофакторного польового дослідю*

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз одно факторного польового дослідю. Виконується на базі даних про врожайність озимої пшениці після різних попередників, які наведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Урожайність ячміню після різних попередників, ц/га

Варіант дослідю	Попередник	Повторення			
		I	II	III	IV
1	Багаторічні трави на один укіс	49,2	51,3	53,2	53,4
2	Вико-вівсяна сумішка	46,2	48,1	49,1	51,4
3	Горох	44,8	47,0	47,1	49,2
4	Кукурудза на силос	25,0	27,4	27,6	29,6

Приклад розрахунку: Дисперсійний аналіз виконується на базі даних про врожайність озимої пшениці після різних попередників в 3 етапи.

1 етап.

Таблиця 3.2

Урожайність озимої пшениці після різних попередників, ц/га

Номер варіанта	Попередник	Повторення				Сума за варіантом, $\sum V$	Середня за варіантом, $\bar{X}$
		I	II	III	IV		
1	Багаторічні трави на один укіс	49,2	51,3	53,2	53,4	207,1	51,8
2	Вико-вівсяна сумішка	46,2	48,1	49,1	51,4	194,8	48,7
3	Горох	44,8	47,0	47,1	49,2	188,1	47,0
4	Кукурудза на силос	25,0	27,4	27,6	29,6	109,6	27,4

Сума за повторенням, $\sum P$	-	165,2	173,8	177,0	183,6	$\sum X = \sum \sum P$ $= \sum \sum V$ $= 699,6$	$X_N = 43,7$
-------------------------------	---	-------	-------	-------	-------	--	--------------

2 етап.

Вибирають довільний початок, значення якого має бути цілим числом, близьким до загальної середньої ($A=44$) і складають таблицю 4.3 відхилень подільночних урожаїв від довільного початку ($X-A$) та визначають суми відхилень за варіантами ($\sum V_A$), повтореннями ($(\sum P_A)$) і суму сум за варіантами і повтореннями (L).

Таблиця 4.3

Відхилення дат від довільного початку ($X-A$)

Номер варіанта	Повторення				$\sum V_A$
	I	II	III	IV	
1	5,2	7,3	9,2	9,4	31,1
2	2,2	4,1	5,1	7,4	18,8
3	0,8	3,0	3,1	6,2	13,1
4	-19,0	-16,6	-16,4	-14,4	-66,4
$\sum P_A$	-10,8	-2,2	1,0	8,6	$L = -3,4$

Всі одержані відхилення та їх суми підносять до квадрата і записують до таблиці 4.4.

Таблиця 4.4

Квадрат відхилень дат від довільного початку

Номер варіанта	Повторення				$(\sum V_A)^2$
	I	II	III	IV	
1	27,04	53,29	84,64	88,36	967,21
2	4,84	16,81	26,01	54,76	353,44
3	0,64	9,0	9,61	38,44	171,61
4	361	275,56	268,96	207,36	4408,96
$(\sum P_A)^2$	116,64	4,84	1,0	73,96	$L^2 = 11,56$

Корегуючий фактор $C = L^2 \div N = 11,56 \div 16 = 0,72$.

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_Y = \sum (X - A)^2 - C =$$

$$(27,04 + 53,29 + 84,64 + 88,36 + 4,84 + 16,81 + 26,01 + 54,76 + 0,64 + 9,0 + 9,61 + 38,44 + 361 + 275,56 + 268,96 + 207,36) - 0,72 = 1526,32 - 0,72 = 1525,6.$$

Сума квадратів повторень

$$C_P = (\sum P_A)^2 \div l - C = (116,64 + 4,84 + 1 + 73,96) \div 4 - 0,72 = 196,44 \div 4 - 0,72 = 48,39.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_V = (\sum V_A)^2 \div n - C = (967,21 + 353,44 + 171,61 + 4408,96) \div 4 - 0,72 = 5901,22 \div 4 - 0,72 = 1475,31 - 0,72 = 1474,59.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 1525,59 - 48,39 - 1474,59 = 2,61. \text{ Обчислюють}$$

число ступенів вільності загального розсіювання

(γ_Y), повторень (γ_P), варіантів (γ_V) та помилки (γ_Z):

$$\gamma_Y = N - 1 = 16 - 1 = 15;$$

$$\gamma_P = n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_V = l - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_Z = (l - 1)(n - 1) = (4 - 1)(4 - 1) = 3 \cdot 3 = 9;$$

Отримані дані проведених розрахунків заносять до лівої частини таблиці 4.5, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_v^2), дисперсію помилки (S_z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{\text{факт}}$)

Таблиця 4.5

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{\text{факт}}$	$F_{\text{теор}}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	1525,59	15	-	-	-	-
Повторень	48,39	3	-	-	-	-
Варіантів	1474,59	3	491,53	1694,93	3,86	6,99
Помилки	2,61	9	0,29	-	-	-

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S_v^2 = C_v : \gamma_v = 1474,59 : 3 = 491,5 ;$$

$$S_z^2 = C_z : \gamma_z = 2,61 : 9 = 0,29.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою $F_{факт} = S_v^2 : S_z^2 = 491,53 : 0,29 = 1694,93$.

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів $\gamma_v = 3$ (більша дисперсія) та помилки $\gamma_z = 9$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,86 і при $P_{0,99}$ – 6,99.

Правило: якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами дослідів вважається достовірною.

Висновок: у нашому прикладі $F_{факт} = 1694,93$, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,86 і 6,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап. Далі розраховують узагальнену помилку дослідів (S_x) та помилку різниці S_d за формулами:

$$S_x = \sqrt{S^2 \div n} = \sqrt{0,29 \div 4} = 0,27 ;$$

$$S_d = S_x \cdot 1,41 = 0,27 \cdot 1,41 = 0,381 \text{ ц/га } (1,41 = \sqrt{2}).$$

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховують, як правило, на двох рівнях надійної імовірності ($P_{0,95}$ і $P_{0,99}$) за такими формулами:

$$НІР_{0,95} = S_d \cdot t_{0,95};$$

$$НІР_{0,99} = S_d \cdot t_{0,99}$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить на рівнях імовірності $P_{0,95}$ і $P_{0,99}$, відповідно 2,26 і 3,25.

Для характеристики істотності приватних різниць і точності дослідів розраховують:

- найменшу істотну різницю:

$$HIP_{0,95} = Sd \times t_{0,95} = 0,381 \times 2,26 = 0,86 \text{ ц/га};$$

$$HIP_{0,99} = Sd \times t_{0,99} = 0,381 \times 3,25 = 1,24 \text{ ц/га};$$

- відносну помилку всього дослідів

$$S_X \% = \frac{S_X \times 100}{N} = \frac{0,27 \times 100}{43} = 0,62\%;$$

де, N - точність дослідів

$$T\% = 100 - 0,62 = 99,32\%.$$

Отримані дані заносять до підсумкової таблиці 4.6.

Таблиця 4.6

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Номер варіанта	Попередник	X	Різниця d	НІР		Відносна похибка дослідів, $S_X \%$	Точність дослідів, $T\%$
				0,95	0,99		
1	Багаторічні трави на один укіс	51,8	-	-	-	-	-
2	Вико-вівсяна сумішка	48,7	-3,1	0,86	1,24	0,62	99,36
3	Горох	47,0	-4,8				
4	Кукурудза на силос	27,4	-24,4				

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР на обох рівнях надійної імовірності, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись ПРАВИЛА: якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.

Висновки:

- оскільки критерій Фішера фактичний становить 1694,93, що значно більше за $F_{0,95}(3,86)$ і $F_{0,99}(6,99)$, то різниця між усіма окремими варіантами дослідів достовірна на обох рівнях надійної імовірності;

- точність обчислення середніх арифметичних висока, тому що значення $S_x\%$ не перевищує 3 %;

- зниження врожайності в другому варіанті проти контролю істотне, тому що різниця між середніми цих варіантів більша від НІР на обох рівнях імовірності, у третьому і четвертому варіантах зниження врожайності тим більш істотне на обох рівнях імовірності.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5 Дисперсійний аналіз двофакторного
польового досліджу

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз двофакторного польового досліджу з вивченням глибини оранки та норм азоту під озиму пшеницю (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

Урожайність озимої пшениці за різних глибин обробітку ґрунту та норм
внесення азоту, ц/га

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність			
		I	II	III	IV
20-22	N ₃₀	46,3	45,4	53,0	51,1
	N ₆₀	50,2	53,7	51,8	56,7
	N ₉₀	61,4	55,2	62,5	58,2
10-12	N ₃₀	51,9	55,2	55,9	55,5
	N ₆₀	53,6	58,8	57,1	58,2
	N ₉₀	63,7	62,9	66,6	65,1

Приклад: Виконати дисперсійний аналіз двофакторного польового досліджу з вивченням глибини оранки та норм азоту під озиму пшеницю (див. табл. 5.2). Статистичну обробку даних двофакторного польового досліджу проводять методом дисперсійного аналізу поетапно.

1 етап.

Таблиця 5.2

Урожайність озимої пшениці за різних глибин обробітку ґрунту та норм
внесення азоту, ц/га

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Сума за варіантом $\sum V$	Серед-ня за варіант $\bar{X}$
		I	II	III	IV		
20-22	N ₃₀	48,1	46,3	54,0	52,7	201,1	50,3
	N ₆₀	50,6	54,2	52,4	58,8	216,0	54,0
	N ₉₀	61,0	55,3	62,8	58,4	237,5	59,4
10-12	N ₃₀	52,6	55,3	56,7	54,9	219,58	54,9
	N ₆₀	54,2	59,1	57,4	57,8	228,5	57,1
	N ₉₀	64,0	62,2	66,1	65,4	257,7	64,4

Сума за повторення, ΣP		330,5	332,4	349,4	348,0	$\Sigma X = 1360,3$	$X_N = 56,7$
--------------------------------	--	-------	-------	-------	-------	---------------------	--------------

2 етап.

За довільний початок приймаємо $A=57$ і підраховуємо відхилення дат від нього (таблиця 5.3).

Таблиця 5.3

Відхилення дат від довільного початку ($X-A$)

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Сума за варіантом, ΣV
		I	II	III	IV	
20-22	N ₃₀	-8,9	-10,7	-3,0	-4,3	-26,9
	N ₆₀	-6,4	-2,8	-4,6	1,8	-12,0
	N ₉₀	4,0	-1,7	5,8	1,4	9,5
10-12	N ₃₀	-4,4	-1,7	-0,3	-2,1	-8,5
	N ₆₀	-2,8	2,1	0,4	0,8	0,5
	N ₉₀	7,0	5,2	9,1	8,4	29,7
Сума за повторення, ΣP		-11,5	-9,6	7,4	6,0	$L = -7,7$

Далі розраховують квадрати відхилень дат від довільного початку (таблиця 4.4).

Таблиця 4.4

Квадрати відхилень дат від довільного початку $(X-A)^2$

Глибина оранки, см (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Квадрат суми за варіантом, $(\Sigma V)^2$
		I	II	III	IV	
20-22	N ₃₀	79,21	114,49	9,00	18,49	723,61
	N ₆₀	40,96	7,84	21,16	3,24	144,00
	N ₉₀	16,00	2,89	33,64	1,96	90,25
10-12	N ₃₀	19,36	2,89	0,09	4,41	72,25
	N ₆₀	7,84	4,41	0,16	0,64	0,25
	N ₉₀	49,00	27,04	82,81	70,56	882,09

Квадрат суми за повторення, $(\sum P)^2$		132,25	92,16	54,76	36,00	$L^2=59,29$
--	--	--------	-------	-------	-------	-------------

Кількість варіантів $l = l_A \cdot l_B = 2 \cdot 3 = 6$.

Загальне число дат (спостережень) $N = l \cdot n = 6 \cdot 4 = 24$.

Корегуючий фактор

$$C = L^2 \div N = 59,29 \div 24 = 2,47.$$

Загальне розсіювання

$$C_Y = \sum (X - A)^2 - C = (79,21 + 114,49 + \dots + 82,81 + 70,56) - 2,47 = 618,09 - 2,47 = 615,62.$$

Регулювання повторень

$$C_P = (\sum P)^2 \div l - C = (132,25 + 92,16 + 54,76 + 36,00) \div 6 - 2,47 = 315,17 \div 6 - 2,47 = 50,06.$$

Розсіювання варіантів

$$C_V = (\sum V)^2 \div n - C = (723,25 + 144,00 + 90,25 + 72,25 + 0,25 + 882,09) \div 4 - 2,47 = 457,64.$$

Випадкове розсіювання (помилка)

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 615,62 - 50,06 - 475,64 = 89,92.$$

3 етап.

На цьому етапі статистичної обробки даних двофакторного дослідження визначають так звані головні ефекти факторів, що вивчаються, і їх взаємодію.

Щоб мати уявлення про ефективність кожного фактора, необхідно попередньо скласти таблицю 4.5 про суму квадратів, яку беруть з таблиці 9.4.

Таблиця 4.5

Таблиця для обчислення дії і взаємодії факторів

Глибина	Норма азоту (фактор В)			$\sum A^2$
оранки, см (фактор А)	N ₃₀	N ₆₀	N ₉₀	
20-22	723,61	144,00	9,025	957,86
10-12	72,25	0,25	882,09	954,59
$\sum B^2$	795,86	144,25	972,34	$\sum X^2 = 1912,45$

Розсіювання за фактором А

$$C_A = \sum A^2 \div (l_B \cdot n) - C = (957,86 + 954,59) \div (3 \cdot 4) - 2,47 = 156,9.$$

Розсіювання за фактором В

$$C_B = \sum B^2 \div (l_A \cdot n) - C = (795,86 + 144,25 + 972,34) \div (2 \cdot 4) - 2,47$$

= 236,59. Розсіювання за взаємодією факторів АВ

$$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 475,64 - 156,9 - 236,59 = 82,15.$$

Число ступенів вільності всіх розсіювань:

$$\gamma_Y = N - 1 = 24 - 1 = 23; \gamma_A = l_A - 1 = 2 - 1 = 1;$$

$$\gamma_B = l_B - 1 = 3 - 1 = 2; \gamma_P = n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_{AB} = (l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)((3 - 1) = 2;$$

$$\gamma_Z = \gamma_Y - \gamma_P - \gamma_A - \gamma_B - \gamma_{AB} = 23 - 3 - 1 - 2 - 2 = 15.$$

Після цього складають таблицю 5.6 про результати дисперсійного аналізу, попередньо розрахувавши дисперсії і критерії Фішера.

Таблиця 5.6

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	Fфакт	Fтеор	
					P0,95	P0,99
Загальне	615,6	23	-	-	-	-
Повторень	50,1	3	-	-	-	-
Фактор А	156,9	1	156,9	26,2	4,54	8,68
Фактор В	236,6	2	118,3	19,8	3,6	6,4
Взаємодії АВ	82,2	2	41,1	1694,93	3,86	6,9
Помилки	89,9	15	5,99	-	-	-

Дисперсії окремо для факторів А і В та їх взаємодії: S_A

$$= C_A \div \gamma_A = 156,9 \div 1 = 156,9;$$

$$S_B = C_B \div \gamma_B = 236,59 \div 2 = 118,3;$$

$$S_{AB} = C_{AB} \div \gamma_{AB} = 82,15 \div 2 = 41,1; S_Z$$

$$= C_Z \div \gamma_Z = 89,92 \div 15 = 5,99.$$

Критерії Фішера фактичні: F_A

$$= S_A \div S_Z = 156,9 \div 5,99 = 26,2;$$

$$F_B = S_B \div S_Z = 118,30 \div 5,99 = 19,8;$$

$$F_{AB} = S_{AB} \div S_Z = 41,07 \div 5,99 = 6,9.$$

Оскільки критерії Фішера фактичні F_A , F_B , F_{AB} становлять відповідно 26,19; 19,75 та 6,86, що значно більше за теоретичні критерії на обох рівнях імовірності, то глибини оранки та норми азоту достовірно впливають на врожайність озимої пшениці.

4 етап.

Щоб встановити, між якими середніми існує істотна різниця, розраховують:

- узагальнену помилку для всього дослідів

$$S_{\bar{x}} = 1,22.$$

- узагальнену помилку для фактора А ,

$$S_A = S_Z \div (l_B \cdot n) = 5,99 \div (3 \cdot 4) = 0,71.$$

- узагальнену помилку для фактора В

$$S_B = S_Z \div (l_A \cdot n) = 5,99 \div (2 \cdot 4) = 0,86.$$

- помилку різниці для всього дослідів $S_d = 1,72$ ц

- помилку різниці для фактора А $S_{dA} = S_A \cdot 1,41 = 0,71 \cdot 1,41 = 1,0$ ц

- помилку різниці для фактора В S_{dB}

$$= S_B \cdot 1,41 = 0,86 \cdot 1,41 = 1,21$$
 ц

Далі розраховують найменші істотні різниці (НІР):

- всього дослідів

$$НІР_{,95} = S_d \cdot t_{0,95} = 1,72 \cdot 2,13 = 3,66 \approx 3,7$$
 ц / га,

$$НІР_{,99} = S_d \cdot t_{0,99} = 1,72 \cdot 2,95 = 5,07 \approx 5,1$$
 ц / га.

- фактора А

$$НІР_{0,95} = S_{dA} \cdot t_{0,95} = 1 \cdot 2,13 = 2,13 \approx 2,1$$
 ц / га,

$$НІР_{0,99} = S_{dA} \cdot t_{0,99} = 1 \cdot 2,95 = 2,95 \approx 3,0$$
 ц / га.

- фактора В

$$HIP_{,95} = S_{dB} \cdot t_{0,95} = 1,21 \cdot 2,13 = 2,58 \approx 2,6 \text{ ц / га},$$

$$HIP_{,99} = S_{dB} \cdot t_{0,99} = 1,21 \cdot 2,95 = 3,57 \approx 3,6 \text{ ц / га}.$$

Відносна помилка всього дослідів $S_x \% = 2,15\%$.

Таблиця 5.7

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу даних двофакторного дослідів

Глибина оранки, см (фактор А)	Дози азоту (фактор В)	Х	Різниця за фактором		НІР		$S_x \%$	Т%
			А	В	0,95	0,99		
20-22	N30	50,3			3,7	5,1	2,15	97,85
	N60	54,0		3,7				
	N90	59,4		9,1				
10-12	N30	54,9	4,6					
	N60	57,1	3,1	2,2				
	N90	64,4	5,0	9,5				
НІР _{0,95} за факторами			2,1	2,6				
НІР _{0,99} за факторами			3,0	3,6				

Низька відносна помилка свідчить про високу точність проведення досліджень. Точність дослідів $T=100-2,15=97,85\%$. Після наведених розрахунків, складають підсумкову таблицю 9.7, на основі якої роблять висновки про вплив факторів А (глибини оранки), В (норми азоту) та їх взаємодії АВ на врожайність озимої пшениці. Висновки

За фактором А – використання оранки на глибину 10-12 см замість оранки на 20 - 22 см діє істотний приріст урожаю озимої пшениці на всіх фонах удобрення.

За фактором В – на фоні глибокої оранки істотний приріст урожаю на обох рівнях надійної імовірності забезпечує внесення обох підвищених норм азоту, а на фоні не глибокої оранки – лише внесення N90.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 6 *Кореляційний та регресійний аналіз
прямолінійної залежності*

Завдання: Навчитися проводити кореляційний та регресійний аналіз.

Будь-яке дослідження з методологічної точки зору можна звести до вирішення трьох основних завдань:

1. Виявленню кількісних і якісних відмінностей між явищами, що спостерігаються;
2. Визначення причинно-наслідкових зв'язків, які викликають ці відмінності;
3. Направленому використанню цих зв'язків.

Кореляційно-регресійний аналіз застосовується для вивчення зв'язків та залежності між явищами, що досліджуються. Причинно-наслідкові зв'язки при математичному аналізі можуть виражатися у двох формах: функціональної та кореляційної. При функціональній залежності кожному значенню незалежної змінної x (аргумент) відповідає лише одне значення залежної змінної y (функція). При кореляційній залежності одному значенню аргументу відповідають кілька значень функцій.

Більшість явищ природи, службовців об'єктами наукових досліджень про, найбільш характерні кореляційні зв'язки.

Кореляційний зв'язок не ставить питання причинної залежності, а прагне встановити супроводжує чи не супроводжує зміну якого-небудь ознаки чи властивості відповідне безумовно спрямоване зміна іншого ознаки чи властивості.

За формою зв'язків кореляція може бути прямолінійною та криволінійною, за напрямом прямої та зворотної.

При прямій кореляції зі збільшенням значення ознаки X збільшується значення ознаки Y (чим швидше наростає число бульб картоплі певних розмірів, тим вищий урожай; чим більша довжина листка, тим більша його площа). При зворотній кореляції зі збільшенням значення ознаки X значення ознаки зменшується (при постійному збільшенні маси коренів буряків, зменшується їх цукристість).

При криволінійній кореляції значення X і Y змінюються спочатку в одному напрямку, а потім у протилежних (при постійно зростаючих дозах фактора X , урожай спочатку зростає, потім стабілізується, а після подальшого збільшення ознаки X знижується). Лінійна кореляція виражається коефіцієнтом кореляції r , а криволінійна - ставленням η («ета»).

За кількістю зв'язків кореляція може бути простою, коли є зв'язок між двома ознаками і множинною, коли пов'язано три ознаки і більше.

Про силу зв'язків роблять висновок згідно з правилом: якщо коефіцієнт кореляції дорівнює 1 - зв'язок повний, якщо він становить 0,66- 0,99 - сильний, 0,33-0,66 - середній, менше 0,33 - слабкий.

Про напрям зв'язку висновок роблять залежно від знаку коефіцієнта кореляції: плюс-кореляція пряма, мінус – зворотна (обернена).

Хід роботи:

I. Завдання.

Проведіть кореляційний та регресійний аналізи лінійної залежності. Для цього:

1. Складіть таблицю кореляційної залежності.

Кореляційна залежність між добутком довжини листа яблуні на їх ширину (X) та площею листа (Y)

Приклад розрахунку: Провести аналіз залежності між довжиною 10 окремих листків озимої пшениці та їх площами (див. табл. 6.1) визначених на основі індивідуальних вимірів.

Таблиця 6.1

Кореляційна залежність між добутком довжини листа яблуні на їх ширину (X) та площі листа (Y)

Номер листа	X , см	Y , см	$X - \bar{x}$	$Y - \bar{y}$	$(X - \bar{x})^2$	$(Y - \bar{y})^2$	$\sum(X - \bar{x})$ * $(Y - \bar{y})$
1	15,8	7,2	-21,6	-16,8	466,56	282,24	362,88
2	18,8	11,8	-18,6	-12,2	345,96	148,84	226,92
3	27,0	18,6	-10,4	-5,4	108,16	29,16	56,16
4	28,8	19,1	-8,6	-4,9	73,96	24,01	42,14
5	28,8	19,4	-8,6	-4,6	73,96	21,16	39,56

6	29,6	19,5	-7,8	-4,5	60,84	20,25	35,10
7	32,5	21,6	-4,9	-2,4	24,01	5,76	11,16
8	32,8	22,1	-4,6	-1,9	21,16	3,61	8,74
9	36,5	23,1	-0,9	-0,9	0,81	0,81	0,81
10	38,5	23,2	1,1	-0,8	1,21	0,64	0,88
11	39,6	23,6	2,2	-0,4	4,84	0,16	0,88
12	39,7	26,5	2,3	2,5	5,29	6,25	5,75
13	39,7	27,3	2,3	3,3	5,29	10,89	7,59
14	44,5	28,6	7,1	4,6	50,41	21,16	32,66
15	46,2	29,3	8,8	5,3	77,44	28,09	46,64
16	46,4	29,7	9,0	5,7	81,00	32,49	51,30
17	48,0	30,4	10,6	6,4	112,36	40,96	67,84
18	49,8	30,8	12,4	6,8	153,76	46,24	84,32
19	51,0	34,4	13,6	10,4	184,96	108,16	141,44
20	53,9	34,6	16,5	10,6	272,25	112,36	174,90
	x=37,4	y=24,0	$\sum(X - \bar{x}) = -0,1$	$\sum(Y - \bar{y}) = 0,8$	$\sum(X - \bar{x})^2 = 2124,23$	$\sum(Y - \bar{y})^2 = 943,24$	$\sum(X - \bar{x}) * (Y - \bar{y}) = 1397,67$

Число пар n = 20.

1. Розрахуйте коефіцієнт кореляції (r).

$$r_{XY} = \frac{\text{cov}_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X - \bar{X})^2 \sum(Y - \bar{Y})^2}}$$

r = +0,987

2. Похибку коефіцієнту кореляції (Sr).

$$Sr = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}$$

Sr = 0,00144

3. Критерій достовірності коефіцієнта кореляції (tr)

$$tr = r \div Sr = 685$$

Теоретичне значення критерію t знаходять за таблицею Стюдента (додаток 6) при числі ступенів свободи = n - 2 = 20 - 2 = 18; $t_{0,95} = 2,1$; $t_{0,99} = 2,88$.

Для висновків про силу кореляційного зв'язку між площею листа яблуні та добутком їх довжини на ширину користуються наступною умовною шкалою: якщо r знаходиться в межах від 0 до 0,33, то зв'язок слабкий, від 0,33 до 0,66 – середній,

від 0,66 до 0,99 – сильний, якщо r одно 1 - повний зв'язок. Висновок про напрям зв'язку роблять за знаком коефіцієнта кореляції: при знаку «+» кореляція пряма, «-» - зворотна.

Висновки:

1. Оскільки коефіцієнт кореляції $r = +0,987$, то зв'язок між показниками, що вивчаються, пряма і сильна, що наближається до повної.

2. Критерій достовірності t_r (685) більше $t_{0,95}$ і $t_{0,99}$ отже, зв'язок достовірний на найвищих рівнях довірчої ймовірності.

Якщо кількість пар незначна, тобто. вибірка нечисленна, оцінка достовірності коефіцієнта кореляції по t_r спотворюється.

II Регресійний аналіз проводиться при сильному та достовірному зв'язку та будь-якому напрямку (прямому чи зворотному). В нашому випадку це доцільно зробити за добутком довжини листа на його ширину, тобто за значенням X визначити площу листа Y . Рівняння лінійної регресії має вигляд $Y = \bar{y} + R_{yx} (X - \bar{x})$

де $\bar{y}$ та $\bar{x}$ – середні арифметичні аналізованих варіаційних рядів;

X — добуток довжини на ширину для листа, площу яких треба визначити;

I. Регресійний аналіз проводиться при сильному та достовірному зв'язку та будь-якому напрямку (прямому чи зворотному).

У разі це доцільно зробити з добутку довжини листа з його ширину, тобто. за значенням X визначити площу листа Y .

Рівняння лінійної регресії має наступний: $Y = y + R_{yx} (X - x)$,

де y та x – середні арифметичні для варіаційних рядів, що досліджуються;

X – добуток довжини на ширину для листа, площу яких треба визначити.

длини на ширину. Тоді $Y = 24,0 + 0,658 (X - 37,4)$.

Нехай середній добуток довжини на ширину для 30 шт. листа яблуні дорівнює 44,5 см. Підставивши це значення у попереднє рівняння, отримаємо $Y = 24,0 + 0,658 (44,5 - 37,4) = 24,0 + 4,64 = 28,67 \text{ см}^2$. Фактична площа 14-го листа дорівнює $28,6 \text{ см}^2$

Різниця між розрахунковим та фактичним значеннями становить $28,67 - 28,6 = 0,07 \text{ см}^2$, або $(0,07 \div 100) \div 28,6 = 0,25 \%$. Відносна помилка досліду $0,25 \%$ свідчить про досить високу точність визначення площі листа яблуні за добутком довжини на ширину листа.

Висновок.

II Контрольні питання для виконання тестових завдань:

1. Значення кореляційного аналізу у дослідній роботі.
2. Класифікація кореляцій.
3. Значення регресійного аналізу.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 7 ПРОБІТ – АНАЛІЗ

Мета роботи: познайомитися зі статистичною обробкою результатів вивчення сили дії пошкоджуючих факторів на біологічні об'єкти методом пробіт-аналізу.

При вивченні сили дії пошкоджуючих факторів (опромінення, хімічні засоби боротьби зі шкідниками, хворобами і бур'янами) на біологічні об'єкти широко використовується спеціальний статистичний метод – пробіт-аналіз. Пробіт – *це умовні імовірнісні величини* (від англ. probability unit – імовірнісна одиниця).

Наприклад, чутливість певного виду шкідників до інсектицидів або опромінення може характеризуватися дозою, що спричиняє їх повну загибель. Проте вимірювання летальної дози (ЛД) для окремої особини практично неможливе, тому що загибель шкідника від дози, навіть більшої, ніж летальна, настає не відразу, а через декілька днів або навіть тижнів. Якщо ж доза недостатня, щоб спричинити загибель піддослідної особини, це з'ясується також лише через деякий час. За цей період в організмі відбуваються відновні процеси. Відновлення, проте, не буває повним, і тому повторювати дослід на одних і тих самих об'єктах з деякими інтервалами, кожного разу збільшуючи дозу, неможна.

Точно встановити дозу, яка спричиняє 100%-ну летальність, при порівняльній оцінці різних факторів не тільки не просто, але й не виправдано у зв'язку з затратою експериментальних об'єктів та біологічно активних речовин. Практично достатньо встановити дозу, за якої гине 50% особин, яку й приймають за усереднену характеристику летальної дії пошкоджуючого фактора і позначають ЛД₅₀.

Критерій ЛД₅₀ показує, яка доза препарату (або опромінення) необхідна для даної популяції, щоб імовірність загибелі особин склала 50%. Цей критерій визначають статистичним шляхом. Для цього всю піддослідну сукупність поділяють на групи і на кожен незалежну групу, що складається з великої кількості особин, діють препаратом, що вивчається, в різних, усе зростаючих

дозах. В першій групі з мінімальною дозою загинуть (або захворіють), напевно, найменш стійкі особини; в другій групі, де препарат застосований в більшій дозі, окрім найменш стійких особин, загине ще й частина більш стійких і т.д. Таким чином, отримуємо статистично зростаючий ряд, в якому загибель збільшується із збільшенням дози препарату.

Для визначення LD_{50} будують графік. На осі абсцис відкладають логарифми доз препарату, що вивчається (або дози опромінення), а по осі ординат – процентне вираження загибелі піддослідних особин, трансформоване в пробіти. Значення пробіт, яке відповідає даному відсотку загибелі особин, знаходять за таблицею 7.1.

Таблиця 7.1

Таблиця для перетворення % частоти загибелі особин у пробіти

Загибель, %	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	-	2,67	2,95	3,12	3,25	3,36	3,45	3,52	3,59	3,66
10	3,72	3,77	3,82	3,87	3,92	3,96	4,01	4,05	4,08	4,12
20	4,16	4,19	4,23	4,26	4,29	4,33	4,36	4,39	4,42	4,45
30	4,48	4,50	4,53	4,56	4,59	4,61	4,64	4,67	4,69	4,72
40	4,75	4,77	4,80	4,82	4,85	4,87	4,90	4,92	4,95	4,97
50	5,00	5,03	5,05	5,08	5,10	5,13	5,15	5,18	5,20	5,23
60	5,25	5,28	5,31	5,33	5,36	5,39	5,41	5,44	5,47	5,50
70	5,52	5,55	5,58	5,61	5,64	5,67	5,71	5,74	5,77	5,81
80	5,84	5,88	5,92	5,95	5,99	6,04	6,08	6,13	6,18	6,23
90	6,28	6,34	6,41	6,48	6,55	6,64	6,75	6,88	7,05	7,33

Завдання.

Виходячи з вихідних даних (табл.7.2), обробити дані спостережень, побудувати графік, що характеризує залежність «ефект-доза» і визначити LD_{50} , LD_{55} , LD_{99} .

Таблиця 7.2

Вплив доз дихлорофосу на загибель рисового довгоносика

Доза, мг/л	1	4	8	10	16	32	46	64
Загибель, %	16	20	58	72	82	88	93	96

Розрахунок

1. Відсоток загибелі рисового довгоносіка трансформувати за табл. 7.1 в мовні одиниці – пробіти і занести до допоміжної табл. 7.3. Також до таблиці занести дози і відсоток загибелі, перетворені в десяткові логарифми.

Таблиця 7.3

Допоміжна таблиця

Доза, мг/л	Середня загибель, %	Перетворені значення доз і відсотку загибелі	
		lgД (вісь Х)	значення пробіт (вісь У)

2. За даними допоміжної таблиці побудувати графік, який виражає залежність "ефект-доза". На осі абсцис відкладають логарифми доз, а на осі ординат – значення пробіт.

3. За знайденими точками провести пряму лінію, по якій шляхом інтерполяції визначити ЛД₅₀, ЛД₅₅, ЛД₉₉. Зробити висновки.

Питання для виконання тестових завдань

1. Для чого використовується пробіт-аналіз?
2. Назвіть особливості визначення ЛД₅₀.
3. Як за графіком залежності «ефект-доза» визначити значення доз, що відповідають певному

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 8 ДИСПЕРСІЙНИЙ АНАЛІЗ ДАНИХ ПОЛЬОВИХ ДОСЛІДІВ (З ВИКОРИСТАННЯМ ЕОМ)

Мета: Освоїти методику проведення дисперсійного аналізу однофакторного та двофакторного дослідів з використанням програм Microsoft Excel та STATISTICA.

В програмі Microsoft Excel представлено багато вмонтованих статистичних функцій, за допомогою яких можна розрахувати всі статистичні характеристики, що зазвичай використовуються на практиці. Для виклику потрібної вмонтованої статистичної функції використовується команда «Вставка» обираємо «Функція» або кнопка «Вставка функції». Далі вікні «Майстер» функцій вибрати категорію «статистичні» та обрати необхідну функцію. Після вибору і свайпу по кнопці ОК з'являється вікно Аргументи функції, за допомогою якого здійснюється введення адрес комірок таблиці із значеннями оброблюваного масиву та, за необхідності, інших необхідних величин, наприклад, ступенів вільності (див. рис. 1 та 2).

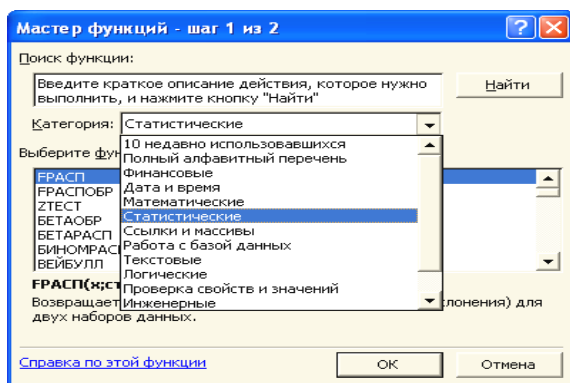


Рис. 1 Виклик необхідної для розрахунку функції

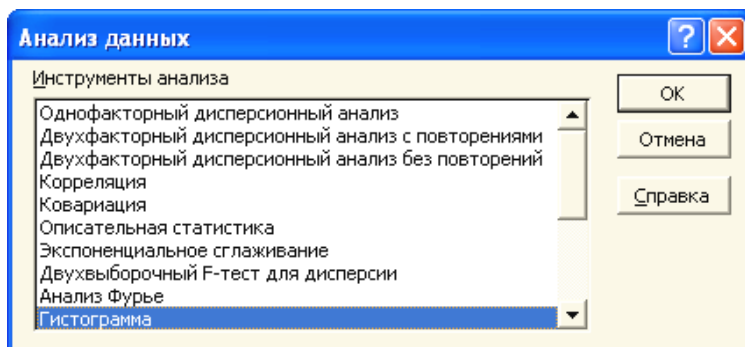


Рис. 2 Вікно вибору необхідної функції

В тому випадку, якщо необхідно побудувати гістограми використовується команда «Сервіс»→ Аналіз даних, після чого вибирається інструмент аналізу –

«Гістограма». У вікні «Гістограма» задається вхідний інтервал, де вказуються адреси комірок з вихідними даними і інтервал кишень, де вказуються адреси комірок із значеннями границь інтервалів. Потім задаються бажані параметри виводу після чого потрібно свайпнути кнопку ОК (див. рис. 3).

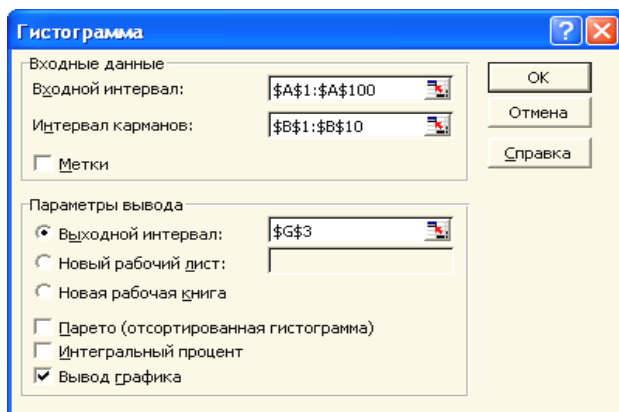


Рис. 3 Вікно введення інтервалів при побудові гістограми

Окрім програми Microsoft Excel розрахунок статистичних характеристик та побудова гістограми виконується в пакеті STATISTICA У версії пакета 6.0 розрахунок статистичних характеристик і побудова гістограми визначаються процедурою, що складається з наступних кроків:

Крок 1: Ввести або імпортувати (наприклад, з Excel) вихідні дані в робочу книгу (Workbook) системи STATISTICA. Виділити їх, увести назву таблиці вихідних даних і назви змінних.

Крок 2: Свайпнути по кнопці «Start menu», яка розташована в лівому нижньому куті вікна додатка або в меню вибрати «Statistics» → «ANOVA». Після чого з'являється вікно «General ANOVA/MANOVA» → «Quick» (див. рис. 4).

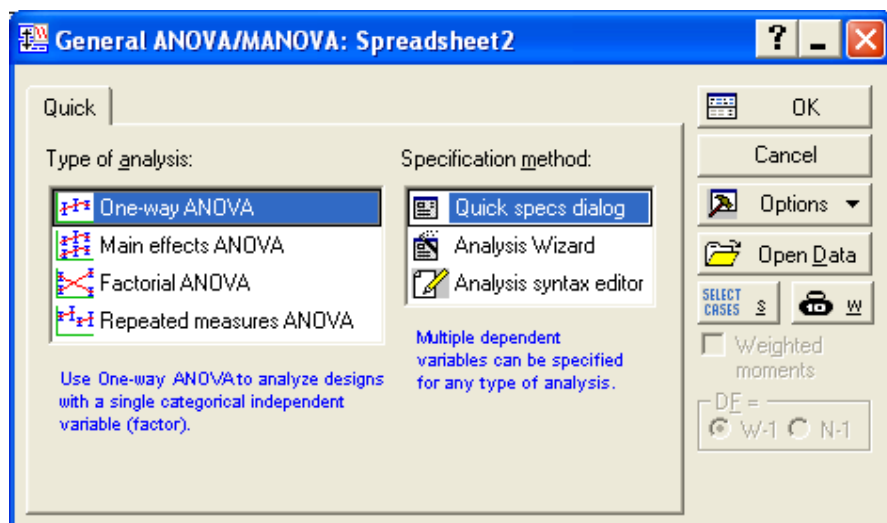


Рис. 4 Вікно вибору функції «General ANOVA/MANOVA»

Крок 3: Після вибору рядка «One-way ANOVA» з'являється відповідне вікно, за допомогою якого вибираються залежні змінні «*dependent variable(s)*» і змінні, що групують «*categorical predictor variables*» (див. рис. 5).

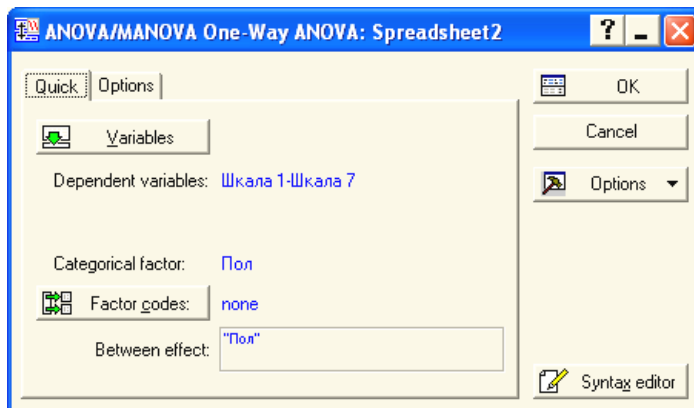


Рис. 5 Вікно функції One-way ANOVA

Крок 4: Потім клацнути по кнопці OK і з'являється вікно «ANOVA Results» обираємо «Quick» де вибрати кнопку «All effects», після чого і з'являється вікно «Multivariate Tests of Significance» з результатами аналізу (див. рис. 6).

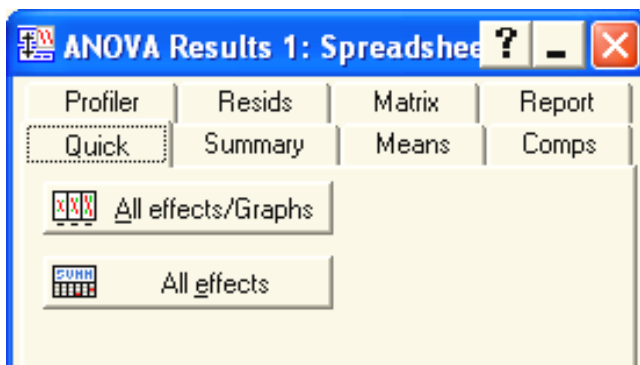


Рис. 6 Вікно виводу результатів дисперсійного аналізу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Гамаюнова В.В. Організація і методика проведення наукових досліджень. Методичні рекомендації до виконання практичних робіт для здобувачів вищої освіти ступеня «доктор філософії» спеціальності 201 «Агрономія». Миколаїв: МНАУ, 2017, 52 с.
2. Основи наукових досліджень в агрономії. Курс лекцій. Для студентів 3 курсу денної форми навчання. ОС Бакалавр, спеціальність 201 – «Агрономія». Суми: Сумський національний аграрний університет, 2018. 82 с.
3. Навчальний посібник з дисципліни «Методика наукових досліджень в агрономії» для студентів галузі знань 20 «Аграрні науки та продовольство» спеціальності 201 «Агрономія» першого бакалаврського рівня. Вінниця : ВЦ ВНАУ. 2020. 198 с.
4. Конспект лекцій з дисципліни «Основи наукових досліджень» для здобувачів освітнього рівня «бакалавр» зі спеціальності 201 «Агрономія» (на основі повної загальної середньої освіти та молодшого спеціаліста). Мелітополь, ТДАТУ. 2018. 60 с.
5. Методика агрохімічних досліджень : навч. посібник / за ред. В. І. Філона. Харків, 2017 181 с. <http://dspace.knau.kharkov.ua/jspui/bitstream/123456789/1128/1/>
6. Сардак С. Е. Основи наукових досліджень : навч. посібник / С. Е. Сардак. Д. : ДГУ, 2018. 103 с.
7. Основи наукових досліджень : навчальний посібник [для студентів фізичних спеціальностей / А. В. Дегтярьов, М. Г. Кокодій, В. О. Маслов. Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2016. 80 с. ISBN 978-966-285-243-1
8. Основи наукових досліджень: навч. посіб. / за заг. ред. Т. В. Гончарук. Тернопіль, 2014. 272 с.
9. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Теоретико-методологічні проблеми наукової спеціальності "Агрономія"» для здобувачів вищої освіти третього (PhD) рівня за освітньо-професійною програмою «Агрономія» спеціальності 201 Агрономія галузі знань 20 Аграрні науки та продовольство денної, вечірньої і заочної форм навчання [Електронне видання] /

Клименко М. О., Колесник Т. М., Вознюк Н. М., Прищепа А. М., Бедункова О. О. Рівне : НУВГП, 2021. 40 с.

10. Кулик М. І., Галицька М. А., Дьомін Д. Г. Агробіомаса та енергетичні культури для виробництва біопалива: науково-практичні рекомендації. Дніпро, 2018. 36 с.

11. Кулик М. І. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни «Основи наукових досліджень в агрономії» для ЗВО третього освітньонаукового ступеня спеціальності 201 «Агрономія». Полтава, 2020. 36 с.

12. Методичні вказівки до лабораторних та практичних робіт з дисципліни "Комп'ютерні технології статистичної обробки даних" для студентів спеціальності 8.050801. Мікро- та наноелектроніка денної і заочної форм навчання /Укл.: О.В. Томашевський, Н.А. Антонченко. Запоріжжя: ЗНТУ, 2013. 48 с.

13. Васильковський О., Лещенко С., Васильковська К., Петренко Д. Підручник дослідника: Навчальний посібник для студентів агротехнічних спеціальностей. – Харків: Мачулін, 2016. – 204 с.

14. Васильковський О., Лещенко С., Васильковська К., Петренко, Д. Основи наукових досліджень. Перші наукові кроки. Навчальний посібник для студентів агротехнічних спеціальностей. – Харків: Мачулін, 2019. – 164 с.

ДОДАТКИ

Додаток А1

Значення критерію t для 5 і 1 % рівня значущості

Число ступенів вільності	Рівень значущості		Число ступенів вільності	Рівень значущості	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,71	63,66	18	2,10	2,88
2	4,30	9,93	19	2,09	2,86
3	3,18	5,84	20	2,09	2,85
4	2,78	4,60	21	2,08	2,83
5	2,57	4,03	22	2,07	2,82
6	2,45	3,71	23	2,07	2,81
7	2,37	3,50	24	2,06	2,80
8	2,31	3,36	25	2,06	2,79
9	2,26	3,25	26	2,06	2,78
10	2,23	3,17	27	2,05	2,77
11	2,20	3,11	28	2,05	2,76
12	2,18	3,06	29	2,05	2,76
13	2,16	3,01	30	2,04	2,75
14	2,15	2,98	50	2,01	2,68
15	2,13	2,95	100	1,98	2,63
16	2,12	2,92	∞	1,96	2,58
17	2,11	2,90			

Додаток А2

Значення критерію τ для 5 і 1 % рівня значущості

n	τ		n	τ	
	0,05	0,01		0,05	0,01
4	0,955	0,991	14	0,395	0,502
5	0,807	0,916	16	0,369	0,472
6	0,689	0,805	18	0,349	0,449
7	0,610	0,740	20	0,334	0,430
8	0,554	0,683	22	0,320	0,414
9	0,512	0,635	24	0,309	0,400
10	0,477	0,597	26	0,299	0,389
11	0,450	0,566	28	0,291	0,378
12	0,428	0,541	30	0,283	0,369

Значення критерію F на 5 % рівні значущості (імовірності 95 %)

Ступені вільності для меншої дисперсії (знаменника)	Ступені вільності для більшої дисперсії (чисельника)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	249	252	253
2	18,5	19	19,2	19,3	19	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,28	9,12	9	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,74	8,64	8,58	8,56
4	7,71	6,9	6,59	6,39	6,3	6,16	6,09	6,04	6	5,96	5,91	5,77	5,7	5,66
5	6,61	5,8	5,41	5,19	5,1	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,68	4,53	4,44	4,4
6	5,99	5,1	4,76	4,53	4,4	4,27	4,21	4,15	4,1	4,06	4	3,84	3,75	3,71
7	5,59	4,7	4,35	4,12	4	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,57	3,41	3,32	3,28
8	5,32	4,5	4,07	3,84	3,7	3,58	3,5	3,44	3,39	3,34	3,28	3,12	3,03	2,98
9	5,12	4,3	3,86	3,63	3,5	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,07	2,9	2,8	2,76
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,3	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,91	2,74	2,64	2,59
11	4,84	4	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,86	2,79	2,61	2,5	2,45
12	4,75	3,9	3,49	3,26	3,1	3	2,92	2,85	2,8	2,76	2,69	2,5	2,4	2,35
13	4,46	3,8	3,41	3,18	3	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,6	2,42	2,32	2,26
14	4,6	3,7	3,34	3,11	3	2,85	2,77	2,7	2,65	2,6	2,53	2,35	2,24	2,19
15	4,54	3,6	3,29	3,06	2,9	2,79	2,7	2,64	2,59	2,55	2,48	2,29	2,18	2,12
16	4,49	3,6	3,24	3,01	2,9	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,24	2,13	2,07
17	4,45	3,6	3,2	2,96	2,8	2,7	2,62	2,55	2,5	2,45	2,38	2,19	2,08	2,02
18	4,41	3,6	3,16	2,94	2,8	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,15	2,04	1,98
19	4,38	3,5	3,13	2,9	2,7	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,31	2,11	2	1,94
20	4,35	3,5	3,1	2,87	2,7	2,6	2,52	2,45	2,4	2,35	2,28	2,08	1,96	1,9
21	4,32	3,5	3,07	2,84	2,7	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,05	1,93	1,87
22	4,3	3,4	3,05	2,82	2,7	2,55	2,47	2,4	2,35	2,3	2,23	2,03	1,91	1,84
23	4,28	3,4	3,03	2,8	2,6	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,2	2	1,88	1,82
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,6	2,51	2,43	2,36	2,3	2,26	2,18	1,98	1,86	1,8
25	4,24	3,4	2,99	2,76	2,6	2,49	2,41	2,34	2,25	2,24	2,16	1,96	1,84	1,77
26	4,22	3,4	2,98	2,74	2,6	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	1,95	1,82	1,76
28	4,2	3,3	2,95	2,71	2,6	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	1,91	1,78	1,72
30	4,17	3,3	2,92	2,69	2,5	2,42	2,34	2,27	2,21	2,12	2,09	1,89	1,76	1,69
40	4,08	3,2	2,84	2,61	2,5	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2	1,79	1,66	1,59
50	4,03	3,2	2,79	2,56	2,4	2,29	2,2	2,13	2,07	2,02	1,95	1,74	1,6	1,52
100	3,94	3,1	2,7	2,46	2,3	2,19	2,1	2,03	1,97	1,92	1,85	1,63	1,48	1,39

Значення критерія F на 5 % рівні значущості (імовірності 99 %)

Ступені свободи для меншої дисперсії (знаменника)	Ступені свободи для більшої дисперсії (чисельника)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6,56	6106	6324	6302	6334
2	98,5	99	99,2	99,3	99,3	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	26,6	26,4	26,2
4	21,2	18	16,7	16	15,5	15,2	15	14,8	14,7	14,5	14,4	13,9	13,7	13,6
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,89	9,47	9,24	9,13
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,1	7,98	7,87	7,72	7,31	7,09	6,99
7	12,3	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7	6,84	6,71	6,62	6,47	6,07	5,85	5,75
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,67	5,28	5,06	4,96
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,8	5,62	5,47	5,35	5,26	5,11	4,73	4,51	4,41
10	10	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,71	4,33	4,12	4,01
11	9,85	7,2	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,4	4,02	3,8	3,7
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,5	4,39	4,3	4,16	3,78	3,56	3,46
13	9,07	6,7	5,74	5,2	4,86	4,62	4,44	4,3	4,19	4,1	3,96	3,59	3,37	3,27
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,29	4,14	4,03	3,94	3,8	3,43	3,21	3,11
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4	3,89	3,8	3,67	3,29	3,07	2,97
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,2	3,89	3,78	3,69	3,61	3,45	3,18	2,96	2,86
17	8,4	6,11	5,18	4,67	4,34	4,1	3,93	3,79	3,68	3,59	3,45	3,08	2,86	2,76
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,6	3,51	3,37	3	2,78	2,68
19	8,18	5,93	5,01	4,5	4,17	3,94	3,77	3,68	3,52	2,43	3,3	2,92	2,7	2,63
20	8,1	5,85	4,94	4,43	4,1	3,87	3,71	3,56	3,45	3,37	3,23	2,86	2,63	2,53
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,65	3,51	3,4	3,31	3,17	2,8	2,58	2,47
22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,75	2,53	2,42
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,3	3,21	3,07	2,7	2,48	2,37
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,9	3,67	3,5	3,36	3,25	3,17	3,03	2,66	2,44	2,33
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13	2,99	2,62	2,4	2,29
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,17	3,09	2,96	2,58	2,36	2,25
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,76	3,53	3,36	3,23	3,11	3,03	2,9	2,52	2,3	2,18
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,7	3,47	3,3	3,17	3,06	2,98	2,84	2,47	2,24	2,13
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,88	2,8	2,66	2,29	2,05	1,94
50	7,17	5,06	4,2	3,72	3,41	3,18	3,02	2,88	2,78	2,7	2,56	2,18	1,94	1,81
100	6,9	4,82	3,98	3,51	3,2	2,99	2,82	2,69	2,59	2,51	2,36	1,98	1,73	1,59