Центральноукраїнський національний технічний університет
Механіко-технологічний факультет
Кафедра “Машинобудування, мехатроніки і робототехніки”

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедри ММіР
к.т.н., доцент
_____ Андрій ГРЕЧКА
«____» _____ 2026 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

за другим (магістерським) рівнем вищої освіти

на тему:

«Дослідження двокоординатного верстата з паралельною кінематикою»

«Research of a two-coordinate machine tool with parallel kinematics»

Виконав здобувач вищої освіти 2-го року
магістратури групи ГМ-24М-3
ОНП «Галузеве машинобудування»
спеціальності 133 «Галузеве
машинобудування»
_____ Євгеній КУЛИК

Керівник роботи к.т.н., доцент
_____ Іван ВАЛЯВСЬКИЙ

Рецензент:
_____

Кропивницький – 2026

Форма № Н-9.01

Центральноукраїнський національний технічний університет

Факультет	Механіко-технологічний
Кафедра	Машинобудування, мехатроніки і робототехніки
Рівень вищої освіти	другий (магістерський)
Галузь знань	13 Механічна інженерія
Спеціальність	133 Галузеве машинобудування
Освітньо-наукова програма	Галузеве машинобудування

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри ММР
Андрій ГРЕЧКА
_____

«____» _____ 2026 р.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ
ЗА ДРУГИМ (МАГІСТЕРСЬКИМ) РІВНЕМ ВИЩОЇ ОСВІТИ
ЗДОБУВАЧА
Євгенія КУЛИКА
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: Дослідження двокоординатного верстата з паралельною кінематикою
2. Керівник роботи: к.т.н., доц., Іван ВАЛЯВСЬКИЙ
3. Строк подання роботи до захисту « » 2026 р.
4. Мета та завдання кваліфікаційної роботи:

Метою роботи є: дослідження двокоординатного верстата з паралельною кінематикою.

Завдання:

- проаналізувати існуючих схем побудови двокоординатного обладнання з паралельною кінематикою;

- сформулювати та розв’язати пряму і зворотну задач кінематики для визначених компоновок верстату і визначити кінематичні залежності;

- виконати моделювання робочого простору для різних варіантів компоновок двокоординатного верстата з паралельною кінематикою.

5. Консультанти по роботі, із зазначенням розділів

Розділ	Консультант	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв
РОЗДІЛ 1	Іван ВАЛЯВСЬКИЙ		
РОЗДІЛ 2	Іван ВАЛЯВСЬКИЙ		
РОЗДІЛ 3	Іван ВАЛЯВСЬКИЙ		
РОЗДІЛ 4	Ірина ЖУРИЛО		

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ п/п	Назва етапів роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	ВСТУП	Лютий 2026	
2	РОЗДІЛ 1	Лютий 2026	
3	РОЗДІЛ 2	Березень 2026	
4	РОЗДІЛ 3	Березень 2026	
5	РОЗДІЛ 4	Квітень 2026	
6	ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	Квітень 2026	
7	ОФОРМЛЕННЯ РОБОТИ	Травень 2026	
8			

Дата видачі завдання «_____» _____ 2026 р.

Керівник роботи _____ Іван ВАЛЯВСЬКИЙ
(підпис)

Завдання прийнято до виконання «____» _____ 2026 р.

Здобувач _____ Євгеній КУЛИК
(підпис)

Анотація

Євгеній КУЛИК. Дослідження двокоординатного верстата з паралельною кінематикою. Кваліфікаційна робота для освітнього ступеня «магістр»: ЦНТУ, 2026. – 87 с. Матеріали презентації 9 аркушів.

Метою роботи є дослідження двокоординатного верстата з паралельною кінематикою.

Для досягнення мети дослідження було вирішено такі задачі: проаналізовано існуючі схеми побудови двокоординатного обладнання з паралельною кінематикою; виконано постановку і розв'язок прямої та зворотної задач кінематики для визначених компоновок верстату і визначено кінематичні залежності; досліджено та виконано моделювання робочого простору для різних варіантів компоновок двокоординатного верстата з паралельною кінематикою; визначено найбільш ефективну конструкцію двокоординатного верстату з паралельною кінематикою шляхом економічного порівняння.

Актуальність. Двокоординатні плоскі системи (біпод, біглайд, Double-SCARA) дозволяють зберегти переваги просторових механізмів (високу структурну жорсткість та динаміку), але при цьому мають значно простішу математичну модель і систему управління, що полегшує їх впровадження у виробництво.

Наукова новизна. Здійснено комплексне порівняльне дослідження кінематичних залежностей двокоординатних верстатів паралельної структури та встановлено вплив їх конструктивних параметрів (співвідношення довжини приводів та базової відстані) на геометрію робочого простору.

Ключові слова: двокоординатний верстат, паралельна кінематика, робочий простір, біпод, біглайд, Double-SCARA.

Abstract

Yevhenii KULYK. Research of a two-coordinate machine tool with parallel kinematics. Master's thesis: CNTU, 2026. – 87 p. Presentation materials 9 sheets.

The purpose of the work is to research a two-coordinate machine tool with parallel kinematics.

To achieve the purpose of the research, the following tasks were solved: the existing design schemes of two-coordinate equipment with parallel kinematics were analyzed; the direct and inverse kinematics problems for the specified machine tool layouts were formulated and solved, and the kinematic dependencies were determined; the workspace for various layouts of the two-coordinate machine tool with parallel kinematics was investigated and simulated; the most efficient design of a two-coordinate machine tool with parallel kinematics was determined through economic comparison.

Relevance. Two-coordinate planar systems (bipod, biglide, Double-SCARA) allow preserving the advantages of spatial mechanisms (high structural rigidity and dynamics), while having a much simpler mathematical model and control system, which facilitates their implementation in production.

Scientific novelty. A comprehensive comparative study of the kinematic dependencies of two-coordinate machine tools with a parallel structure was carried out, and the influence of their design parameters (the ratio of drive lengths and base distance) on the geometry of the workspace was established.

Keywords: two-coordinate machine tool, parallel kinematics, workspace, bipod, biglide, Double-SCARA.

ЗМІСТ

ВСТУП 8
РОЗДІЛ 1 ТЕХНОЛОГІЧНЕ ОБЛАДНАННЯ З ПАРАЛЕЛЬНОЮ КІНЕМАТИКОЮ 10
1.1. Загальні відомості про технологічне обладнання з паралельною кінематикою 10
1.2. Огляд основних конструктивних схем верстатів з паралельною кінематикою 11
1.3. Двокоординатні верстати з паралельною кінематикою. Біпод, біглайд, інші типи 21
1.4. Області застосування двокоординатних верстатів з паралельною кінематикою 24
1.5. Порівняльний аналіз двокоординатних верстатів з паралельною кінематикою. Переваги і недоліки в порівнянні зі звичайними двокоординатними верстатами 26
1.6. Мета і задачі досліджень 28

РОЗДІЛ 2 КОНСТРУКЦІЯ І КІНЕМАТИЧНІ ЗАЛЕЖНОСТІ ДВОКООРДИНАТНИХ ВЕРСТАТІВ З ПАРАЛЕЛЬНОЮ КІНЕМАТИКОЮ 29
2.1. Опис конструкції основних схем двокоординатних верстатів з паралельною кінематикою (біпод, біглайд, Double-SCARA) 29
2.2. Вирішення прямої задачі кінематики 33
2.2.1. Для біпода 34
2.2.2. Для біглайда 36
2.2.3. Для Double-SCARA 38
2.3. Вирішення зворотної задачі кінематики 40
2.3.1. Для біпода 41
2.3.2. Для біглайда 42
2.3.3. Для Double-SCARA 44

РОЗДІЛ 3 ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РОБОЧОГО ПРОСТОРУ ДВОКООРДИНАТНИХ ВЕРСТАТІВ 47
3.1. Робочий простір верстатів (біпод, біглайд, Double SCARA) 48
3.2. Узгодженість рухів кінематичних ланок при реалізації типових рухів виконавчого органу 52
3.3. Вплив конструктивних параметрів верстатів на геометричні параметри робочого простору 62
3.4. Принципи проектування і конструювання двокоординатних верстатів з паралельною кінематикою 65
РОЗДІЛ 4 ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНІ ОБГРУНТУВАННЯ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ 68
4.1. Загальні вихідні дані 68
4.2 Визначення витрат на виготовлення верстатів та їхніх оптових цін 68
4.3 Визначення експлуатаційних витрат (собівартості обробки) 74
4.4. Розрахунок показників економічної ефективності проекту 80
4.5 Розрахунок показників економічної ефективності 67
ВИСНОВКИ 83
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 84

ВСТУП

Актуальність теми. Сучасне виробництво потребує постійного підвищення продуктивності, гнучкості та надійності обладнання. Попри стрімкий розвиток цифрових технологій — комп'ютерного зору, штучного інтелекту, нового програмного забезпечення, датчиків і систем керування — кінцева ефективність виробничого процесу визначається можливостями апаратної складової. Саме тому виробники невпинно вдосконалюють верстатне обладнання як основу будь-якого технологічного процесу.

Традиційні верстати побудовані на послідовній кінематичній структурі, тоді як паралельні механізми відкривають принципово нові можливості для покращення кінематичних і динамічних характеристик — передусім у сфері жорсткості та швидкодії. У послідовних схемах інструмент з'єднаний з нерухомою основою через ланцюг жорстких елементів із приводними вузлами; у паралельних конструкціях інструмент утримується одночасно кількома незалежними кінематичними ланцюгами, що складаються як з приводних, так і з пасивних з'єднань. Це забезпечує паралельним верстатам дві суттєві переваги: 1) Замкнена кінематика дозволяє рівномірно розподіляти робоче навантаження між ланцюгами, підвищуючи вантажопідйомність і знижуючи деформації. На відміну від послідовних схем, де похибки позиціонування накопичуються, замкнений контур частково їх компенсує. 2) Раціональне розміщення приводів — оскільки двигун встановлюється біля основи кожної ланки, маса рухомих частин суттєво зменшується, що позитивно позначається на інерційних та динамічних властивостях системи.

Попри кілька десятиліть активних наукових досліджень, паралельні механізми так і не набули широкого промислового застосування: лише незначна кількість таких верстатів успішно впроваджена у виробництво, де послідовні конструкції досі домінують. Перспективним способом подолання цього розриву є застосування плоских двокоординатних систем (біпод, біглайд, Double-SCARA), які поєднують високу жорсткість і динамічні переваги

просторових паралельних механізмів із значно простішою математичною моделлю та системою керування.

Метою роботи є дослідження двокоординатного верстата з паралельною кінематикою.

Для досягнення мети дослідження було вирішено такі **задачі**:

- проаналізовано існуючі схеми побудови двокоординатного обладнання з паралельною кінематикою;
- виконано постановку і розв'язок прямої та зворотної задач кінематики для вибраних компоновок верстату і визначено кінематичні залежності;
- досліджено та виконано моделювання робочого простору для різних варіантів компоновок двокоординатного верстата з паралельною кінематикою;
- розраховано техніко-економічні показники ефективності проектування та вибору оптимальної моделі двокоординатного верстата з паралельною кінематикою.

Елементи наукової новизни роботи: здійснено комплексне порівняльне дослідження кінематичних залежностей плоских механізмів паралельної структури, виявлено закономірності узгодженості рухів кінематичних ланок при реалізації типових рухів виконавчого органу та встановлено вплив конструктивних параметрів на геометрію робочого простору верстатів типу біпод, біглайд і Double-SCARA.

Об'єкт дослідження: двокоординатні верстати з паралельною кінематикою.

Предмет дослідження: конструктивні залежності та кінематичні параметри двокоординатного обладнання з паралельною кінематикою.

РОЗДІЛ 1
ТЕХНОЛОГІЧНЕ ОБЛАДНАННЯ З ПАРАЛЕЛЬНОЮ КІНЕМАТИКОЮ

1.1. Загальні відомості про технологічне обладнання з паралальною кінематикою

Сучасне машинобудування неперервно вдосконалюється, шукаючи нові шляхи підвищення продуктивності та точності обробки, і одним із найбільш перспективних напрямків є використання верстатів з паралельною кінематикою (ВПК), які являють собою механізми із замкненими просторовими кінематичними ланцюгами [4, 10, 13]. Традиційні верстати зазвичай мають послідовну кінематику, де кожна вісь руху несе на собі масу наступної осі та її приводу. Це вимагає створення масивних рухомих частин для забезпечення необхідної жорсткості проти згинальних моментів, що суттєво обмежує динамічні характеристики обладнання. Крім того, послідовна структура призводить до того, що похибки кожної ланки сумуються і підсилюються від основи до виконавчого органу, що знижує загальну точність системи.

В механізмах з паралельною кінематикою, на відміну від послідовних, виконавчий орган (рухома платформа) з’єднаний з нерухомою основою кількома незалежними кінематичними ланцюгами [4, 28], створюючи замкнену структуру, завдяки чому навантаження розподіляється між кількома опорами, а приводи найчастіше розміщуються безпосередньо на нерухомій базі. Така архітектура забезпечує верстатам з паралельною структурою низку суттєвих переваг порівняно з традиційними [4]:

- Висока структурна жорсткість та відмінне відношення корисного навантаження до загальної маси механізму.
- Низька інерція рухомих частин, що зумовлює високі динамічні характеристики – здатність працювати з великими швидкостями та прискореннями без вібрацій.

- Висока точність позиціонування, оскільки похибки окремих кінематичних ланцюгів в паралельних структурах усереднюються, а не додаються.
- Модульність та технологічність конструкції, яка часто складається з ідентичних вузлів, що здешевлює виробництво та спрощує механічну частину.

Незважаючи на значні переваги, застосування верстатів з паралельною кінематикою пов'язане з низкою технічних недоліків та обмежень. Головним із них є відносно малий робочий простір зі складною геометрією у порівнянні з габаритами самого верстата [4, 28]. На відміну від традиційих верстатів, де продуктивність (швидкість, точність, зусилля) є постійною у більшій частині їхнього прямокутного робочого простору, у паралельних механізмах характеристики жорсткості та точності можуть суттєво і нелінійно змінюватися в різних точках робочої зони.

Ще однією серйозною проблемою є наявність сингулярних конфігурацій (особливих положень) як на межах, так і всередині робочого простору, коли втрачається один або кілька ступенів вільності (сингулярність першого типу), або коли виконавчий орган втрачає здатність протистояти зовнішнім зусиллям (сингулярність другого типу), механізм стає некерованим, а навантаження на ланки можуть стрімко зростати до критичних значень. Внаслідок цього, а також через складні математичні залежності між вхідними та вихідними координатами (особливо при розв’язанні прямої задачі кінематики), верстати з паралельною структурою потребують значно складніших систем управління порівняно зі звичайними ЧПК-верстатами.

1.2. Огляд основних конструктивних схем верстатів з паралельною кінематикою

Історично розвиток просторових механізмів із замкненими кінематичними ланцюгами розпочався з розробки платформи Гофа (1947 р.) для випробування автомобільних шин 1 та платформи Стюарта (1965 р.), яка використовувалася як основа для авіаційних тренажерів [4].

Застосування паралельної кінематики безпосередньо у верстатобудуванні розпочалося на початку 1990-х років: у 1994 р. на виставці IMTS у Чикаго компанія Giddings & Lewis представила верстат Variax, а Ingersoll – верстат Octahedral Hexapod. З того моменту починається активний розвиток верстатів з паралельною кінематикою.

Сьогодні ж існує значна кількість типів технологічного обладнання з паралельною кінематикою, які можна класифікувати за кількістю ступенів вільності (від 2 до 6), просторовим розташуванням ланок та за типом приводів.

Найбільш відомим та структурно складним класом є **гексаподи** – шестикоординатні просторові механізми. Першим комерційним фрезерним верстатом-гексаподом став вже згаданий «Variax» компанії Giddings & Lewis (рис. 1.1). За заявами розробників, цей верстат у 5 разів перевершував традиційні аналоги за жорсткістю та мав значно вищі швидкості робочих подач.

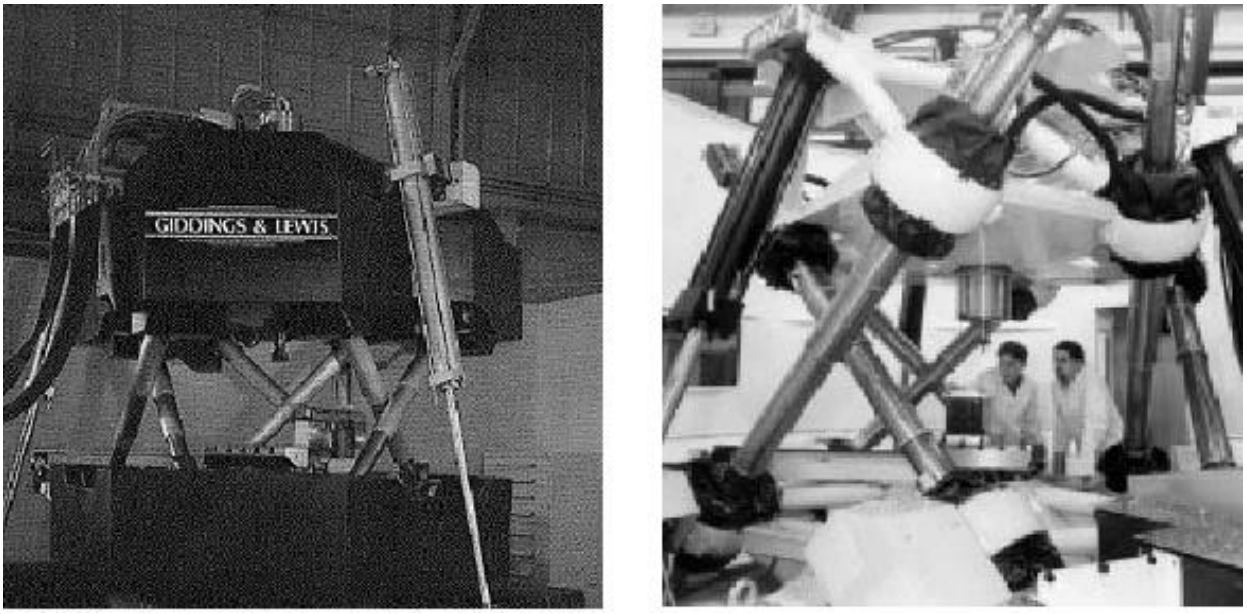


Рис. 1.1. Верстат «Variax» компанії Giddings & Lewis

До цього ж класу високотехнологічних 6-координатних верстатів належать такі моделі, як Cosmo Center PM-600 фірми OKUMA (Японія) (рис. 1.2), Octahedral Hexapod фірми Ingersoll (США) (рис. 1.3).



Рис. 1.2. Верстат Cosmo Center PM-600 фірми OKUMA



Рис. 1.3. Octahedral Hexapod фірми Ingersoll

Незважаючи на їхню здатність виконувати надскладну п'яти- та шестикоординатну обробку (наприклад, фрезерування просторових лопаток турбін), гексаподи мають суттєві недоліки. Для їх функціонування всі шість кінематичних ланок повинні змінюватись одночасно, що вимагає надзвичайно складних обчислень для управління в реальному часі, а їхній робочий простір залишається порівняно невеликим

Щоб подолати обмеження гексаподів, розробники звернулися до створення просторових механізмів з меншою кількістю ступенів вільності (переважно трьома або чотирма), що забезпечують більший робочий об'єм та спрощують систему управління. Значного поширення в промисловості набули механізми типу «трипод» [4] (наприклад, верстати з гібридними модулями Tricept (рис. 1.4), верстати Sprint Z3 фірми DS Technology (рис. 1.5), SKM 400 компанії Starrag-Heckert (рис. 1.6)).



Рис. 1.4. Гібридний модуль Tricept



Рис. 1.5. Шпиндельний модуль з паралельною кінематикою верстата Sprint Z3 фірми DS Technology



Рис. 1.6. Верстат SKM 400 компанії Starrag-Heckert

Окремо слід виділити унікальну архітектуру Delta, розроблену Р. Клавелем (рис. 1.7), яка завдяки застосуванню просторових паралелограмів забезпечує поступальний рух виконавчого органу з винятково високими швидкостями та прискореннями (до 50g у лабораторних умовах). На базі цієї

архітектури створено безліч надшвидких промислових систем: від маніпуляторів для пакування FlexPicker (рис. 1.8) (ABB) та *EXPT* (FESTO) (рис. 1.9) до верстатних модулів лінійного типу Quickstep HS500 (рис. 1.10) та Index V100 (рис. 1.11).

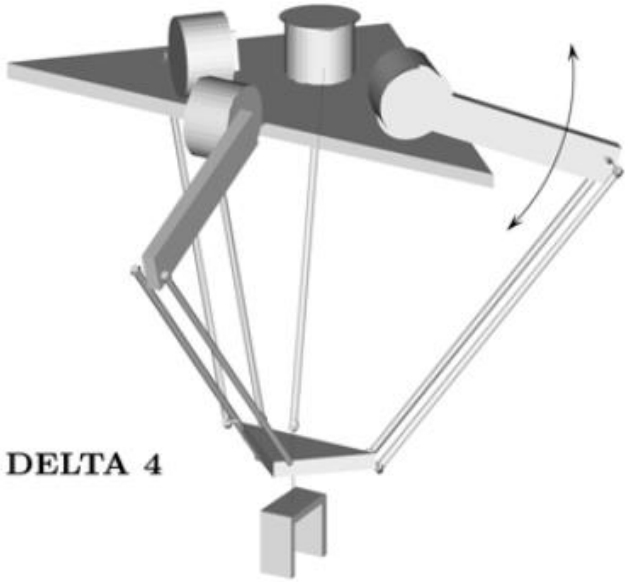


Рис. 1.7. Схема механізму Delta



Рис. 1.8. Маніпулятор FlexPicker



Рис. 1.9. Маніпулятор *EXPT* (FESTO)

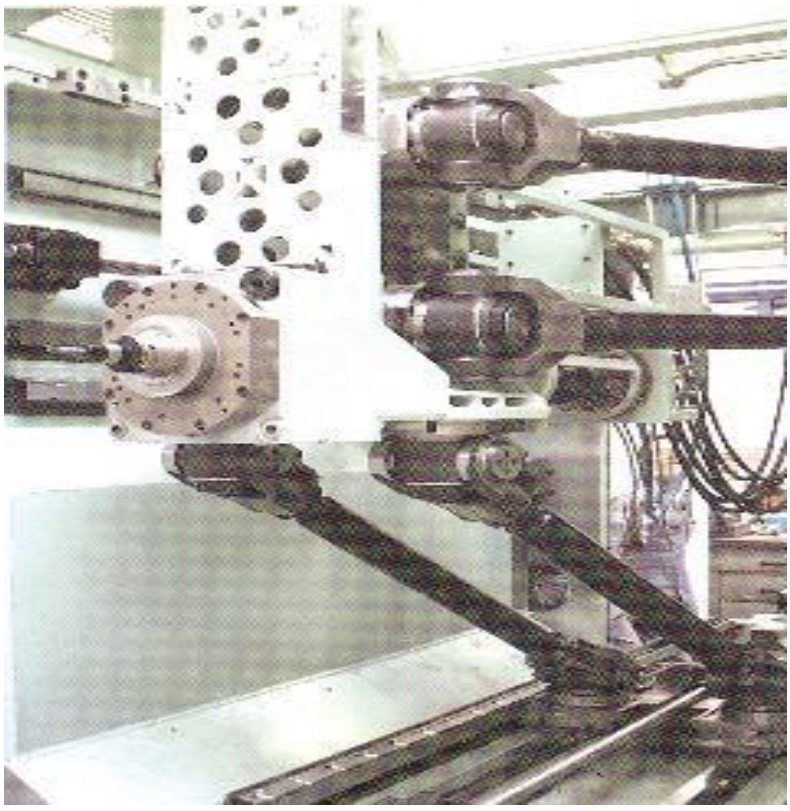
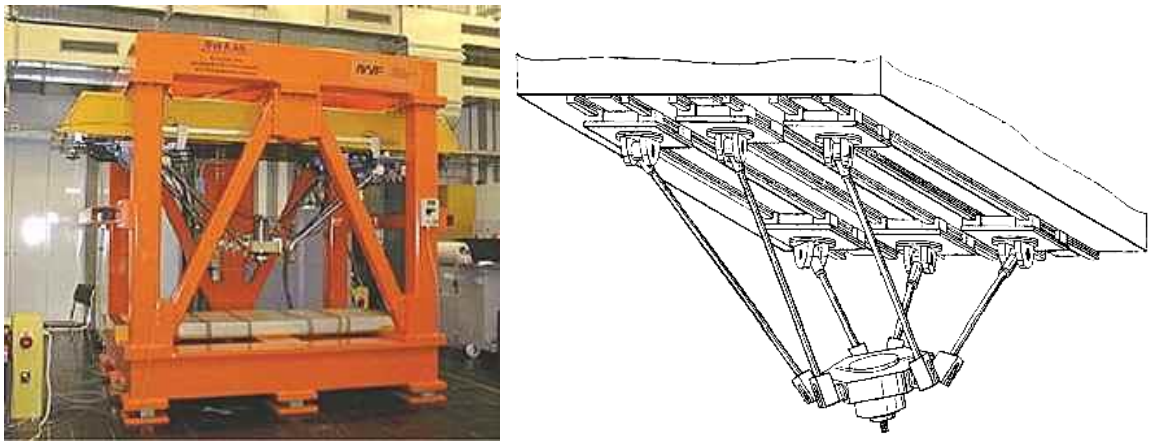


Рис. 1.10. Верстат мод. QUICKSTEP HS 500 фірми KRAUSECO&MAUSER (Австрія)



Рис. 1.11. Верстат Index V100

Ще одним цікавим прикладом є швейцарський механізм Hexaglide (рис. 1.12), у якому приводи розміщені на паралельних лінійних напрямних; це дозволяє легко масштабувати робочий простір верстата в одному напрямку, що робить його ідеальним для обробки довгомірних деталей.



а б

Рис. 1.12. Верстат мод. HEXAGLIDE фірми ETH:

а – зовнішній вигляд; б – схема верстата

Особливе місце в сучасному машинобудуванні займають **гібридні (комбіновані) верстати**, які поєднують двокоординатні плоскі механізми паралельної структури з традиційними послідовними лінійними або поворотними осями. Такий підхід дозволяє зберегти ключові переваги паралельної кінематики (високу жорсткість стрижневої системи, малу масу рухомих частин) і водночас компенсувати її недоліки за рахунок розширення робочої зони та використання звичайних систем ЧПК [4, 28]. Типовими та дуже успішними представниками цієї групи є верстати з горизонтальним шпинделем SPECHT Xperimental (рис. 1.13) (Німеччина), Trijoint 900H (рис. 1.14), розроблений Празьким технічним університетом та випущений фірмою Kovosvit MAS (Чехія), а також GENIUS 500 компанії Cross Hüller (рис. 1.15).

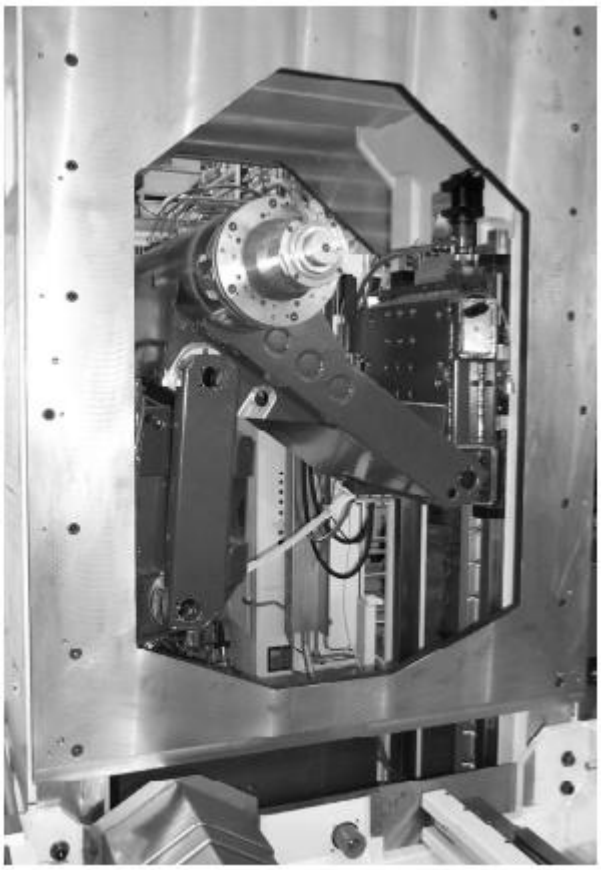


Рис. 1.13. Верстат з горизонтальним шпинделем SPECHT Xperimental

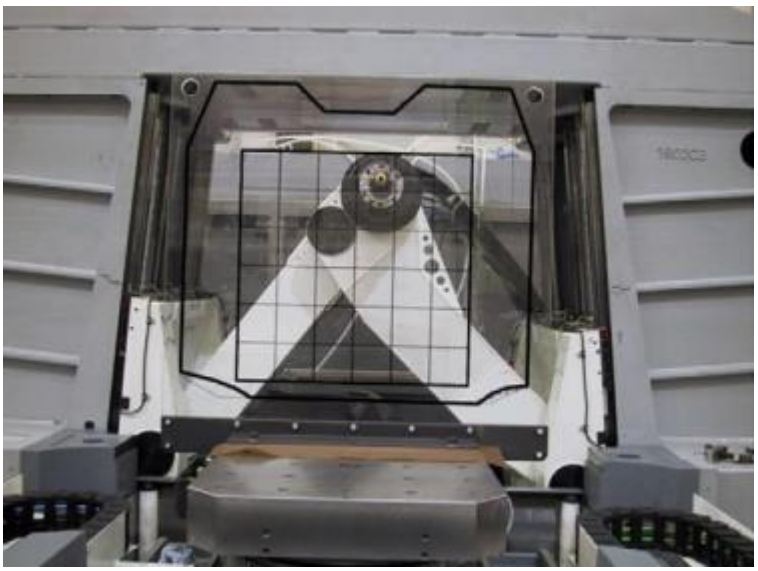


Рис. 1.14. Верстат Trijoint 900H



Рис. 1.15. Верстат GENIUS 500 компанії Cross Hüller

Їхня кінематика, побудована на основі механізмів з двома лінійними приводами і штангами незмінної довжини, забезпечує високу здатність нести потужний шпиндель та витримувати значні навантаження, що робить їх високоефективними для багатосерійного виробництва.

1.3. Двокоординатні верстати з паралельною кінематикою. Біпод, біглайд, інші типи

Плоскі двокоординатні системи на основі механізмів з паралельною кінематикою дозволяють зберегти ключові переваги просторових механізмів (високу структурну жорсткість, низьку інерційність рухомих частин та відмінну динаміку), але при цьому мають значно простішу математичну модель і систему управління. Такі верстати та маніпулятори забезпечують два поступальні рухи робочого органу у площині і, залежно від кінематичної архітектури, умовно поділяються на дві великі групи: механізми з кінематичними ланками змінної довжини та механізми з кінематичними ланками постійної довжини.

Типовим представником першої групи є механізм типу «біпод» (bipod) (рис. 1.16). Його конструкція утворена двома кінематичними ланцюгами, що містять ланки змінної довжини (лінійні приводи) [7, 24, 26]. Ці кінематичні ланки шарнірно закріплені на нерухомій основі на певній відстані одна від одної, а їхні протилежні кінці з’єднані в одній точці на рухомому виконавчому органі. Шляхом синхронної зміни довжини обох ланок робочий орган здійснює переміщення у двовимірному просторі (наприклад, по вертикальній осі Z та горизонтальній Y).

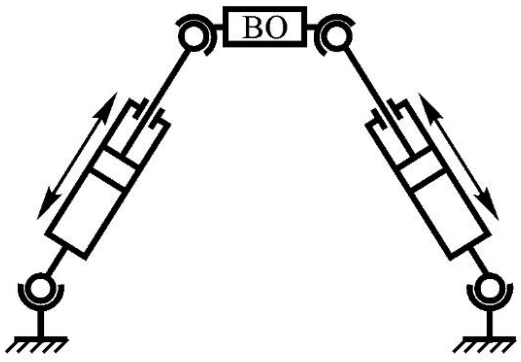


Рис. 1.16. Біпод

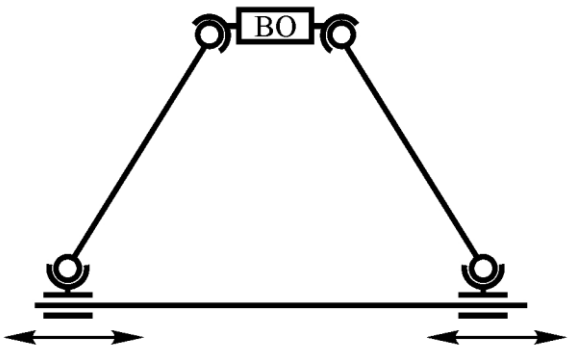


Рис. 1.17. Біглайд

Найвідомішим представником другої групи є механізм «біглайд» (biglide) (рис. 1.17). Конструкція біглайда передбачає наявність двох штанг

постійної довжини, які шарнірно з’єднують робочу платформу з двома повзунами, які переміщуються за допомогою незалежних приводів (наприклад, кульково-гвинтових передач або лінійних двигунів) уздовж паралельних або співвісних нерухомих лінійних напрямних. Така структура відрізняється високою технологічністю і дозволяє проектувальникам порівняно легко збільшувати робочий простір механізму в одному з напрямків за рахунок подовження напрямних.

Окрім біподів та біглайдів, існують і інші типи двокоординатних паралельних механізмів. У промисловості (зокрема для операцій швидкого збирання, шліфування чи пакування) активно застосовуються плоскі п’ятиланкові механізми (five-bar) та двокоординатні роботи типу Double-SCARA, які побудовані виключно на основі обертальних шарнірів (рис. 1.18) [19].



Рис. 1.18. П’ятиланковий механізм з паралельною кінематикою MELFA RP від компанії Mitsubishi Electric

Робот Double-SCARA (або дворукий SCARA) – це плоский двокоординатний паралельний маніпулятор з обертальними приводами. Головна конструктивна відмінність робота Double-SCARA від традиційних послідовних роботів полягає в тому, що два його основні обертальні двигуни

жорстко закріплені на нерухомій базі. Від цих базових приводів відходять дві ланки, які здійснюють обертальний рух. До їхніх кінців шарнірно прикріплені дві зовнішні ланки, протилежні кінці яких з’єднані разом в одній спільній точці – робочій платформі, де кріпиться виконавчий орган. Для розширення можливостей до трикоординатних, наприклад, як у дослідницькому роботі DexTAR (рис. 1.9) [19], безпосередньо на зовнішній ланці може додатково монтуватися лінійний привод, який забезпечує переміщення інструмента перпендикулярно до основної площини рухів робота (по осі Z).



Рис. 1.19. Дослідницький робот DexTAR

Робота Double-SCARA базується на синхронному керуванні кутами повороту обох базових двигунів, завдяки чому робочий орган переміщується по площині (координати X та Y). Специфіка замкненої кінематики призводить до того, що для одних і тих самих кутів повороту двигунів можуть існувати різні положення робочого органу (пряма задача) та різні конфігурації важелів для однієї точки позиціонування (зворотна задача).

1.4. Області застосування двокоординатних верстатів з паралельною кінематикою

Двокоординатні верстати та маніпулятори з механізмами паралельної структури, зокрема типу біглайд та біпод, знаходять дедалі ширше застосування у різних галузях промисловості завдяки вдалому поєднанню високої структурної жорсткості, точності та відмінних динамічних характеристик. Одним із головних напрямків їх використання є металообробка, зокрема створення свердлувально-фрезерних верстатів (рис. 1.20) [5].

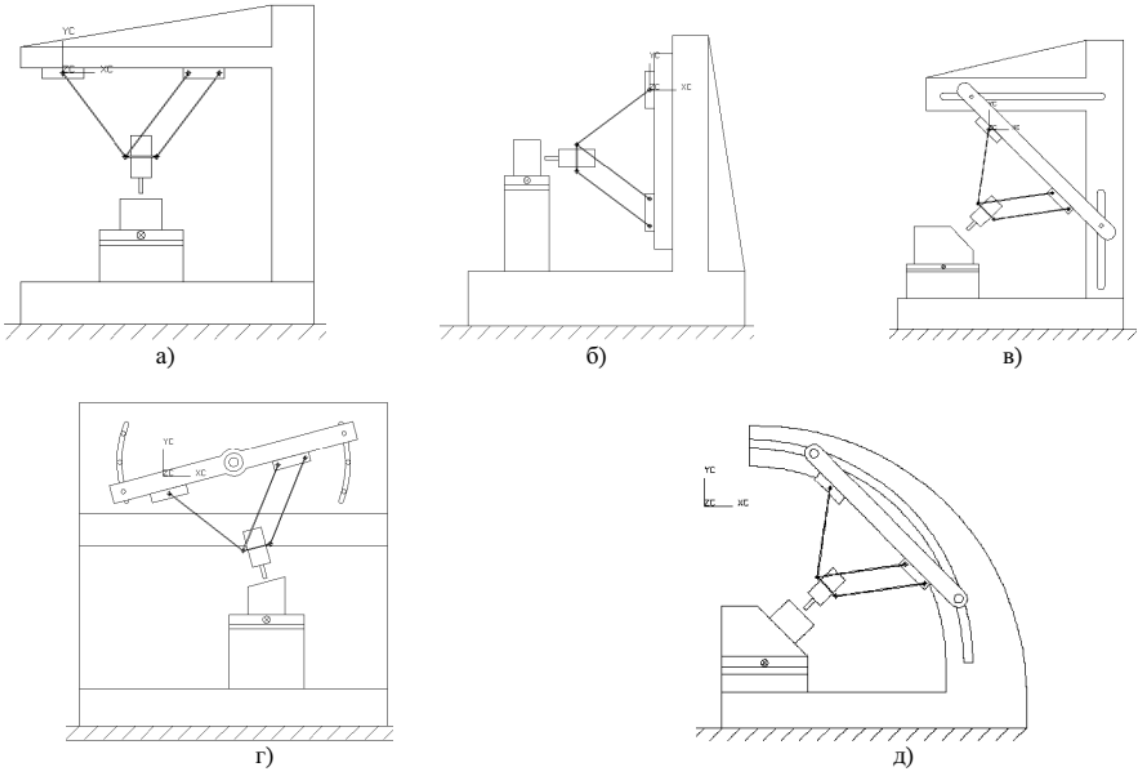


Рис. 1.20. Варіанти компоновок свердлувальних верстатів з модулем «біглайд»: а – горизонтальна; б – вертикальна; в, г, д – зі змінним кутом нахилу переміщенням по лінійним напрямним, обертанням, ковзанням по круговій напрямній, відповідно

Практика показує, що для багатьох завдань машинобудування та деревообробки достатньо трьох координатних переміщень. Комбінуючи

плоский двокоординатний механізм (наприклад, для переміщення інструментального шпинделя по вертикальній осі Z та горизонтальній Y) з лінійним приводом традиційного хрестового столу (вісь X), створюються високоефективні гібридні верстати, які є простішими та дешевшими в управлінні порівняно з гексаподами.

Окремо слід відзначити використання біглайдів у спеціалізованих шліфувальних верстатах. Наприклад, розроблено концепції паралельних верстатів для заточування гвинтових свердел зі складною геометрією (рис. 1.21) [30]. Завдяки специфічній кінематиці біглайда, де рух рухомої платформи забезпечується паралелограмами, складний просторовий рух інструмента реалізується лише двома одночасними переміщеннями приводів, тоді як на звичайних верстатах для цього потрібна одночасна робота трьох осей. Окрім того, паралельні ланки постійної довжини в таких верстатах зменшують вплив теплових деформацій на точність обробки.

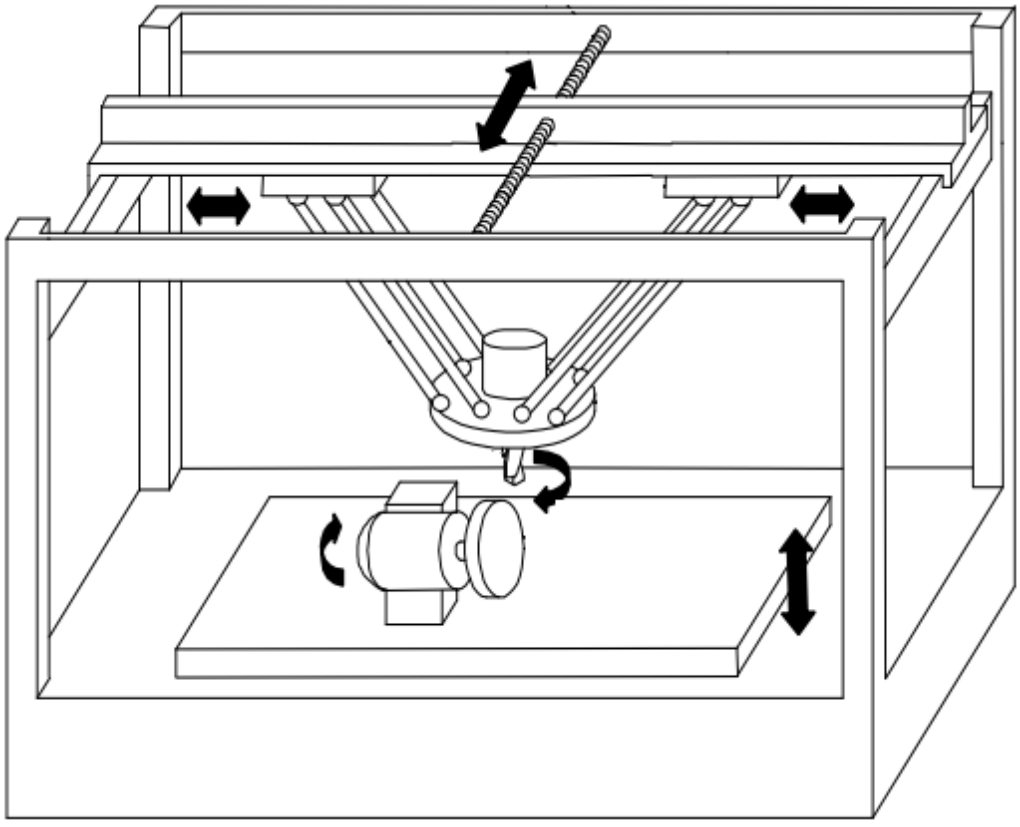


Рис. 1.21. Верстат з паралельною кінематикою для заточування гвинтових свердел зі складною геометрією

Значний потенціал плоскі двокоординатні механізми мають під час виконання фінішних (оздоблювальних) операцій. Завдяки малій масі рухомих частин та високій швидкодії, такі маніпулятори ефективно застосовуються для поверхневого пластичного деформування (обкатування роликами, алмазне вигладжування), полірування, нанесення покриттів, фарбування та точкового зварювання. Вони гарантують необхідну жорсткість та точність позиціонування інструмента відносно складної поверхні деталі при порівняно невеликих робочих зусиллях. Також двокоординатні паралельні системи (разом зі звичайними осями) здатні ефективно працювати як координатно-вимірювальні машини (КВМ) для контролю якості деталей [4].

Ще однією масовою сферою застосування плоских двоокоординатних механізмів є високошвидкісні операції переміщення та збирання (pick-and-place) [21]. Роботи з паралельною кінематикою широко використовуються в електронній промисловості для точного монтажу компонентів, а також у харчовій і пакувальній галузях для сортування, пакування деталей та відбраковування.

1.5. Порівняльний аналіз двокоординатних верстатів з паралельною кінематикою. Переваги і недоліки в порівнянні зі звичайними двокоординатними верстатами

Порівняльний аналіз двокоординатних верстатів з механізмами паралельної структури та традиційних верстатів з послідовною кінематикою виявляє фундаментальні відмінності в їх архітектурі, що безпосередньо впливає на робочі характеристики обладнання. Традиційні верстати зазвичай мають послідовну структуру, де рух інструмента лінійно пов`язаний з рухом приводів. В таких системах одна вісь несе на собі масу наступної осі та її приводу, що вимагає створення масивних конструкцій для забезпечення необхідної жорсткості проти згинальних моментів [4]. Наслідком цього є значна інерційність, яка обмежує динамічні характеристики обладнання та

знижує його продуктивність під час високошвидкісної обробки. Крім того, у послідовних кінематичних ланцюгах похибки позиціонування кожної осі та деформації додаються (накопичуються) від основи до виконавчого органу, погіршуючи загальну точність системи [28]. У традиційних верстатів є вагома перевага: їх робочі характеристики (максимальні швидкості, зусилля, точність і жорсткість) залишаються постійними в більшій частині їхнього робочого простору, який має правильну форму прямокутного паралелепіпеда.

Двокоординатні верстати з паралельною кінематикою (такі як біпод, біглайд) базуються на замкнених кінематичних ланцюгах, що з'єднують робочу платформу з основою. Порівняно зі звичайними двокоординатними верстатами, вони мають наступні переваги:

Висока структурна жорсткість і вантажопідйомність при малій масі. Завдяки паралельному розподілу навантаження між кількома ланками (штангами), конструкція сприймає переважно зусилля розтягу-стиску, а не згину.

Високі динамічні характеристики. Оскільки більшість приводів (або всі приводи) встановлено на нерухомій основі, інерція рухомих частин зводиться до мінімуму. Це дозволяє виконувати рухи з надвисокими швидкостями та прискореннями без виникнення паразитних вібрацій.

Покращена точність. Похибки виготовлення окремих ланок у паралельних механізмах усереднюються, а не сумуються. Крім того, використання ланок постійної довжини (як у механізмах типу біглайд) суттєво зменшує вплив теплових деформацій на точність позиціонування.

Модульність конструкції. Плоскі двокоординатні механізми складаються з уніфікованих модулів, що знижує витрати на виробництво та дозволяє легко інтегрувати їх у гібридні верстати як окремі вузли.

Незважаючи на ці суттєві переваги, використання двокоординатних паралельних верстатів супроводжується низкою специфічних недоліків:

Складна геометрія та обмежений об'єм робочого простору. Робочий простір паралельних механізмів є відносно малою порівняно з їхніми

загальними габаритами (низький коефіцієнт використання площі). На відміну від звичайних верстатів, форма робочого простору двокоординатних механізмів паралельної структури є складною (часто утворена перетином кіл або дуг) і залежить від довжини ланок та кутів повороту.

Наявність сингулярних конфігурацій. Всередині робочого простору або на його межах можуть існувати «особливі» положення (сингулярності першого та другого типу). В таких конфігураціях механізм може втрачати один зі ступенів вільності або, навпаки, втрачати здатність протистояти зовнішнім силам, стаючи некерованим. Уникнення сингулярностей вимагає суворого обмеження корисної робочої зони або складних алгоритмів перемикання робочих режимів.

Складність управління. Через складні математичні залежності між координатами приводів і виконавчого органу (нелінійна пряма задача кінематики), системи ЧПК для таких верстатів потребують значних обчислювальних потужностей для роботи в реальному часі.

1.6. Мета і задачі досліджень

Метою роботи є дослідження двокоординатного верстата з паралельною кінематикою.

Поставлена мета досягнута шляхом вирішення таких задач:

- аналіз існуючих схем побудови двокоординатного обладнання з паралельною кінематикою;

- постановка і розв’язок прямої та зворотної задач кінематики для визначених компоновок верстату і визначення кінематичних залежностей;

- виконання моделювання робочого простору для різних варіантів компоновок двокоординатного верстата з паралельною кінематикою.

РОЗДІЛ 2
КОНСТРУКЦІЯ І КІНЕМАТИЧНІ ЗАЛЕЖНОСТІ ДВОКООРДИНАТНИХ ВЕРСТАТІВ З ПАРАЛЕЛЬНОЮ КІНЕМАТИКОЮ

2.1. Опис конструкції основних схем двокоординатних верстатів з паралельною кінематикою (біпод, біглайд, Double-SCARA)

Сучасне верстатобудування пропонує різноманітні кінематичні архітектури двокоординатних (2-DOF) механізмів з паралельною структурою. Незалежно від конкретної схеми, усі вони мають спільну рису: їхній виконавчий орган (рухома платформа) з'єднаний з нерухомою основою кількома незалежними кінематичними ланцюгами [4]. Залежно від типу ланок та приводів, що використовуються для генерування руху, розрізняють механізми з кінематичними ланками змінної довжини, механізми зі кінематичними ланками постійної довжини та важільні механізми з обертальними приводами. Найбільш поширеними базовими структурами двокоординатних паралельних механізмів є біпод, біглайд та плоский п'ятиланковий механізм (Double-SCARA).

Конструкція механізму типу «Біпод» (Bipod)

«Біпод» належить до класу паралельних механізмів з кінематичними ланками (штангами) змінної довжини. Його кінематична структура складається з нерухомої основи, двох рухомих кінематичних ланцюгів та рухомого виконавчого органу (інструментального шпинделя або робочої платформи) (рис. 2.1).

Кожний з двох кінематичних ланцюгів являє собою телескопічну штангу (лінійний привід), що містить поступальну кінематичну пару, яка є активним (керованим) елементом механізму. Нижні кінці цих штанг шарнірно закріплені

на нерухомій основі на певній фіксованій відстані одна від одної (утворюючи базову лінію механізму). Верхні кінці штанг з’єднані між собою в одній спільній точці на рухомому робочому органі (або на платформі) також за допомогою шарнірів.

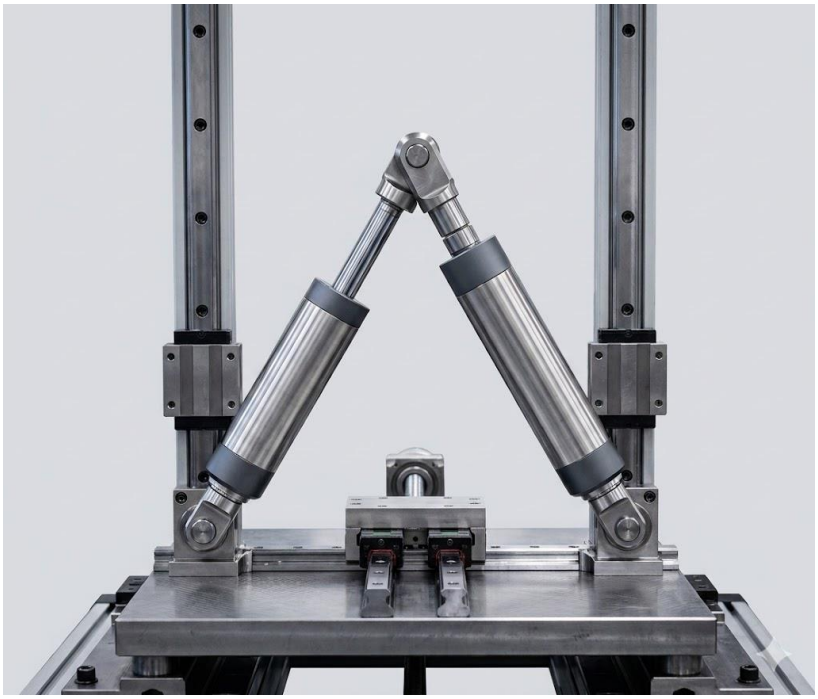


Рис. 2.1. Біпод

Принцип роботи біпода полягає у тому, що при синхронній зміні довжини обох лінійних приводів, їхня спільна точка з’єднання здійснює переміщення у двовимірному декартовому просторі. Завдяки тому, що навантаження розподіляється вздовж осей обох штанг у вигляді зусиль розтягу або стиску, біпод забезпечує високу структурну жорсткість.

Конструкція механізму типу «Біглайд» (Biglide)

На відміну від біпода, механізм «біглайд» побудований на основі кінематичних ланцюгів зі штангами постійної (фіксованої) довжини. Основу його конструкції складають два рухомі повзуни, які переміщуються за допомогою лінійних приводів (наприклад, кульково-гвинтових передач або

лінійних двигунів) вздовж нерухомих паралельних або співвісних напрямних. Від цих повзунів відходять дві штанги однакової та незмінної довжини, протилежні кінці яких з’єднані з рухомою робочою платформою.

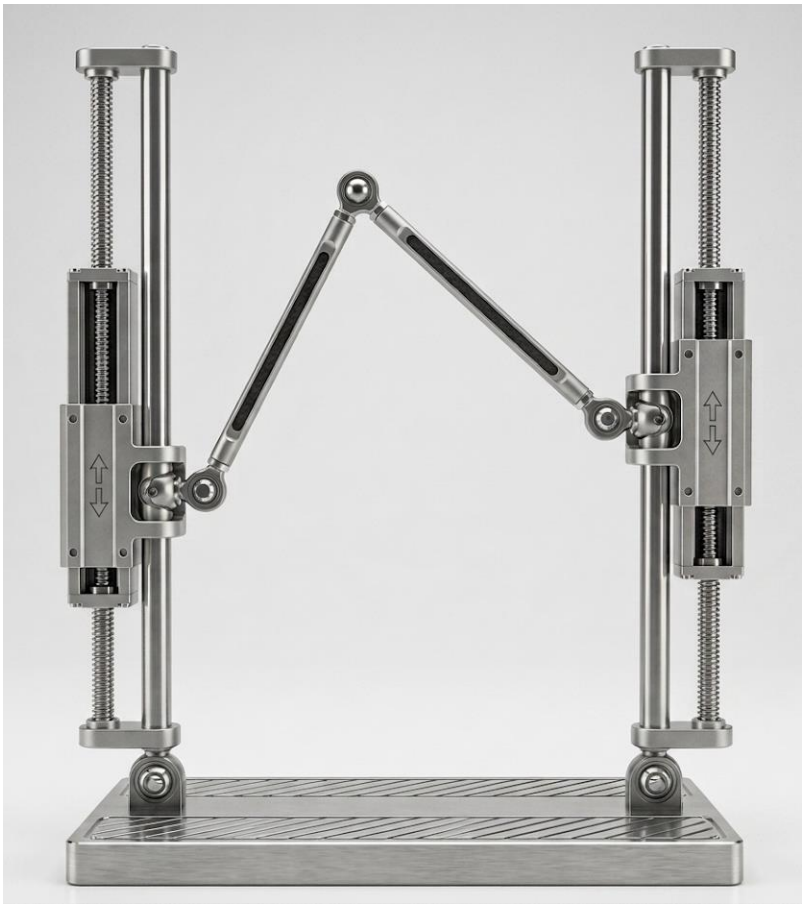


Рис. 2.2. Біглайд

Принцип роботи біглайда базується на незалежному лінійному переміщенні двох повзунів вздовж базової осі. Оскільки довжина ланок залишається незмінною, зміна відстані між повзунами, а також їх спільне переміщення в одному напрямку змушують рухому платформу здійснювати рух. Перевагою цієї схеми є можливість легкого масштабування робочого простору вздовж осі напрямних та менший вплив температурних деформацій завдяки фіксованій довжині ланок.

Конструкція механізму типу Double-SCARA (п’ятиланковий механізм)

Робот Double-SCARA являє собою плоский двокоординатний паралельний маніпулятор, побудований виключно на основі обертальних шарнірів, який у технічній літературі часто називають п’ятиланковим механізмом (five-bar linkage) [19, 20].

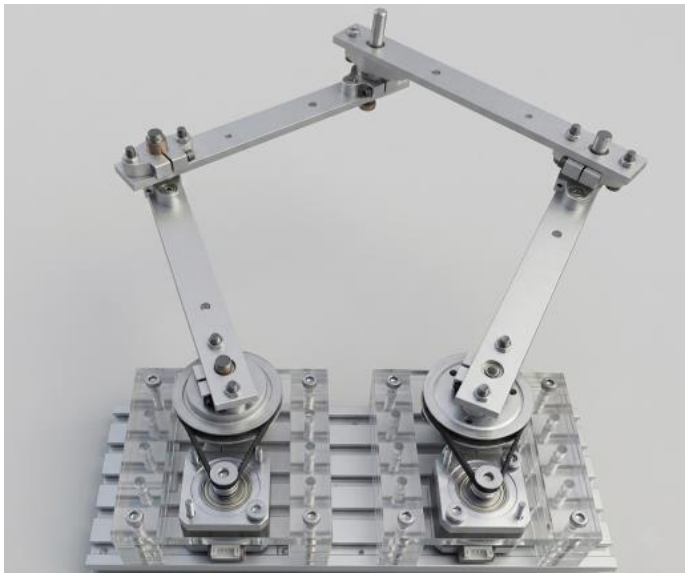


Рис. 2.3. Робот Double-SCARA

Конструктивно механізм утворений двома кінематичними ланцюгами (руками), що утворюють замкнений контур. Головною особливістю цієї архітектури є те, що два основні обертальні приводи (двигуни) жорстко закріплені на нерухомій базі. До роторів цих базових двигунів прикріплені дві внутрішні ланки. До їхніх вільних кінців за допомогою пасивних обертальних шарнірів приєднані дві зовнішні ланки. Протилежні кінці цих ланок з’єднуються разом у загальному обертальному шарнірі, утворюючи робочу платформу для кріплення інструмента (виконавчого органу).

Робочий рух інструмента у двовимірній площині забезпечується шляхом узгодженого повороту обох базових двигунів. Завдяки тому, що масивні приводи винесені на нерухому основу, рухомі частини (важелі) мають дуже

малу масу та інерційність, що дозволяє механізму Double-SCARA розвивати надзвичайно високі швидкості та прискорення робочих рухів, характерні для операцій швидкого переміщення та легкого фрезерування чи оздоблення. Крім того, на відміну від механізмів з лінійними напрямними, ця структура дозволяє збільшувати робочий простір за рахунок зміни так званих «робочих режимів» шляхом переходу через особливі (сингулярні) конфігурації без втрати керованості.

2.2. Вирішення прямої задачі кінематики

Пряма задача кінематики полягає у визначенні просторового положення та орієнтації кінцевого виконавчого органу (рухомої платформи або інструментального шпинделя) відносно нерухомої (глобальної) системи координат на основі заданих значень узагальнених координат приводних ланок – лінійних переміщень повзунів або кутів повороту двигунів. Для верстатного обладнання з паралельною структурою розв’язання цієї задачі має ключове теоретичне та практичне значення.

Вирішення прямої задачі кінематики необхідне для здійснення контролю положення та швидкості робочого органу в реальному часі під час виконання технологічних операцій. Крім того, на основі прямої задачі розраховується форма та об’єм робочого простору верстата шляхом перебору всіх можливих значень координат приводів. Знайдені залежності також є базою для досліджень швидкості, прискорення, кінетостатичних властивостей, сингулярних конфігурацій та загальної жорсткості механізму.

Варто зазначити, що на відміну від традиційних верстатів з послідовною структурою, пряма задача кінематики для просторових та плоских механізмів паралельної структури здебільшого є значно складнішою за зворотну задачу. Зазвичай вона описується системою нелінійних рівнянь, яка для одного і того ж набору координат приводів може мати кілька можливих математичних рішень, що фізично відповідають різним конфігураціям (варіантам збірки)

механізму. Саме тому отримання аналітичного розв’язку прямої задачі для розроблюваних верстатів є важливою передумовою для надійного управління ними.

2.2.1. Для біпода

Для двокоординатного механізму паралельної структури типу «біпод» з кінематичними ланками змінної довжини пряма задача кінематики формулюється так: за відомими поточними значеннями довжин обох приводних ланок (штанг) (які є узагальненими координатами механізму) необхідно визначити координати положення виконавчого органу (робочої платформи) в нерухомій системі координат верстата.

З геометричної точки зору кінематична схема біпода утворена двома ланцюгами AK і BK, спільна точка з’єднання яких (K) належить до вершини замкненого трикутного контуру AKB (рис. 2.4). Оскільки базові шарніри A та B жорстко закріплені на нерухомій основі, визначення положення спільної точки $K(x_K, y_K)$ зводиться до знаходження точки перетину двох кіл. Центри цих кіл знаходяться у точках кріплення штанг до основи $A(x_A, y_A)$ та $B(x_B, y_B)$, а їхні радіуси дорівнюють поточним довжинам керованих штанг R_1 та R_2 (де $R_1 = l_1, R_2 = l_2$).

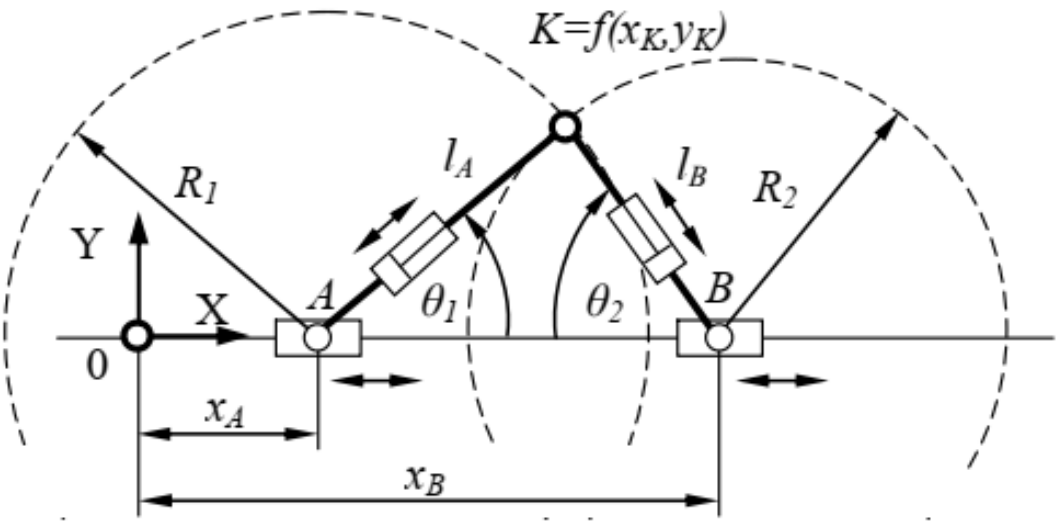


Рис. 2.4. Розрахункова схема біпода

Математична модель для знаходження координат точки *K* описується системою двох нелінійних рівнянь:

$$\begin{cases}(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2 = R_1^2 \\ (x_K - x_B)^2 + (y_K - y_B)^2 = R_2^2\end{cases}$$

Розв'язання цієї системи відносно невідомих координат x_K та y_K зводиться до розв'язання квадратних рівнянь, що в загальному випадку дає два математичні корені для кожної з координат.

На практиці, при проектуванні компоновок верстатів, систему координат найчастіше обирають таким чином, щоб лінія, яка з'єднує базові шарніри *A* та *B*, співпадала з однією з осей (наприклад, з віссю X). У такому випадку ординати базових точок дорівнюють нулю ($y_A = y_B = 0$), що суттєво спрощує математичну модель прямої задачі кінематики до вигляду рівнянь відносно однієї зі змінних:

$$\begin{cases}(x_K - x_A)^2 + y_K^2 = R_1^2 \\ (x_K - x_B)^2 + y_K^2 = R_2^2\end{cases}$$

Віднімаючи друге рівняння від першого та виконуючи алгебраїчні перетворення, отримуємо аналітичний розв'язок для визначення координати x_K:

$$x_K = x_A + \frac{R_1^2 - R_2^2 + (x_B - x_A)^2}{2(x_B - x_A)}$$

Підставивши знайдене значення x_K у перше рівняння системи, отримуємо вираз для визначення ординати y_K:

$$y_K = \pm\sqrt{R_1^2 - (x_K - x_A)^2}$$

Очевидно, що розв'язок містить знак «±» перед квадратним коренем, що вказує на наявність двох можливих конфігурацій (варіантів збірки) механізму

для одних і тих самих довжин штанг R_1 та R_2. Робочий орган може знаходитися симетрично по різні боки від осі, що з'єднує базові шарніри. Під час керування реальним верстатом необхідно приймати лише те значення y_K, яке фізично відповідає реальній робочій зоні виконавчого органу згідно з конструктивним виконанням механізму паралельної структури та обмеженнями в компоновці верстата.

2.2.2. Для біглайда

Для двокоординатного механізму паралельної структури типу «біглайд» пряма задача кінематики полягає у визначенні координат рухомої платформи (виконавчого органу) за відомими положеннями двох приводних повзунів на напрямних.

На відміну від біпода, в основі біглайда лежать кінематичні ланцюги зі штангами постійної довжини L (рис. 2.5). Припустимо, що обидві каретки переміщуються вздовж однієї прямої, яку приймемо за вісь X базової системи координат. Тоді ординати кареток дорівнюють нулю, а їхні поточні позиції задаються координатами $A(x_A, 0)$ та $B(x_B, 0)$ (у деяких джерелах ці узагальнені координати позначають як q_1 та q_2) 1, 3.

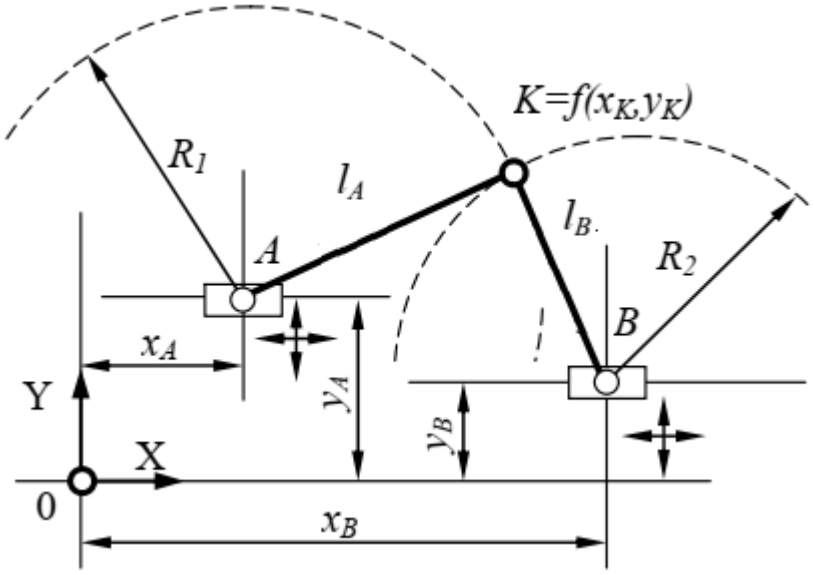


Рис. 2.5. Розрахункова схема біглада

Положення спільного шарніра $K(x_K, y_K)$, що з'єднує штанги з робочою платформою, визначається геометричними рівняннями зв'язку, які описують замкнені контури механізму:

$$\begin{cases}(x_K - x_A)^2 + y_K^2 = L^2 \\ (x_K - x_B)^2 + y_K^2 = L^2\end{cases}$$

Як і у випадку з біподом, для вирішення цієї системи віднімемо друге рівняння від першого. Завдяки незмінній довжині штанг, y_K та L скорочуються, що дає лінійне рівняння відносно x_K:

$$(x_K - x_A)^2 - (x_K - x_B)^2 = 0$$

Після розкриття дужок та спрощення отримуємо аналітичний вираз для координати x_K:

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$$

З цього рівняння видно, що горизонтальна координата робочого органу біглайда завжди знаходиться точно посередині між двома приводними повзунами.

Підставивши знайдене значення x_K у будь-яке з вихідних рівнянь системи, отримуємо вираз для визначення координати y_K:

$$y_K = \pm\sqrt{L^2 - \left(\frac{x_A - x_B}{2}\right)^2}$$

Наявність знаку «±» перед квадратним коренем вказує на те, що пряма задача кінематики для біглайда також має два математичні розв'язки, які відповідають двом можливим конфігураціям механізму: так званій «верхній» та «нижній». У реальному верстаті конструкція зазвичай дозволяє працювати лише в одній із цих конфігурацій (наприклад, $y_K > 0$), тому система ЧПК повинна відкидати сторонній корінь.

З отриманого рівняння для y_K також випливають природні обмеження робочого простору механізму. Для того, щоб розв'язок належав до області дійсних чисел, вираз під коренем має бути невід'ємним. Це означає, що відстань між каретками не може перевищувати подвоєної довжини штанги: $|x_A - x_B| \leq 2L$. Якщо ця умова не виконується, кола можливих положень штанг не перетинаються, і задана точка знаходиться поза межами робочої зони верстата. У граничному випадку, коли відстань між каретками дорівнює $2L$ (тобто $y_K = 0$), механізм потрапляє у сингулярне (особливе) положення, в якому штанги вишиковуються в одну пряму лінію, що призводить до втрати жорсткості та керованості по осі Y.

2.2.3. Для Double-SCARA

Для плоского п'ятиланкового механізму з обертальними приводами (Double-SCARA) пряма задача кінематики полягає у визначенні декартових координат *(x, y)* кінцевого виконавчого органу (спільного шарніра *C*, який з'єднує дві ланки) за відомими кутами повороту двох базових приводних ланок θ_1 та θ_2. На відміну від механізмів з лінійними приводами, ця задача вирішується у два етапи і зводиться до розрахунку положень проміжних вузлів.

Розглянемо кінематичну схему робота, базові шарніри якого O_1 та O_2 рознесені вздовж осі X на відстань *d* (рис. 2.6). Для спрощення математичної моделі приймемо, що всі чотири рухомі ланки мають однакову довжину *l*.

На першому етапі, використовуючи прямі тригонометричні залежності, визначаються координати проміжних (ліктьових) шарнірів A_1 та A_2 в глобальній системі координат. Їхні радіус-вектори можна записати як:

$$r_{OA_1} = \begin{bmatrix} -d/2 + l\cos\theta_1 \\ l\sin\theta_1 \end{bmatrix},$$

$$r_{OA_2} = \begin{bmatrix} -d/2 + l\cos\theta_2 \\ l\sin\theta_2 \end{bmatrix}.$$

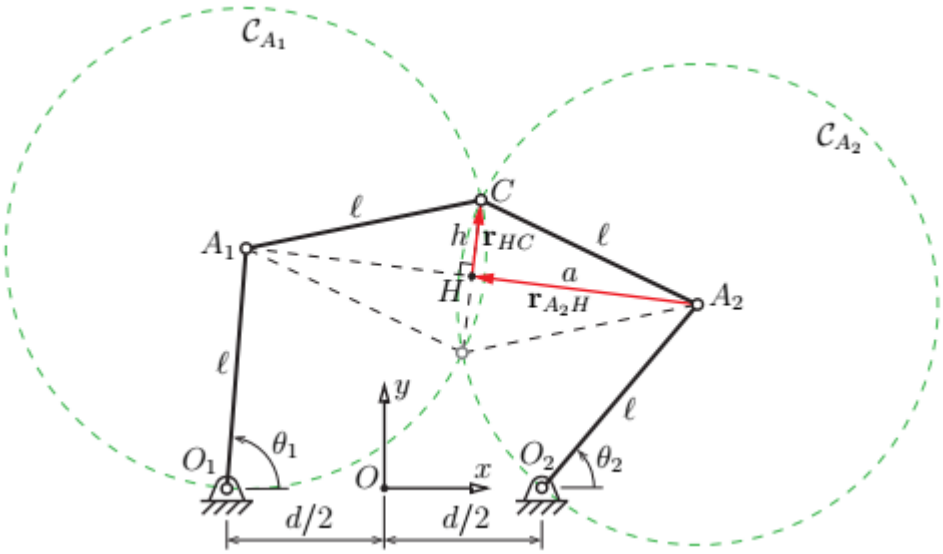


Рис. 2.6. Розрахункова схема плоского п’ятиланкового механізму

На другому етапі задача фактично зводиться до знаходження точки перетину двох кіл C_{A_1} та C_{A_2}, центри яких знаходяться у знайдених ліктьових шарнірах A_1 та A_2, а радіуси дорівнюють довжині ланок l.

Позначимо через H середину відрізка A_1A_2, а через a – половину відстані між ліктьовими шарнірами (тобто довжину відрізка HA_1 або HA_2). Вектор $\overrightarrow{A_2H}$, що направлений від A_2 до H, дорівнює $\frac{1}{2}(\vec{r}OA_1 - \vec{r}OA_2)$. Відстань h від точки H до шуканого виконавчого органу C обчислюється за теоремою Піфагора як $h = \sqrt{l^2 - a^2}$.

Оскільки вектор $\overrightarrow{HC}$ є перпендикулярним до осі A_1A_2, його можна отримати шляхом повороту вектора $\overrightarrow{A_2H}$ на 90° і масштабування. У результаті алгебраїчних перетворень отримуємо аналітичні вирази для визначення координат робочого органу:

$$x = \frac{1}{2}(-d + l\cos\theta_1 + l\cos\theta_2) + \frac{1}{2}\gamma\frac{\sqrt{l^2-a^2}}{a}(l\sin\theta_1 - l\sin\theta_2),$$

$$y = \frac{1}{2}(l\sin\theta_1 + l\sin\theta_2) + \frac{1}{2}\gamma\frac{\sqrt{l^2-a^2}}{a}(d - l\cos\theta_1 + l\cos\theta_2).$$

У цих рівняннях наявність коефіцієнту $\gamma = \pm 1$ вказує на невизначеність прямої задачі кінематики для Double-SCARA: для одного й того ж набору кутів поворотів двигунів θ_1 та θ_2 механізм може знаходитися у двох різних станах (позитивному або негативному). Фізично це означає, що точка *C* може лежати по правий або по лівий бік від вектора $\overrightarrow{A_1A_2}$ (ланки «вигнуті» назовні або всередину контуру). Щоб система ЧПК могла однозначно визначити положення інструмента, вона повинна постійно відстежувати попередню траєкторію або використовувати додаткові датчики в пасивних шарнірах.

З отриманих математичних залежностей також виводяться умови робочого простору та сингулярностей механізму:

1. Якщо обчислена відстань $a > l$, підкореневий вираз стає від'ємним. Це означає, що кола можливих положень ланок не перетинаються, і механізм не може існувати при заданих кутах θ_1 та θ_2 (точка знаходиться за межами робочого простору).

2. Якщо $a = l$, підкореневий вираз дорівнює нулю і два математичні розв'язки збігаються в одну точку. Це відбувається тоді, коли відстань між ліктьовими шарнірами досягає $2l$, і обидві ланки вишиковуються в одну пряму лінію. Таке положення є сингулярністю 2-го типу, за якої механізм втрачає жорсткість, а переміщення інструмента стає неконтрольованим навіть при жорстко зафіксованих базових двигунах. Перехід від позитивного режиму збірки ($\gamma = +1$) до негативного ($\gamma = -1$) і навпаки неможливий без проходження через цю небажану сингулярну конфігурацію.

2.3. Вирішення зворотної задачі кінематики

Зворотна задача кінематики – це фундаментальна задача робототехніки та верстатобудування, яка полягає у визначенні значень узагальнених координат (лінійних переміщень повзунів або кутів повороту приводних двигунів) за відомим (заданим) положенням і орієнтацією кінцевого виконавчого органу в декартовому робочому просторі. Для верстатів з

механізмами паралельної структури розв’язання цієї задачі є критично важливим і обов’язковим етапом для побудови систем позиційного керування. Технологічний процес (наприклад, обробка деталі за контуром) завжди описується бажаною траєкторією руху інструмента в системі координат верстата. Щоб виконавчий орган міг точно відтворити цю траєкторію, система ЧПК повинна постійно перетворювати координати точок траєкторії з робочого простору у відповідну траєкторію в просторі приводів. Оскільки під час високошвидкісної обробки обчислення потрібно проводити тисячі разів на секунду, вкрай важливо мати розв’язок зворотної задачі кінематики в аналітичній формі. Наявність точного аналітичного розв’язку дозволяє уникнути складних числових ітерацій, що суттєво зменшує час циклу обчислень мікропроцесора та забезпечує високу швидкодію і плавність керування обладнанням у реальному часі.

2.3.1. Для біпода

Для двокоординатного механізму паралельної структури типу «біпод» зворотна задача кінематики зводиться до визначення необхідних довжин обох приводних ланок (штанг) за заданими декартовими координатами кінцевого виконавчого органу в робочому просторі верстата.

У найпростішому випадку, коли кінематична схема розглядається ідеалізовано і приймається, що обидві штанги з’єднуються в одній спільній точці $K(x_k, y_k)$, яка співпадає з положенням інструмента, розв’язок задачі базується на простих тригонометричних співвідношеннях (рис. 2.4). Нехай базові шарніри *A* та *B* розміщені на нерухомій основі так, що лінія їх з’єднання співпадає з віссю X. Якщо шарнір *A* знаходиться у початку координат з координатами (0, 0), а шарнір *B* віддалений від нього на базову відстань *b* і має координати (b, 0), то необхідні керуючі довжини приводів l_1 та l_2 обчислюються за теоремою Піфагора як відстані від базових шарнірів до заданої точки *K*:

$$l_1 = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$$

$$l_2 = \sqrt{(x_k - b)^2 + y_k^2}$$

Оскільки довжина телескопічної штанги є фізичною величиною, перед квадратним коренем завжди береться знак «плюс». Це свідчить про те, що для ідеалізованої моделі біпода розв'язок зворотної задачі є однозначним: кожній точці робочого простору відповідає лише один можливий набір довжин ланок.

Як видно з наведених рівнянт, розв'язок зворотної задачі кінематики для біпода, на відміну від прямої задачі, характеризується відносною простотою та повною відсутністю невизначеності. Це означає, що виконавчий орган верстата приходить у задану точку єдиним можливим шляхом з однією чіткою комбінацією довжин ланок. Наявність такого аналітичного розв'язку є вагомою перевагою біпода, оскільки це дозволяє системі ЧПК з високою частотою і без значних обчислювальних затримок розраховувати необхідні керуючі сигнали для лінійних приводів при русі інструмента за складною траєкторією.

2.3.2. Для біглайда

Для двокоординатного механізму паралельної структури типу «біглайд» зворотна задача кінематики полягає у визначенні необхідних лінійних позицій двох повзунів на напрямних за відомими заданими координатами виконавчого органу (робочої платформи).

Розглянемо базову розрахункову модель (рис. 2.5). Нехай напрямні, по яких переміщуються каретки, розташовані вздовж осі *X*, отже їхні ординати дорівнюють нулю, а шуканими узагальненими координатами є x_A та x_B. Задане просторове положення центру робочої платформи визначається координатами $K(x_K, y_K)$. Штанги механізму мають однакову фіксовану довжину *L*.

Виходячи з геометричних умов замкненості кінематичних ланцюгів, математична модель зворотної задачі кінематики описується системою рівнянь кіл:

$$\begin{cases}(x_K - x_A)^2 + y_K^2 = L^2 \\ (x_K - x_B)^2 + y_K^2 = L^2\end{cases}$$

Для ідеалізованої моделі розв'язання цієї системи відносно невідомих координат кареток x_A та x_B виконується шляхом простого алгебраїчного перетворення:

$$x_A = x_K \pm \sqrt{L^2 - y_K^2},$$

$$x_B = x_K \pm \sqrt{L^2 - y_K^2}$$

Як і у випадку з біподом, зворотна задача кінематики для біглайда має закритий аналітичний розв'язок, що робить її розрахунок дуже простим і швидким для систем ЧПК у режимі реального часу, на відміну від прямої задачі.

Наявність знаку «$\pm$» перед квадратним коренем вказує на теоретичну невизначеність розв'язку: з математичної точки зору для однієї і тієї ж позиції робочого органу кожний з повзунів може знаходитися як ліворуч, так і праворуч від платформи. Однак на практиці конструкція верстата накладає жорсткі обмеження для уникнення зіткнення ланок. Зазвичай треба приймати таку схему, за якої перший повзун завжди знаходиться ліворуч, а другий – праворуч від виконавчого органу ($x_A < x_K < x_B$). Тому для керування реальним верстатом система рівнянь набуває однозначного вигляду:

$$x_A = x_K - \sqrt{L^2 - y_K^2},$$

$$x_B = x_K + \sqrt{L^2 - y_K^2}.$$

З отриманого аналітичного розв’язку також випливають межі робочого простору механізму. Для того, щоб координати приводів належали до області дійсних чисел, підкореневий вираз має бути невід’ємним: $L^2 - y_K^2 \geq 0$, звідки випливає, що координата y_K виконавчого органу (відстань від лінії напрямних) ніколи не може перевищувати фізичну довжину штанг L.

2.3.3. Для Double-SCARA

Зворотна задача кінематики для плоского п’ятиланкового маніпулятора з обертальними приводами (Double-SCARA) полягає у визначенні необхідних кутів повороту двох базових двигунів θ_1 та θ_2 за заданими декартовими координатами кінцевого виконавчого органу C(x, y) у площині.

Особливістю розв’язання цієї задачі для п’ятиланкового механізму є те, що її можна геометрично та аналітично розділити на дві незалежні задачі зворотної кінематики для двох дволанкових послідовних маніпуляторів, які з'єднуються в одній спільній точці C. З геометричної точки зору визначення кута для кожної «руки» зводиться до знаходження точок перетину двох кіл: перше коло описується навколо нерухомого базового шарніра (з радіусом, що дорівнює довжині ланки L_1), а друге коло – навколо заданої точки C (з радіусом, що дорівнює довжині другої ланки L_3).

Математична модель зворотної задачі будується на основі рівнянь замкненості векторних контурів для кожного з двох ланцюгів. Після підстановки координат ці векторні рівняння перетворюються на систему нелінійних тригонометричних рівнянь. Для отримання аналітичного розв’язку традиційно використовується універсальна тригонометрична підстановка тангенса половинного кута $t_1 = \tan(\theta_1/2)$ та $t_2 = \tan(\theta_2/2)$ 5. Такий підхід дозволяє звести тригонометричні залежності до звичайних квадратних рівнянь виду:

$$(C - A)t_1^2 + 2Bt_1 + (C + A) = 0,$$

де коефіцієнти *A, B, C* є функціями від заданих координат $C(x, y)$, відстані між базовими шарнірами та довжин ланок.

Корені цього рівняння визначаються через дискримінант $d = \sqrt{4B^2 - 4(C^2 - A^2)}$, що дає розв'язок для першої координати:

$$t_1 = \frac{-4B \pm d}{2(C - A)} \quad \Rightarrow \quad \theta_1 = 2\arctan(t_1)$$

Аналогічний алгоритм застосовується до другого кінематичного ланцюга, генеруючи відповідне квадратне рівняння зі своїм дискримінантом для знаходження кута θ_2.

Наявність знаку «$\pm$» перед дискримінантами для обох кутів θ_1 та θ_2 вказує на суттєву кінематичну невизначеність: для одного й того ж заданого положення інструмента $C(x, y)$ кожна з двох «рук» маніпулятора може приймати дві різні просторові конфігурації (умовно кажучи, «лікоть назовні» або «лікоть всередину контуру»). Оскільки механізм складається з двох таких незалежних ланцюгів, загальна кількість математичних розв'язків зворотної задачі кінематики дорівнює чотирьом ($2 \times 2 = 4$).

Ці чотири можливі комбінації формують так звані робочі режими маніпулятора. Фізично зміна робочого режиму означає «перекидання» однієї або обох рук. Щоб маніпулятор міг перейти з одного робочого режиму в інший, він обов'язково повинен пройти через так звану серійну сингулярність (сингулярність 1-го типу), за якої обидві ланки однієї з рук повністю витягуються в одну пряму лінію.

Зіставляючи результати, отримані в цьому розділі, можна зробити висновок щодо складності розв'язання зворотної задачі для систем ЧПК.

Біпод демонструє найвищу однозначність – виконавчий орган завжди приходить у задану точку з єдиною математично і фізично можливою комбінацією довжин ланок.

Біглайд має два математичні розв’язки, але конструктивні обмеження верстата (напрямні) відразу відкидають один з них, залишаючи єдину конфігурацію для управління в реальному часі.

Double-SCARA характеризується найвищою кінематичною невизначеністю серед двокоординатних систем (має 4 повноцінні розв’язки). Для керування таким верстатом система ЧПК повинна не лише розв’язати квадратні рівняння, але й підтримувати безперервний контроль за тим, у якому саме з чотирьох «робочих режимів» зараз знаходиться механізм. Алгоритм ЧПК має обирати відповідні знаки для кожного кроку інтерполяції траєкторії, щоб уникнути різких «стрибків» розрахункових кутів θ_1 і θ_2, які могли б призвести до аварійних ситуацій чи некерованого руху.

РОЗДІЛ 3
ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РОБОЧОГО ПРОСТОРУ ДВОКООРДИНАТНИХ ВЕРСТАТІВ

Робочий простір є однією з найважливіших кінематичних та експлуатаційних характеристик будь-якого маніпулятора чи верстата, оскільки він безпосередньо визначає його технологічні можливості, габарити оброблюваних деталей та розміщення обладнання у виробничому середовищі. Для традиційних верстатів з послідовною кінематикою робоча зона зазвичай має просту форму прямокутного паралелепіпеда, всередині якого кінематичні та силові характеристики (швидкість, точність, жорсткість) залишаються незмінними [4, 28]. Натомість для верстатів з механізмами паралельної структури (МПС) питання визначення робочого простору є набагато складнішим і критичнішим етапом проектування. Робочий простір подібних механізмів відрізняється складною геометрією і найчастіше є відносно невеликим порівняно із загальними габаритами самого верстата [4].

Робочий простір верстата з паралельною кінематикою жорстко обмежується низкою факторів:

1. Межами розв’язності зворотної задачі кінематики (математичним існуванням коренів рівнянь).

2. Фізичними обмеженнями ходу приводів (максимальною і мінімальною довжиною кінематичних ланок змінної довжини або кутами повороту обертальних шарнірів).

3. Можливими зіткненнями рухомих ланок верстата між собою під час роботи.

4. Наявністю особливих (сингулярних) конфігурацій, в яких механізм втрачає керування або структурну жорсткість [4].

Для забезпечення якісної обробки деталей, знання лише зовнішніх геометричних меж робочого простору є недостатнім. Важливим є також детальне дослідження узгодженості рухів виконавчого органу (інструмента) та

кінематичних ланок безпосередньо в межах робочого простору під час виконання типових технологічних рухів. Це зумовлено тим, що у верстатах з паралельною кінематикою швидкості приводів і швидкість інструмента пов’язані нелінійно, через що кінематичні характеристики можуть суттєво коливатися: в одних точках простору верстат може розвивати надвисокі швидкості, а в інших – ці швидкості різко падають. Крім того, нерівномірність руху приводів при відпрацюванні рівномірних лінійних чи кругових траєкторій вимагає значних зусиль від системи ЧПК для забезпечення плавності ходу і недопущення перевантажень двигунів. Дослідження рухів виконавчого органу дозволяє оцінити цю нелінійність, виявити потенційно небезпечні «особливі» зони та оптимізувати конструктивні параметри механізму ще на етапі його проектування для забезпечення необхідної якості та продуктивності обробки.

3.1. Робочий простір верстатів (біпод, біглайд, Double SCARA)

Для визначення робочого простору використовуються рівняння розв’язку прямої та зворотної задач кінематики. Робочий простір механізмів паралельної структури являє собою сукупність усіх можливих точок позиціонування виконавчого органу (інструмента), які можуть бути досягнуті без порушення геометричних зв’язків, виходу за межі ходу приводів та потрапляння у небезпечні «особливі» (сингулярні) зони.

Робочий простір механізму «Біпод». Для плоского двокоординатного механізму типу «біпод» робоча зона формується як область перетину двох робочих поверхонь (зон досяжності) кожної з його телескопічних штанг (рис. 3.1). Геометрична форма та розміри цього простору жорстко обмежуються трьома основними факторами:

1. Максимальною та мінімальною довжиною лінійних приводів (L_{max} та L_{min}).

2. Конструктивними обмеженнями діапазону кутів повороту шарнірів, що з’єднують кінематичні ланки змінної довжини з основою та робочою платформою.

3. Можливими механічними зіткненнями кінематичних ланок між собою.

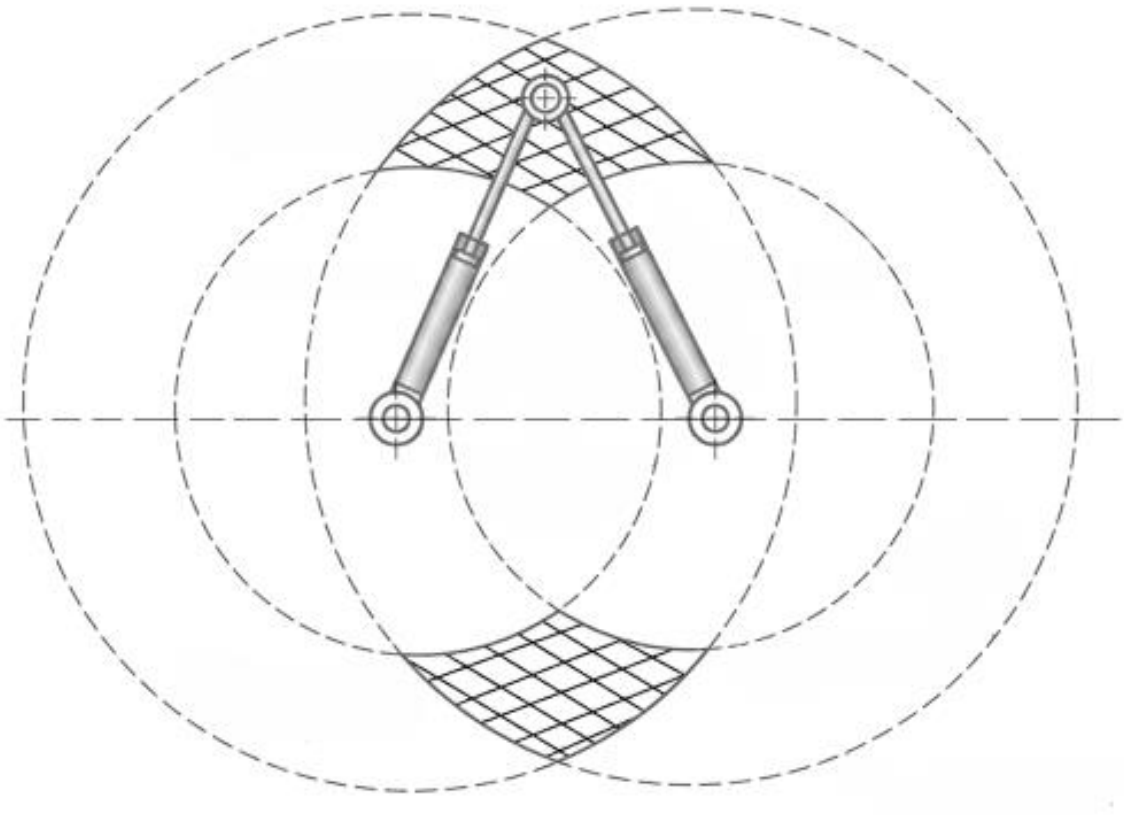


Рис. 3.1. Робочий простір механізму паралельної структури типу «біпод», утворений перетином робочих зон обох штанг

В загальному вигляді робочий простір біпода має форму криволінійного багатокутника (часто наближеного до трикутника), утвореного перетином дуг кіл. Головним недоліком цієї схеми є те, що для суттєвого збільшення площі робочої зони необхідно значно збільшувати хід телескопічних кінематичних ланок (штанг), що призводить до збільшення загальних габаритів верстата та зниження його жорсткості при максимально витягнутих штангах.

Робочий простір механізму «Біглайд» має принципово іншу конфігурацію. Теоретична зона досяжності цього механізму залежить від діапазону переміщення повзунів вздовж напрямних. Фізичною межею глибини робочого простору (по осі Z або Y, перпендикулярній до напрямних) є незмінна довжина *L* кінематичної ланки. Головною перевагою біглайда є те, що його робочий простір дуже легко розширюється в одному напрямку. На відміну від біпода, для збільшення робочої зони вздовж осі X достатньо просто подовжити лінійні напрямні без зміни розмірів самих шарнірних ланок. Всередині загальної зони досяжності можна виділити зону (форма якої наближена до ідеального прямокутника або квадрата) для зручного для програмування траєкторій обробки деталей (рис. 3.2).

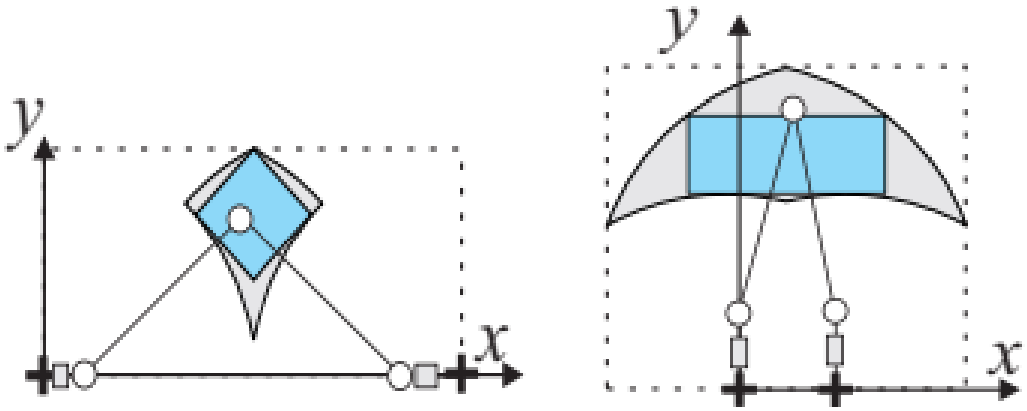


Рис. 3.2. Загальний робочий простір механізму «біглайд»

Робочий простір маніпулятора Double-SCARA (п’ятиланкового маніпулятора з обертальними приводами) є найбільш складним з огляду на його кінематичну багатозначність. Загальний (теоретичний) робочий простір такого механізму утворений перетином двох кіл, радіус яких дорівнює сумі довжин кінематичних ланок (при рівних ланках – радіус 2*L*, центри в базових шарнірах). Завдяки такій геометрії, загальна зона досяжності має форму великої лінзи, обмеженої дугами кіл. Якщо всі чотири рухомі ланки мають однакову довжину, всередині цього робочого простору повністю відсутні «мертві зони». Однак, на практиці цей робочий простір розділений складними кривими, які є геометричними місцями «особливих» положень, в яких

механізм стає некерованим. Вони ділять загальну площу на чотири окремі робочі зони, що відповідають чотирьом робочим режимам маніпулятора (++, +-, -+, --) (рис. 3.3). Щоб використати весь потенціал робочого простору і уникнути втрати керованості, система управління верстата повинна здійснювати перемикання між робочими режимами (шляхом «перекидання» ліктів маніпулятора через ці зони некерованості).

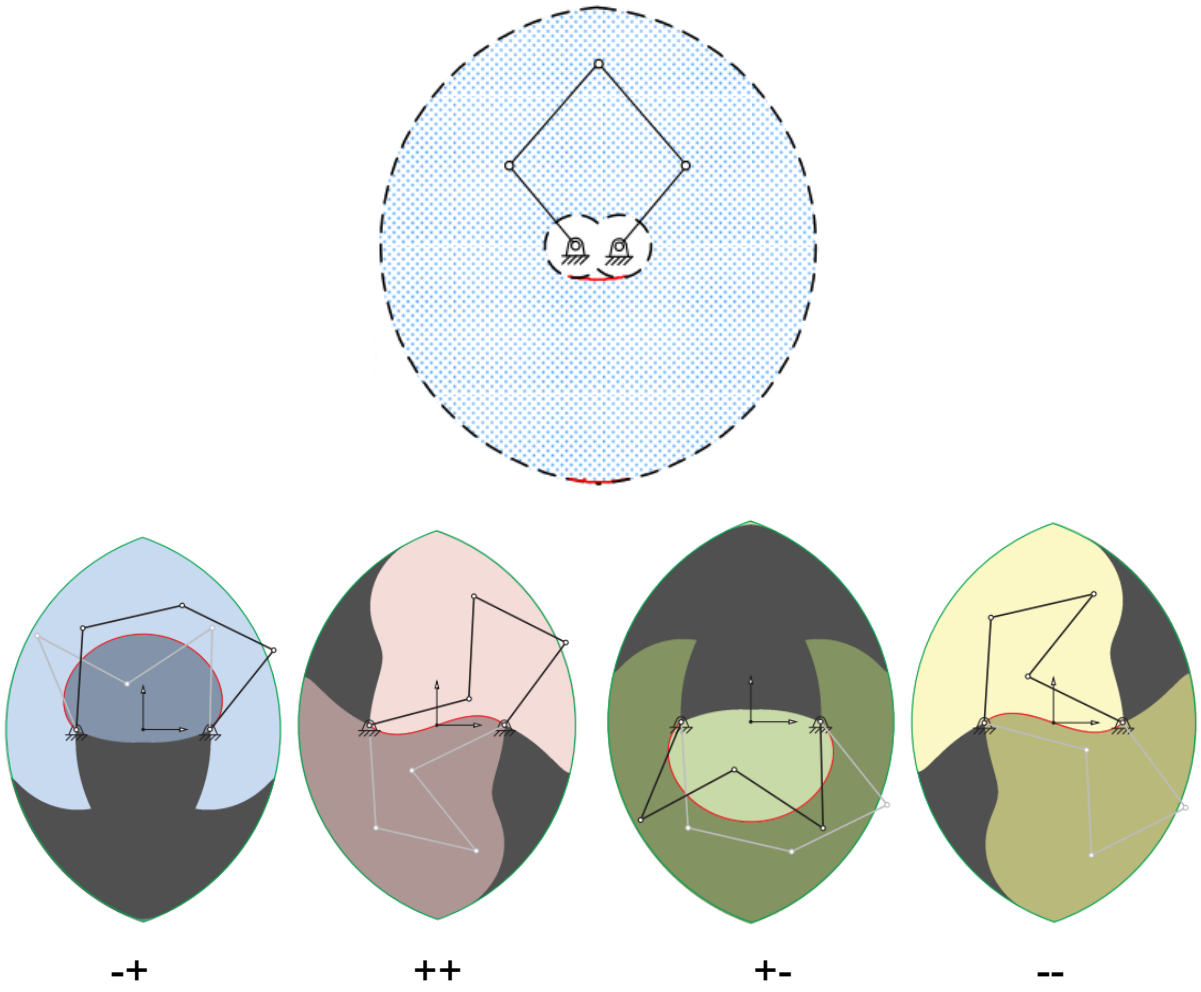


Рис. 3.3. Робочий простір маніпулятора Double-SCARA із зонами втрати керованості

На рисунку 3.3 показано фактичний робочий простір механіщму для кожного з чотирьох робочих режимів. У кожному з чотирьох графіків темно-сірі області відповідають механічним перешкодам. У кожному графіку червона крива відповідає множині «особливих» положень. Ця крива розділяє

дві кольорові області: світліша відповідає позитивному режиму переміщень, тоді як темніша – негативному режиму.

Порівнюючи три розглянуті кінематичні архітектури, можна відмітити наступне:

- **Double-SCARA** забезпечує найбільше відношення площі робочого простору до площі, яку займає сам механізм, проте вимагає найскладніших алгоритмів управління.
- **Біпод** має найменший робочий простір складної форми.
- Хоча розміри робочого простору **біглайда** обмеженя довжиною штанг, здатність до нескінченного розширення вздовж однієї осі (завдяки напрямним) роблять його найбільш придатним для обробки довгомірних деталей.

3.2. Узгодженість рухів кінематичних ланок при реалізації типових рухів виконавчого органу

Для механізму типу «біпод»

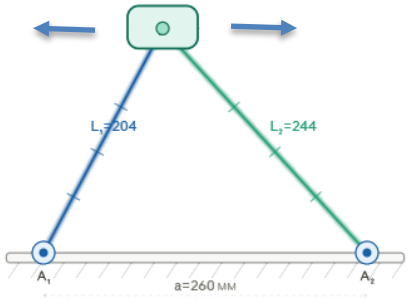
Для дослідження узгодженості рухів кінематичних ланок механізму типу «біпод» необхідно проаналізувати зміну довжин кінематичних ланок l_1 та l_2 у часі *t* під час руху виконавчого органу по заданих траєкторіях. Основою для такого аналізу є рівняння зворотної задачі кінематики, які у спрощеному вигляді (коли базові шарніри розташовані на осі X на відстані b один від одного) мають вигляд:

$$l_1(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2};$$

$$l_2(t) = \sqrt{(x(t) - b)^2 + y(t)^2},$$

де $x(t)$ та $y(t)$ – параметричні рівняння заданої траєкторії руху інструмента в площині.

Переміщення виконавчого органу вздовж осі X (паралельно базі). При рівномірному русі виконавчого органу паралельно осі X на постійній відстані (висоті) y_0, закон руху описується рівняннями: $x(t) = v_x \cdot t$, $y(t) = y_0$. Підставляючи ці значення у рівняння зворотної кінематики, бачимо, що залежність довжини штанги від часу має нелінійний характер (рис. 3.4). Під час руху інструмента зліва направо перша кінематична ланка l_1 спочатку скорочується (поки інструмент не опиниться точно над її базовим шарніром), а потім починає нелінійно подовжуватися. Друга штанга l_2 у цей час скорочується, поки інструмент наближається до її базового шарніра. Швидкість зміни довжини штанг (швидкість приводів) при цьому непостійна, незважаючи на постійну швидкість самого інструмента v_x, що вимагає безперервного плавного регулювання швидкості двигунів системою ЧПК.



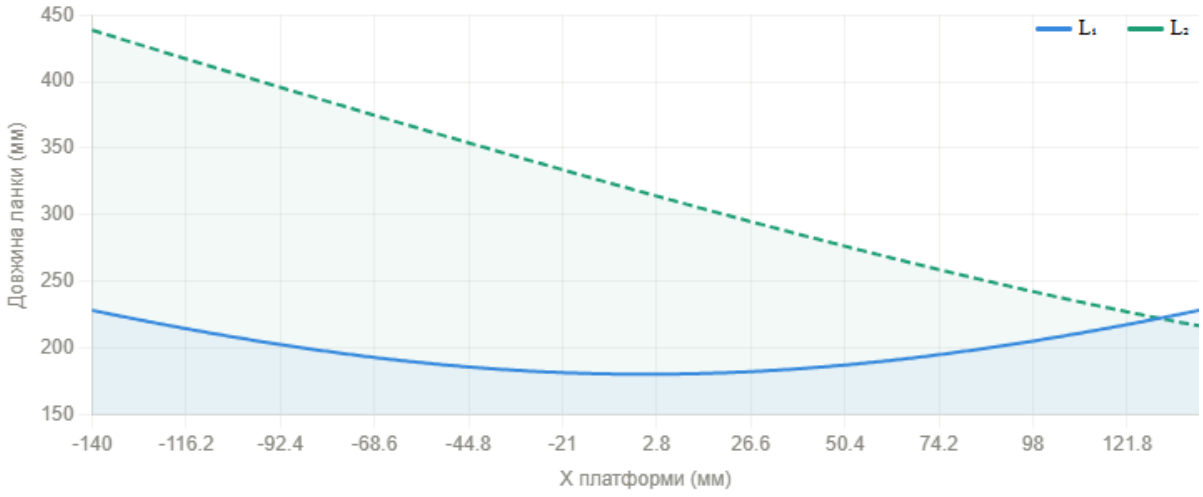


Рис. 3.4. Зміна довжин кінематичних ланок при переміщенні виконавчого органу біпода вздовж осі X (відстань між шарнірами на основі a = 260 мм, висота руху y = 180 мм, діапазон переміщення x = ±140 мм)

Переміщення виконавчого органу вздовж осі Y. При переміщенні виконавчого органу вздовж осі Y (наприклад, подача інструмента вглиб деталі), закон руху має вигляд: $x(t) = x_0,\ y(t) = v_y \cdot t$. Якщо такий рух відбувається по осі симетрії механізму (коли $x_0 = b/2$), обидві кінематичні ланки працюють в абсолютно ідентичних умовах. Їхні довжини змінюються синхронно: $l_1(t) = l_2(t) = \sqrt{(b/2)^2 + (v_y \cdot t)^2}$. У цьому випадку обидва приводи висуваються або втягуються одночасно з однаковою швидкістю (рис. 3.5).

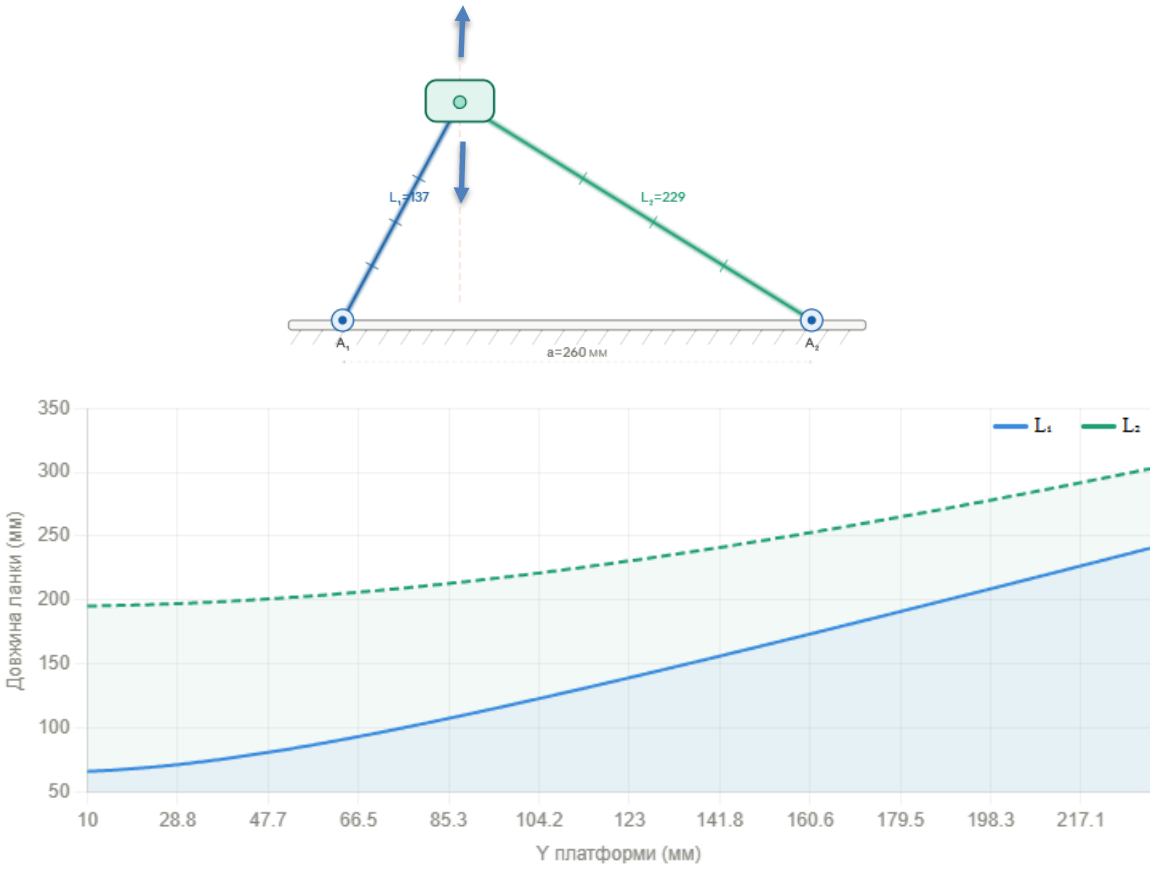


Рис. 3.5. Зміна довжин кінематичних ланок при переміщенні виконавчого органу біпода вздовж осі Y (відстань між шарнірами на основі a = 260 мм, горизонтальна позиція x = 60 мм, діапазон переміщення y = 150 мм)

При переміщені виконавчого органу біпода **по колу** довжина штанг змінюється по синусоїдальному закону (рис. 3.6).

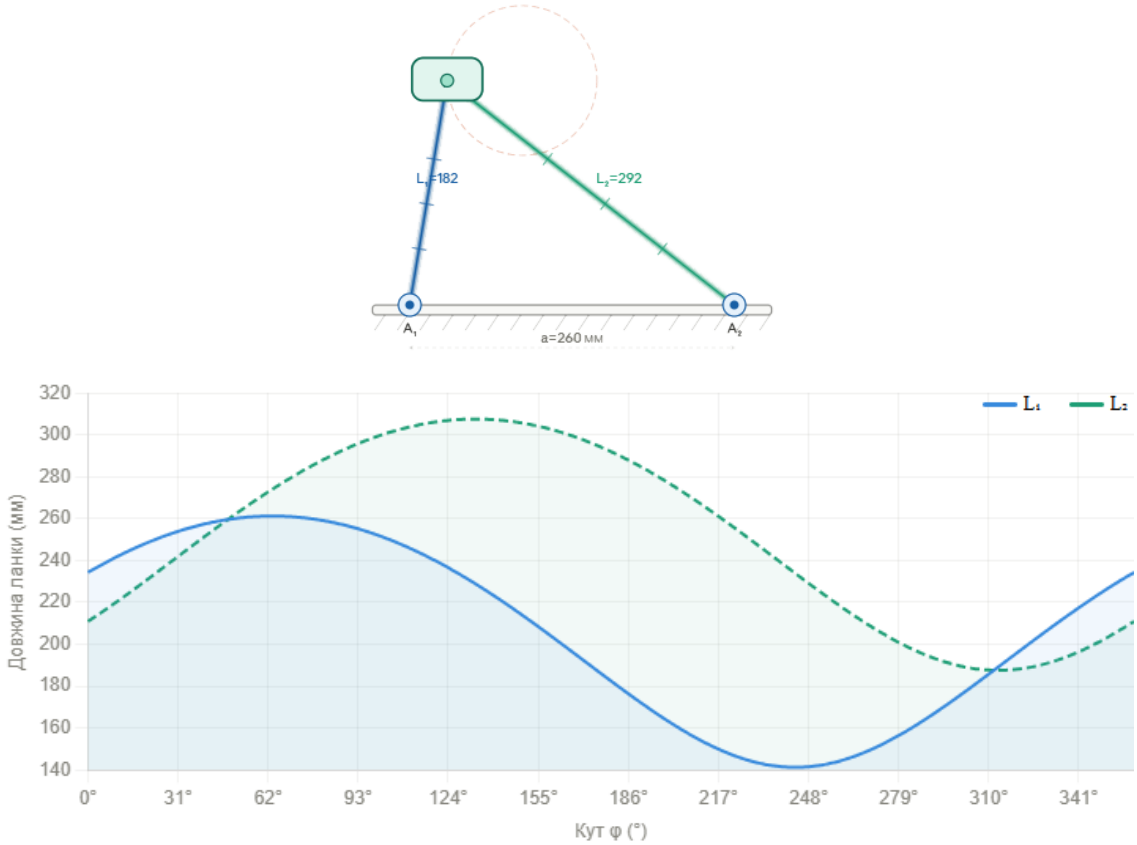


Рис. 3.6. Зміна довжин кінематичних ланок при переміщенні виконавчого органу біпода по колу (відстань між шарнірами на основі a = 260 мм, центр кола (90 мм; 180 мм), радіус кола r = 60 мм)

З аналізу графіків на рис. 3.4, 3.5 видно, що для забезпечення прямолінійного руху інструмента приводи механізму паралельної структури повинні здійснювати складні нелінійні рухи. Максимальні переміщення штанг при цьому можуть бути значно меншими (в 1,5-2 рази) за величину переміщення самого робочого органу в декартовому просторі.

Для механізму типу «біглайд»

Для дослідження закономірностей руху ланок механізму паралельної структури типу «біглайд» (зі штангами постійної довжини L) також використовується рівняння зворотної задачі кінематики для біглайда.

Аналіз цих рівнянь для різних типових траєкторій дозволяє виявити суттєві відмінності в кінематиці біглайда порівняно з біподом (рис. 3.7, 3.8).

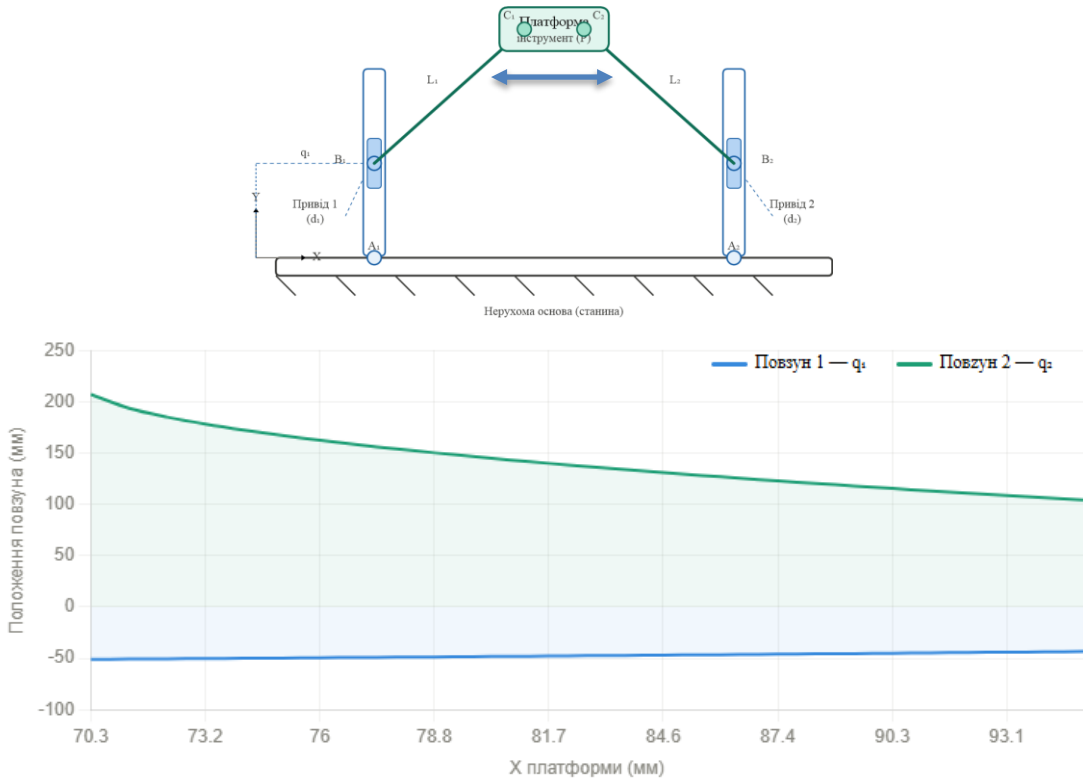


Рис. 3.7. Зміна положення повзунів при переміщенні виконавчого органу біглайда вздовж осі X (довжина ланки L = 280 мм, відстань між напрямними a = 350 мм, висота руху y = 220 мм, діапазон x = ±95 мм)

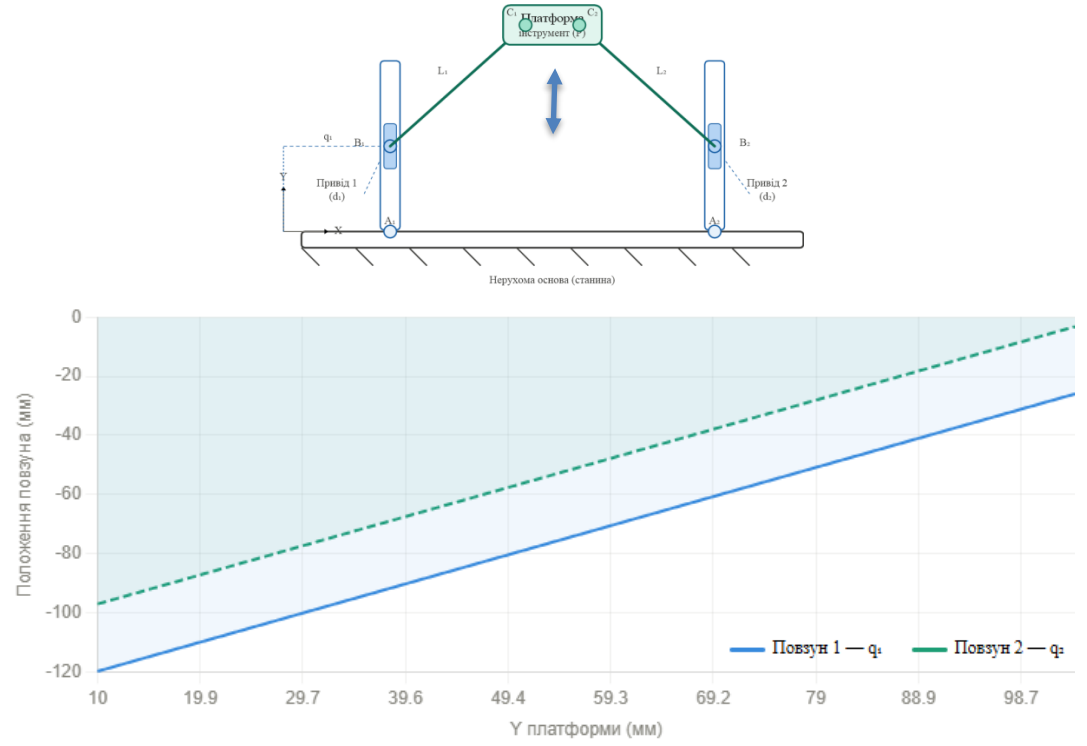


Рис. 3.8. Зміна положення повзунів при переміщенні виконавчого органу біглайда вздовж осі Y (довжина ланки L = 150 мм, відстань між напрямними a = 180 мм, діапазон y = 300 мм)

З графиків видно, що при горизонтальному русі передаточне відношення нелінійно змінюється вздовж траєкторії, а при вертикальному – залишається постійним.

При відпрацюванні робочим органом кругової або складної криволінійної траєкторії, відстань між повзунами постійно змінюється, що добре видно на графіках переміщень для механізмів з різним розміщенням напрямних (рис. 3.9, 3.10).

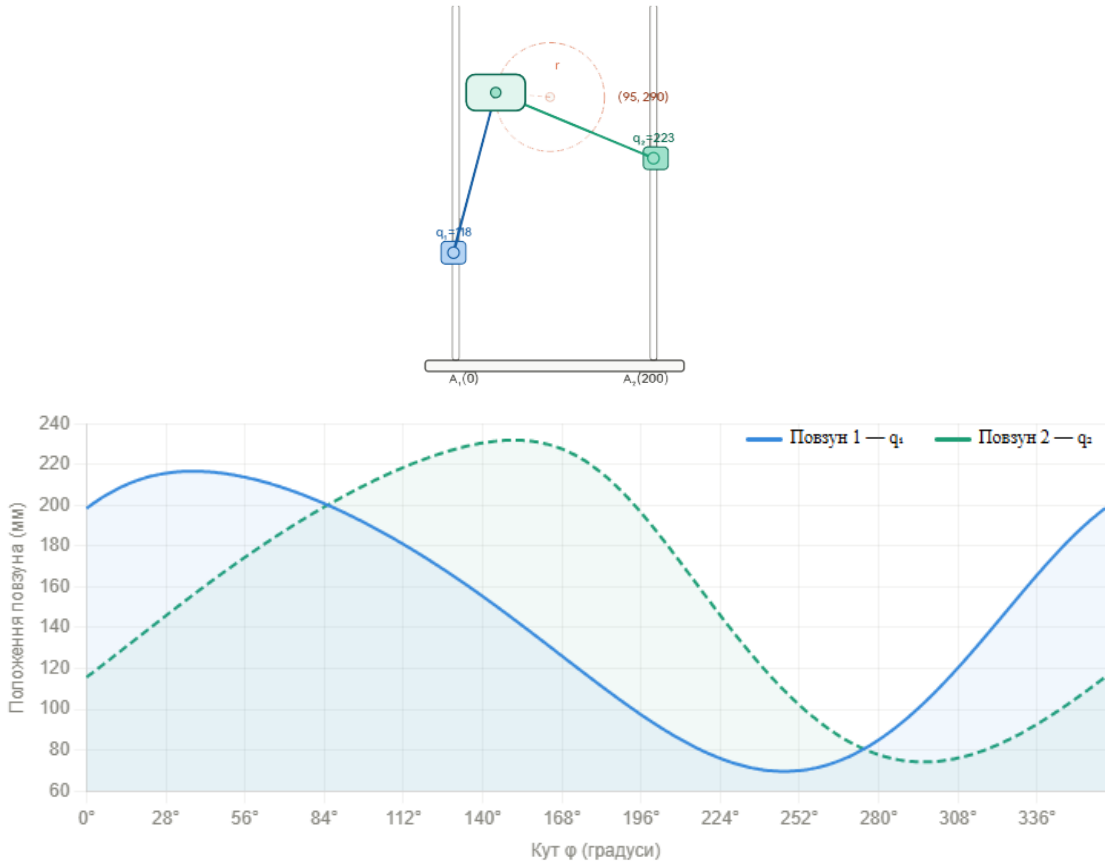


Рис. 3.9. Зміна положення повзунів при переміщенні виконавчого органу по колу (довжина ланки L = 180 мм, відстань між напрямними a = 200 мм, центр кола (95 мм; 290 мм), радіус кола r = 60 мм)

Ключова відмінність: повзуни тепер здійснюють непостійний за швидкістю рух навіть при рівномірному обертанні по колу – це важливо враховувати при проектуванні системи керування верстата.

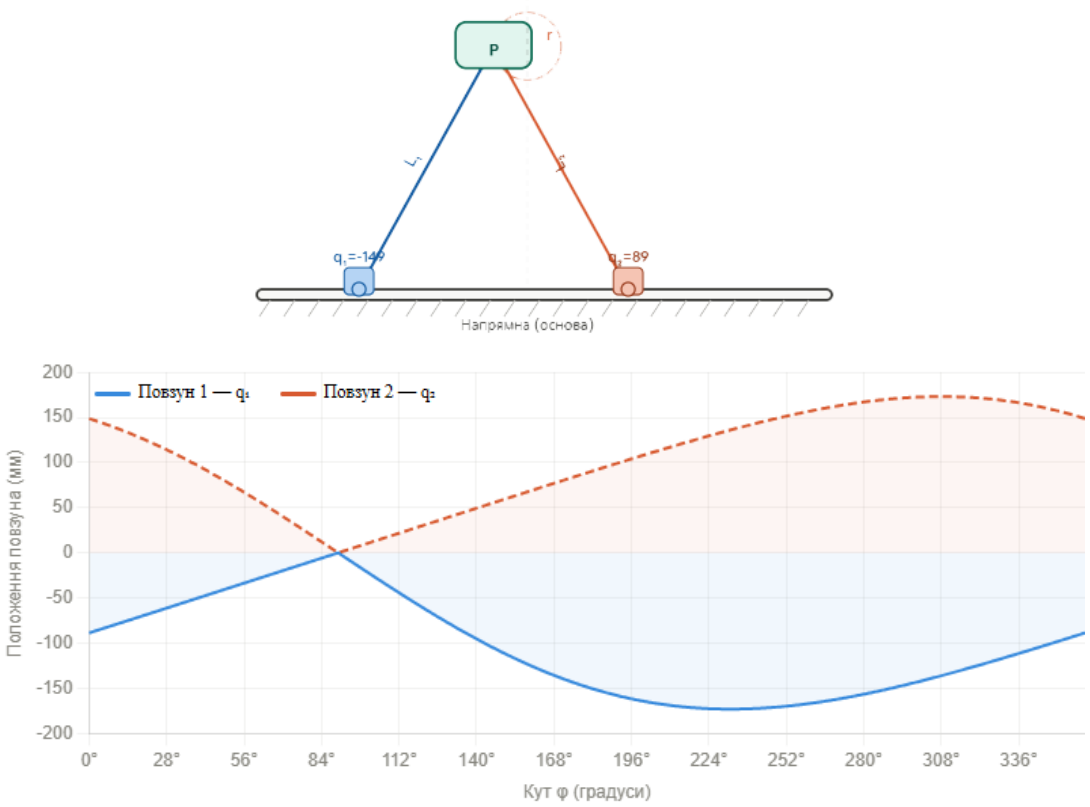


Рис. 3.10. Зміна положення повзунів при переміщенні виконавчого органу по колу (довжина ланки L = 250 мм, центр кола (0; 220), радіус кола r=30 мм)

При паралельному розташуванні напрямних (рис. 3.9) повзуни рухаються несиметрично і в різних площинах. При переміщенні повзунів по одній напрямній (рис. 3.10) – обидва повзуни рухаються синхронно у протилежних напрямках при зміні Y, і однаково в одному напрямку при зміні X. Це робить горизонтальну конфігурацію зручнішою для роздільного керування: один привід відповідає за горизонталь, різниця приводів – за вертикаль.

Для маніпулятора Double-SCARA (п'ятиланковий механізм)

Дослідження узгодженості рухів ланок плоского маніпулятора Double-SCARA (з обертальними базовими приводами) має найбільшу складність серед розглянутих двокоординатних систем. Закономірності зміни кутів повороту базових двигунів $\theta_1(t)$ та $\theta_2(t)$ під час руху виконавчого органу по

заданих траєкторіях визначаються на основі розв'язання зворотної задачі кінематики, яка містить складні нелінійні тригонометричні залежності. Для будь-якої траєкторії інструмента, заданої параметричними рівняннями $x(t)$ та $y(t)$, система ЧПК повинна розраховувати керуючі кути через арктангенси відношень, що включають координати інструмента та змінні довжини проміжних векторів.

При рівномірному русі виконавчого органу вздовж осі X (наприклад, $x(t) = v_x \cdot t,\ y(t) = const$) або вздовж осі Y ($x(t) = const,\ y(t) = v_y \cdot t$), обидва базові двигуни повинні працювати одночасно та з постійно змінними кутовими швидкостями (рис. 3.11, 3.12).

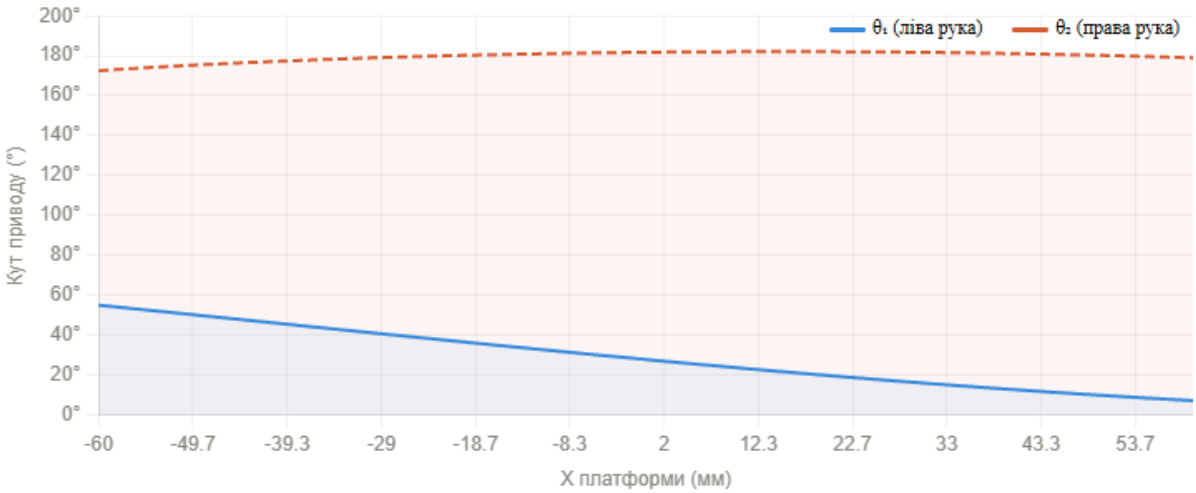


Рис. 3.11. Графік зміни кутів повороту ведучих ланок θ_1 та θ_2 маніпулятора Double-SCARA при рівномірному русі виконавчого органу вздовж осі X (довжина ланок l_1 = 135 мм, l_2 = 140 мм, відстань між двигунами a = 150 мм, висота руху Y = 135 мм, діапазон X = ± 60 мм)

На відміну від механізму біглайд, де рух по осі X забезпечувався ідеально рівномірним рухом обох кареток, у механізмі Double-SCARA жоден прямолінійний рух інструмента не може бути виконаний за рахунок рівномірного обертання двигунів. Під час лінійного переміщення інструмента кути θ_1 та θ_2 змінюються за складними нелінійними законами. У міру наближення робочого органу до межі робочої зони або до осі симетрії

механізму, кутове прискорення одного з двигунів може різко зростати, тоді як інший двигун може сповільнюватися і навіть змінювати напрямок обертання (реверсувати) для забезпечення прямолінійності траєкторії. Це вимагає від сервоприводів високих динамічних характеристик та генерує значні інерційні навантаження на ланки.

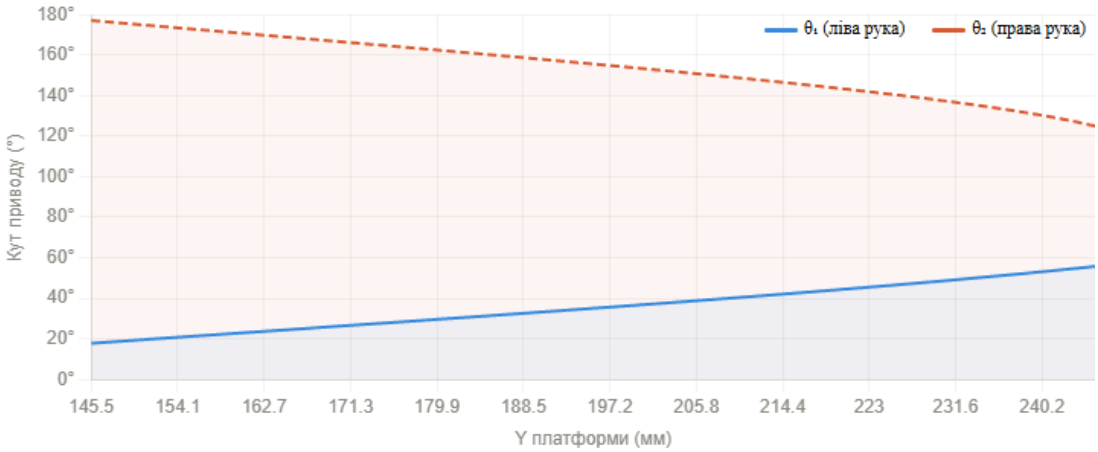


Рис. 3.12. Графік зміни кутів повороту ведучих ланок θ_1 та θ_2 маніпулятора Double-SCARA при рівномірному русі виконавчого органу вздовж осі Y (довжина ланок l_1 = 135 мм, l_2 = 140 мм, відстань між двигунами a = 150 мм, горизонтальна позиція X = 35 мм, діапазон Y = ± 100 мм)

Діагональні переміщення в робочому просторі також вимагають складної інтерполяції. Проте, завдяки тому, що маси рухомих ланок є дуже малими (оскільки самі двигуни закріплені на нерухомій основі), навіть значні коливання кутових швидкостей та прискорень приводів не призводять до відчутних вібрацій платформи, що дозволяє роботу виконувати такі рухи з високою швидкістю.

Особливий інтерес становить поведінка приводів Double-SCARA при відпрацюванні криволінійних траєкторій, зокрема руху по колу. Нехай траєкторія інструмента задана рівняннями кола: $x(t) = R\cos\big(p(t)\big)$, $y(t) = R\sin\big(p(t)\big)$, де R – радіус, а $p(t)$ – полярний кут. Дослідження кінематики показують цікавий ефект: незважаючи на сильно нелінійну природу

залежностей зворотної кінематики, при рівномірному русі інструмента по дузі кола (наприклад, півколу), зміна кутів повороту ведучих ланок $\theta_1(t)$ та $\theta_2(t)$ може мати характер, дуже близький до лінійного. Це означає, що для виконання певних кругових рухів приводи обертаються майже рівномірно.

На рис. 3.13 наведено графік, що ілюструє зміну кутів повороту двигунів при відпрацюванні рівномірного руху по колу.

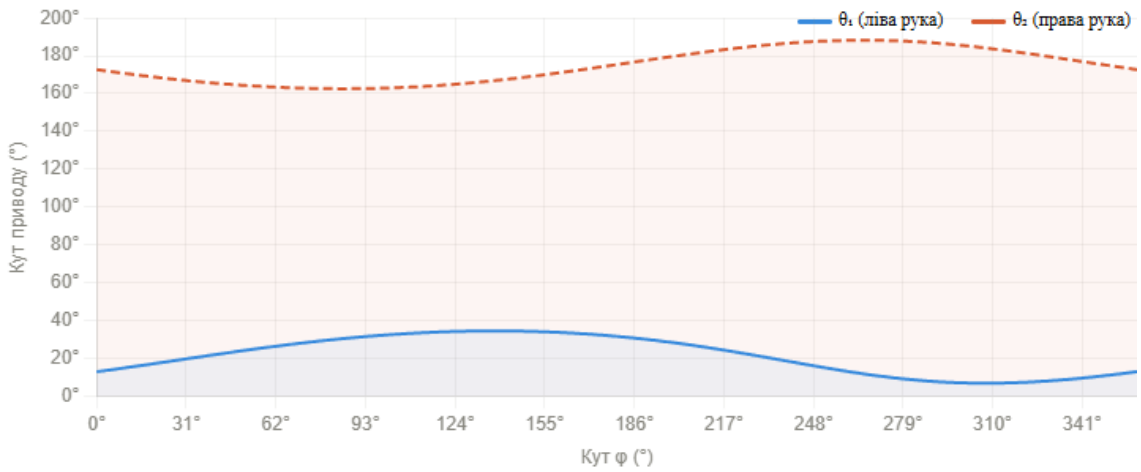


Рис. 3.13. Графік зміни кутів повороту ведучих ланок θ_1 та θ_2 маніпулятора Double-SCARA при рівномірному русі виконавчого органу по колу (довжина ланок l_1 = 135 мм, l_2 = 140 мм, відстань між двигунами a = 150 мм, центр кола (30 мм; 150 мм), радіус r = 30 мм)

Варто також відзначити, що при відпрацюванні будь-яких траєкторій (лінійних чи кругових), система управління повинна гарантувати, що траєкторія не перетинає межі «особливих» положень (де ланки вишиковуються в пряму лінію). Якщо задана траєкторія вимагає переходу в іншу частину робочої зони, маніпулятор змушений здійснювати зміну «робочого режиму», що супроводжується зупинкою робочого процесу, «перекиданням» ліктьового шарніра та відповідним перерахунком керуючих кутів.

3.3. Вплив конструктивних параметрів верстатів на геометричні параметри робочого простору

Розмір та форма робочого простору механізмів паралельної структури не є сталими величинами. Вони безпосередньо залежать від геометричних розмірів ланок, відстаней між базовими шарнірами та діапазонів ходу приводів. Зміна цих параметрів може призводити не лише до кількісної зміни площі, але й до зміни форми робочої зони.

Для механізму типу «Біпод» (кінематичні ланки змінної довжини). Площа робочого простору біпода безпосередньо визначається діапазоном ходу його приводів (від l_{min} до l_{max}) та відстанню між базовими шарнірами b. Теоретичні дослідження показують, що для симетричного біпода максимальна площа робочого простору $W = 4693{,}33$ мм² досягається при таких співвідношеннях: робочий хід обох приводів становить від $l_{min} = 80$ мм до $l_{max} = 130$ мм, а базова відстань $b = 60$ мм.

Крім того, зміна співвідношення між базою b та мінімальною довжиною штанг l_{min} фундаментально змінює форму робочого простору:

- Якщо сума мінімальних довжин штанг більша за базу ($l_{1min} + l_{2min} > b$), робочий простір являє собою єдину суцільну зону, що нагадує за формою купол або парасолю (рис. 3.14, *а*).
- Якщо ж сума мінімальних довжин штанг стає меншою за базу ($l_{1min} + l_{2min} < b$), робочий простір розривається посередині і розпадається на дві або більше ізольовані зони (у вигляді «крапель» або «кілець»), перехід інструмента між якими стає неможливим без розбирання механізму (рис. 3.14, *б*).

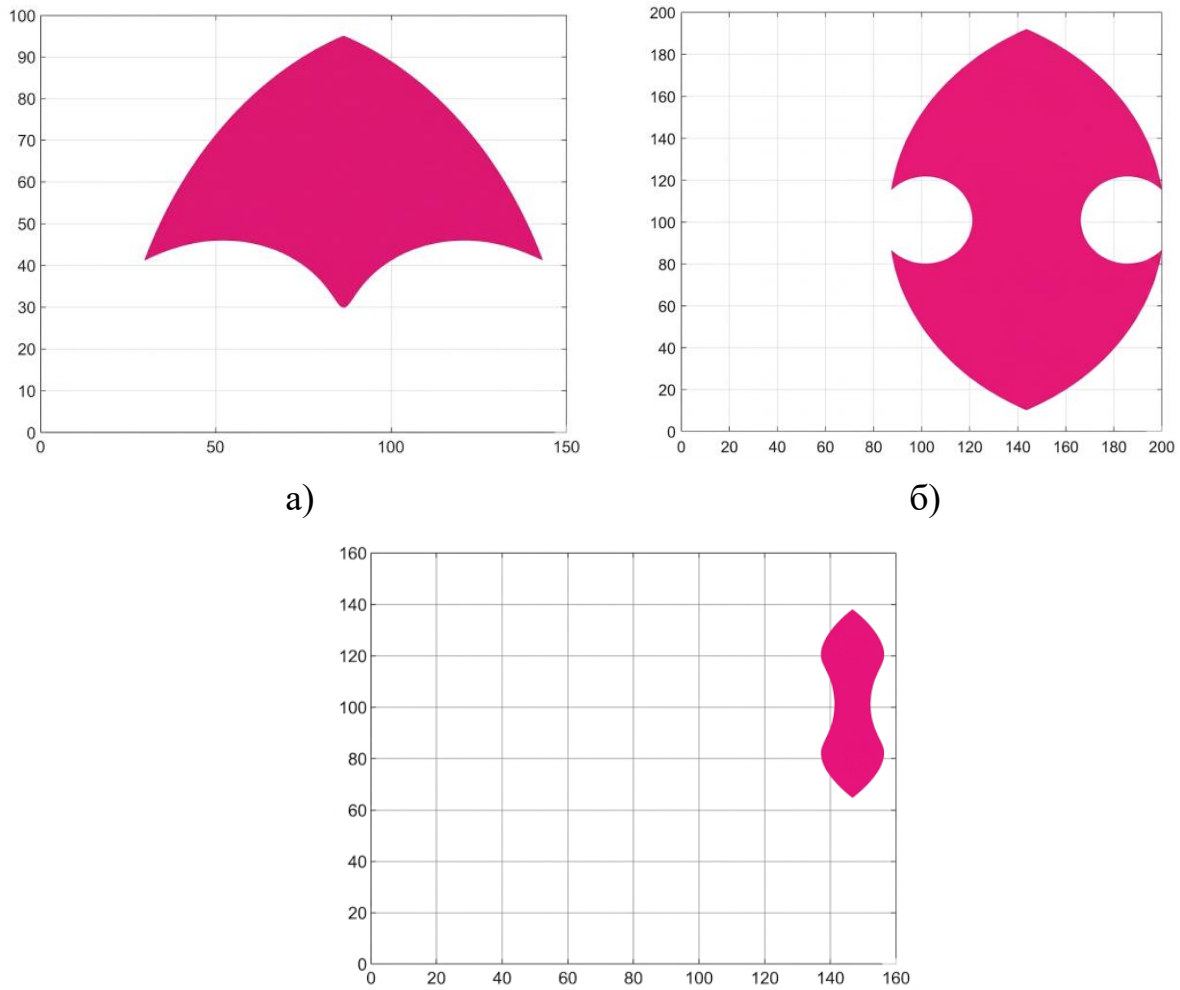
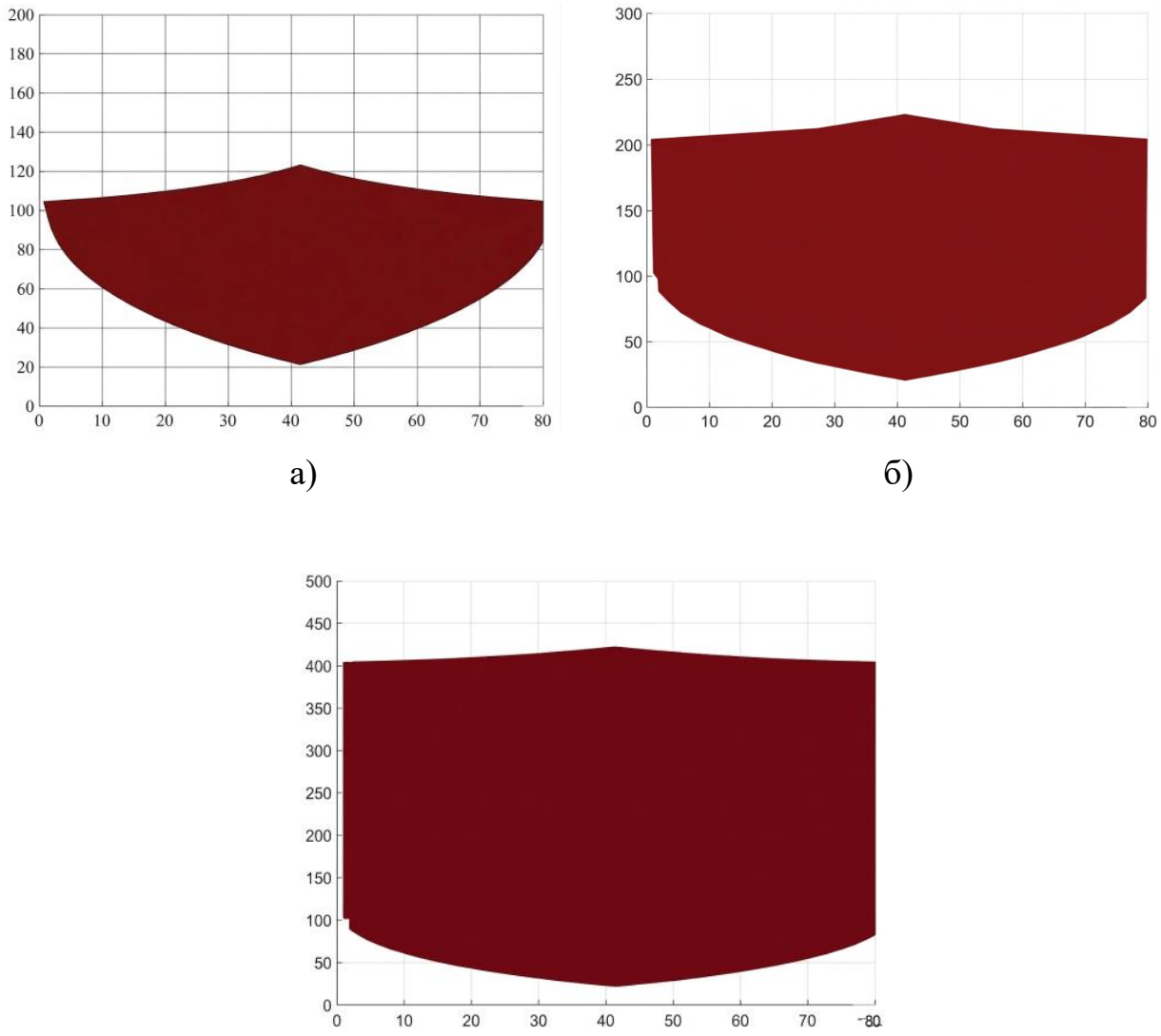


Рис. 3.14. Вплив співвідношення довжини приводів та базової відстані на форму робочого простору механізму «біпод»: а) $l_{1min} + l_{2min} > b$, $l_{1max} > b$, $l_{q2max} > b$; б) $l_{1min} + l_{2min} < b$, $l_{1max} > b$, $l_{2max} > b$; в) $l_{1min} + l_{2min} < b$, $l_{1max} < b$, $l_{2max} < b$

Для механізму типу «Біглайд» (кінематичні ланки постійної довжини). Для біглайда висота (або глибина) робочої зони обмежена постійною довжиною штанг l та відстанню між повзунами m на напрямних. Згідно з рівняннями прямої кінематики, максимальне висування платформи визначається як $z = 0.5\sqrt{(2l - m + n)(2l + m - n)}$, за обов'язкової умови $m \leq 2l - n$, де n – відстань між шарнірами платформи.

Лінійне розширення робочого простору механізму «біглайд» по осі X при збільшенні діапазону ходу кареток (від 100 до 400 мм) показано на рис. 3.15.



а) б)

в)

Рис. 3.15. Лінійне розширення робочого простору механізму «біглайд» по осі X при збільшенні діапазону ходу кареток (від 100 до 400 мм): а) $q1max = q2max$ =100 mm; б) $q1max = q2max$ = 200 mm; в) $q1max = q2max$ = 400 mm

Для маніпулятора Double-SCARA (п`ятиланковий механізм). У плоскому п'ятиланковому маніпуляторі розмір робочої зони залежить від відстані d між двома базовими двигунами порівняно з довжинами кінематичних ланок l. Геометричний закон такий: що менша відстань d, то

ближчою форма робочого простору стає до ідеального суцільного кола, і тим більшою є його площа.

Однак тут виникає складність врахування розміру робочого простору та можливістю зіткнення ланок. Наприклад, при розробці промислового робота DexTAR конструктори обрали довжину всіх ланок $l = 90$ мм. Щоб забезпечити максимальний робочий простір, відстань між двигунами d мала бути мінімальною, але достатньою для вільного проходження ланок одна повз одну (уникнення зіткнень). Тому параметр d було встановлено на рівні 118 мм (або оптимізовано до 120 мм з міркувань практичності) [19]. Це дозволяє позбутися внутрішніх «мертвих зон» у робочому просторі.

3.4. Принципи проектування і конструювання двокоординатних верстатів з паралельною кінематикою

Проектування та конструювання верстатів з механізмами паралельної структури суттєво відрізняється від створення традиційного обладнання з послідовною кінематикою. Для традиційних верстатів кінематичні характеристики (швидкість, точність, жорсткість) є постійними в усій робочій зоні, тоді як для паралельних механізмів вони нелінійно залежать від конфігурації та положення інструмента. Через високу чутливість механізмів паралельної структури до варіацій конструктивних розмірів, інтуїтивний підбір їхніх параметрів є неефективним. Тому в основі конструювання таких верстатів лежить принцип багатокритеріальної оптимізації, який забезпечує баланс між розміром робочої зони, габаритами обладнання, жорсткістю, кінематичною передачею зусиль та уникненням «особливих» положень.

Аналіз розглянутих двокоординатних архітектур дозволяє виділити наступні ключові принципи їх проектування.

Загальні принципи для всіх механізмів паралельної структури

Мінімізація рухомих мас. Головною перевагою подібних механізмів є висока динаміка (швидкості та прискорення). Для її реалізації треба намагатись розмістити найважчі елементи (насамперед, серводвигуни) на нерухомій станині верстата, залишаючи рухомими лише легкі штанги або важелі.

Симетричність конструкції. Для спрощення математичних розрахунків систем ЧПК, здешевлення виробництва та забезпечення однакової поведінки верстата у різних напрямках, довжини відповідних ланок і діапазони ходу приводів необхідно обирати однаковими (симетричними).

Принципи конструювання механізму типу «Біпод»

Основним конструктивним завданням для біпода є забезпечення неперервності його робочого простору. Для цього на етапі проектування необхідно дотримуватись геометричної умови: сума мінімальних довжин обох кінематичних ланок змінної довжини ($l_{1min} + l_{2min}$) обов'язково повинна бути більшою за базову відстань між шарнірами на станині (b). Якщо ця умова не виконується, робоча зона розривається на ізольовані частини.

Оскільки кінематичні ланки біпода працюють на розтяг та стиск, для запобігання їхньому поздовжньому вигину при максимальному висуванні, їх переріз має бути розрахований на максимальні зусилля різання.

Принципи конструювання механізму типу «Біглайд»

Використання просторових паралелограмів. В реальних конструкціях верстатів (наприклад, для фрезерування чи шліфування) одиничні штанги біглайда замінюють на конструкції у вигляді просторових паралелограмів. Це робиться для того, щоб жорстко зафіксувати орієнтацію рухомої платформи в

просторі, уникнути її паразитних поворотів під дією зусиль обрізки та суттєво підвищити просторову жорсткість.

Уникнення механічної інтерференції (зіткнення кінематичних ланок) забезпечується дотриманням співвідношення $m \leq 2l - n$ (де l – довжина штанги, *m* – відстань між каретками, *n* – база на платформі).

Принципи конструювання маніпулятора Double-SCARA

Рівність ланок для суцільного простору. Щоб уникнути появи недосяжних зон («отворів» або «мертвих зон») безпосередньо всередині робочого простору маніпулятора, необхідно проектувати усі рухомі ланки однакової довжини ($l_1 = l_2 = l$).

Оптимізація базової відстані. Відстань між двома базовими двигунами (*d*) має бути мінімальною для збільшення радіуса досяжності інструмента, однак вона повинна виконувати умову $d > l$ (відстань між осями двигунів має бути трохи більшою за довжину ланки). Якщо $d < l$, виникає механічне зіткнення ліктьових шарнірів, що унеможливлює повний оберт ланок.

Таким чином, надійне конструювання верстатів з механізмами паралельної структури вимагає комплексного підходу із застосуванням систем автоматизованого аналізу (CAD/CAE) та методів оптимізації, що дозволяє підібрати довжини ланок так, щоб верстат мав найбільший робочий простір за відсутності «особливих» положень та зіткнень інструмента чи ланок.

РОЗДІЛ 4
ЕКОНОМІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОЇ МОДЕЛІ ДВОКООРДИНАТНОГО ВЕРСТАТА З ПАРАЛЕЛЬНОЮ КІНЕМАТИКОЮ

4.1. Загальні вихідні дані

Для визначення найбільш ефективної конструкції двокоординатного верстату з паралельною кінематикою, порівняємо три різні варіанти:

- БІПОД – схема 1;
- БІГЛАЙД – схема 2;
- DOUBLE-SCARA – схема 3.

Для вирішення питання про економічну ефективність однієї з конструкцій, що розглядаються, та виявлення її техніко-економічних переваг проти інших, у якості бази для порівняння приймемо верстат для лазерної різки Bodor Laser A3.

Для забезпечення сумісності порівнюваних варіантів у процесі їх зіставлення, приймемо, що операція, яку вони виконують, не потребує великих габаритних розмірів верстата.

Загальні техніко-економічні показники порівнюваних варіантів зведено до табл. 4.1.

4.2. Визначення витрат на виготовлення верстатів та їхніх оптових цін

Після визначення трудомісткості виготовлення проектних верстатів розраховуємо:

а) основну заробітну плату виробничих робітників:

$$З_{\text{ор}} = \sum_{i=1}^{n} C_{\text{г(i)}} \cdot T_{\text{i}} \qquad (4.1)$$

де n – кількість i-тих видів робіт;

$C_{г(і)}$ – середньогодинна тарифна ставка робітників, які виконують *і*-й вид робіт з урахуванням умов праці, грн./год.;

$T_і$ - трудомісткість *і*-того виду робіт, нормо-год.

Таблиця 4.1

Загальні вихідні техніко-економічні показники

№ з/п	Показник	Варіанти			
		базовий	проектний		
			1	2	3
1.	Програма виробництва деталей, шт./рік	20000	20000	20000	20000
4.	Штучний час обробки деталі, хв.	3,9	3,1	3,1	3,0
5.	Площа, яку займає верстат, м^2	9,9	3,0	11,0	2,0
6.	Встановлена потужність електродвигунів, кВт	4,85	2,0	2,0	2,1
7.	Категорія ремонтної складності: механічної/електричної частин, УРО	13/12	7/7	8/7	8/7
8.	Розряд роботи верстатника	3	3	3	3
9.	Оптова ціна верстата, грн.	1200000	–	–	–

Так, основна заробітна плата виробничих робітників на механічних роботах з виготовлення верстата БІПОД:

$$З^{мех}_{ор(1)} = 65,3 \cdot 92,015 = 6008,58 \text{ грн.}$$

б) витрати на утримання та експлуатацію обладнання:

$$B_о = \sum_{i=1}^{n} З_{ор(і)} \cdot \frac{П_{во(і)}}{100}, \qquad (4.2)$$

де $П_{во(і)}$ - процент витрат на утримання та експлуатацію обладнання по *і*-му виду робіт за заводською калькуляцією.

Так, на механічних роботах з виготовлення верстата БІПОД:

$$B^{мех}_{0(1)} = 6008,58 \cdot \frac{280}{100} = 16824,02 \text{ грн.}$$

в) цехові витрати:

$$B_{\text{цех}} = \sum_{i=1}^{n} З_{\text{ор(i)}} \cdot \frac{П_{\text{цех(i)}}}{100}, \qquad (4.3)$$

де $П_{\text{цех(i)}}$ – процент цехових витрат по кожному *i*-му виду робіт за заводською калькуляцією.

Для механічних робіт з виготовлення верстата БІПОД:

$$B^{мех}_{\text{цех(1)}} = 6008,58 \cdot \frac{232}{100} = 13939,90 \text{ грн.}$$

Результати аналогічно виконаних розрахунків даних статей на інших роботах за всіма аналізованими верстатами заносимо до табл. 4.2.

Таблиця 4.2

Трудомісткість виготовлення та окремі види витрат, включені до собівартості верстатів

Види робіт	Трудомісткість робіт, нормо-год.	Середній розряд	Середньо-годинна тарифна ставка робітників, грн./год.	Основна заробітна плата робітників $З_{\text{ор}}$, грн.	Витрати на утримання та експлуатацію обладнання, $В_{\text{о}}$,		Цехові витрати $К_{\text{цех}}$	
					%	грн.	%	грн.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
БІПОД								
Ливарні	12,6	3	102,716	1294,22	230	2976,71	142	1837,79
Ковальсько-штампувальні	9,7	3	92,754	899,71	310	2789,11	223	2006,36
Механічні	65,3	4	92,015	6008,58	280	16824,02	232	13939,90
Термічні	2,5	3	102,716	256,79	285	731,85	250	641,98
Слюсарсько-складальні	10,1	4	92,015	929,35	210	1951,64	142	1319,68
Інші	29,8	5	104,284	3107,66	220	6836,86	140	4350,73
Всього	130,0	-	-	12496,32	-	32110,19	-	24096,44
БІГЛАЙД								
Ливарні	12,6	3	102,716	1294,22	230	2976,71	142	1837,79
Ковальсько-штампувальні	8,4	3	92,754	779,13	310	2415,31	223	1737,47
Механічні	78,6	4	92,015	7232,38	280	20250,66	232	16779,12

Продовження таблиці 4.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Термічні	2,5	3	102,716	256,79	285	731,85	250	641,98
Слюсарсько-складальні	13,4	4	92,015	929,35	210	1951,64	142	1319,68
Інші	31,2	5	104,287	3253,66	220	7158,05	140	4555,13
Всього	146,8	-	-	14049,19	-	36121,89	-	27302,34
DOUBLE-SCAR								
Ливарні	12,6	3	102,716	1294,22	230	2976,71	142	1837,79
Ковальсько-штампувальні	9,9	3	92,754	918,26	310	2846,62	223	2047,73
Механічні	64,0	4	92,015	5888,96	280	16489,09	232	13662,39
Термічні	2,5	3	102,716	256,79	285	731,85	250	641,98
Слюсарсько-складальні	13,4	4	92,015	929,35	210	1951,64	142	1319,68
Інші	29,8	5	104,284	3107,66	220	6836,86	140	4350,73
Всього	132,2	-	-	12698,90	-	32470,43	-	24291,48

Собівартість виготовлення проєктних верстатів розраховуємо за статтями витрат за допомогою отриманих на підприємстві кошторисних і звітних калькуляцій. Розрахунок виконуємо за формулою:

$$C_{\text{вир}} = M_{\text{о}} + M_{\text{д}} + П_{\text{н}} + T_{\text{в}} - B_{\text{зв}} + E_{\text{тех}} + П_{\text{тех}} + \\ + З_{\text{ор}} + З_{\text{др}} + B_{\text{єс}} + B_{\text{цп}} + B_{\text{цех}} + B_{\text{зав}} + B_{\text{ін}}, \quad (4.4)$$

де: $M_{\text{о}}$, $M_{\text{д}}$ – відповідно витрати на основні та допоміжні матеріали, грн.;

$П_{\text{н}}$ – покупні напівфабрикати та комплектуючі вироби, грн.;

$B_{\text{т}}$ – транспортно-заготівельні витрати, грн.;

$B_{\text{зв}}$ – зворотні відходи, які реалізуються (віднімаються), грн.;

$E_{\text{тех}}$, $П_{\text{тех}}$ – енергія та паливо на технологічні цілі, грн.;

$З_{\text{др}}$ – допоміжна заробітна плата виробничих робітників, грн.;

$B_{\text{єс}}$ – єдиний соціальний внесок, грн.;

$B_{\text{цп}}$ – відшкодування зносу інструмента та пристосувань цільового призначення, грн.;

$B_{\text{зав}}$, $B_{\text{ін}}$ – загальнозаводські та інші виробничі витрати, грн.;

$K_{\text{пв}}$ – позавиробничі витрати, грн.

Розрахунки $М_о$, $П_н$, зводимо до табл. 4.3.

Таблиця 4.3

Склад матеріальних витрат

№ з/п	Матеріали, покупні комплектуючі вироби	Одиниця	Витрати (шт., кг)	Ціна, грн.	Витрати на виріб, грн.
БІПОД					
Основні матеріали					
1.	Чавун СЧ15	кг	80,0	65,00	5200,00
2.	Сталь 45	кг	36,0	43,50	1566,00
Всього		–	–	–	6766,00
Покупні комплектуючі вироби					
1.	Телескопічні кінематичні ланки	шт.	2	10250,0	20500,00
2.	Лазер	шт.	1	32000,0	32000,0
3.	Двигуни	шт.	2	4180,00	8360,00
4.	Метизи	кг	3,5	120,00	420,00
Всього		–	–	–	61280,00
БІГЛАЙД					
Основні матеріали					
1.	Чавун СЧ15	кг	80,0	65,00	5200,00
2.	Сталь 45	кг	30,0	43,50	1305,00
Всього		–	–	–	6505,00
Покупні комплектуючі вироби					
1.	Кінематичні ланки постійної довжини	шт.	2	9000,00	18000,00
2.	Лазер	шт.	1	32000,0	32000,0
3.	Двигуни	шт.	2	4180,00	8360,00
4.	Напрямні	шт.	2	1500,00	3000,00
5.	Кульково-гвинтові пари для переміщення повзунів	шт.	2	10250,0	20500,00
6.	Метизи	кг	4,2	120,00	504,00
Всього		–	–	–	82364,00
DOUBLE-SCARA					
Основні матеріали					
1.	Чавун СЧ15	кг	80,0	65,00	5200,0
2.	Сталь 45	кг	38,0	43,50	1653,00
Всього		–	–	–	6853,00
Покупні комплектуючі вироби					
1.	Лазер	шт.	1	32000,0	32000,0
2.	Двигуни	шт.	2	4180,00	8360,00
3.	Пасові передачі (паси, шківи)	шт.	2	600,0	1200,00
4.	Метизи	кг	4,5	120,00	540,00
Всього		–	–	–	42100,00

Розрахунок собівартості зводимо до табл. 4.4.

Таблиця 4.4

Витрати на виготовлення та оптова ціна проєктних верстатів

№ з/п	Стаття калькуляції	Позначення	Метод розрахунку, джерело інформації	Величина, грн.		
				1	2	3
1.	Матеріали основні	$М_о$	табл. 5.5	6766,00	6505,00	6853,00
2.	Матеріали допоміжні	$М_д$	4% від $М_о$	270,64	260,20	274,12
3.	Покупні комплектуючі вироби	$П_н$	табл. 5.5	61280,00	82364,00	42100,00
4.	Зворотні відходи	$– В_{зв}$	6% від $М_о$	405,96	390,30	411,18
5.	Транспортно-заготівельні витрати	$В_т$	5% від $(М_о + М_д + П_н)$	2732,67	3565,17	1969,08
6.	Паливо та енергія на технологічні цілі	$П_{тех}$, $Е_{тех}$	79,8% від $М_о$	9972,06	11211,25	10133,72
7.	Всього матеріальні витрати			80615,41	103515,32	60918,75
8.	Основна заробітна плата виробничих робітників	$З_{ор}$	табл. 5.4	12496,32	14049,19	12698,90
9.	Додаткова заробітна плата виробничих робітників	$З_{др}$	10% від $З_{ор}$	1249,63	1404,92	1269,89
10.	Єдиний соціальний внесок	$В_{сс}$	22,0% від $(З_{ор}+З_{др})$	3024,11	3399,90	3073,13
11.	Відшкодування зносу інструментів та пристосувань цільового призначення	$В_{цп}$	12,2% від $З_{ор}$	1524,55	1714,00	1549,27
12.	Витрати на утримання та експлуатацію обладнання	$В_о$	табл. 5.4	32110,19	36121,89	32470,43
13.	Цехові витрати	$В_{цех}$	табл. 5.4	24096,44	27302,34	24291,48
14.	Загальнозаводські витрати	$В_{зав}$	221% від $З_{ор}$	27616,87	31048,70	28064,57
15.	Інші виробничі витрати	$В_{ін}$	3,4% від $З_{ор}$	424,87	477,67	431,76
16.	Виробнича собівартість	$С_{вир}$	Σст.1-15	183158,40	219033,94	164768,18
17.	Позавиробничі витрати	$К_{пв}$	1% від $С_{вир}$	1831,58	2190,34	1647,68
18.	Повна собівартість	$С_{пов}$	$С_{вир}+ К_{пв}$	184989,98	221224,28	166415,86
19.	Прибуток	$П_н$	20% від $С_{пов}$	36998,00	44244,86	33283,17
20.	Оптова ціна	$Ц_{опт}$	$С_{пов}+ П_н$	221987,98	265469,13	199699,03

Оптову ціну верстата розраховуємо за формулою:

$$Ц_{опт}=С_{пов}+П_н, \qquad (4.5)$$

де $П_н$ – нормативний прибуток, грн.

$$П_н = \frac{P_c \cdot C_{пов}}{100}, \quad (4.6)$$

P_c – встановлений рівень рентабельності виробу, %.

Прибуток та оптова ціна верстата:

- БІПОД:

$$П_{н(1)} = \frac{20 \cdot 184989,98}{100} = 36998,00 \text{ грн.};$$

$$Ц_{опт(1)} = 184989,98 + 36998,00 = 221987,98 = 222000 \text{ грн.};$$

- БІГЛАЙД:

$$П_{н(2)} = \frac{20 \cdot 221224,28}{100} = 44244,86 \text{ грн.};$$

$$Ц_{опт(3)} = 221224,28 + 44244,86 = 265469,13 = 265500 \text{ грн.};$$

- DOUBLE-SCARA:

$$П_{н(3)} = \frac{20 \cdot 166415,86}{100} = 33283,17 \text{ грн.};$$

$$Ц_{опт(3)} = 166415,86 + 33283,17 = 199699,03 = 199700 \text{ грн.}$$

4.3. Визначення експлуатаційних витрат (собівартості обробки)

Розрахунок експлуатаційних витрат виконуємо за формулою [1]:

$$B_е = \sum_{i=1}^{m} B_і \quad (4.7)$$

де $B_{мо}$ – витрати на основні матеріали (залишаються незмінними в порівнюваних варіантах), грн.;

$B_з$ – витрати на заробітну плату основну, додаткову з відрахуваннями на

соціальні потреби основних робітників, грн.;

$B_е$ – витрати на силову електроенергію, грн.;

$B_{мд}$ – витрати на допоміжні матеріали. грн.;

$B_р$ – витрати на ремонт обладнання, грн.;

$B_п$ – витрати на утримання приміщення, грн.;

$B_а$ – витрати на амортизацію обладнання, грн.

Витрати на заробітну плату основну, додаткову з відрахуваннями на соціальні потреби (єдиний соціальний внесок):

$$B_з = C_г \frac{T_{шт}}{60} \cdot \left(1 + K_д\right) \cdot \left(1 + K_с\right) \quad (4.8)$$

де $C_г$ - годинна тарифна ставка оператора, грн./год.;

$T_{шт}$ – час обробки деталі, хв.;

$K_д$, $K_с$ – відповідно коефіцієнти додаткової зарплати та відрахувань на соціальні потреби.

У базовому варіанті:

$$B_з^{баз} = 82,810 \cdot \frac{3,9}{60} \cdot \left(1 + 0,1\right) \cdot \left(1 + 0,22\right) = 7,2235 \text{ грн.}$$

В проектному варіанті:

- БІПОД і БІГЛАЙД:

$$B_{з(1)} = B_{з(2)} = 82,810 \cdot \frac{3,1}{60} \cdot \left(1 + 0,1\right) \cdot \left(1 + 0,22\right) = 5,7418 \text{ грн.};$$

- DOUBLE-SCARA:

$$B_{з(3)} = 82,810 \cdot \frac{3,0}{60} \cdot \left(1 + 0,1\right) \cdot \left(1 + 0,22\right) = 5,5566 \text{ грн.}$$

Витрати на електроенергію силову:

$$B_{\text{е}} = \frac{N_{\text{в}} \cdot K_{\text{о}} \cdot K_{\text{N}} \cdot K_{\text{д}}}{\eta_{\text{м}} \cdot \eta_{\text{с}}} \cdot \frac{T_{\text{шт}}}{60} \cdot Ц_{\text{ел}} \qquad (4.9)$$

де $N_{\text{в}}$ – встановлена потужність електродвигунів верстата, кВт;

$K_{\text{о}}$ – коефіцієнт одночасної роботи моторів (приймають 0,65...0,8);

K_{N} – коефіцієнт, який враховує завантаження електродвигунів за потужністю (приймають 0,65…0,8);

$K_{\text{д}}$ – коефіцієнт, який враховує завантаження електродвигунів верстата за часом (приймають 0,5…0,6);

$\eta_{\text{с}}$ – середній коефіцієнт корисної дії електродвигунів;

$\eta_{\text{м}}$ – коефіцієнт, що враховує втрати електроенергії в мережі підприємства;

$Ц_{\text{ел}}$ – ціна 1 кВт-год силової електроенергії, грн.

$$B_{\text{ел}}^{\text{баз}} = \frac{4,85 \cdot 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,5}{0,88 \cdot 0,95} \cdot \frac{3,9}{60} \cdot 18,1 = 1,4333 \text{ грн.};$$

$$B_{\text{ел(1)}} = B_{\text{ел(2)}} = \frac{2,0 \cdot 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,5}{0,88 \cdot 0,95} \cdot \frac{3,1}{60} \cdot 18,1 = 0,4698 \text{ грн.};$$

$$B_{\text{ел(3)}} = \frac{2,1 \cdot 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,5}{0,88 \cdot 0,95} \cdot \frac{3,0}{60} \cdot 18,1 = 0,4774 \text{ грн.}$$

Витрати на допоміжні матеріали:

$$B_{\text{дм}} = \frac{M_{\text{гв}} \cdot R_{\text{м}} \cdot T_{\text{шт}}}{60 \cdot 100} \cdot K_{\text{п}} \qquad (4.10)$$

де $M_{\text{гв}}$ – годинні витрати на допоміжні матеріали на 1 УРО механічної частини всіх типів верстатів, коп.;

$R_{\text{м}}$ – категорія складності ремонту механічної частини верстата, УРО;

$K_{\text{п}}$ – коефіцієнт, який враховує тип виробництва (для серійного $K_{\text{п}} = 1$).

$$B_{\text{дм}}^{\text{баз}} = \frac{79,5 \cdot 13 \cdot 3,9}{60 \cdot 100} \cdot 1,0 = 0,6718 \text{ грн.};$$

$$B_{\text{дм}(1)} = \frac{79,5 \cdot 7 \cdot 3,1}{60 \cdot 100} \cdot 1,0 = 0,2875 \text{ грн.};$$

$$B_{\text{дм}(2)} = \frac{79,5 \cdot 8 \cdot 3,1}{60 \cdot 100} \cdot 1,0 = 0,3286 \text{ грн.}$$

$$B_{\text{дм}(3)} = \frac{79,5 \cdot 8 \cdot 3,0}{60 \cdot 100} \cdot 1,0 = 0,3180 \text{ грн.}$$

Витрати на ремонт обладнання:

$$B_{\text{р}} = \frac{R_{\text{м}} \cdot Г_{\text{вм}} + R_{\text{е}} \cdot Г_{\text{ве}}}{F_{\text{дрм}}} \cdot \frac{T_{\text{нор}}}{60}, \qquad (4.11)$$

де $Г_{\text{вм}}$, $Г_{\text{ве}}$ – відповідні річні витрати на всі види ремонту на 1 УРО механічної та електричної частин верстата, грн./рік;

$F_{\text{дрм}}$ – дійсний річний фонд часу роботи верстата (при двозмінному режимі роботи для серійного виробництва – 3950 год.).

$$B_{p}^{баз} = \frac{(13 \cdot 980 + 12 \cdot 790) \cdot 3,9}{3950 \cdot 60} = 0,3656 \text{ грн.};$$

$$B_{p(1)} = \frac{(7 \cdot 980 + 7 \cdot 790) \cdot 3,1}{3950 \cdot 60} = 0,1621 \text{ грн.};$$

$$B_{p(2)} = \frac{(8 \cdot 980 + 7 \cdot 790) \cdot 3,1}{3950 \cdot 60} = 0,1749 \text{ грн.};$$

$$B_{p(3)} = \frac{(8 \cdot 980 + 7 \cdot 790) \cdot 3,0}{3950 \cdot 60} = 0,1692 \text{ грн.}$$

Витрати на утримання приміщення:

$$B_{\text{уп}} = \frac{F_{\text{о}} \cdot K_{\text{д}} \cdot C}{F_{\text{дрм}}} \cdot \frac{T_{\text{нор}}}{60} \quad (4.12)$$

де $F_{\text{о}}$ – виробнича площа, яку займає одиниця обладнання, м^2;

$K_{\text{д}}$ – коефіцієнт, який враховує додаткову площу (на проходи, проїзди, побутові та службові приміщення):

C – річні витрати, пов'язані з використанням 1 м^2 виробничого приміщення, грн./м^2;

$F_{\text{дрм}}$ - дійсний річний фонд часу роботи обладнання, год.

$$B_{\text{уп}}^{\text{баз}} = \frac{9,9 \cdot 2,5 \cdot 3,9}{3950 \cdot 60} \cdot 788 = 0,3209 \text{ грн.};$$

$$B_{\text{уп(1)}} = \frac{3,0 \cdot 3,5 \cdot 3,1}{3950 \cdot 60} \cdot 788 = 0,1082 \text{ грн.};$$

$$B_{\text{уп(2)}} = \frac{11,0 \cdot 2,0 \cdot 3,1}{3950 \cdot 60} \cdot 788 = 0,2268 \text{ грн.};$$

$$B_{\text{уп(3)}} = \frac{2,0 \cdot 3,5 \cdot 3,0}{3950 \cdot 60} \cdot 788 = 0,0698 \text{ грн.}$$

Витрати на амортизацію верстата:

$$B_{\text{а}} = \frac{\Phi_{\text{бал}} \cdot H_{\text{а}}}{F_{\text{дрм}} \cdot 100} \cdot \frac{T_{\text{нор}}}{60} \quad (4.13)$$

де $H_{\text{а}}$ – норма амортизації, %;

$\Phi_{\text{бал}}$ – балансова вартість верстата, грн.

Балансова вартість базового верстата:

$$\Phi_{\text{бал}} = Ц_{\text{опт}} \cdot \left(1 + K_{\text{тр}} + K_{\text{м}} + K_{\Phi}\right) \quad (4.14)$$

де $Ц_{\text{опт}}$ – оптова ціна верстата, грн.;

$K_{тр}$, $K_м$, $K_Ф$ – відповідно коефіцієнти, які враховують транспортування (0,05...0,1), монтаж (0,04...0,06) та влаштування фундаменту (0,02...0,08).

$$Ф_{бал}^{баз} = 1120000 \cdot (1 + 0,08 + 0,06 + 0,05) = 1332800 \text{ грн.},$$

$$Ф_{бал(1)} = 222000 \cdot (1 + 0,08 + 0,06 + 0,05) = 264180 \text{ грн.},$$

$$Ф_{бал(2)} = 265500 \cdot (1 + 0,08 + 0,06 + 0,05) = 315945 \text{ грн.},$$

$$Ф_{бал(3)} = 199700 \cdot (1 + 0,08 + 0,06 + 0,05) = 237643 \text{ грн.},$$

$$B_а^{баз} = \frac{1332800 \cdot 20 \cdot 3,9}{3950 \cdot 60 \cdot 100} = 4,3864 \text{ грн.},$$

$$B_{а(1)} = \frac{264180 \cdot 20 \cdot 3,1}{3950 \cdot 60 \cdot 100} = 0,6911 \text{ грн.},$$

$$B_{а(2)} = \frac{315945 \cdot 20 \cdot 3,1}{3950 \cdot 60 \cdot 100} = 0,8265 \text{ грн.},$$

$$B_{а(3)} = \frac{237643 \cdot 20 \cdot 3,0}{3950 \cdot 60 \cdot 100} = 0,6016 \text{ грн.},$$

Результати розрахунків зводимо до таблиці 4.5.

Таблиця 4.5

Експлуатаційні витрати (собівартість обробки)

№ п.п	Експлуатаційні витрати	Базовий варіант	Проєкт		
			1	2	3
1.	Заробітна плата робітника основна, додаткова з відрахуваннями на соціальні потреби $B_з$	7,2235	5,7418	5,7418	5,5566
2.	Силова електроенергія $B_{ел}$	1,4333	0,4698	0,4698	0,4774
3.	Допоміжні матеріали $B_{дм}$	0,6718	0,2875	0,3286	0,3180
4.	Ремонт обладнання $B_р$	0,3656	0,1621	0,1749	0,1692
5.	Утримання приміщення $B_{уп}$	0,3209	0,1082	0,2268	0,0698
6.	Амортизація обладнання $B_а$	4,3864	0,6911	0,8265	0,6016
7.	Загальна сума $B_е$	14,4015	7,4605	7,7684	7,1986

4.4. Розрахунок показників економічної ефективності проекту

Приведені витрати за порівнюваними варіантами визначимо за формулою:

$$B_{пр(i)} = B_{р.е(i)} + E_н \cdot K_i = B_{е(i)} \cdot N_д + E_н \cdot (Ф_{бал(i)} \cdot Q + ПЗ_i), \qquad (4.15)$$

де $B_{р.i}$ – річні експлуатаційні витрати за *і*-тим варіантом, грн.;

$N_д$ – річна програма випуску продукції, грн.;

$E_н$ – нормативний коефіцієнт ефективності капітальних вкладень, $E_н$=0,16;

K_i – капітальні витрати за варіантом, які включають балансову вартість обладнання ($Ф_{бал(i)}$) та його програмне забезпечення ($ПЗ_i$), грн.$

Q – потреба у верстатах для виконання річної програми випуску деталей, шт.:

$$Q_р = \frac{N_д \cdot T_{нор}}{F_{дрм} \cdot 60 \cdot к_в}, \qquad (4.16)$$

де $к_в$ – коефіцієнт виконання норм (за даними підприємства).

$$Q_{р.баз} = \frac{20000 \cdot 3,9}{3950 \cdot 60 \cdot 1,01} = 0,33 \ (Q_{баз}=1);$$

$$Q_{р.пр(1-2)} = \frac{20000 \cdot 3,1}{3950 \cdot 60 \cdot 1,01} = 0,26 \ (Q_{пр(1-2)}=1);$$

$$Q_{р.пр(1-2)} = \frac{20000 \cdot 3,0}{3950 \cdot 60 \cdot 1,01} = 0,25 \ (Q_{пр(3)}=1).$$

$$B_{пр}^{баз} = 14,415 \cdot 20000 + 0,16 \cdot (1332800 \cdot 1 + 32000) = 506398 \ грн.;$$

$$B_{пр(1)} = 7,4605 \cdot 20000 + 0,16 \cdot (264180 \cdot 1 + 58000) = 200759 \ грн.;$$

$$B_{пр(2)} = 7,7684 \cdot 20000 + 0,16 \cdot (315945 \cdot 1 + 65000) = 216320 \ грн.;$$

$$B_{пр(3)} = 7{,}1926 \cdot 20000 + 0{,}16 \cdot (237643 \cdot 1 + 60000) = 191475 \text{ } грн.$$

Річний економічний ефект, який отримує підприємство від придбання та експлуатації верстата [1]:

$$E_{р(i)} = B_{пр.баз} - B_{пр(i)}, \quad (4.17)$$

де $B_{пр.баз}$, $B_{пр(i)}$ – відповідно експлуатаційні витрати у базовому та i-му проектному варіанті в розрахунку на одиницю продукції, грн.;

$$E_{р(1)} = 506398 - 200759 = 305639 \text{ грн.};$$

$$E_{р(2)} = 506398 - 216319 = 290079 \text{ грн.};$$

$$E_{р(3)} = 506398 - 191475 = 314923 \text{ грн.}$$

У підсумку складаємо зведену таблицю техніко-економічних показників (табл. 4.6).

Таблиця 4.6

Підсумкові техніко-економічні показники базового та проектного варіантів

№	Показники	Базовий варіант	Проєктні схеми		
			Біпод	Біглайд	Double-scara
1.	Потреба у верстатах для виконання річної програми випуску продукції, шт./рік	1	1	1	1
2.	Річний випуск продукції, шт./рік	20000	20000	20000	20000
3.	Штучний час обробки деталі, хв.	3,9	3,1	3,1	3,0
4.	Коефіцієнт завантаження верстата ($\eta_з$)	0,33	0,26	0,26	0,25
5.	Повна собівартість верстата, грн	-	184990	221225	166416
6.	Оптова ціна верстата, грн.	1120000	222000	265500	199700
7.	Балансова вартість верстату, грн.	1332800	264180	315945	237643
8.	Вартість програмного забезпечення, грн.	32000	58000	65000	60000
9.	Собівартість одиниці обробки на верстаті, грн.	14,401	7,461	7,768	7,193
10	Приведені витрати, грн.	506398	200759	216319	191475
11	Річний економічний ефект, грн.	-	305640	20190	314920

Висновок: Найбільш ефективною конструкцією двокоординатного верстату з паралельною кінематикою, з економічного погляду, можна вважати варіант 3 – DOUBLE-SCARA. Серед порівнюваних варіантів даний верстат виявився найдешевшим (оптова ціна – 199700 грн.). Його використання в експлуатації забезпечує мінімум приведених витрат (191475 грн.), найменші експлуатаційні витрати (в розрахунку на одиницю продукції – 7,193 грн.) та найбільший річний економічний ефект. Другим за результативністю є БІПОД. Його ціна перевищує ціну DOUBLE-SCARA на 22300 грн. Приведені витрати, які забезпечує БІПОД порівняно з лідером, більше на 9284 грн., а річний економічний ефект – менше на 9280 грн.

ВИСНОВКИ

У даній кваліфікаційній роботі для освітнього ступеня «магістр» досліджено двокоординатні верстати з паралельною кінематикою та визначено їх конструктивні і кінематичні залежності.

При розв’язанні даного завдання вирішено наступні задачі: проаналізовано існуючі схеми побудови двокоординатного технологічного обладнання з паралельною кінематикою та їх технічні характеристики; поставлено і розв’язано пряму та зворотну задачі кінематики для визначених компоновок верстатів і визначено їх кінематичні залежності; проведено теоретичні дослідження узгодженості рухів кінематичних ланок та виконано моделювання робочого простору для різних варіантів компоновок; розраховано техніко-економічні показники для вибору оптимальної моделі двокоординатного верстата.

Результати моделювання свідчать, що кожна з розглянутих архітектур має свої особливості. Механізм типу «біглайд» дозволяє необмежено розширювати робочий простір вздовж однієї осі за рахунок подовження напрямних, що робить його найпридатнішим для обробки довгомірних деталей. Маніпулятор Double-SCARA забезпечує найбільше відношення площі робочого простору до площі, яку займає сам механізм, проте характеризується кінематичною невизначеністю та вимагає найскладніших алгоритмів управління. Механізм «біпод» демонструє найвищу однозначність при розв’язанні зворотної задачі кінематики, але має найменший робочий простір.

В роботі проведено економічне обґрунтування впровадження результатів досліджень при проектуванні та експлуатації двокоординатних верстатів (на прикладі обладнання для лазерної різки). Визначено, що найбільш ефективною конструкцією з економічного погляду є архітектура DOUBLE-SCARA. Його впровадження дозволить отримати у користувача найбільший річний економічний ефект у розмірі 314 920 грн.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Валявський І.А. Комп‘ютерне моделювання робочого простору верстата-гексапода / І. А. Валявський // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – Запоріжжя, ЗНТУ, 2003. – №2. – С. 109-114

2. Валявський І. А. Математичне моделювання положення вихідного органу *l*-координатного механізму / І. А. Валявський, В. А. Крижанівський // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація : збірник наук. праць. – Кіровоград : КДТУ, 2003. – Вип. 12. – С. 223–229.

3. Валявський І. А. Графічне моделювання робочого простору верстата-гексапода / І. А. Валявський, В. А. Крижанівський // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація : збірник наук. праць. – Кіровоград : КДТУ, 2003. – Вип. 13.

4. Валявський І. А. Технологічне обладнання з паралельною кінематикою : навч. посіб. / І. А. Валявський, О. В. Лисенко, І. А. Лисенко ; М-во освіти і науки України, Центральноукраїн. нац. техн. ун-т. - Кропивницький : ЦНТУ, 2023. - 281 с.

5. Дмитрієв Д. О. Компоновки і кінематика свердлильно-фрезерних верстатів з механізмами паралельної структури // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія: Машинобудування. – 2010. – № 59. – С. 63–69.

6. Кириченко А. М. Геометрична побудова робочого простору обладнання з механізмами паралельної структури / А. М. Кириченко, В. Б. Струтинський // Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету. Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. – Кіровоград : КНТУ, 2011. – Вип. 24. – С. 216-222

7. Кириченко А. Аналіз кінематики верстата з двокоординатним механізмом паралельної структури «біпод» / А. Кириченко, Л. Ленченко, С. Заїка // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2008. – Том 13, № 2. – С. 74–79.

8. Костюк В. І. Робототехніка / В. І. Костюк, Г. О. Спину, Л. С. Ямпольський. – К. : Вища школа, 1994. – 446 с.

9. Кропівний О. О. Кінематичні залежності двокоординатного механізму паралельної структури з поворотним кріпленням шарнірів штанг змінної довжини. / О.О. Кропівний, А.І. Гречка, А.М. Кириченко, К.К. Щербина // Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки. 2022. Вип. 5(2). С. 22-30

10. Кузнєцов Ю. М. Сучасний стан, прогнозування і перспективи розвитку верстатів з паралельною кінематикою / Ю. М. Кузнеєцов, В. А. Крижанівський, Р. А. Скляров // Процеси механічної обробки в машинобудуванні : (зб. наукових праць). – ЖДТУ, 2005. – Вип. 1. – С. 320–333.

11. Кузнєцов Ю. М. Візуалізація формоутворюючих рухів механізмами паралельної структури в верстатах нових компоновок / Ю. М. Кузнєцов, Д. О. Дмитрієв // Вісник ТДТУ. – 2008. – № 1.

12. Кузнєцов Ю. М. Моделювання технологічних рухів в верстатах паралельної структури при обробці складнопрофільних поверхонь / Ю. М. Кузнєцов, Д. О. Дмитрієв // Современные технологии в машиностроении : (зб. наукових праць НТУ «ХПІ»). – 2008. – Вип. 1.

13. Кузнєцов Ю. М. Світові тенденції і перспективи розвитку верстатобудування в Україні / Ю. М. Кузнєцов // Зб. наук. праць за матеріалами науково-методичної конф. «Вища освіта – 2006». – 2007. – С. 45–55.

14. Павленко І.І. Дослідження впливу конструктивних параметрів механізму паралельної структури на функціональні можливості верстата з паралельною кінематикою. / І. І. Павленко, І. А. Валявський // Конструювання,

виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. – Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. – Кіровоград, 2008. – Вип. 38. – С. 284-288.

15. Економічні та організаційно-планові розрахунки при обґрунтуванні доцільності розробки нових виробів: метод. вказівки для виконання економічної частини дипломних проектів для студ. спец. 131 «Прикладна механіка» та 133 «Галузеве машинобудування» //Укладачі: Журило І.В., Полтавець М.М. Кропивницький: ЦНТУ, 2017. 40 с.

16. Петренко К.В., Скоробогатова Н.Є. Економіка і організація виробництва: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними та інженерними спеціальностями. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 177 с. URL: https://ela.kpi.ua/handle/123456789/27463

17. Савченко С.М. Економіка і організація виробництва: практикум для студентів технічних спеціальностей. / С.М. Савченко, А.Д. Кухарук, Н.Ю. Тимошенко. // Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022, 93 с. URL: https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46962.

18. Ben-Horin A. Kinematics of a planar parallel robot / A. Ben-Horin, M. Shoham // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. – 2006.

19. Bonev I. DexTAR. User's Manual. – Montreal: Mecademic Inc., 2014. – 25 p.

20. Campos L. Development of a Five-Bar Parallel Robot with Large Workspace / L. Campos, F. Bourbonnais, I. Bonev, P. Bigras. // ASME Design Engineering Technical Conference. – Montreal, QC, Canada, 2010. – P. 917–922.

21. Chablat D. Architecture Optimization of a 2-DOF Translational Mechanism for Machining Applications, the Orthoglide / D. Chablat, P. Wenger. // IEEE Transactions on Robotics and Automation. – 2003. – Vol. 19, No. 3. – P. 403–410.

22. Figielski A. Towards development of a 2-DOF planar parallel robot with optimal workspace use / A. Figielski, I. Bonev, P. Bigras // IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. – Montreal, QC, Canada, 2007.

23. Lilla A. Quicker Success with Hybrid Kinematics «ECOSPEED», The 3rd Chemnitz Parallel Kinematics Seminar PKS 2002, Chemnitz, Germany, pp.775-784

24. Merlet J.-P. Parallel Robots (Second Edition) // Solid Mechanics and Its Applications. – Springer, 2006. – 412 p.

25. Rehsteiner F. Putting parallel kinematics machines (PKM) to productive work / F. Rehsteiner, R. Neugebauer, S. Spiewak, F. Wieland // Annals of CIRP, 48/1/1999, p. 345-350.

26. Stan S.-D. Optimal Design of Parallel Kinematics Machines with 2 Degrees of Freedom / S.-D. Stan, V. Maties, R. Balan // Parallel Manipulators, towards New Applications (Ed. Huapeng Wu), I-Tech Education and Publishing. – 2008. – P. 307–315.

27. Stan S.-D. Optimal Design of a 2 DOF Micro Parallel Robot Using Genetic Algorithms / S.-D. Stan, V. Maties, R. Balan // Proceedings of the IEEE International Conference on Integration Technology (ICIT). – Shenzhen, China, 2007. – P. 719–724.

28. Tlusty J. Fundamental comparison of the use of serial and parallel kinematics for machine tools / J. Tlusty, J. Ziegert, S. Ridgeway // Annals of CIRP, 48/1/1999, pp. 351-356

29. Zou P. A Novel Biglide Parallel Grinder // Key Engineering Materials. – 2001. – Vols. 202-203. – P. 447–450.

30. Zou P. Kinematic analysis of a biglide parallel grinder // Journal of Materials Processing Technology. – 2003. – Vol. 138. – P. 461–463.