

Ю.В. Кулешков, проф., канд. техн. наук, Р.А. Осин, ас., Т.В. Руденко, доц., канд. техн. наук, А.А. Матвиенко ас.

Кировоградский национальный технический университет

## Усовершенствование математической модели мгновенной подачи шестеренного насоса

Предложен новый подход для объяснения процесса подачи рабочей жидкости шестеренным насосом. Базируясь на предложенной модели процесса подачи, была разработана математическая модель подачи рабочей жидкости. Полученная математическая модель открывает новые возможности к дальнейшему совершенствованию шестеренного насоса в направлении увеличения его подачи.  
**шестеренный насос, рабочая жидкость, зубчатое зацепление, эвольвентный профиль, подача**

Для исследования характера поведения подачи в процессе работы шестеренного насоса нам необходимо получить зависимость мгновенной подачи в зависимости от положения точки зацепления на линии зацепления или от угла (фазы) поворота ведущей шестерни. Для упрощения наших рассуждений процесс подачи рабочей жидкости в шестеренном насосе представим в виде следующей модели. Зубья шестерен заменим системой пластин  $O_1A$ ,  $O_2B$ ,  $O_1T$  и  $O_2T$  (см. рис. 1). Этот прием был впервые предложен Т.М. Баштой [1 - 4] и далее неоднократно использовался другими авторами [5 - 7]. Однако до последнего времени не было четкого представления о принципах работы шестеренного насоса при нагнетании рабочей жидкости.

**Целью исследования** является совершенствование существующих представлений о процессе нагнетания рабочей жидкости и разработка более совершенной математической модели подачи рабочей жидкости шестеренного насоса, позволяющей совершенствовать шестеренный насос в направлении повышения его подачи.

**Объект исследования** – процесс подачи рабочей жидкости шестеренного насоса.

**Предмет исследования** – совершенствование математической модели подачи рабочей жидкости в шестеренном насосе.

Основные предпосылки предлагаемой математической модели мгновенной подачи шестеренного насоса состоят в следующем.

1. На схеме зубчатого зацепления (рис. 1), представлено следующие элементы зубчатого зацепления шестерен и их взаимосвязи:

- $MN$  - линия зацепления зубьев шестерен;
- $P$  - полюс зацепления;
- $O_1T = \rho_1$  и  $O_2T = \rho_2$  - радиус-векторы, проведенные из центров вращения шестерен в текущую точку  $T$  зацепления эвольвентных профилей на линии зацепления  $MN$ ;
- $PT = x$  - координата точки зацепления эвольвентных профилей на линии зацепления;

-  $O_1K = \frac{d_1}{2}$  и  $O_2L = \frac{d_2}{2}$  - радиус-векторы, проведенные из центров вращения шестерен в точку пересечения рабочей стороны эвольвентного профиля с начальной окружностью;

- угол поворота радиус - векторов  $O_1K$  и  $O_2L$ , соответственно  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  - это углы, на которые необходимо повернуть радиус - векторы  $O_1K$  и  $O_2L$ , чтобы точка  $K$  и точка  $L$  одновременно оказались в полюсе зацепления -  $P$ . При этом, точка зацепления -  $T$  переместится по линии зацепления  $MN$  на расстояние  $PT = x$ .

2. Зубья шестерен заменяем системой пластин  $O_1A, O_2B, O_1T = \rho_1$  и  $O_2T = \rho_2$  (см. рис. 1). При этом пластины  $O_1A, O_2B$  соответствуют нагнетающим зубьям шестерен, а пластины  $O_1T = \rho_1$  и  $O_2T = \rho_2$  соответствуют зубьям шестерен, которые находятся в зацеплении и уменьшают скорость подачи шестеренного насоса. Следует отметить, что такое упрощение не приводит к искажению механизма нагнетания рабочей жидкости в шестеренном насосе.

3. Раскрывая более подробно механизм подачи шестеренного насоса, отмеченный в пункте 2, отметим следующее. Из рис. 1 можно увидеть, что нагнетание рабочей жидкости в шестеренном насосе можно разделить на два одновременно происходящих процесса. Во-первых, при вращении пластин  $O_1A$  и  $O_2B$  происходит уменьшение объема камеры нагнетания, что способствует процессу нагнетания и увеличению скорости нагнетания рабочей жидкости. Вторая сторона процесса нагнетания состоит в том, что при вращении пластин  $O_1T = \rho_1$  и  $O_2T = \rho_2$  происходит увеличение объема камеры нагнетания, что препятствует нагнетанию и снижает скорость нагнетания рабочей жидкости.

4. Из рис. 1 видим, что в процессе работы шестеренного насоса пластины  $O_1A$  и  $O_2B$  не изменяют своих геометрических размеров, в то время, как каждая из пластин  $O_1T = \rho_1$  и  $O_2T = \rho_2$  и сумма длин пластин  $O_1T = \rho_1$  и  $O_2T = \rho_2$  изменяются в процессе вращения при движении точки зацепления вдоль линии зацепления. Помимо этого, сумма длин пластин  $O_1A$  и  $O_2B$  на всем протяжении цикла нагнетания остается больше, чем сумма длин пластин  $O_1T = \rho_1$  и  $O_2T = \rho_2$ . Эта особенность и обеспечивает нагнетание рабочей жидкости, поскольку скорость уменьшения объема камеры нагнетания выше, чем ее увеличение.

Далее получим математическую модель выше описанной модели процесса подачи шестеренного насоса. Пусть точка  $T$  отображает текущее положение точки зацепления на линии зацепления зубьев шестерен насоса. Начало отсчета выберем в полюсе зацепления - точка  $P$ . При этом: координате текущей точки на линии зацепления -  $T$  соответствует отрезок  $PT = x$  (см. рис.1).

Введем следующие обозначения:  $O_1A = r_1, O_2B = r_2, O_1T = \rho_1$  и  $O_2T = \rho_2$ . Тогда на рис. 1:

$P$  - полюс зацепления – начало координатной оси отсчета: при этом вправо вверх  $x < 0$ , а влево вниз  $x > 0$ ;

-  $x$  - координата точки зацепления на линии зацепления;

-  $\chi_{\rho_1} = \angle PO_1T$  - угол, на который необходимо повернуть радиус-вектор -  $\rho_1$ , чтобы он занял нулевое (вертикальное) положение -  $O_1P$ ;

-  $\chi_{\rho_2} = \angle PO_2T$  - угол, на который необходимо повернуть радиус-вектор -  $\rho_2$ , чтобы он занял нулевое (вертикальное) положение -  $O_2P$ ;

-  $\varphi_1 = \angle PO_2K$  - угол, на который необходимо повернуть ведущую шестерню, чтобы радиус-вектор  $\rho_1$  занял нулевое (вертикальное) положение  $O_1P$ ;

-  $\varphi_2 = \angle PO_2L$  - угол, на который необходимо повернуть ведомую шестерню, чтобы радиус-вектор  $\rho_2$  занял нулевое (вертикальное) положение  $O_2P$ .

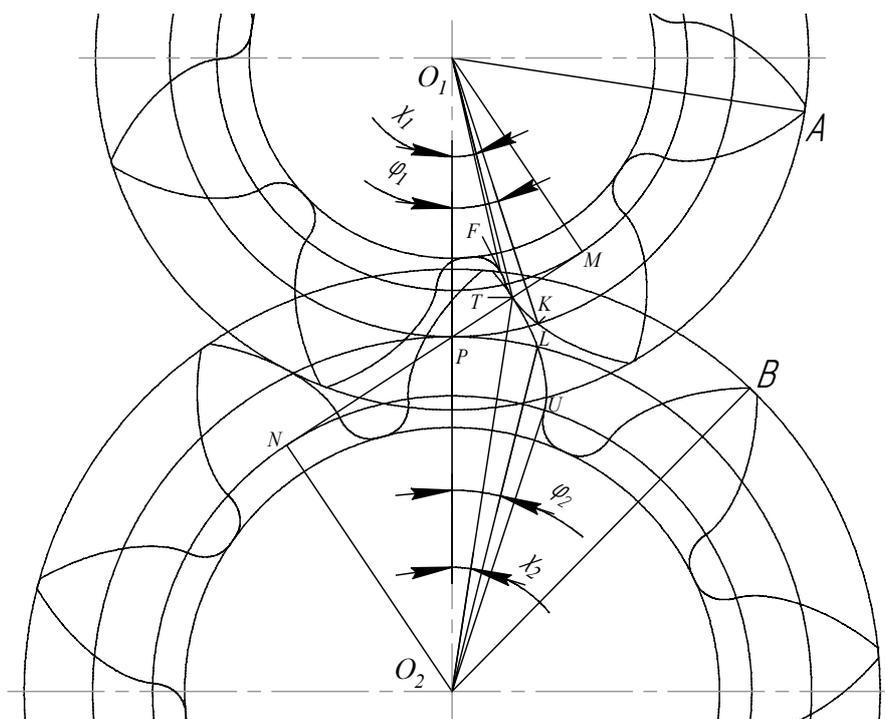


Рисунок 1 - Схема зубчатого зацепления для определения мгновенной подачи шестеренного насоса

Помимо этого, выпишем следующие очевидные соотношения:

$$\varphi_{1н} = \frac{2\pi}{z}, \quad (1)$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{z} \varepsilon, \quad (2)$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{r_1}{r_2}, \quad (3)$$

$$u = \frac{r_1}{r_2}, \quad (4)$$

где  $\varphi_{1н}$  - номинальный угол цикла – угол поворота ведущей шестерни, за который происходит один рабочий цикл работы шестеренного насоса;

$\varphi_1$  - фактический угол цикла – угол поворота ведущей шестерни, за который происходит один рабочий цикл работы шестеренного насоса;

$\varepsilon$  - коэффициент перекрытия зубчатого зацепления;

$\varphi_2$  - фактический угол цикла – угол поворота ведомой шестерни, за который происходит один рабочий цикл работы шестеренного насоса;

$u$  - передаточное отношение зубчатой передачи шестеренного насоса;

$r_1$  и  $r_2$  - радиусы начальных окружностей соответственно ведущей и ведомой шестерен.

В первую очередь найдем взаимосвязь между положением точки зацепления на оси зацепления -  $x$  и углом поворота ведущей шестерни  $\varphi_1$ . Исходя из понятия эвольвенты для нашего случая, при начале координат в полюсе зацепления -  $P$  взаимосвязь между указанными координатами можно записать в виде:

$$\varphi_1 = \frac{x}{r_{01}}, \quad (5)$$

$$\varphi_2 = \frac{x}{r_{02}}. \quad (6)$$

Из зависимостей (5) и (6) можно получить обратные зависимости:

$$x = \varphi_1 r_{01}, \quad (7)$$

$$x = \varphi_2 r_{02}. \quad (8)$$

Далее найдем зависимость длин радиус-векторов  $\rho_1$  и  $\rho_2$  от положения точки зацепления на линии зацепления  $MN$  -  $x$  и от угла поворота ведущей шестерни -  $\varphi$ . Из рис. 1 видим, что в соответствии с теоремой Пифагора и с учетом знака аргумента, можно получить:

$$\rho_1^2 = (r_{01} \operatorname{tg} \alpha + x)^2 + r_{01}^2. \quad (9)$$

Аналогично из рис. 1 видно, что:

$$\rho_2^2 = (r_{02} \operatorname{tg} \alpha - x)^2 + r_{02}^2. \quad (10)$$

Подставив значение  $x$  от  $\varphi$  в соответствующие формулы, получим:

$$\rho_1^2 = (r_{01} \operatorname{tg} \alpha + \varphi_1 r_{01})^2 + r_{01}^2. \quad (11)$$

Аналогично из рис. 1 видно, что:

$$\rho_2^2 = (r_{02} \operatorname{tg} \alpha - \varphi_2 r_{02})^2 + r_{02}^2. \quad (12)$$

Из (11) и (12), получим:

$$\rho_1 = \sqrt{(r_{01} \operatorname{tg} \alpha + \varphi_1 r_{01})^2 + r_{01}^2}, \quad (13)$$

$$\rho_2 = \sqrt{(r_{02} \operatorname{tg} \alpha - \varphi_2 r_{02})^2 + r_{02}^2}. \quad (14)$$

Графики зависимостей (13) и (14) представлены на рис. 2 для случая зубчатого зацепления с асимметричной линией зацепления, когда  $z_1 = 7$  и  $z_2 = 9$  и на рис. 3 для случая зубчатого зацепления с симметричной линией зацепления, когда  $z_1 = z_2 = 8$ . Комментируя полученные графики следует отметить, что изменение длины радиус-векторов  $\rho_1$  и  $\rho_2$  подчиняется криволинейным зависимостям. При этом, если радиус – вектор ведущей шестерни -  $\rho_1$  постоянно возрастает от минимального до максимального своего значения, то радиус – вектор ведомой шестерни -  $\rho_2$ , наоборот постоянно убывает от максимального до минимального своего значения.

Гораздо большее значение для дальнейшего понимания особенностей нагнетания рабочей жидкости в шестеренном насосе представляет собой характер поведения полусуммы квадратов радиус-векторов  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , которые представлены на этих же графиках. Эти графики представлены на рис. 2 и рис. 3.

Из рис. 2 и рис. 3, видим, что полусуммы квадратов радиус-векторов изменяются по параболическим зависимостям.

Для шестерен с асимметричной линией зацепления кривая полусуммы квадратов радиус-векторов также подчиняется параболическому закону, но носит асимметричный характер, достигая максимального значения в начале зацепления, а минимальное значения после прохождения полюса зацепления (см. рис. 2).

Для шестерен с симметричной линией зацепления кривая полусуммы квадратов радиус-векторов носит параболический симметричный характер, достигая максимального значения в начале и в конце зацепления, а минимальное значение приходится на зацепление в полюсе -  $P$  (см. рис. 3).

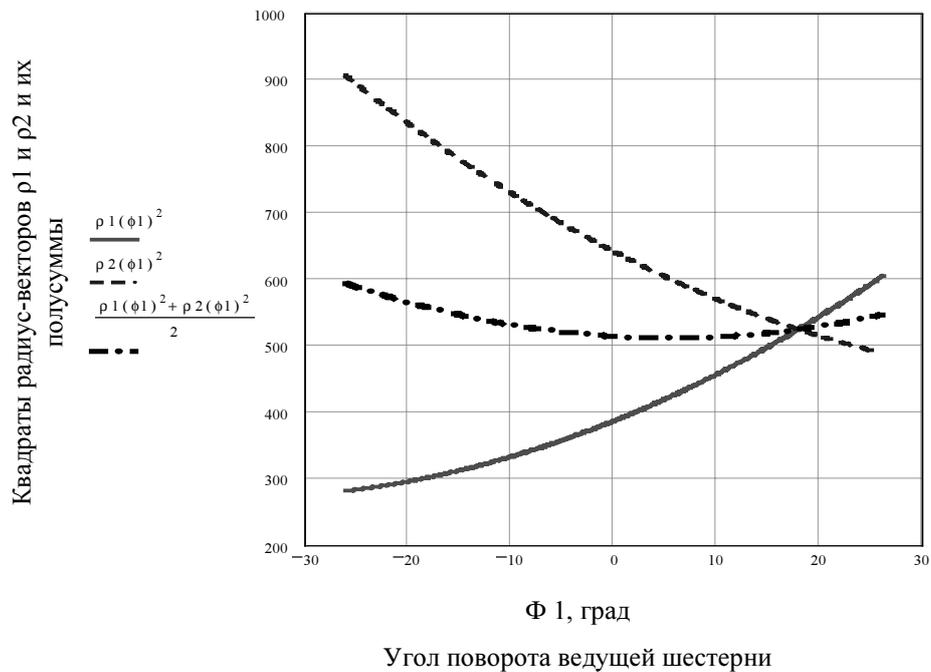


Рисунок 2 - Характер изменения квадратов радиус-векторов, проведенных из центров шестерен в точку их зацепления для ведущей и ведомой шестерен и полусуммы квадратов при условии, что  $z_1 = 7$  и  $z_2 = 9$

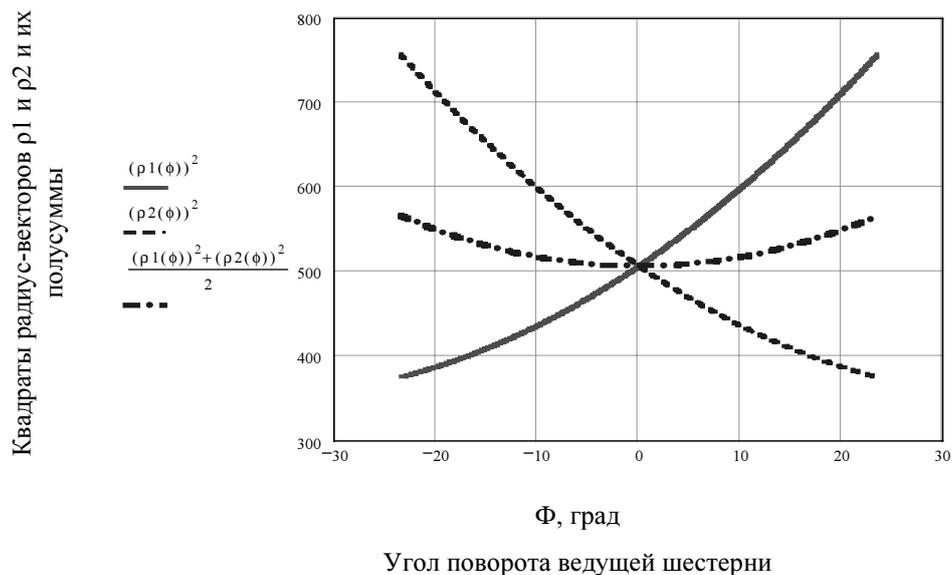


Рисунок 3 - Характер изменения квадратов радиус-векторов, проведенных из центров шестерен в точку их зацепления для ведущей и ведомой шестерен и полусуммы квадратов при условии, что  $z_1 = z_2 = 8$

Далее перейдем к выводу зависимости мгновенной подачи от угла поворота ведущей шестерни -  $\phi_1$ .

Дадим ведущей шестерне приращение -  $\Delta\phi$ . Тогда квадраты длин радиус-векторов  $\rho_1$  и  $\rho_2$  составят:

$$\rho_1^2(\Delta\phi) = [r_{01} \operatorname{tg}\alpha + (\phi_1 + \Delta\phi)r_{01}]^2 + r_{01}^2, \quad (15)$$

$$\rho_1^2(\Delta\varphi) = \left[ r_{01} \operatorname{tg}\alpha - \left( \frac{r_1}{r_2} \phi_1 + \Delta\varphi \right) r_{01} \right]^2 + r_{02}^2. \quad (16)$$

Исходя из схемы зубчатого зацепления, представленной на рис. 1 и предпосылок, изложенных в пунктах 1...4 - изменение объема камеры нагнетания шестеренного насоса можно представить в виде:

$$\Delta V(\Delta\varphi) = b \left[ \frac{\pi\Delta\varphi}{2\pi} (R_{e1}^2 - R_{i1}^2) + \frac{\pi\Delta\varphi}{2\pi} \frac{r_1}{r_2} (R_{e2}^2 - R_{i2}^2) - \frac{\pi\Delta\varphi}{2\pi} (\rho_1^2 - R_{i1}^2) - \frac{\pi\Delta\varphi}{2\pi} \frac{r_1}{r_2} (\rho_2^2 - R_{i2}^2) \right], \quad (17)$$

где  $R_{e1}$  и  $R_{e2}$  - радиусы вершин зубьев шестерен, соответственно ведущей и ведомой шестерен;

$R_{i1}$  и  $R_{i2}$  - радиусы окружности впадин зубьев шестерен, соответственно ведущей и ведомой шестерен;

$r_1$  и  $r_2$  - радиусы начальных окружностей зубчатого зацепления шестерен насоса, соответственно ведущей и ведомой шестерен;

$b$  - ширина шестерни.

Преобразовав (17), получим:

$$\Delta V(\Delta\varphi) = \frac{\Delta\varphi}{2} b \left( R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - \rho_1^2 - \frac{r_1}{r_2} \rho_2^2 \right). \quad (18)$$

Подставим в (18) значение квадратов радиус-векторов из (15) и (16):

$$\Delta V(\Delta\varphi) = \frac{\Delta\varphi}{2} b \left\{ R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - [r_{01} \operatorname{tg}\alpha + (\phi_1 + \Delta\varphi)r_{01}]^2 - r_{01}^2 - \left[ -\frac{r_1}{r_2} \left[ r_{02} \operatorname{tg}\alpha - \left( \frac{r_1}{r_2} \phi_1 + \Delta\varphi \right) r_{02} \right]^2 - \frac{r_1}{r_2} r_{02}^2 \right] \right\}. \quad (19)$$

Определим среднюю подачу за один радиан, как:

$$q_{cp} = b \frac{\Delta V(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi}. \quad (20)$$

Подставив в (20) значение  $\Delta V(\Delta\varphi)$  из (19), получим:

$$q_{cp} = \frac{\Delta V(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi} = \frac{1}{2} b \left\{ R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - [r_{01} \operatorname{tg}\alpha + (\phi_1 + \Delta\varphi)r_{01}]^2 - r_{01}^2 - \left[ -\frac{r_1}{r_2} \left[ r_{02} \operatorname{tg}\alpha - \left( \frac{r_1}{r_2} \phi_1 + \Delta\varphi \right) r_{02} \right]^2 - \frac{r_1}{r_2} r_{02}^2 \right] \right\}. \quad (21)$$

Переходя к пределу, мы тем самым осуществляем переход от средней к мгновенной подаче в данной точке поворота шестерен:

$$q_{мгн}(\varphi) = b \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta V(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi}, \quad (22)$$

$$q_{мгн}(\varphi) = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta V(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi} = \frac{1}{2} b \left[ R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - (r_{01} \operatorname{tg}\alpha + \phi_1 r_{01})^2 - r_{01}^2 - \left[ -\frac{r_1}{r_2} \left( r_{02} \operatorname{tg}\alpha - \frac{r_1}{r_2} \phi_1 r_{02} \right)^2 - \frac{r_1}{r_2} r_{02}^2 \right] \right]. \quad (23)$$

Раскрыв скобки, получим:

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = \frac{1}{2} b \left\{ \begin{aligned} & R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - (r_{01}^2 \text{tg}^2 \alpha + 2\phi_1 r_{01}^2 \text{tg} \alpha + \phi_1^2 r_{01}^2) - r_{01}^2 - \\ & - \frac{r_1}{r_2} \left[ r_{02}^2 \text{tg}^2 \alpha - 2 \frac{r_1}{r_2} \phi_1 r_{02}^2 \text{tg} \alpha + \left( \frac{r_1}{r_2} \phi_1 r_{02} \right)^2 \right] - \frac{r_1}{r_2} r_{02}^2 \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

Выражение (24) можно представить в виде:

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = \frac{1}{2} b \left\{ \begin{aligned} & R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - (r_{01}^2 \text{tg}^2 \alpha + r_{01}^2) - 2\phi_1 r_{01}^2 \text{tg} \alpha - \phi_1^2 r_{01}^2 - \\ & - \frac{r_1}{r_2} (r_{02}^2 \text{tg}^2 \alpha + r_{02}^2) + 2 \frac{r_1}{r_2} \frac{r_1}{r_2} \phi_1 r_{02}^2 \text{tg} \alpha - \frac{r_1}{r_2} \left( \frac{r_1}{r_2} \phi_1 r_{02} \right)^2 \end{aligned} \right\}. \quad (25)$$

Из рис. 1, видим, что:

$$r_1^2 = r_{01}^2 \text{tg}^2 \alpha + r_{01}^2, \quad (26)$$

$$r_2^2 = r_{02}^2 \text{tg}^2 \alpha + r_{02}^2. \quad (27)$$

Тогда (23) можно представить в виде:

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = \frac{1}{2} b \left[ \begin{aligned} & R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - r_1^2 - r_1 r_2 - \\ & - 2\phi_1 r_{01}^2 \text{tg} \alpha - \phi_1^2 r_{01}^2 + 2 \frac{r_1}{r_2} \frac{r_1}{r_2} \phi_1 r_{02}^2 \text{tg} \alpha - \frac{r_1}{r_2} \left( \frac{r_1}{r_2} \phi_1 r_{02} \right)^2 \end{aligned} \right], \quad (28)$$

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = \frac{1}{2} b \left\{ \begin{aligned} & R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - r_1^2 - r_1 r_2 + \\ & + 2\phi_1 \text{tg} \alpha \left( \frac{r_1}{r_2} \frac{r_1}{r_2} r_{02}^2 - r_{01}^2 \right) - \phi_1^2 \left[ r_{01}^2 + \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^3 r_{02}^2 \right] \end{aligned} \right\}. \quad (29)$$

Зная, что  $r = \frac{r_0}{\cos \alpha}$ , выражение (29), можно записать в виде:

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = \frac{1}{2} b \left\{ R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - r_1^2 - r_1 r_2 - \phi_1^2 \left[ r_{01}^2 + \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^3 r_{02}^2 \right] \right\}. \quad (30)$$

Или, окончательно:

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = \frac{1}{2} b \left[ R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - r_1^2 - r_1 r_2 - \phi_1^2 r_{01}^2 \left( 1 + \frac{r_1}{r_2} \right) \right]. \quad (31)$$

Для случая  $z_1 = z_2$ , получим:

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = b (R_e^2 - r^2 - \phi_1^2 r_{01}^2). \quad (32)$$

Или мгновенная подача через дифференциал составит:

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = \frac{dq_\varphi}{d\varphi} = \frac{1}{2} b \left[ R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - r_1^2 - r_1 r_2 - \phi_1^2 r_{01}^2 \left( 1 + \frac{r_1}{r_2} \right) \right]. \quad (33)$$

Для случая  $z_1 = z_2$ , получим:

$$q_{\text{мгн}}(\varphi) = \frac{dq_\varphi}{d\varphi} = b (R_e^2 - r^2 - \phi_1^2 r_{01}^2). \quad (34)$$

Таким образом, нами получены зависимости мгновенной подачи шестеренного насоса в зависимости от угла поворота ведущей шестерни -  $\varphi_1$ .

Однако в предпосылках при создании указанной математической модели отмечено, что в качестве независимого параметра может выступать координата точки зацепления на линии зацепления -  $x$ , а также время вращения шестерен.

При переходе к новой переменной необходимо произвести замену переменных. А для этого необходимо найти взаимосвязь между упомянутыми переменными. Такая взаимосвязь была найдена. Воспользовавшись этими зависимостями можем записать, что:

- координата точки зацепления зубьев шестерен на линии зацепления:

$$x = \varphi_1 r_{01}; \quad (35)$$

- угол поворота шестерни через угловую скорость шестерни можно представить в виде:

$$\varphi = \omega \tau, \quad (36)$$

тогда зависимость (35), можно представить в виде:

$$x = \omega \tau_1 r_{01}. \quad (37)$$

Произведя замену переменных можно записать, что

$$\frac{dq}{d\varphi} = \frac{dq}{dx} \frac{dx}{d\varphi}. \quad (38)$$

Но поскольку

$$\frac{dx}{d\varphi_1} = r_{01}, \quad (39)$$

то выражение (38) перепишем в виде:

$$\frac{dq}{d\varphi_1} = \frac{dq}{dx} r_{01}. \quad (40)$$

Тогда зависимость мгновенной подачи от положения точки зацепления на линии зацепления -  $x$  можно представить в виде:

- для случая, когда  $z_1 \neq z_2$

$$q_x = \frac{dq}{dx} = \frac{b}{2r_{01}} \left[ R_{e1}^2 + R_{e1}^2 \frac{r_1}{r_2} - r_1^2 - r_1 r_2 - x^2 \left( 1 + \frac{r_1}{r_2} \right) \right]; \quad (41)$$

- для случая, когда  $z_1 = z_2 = z$

$$q_x = \frac{dq}{dx} = \frac{b}{r_0} (R_e^2 - r^2 - x^2). \quad (42)$$

Е.М. Юдиным [7] были получены аналогичные зависимости для определения мгновенной подачи шестеренного насоса от положения точки зацепления на линии зацепления -  $x$ , в предположении, что начало отсчета движения точки зацепления находится в полюсе -  $P$ , что подтверждает правильность приведенных выше выкладок.

По аналогии с предыдущим случаем запишем:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dq}{dx} \omega r_{01}. \quad (43)$$

Тогда зависимость мгновенной подачи от времени вращения шестерен можно представить в виде :

- для случая  $z_1 \neq z_2$  :

$$q_{\text{мгн}}(\tau) = \frac{dq}{d\tau} = \frac{1}{2} b \omega \left[ R_{e1}^2 + \frac{r_1}{r_2} R_{e2}^2 - r_1^2 - r_1 r_2 - \tau_1^2 r_{01}^2 \left( 1 + \frac{r_1}{r_2} \right) \right]. \quad (44)$$

Для случая  $z_1 = z_2$ , получим:

$$q_{\text{мгн}}(\tau) = \frac{dq}{d\tau} = b\omega \left( R_e^2 - r^2 - \tau_1^2 r_{01}^2 \right). \quad (45)$$

Полученные выражения (33), (34), (41), (42), (44) и (45) отображают мгновенную подачу насоса в зависимости от положения точки зацепления на линии зацепления. Положение точки зацепления может определяться в нашем случае либо угловой координатой – углом поворота ведущей шестерни -  $\varphi$ , либо линейной координатой положения точки зацепления на линии зацепления -  $x$ , либо временем -  $\tau$ . Единицей измерения мгновенной подачи является –  $\text{м}^3/\text{рад}$  (зависимости (33), (34)) или  $\text{м}^3/\text{м}$  (зависимости (41), (42)), или  $\text{м}^3/\text{с}$ , физический смысл которой заключается в том, что при изменении координаты точки зацепления на  $\Delta\varphi$  [рад] или  $\Delta x$ , [м], или -  $\Delta\tau$ , [с] мгновенная подача насоса изменится на  $\Delta q$ ,  $\text{м}^3$ .

Анализ полученных зависимостей (33), (34), (41), (42), (44) и (45) показывает, что мгновенная подача подчиняется квадратичной зависимости, а кривые указанных зависимостей представляют собой параболы, направленные вершиной вверх. Максимальное значение мгновенная подача шестеренного насоса приобретает в момент, когда координата точки зацепления  $x = 0$ , которой соответствует угол поворота ведущей шестерни -  $\varphi_1 = 0$  или время поворота ведущей шестерни  $\tau_1 = 0$ , т.е. в полюсе зацепления зубьев шестерен -  $P$ , а далее она убывает по параболической зависимости.

Возникает естественный вопрос - в чем же достоинства предложенной модели?

Во-первых, следует отметить, что предложенная модель математически адекватно описывает процессы, происходящие в процессе нагнетания рабочей жидкости.

Во-вторых, предложенная модель объясняет принцип работы шестеренного насоса при нагнетании рабочей жидкости, что отсутствует во многих работах, считающихся классикой в области шестеренных гидромашин. Это позволяет под иным углом взглянуть на полученные зависимости и наметить пути дальнейшего совершенствования шестеренного насоса в направлении повышения подачи.

## Выводы

1. Предложен новый подход при разработке математической модели мгновенной подачи, сущность которого состоит в том, что процесс нагнетания рабочей жидкости происходит при взаимодействии двух противоположно направленных процессов уменьшения и увеличения объема камеры нагнетания шестеренного насоса. При этом, нагнетание рабочей жидкости происходит благодаря тому, что объем уменьшения камеры нагнетания превосходит объем ее увеличения.

2. Воспользовавшись предложенной описательной моделью была разработана математическая модель мгновенной подачи шестеренного насоса.

3. Предложенная модель объясняет принцип работы шестеренного насоса при нагнетании рабочей жидкости, что позволяет по новому подойти к совершенствованию шестеренного насоса в направлении повышения его подачи.

## Список литературы

1. Башта Т.М. Машиностроительная гидравлика «Машиностроение» - 1971. - 672 с.
2. Башта Т.М. Самолетные гидравлические приводы и агрегаты (конструкции и расчет). Гос. Издат оборонной промышленности. – М.: 1951. – 453 с.
3. Башта Т.М. Расчеты и конструкции самолетных гидравлических устройств. Изд. 3-е перераб и доп. М.: Оборонгиз. –1961. - 475 с.

4. Башта Т.М., Руднев С.С., Б.Б. Некрасов, О.В. Байбаков, Ю.Л. Кирилловский. Гидравлика, гидравлические машины и гидравлический привод. Под ред. Башта Т.М. М.: Машиностроение, 1970. – 504 с.
5. Леонов А.Е. Насосы гидравлических систем станков и машин. М.: – К. Машгиз. 1960. – 226 с.
6. Рыбкин Е.А., Усов А.А. Шестеренные насосы для металлорежущих станков. – М.: Машгиз, 1960. – 189 с.
7. Юдин Е.М. Шестеренные насосы. – М.: Машиностроение, 1964. – 236 с.

Запропоновано новий підхід до пояснення процесу подачі робочої рідини шестеренного насоса. Базуючись на згаданій моделі процесу подачі, була отримана аналітична модель подачі робочої рідини. Отримана математична модель відкриває шлях до подальшого вдосконалення шестеренного насоса в напрямку збільшення його подачі.

The new going is offered near explanation of process of serve of working liquid of cog-wheel pump. Being based on the mentioned model of process of serve, the analytical model of serve of working liquid was got. The got mathematical model opens a way to subsequent perfection of cog-wheel pump in the direction of increase of his serve.