

Центральноукраїнський національний технічний університет
Механіко-технологічний факультет
Кафедра матеріалознавства та ливарного виробництва

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри МЛВ
канд. техн. наук, доцент
_____ Олександр КУЗИК
« ____ » _____ 20 ____ р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

за другим (магістерським) рівнем вищої освіти на тему:
Дослідження впливу складу, температури модифікування та
структури ковкого чавуну на його механічні властивості

Виконав здобувач вищої освіти
II курсу, групи ПМ-23М-1
спеціальності 131
«Прикладна механіка»
_____ Андрій ЛИСЕНКО
« ____ » _____ 20 ____ р.

Керівник магістерської роботи
Старший викладач
_____ Микола БОСІЙ
« ____ » _____ 20 ____ р.

Рецензент
канд. ф.-м. наук, доцент
_____ Володимир ПИРОГОВ
« ____ » _____ 20 ____ р.

м. Кропивницький -20____

Центральноукраїнський національний технічний університет

Факультет: механіко-технологічний

Кафедра: матеріалознавства та ливарного виробництва

Рівень вищої освіти: другий (магістерський)

Галузь знань: 13 «Механічна інженерія»

Спеціальність: 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма: «Прикладна механіка»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедри МЛВ

канд. техн. наук, доцент

_____ Олександр КУЗИК

«_____» _____ 20__ р.

**ЗАВДАННЯ НА ВИПУСКНУ КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ
ЗА ДРУГИМ (МАГІСТЕРСЬКИМ) РІВНЕМ ВИЩОЇ ОСВІТИ**

Лисенко Андрій Якович

1. Тема роботи: Дослідження впливу складу, температури модифікування та структури ковкого чавуну на його механічні властивості.

2. Керівник роботи: Босий Микола Вікторович старший викладач

3. Строк подання роботи до захисту: «_____» _____ 20__ р.

4. Мета та завдання випускної кваліфікаційної роботи.

Мета: вивчення вплив складу, температури модифікування та структури на механічні властивості ковкого чавуну.

Завдання: обґрунтувати напрямок досліджень та актуальність теми; розробити методику досліджень; виконати дослідження та провести аналіз отриманих результатів

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів випускної кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Опрацювання навчальної та наукової літератури		
2	Проведення наукових досліджень, обробка фактичного матеріалу		
3	Написання першого варіанта тексту, подання його на ознайомлення		

	керівнику		
4	Усунення недоліків, написання останнього варіанта тексту		
5	Перевірка роботи на плагіат		
6	Зовнішнє рецензування роботи		
7	Захист випускної кваліфікаційної роботи на засіданні екзаменаційної комісії		

Дата видачі завдання

« ____ » _____ 20 ____ р.

Підпис керівника

_____ Микола БОСІЙ

Завдання прийнято до виконання

« ____ » _____ 20 ____ р.

Підпис здобувача

_____ Андрій ЛИСЕНКО

ЗМІСТ

	стор.
ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОВКОГО ЧАВУНУ	11
1.1. Вплив хімічного складу ковкого чавуну на його механічні властивості	11
1.2. Вплив технології плавки, заливки і модифікування на механічні властивості ковкого чавуну	15
1.3. Вплив структури ковкого чавуну на його механічні властивості	17
1.4. Залежності між різними показниками механічних властивостей ковкого чавуну	19
РОЗДІЛ 2. ОБ'ЄКТ І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ	20
2.1. Об'єкт і предмет дослідження	20
2.2. Методика і матеріал дослідження	21
2.3. Методика кореляційного і регресійного аналізу для отримання залежностей впливу хімічного складу ковкого чавуну на його міцність і твердість	22
РОЗДІЛ 3. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ ВЛИВУ СКЛАДУ ТА СТРУКТУРИ КОВКОГО ЧАВУНУ НА ЙОГО МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ	29
3.1. Оброблення даних при застосуванні МНК для залежностей міцності і твердості ковкого чавуну від його складу	29
3.2. Залежності кореляції міцності і твердості ковкого чавуну від його складу	52
3.3. Оброблення значень показників, які характеризують структуру ковкого чавуну	54
РОЗДІЛ 4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ	57
4.1. Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень твердості (НВ) нормальному закону розподілу	58
4.2. Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень	

меж міцності (σ_B) нормальному закону розподілу	60
4.3. Розподіл значень показників, які характеризують структуру ковкого чавуну	64
4.4. Вплив вмісту вуглецю і кремнію на механічні властивості ковкого чавуну ...	67
4.5. Вплив вмісту марганцю і сірки на механічні властивості ковкого чавуну...	69
4.6. Вплив міцності на твердість ковкого чавуну	72
ВИСНОВКИ.....	73
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	74
ДОДАТКИ.....	77
Додаток 1. Довідка про публікацію.....	78

АНОТАЦІЯ

Лисенко А. Я. Дослідження впливу складу, температури модифікування та структури ковкого чавуну на його механічні властивості, спеціальність 131 «Прикладна механіка», ОПП – «Прикладна механіка», Центральноукраїнський національний технічний університет, Кропивницький, 2024. – 78с. Матеріали ілюстрації 22 іл.

Метою дослідження є вивчення впливу хімічного складу, температури модифікування та структури на механічні властивості виливків із ковкого чавуну.

Дослідження виконувалось методами математичної статистики – перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки нормальному закону розподілу, кореляційним і регресійним аналізом в середовищі Microsoft Office Excel та MathCAD.

Отримані дані з метою встановлення степені достовірності досліджуваних залежностей механічних властивостей за допомогою перевірки гіпотези нормального розподілу міцносних показників та структури. Побудовані гістограми розподілу значень механічних властивостей та структури (твердості, межі міцності, діаметра графітних включень, числа графітних включень, кількості перліту, розміру зерна фериту). Встановлена тіснота зв'язку між досліджуваними відповідними параметрами, встановлено також характер впливу вуглецю, кремнію, сірки на механічні властивості ковкого чавуну. Встановлений також оптимальний склад ковкого чавуну.

З'ясовано, що вирішальний вплив на механічні властивості має вуглець і кремній, а також структура чавуну. Отже, треба регулювати хімічний склад для поліпшення міцності і твердості виливків із ковкого чавуну.

Запропоновано відповідно оптимальний склад ковкого чавуну для дослідження його міцносних властивостей.

виливки, ковкий чавун, міцність, твердість, метод нормального розподілу, метод найменших квадратів, кореляція, рівняння регресії

ABSTRACT

Lysenko A. Ya. Study of the influence of chemical composition, modification temperature and structure on the mechanical properties of ductile iron castings, specialty 131 "Applied Mechanics", OPP - "Applied Mechanics", Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, 2024. - 78p. Illustration materials 22 images.

The purpose of the study is to study the influence of chemical composition, modification temperature and structure on the mechanical properties of ductile iron castings.

The research was carried out using the methods of mathematical statistics - testing the hypothesis that the sample is subject to the normal distribution law and correlation and regression analysis in Microsoft Office Excel and MathCAD.

The data were obtained in order to establish the degree of reliability of the investigated dependences of mechanical properties by means of testing the hypothesis of a normal distribution of strength indicators and structure. Histograms of the distribution of values of mechanical properties and structure (hardness, strength limit, diameter of graphite inclusions, number of graphite inclusions, amount of pearlite, ferrite grain size) were constructed. The closeness of the connection between the studied relevant parameters was established, and the nature of the influence of carbon, silicon, and sulfur on the mechanical properties of ductile iron was also established. The optimal composition of ductile iron is also established.

It was found that carbon and silicon, as well as the structure of cast iron, have a decisive influence on the mechanical properties. Therefore, it is necessary to adjust the chemical composition to improve the strength and hardness of castings from ductile iron.

Accordingly, the optimal composition of ductile iron is proposed for the study of its strength properties.

castings, ductile iron, strength, hardness, normal distribution method, correlation, regression equation

ВСТУП

Актуальність теми

Наразі суттєве значення мають наукові дослідження, які направлені, в першу чергу, на покращення якості, а також зниження вартості виливків із ковкого чавуну. В Україні його виготовляють майже 24,76 млн.т, це 2,10 % від світового виробництва чавуну.

Використання виливків із ковкого чавуну натеper в машинобудівній промисловості дає змогу підвищити як зносостійкість, так і експлуатаційні властивості деталей, особливо, в автотракторному і сільськогосподарському машинобудуванні та різних сферах промисловості.

На даний час дуже виріс інтерес до проблем лиття ковкого чавуну – формування його структури та механічних властивостей.

Механічні властивості ковкого чавуну залежать: по-перше, від його хімічного складу, по-друге – від структури, по-третє, від технологічних процесів плавки, заливки і модифікування.

Аналізу процесів формування структури та механічних властивостей ковкого чавуну приділяється велика увага. Дослідження закономірностей структури і механічних властивостей ковкого чавуну в залежності від хімічного складу його пов'язано з вивченням теорії його кристалізації в процесах лиття.

Вивчення ковких чавунів натеper показують, що в процесах їх отримання необхідно особливу увагу надавати прийомам та методам, які корегують хімічний склад ковкого чавуну.

Отже основними напрямленнями роботи є визначення оптимальних технологічних параметрів, за допомогою яких можна регулювати хімічний склад та структуру виливків із ковкого чавуну, щоб покращити їх якість і знизити вартість.

Дослідження вивчення впливу хімічного складу, модифікування та структури ковкого чавуну на його механічні властивості наразі є актуальним

науково-практичним завданням, що спрямовано на підвищення міцності і твердості виливків із ковкого чавуну в залежності від його складу.

Мета та задачі дослідження

Метою дослідження є вивчення впливу хімічного складу, температури модифікування та структури на механічні властивості виливків із ковкого чавуну.

Треба вирішити такі *задачі*:

- вивчити вплив хімічного складу на механічні властивості ковкого чавуну;
- вивчити вплив технології плавки, заливки і модифікування на механічні властивості ковкого чавуну;
- вивчити вплив структури на механічні властивості ковкого чавуну;
- дослідити вплив вмісту вуглецю, кремнію та сірки на механічні властивості ковкого чавуну;
- побудувати кореляційні залежності впливу різних показників на механічні властивості ковкого чавуну;
- перевірити гіпотезу про підпорядкування вибірки значень твердості (НВ) нормальному закону розподілу;
- перевірити гіпотезу про підпорядкування вибірки значень меж міцності (σ_B) нормальному закону розподілу;
- виконати розподіл значень показників, які характеризують структуру ковкого чавуну.

Об'єкт і предмет дослідження

Об'єктом дослідження є ковкий чавун. Предметом дослідження є вивчення впливу хімічного складу ковкого чавуну, модифікування та структури на механічні властивості.

Наукова новизна одержаних результатів

В роботі запропоновано оптимальний склад ковкого чавуну для дослідження його механічних властивостей.

Вперше проведено вивчення впливу хімічного складу, температури модифікування та структури на механічні властивості ковкого чавуну для відповідного хімічного складу: C = 2,7–3,2%; Si = 0,9–1,3%; Mn = 0,40–0,60%; до 0,25% S; до 0,1% Cr.

З'ясовано, що найбільший вплив на механічні властивості ковкого чавуну має вміст вуглецю, кремнію, марганцю, а також сірки. Благотворний вплив на мехвластивості ковкого чавуну мають технологія плавки, заливки та модифікування, а також сама структура чавуну.

Практичне значення отриманих результатів

Проведене дослідження впливу хімскладу, температури перегріву, температури модифікування і структури ковкого чавуну на його мехвластивості відповідно показує, що треба, в першу чергу, регулювати і коригувати його хімсклад. Очікуваний вплив на мехвластивості ковкого чавуну має форма графітових включень, а також їх розмір.

Апробація результатів роботи

Результати роботи доповідались в 2024 році на 2-й Міжнародній науково-практичній конференції «Evolving Science: Theories, Discoveries and Practical Outcomes» яка відбулася 18-20 листопада 2024. Цюріх, Швейцарія. Отримано сертифікат (див. Додаток 1).

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОВКОГО ЧАВУНУ

1.1. Вплив хімічного складу ковкого чавуну на його механічні властивості

Хімічний склад ковкого чавуну є дуже важливим фактором, який обумовлює його механічні властивості. При цьому механізм впливу елементів визначається головним чином зміною умов первинної і вторинної кристалізації сплаву. Зміна складу структурних складових, як правило, має все таки менше значення, хоча відповідно легування значно підвищує механічні властивості феритного ковкого чавуну [1-4].

Зміною складу інших структурних складових, наприклад, таких як (карбідів, графіту, сульфідів і т.п.) будемо нехтувати, оскільки визначальну роль відіграє відповідно їх величина, форма і розподіл. З рис. 1.1 видно, що важливим елементом, який визначає механічні властивості ковкого чавуну, є вуглець.

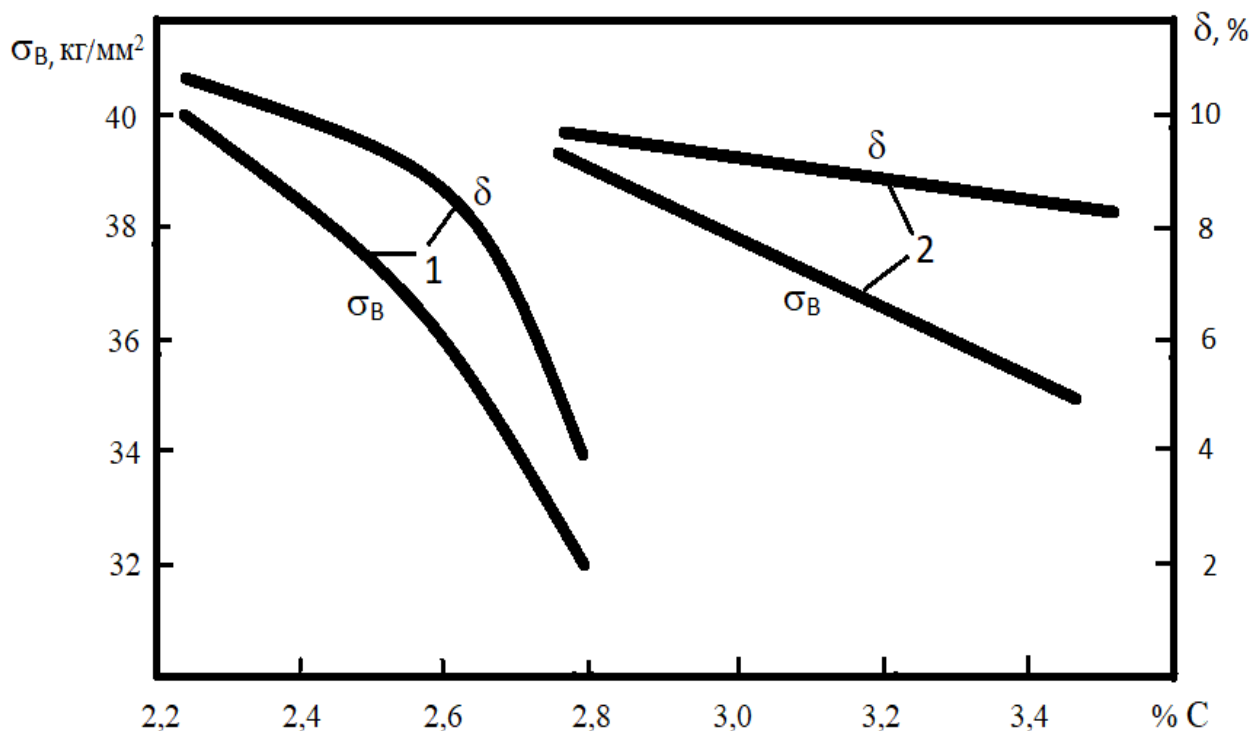


Рис. 1.1. Вплив вуглецю на механічні властивості ковкого чавуну

1) Si=1,1%; Mn/S=3,5% ; 2) Si=1,0-1,2; Mn/S =2,4-3,0

Дослідники ковкого чавуну вважають, що збільшення вмісту вуглецю веде до зменшення його міцності і пластичності. Це обумовлюється збільшенням як графітної фази, так і укрупненням її розмірів.

Вплив кремнію на механічні властивості ковкого чавуну принципово буде іншим від впливу вуглецю, хоча ці елементи діють на графітизацію однаково якісно. Визначальна різниця між впливом кремнію і вуглецю в ковкому чавуні полягає в наступному, що кремній утворює твердий розчин з феритом, тому він, підвищуючи його твердість і, відповідно знижує в'язкість та пластичність. Який вміст вуглецю маємо в ковкому чавуні в залежності від того і визначається характер впливу кремнію. При вмісті вуглецю в чавуні, наприклад, до 2,7-2,8% кремній діє як легований елемент, безперервно зменшуючи в'язкість і пластичність та підвищуючи міцність, як видно з рис. 1.2. [1-4].

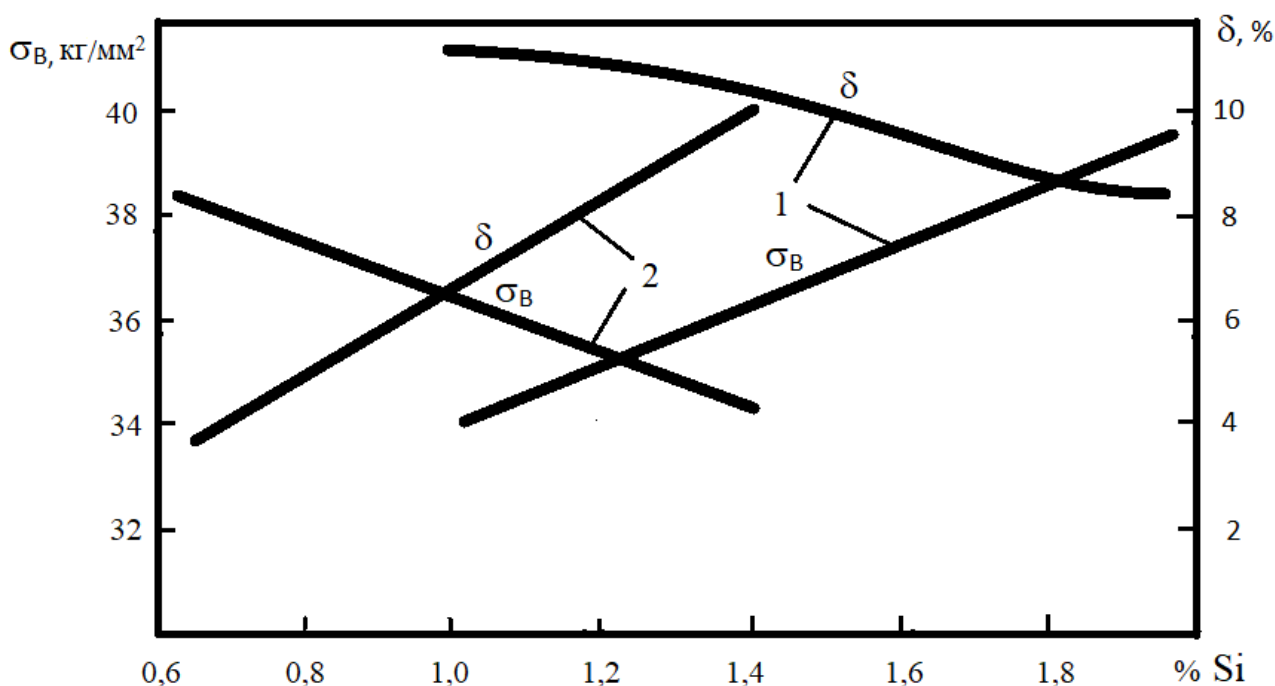


Рис. 1.2. Вплив кремнію на механічні властивості ковкого чавуну

1) C=2,5%; Mn/S=3,4% ; 2) C=2,9-3,1; Mn/S =2,4-3,0

При вмісті кремнію, наприклад, більше 2,8 % він діє як графітизуючий елемент, збільшення якого безперервно знижує відповідно міцність. Коли підвищений вміст вуглецю при низькому вмісті кремнію відповідно частина

зв'язаного вуглецю за період графітізуючого відпалу буде залишатися в механічній матриці у вигляді перліту. Коли маємо підвищений вміст кремнію, то увесь вуглець буде знаходитись у вигляді пластівчастих включень графіту а матриця відповідно стає чисто феритна.

Вагомий вплив на механічні властивості ковкого чавуну має сірка і марганець. Вплив марганцю в ковкому чавуні виявляється завдяки легуванню фериту і гальмуванню графітізації та виявляється в підвищенні міцності і зниженню пластичності. В процесі структуроутворення він є основним перлітизуючим елементом [1-4].

Вплив сірки на механічні властивості ковкого чавуну наступний: можна достовірно стверджувати, що сірка і, особливо, FeS надає несуттєвий вплив на міцність і пластичність чавуну при одній і тій же структурі металевої матриці, це пояснюється ослабленням границь зерен евтектичної Fe-FeS. Разом з тим сірка сприяє перлітизації, вона покращує форму графіту, може значно підвищити міцність, одночасно знижуючи пластичність, що видно з рис. 1.3.

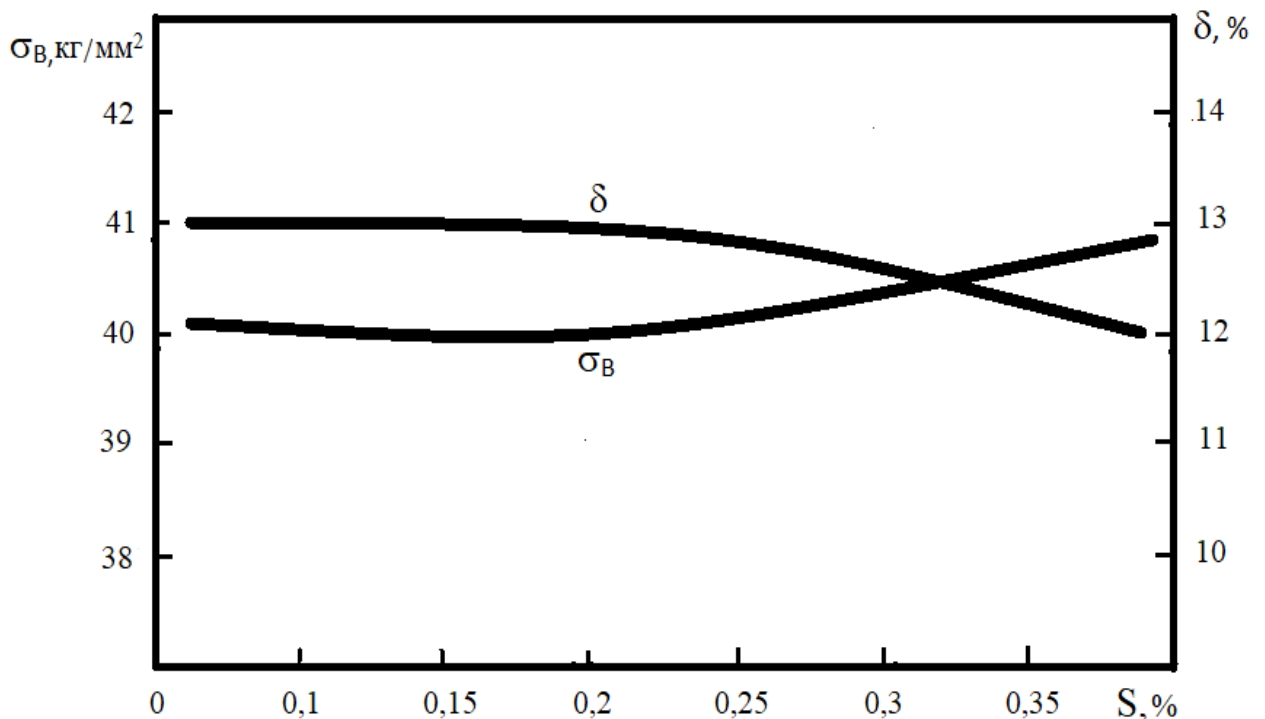


Рис. 1.3. Вплив сірки на механічні властивості ковкого чавуну

C = 2,5 %; Si = 1,2% ; Mn = 0,5 %

Вплив сірки менш негативний, коли вона пов'язана з марганцем. При відповідному співвідношенні Mn/S можна досягти оптимального співвідношення між міцністю і пластичністю. Інтенсивність впливу сірки на міцність також буде знижуватися при збільшенні вмісту кремнію в чавуні.

Вплив фосфору на мехвластивості ковкого чавуну будуть відповідно проявлятися завдяки процесу легування фериту, подрібненню евтектичного зерна та утворення включень фосфідної евтектики. При цьому в ковкому чавуні підвищується як міцність, так і твердість, а пластичність і в'язкість відповідно знижуються. Сприятливий вплив фосфору на міцність ковкого чавуну проявляється лише при вмісті фосфору до 0,2-0,3 %, а вже при подальшому збільшенні вмісту фосфору міцність або знижується, або інтенсивність її збільшення дуже незначна [1-4].

Наразі широке використання при виробництві ковкого чавуну знаходить алюміній, його використовують як модифікатор, який прискорює утворення графіту. Вплив алюмінію на мехвластивості ковкого чавуну пов'язано з компактною формою його графіту, при збільшенні складу алюмінію спостерігається деяка кількість графітних включень, близьких за формою до пластинчастих [1-4].

1.2. Вплив технології плавки, заливки і модифікування на механічні властивості ковкого чавуну

Фактори, які визначають рідкий стан чавуну – це (перегрів в плавильному агрегаті, модифікування, шихтові матеріали) будуть впливати на величину переохолодження та утворення зародків при кристалізації. В результаті цього змінюється структура і механічні властивості ковкого чавуну [1-7].

При перегріванні рідкого металу маємо, по-перше, зростаюче переохолодження при кристалізації і відповідне подрібнення первинної структури білого чавуну, по-друге, перегрів металу і його витримка в рідкому стані може призвести до зменшення числа зародків, які виникають в процесі наступного відпалу. Отже характер впливу перегрівання рідкого металу може відповідно по різному впливати на механічні властивості, як видно з рис. 1.4. [1-7].

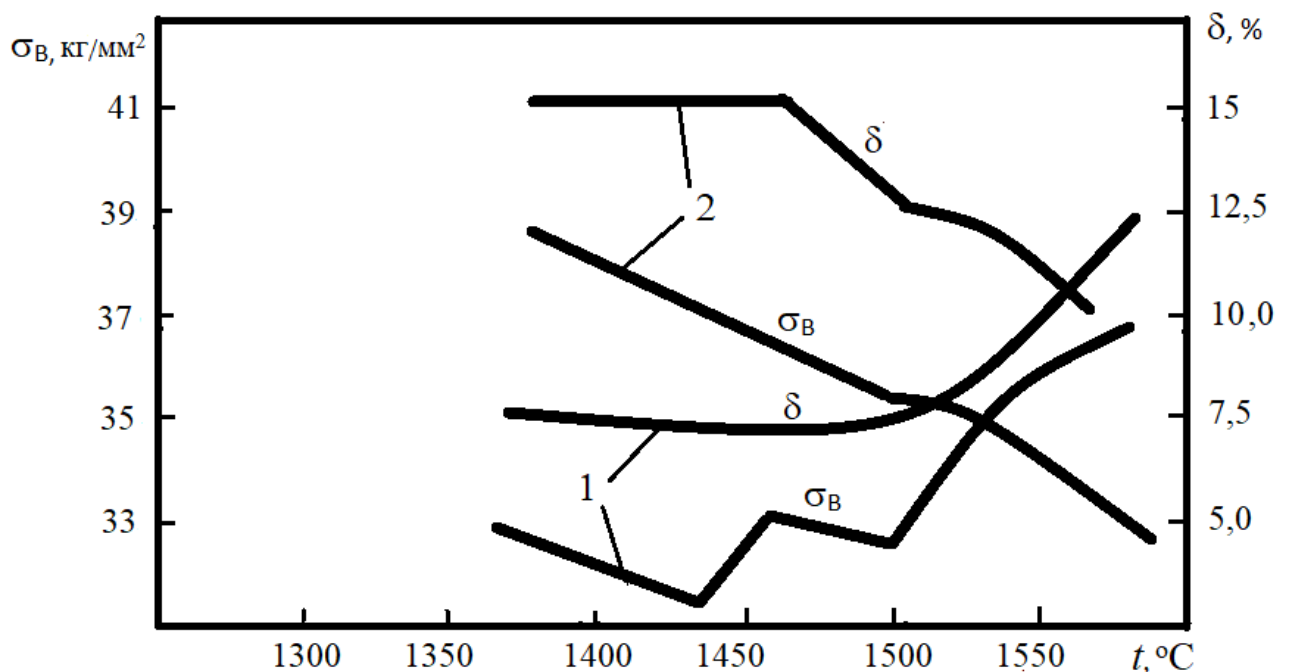


Рис. 1.4. Вплив температури перегріву на механічні властивості ковкого чавуну

Роль модифікаторів при виробництві ковкого чавуну на практиці обмежується, головним чином, використанням тільки для прискорення процесу

відпалу внаслідок збільшення центрів графітизації. В якості таких модифікаторів рекомендують відповідно алюміній, титан, кремній, бор, кальцій. Підвищення температури модифікування зверх границі, необхідної для заливки, знижує механічні властивості ковкого чавуну, як видно з рис. 1.5 [1-7].

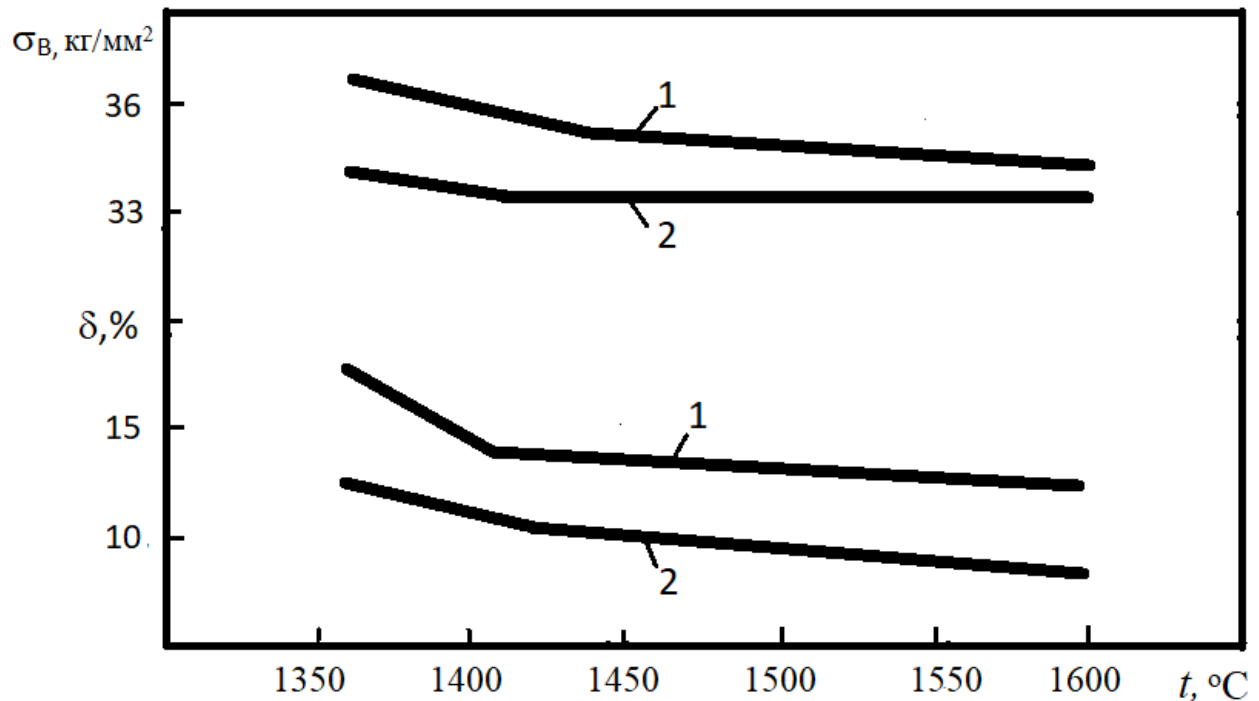


Рис. 1.5. Вплив температури модифікування на механічні властивості ковкого чавуну при різній температурі перегріву

1- температура перегріву 1600 °C; 2- температура перегріву 1525 °C;

На практиці надто висока температура модифікування, як і зайва витримка після присадки модифікатору, буде дезактивувати зародки, які утворилися і відповідно знижувати, а іноді і повністю припинювати ефект самого модифікування. На практиці метал при модифікуванні чавуну на початку перегрівають, це виконують для розкладання власних центрів графітизації, а тоді метал охолоджують до відповідної температури модифікування. Недостатня витримка модифікатору після його присадки також діє негативно тому, що модифікатор не встигає при цьому рівномірно розподілитися і ефективно проявити свій вплив [8-10].

1.3. Вплив структури ковкого чавуну на його механічні властивості

На практиці різні структурні складові мають різні механічні властивості, а зі зміною кількості структурних складових змінюється і співвідношення між механічними властивостями ковкого чавуну, що наведено в табл. 1.1 [1-7].

Таблиця 1.1

Механічні властивості структурних складових ковкого чавуну

Структурна складова	Механічні властивості	
	σ_b , кг/мм ²	δ , %
Перліт	70,0	15,0
Ферит	40,0	40,0

При аналізі табл. 1.1 слідє, що підбором співвідношення між кількістю перліту і фериту можливо отримати ковкий чавун з оптимальним співвідношенням міцності і пластичності, так, як міцність ковкого чавуну підвищується зі збільшенням складу вуглецю, що супроводжується зниженням пластичних властивостей.

Істотний вплив на механічні властивості ковкого чавуну має щільність виливків. Одним із основних факторів, який порушує щільність металевої матриці є графітова фаза. В літературі та інших інформаційних джерелах зустрічається твердження, що при зменшені розміру графітних включень буде збільшуватися одночасно як міцність, так і пластичність, це є характерною особливістю феритного ковкого чавуну, який відрізняється від інших сплавів на основі заліза [8-10].

Значний вплив на мехвластивості ковкого чавуну має форма графітних включень, що видно із рис. 1. 6.

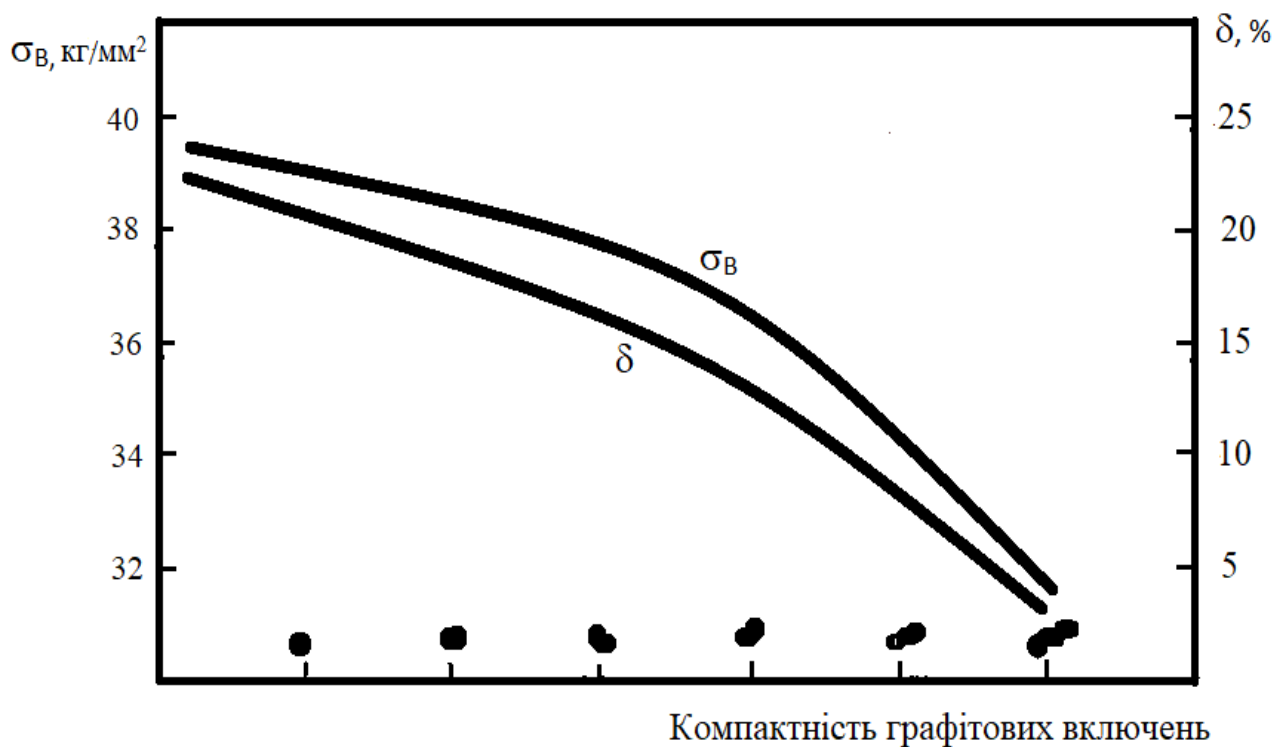


Рис. 1.6. Вплив компактності графітових включень на механічні властивості ковкого чавуну

З наведеного рис. 6 видно, що при наближенні форми графітних включень до пластинчастих відповідно знижується пластичність ковкого чавуну. На механічні характеристики ковкого чавуну має також вплив зернистість механічної матриці – це видно при аналізі табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Вплив величини зерна на механічні властивості чистого заліза

Середній діаметр зерна фериту, мм	σ_B , кг/мм ²	δ , %	Середній діаметр зерна, мм	σ_B , кг/мм ²	δ , %
9,7	16,8	28,8	0,2	26,8	48,8
7,0	30,6	30,6	0,16	27,0	50,7
2,5	39,5	39,5	0,11	28,4	50,0

1.4. Залежності між різними показниками механічних властивостей ковкого чавуну

На даний час в багатьох джерелах літератури все частіше наводяться залежності між різними показниками механічних властивостей чавунів. В табл. 1.3 наведено ці залежності [8-14].

Таблиця 1.3

Залежності між різними показниками механічних властивостей чавунів

Вид чавуну	Залежність
Феритний ковкий чавун	$\sigma_B = 12 + 0,2HB$ $\delta \% = 0,2 + 0,1HB$
Чавун з кулястим графітом	$\sigma_B = 70,5 - 0,05HB$ $\delta \% = 5,48 - 0,015HB$

При аналізі табл. 1.3 можна зробити висновок, що залежності подібного виду специфічні для конкретних відповідних умов виробництва чавуну і використання його в визначених областях зміни показників механічних властивостей.

РОЗДІЛ 2. ОБ'ЄКТ І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1. Об'єкт і предмет дослідження

Об'єктом проведення дослідження є ковкий чавун з відповідним хіміскладом згідно ДСТУ EN 1562:2019 $C = 2,7\text{--}3,2 \%$; $Si = 0,9\text{--}1,3 \%$; $Mn = 0,40\text{--}0,60 \%$; $S = \text{до } 0,25 \%$; $P = \text{до } 0,14 \%$; [15], який має значне використання в різних галузях промисловості. Ковкий чавун отримується шляхом графітизуючого відпалу білого чавуну. Предметом дослідження є вивчення впливу хіміскладу ковкого чавуну, температури модифікування та структури на мехвластивості.

Виробництво виливків з ковкого чавуну здійснюється у такий спосіб: по-перше виробництво білого доєвтектичного чавуну; по-друге графітизуючий відпал білого чавуну на ковкий. В процесі відпалу відповідно зв'язаний вуглець, який знаходиться у вигляді цементиту відповідно буде розпадатися і виділятися у вигляді включень графіту пластівчастої форми, або вуглецю відпалу $Fe + C_{\text{від}} \rightarrow Fe_3C$. Графік відпалу білого чавуну на ковкий приведений на рис. 2.1.

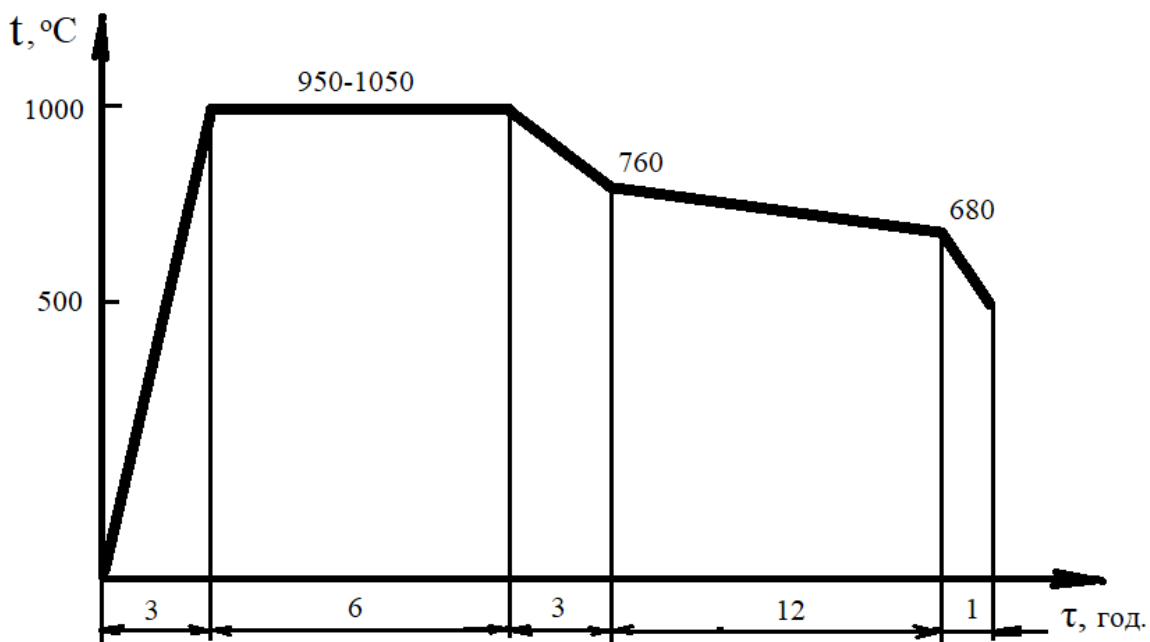


Рис. 2.1. Графік режиму відпалу білого чавуну на ковкий

Графітізуючий відпал білого чавуну повинен відбуватися в дві стадії: першої – це високотемпературної та другої низькотемпературної.

Перша стадія відбувається при температурі 960 – 980 °С при розкладі евтектичного цементиту. Структура чавуну вже після витримки відповідної температури складається із аустеніту та пластівчастих включень вуглецю відпалу. Друга стадія графітізації відбувається в таких агрегатах, як термічні печі з 780 °С до 680 °С і отримуємо відповідно феритну структуру ковкого чавуну. Враховуючи охолодження в інтервалі відповідних температур повинно відбуватися евтектоїдне перетворення, тобто аустеніту з утворенням так званого фериту та зі зростанням вже раніше утворених включень вуглецю відпалу.

2.2. Методика і матеріал дослідження

Для дослідження мехвластивостей ковкого чавуну відливали стандартні зразки у відповідності з ДСТУ EN 1562:2019. Випробування міцності відповідно отриманих зразків на розтяг, а також визначення твердості за Брінеллем виконуються у відповідності ДСТУ EN 1562:2019 [15]. Випробування цих зразків виконували у випробувальній лабораторії на міцність і твердість ковкого чавуну, а результати фіксували в протоколах [15].

2.3. Методика кореляційного та регресійного аналізу для отримання залежностей впливу складу ковкого чавуну на його міцність і твердість

Наразі вивчення властивостей ковкого чавуну в залежності від хімічного складу, а також структури та інших факторів є актуальним питанням для оцінки, як якості відливок, так і розробки наукових методів вдосконалення більш ефективних технологічних процесів.

Дослідження впливу хімічного складу та структури на механічні властивості виливків із ковкого чавуну виконували із застосуванням методів теорії кореляції та регресійного аналізу [16- 20].

Апроксимуючу функцію будемо шукати у вигляді полінома

$$y = b_n x^n + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0. \quad (2.1)$$

Шукаємо залежності механічних властивостей ковкого чавуну від його складу у виді таких наступних функцій [15, 16, 20]:

$$\text{– лінійної} \quad y = b_1 x + b_0; \quad (2.2)$$

$$\text{– поліноміальної другого ступеня} \quad y = b_2 x^2 + b_1 x + b_0; \quad (2.3)$$

Використовуючи методику кореляційного і регресійного аналізу будемо математичні регресійні моделі.

Сукупними методами виявлення впливу хімічного складу та структури на механічні властивості ковкого чавуну є кореляційний метод, за допомогою якого відбувається встановлення кореляційного зв'язку між параметрами, а регресійний аналіз встановлює зв'язок між незалежними змінними X_i (факторами), значення яких будуть змінюватися відповідно залежної змінної Y_i (функції відгуку) [16-21].

При використанні регресійного аналізу і математичних методів побудови моделей при дослідженні впливу хімічного складу та структури на механічні властивості ковкого чавуну, визначаємо параметри математичних моделей і виконуємо перевірку їх на адекватність [16-21].

Щоб побудувати регресійну модель необхідно визначити функцію $y(b, x)$, для неї функціонал нев'язки буде мінімальним

$$f(b) = \sum_{i=1}^n (y(b, x) - y_i)^2 \rightarrow \min. \quad (2.5)$$

де $y(b, x)$ – апроксимуюча функція залежністю в i -й точці; y_i – значення емпіричної залежності; b – вектор параметрів; x – вектор незалежних змінних.

Отже функція $y(b, x)$ – регресійна модель.

Наступне рівняння регресії має такий вид:

$$y = b_1 x + b_0. \quad (2.5)$$

У виразі (2.5) маємо невідомі коефіцієнти b_0, b_1 .

Рівняння регресії наводимо у такому виді

$$f = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x)^2 \rightarrow \min. \quad (2.6)$$

З відомої теорії регресії маємо, що мінімум деякої функції буде досягатися при одночасній рівності нулю і відповідно частих похідних при невідомих коефіцієнтах [16-21]

$$\frac{\partial f}{\partial b_0} = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial b_1} = 0. \quad (2.7)$$

Визначаємо частинні похідні

$$\frac{\partial f}{\partial b_0} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x); \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_1} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x \cdot x). \quad (2.9)$$

Отже після перетворень отримуємо наступну систему рівнянь

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x)^2 = 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x)^2 = 0. \end{cases} \quad (2.10)$$

Далі розкриваємо дужки і проводимо перетворення

$$\begin{cases} nb_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n b_0 x_i + \sum_{i=1}^n b_i x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i. \end{cases} \quad (2.11)$$

Використовуючи наступні вирази, знаходимо рівняння для розрахунку коефіцієнтів b_0, b_1 .

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}; \quad (2.12)$$

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}. \quad (2.13)$$

Задамо залежність між вхідними і вихідними параметрами у вигляді такого виразу регресії [16-21]:

$$y = b_2 x^2 + b_1 x + b_0. \quad (2.14)$$

Відповідно коефіцієнти регресійної моделі знаходимо наступним чином:

$$f = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1 x + b_2 x^2)^2 \rightarrow \min. \quad (2.15)$$

Визначаємо похідні по коефіцієнтах регресії b_0, b_1, b_2 від функції f

$$\frac{\partial f}{\partial b_0} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1 x + b_2 x^2); \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_1} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1 x + b_2 x^2) x; \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_2} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1 x + b_2 x^2) x^2. \quad (2.18)$$

Далі: прирівнюємо вирази до нуля

$$\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 + b_1 x + b_2 x^2) = 0; \quad (2.19)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i = \sum_{i=1}^n (b_0 x + b_1 x^2 + b_2 x^3) = 0; \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i^2 = \sum_{i=1}^n (b_0 x^2 + b_1 x^3 + b_2 x^4) = 0. \quad (2.21)$$

Після відповідних перетворень отримаємо наступну систему рівнянь

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_i + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i x_i^2. \end{cases} \quad (2.22)$$

Визначаємо коефіцієнти регресії b_0, b_1, b_2 з відповідної системи рівнянь (2.22).

При встановленні тісноти зв'язку між параметрами x і y використовуємо коефіцієнт кореляційного відношення Пірсона та визначаємо його за таким виразом [16-21]

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (2.23)$$

де n – кількість спостережень у самій вибірці; $i = 1, 2, \dots, 100$ – номер спостережень; x_i – значення вмісту хімеlementу в ковкому чавуні в i -ому спостереженні; $\bar{x}, \bar{y}$ – це математичне очікування параметрів x, y ;

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad (2.24)$$

y_i – значення показника мехвластивості ковкого чавуну;

$$r = b \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}, \quad (2.25)$$

b – коефіцієнт регресії при параметрі x в рівнянні регресії визначається за МНК [16-21];

σ_x^2 – дисперсія параметра x :

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad (2.26)$$

σ_y^2 – дисперсія параметра y :

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}. \quad (2.27)$$

Кореляційне відношення для нелінійних залежностей визначаємо за таким виразом

$$\eta = \frac{\sigma^2(y_{\text{рег}})}{\sigma^2(y)}, \quad (2.28)$$

де $\sigma^2(y_{\text{рег}})$ – дисперсія параметра $y_{\text{рег}}$;

$\sigma^2(y)$ – дисперсія параметра y ;

$$\sigma^2(y_{\text{рег}}) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{\text{рег}})^2 \right] - \bar{y}^2; \quad (2.29)$$

$$\sigma^2(y) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] - \bar{y}^2. \quad (2.30)$$

За відповідними методами визначаємо статистичну значущість коефіцієнтів парної кореляції [16, 17].

Наприклад, для лінійної кореляційної залежності між величинами x і y .

Перевіримо кореляцію за розрахованим коефіцієнтом кореляції [16-21]

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i - \bar{x} \bar{y})}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (2.31)$$

де n – кількість виборок; $\bar{x}, \bar{y}$ – середні значення величин x, y ; σ_x, σ_y – середньоквадратичні відхилення [15-19]

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \quad (2.32)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}. \quad (2.33)$$

Коефіцієнт кореляції при $r = 1$ вказує на наявність відповідного функціонального зв'язку між такими величинами як x і y , якщо $r > 0,5$, це буде вказувати на помітний лінійний зв'язок між величинами x і y .

Оцінювання величин b_1, b_0 у рівнянні (2.5) виконуємо за допомогою МНК. Будемо вважати при цьому, що кращими значеннями параметрів b_1, b_0 будуть такі, для яких сума квадратів відхилень стосовно цих емпіричних значень y_i від розрахункових значень y_p буде мати відповідно мінімальне значення [16-21].

Перевіряємо коефіцієнти регресії на значущість
– визначаємо середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}; \quad (2.34)$$

– визначаємо похибку коефіцієнта b_0

$$\sigma_{b_0} = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}; \quad (2.35)$$

– визначаємо похибку коефіцієнта b_1 .

$$\sigma_{b_i} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}. \quad (2.36)$$

Тоді значущість коефіцієнтів регресії будемо перевіряти за t -критерієм Стьюдента [16-21]

$$t_p = \frac{b_i}{\sigma_{b_i}}. \quad (2.37)$$

Визначене t_p значення за t -критерієм Стьюдента будемо порівнювати з $t_{\text{табл.}}$ значенням. Табличне значення t -критерію Стьюдента знаходимо для чисел ступенів вільності $f = N - 1$ та відповідно рівня значимості $\alpha = 0,05$.

Коли $t_p \geq t_{\text{табл.}}$, то коефіцієнти b_i будуть статистично значимими, а якщо це не так $t_p \leq t_{\text{табл.}}$, то коефіцієнти будуть статистично не значимі.

Виконуємо за критерієм Фішера перевірку на адекватність математичної моделі (рівняння регресії) [16-21]

$$F_p = \frac{(n-2)(\sum_{i=1}^n y_i^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n (y_i - b_1 x - b_o)}. \quad (2.38)$$

Рівняння регресії беремо з виразів (2.2), (2.3) і будемо їх підставляти у вираз (2.38), а значення самих коефіцієнтів регресії візьмемо з таблиць оброблення даних.

F_p є величиною розподілу Фішера із такими ступенями вільності $f_1 = n - 1$, $f_2 = n - k$. За відповідними таблицями розподілу Фішера при $\alpha = 0,05$ рівні значущості знаходимо $F_{\text{табл.}}$. Якщо $F_p \geq F_{\text{табл.}}$ – це буде неадекватне рівняння регресії, а вже при $F_p \leq F_{\text{табл.}}$ рівняння регресії буде адекватне.

РОЗДІЛ 3. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ ВЛИВУ СКЛАДУ ТА СТРУКТУРИ КОВКОГО ЧАВУНУ НА ЙОГО МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ

3.1. Оброблення даних при застосуванні МНК для залежностей міцності і твердості ковкого чавуну від його складу

Оброблення даних проводилося на підставі МНК [15-21] для залежностей міцності від хімічного складу ковкого чавуну $\sigma_B = f(C)$, $\sigma_B = f(Si)$, $\sigma_B = f(Mn)$, $\sigma_B = f(S)$, наведено в табл. 3.1–3.9.

Для залежностей твердості від хімічного складу ковкого чавуну $HB = f(C)$, $HB = f(Si)$, $HB = f(Mn)$, $HB = f(S)$, приведено в табл. 3.10–3.16.

Для залежності міцності від твердості ковкого чавуну $\sigma_B = f(HB)$, приведено в табл. 3.17–3.18.

Таблиця 3.1

Дані для залежності $\sigma_B = f(C)$ у вигляді функції $y = b_1x + b_0$ з використанням МНК

№ з/п		[C], % за масою x	$[\sigma_B]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	$x \cdot y$
1		2	3	4		6
1	1	2,70	40,5; 405	7,29	1640	109,35
	2	2,74	39,5; 395	7,50	1560	108,23
	3	2,76	38,4; 384	7,61	1474	105,98
2	1	2,78	37,3 ; 373	7,72	1391	103,69
	2	2,80	36,8; 368	7,84	1354	103,04
	3	2,85	36,2; 362	8,12	1310	103,17
3	1	2,88	35,7; 357	8,29	1274	102,81
	2	2,90	35,0; 350	8,41	1225	110,2
	3	2,94	34,8; 348	8,64	1211	102,31

1		2	3	4	5	6
4	1	2,97	34,0; 340	8,82	1156	100,98
	2	3,00	33,7; 337	9,00	1135	101,1
	3	3,02	33,2; 332	9,12	1102	100,26
5	1	3,04	32,9; 329	9,24	1082	100,01
	2	3,06	32,6; 326	9,36	1062	99,75
	3	3,08	31,8; 318	9,48	1011	97,94
6	1	3,10	31,7; 317	9,61	1004	98,27
	2	3,12	31,5; 315	9,73	992	98,28
	3	3,14	30,9; 309	9,86	955	97,02
7	1	3,16	30,6; 306	9,98	936	96,69
	2	3,18	29,8; 298	10,11	888	94,76
	3	3,20	29,4; 294	10,24	864	94,08
Σ		68,62	716,3	185,97	5357	2029,65
$\bar{\mu}_x$		3,27	34,04	8,85	255	96,65

Дані з таблиці 3.1 підставляємо в систему рівнянь (2.11). Розв'язуємо системи рівнянь та визначаємо коефіцієнти $b_0=43,12$; $b_1=-8,07$. Потім за t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)) визначаємо значущість коефіцієнтів, якщо $t_{po} = 47,6 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 7,52 \geq t_{табл.} = 2,09$ – то коефіцієнти регресії будуть значущі. За t -критерієм Фішера за виразом (2.38) визначаємо адекватність рівняння регресії, якщо $F_p = 1,67 \leq F_{табл} = 2,0$, то рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.2

Використання МНК для залежності $\sigma_b = f(C)$ функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$

№ з/п		[C], % за масою x	$[\sigma_{\text{в}}]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	$x y$	$y \cdot x^2$
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2,70	39,5; 395	7,29	19,68	53,14	1560	106	288
	2	2,74	38,5; 385	7,50	20,57	56,36	1482	105	288,7
	3	2,76	37,4; 374	7,61	21,02	58,01	1398	103	284,6

1		2	3	4	5	6	7	8	9
2	1	2,78	36,3 ; 363	7,72	21,48	59,71	1317	101	280,2
	2	2,80	35,8; 358	7,84	21,95	61,46	1281	100,2	280,6
	3	2,85	35,2; 352	8,12	23,15	65,97	1239	100,3	285
3	1	2,88	34,8 ; 348	8,29	23,88	68,77	1211	100,2	288,4
	2	2,90	34,6; 346	8,41	24,38	70,70	1197	100,3	291
	3	2,94	34,3; 343	8,64	25,41	74,70	1176	100,8	296
4	1	2,97	34,0; 340	8,82	26,19	77,78	1156	100,9	299
	2	3,00	33,7; 337	9,00	27,00	81,00	1135	101	303
	3	3,02	33,3; 333	9,12	27,54	83,17	1108	100,5	303
5	1	3,04	32,8; 328	9,24	28,09	85,39	1075	99,71	303,2
	2	3,06	32,4; 324	9,36	28,65	87,66	1049	99,14	303,6
	3	3,08	31,9; 319	9,48	29,22	89,99	1017	98,25	302,4
6	1	3,10	31,7; 317	9,61	29,79	89,37	1005	98,27	304
	2	3,12	31,6; 316	9,73	30,37	94,75	998	98,90	307
	3	3,14	31,3; 313	9,86	30,96	97,21	979	98,28	308
7	1	3,16	30,8; 308	9,98	31,55	99,69	948	97,32	307
	2	3,18	30,6; 306	10,11	32,16	101,62	936	97,30	309
	3	3,20	30,4; 304	10,24	32,77	104,86	924	97,28	310
Σ		68,62	710,9	186	555,8	1661,3	24191	2205	6242
$\bar{\mu}_x$		3,27	33,85	8,85	26,46	79,11	1151,9	105	297

В систему рівнянь (2.22). підставляємо дані з таблиці 3.2. При розв'язку системи рівнянь одержуємо коефіцієнти $b_0=56,57$; $b_1=15,8$; $b_2=0,98$. За (рівнянням (2.37)) розраховуємо t -критерій Стьюдента, якщо $t_{po} = 58,75 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 14,55 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p2} = 2,79 \geq t_{табл.} = 2,09$ – коефіцієнти регресії будуть значущі. За (виразом (2.38)) розраховуємо t -критерій Фішера, якщо $F_p = 0,98 \leq F_{табл} = 2,0$, рівняння регресії буде адекватне.

Таблиця 3.3

Застосування МНК для залежності $\sigma_B = f(\text{Si})$ у виді функції $y = b_1x + b_0$

№ з/п		[Si], % за масою x	$[\sigma_B]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy
1	1	0,60	38,5; 385	0,36	1482	23,1
	2	0,70	38,0; 380	0,49	1444	26,6
	3	0,80	37,7; 377	0,64	1406	30,2
2	1	0,90	37,4 ; 374	0,81	1398	33,6
	2	1,10	37,0; 370	1,21	1369	40,7
	3	1,15	36,8; 368	1,32	1354	42,3
3	1	1,20	36,5; 365	1,44	1322	43,8
	2	1,25	36,1; 351	1,56	1303	45,1
	3	1,28	35,7; 357	1,63	1274	45,6
4	1	1,30	35,2; 352	1,69	1239	45,7
	2	1,35	34,9; 349	1,82	1218	47,1
	3	1,38	34,6; 346	1,90	1197	47,7
5	1	1,40	34,1; 341	1,96	1162	47,7
	2	1,44	33,8; 338	2,07	1142	48,6
	3	1,47	33,4; 334	2,16	1115	49,0
6	1	1,50	32,8; 328	2,25	1076	49,2
	2	1,53	32,5; 325	2,34	1056	49,7
	3	1,56	32,1; 321	2,43	1030	49,9
7	1	1,58	31,8; 318	2,49	1011	50,2
	2	1,60	31,6; 316	2,56	998	50,5
	3	1,65	31,2; 312	2,72	973	51,5
Σ		26,74	731,7	35,85	24558	1372
$\bar{\mu}_x$		1,27	34,84	1,71	1169	65,3

Дані з таблиці 3.3 підставимо в систему рівнянь (2.11).

Розв'язавши системи рівнянь, одержуємо коефіцієнти $b_0=19,3$; $b_1=-1,85$.
 За t -критерієм Стюдента (рівняння (2.37)), якщо $t_{po} = 9,97 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 3,2 \geq t_{табл.} = 2,09$, визначаємо коефіцієнти регресії – вони значущі. За t -критерієм Фішера за рівнянням (2.38) визначаємо адекватність, при $F_p = 1,25 \leq F_{табл} = 2,0$ рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.4

Дані для залежності $\sigma_b = f(Si)$ у вигляді функції $y = b_2 x^2 + b_1 x + b_0$ із застосуванням МНК

№ з/п		[Si], % за масою x	$[\sigma_b]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	$x \cdot y$	$y x^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	0,60	39,8; 398	3,6	6,85	13,0	225	28,3	53,6
	2	0,70	38,5; 385	3,7	7,18	13,8	216	28,4	54,4
	3	0,80	37,8; 378	3,8	7,64	15,0	207	28,3	54,7
2	1	0,90	37,3; 373	4,0	8,0	16,0	196	28,0	56,0
	2	1,10	36,8; 368	4,2	8,61	17,6	190	28,2	57,9
	3	1,15	36,3; 363	4,3	8,99	18,7	185	28,3	58,5
3	1	1,20	35,8; 358	4,4	9,26	19,4	190	28,9	60,7
	2	1,25	35,6; 356	4,6	9,80	20,9	190	29,5	63,5
	3	1,28	35,2; 352	4,7	10,2	22,1	187	29,7	64,4
4	1	1,30	34,8; 348	4,8	10,64	23,4	185	29,9	65,3
	2	1,35	34,5; 345	4,9	10,64	23,6	179	29,9	65,6
	3	1,38	34,1; 341	5,2	11,85	27,0	174	30,0	68,6
5	1	1,40	33,8; 338	5,3	12,16	27,9	166	29,6	68,4
	2	1,44	33,5; 335	5,4	12,16	28,2	161	29,4	68,6
	3	1,47	33,2; 332	5,6	13,31	31,5	158	29,8	70,5
6	1	1,50	32,8; 328	5,7	13,82	33,2	156	30,0	71,2
	2	1,53	32,6; 326	5,8	14,17	34,3	144	29,0	69,6
	3	1,56	32,3; 323	5,9	14,52	35,4	134	28,3	68,4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

7	1	1,58	31,8; 318	6,0	15,62	38,4	127	27,7	67,8
	2	1,60	31,6; 316	6,1	15,25	37,8	116	26,7	65,8
	3	1,65	31,4; 314	6,3	16,6	41,5	110	26,2	66,1
Σ		46,73	274	104	1155	538	3596	604	1339
$\bar{\mu}_x$		2,22	22,8	4,9	54,9	44,8	171	28,7	63,8

За даними таблиці 3.4 розв'язуємо систему рівнянь (2.22) та отримуємо коефіцієнти $b_0 = 21,3$; $b_1 = 3,57$; $b_2 = 0,53$. За t -критерієм Ст'юдента розраховуємо значущість коефіцієнтів (рівняння (2.37)), якщо $t_{p0} = 16,15 \geq t_{\text{табл.}} = 2,08$; $t_{p1} = 2,72 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 2,53 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$, коефіцієнти регресії відповідно значущі. Адекватність рівняння регресії визначаємо за t -критерієм Фішера за виразом (2.38), якщо $F_p = 0,68 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ – маємо адекватне рівняння регресії.

Таблиця 3.5

Використання МНК для оброблення даних залежності $\sigma_B = f(Mn)$ у виді функції $y = b_1x + b_0$

№ з/п		[Mn], % за масою x	$[\sigma_B]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy
1		2	3	4	5	6
1	1	0,40	30,4; 304	0,42	924	19,7
	2	0,42	30,6; 306	0,41	936	19,6
	3	0,45	30,8; 308	0,39	948	19,4
2	1	0,46	31,3; 313	0,38	979	19,4
	2	0,47	31,6; 316	0,37	998	19,3
	3	0,49	31,7; 317	0,36	1005	19,0
3	1	0,50	31,9; 319	0,34	1017	18,82
	2	0,52	32,4; 324	0,33	1049	18,8
	3	0,53	32,8; 328	0,32	107	18,7
4	1	0,54	33,3; 333	0,31	1109	18,6
	2	0,55	33,7; 337	0,30	1135	18,5
	3	0,56	34,0; 340	0,29	1156	18,3

1		2	3	4	5	6
5	1	0,57	34,3; 343	0,28	1176	18,2
	2	0,58	34,7; 347	0,27	1197	18,1
	3	0,59	35,0; 350	0,25	1211	17,4
6	1	0,60	35,2; 352	0,24	1239	17,2
	2	0,61	35,8; 358	0,22	1281	16,8
	3	0,62	36,3; 363	0,21	1307	16,7
7	1	0,63	37,4; 374	0,20	1239	17,3
	2	0,64	38,5; 385	0,17	1281	16,2
	3	0,65	39,5; 395	0,16	1307	15,8
Σ		11,38	711	6,62	4280	183
$\bar{\mu}_x$		0,64	33,85	0,29	204	8,76

В систему рівнянь (2.11) підставляємо дані з таблиці 3.5. Далі розв'язуємо цю систему рівнянь та отримуємо коефіцієнти $b_0 = 13,87$; $b_1 = 2,17$. Потім за t -критерієм Стюдента (рівняння (2.37)) визначаємо, якщо $t_{po} = 2,86 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 2,18 \geq t_{табл.} = 2,09$ – коефіцієнти регресії значущі. За виразом (2.38) визначаємо адекватність рівняння регресії, якщо $F_p = 0,34 \leq F_{табл.} = 2,0$, – рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.6

Застосування МНК для залежності $\sigma_b = f(Mn)$ у вигляді функції

$$y = b_2 x^2 + b_1 x + b_0$$

№ з/п		[Mn], % за масою x	$[\sigma_b]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0,40	31,3; 313	0,42	0,27	0,17	979	20,3	13,14
	2	0,42	31,6; 316	0,41	0,26	0,16	998	20,2	12,95
	3	0,45	31,9; 319	0,39	0,24	0,15	1017	20,1	12,44
2	1	0,46	32,3; 323	0,38	0,20	0,14	1043	20,0	12,27
	2	0,47	32,6; 326	0,37	0,19	0,13	1062	19,56	12,06
	3	0,49	32,8; 328	0,36	0,18	0,126	1075	19,68	11,8

1		2	3	4	5	6	7	8	9
3	1	0,50	33,4; 334	0,34	0,20	0,12	1115	19,7	11,35
	2	0,52	33,6; 336	0,33	0,19	0,11	1128	19,48	11,08
	3	0,53	33,8; 338	0,32	0,18	0,10	1142	19,26	10,8
4	1	0,54	34,3; 343	0,31	0,17	0,09	1176	19,2	10,6
	2	0,55	34,7; 347	0,30	0,16	0,088	1204	19,1	10,41
	3	0,56	35,0; 350	0,29	0,156	0,084	1225	18,9	10,15
5	1	0,57	35,3; 353	0,28	0,15	0,08	1246	18,7	9,88
	2	0,58	35,6; 356	0,27	0,14	0,07	1267	18,5	9,61
	3	0,59	35,8 ; 358	0,25	0,12	0,06	1281	17,9	8,95
6	1	0,60	36,3; 363	0,24	0,11	0,053	1328	17,78	8,71
	2	0,61	36,9; 369	0,22	0,10	0,047	1361	17,34	8,11
	3	0,62	37,3; 373	0,21	0,096	0,044	1391	17,15	7,83
7	1	0,63	37,7; 377	0,20	0,09	0,040	1421	16,96	7,54
	2	0,64	38,5; 385	0,17	0,07	0,029	1493	16,17	6,54
	3	0,65	39,7; 398	0,16	0,06	0,024	1567	15,88	6,35
Σ		11,38	730	6,62	3,42	1,91	25519	391,8	212,6
$\bar{\mu}_x$		0,64	34,78	0,29	0,16	0,09	1215	18,6	10,12

Розв'язавши системи рівнянь (2.22) з використанням даних таблиці 3.6 отримаємо коефіцієнти $b_0 = 14,32$; $b_1 = -0,012$; $b_2 = 1,075$. Визначаємо за t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)) значущість коефіцієнтів, якщо $t_{p0} = 2,54 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 2,182 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 2,3 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$ – тоді коефіцієнти регресії значущі. За (виразом (2.38)), t -критерій Фішера, якщо $F_{p.} = 1,95 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ – рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.7

Дані для залежності $\sigma_B = f(S)$ враховуючи МНК у вигляді функції
 $y = b_1x + b_0$

№ з/П		[S], % за масою x	$[\sigma_B]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy
1	1	0,02	30,4; 304	0,0004	924	0,61
	2	0,025	30,6; 306	0,0006	936	0,76
	3	0,03	30,8; 308	0,0009	948	0,92
2	1	0,04	31,3; 313	0,0016	979	1,25
	2	0,045	31,6; 316	0,0020	998	1,42
	3	0,050	31,7; 317	0,0025	1005	1,58
3	1	0,06	31,9; 319	0,0036	1017	1,94
	2	0,065	32,4; 324	0,0042	1049	2,10
	3	0,07	32,8; 328	0,0049	1075	2,29
4	1	0,08	33,3; 333	0,0064	1122	2,66
	2	0,085	33,7; 337	0,0072	1135	2,86
	3	0,09	34,0; 340	0,0081	1156	3,06
5	1	0,10	34,3; 343	0,010	1176	3,43
	2	0,105	34,6; 346	0,011	1197	3,63
	3	0,11	34,8 ; 348	0,012	1211	3,83
6	1	0,12	35,2; 352	0,014	1239	4,22
	2	0,125	35,8; 358	0,015	1281	4,47
	3	0,13	36,3 ; 363	0,016	1317	4,72
7	1	0,132	37,4; 374	0,017	1398	4,93
	2	0,136	38,5; 385	0,018	1482	5,23
	3	0,14	39,5; 395	0,019	1560	5,53
Σ		1,76	710,9	0,313	24205	61,44
$\bar{\mu}_x$		0,08	33,85	0,045	1152	2,92

При розв'язку системи рівнянь (2.11) за даними таблиці 3.7 розраховуємо коефіцієнти $b_0 = 12,35$; $b_1 = 27,17$. Розраховуємо t -критерій Стюдента (рівняння (2.37)), якщо $t_{p0} = 3,5 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 2,4 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$, відповідно коефіцієнти регресії значущі. Визначаємо t -критерій Фішера за виразом (2.38) рівняння регресії адекватне при $F_p = 0,52 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$.

Таблиця 3.8

Використання МНК для залежності $\sigma_b = f(S)$ у вигляді функції $y = b_2 x^2 + b_1 x + b_0$

№ з/п		[S], % за масою x	$[\sigma_b]$, кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0,02	30,4; 304	0,0004	0,000008	0,00000016	924	0,61	0,012
	2	0,025	30,6; 306	0,0006	0,000015	0,00000037	936	0,76	0,018
	3	0,03	30,8; 308	0,0009	0,000027	0,00000081	948	0,92	0,027
2	1	0,04	31,3; 313	0,0016	0,000064	0,00000025	979	1,25	0,051
	2	0,045	31,6; 316	0,0020	0,000091	0,00000041	998	1,42	0,063
	3	0,050	31,7; 317	0,0025	0,000125	0,00000062	1005	1,58	0,079
3	1	0,06	31,9; 319	0,0036	0,000216	0,0000129	1017	1,94	0,114
	2	0,065	32,4; 324	0,0042	0,000270	0,0000175	1049	2,10	0,136
	3	0,07	32,8; 328	0,0049	0,000343	0,000024	1075	2,29	0,160
4	1	0,08	34,0; 340	0,0064	0,000512	0,000041	1122	2,66	0,217
	2	0,085	33,7; 337	0,0072	0,000614	0,000052	1135	2,86	0,242
	3	0,09	33,3; 333	0,0081	0,000729	0,000065	1156	3,06	0,269
5	1	0,10	34,3; 343	0,010	0,00100	0,0001	1176	3,43	0,343
	2	0,105	34,6; 346	0,011	0,00115	0,00012	1197	3,63	0,380
	3	0,11	34,8; 348	0,012	0,00133	0,00014	1211	3,83	0,417
6	1	0,12	35,2; 352	0,014	0,00172	0,00020	1239	4,22	0,49
	2	0,125	35,8; 358	0,015	0,00195	0,00024	1281	4,47	0,53
	3	0,13	36,3; 363	0,016	0,00219	0,00028	1317	4,72	0,58

1		2	3	4	5	6	7	8	9
7	1	0,132	37,4; 374	0,017	0,00229	0,00030	1398	4,93	0,63
	2	0,136	38,5; 385	0,018	0,00251	0,00034	1482	5,23	0,69
	3	0,14	39,5; 395	0,019	0,00274	0,00038	1560	5,53	0,75
Σ		1,76	711	0,313	0,0347	0,000424	24205	61,4	6,198
μ _x		0,08	33,86	0,045	0,00016	0,000020	1152	2,92	0,29

Розв'язавши системи рівнянь (2.22) за даними таблиці 3.8. отримаємо коефіцієнти $b_0 = 14,47$; $b_1 = -16,43$; $b_2 = 172,65$. Визначаємо за t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)) значущі коефіцієнти чи ні, якщо $t_{p0} = 2,56 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 2,25 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 5,83 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$ – коефіцієнти регресії будуть значущі. Також адекватність рівняння регресії розрахуємо за виразом (2.38). Рівняння регресії буде адекватне, якщо $F_p = 0,014 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$.

Таблиця 3.9

Отримання даних на підставі МНК для залежності $HВ = f(C)$ у вигляді функції $y = b_1x + b_0$

№ з/п		[C], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy
1	2	3	4	5	6	
1	1	2,70	16,5; 165	7,29	266	44,01
	2	2,74	16,0; 160	7,50	256	43,84
	3	2,76	15,8; 158	7,61	249	43,6
2	1	2,78	15,6; 156	7,72	243	43,36
	2	2,80	15,2; 152	7,84	231	42,56
	3	2,85	14,9; 149	8,12	220	42,46
3	1	2,88	14,7; 147	8,29	216	42,33
	2	2,90	14,4; 144	8,41	207	41,76
	3	2,94	13,8; 138	8,64	190	40,57

1		2	3	4	5	6
4	1	2,97	13,6; 136	8,82	185	40,39
	2	3,00	13,3; 133	9,0	177	39,9
	3	3,02	13,0; 130	9,12	169	39,26
5	1	3,04	12,8; 128	9,24	163	38,91
	2	3,06	12,6; 126	9,36	158	38,55
	3	3,08	12,4; 124	9,48	153	38,19
6	1	3,10	12,2; 122	9,61	148	37,82
	2	3,12	12,0; 120	9,73	144	37,44
	3	3,14	11,9; 119	9,85	141	37,36
7	1	3,16	11,7; 117	9,98	136	36,97
	2	3,18	11,6; 116	10,11	134	36,88
	3	3,20	11,4; 114	10,24	129	36,48
Σ		68,62	285	186	3915	842
$\bar{\mu}_x$		3,27	13,58	8,85	186	40,12

За даними таблиці 3.9 після розв'язку системи рівнянь (2.11) розраховуємо коефіцієнти $b_0 = 317$; $b_1 = 39,18$. За рівнянням (2.37) розраховуємо t -критерій Стьюдента, якщо $t_{po} = 245 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{pl} = 32,36 \geq t_{табл.} = 2,09$ – тоді коефіцієнти регресії значущі. Адекватність рівняння регресії розрахована за виразом (2.38), тобто за t -критерієм Фішера. Рівняння регресії буде адекватне, якщо $F_{p.} = 0,37 \leq F_{табл.} = 2,0$.

Таблиця 3.10

Одержання даних використовуючи МНК для залежності $HV = f(C)$ у вигляді функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$

№ з/п		[C], % за масою x	[HV], кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	xy	y^2	$y x^2$
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2,70	16,3; 163	7,29	19,68	53,13	44,01	266	118,8
	2	2,74	16,2; 162	7,50	20,55	56,31	43,84	256	120
	3	2,76	15,8; 158	7,61	21,00	57,96	43,6	249	120,2

1		2	3	4	5	6	7	8	9
2	1	2,78	15,6; 156	7,72	21,46	59,65	43,36	243	120,4
	2	2,80	15,2; 152	7,84	21,95	61,46	42,56	231	119
	3	2,85	14,9; 149	8,12	23,14	65,94	42,46	220	121
3	1	2,88	14,7; 147	8,29	23,87	68,74	42,33	216	121,8
	2	2,90	14,4; 144	8,41	24,38	70,70	41,76	207	121
	3	2,94	13,8; 138	8,64	25,40	74,67	40,57	190	119,2
4	1	2,97	13,6; 136	8,82	26,19	77,78	40,39	185	119,9
	2	3,00	13,3; 133	9,0	27,0	81,0	39,9	177	119,7
	3	3,02	13,0; 130	9,12	27,54	83,17	39,26	169	118,5
5	1	3,04	12,8; 128	9,24	28,08	85,36	38,91	163	118,3
	2	3,06	12,6; 126	9,36	28,64	87,63	38,55	158	117,9
	3	3,08	12,4; 124	9,48	29,19	89,90	38,19	153	117,5
6	1	3,10	12,2; 122	9,61	29,79	92,34	37,82	148	117,2
	2	3,12	12,0; 120	9,73	30,35	94,69	37,44	144	116,7
	3	3,14	11,9; 119	9,85	30,92	97,08	37,36	141	117,2
7	1	3,16	11,8; 118	9,98	31,53	99,63	36,97	136	116,7
	2	3,18	11,7; 117	10,11	32,15	102	36,88	134	117,3
	3	3,20	11,5; 115	10,24	36,48	116	36,48	129	116,7
Σ		68,62	285	186	559,3	1675	842	3915	3495
$\bar{\mu}_x$		3,27	13,58	8,85	26,63	79,76	40,12	186	166

Підставимо в систему рівнянь (2.22) дані з таблиці 3.10 та розв'яжемо її, отримавши коефіцієнти $b_0 = 871$; $b_1 = -352,14$; $b_2 = 44,17$. Далі за t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)) визначимо, що коефіцієнти регресії значущі, якщо $t_{p0} = 1178 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 467 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 63,24 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$. За t -критерієм Фішера за виразом (2.38) розрахуємо адекватність, якщо при $F_p = 0,0046 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ – тоді рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.11

На підставі МНК отримання даних для залежності $HB = f(Si)$ у вигляді функції $y = b_1x + b_0$

№ з/п		[Si], % за масою x	[HB], кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy
1	1	0,90	16,5; 165	0,81	265	14,67
	2	0,92	16,0; 160	0,84	256	14,72
	3	0,94	15,8; 158	0,88	249	14,85
2	1	0,96	15,6; 156	0,92	243	14,07
	2	0,98	15,2; 152	0,96	231	14,89
	3	1,03	14,9; 149	1,06	222	15,34
3	1	1,05	14,7; 147	1,10	216	15,43
	2	1,07	14,4; 144	1,14	207	15,40
	3	1,10	13,8; 138	1,21	190	15,18
4	1	1,12	13,6; 136	1,25	185	15,23
	2	1,15	13,3; 133	1,32	177	15,29
	3	1,17	13,0; 130	1,36	169	15,21
5	1	1,19	12,8; 128	1,41	164	15,23
	2	1,20	12,6; 126	1,44	158	15,12
	3	1,22	12,4; 124	1,48	154	15,13
6	1	1,24	12,2; 122	1,53	148	14,64
	2	1,25	12,0; 120	1,56	144	15,0
	3	1,26	11,9; 119	1,58	141	14,9
7	1	1,28	11,7; 117	1,63	136	14,97
	2	1,29	11,6; 116	1,66	134	14,96
	3	1,30	11,4; 114	1,69	129	14,82
Σ		54,15	285	157,5	3917	315
$\bar{\mu}_x$		2,57	13,58	7,5	186	15

При підстановці даних з таблиці 3.11 в систему рівнянь (2.11) виконаємо її розв'язок та одержимо коефіцієнти $b_0 = 198$; $b_1 = 16,31$. Тоді за t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)) розраховуємо, що $t_{po} = 142 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 11,76 \geq$

$t_{\text{табл.}}=2,09$, то коефіцієнти регресії значущі. Визначимо за виразом (2.38) адекватність рівняння регресії, розраховуємо її за t -критерієм Фішера. Так при $F_p=0,18 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.12

Отримання даних при застосуванні МНК для залежності $HV = f(Si)$ у вигляді функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$

№ з/п		[Si], % за масою x	[HV], кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2
1	1	0,90	16,3; 163	0,81	0,73	0,65	265	14,67	13,2
	2	0,92	16,0; 160	0,84	0,77	0,70	256	14,72	13,4
	3	0,94	15,8; 158	0,88	0,82	0,77	249	14,85	13,9
2	1	0,96	15,6; 156	0,92	0,88	0,84	243	14,07	14,35
	2	0,98	15,2; 152	0,96	0,94	0,92	231	14,89	14,59
	3	1,03	14,9; 149	1,06	1,09	1,12	222	15,34	15,79
3	1	1,05	14,7; 147	1,10	1,15	1,20	216	15,43	16,17
	2	1,07	14,4; 144	1,14	1,22	1,30	207	15,40	16,41
	3	1,10	13,8; 138	1,21	1,33	1,46	190	15,18	16,69
4	1	1,12	13,6; 136	1,25	1,40	1,56	185	15,23	17,0
	2	1,15	13,3; 133	1,32	1,51	1,73	177	15,29	17,55
	3	1,17	13,0; 130	1,36	1,59	1,86	169	15,21	17,68
5	1	1,19	12,8; 128	1,41	1,67	1,98	164	15,23	18,0
	2	1,20	12,6; 126	1,44	1,72	2,06	158	15,12	18,14
	3	1,22	12,4; 124	1,48	1,80	2,19	154	15,13	18,35
6	1	1,24	12,2; 122	1,53	1,89	2,34	148	14,64	18,66
	2	1,25	12,0; 120	1,56	1,95	2,43	144	15,0	18,72
	3	1,26	11,9; 119	1,58	1,99	2,50	141	14,9	18,80
7	1	1,28	11,7; 117	1,63	2,08	2,66	136	14,97	19,07
	2	1,29	11,6; 116	1,66	2,14	2,76	134	14,96	19,25
	3	1,30	11,4; 114	1,69	2,19	2,84	129	14,82	19,26
Σ		54,15	285	157,5	30,86	35,87	3917	315	354
$\bar{\mu}_x$		2,57	13,58	7,5	1,46	1,71	186	15	16,9

Розв'язавши системи рівнянь (2.22) при використанні даних з таблиці 3.12, одержимо коефіцієнти $b_0 = 186$; $b_1 = -0,57$; $b_2 = -3,87$. Розраховуємо значущість коефіцієнтів за t -критерієм Стюдента (рівняння (2.37)), якщо $t_{p0} = 147 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 3,88 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 2,94 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$ коефіцієнти регресії відповідно будуть значущі. Розраховуємо адекватність моделі за t -критерієм Фішера (вираз (2.38)), якщо $F_p = 1,75 \leq F_{\text{кр}} = 2,0$, то рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.13

Оброблення даних для залежності $HВ = f(Mn)$ у вигляді функції $y = b_1x + b_0$ на підставі МНК

№ з/п		[Mn], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy
1	2	3	4	5	6	
1	1	0,35	11,6; 116	0,12	134	4,06
	2	0,37	11,7; 117	0,136	137	4,33
	3	0,38	11,8; 118	0,144	139	4,48
2	1	0,40	12,0; 120	0,16	144	4,8
	2	0,42	12,2; 122	0,176	148	5,12
	3	0,43	12,4; 124	0,184	154	5,33
3	1	0,45	12,6; 126	0,20	158	5,67
	2	0,46	12,7; 127	0,211	161	5,84
	3	0,49	12,9; 129	0,24	166	6,32
4	1	0,50	13,2; 132	0,25	174	6,6
	2	0,52	13,4; 134	0,27	179	6,96
	3	0,54	13,6; 136	0,29	185	7,34
5	1	0,55	13,8; 138	0,30	190	7,59
	2	0,56	14,3; 143	0,31	204	8,00
	3	0,58	14,8; 148	0,33	219	8,58
6	1	0,60	15,2; 152	0,36	231	9,12
	2	0,62	15,6; 156	0,38	243	9,67
	3	0,63	15,9; 159	0,39	253	10,08

1		2	3	4	5	6
7	1	0,64	16,1; 161	0,41	259	10,30
	2	0,65	16,5; 165	0,42	272	10,72
	3	0,67	16,8; 168	0,44	282	11,25
Σ		10,81	289	5,701	4032	152,16
$\bar{\mu}_x$		0,51	13,76	0,27	192	7,24

Виконаємо розв'язок системи рівнянь (2.11) при підстановці даних з таблиці 3.13 та отримаємо коефіцієнти $b_0 = 166,23$; $b_1 = 15,07$. Потім за t -критерієм Стюдента (рівняння (2.37)) визначаємо, якщо $t_{po} = 24,43 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 2,24 \geq t_{табл.} = 2,09$, то коефіцієнти регресії відповідно маємо значущі. Адекватність регресії визначимо за t -критерієм Фішера (вираз (2.38)), якщо $F_p = 0,73 \leq F_{табл} = 2,0$, то рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.14

Залежність $HB = f(Mn)$ у вигляді функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$ при обробленні даних за МНК

№ з/п		[Mn], % за масою x	[HB], кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2
1		2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0,35	11,5; 115	0,12	0,042	0,014	134	4,06	1,392
	2	0,37	11,6; 116	0,136	0,050	0,018	137	4,33	1,591
	3	0,38	11,8; 118	0,144	0,054	0,020	139	4,48	1,699
2	1	0,40	12,0; 120	0,16	0,064	0,025	144	4,8	1,920
	2	0,42	12,2; 122	0,176	0,073	0,030	148	5,12	2,147
	3	0,43	12,4; 124	0,184	0,079	0,033	154	5,33	2,281
3	1	0,45	12,6; 126	0,20	0,09	0,041	158	5,67	2,520
	2	0,46	12,7; 127	0,211	0,097	0,044	161	5,84	2,679
	3	0,49	12,9; 129	0,24	0,117	0,057	166	6,32	3,096

1		2	3	4	5	6	7	8	9
4	1	0,50	13,2; 132	0,25	0,125	0,062	174	6,6	3,30
	2	0,52	13,4; 134	0,27	0,140	0,072	179	6,96	3,618
	3	0,54	13,6; 136	0,29	0,156	0,084	185	7,34	3,944
5	1	0,55	13,8; 138	0,30	0,165	0,090	190	7,59	4,140
	2	0,56	14,3; 143	0,31	0,173	0,096	204	8,00	4,433
	3	0,58	14,8; 148	0,33	0,191	0,110	219	8,58	4,884
6	1	0,60	15,2; 152	0,36	0,216	0,129	231	9,12	5,472
	2	0,62	15,6; 156	0,38	0,235	0,145	243	9,67	5,928
	3	0,63	15,9; 159	0,39	0,245	0,154	253	10,08	6,201
7	1	0,64	16,1; 161	0,41	0,262	0,167	259	10,30	6,601
	2	0,65	16,5; 165	0,42	0,273	0,177	272	10,72	6,93
	3	0,67	16,7; 167	0,44	0,294	0,197	282	11,25	7,392
Σ		10,81	289	5,701	3,141	1,826	4032	152,2	79,185
$\bar{\mu}_x$		0,51	13,76	0,27	0,149	0,086	192	7,24	3,77

Підставивши в систему рівнянь (2.22) дані з таблиці 3.14, виконаємо її розв'язок та отримаємо коефіцієнти $b_0 = 166,34$; $b_1 = -16,17$; $b_2 = 16,48$. Значущість коефіцієнтів регресії визначимо за t -критерієм Стюдента (рівняння (2.37)), якщо $t_{p0} = 26,7 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p1} = 2,6 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$; $t_{p2} = 3,06 \geq t_{\text{табл.}} = 2,09$, то коефіцієнти регресії значущі. Визначаємо за t -критерієм Фішера (вираз (2.38)) адекватність рівняння регресії при $F_p = 0,37 \leq F_{\text{табл.}} = 2,0$ маємо адекватне рівняння.

Таблиця 3.15

Дані для залежності $HV = f(S)$ у вигляді функції $y = b_1x + b_0$ враховуючи МНК

№ з/п		[S], % за масою x	[HB], кг/мм ² ; МПа y	x^2	y^2	xy
1		2	3	4	5	6
1	1	0,021	13,8;138	0,00044	190	0,289
	2	0,024	14,1;141	0,00057	198,8	0,338
	3	0,028	14,5;145	0,00078	210,2	0,406

1		2	3	4	5	6
2	1	0,035	14,6;146	0,00122	213,16	0,511
	2	0,046	14,8;148	0,00211	219	0,681
	3	0,051	14,9;149	0,0026	222,01	0,759
3	1	0,062	15,0;150	0,0038	225,0	0,930
	2	0,066	15,1;151	0,0043	228	0,990
	3	0,075	15,3;153	0,0056	234	1,147
4	1	0,082	15,4;154	0,0067	237	1,262
	2	0,086	15,5;155	0,0074	240	1,333
	3	0,091	15,6;156	0,0082	243	1,419
5	1	0,101	15,7;157	0,0102	246	1,585
	2	0,106	15,8;158	0,0112	249	1,674
	3	0,112	15,9;159	0,0125	252,8	1,781
6	1	0,121	16,1;161	0,0146	259	1,948
	2	0,126	16,1;161	0,0158	259	2,028
	3	0,132	16,2;162	0,0174	262	2,138
7	1	0,135	16,4;164	0,0182	269	2,214
	2	0,137	16,5;165	0,0187	272	2,260
	3	0,141	16,6;166	0,0198	275	2,340
Σ		1,692	323,9	0,1646	5004	28,03
μ		0,081	15,42	0,078	238,3	1,334

Розраховані дані з таблиці 3.15 підставимо в систему рівнянь (2.11), потім після її розв'язку одержимо коефіцієнти $b_0=141,14$; $b_1=196,24$. Знаходимо значущість коефіцієнтів за t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)), якщо $t_{p_0}=3,78 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p_1}=4,89 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$, відповідно коефіцієнти регресії значущі. Визначаємо за виразом (2.38) адекватність рівняння регресії при $F_{p.}=0,57 \leq F_{\text{табл.}}=2,0$ рівняння регресії адекватне.

Таблиця 3.16

Залежність $HВ = f(S)$ у вигляді функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$ при обробці даних у відповідності за МНК

№ з/п		[S], % за масою x	[HВ], кг/мм ² ; МПа y	x^2	x^3	x^4	y^2	xy	yx^2
1	1	0,021	13,8;138	0,00044	0,000009	0,00000019	190	0,29	0,006
	2	0,024	14,1;141	0,00057	0,000014	0,00000034	198	0,34	0,008
	3	0,028	14,5;145	0,00078	0,000022	0,00000061	210	0,41	0,011
2	1	0,035	14,6;146	0,00122	0,000043	0,0000015	213	0,51	0,017
	2	0,046	14,8;148	0,00211	0,000097	0,0000044	219	0,68	0,031
	3	0,051	14,9;149	0,0026	0,000132	0,0000067	222	0,76	0,038
3	1	0,062	15,0;150	0,0038	0,00023	0,000014	225	0,93	0,057
	2	0,066	15,1;151	0,0043	0,00028	0,000018	228	0,99	0,064
	3	0,075	15,3;153	0,0056	0,00042	0,000031	234	1,14	0,085
4	1	0,082	15,4;154	0,0067	0,00054	0,000044	237	1,26	0,103
	2	0,086	15,5;155	0,0074	0,00063	0,000054	240	1,33	0,115
	3	0,091	15,6;156	0,0082	0,00074	0,000067	243	1,42	0,127
5	1	0,101	15,7;157	0,0102	0,00103	0,00010	246	1,58	0,160
	2	0,106	15,8;158	0,0112	0,00118	0,000125	249	1,67	0,176
	3	0,112	15,9;159	0,0125	0,00140	0,000156	252	1,78	0,198
6	1	0,121	16,0;160	0,0146	0,00176	0,00021	259	1,94	0,233
	2	0,126	16,1;161	0,0158	0,00199	0,00025	259	2,02	0,254
	3	0,132	16,2;162	0,0174	0,00229	0,00030	262	2,13	0,281
7	1	0,135	16,4;164	0,0182	0,00245	0,00033	269	2,21	0,298
	2	0,137	16,5;165	0,0187	0,00256	0,00036	272	2,26	0,308
	3	0,141	16,6;166	0,0198	0,00274	0,00038	275	2,34	0,328
Σ		1,692	323,9	0,1646	0,0205	0,00245	5004	29,1	2,84
$\bar{\mu}_x$		0,081	15,42	0,078	0,00097	0,000116	238	1,38	0,135

Дані з таблиці 3.16 підставляємо в систему рівнянь (2.22), тоді розв'язуємо її, отримавши коефіцієнти $b_0=179,6$; $b_1=-432$; $b_2=2498$. Значущість коефіцієнтів знаходимо за t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)), тоді якщо $t_{p0}=3,23 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p1}=7,76 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p2}=43,24 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$, коефіцієнти регресії бачимо, що значущі. При розв'язку за t -критерієм Фішера за виразом (2.38) визначаємо адекватність рівняння регресії, якщо $F_p=0,00054 \leq F_{\text{табл.}}=2,0$, то маємо адекватне рівняння регресії.

Таблиця 3.17

Залежність $\sigma_b = f(HB)$ у вигляді функції $y = b_1x + b_0$ при обробленні даних у відповідності з МНК

№ з/п		$[\sigma_b]$, кг/мм ² ; МПа y	$[HB]$, кг/мм ² ; МПа x	y^2	x^2	xy
1		2	3	4	6	7
1	1	30,4; 304	11,6; 116	924	134	353
	2	30,6; 306	11,7; 117	936	137	358
	3	30,8; 308	11,8; 118	948	139	363
2	1	31,3; 313	12,0; 120	979	144	375
	2	31,6; 316	12,2; 122	998	148	385
	3	31,7; 317	12,4; 124	1005	154	393
3	1	31,9; 319	12,6; 126	1017	158	402
	2	32,4; 324	12,7; 127	1049	161	411
	3	32,8; 328	12,9; 129	1075	166	423
4	1	34,0; 340	13,2; 132	1122	174	448
	2	33,7; 337	13,4; 134	1135	179	451
	3	33,3; 333	13,6; 136	1156	185	453
5	1	34,3; 343	13,8; 138	1176	190	473
	2	34,6; 346	14,3; 143	1197	204	495
	3	34,8 ; 348	14,8; 148	1211	219	515
1		2	3	4	5	6

6	1	35,2; 352	15,2; 152	1239	231	535
	2	35,8; 358	15,6; 156	1281	243	558
	3	36,3 ; 363	15,9; 159	1317	253	577
7	1	37,4; 374	16,1; 161	1398	259	602
	2	38,5; 385	16,5; 165	1482	272	635
	3	39,5; 395	16,8; 168	1560	282	663
Σ		711	289	24205	4032	9868
$\bar{\mu}_x$		33,86	13,76	1152	192	470

Для розв'язку системи рівнянь (2.11) використовуємо дані з таблиці 3.17 та отримаємо коефіцієнти $b_0 = -4,87$; $b_1 = 0,114$. Далі за t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)) треба визначити значущість коефіцієнтів, якщо $t_{po} = 3,78 \geq t_{табл.} = 2,09$; $t_{p1} = 3,69 \geq t_{табл.} = 2,09$, то коефіцієнти регресії значущі. Потім за t -критерієм Фішера, тобто за виразом (2.38) при $F_p = 0,045 \leq F_{табл.} = 2,0$, рівняння регресії буде адекватне.

Таблиця 3.18

Залежність $\sigma_b = f(HB)$ у вигляді функції $y = b_2x^2 + b_1x + b_0$ при застосуванні МНК

№ з/п	[σ_b], кг/мм ² ; МПа y		[HB], кг/мм ² ; МПа x		y^2	x^3	x^4	x^2	xy	yx^2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	30,4; 304	11,6; 116	924	1554	18026	134	353	4073	
	2	30,6; 306	11,7; 117	936	1603	18755	137	358	4192	
	3	30,8; 308	11,8; 118	948	1640	19352	139	363	4281	
2	1	31,3; 313	12,0; 120	979	1728	20736	144	375	4507	
	2	31,6; 316	12,2; 122	998	1815	22153	148	385	4677	
	3	31,7; 317	12,4; 124	1005	1909	23642	154	393	4882	

1		2	3	4	5	6	7	8	9
3	1	31,9; 319	12,6; 126	1017	1990	25204	158	402	5040
	2	32,4; 324	12,7; 127	1049	2044	25399	161	411	5216
	3	32,8; 328	12,9; 129	1075	2141	27692	166	423	5444
4	1	34,0; 340	13,2; 132	1122	2296	28979	174	448	5916
	2	33,7; 337	13,4; 134	1135	2398	32241	179	451	6032
	3	33,3; 333	13,6; 136	1156	2516	34210	185	453	6160
5	1	34,3; 343	13,8; 138	1176	2622	36267	190	473	6517
	2	34,6; 346	14,3; 143	1197	2917	41816	204	495	7058
	3	34,8 ; 348	14,8; 148	1211	3241	47978	219	515	7621
6	1	35,2; 352	15,2; 152	1239	3580	53379	231	535	8553
	2	35,8; 358	15,6; 156	1281	3790	59224	243	558	8699
	3	36,3 ; 363	15,9; 159	1317	4022	63912	253	577	9184
7	1	37,4; 374	16,1; 161	1398	4169	67189	259	602	9686
	2	38,5; 385	16,5; 165	1482	4488	74120	272	635	10472
	3	39,5; 395	16,8; 168	1560	4737	79659	282	663	11139
Σ		711	289	24205	57173	819933	4032	9868	139349
μ _x		33,86	13,76	1152	2722	39044	192	470	6635

Розв'язавши систему рівнянь (2.22) використовуючи дані таблиці 3.18, отримаємо коефіцієнти $b_0=12,11$; $b_1=-0,85$; $b_2=0,0007$. За t -критерієм Стьюдента (рівняння (2.37)) знаходимо чи значущі коефіцієнти, якщо $t_{p0}=54,3 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p1}=3,47 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$; $t_{p2}=2,75 \geq t_{\text{табл.}}=2,09$, то відповідно коефіцієнти регресії будуть значущі. За t -критерієм Фішера (вираз (2.38)) визначимо адекватність рівняння регресії, якщо $F_p=1,57 \leq F_{\text{табл.}}=2,0$, то рівняння регресії адекватне.

3.2. Залежності кореляції міцності і твердості ковкого чавуну від його складу

Виконаємо дослідження механічних властивостей ковкого чавуну від його хімічного складу кореляційним методом .

Розрахунок матриці парних коефіцієнтів кореляції для визначення тісноти зв'язку між досліджуваними параметрами приведені в табл. 3. 19 і табл. 3.20.

Таблиця 3.19

Коефіцієнти кореляції парних залежностей для міцності $\sigma_B = f(x)$

	σ_B	ФП	$\Gamma_{\text{раз.}}$	C	Si	Mn	S	P
σ_B	1	0,148	-0,032	0,014	-0,15	-0,072	0,098	0,00006
ФП	0,148	1	-0,054	0,0583	-0,087	0,0031	0,053	0,067
$\Gamma_{\text{раз.}}$	-0,032	-0,054	1	0,016	-0,014	-0,015	0,034	0,12
C	0,14	0,0583	0,016	1	-0,132	0,013	-0,087	-0,032
Si	-0,15	-0,087	-0,14	-0,132	1	0,065	-0,134	-0,082
Mn	-0,072	0,0031	-0,015	0,013	0,065	1	-0,043	0,0054
S	0,098	0,053	0,034	-0,087	-0,134	-0,043	1	0,0187
P	0,00006	0,067	0,012	-0,043	-0,082	0,0054	0,187	1

Таблиця 3.20

Коефіцієнти кореляції парних залежностей для твердості $HB = f(x)$

	HB	ФП	$\Gamma_{\text{раз.}}$	C	Si	Mn	S	P
HB	1	0,150	0,095	0,07	-0,086	-0,043	0,085	-0,007
ФП	0,150	1	-0,053	0,068	-0,093	0,004	0,063	-0,072
$\Gamma_{\text{раз.}}$	0,095	-0,053	1	0,016	-0,015	-0,014	0,026	-0,123
C	0,07	0,068	0,016	1	-0,134	0,0123	-0,084	-0,045
Si	-0,086	-0,093	-0,015	-0,134	1	0,068	-0,134	-0,083
Mn	-0,0043	0,004	-0,014	0,0123	0,068	1	-0,045	-0,0034
S	0,085	0,0463	0,026	-0,084	-0,134	-0,045	1	-0,172
P	-0,0072	0,072	0,123	-0,045	-0,083	0,0034	0,0172	1

Математичні моделі, тобто (рівняння регресії) залежностей механічних властивостей ковкого чавуну від його хімічного складу отримали при застосуванні методів математичної статистики, які приведені в табл. 3.21 [20].

Коефіцієнти кореляції для рівнянь регресії визначаємо за рівняннями (2.23) і (2.25), а відповідно кореляційне відношення за виразом (2.28).

Таблиця 3.21

Залежності кореляції міцності і твердості ковкого чавуну від його складу

№ з/п	Залежність механічних властивостей	Рівняння регресії	Коефіцієнт кореляції, кореляційне відношення
1	2	3	4
	$\sigma_B = f(C)$		
1	лінійна	$y = -8,07x + 43,12$	0,31; 0,29
2	квадратична	$y = 0,98x^2 + 15,8x + 56,75$	0,29
	$\sigma_B = f(Si)$		
1	лінійна	$y = -1,85x + 19,3$	0,16; 0,16
2	квадратична	$y = 0,53x^2 - 3,57x + 21,3$	0,17
	$\sigma_B = f(Mn)$		
1	лінійна	$y = 2,17x + 13,87$	0,15; 0,15
2	квадратична	$y = 1,075x^2 - 0,012x + 14,32$	0,16
	$\sigma_B = f(S)$		
1	лінійна	$y = 27,17x + 12,35$	0,20; 0,20
2	квадратична	$y = 172,65x^2 - 16,43x + 14,47$	0,22
	$HB = f(C)$		
1	лінійна	$y = 39,18x + 317$	0,21; 0,21
2	квадратична	$y = 44,17x^2 - 352,14x + 871$	0,19
	$HB = f(Si)$		

1	2	3	4
1	лінійна	$y = 16,31x + 198$	0,20; 0,20
2	квадратична	$y = -3,87x^2 - 0,57x + 186$	0,19
	$HB = f(Mn)$		
1	лінійна	$y = 15,07x + 166,23$	0,17; 0,17
2	квадратична	$y = 16,48x^2 - 16,17x + 166,34$	0,15
	$HB = f(S)$		
1	лінійна	$y = 196,24x + 141,14$	0,25; 0,23
2	квадратична	$y = 2498x^2 - 432x + 179,6$	0,24
	$\sigma_B = f(HB)$		
1	лінійна	$y = 0,114x - 4,87$	0,67; 0,67
2	квадратична	$y = 0,0007x^2 - 0,85x + 12,11$	0,68

Виконавши аналіз даних табл. 3.21 видно, що коефіцієнти парної кореляції а також і кореляційні відношення не дуже відрізняються один від одного. Всі розраховані вибіркові коефіцієнти кореляції статистично значущі при числу випадків в досліджуваній вибірці ($n > 100$), при рівні значимості $\alpha = 0,05$ та числу степенів свободи.

3.3. Оброблення значень показників, які характеризують структуру ковкого чавуну

Провівши дослідження залежності механічних властивостей ковкого чавуну від структури були побудовані інтервальні ряди розподілу параметрів, які характеризують структуру ковкого чавуну. Вони приведені для:

- діаметру графітних включень (табл. 3.23).
- числа графітних включень на 1 мм^2 площі шліфа (табл. 3.24).
- кількості перліту (табл. 3.25).
- розмірів зерен фериту (табл. 3.26).

Таблиця 3.23

Діаметр графітних включень та їх розподіл

Діаметр графітних включень, $D_{гр}$, мкм	25=40	40-55	55-70	70-85	85- 100	100- 115
Чисельність інтервалу, n_i	27	105	67	127	40	43
Частота інтервалу, P_i	0,066	0,257	0,164	0,31	0,098	0,106

Таблиця 3,24

Кількість графітних включень та їх розподіл

Кількість графітних включень, $N_{гр}$, мкм	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60	60- 70	70- 80	80- 90	90- 100
Чисельність інтервалу, n_i	6	47	92	85	76	46	40	18	4
Частота інтервалу, P_i	0,014	0,112	0,223	0,205	0,183	0,11	0,097	0,044	0,009

Таблиця 3.25

Значення кількості перліту та його розподіл

Кількість перліту П, %	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
Чисельність інтервалу, n_i	37	104	106	71	26	33	28
Частота інтервалу, P_i	0,091	0,257	0,260	0,175	0,064	0,082	0,07

Таблиця 3.26

Значення розмірів зерен фериту та їх розподіл

Розміри зерен фериту Φ , мкм	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Чисельність інтервалу, n_i	29	142	176	49	17
Частота інтервалу, P_i	0,07	0,344	0,426	0,119	0,041

РОЗДІЛ 4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

4.1. Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень твердості (НВ) нормальному закону розподілу

При перевірці гіпотези про підпорядкування вибірки значень твердості нормальному закону розподілу побудований інтервальний ряд і гістограми табл. 4.1 і рис. 4.1.

Визначаємо математичне очікування значень величини твердості

$$\tilde{\chi} = \sum_{i=1}^6 x_i p_i = 136,58,$$

де $\tilde{\chi}$ – середнє значення інтервалу; P_i – частоти інтервалу

Визначаємо дисперсію за наступним співвідношенням

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^6 x_i^2 p_i - \tilde{\chi}^2 = 19980 - 18600 = 1380.$$

Визначаємо стандарт розподілу

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 11,7.$$

Визначаємо теоретичні ймовірності P_i потрапляння відхилень значень твердості в інтервал $a_i - \beta_i$ за виразом

$$P_i^o = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right) \right],$$

де Φ – функція нормального розподілу.

Розрахункові дані виконаного дослідження приведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень твердості (НВ)
закону нормального розподілу за розрахунковими даними

Тверді- сть НВ	Число спос- тере- жень	P_i	$\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma}$	$\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma}$	$\Phi\left(\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma}\right)$	P_i^O	n_i	$\left(\frac{n_i - n_i^O}{n_i^O}\right)$
110- 120	6	0,01	-1,42	-2,23	-0,844	-0,974	0,06	38	1,69
120- 130	170	0,28	-0,56	-1,42	-0,425	0,844	0,209	123	3,64
130- 140	210	0,35	0,29	-0,56	0,228	-0,425	0,376	223	0,278
140- 150	140	0,23	1,15	0,29	0,749	0,228	0,260	154	0,322
150- 160	41	0,06	2,00	1,15	0,954	0,749	0,102	59	0,532
160- 170	25	0,04	2,86	2,00	0,995	0,954	0,02	12	0,278
Σ	592	1,03	4,32	-0,77	1,657	1,376	1,027	609	6,74

Теоретичні частоти n_i^O попадання значень твердості в інтервалі $a_i - \beta_i$ визначаємо за формулою

$$n_i^O = n \cdot P_i^O.$$

Розрахована за наведеними формулами нормальна крива приведена на рис. 4.1.

Перевірку гіпотези про підпорядкування вибірки нормальному закону розподілу виконуємо за допомогою χ^2 – критерію Пірсона

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^6 \frac{(n_i - n_i^o)^2}{n_i^o}.$$

де 6 – число інтервалів твердості наведеному в табл. 4.1.

Число степені свободи:

$$k = i - r - 1,$$

$r = 2$ – із за використання двох параметрів нормального закону визначення: математичного очікування $\tilde{\chi}$ і дисперсії σ^2 ; зниження числа степенів свободи на одиницю відбувається через те, що сума емпіричних частот n_i повинна дорівнювати об'єму сукупності. Звідси маємо

$$k = 6 - 2 - 1 = 3.$$

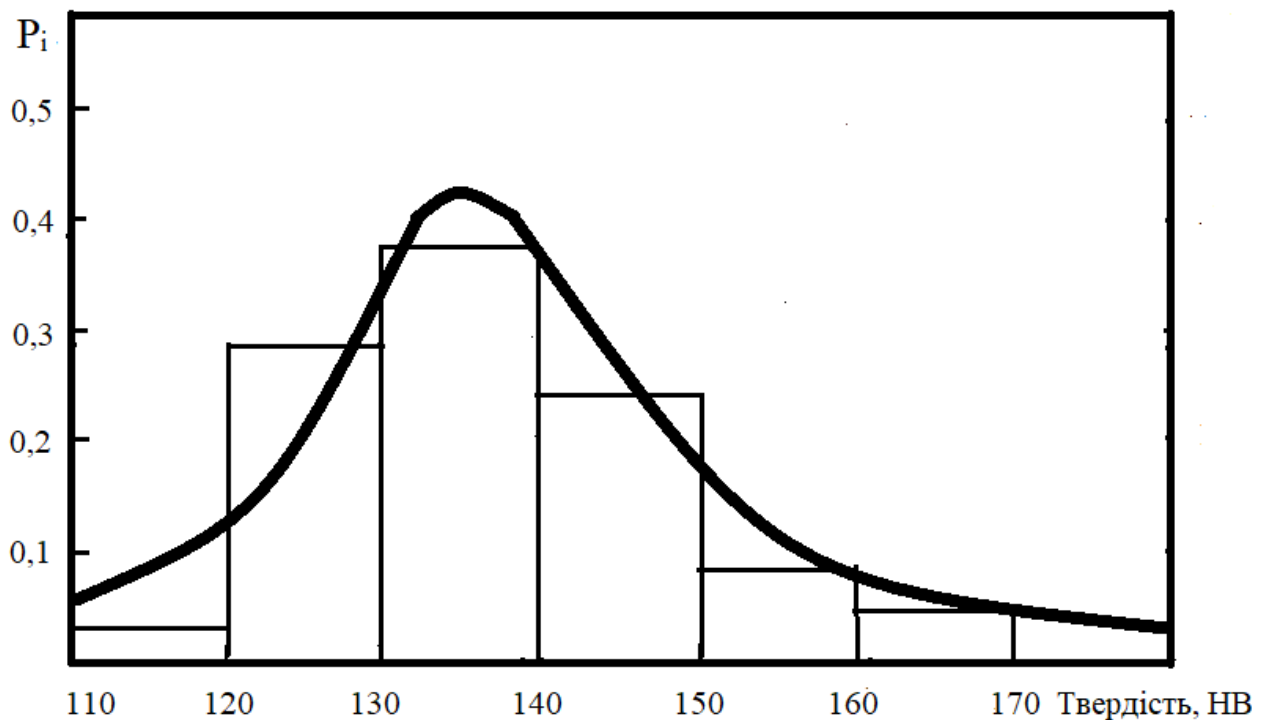


Рис. 4.1. Гістограма розподілу значень твердості

Приймаємо рівень значущості $\alpha = 0,05$ при $\chi^2 = 6,74$ і $k = 3$. Табличний рівень значущості дорівнює $\alpha_T = 0,075$. Так як табличне значення рівня значущості $\alpha_T = 0,075 > \alpha = 0,05$, тоді можна зробити висновок, що досліджувана вибірка підпорядковується закону нормального розподілу і

залежності для твердості, отримані в результаті кореляційного аналізу, володіють високим ступенем достовірності.

Для перевірки найбільш різних значень за критерієм Стюдента визначаємо середньоарифметичне значення величини твердості

$$\tilde{\chi} = \frac{\sum_{i=1}^{592} \chi_i}{592} = 136,95.$$

Приймаємо $\tilde{\chi} = 137$; $\sigma = 11,7$.

При прийнятому рівні значущості $\alpha = 0,05$ і числу степені свободи $k = n - 1 = 592 - 1 = 591$ табличне значення t -критерію Стюдента $t = 1,96$.

Розрахункове значення t -критерію Стюдента визначається за формулою

$$|t| = \frac{x_i - \tilde{\chi}}{\sigma};$$

$$HB \leq t\sigma + \tilde{\chi} = 1,96 \cdot 11,7 + 137 = 160;$$

$$HB \geq \tilde{\chi} - t\sigma = 137 - 1,96 \cdot 11,7 = 114.$$

Отже не випадкові значення будуть значення, які знаходяться в діапазоні 114 – 160.

4.2. Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень меж міцності (σ_B) нормальному закону розподілу

Перевіряючи гіпотезу про підпорядкування вибірки значень границь міцності нормальному закону розподілу побудували інтервальний ряд і гістограми табл. 4.2 і рис. 4.2.

Математичне очікування значень величини міцності визначаємо за виразом

$$\tilde{\chi} = \sum_{i=1}^8 x_i p_i = 36,96, \text{ кг/мм}^2,$$

де $\tilde{\chi}$ – середнє значення інтервалу; P_i – частоти інтервалу.

Дисперсію розподілу визначаємо за наступною формулою

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^6 x_i^2 p_i - \tilde{\chi}^2 = 1376 - 1360 = 16.$$

Визначаємо стандарт розподілу

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 4,0, \text{ кг/мм}^2.$$

Визначаємо теоретичні ймовірності P_i потрапляння відхилень значень міцності в інтервал $a_i - \beta_i$ за наступним виразом

$$P_i^o = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma} \right) \right],$$

де Φ – функція нормального розподілу.

Результати проведеного дослідження наведені в табл. 4.2.

Таблиця 4.2

Перевірка гіпотези про підпорядкування вибірки значень границі міцності
(σ_B) закону нормального розподілу

Границя міцності σ_B , кг/мм ²	Число спос- тере- жень	P_i	$\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma}$	$\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma}$	$\Phi\left(\frac{\beta_i - \tilde{\chi}}{\sigma}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_i - \tilde{\chi}}{\sigma}\right)$	P_i^O	n_i	$\left(\frac{n_i - n_i^O}{n_i^O}\right)$
32-34	86	0,146	-0,74	-1,24	-0,27	-0,392	0,122	72	2,7
34-36	152	0,258	-0,24	-0,74	-0,098	-0,27	0,171	101	23,6
36-38	162	0,276	0,26	-0,24	0,102	-0,098	0,201	118	16,4
38-40	87	0,146	0,76	0,26	0,276	0,102	0,173	102	2,2
40-42	59	0,10	1,26	0,76	0,396	0,276	0,119	71	1,9
42-44	31	0,052	1,76	1,26	0,460	0,396	0,064	38	1,3
44-46	8	0,013	2,26	1,76	0,488	0,460	0,027	16	4,1
46-48	3	0,005	2,86	2,26	0,497	0,488	0,008	6	1,35
Σ	588	0,996	8,18	4,08	1,851	0,962	0,975	524	53,55

Визначаємо теоретичні частоти n_i^O попадання значень міцності в інтервалі $a_i - \beta_i$ за формулою

$$n_i^O = n \cdot P_i^O.$$

Нормальна крива, визначена за приведеними формулами, наведена на рис. 4.2.

Перевірку гіпотези про підпорядкування вибірки значень міцності нормальному закону розподілу проведемо за допомогою χ^2 -критерію Пірсона

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^8 \frac{(n_i - n_i^O)^2}{n_i^O} = 53,55,$$

де 8- число інтервалів твердості наведеному в табл. 4.2.

Число степені свободи:

$$k = i - r - 1,$$

$r = 2$ – використання двох параметрів нормального закону визначення: по-перше, математичного очікування $\tilde{\chi}$ та по-друге, дисперсії σ^2 . Звідси маємо

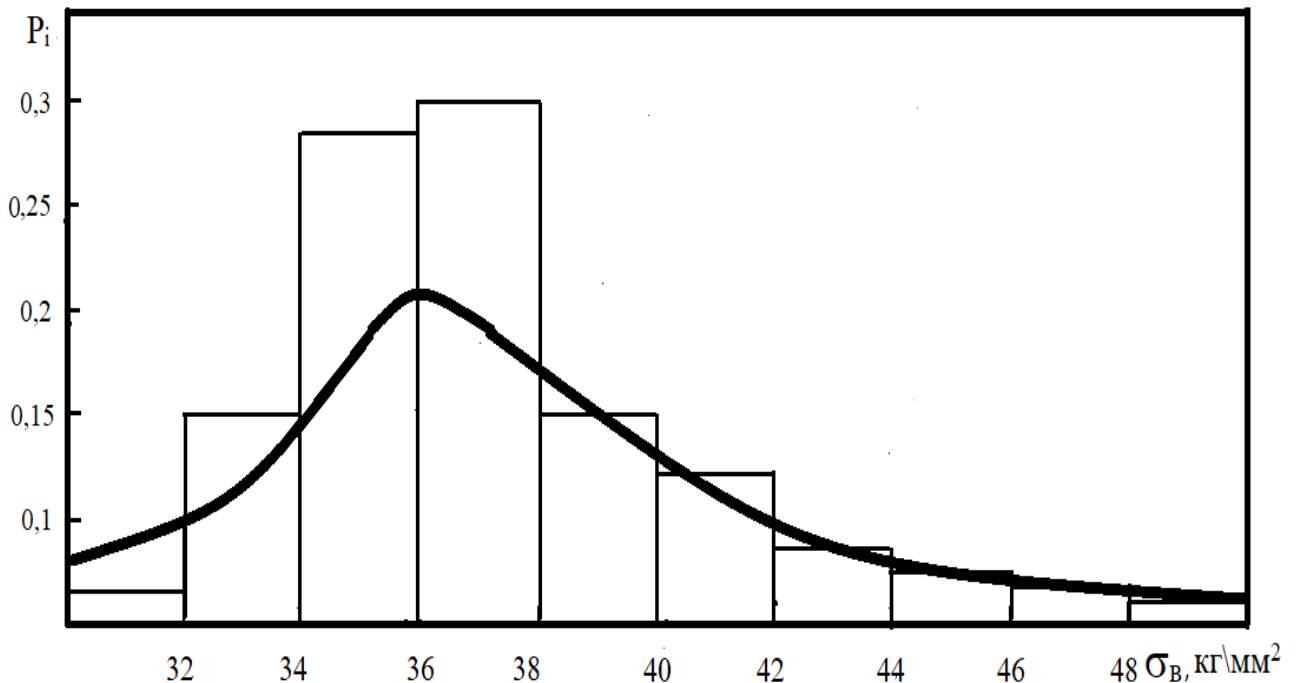
$$k = 8 - 3 = 5.$$


Рис. 4.2. Розподіл значень границі міцності чавуну

Прийmemo рівень значущості $\alpha = 0,05$, табличне значення критерію Пірсона $\chi_{\text{табл.}}^2 = 11$. Якщо $\chi_{\text{табл.}}^2 < \chi^2$, то гіпотеза про підпорядкування розподілу нормальному закону не підтверджується. Це можна пояснити тим, що значення границі міцності, які менше 33 кг/мм^2 практично не спостерігались. Невиконання цієї гіпотези про нормальність розподілу значень границі міцності не виключає можливість використання до нього методів кореляційного аналізу, але достовірність отриманих залежностей відповідно буде меншою, ніж при нормальному законі розподілу.

4.3. Розподіл значень показників, які характеризують структуру ковкого чавуну

Досліджуючи залежності механічних властивостей ковкого чавуну від структури будували гістограми розподілу показників, які характеризують структуру ковкого чавуну для:

- діаметру графітних включень (рис. 4.3);
- числа графітних включень на 1 мм^2 площі шліфа (рис. 4.4);
- кількості перліту (рис. 4.5);
- розмірів зерен фериту (рис. 4.6).

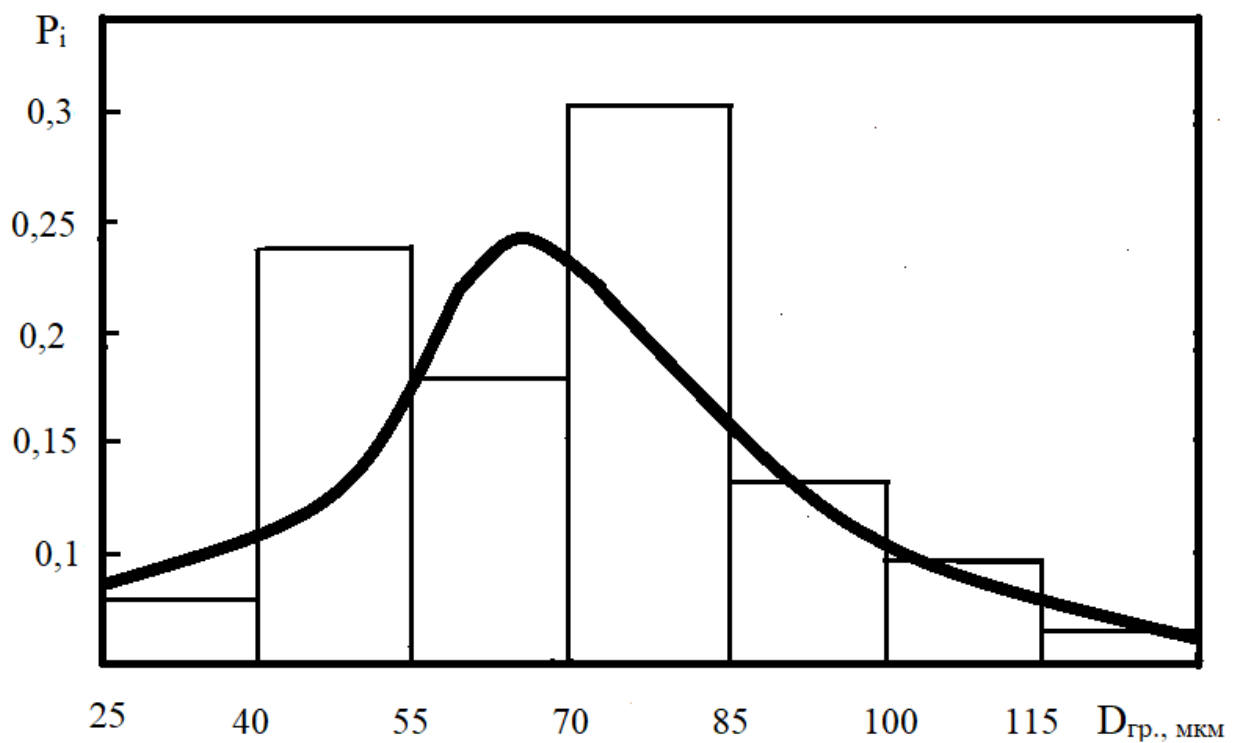


Рис. 4.3. Гістограма розподілу діаметрів графітних включень

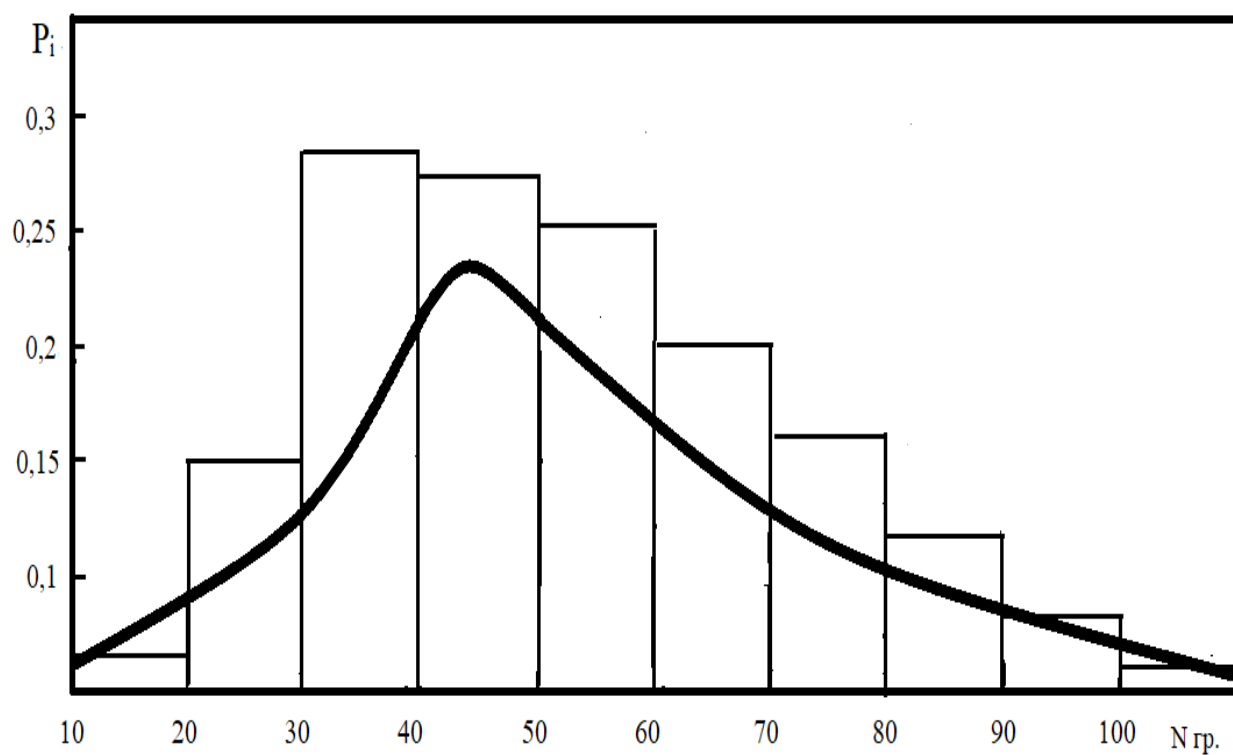


Рис. 4.4. "Гістограма розподілу значень числа графітних включень на 1 мм² шліфа"

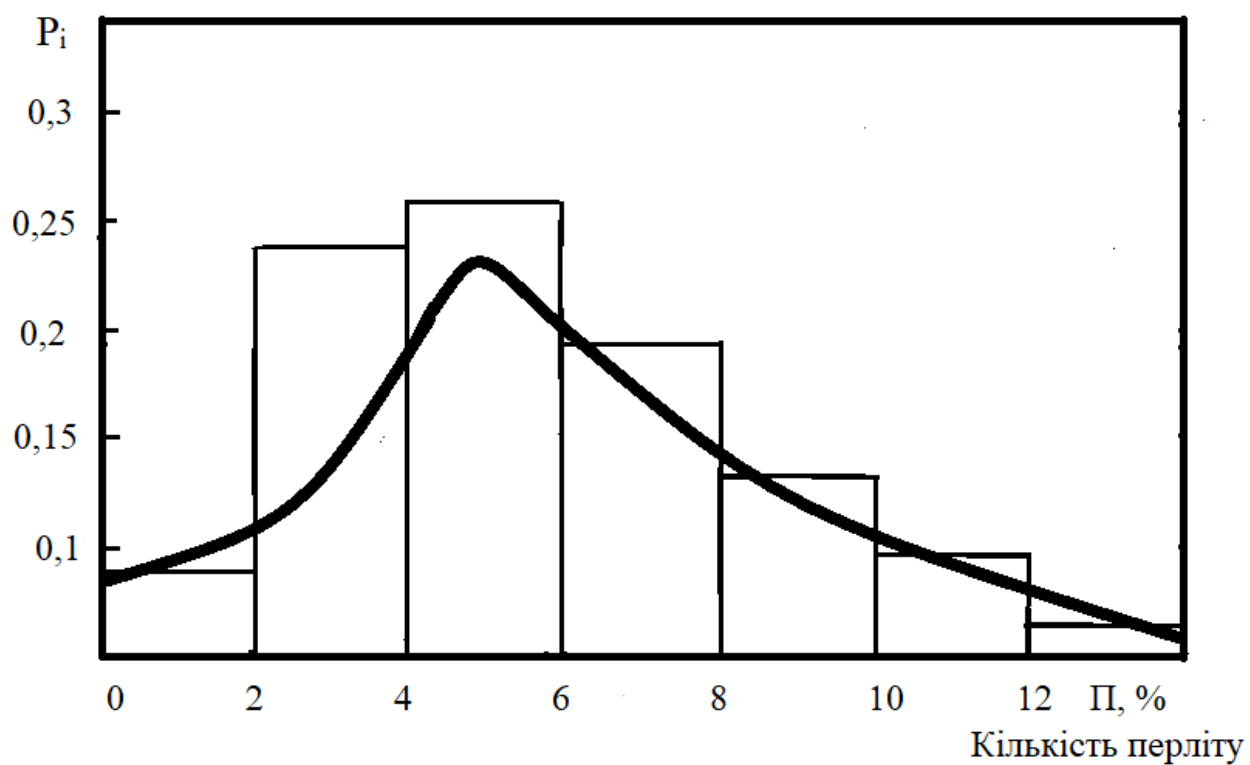


Рис. 4.5. Гістограма розподілу значень кількості перліту

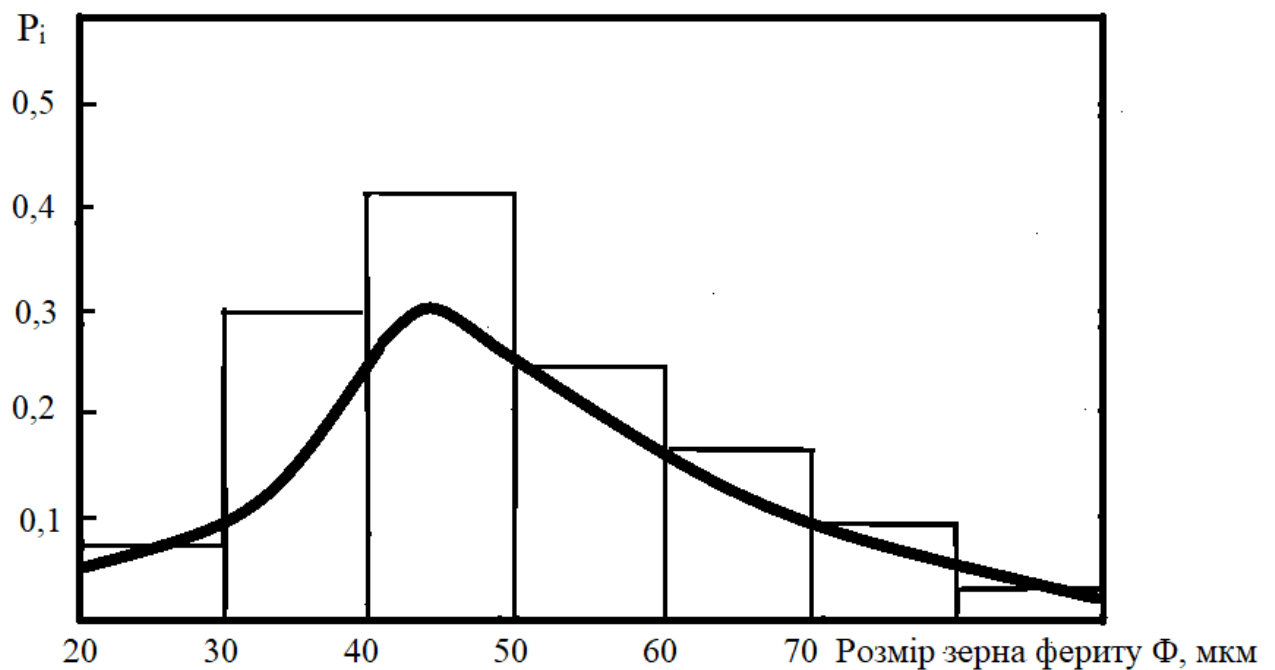


Рис. 4.6. Гістограма розподілу значень розмірів зерен фериту

На вміст перліту в ковкому чавуні може впливати процес режиму відпалу і вміст хрому. Інші фактори менше впливають на вміст перліту.

За розрахунковими даними у середовищі Microsoft Excel, будемо кореляційні поля, емпіричні та теоретичні лінії регресії для досліджуваних функцій. В програмі Microsoft Office Excel в режимі кореляції та регресія MS Excel можна разом проводити як дисперсійний, кореляційний, а також і регресійний аналіз з оцінкою значущості коефіцієнтів відповідно отриманих рівнянь регресії [20, 21].

При дослідженні впливу хімічного складу та структури ковкого чавуну на механічні властивості доцільно також використовувати пакет програми MathCAD та інші [22, 23, 24].

Коефіцієнти відшукуваних функцій рівнянь регресій або математичних моделей можна також розраховувати в середовищі MathCAD.

Математичні розрахунки для побудови графіків залежностей $y = f(x)$ виконували в середовищі пакету MathCAD і графічних редакторів Microsoft Office.

Залежності механічних властивостей ковкого чавуну від хімічного складу приведені на рис. 4.1–4.8. Залежність впливу міцності ковкого чавуну на його твердість наведена на рис. 4.9.

4.4. Вплив вмісту вуглецю і кремнію ковкого чавуну на механічні властивості

Залежності міцності та твердості ковкого чавуну від хімічного складу наведено на рис. 4.1. – 4.8.

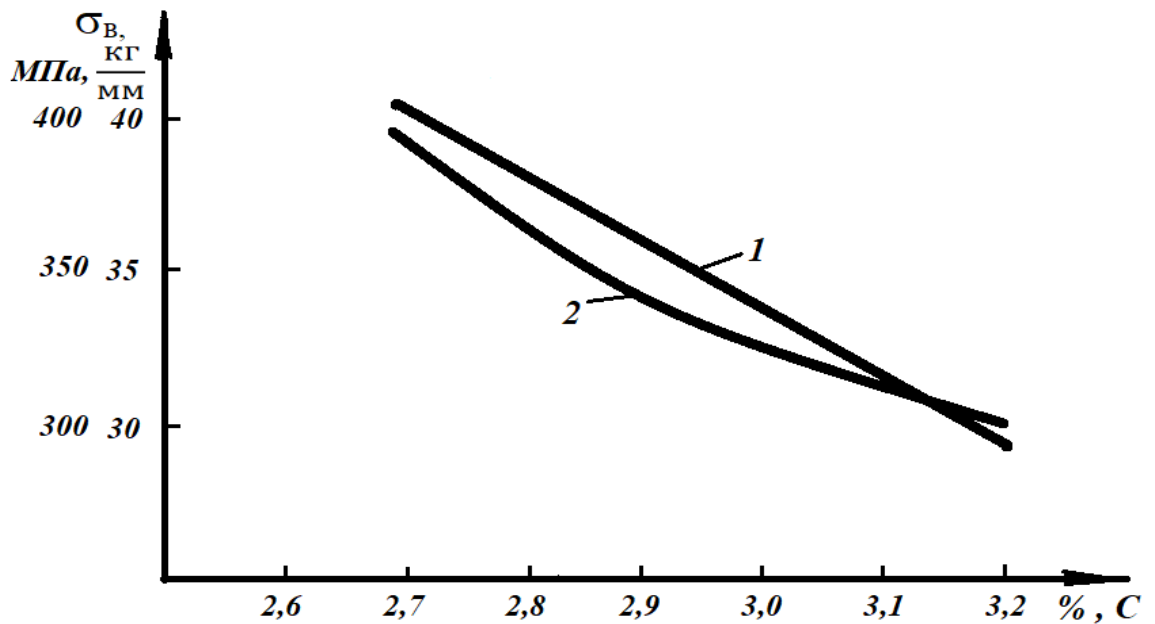


Рис. 4.1. Графік залежності σ_B ковкого чавуну від вмісту C :

1 – лінійна; 2 – квадратична

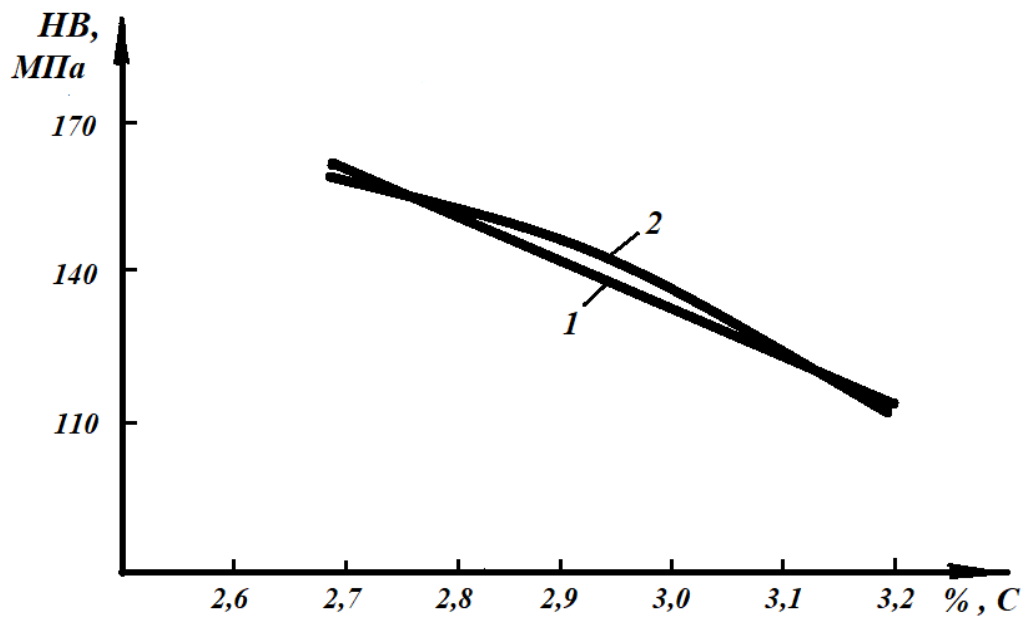


Рис. 4.2. Графік залежності HB ковкого чавуну від вмісту C:
1 – лінійна; 2 – квадратична

При аналізі рис. 4.1-4.2 видно, що при збільшенні вмісту вуглецю міцність і твердість ковкого чавуну знижується, це в свою чергу узгоджується з літературними даними. Залежності міцності та твердості в досліджуваному інтервалі вмісту вуглецю, треба зазначити, мають відповідно однаковий характер. Розраховані коефіцієнти кореляції $r_1=0,31$; $r_2=0,21$ і кореляційного відношення $r_1=0,29$, $r_2=0,29$; $r_1=0,19$, $r_2=0,19$ є статистично значущі.

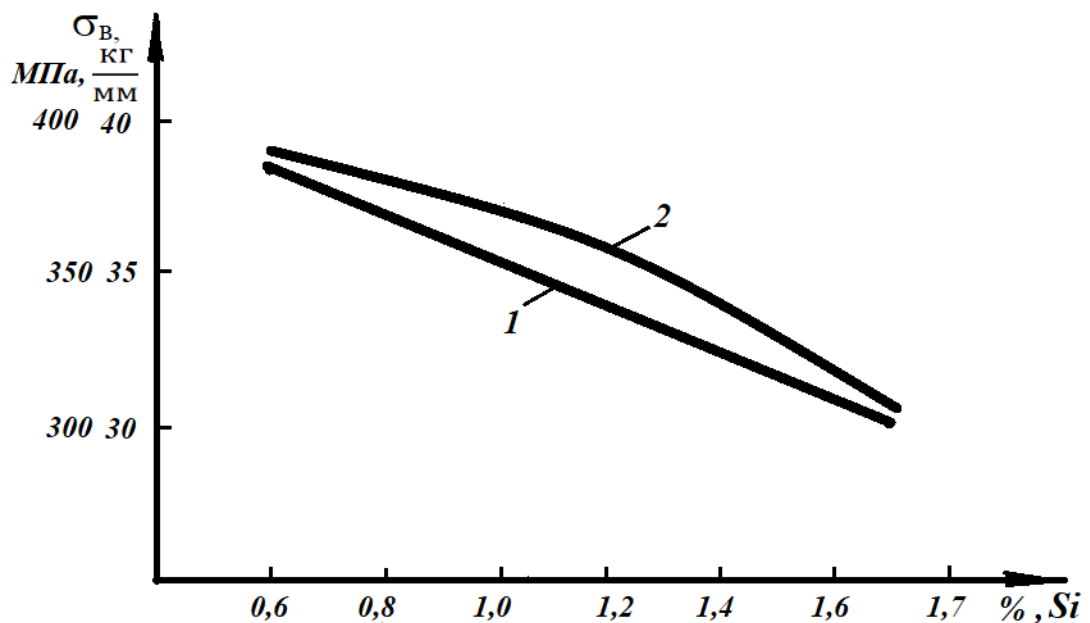


Рис. 4.3. Залежність σ_b ковкого чавуну від вмісту Si:
1 – лінійна; 2 – квадратична

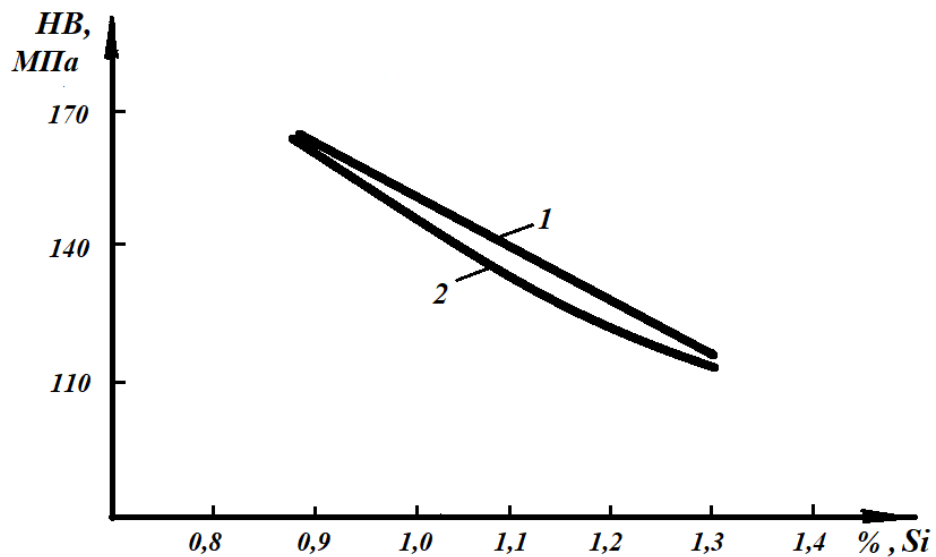


Рис. 4.4. Залежність HB ковкого чавуну від вмісту Si:
1 – лінійна; 2 – квадратична

Аналізуючи рис. 4.3. - 4.4 видно, що при збільшенні кремнію міцність і твердість ковкого чавуну знижується, коефіцієнти кореляції для цього випадку менші, ніж у порівнянні впливу вуглецю на мехвластивості. Коефіцієнти кореляції $r_1=0,16$, $r_2=0,20$ і кореляційного відношення $r_1=0,17$, $r_2=0,17$; $r_1=0,19$, $r_2=0,19$ будуть статистично значущі.

4.5. Вплив вмісту марганцю і сірки ковкого чавуну на механічні властивості

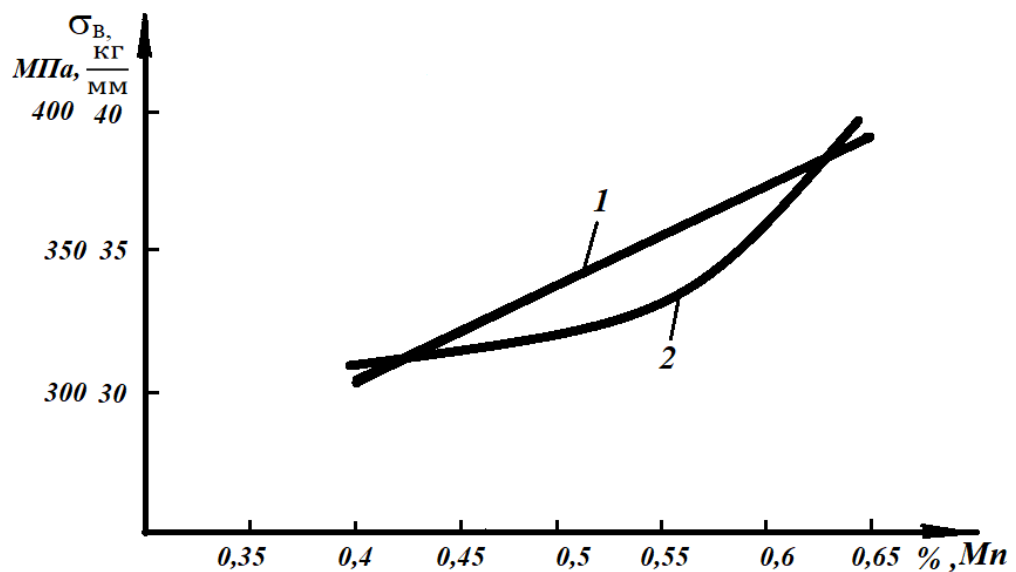


Рис. 4.5. Залежність σ_b ковкого чавуну від вмісту Mn:
1 – лінійна; 2 – квадратична

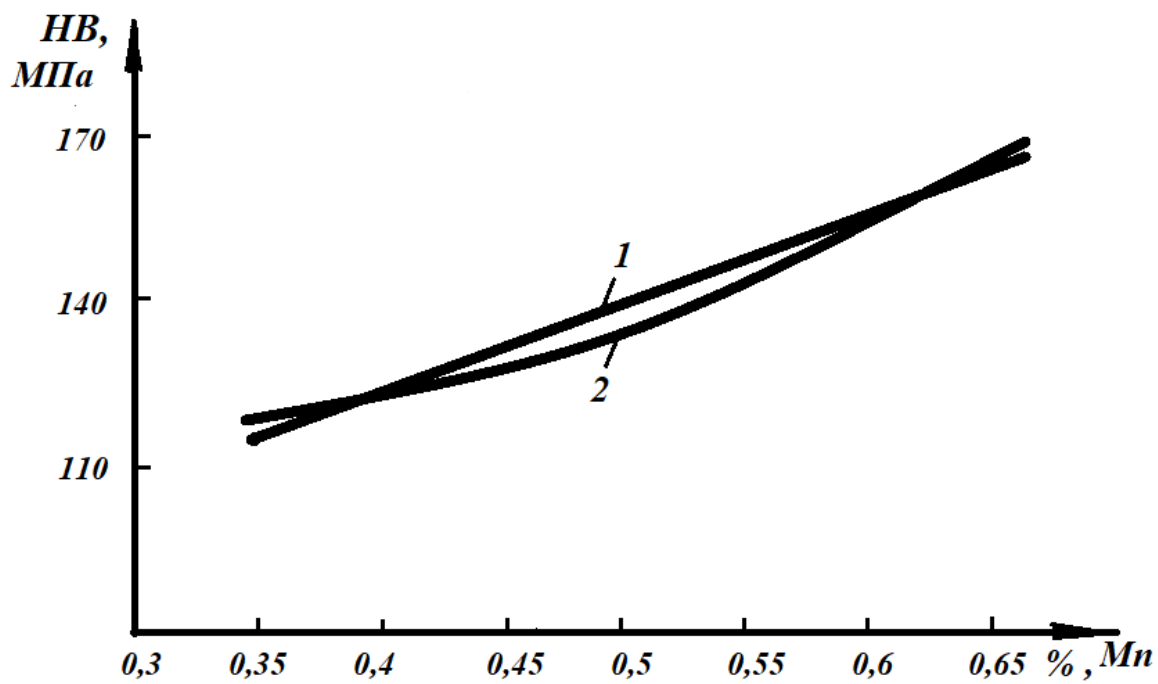


Рис. 4.6. Залежність HB ковкого чавуну від вмісту Mn:

1 – лінійна; 2 – квадратична

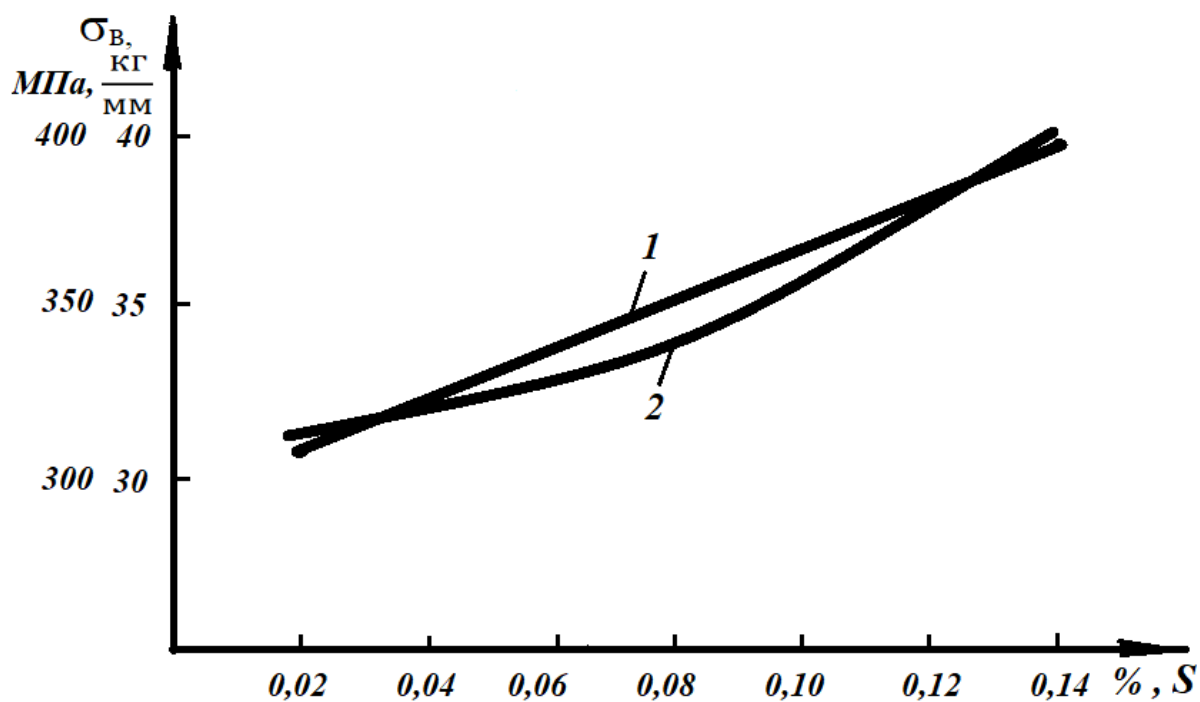


Рис. 4.7. Залежність σ_b ковкого чавуну від вмісту S:

1 – лінійна; 2 – квадратична

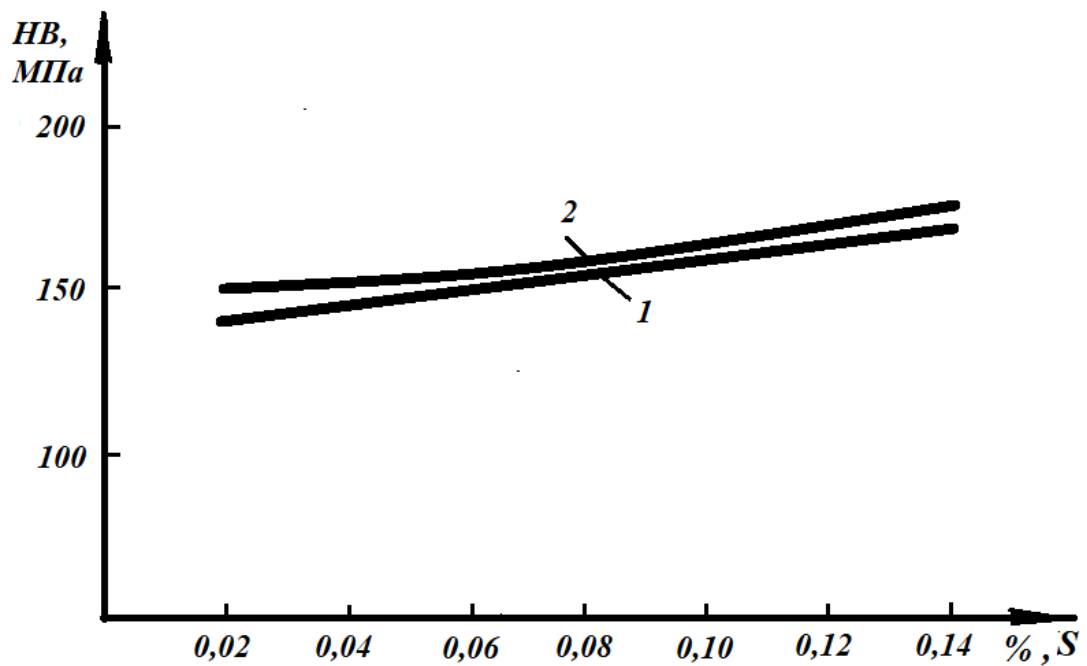


Рис. 4.8. Залежність HB ковкого чавуну від вмісту S:

1 – лінійна; 2 – квадратична

Як видно з рис. 4.5 - 4.8, аналіз впливу вмісту марганцю і сірки на міцність та твердість ковкого чавуну показує, що зі збільшенням їх вмісту спостерігається збільшення міцності і твердості чавуну. При цьому вплив сірки більш визначальний, ніж марганцю, це підтверджується і більш високими коефіцієнтами кореляції для залежностей $\sigma_b = f(S)$; $HB = f(S)$; $r_1 = 0,20$; $r_2 = 0,25$ і кореляційного відношення $r_1 = 0,22$, $r_2 = 0,20$; $r_1 = 0,23$, $r_2 = 0,24$, а для залежностей $\sigma_b = f(Mn)$; $HB = f(Mn)$ коефіцієнти кореляції менші $r_1 = 0,15$; $r_2 = 0,15$ і кореляційні відношення $r_1 = 0,17$, $r_2 = 0,17$; $r_1 = 0,15$ $r_2 = 0,15$ статистично значущі.

4.6. Вплив міцності на твердість ковкого чавуну

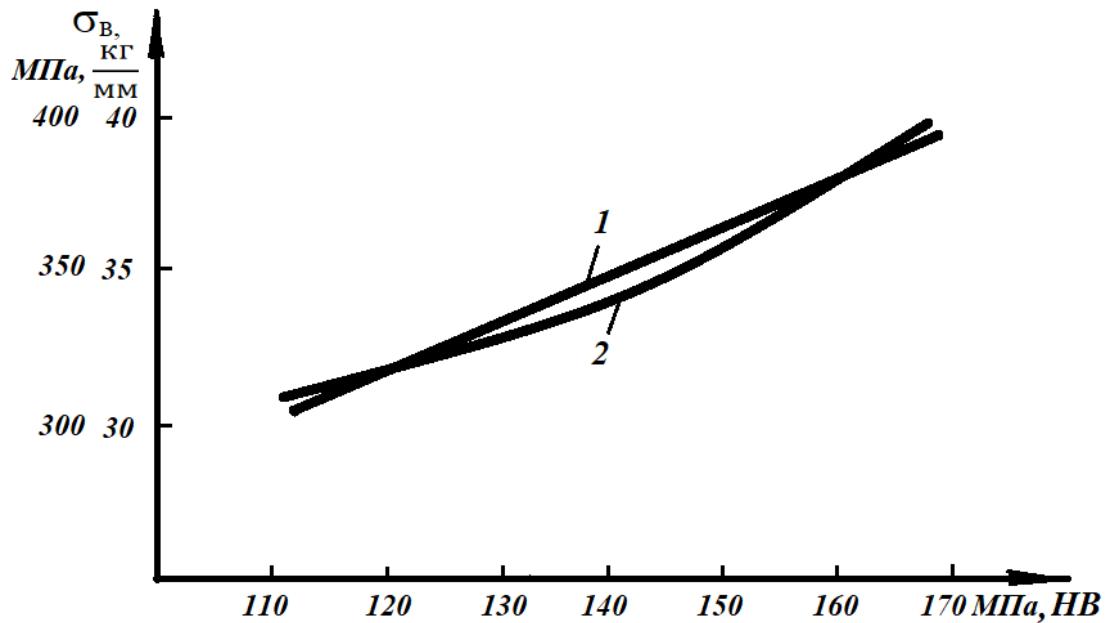


Рис. 4.9. Залежність σ_b ковкого чавуну від HB:

1 – лінійна; 2 – квадратична

Аналізуючи рівняння регресії, а також рис. 4.9 бачимо, що вплив міцності на твердість чавуну характеризується високою тісністю зв'язку, так як коефіцієнт кореляції дорівнює $r_1=0,67$; $r_2=0,67$ і кореляційного відношення $r_1=0,68$, $r_2=0,68$, вони статистично значущі. Відповідно надається можливість оцінити міцність чавуну за його твердістю.

ВИСНОВКИ

В магістерській кваліфікаційній роботі виконані математично-статистичні дослідження впливу хімічного складу, температури модифікування та структури на механічні властивості ковкого чавуну. Проведені дослідження показали наступне, що хімічний склад та структура ковкого чавуну має вирішальний вплив на механічні властивості.

З'ясовано, що вплив на механічні властивості вуглецю і кремнію має такий характер, чим більший буде вміст цих елементів в ковкому чавуні, тим нижча міцність і твердість чавуну.

Показано також, що вплив вуглецю на механічні властивості ковкого чавуну буде більш значний, ніж кремнію.

При дослідженні встановлено, що добрий вплив на механічні властивості ковкого чавуну має марганець і сірка. Вплив сірки більш вирішальний, ніж марганцю. Висока тіснота зв'язку при додатньому коефіцієнті встановлена між твердістю і міцністю ковкого чавуну.

На основі проведених досліджень пропонуємо наступне, для підвищення механічних властивостей ковкого чавуну за критерій оцінки хімічного складу чавуну приймаємо: перше вміст вуглецю і кремнію; друге вміст марганцю і сірки окремо.

Для одержання ковкого чавуну з підвищеними механічними властивостями необхідно, щоб вміст вуглецю відповідав 2,7-3,2%, кремнію 0,9-1,3%. Вміст марганцю повинен бути в інтервалі 0,40-0,60%, а сірки 0,02-0,14% згідно ДСТУ EN 1562:2019.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Хільчевський В. В. Матеріалознавство і технологія конструкційних матеріалів: Навчальний посібник. К: Либідь, 2002. 328с.
2. Клименко В.М., Шиліна О.П, Осадчук А.Ю. Технологія конструкційних матеріалів. Частина перша. Конструкційні матеріали: властивості, класифікація, виробництво. Навчальний посібник. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця. 2005, 97 с.
3. Єременко А.П. Конспект лекцій з дисципліни „Виробництво виливків з чорних металів” розділ «Виробництво виливків з чавуну» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 136 «Металургія». Кам’янське, ДДТУ, 2017. 74 с.
4. Методичні вказівки з дисципліни “Технологія конструкційних матеріалів і матеріалознавство” до виконання лабораторного практикуму з розділу “Вплив хімічного складу і температури на фазовий стан залізовуглецевих сплавів” / Укл.: Трофименко В.В., Клименко О.П., Овчаренко В.І. Д.: ДВНЗ УДХТУ, 2014. 46 с.
5. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисциплін Ливарні сплави та плавка чавунів та Основи теорії плавки та виробництва чавунних виливків для студентів спеціальностей 131 «Прикладна механіка» та 136 «Металургія» всіх форм навчання / Укладачі: В.Г. Іванов, Є.М. Парахневич, С. О. Шустов. Запоріжжя: ЗНТУ, 2020. 62 с.
6. Шигимага В.О. Основи матеріалознавства (метали): чавуни: метод. вказівки для самостійного вивчення дисципліни для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної (заочної) форми навч., спец. 163 «Біомедична інженерія». Державний біотехнологічний університет. Харків. 2023. 21 с.
7. Шаповал С. В. Конспект лекцій з дисципліни «Матеріалознавство» (для студентів 2 курсу денної форми навчання освітнього рівня «бакалавр» спеціальності 185 Нафтогазова інженерія та технології). Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. 122 с.

8. Іваненко І. М. Конструкційні матеріали у виробництвах неорганічних речовин [Електронний ресурс] : підручник для студ. спеціальності 161 «Хімічні технології та інженерія», спеціалізації «Хімічні технології неорганічних речовин та водоочищення». Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 242 с.

9. Хричиков В.Е., Меньяло О.В. Ливарне виробництво чорних і кольорових металів: Навч. посібник. Видання друге, доопрацьоване. Дніпропетровськ: НМетАУ, 2015. 89с.

10. Скобло Т.С., Сідашенко О.І., Сайчук О.В. Корпусні деталі з чавунів та їх якісні показники: Монографія / Під ред. д.т.н. проф. Скобло Т.С. Х: Діса плюс. 2019, 282с.

11. Іванов В.Г., Парахневич Є.М., Шустов С.О. Ливарні сплави та плавка чавунів. Методичний посібник. Запоріжжя: ЗНТУ. 2020, 62с.

12. Акімов ВІ., Силованюк В.П., Волчков В.П., Івантишин Н.А. Вплив форми графітових включень на механічні властивості залізовуглецевих сплавів. Фізико-хімічна механіка матеріалів. № 5. 2012, С. 61-66.

13. Бялік Г.А., Наумик В.В., Цивірко Е.І. Практикум з теорії ливарних сплавів та процесів. Навчальний посібник. Запоріжжя: ЗНТУ. 2013, 98с.

14. Бузило В.І., Сердюк Б.П., Яворський А.В., Гайдай О.А. Матеріалознавство. Навчальний посібник. Дніпро. НТУ «ДП». 2021, 243с.

15. Національний стандарт України. ДСТУ EN 1562:2019. Виливки із ковкого чавуну. Загальнотехнічні умови. 2019.

16. Пріщенко О.Л., Черемська Н.В., Черногор Т.Т. Побудова математичних моделей за допомогою методів кореляційного і регресійного аналізу. Вісник національного технічного університету «ХПІ». Серія: Інноваційні дослідження у наукових роботах. №2 (1362). 2011, С.29-36.

17. Перегуда О.В., Капустяк О.А., Курилко О.Б. Статистична обробка даних. Навчальний посібник. Електронне видання. 2022, 103с.

18. Бахрушин В.С. Методи аналізу даних. Навчальний посібник. Запоріжжя: КПУ. 2011, 268с.

19. Руденко В.М. Математична статистика. Навчальний посібник. К: ЦУЛ. 2012, 304с.
20. Василенко О.А., Сенга І.А. Математично-статистичні методи аналізу у прикладних дослідженнях. Навчальний посібник. Одеса: ОНАО ім. О.С. Попова. 2011, 166с.
21. Бухкало С.І., Іглін С.П. Деякі моделі дослідження структурно-хімічних змін при експлуатації полімерних виробів. Інтегровані технології. Х: НТУ «ХП». №3. 2016, С.52-57.
22. Назаренко Н. Можливості математичного пакету MATHCAD. Збірник тез II Української конференції молодих науковців. Київ. 2015, С.181-183.
23. Дзісь В.Г., Левчук О.В., Дячинська О.М. Прикладна математика на основі MathCAD: Навчальний посібник. Вінниця: ВНАУ. 2020, 378с.
24. Босий М.В., Косінов А.Л., Каширін А.Д., Миронов Д.С., Лисенко А.Я. До питання дослідження механічних властивостей ковкого чавуну кореляційним і регресійним аналізом. // The 2th International scientific and practical conference “Evolving Science: Theories, Discoveries and Practical Outcomes” (November 18-20, 2024) Zurich, Switzerland. 2024. P. 239-241.

ДОДАТКИ