

УДК 631.363.28:631.333.92

DOI: <https://doi.org/10.32515/2414-3820.2023.53.247-255>**С. П. Степаненко**, д-р. техн. наук., ст. наук. співр., **С.П. Тримбач***Інститут механіки та автоматики агропромислового виробництва Національної академії аграрних наук України, Глеваха, Україна  
e-mail: stepanenko\_s@ukr.net*

## Математичне моделювання процесу утворення гранул із сипких матеріалів в грануляторах з кільцевою матрицею

На основі механізму та кінетичних закономірностей утворення гранул із сипких матеріалів розроблена математична модель процесу, який відбувається в грануляторах з кільцевою матрицею. Проведені дослідження показали, що процес грануляції сипких матеріалів є стохастичним, оскільки результуючий гранулометричний склад є полідисперсним, і це пояснюється нерівномірним процесом гранулювання, що залежить від фізико-механічних властивостей зв'язуючого матеріалу, безпосередньо від частинок сипкого матеріалу, а також від таких явищ, як коагуляція та руйнування, знос та деформація.

Під час вивчення механізму утворення гранул з сипкого матеріалу було встановлено, що накладення шарів на поверхні циліндричної гранули відбувається по спіральній кривій. У всіх випадках впливу геометрії та динаміки обертового руху кільцевої матриці форма гранули наближається до циліндра, за винятком сильно деформованих гранул. Була розроблена математична модель, яка загалом відображає динаміку асиметричного зростання гранули внаслідок її ущільнення та деформації. Отримані рівняння описують процес формування гранул з сипких матеріалів в грануляторах з кільцевою матрицею.

**грануляція, механізм утворення гранул, фізико-механічні властивості, кінетичні закономірності, математична модель**

**Постановка проблеми.** Процес гранулювання сипких матеріалів в матричних грануляторах є досить складним і залежить від багатьох факторів, які впливають на якість виконання даної операції. Процес гранулювання сипких матеріалів можна здійснювати декількома основними робочими органами, які можна поділити на вальцеві; шнекові; штемпельні; матричні [1-5].

Слід зауважити, що на даний час відсутнє моделювання процесу утворення гранул із сипких матеріалів в грануляторах з кільцевою матрицею для визначення значення кутової швидкості і лінійної швидкості руху частинок матеріалу при їх переміщенні в просторі між роликком та матрицею, тому визначення даної взаємозалежності є актуальним завданням для подальшого конструювання грануляторів з кільцевою матрицею.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** З метою розроблення математичної моделі фізичного процесу утворення гранул з сипких матеріалів в грануляторах з кільцевою матрицею з урахуванням анізотропії структури і деформації сипкого матеріалу проведено послідовні теоретичні та експериментальні дослідження.

Відомо, що потреба у гранулюванні сипких матеріалів та вимоги до їх якості призвели до створення різних видів технічних засобів і обладнання, таких як гранулятори з плоскою матрицею, з кільцевою матрицею, шнекові з високими зовнішніми напруженнями, обертові апарати та інші [1, 2].

Достатня кількість, як вітчизняних так і закордонних вчених [5] проводили експериментальні дослідження процесів гранулювання сипкого матеріалу у пристроях

для перемішування з подальшим гранулюванням матеріалу [3-7], і у грануляторах з кільцевою [3-7] та плоскою матрицею [8-12]. Вони показали, що кінцевий розмір гранул визначається багатьма параметрами, серед яких важливо відзначити розмір утвореної гранули, розміри частинок сипкого матеріалу, який подається в гранулятор та фізико-механічних властивостей сипкого середовища, властивості рідини, яка подається для зв'язування (структурованості) гранул та методи гранулювання. У роботах [13-15] розглядається вплив розмірів часток в'язучої рідини на утворення та подальший вихід гранул та на морфологію структури. Варто відзначити, що прогнозування необхідної кількості в'язучої рідини, тобто відповідного розміру крапель для отримання бажаного розміру гранули є досить складним завданням, оскільки, окрім зазначених факторів, розміри утворених гранул залежать від адгезійних властивостей сипкого матеріалу та фізичних властивостей рідини (в'язкість, поверхневий натяг). Деформація та умови ущільнення гранули визначаються вологозберігаючою здатністю поверхні гранул. У зв'язку з цим у роботах [11, 16] досліджено вплив розмірів часток сипкого матеріалу на швидкість утворення гранул у грануляторах з плоскою матрицею. Вводиться поняття часу проникнення в'язучої рідини в шар сипкого матеріалу, так званого часу пенетрації, який визначається як [16]:

$$t_{\Pi} = 1,4 \cdot \frac{V_0^{0,7} \cdot \eta_F}{\varepsilon^2 \cdot R_{\Pi} \sigma_P \cdot \cos(\theta)}, \quad (1)$$

де  $V_0$  - об'єм краплини рідини;

$R_{\Pi}$  - радіус утворених порожнин в сипкому середовищі (пор);

$\varepsilon$  - пористість матеріалу;

$\eta_F$  - в'язкість рідини;

$\theta$  - кут змочування сипкого матеріалу;

$\sigma_P$  - поверхневий натяг рідини.

**Постановка завдання.** Метою роботи є розробка математичної моделі, яка б в загальному вигляді відображала динаміку асиметричного зростання гранули внаслідок її ущільнення та деформації.

**Виклад основного матеріалу.** Слід відмітити, що однією з ключових проблем в промислових процесах гранулювання сипких матеріалів є визначення функції розподілу гранул за розмірами, що дозволяє визначити зміну їх середнього розміру за довжиною кола кільцевої матриці [6, 16, 17].

Для створення та аналізу складної моделі утворення гранул та їх ущільнення під час обертання кільцевої матриці з урахуванням анізотропії структури сформованих гранул було проведено ряд теоретичних досліджень.

Проведені дослідження [10, 16] вказують на те, що експериментальні криві розподілу гранул за розмірами в комбінованих грануляторах показують пік на кривій розподілу, максимум яких визначається в області структурного формування гранули. У грануляторах з кільцевою матрицею найбільш ефективним є математичний опис функції розподілу розмірів гранул за допомогою стохастичного диференціального рівняння Фоккера-Планка [17-19] на основі експериментальних даних, які описують неперервність процесу гранулювання та вихід гранул.

Як відомо [5, 8, 20], процес гранулювання супроводжуються ущільненням, деформацією та виходом гранул з філь'ери кільцевої матриці, що призводить до зміни їх фракційного складу (розміру), фізичних властивостей, таких як густина, міцність та пористість [10, 20]. Так в роботі [14] зміна густини гранули від часу і характеристик гранулятора представлена такою залежністю:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 10^{-4} \cdot \left[ \frac{D}{l} \right]^{-2} \cdot \omega^{0,1} \cdot k^{-1}, (2)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання кільцевої матриці;

$D, l$  – діаметр і ширина матриці;

$k$  – емпіричний коефіцієнт.

Достатня кількість емпіричних формул для розрахунку фізичних властивостей гранул наведено в роботах [6, 12, 14]. Важливо відзначити, що густина гранул

визначається як  $\rho = \rho_{сп} \cdot [1 - \varepsilon(t)]$ , де  $\rho_{сп}$  – густина сипкого матеріалу;

$\varepsilon(t)$  – пористість гранули, яка залежить від часу і реології матеріалу, ущільнення та деформації. Отже, зміна густини пов'язана зі зміною пористості гранули з плином часу.

Загалом процес грануляції, на перший погляд, здається досить простим, але є дуже складним явищем, яке включає дослідження і опис таких явищ, як формування гранули, реологія ущільнення, деформація та інше.

З метою створення і аналізу математичної моделі утворення гранули та її ущільнення під час обертання матриці з урахуванням анізотропії структури утворених гранул було проведено низку теоретичних та експериментальних досліджень.

Встановлено [1, 8, 18, 19], що механізм грануляції сипких матеріалів методом обертання кільцевої матриці з двороликовою системою визначається такими етапами: а) змішування сипкого матеріалу з краплями «зв'язучої» рідини та утворення деякої однорідної структури матеріалу; б) формування безпосередньо гранул в процесі грануляції, що визначається характером внутрішньо шарової взаємодії в середовищі часток матеріалу.

Геодинаміка процесу полягає у ротаційному русі матеріалу по поверхні матриці, завдяки чому геометрія руху наближається до симетрії обертального шару або сфери. Іншими словами, вона складається з нескінченної кількості вісей симетрії нескінченного порядку. У такій геометрії динаміка процесу сама по собі призводить до того, що сипкий матеріал в перерізі між роликком та матрицею набуває деякої форми: овал, еліпс, сама гранула циліндричної форми (рис.1). З іншого боку, геометрія анізотропії структури матеріалу визначається тертям, деформацією у всіх напрямках, що створює умови для викривлення та зміщення осей симетрії. Однак у всіх випадках впливу геометрії обертального руху та анізотропії структури форма матеріалу наближається до «круглої», за винятком сильно деформованого матеріалу та відповідного отримання гранул.



Рисунок 1 - Вихід циліндричної гранули з кільцевої матриці

Джерело: розроблено авторами

Залежність форми гранули від часу та умов її формування описується у сферичних координатах ( $R$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ), через площу поверхні гранул, наступним рівнянням:

$$S = \iint \sqrt{1 + R^{-2} \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right)^2 + (R \cdot \sin[\theta])^{-2} \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \psi}\right)^2} \cdot (R^2 \cdot \sin[\theta]) d\theta d\psi, \quad (3)$$

де  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \psi \leq \pi$  - полярні кути.

Якщо припустити, що  $\delta$  величина товщини матеріалу, який нагромаджується перед філь'єрою матриці для подальшого його ущільнення то можна записати  $\delta = R + \delta(\theta, \psi)$ .

З урахуванням умови, що  $\delta \ll R$ , площу поверхні гранули, враховуючи (2), можна представити так:

$$S = \iint \left[ 1 + 0,5 \cdot (R + \delta)^{-2} \cdot \left(\frac{\partial \delta}{\partial \theta}\right)^2 + 0,5 \cdot ((R + \delta) \cdot \sin[\theta])^{-2} \cdot \left(\frac{\partial \delta}{\partial \psi}\right)^2 \right] \cdot ((R + \delta)^2 \cdot \sin[\theta]) d\theta d\psi, \quad (4)$$

При зміні товщини  $\delta$  на деяку величину  $\Delta\delta$ , площа поверхні гранули змінюється на величину:

$$\Delta S = \iint \left[ 2 \cdot (R + \delta) \cdot \Delta\delta + \left(\frac{\partial \delta}{\partial \theta}\right) \left(\frac{\partial \Delta\delta}{\partial \theta}\right) + (\sin[\theta])^{-2} \cdot \left(\frac{\partial \delta}{\partial \psi}\right) \left(\frac{\partial \Delta\delta}{\partial \psi}\right) \right] \cdot (\sin[\theta]) d\theta d\psi, \quad (5)$$

Вираз (5) можна розглядати як зміну площі поверхні гранули при зміні товщини  $\delta$ . Інтегруючи два останні члени (5) від 0 до  $\pi$ , маємо:

$$\int \left(\frac{\partial \delta}{\partial \theta}\right) \left(\frac{\partial \Delta\delta}{\partial \theta}\right) \cdot (\sin[\theta]) d\theta = - \int \Delta\delta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin[\theta] \cdot \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right) d\theta, \quad (6)$$

$$\int \left(\frac{\partial \delta}{\partial \psi}\right) \left(\frac{\partial \Delta\delta}{\partial \psi}\right) \partial\psi = - \int \Delta\delta \cdot \frac{\partial^2 \delta}{\partial \psi^2} \partial\psi, \quad (7)$$

З урахуванням цих виразів і припускаючи, що зміна площі поверхні внаслідок нагромадження матеріалу за шириною  $\Delta l$  дорівнює  $\iint \delta \Delta l (\sin[\theta]) d\theta d\psi$ , вираз (5) можна представити наступним чином:

$$\Delta S = \iint \left( \left[ 2 \cdot (R + \delta) - (\sin[\theta])^{-1} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin[\theta] \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right) - (\sin[\theta])^{-2} \cdot \frac{\partial^2 \delta}{\partial \psi^2} \right] \cdot \Delta\delta \cdot \sin[\theta] + \sin[\theta] \delta \Delta l \right) d\theta d\psi \quad (8)$$

Дана залежність описує зміну площі поверхні гранули під час зміни товщини шару сипкого матеріалу.

Зміна об'єму гранули визначається як:

$$\Delta V = \iint \Delta\delta \cdot (R + \delta)^2 \sin[\theta] d\theta d\psi, \quad (9)$$

Поділімо підінтегральний вираз (8) на (9), враховуючи той факт, що  $\delta$  значно менше за  $R$ . Це дозволить нам отримати вираз під інтегралом, який

описує, як змінюється площа поверхні гранули відносно зміни її об'єму. Перейшовши до граничного випадку, ми отримаємо наступний вираз:

$$\frac{dS}{dV} = 2 \cdot R^{-1} - R^{-2} \cdot (\sin[\theta])^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin[\theta] \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right) - (R \cdot \sin[\theta])^{-2} \cdot \frac{\partial^2 \delta}{\partial \psi^2} + \delta \cdot \frac{\partial l}{\partial t}, \quad (10)$$

Після множення та ділення обох частин на  $\Delta t$  та позначення  $\frac{dV}{dt}$  як  $\varphi$  та  $\frac{\partial l}{\partial t}$  як  $V$ , ми можемо переписати рівняння (10) наступним чином:

$$\frac{dS}{dt} = \varphi \cdot \left[ 2 \cdot R^{-1} - R^{-2} \cdot (\sin[\theta])^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin[\theta] \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right) - (R \cdot \sin[\theta])^{-2} \cdot \frac{\partial^2 \delta}{\partial \psi^2} \right] + \delta \cdot V, \quad (11)$$

де  $V$  – швидкість руху гранули.

Величина  $V$  вказує на швидкість руху гранули, і це впливає на спосіб, яким змінюється її форма та розмір з часом. Таким чином, у рівнянні (10) перший член описує, як гранула змінює свою форму, враховуючи її геометричні особливості, тоді як другий член пояснює, як гранула рухається і змінюється у процесі. Загалом, рівняння (10) відображає динаміку зміни гранули, яка може бути нерегулярною через нерівномірність подачі матеріалу. Однак для симетричної гранули (циліндр) з радіусом  $r$  ( $S = 2\pi r(H+r)$ ),  $H$  – висота зрізаної частини циліндричної гранули, ми отримуємо більш просте рівняння, що пояснює, як змінюється її середній розмір у філь'єрі матриці.

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\varphi}{\pi \cdot r \cdot (H+r)} + \frac{\delta \cdot V}{\pi \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot r}, \quad (12)$$

Важливо відзначити, що гранула у формі циліндра має однакову будову у всіх напрямках і не змінює свою міцність та інші характеристики. Загальне рішення рівняння (12) складається з складних математичних виразів, тому розглянемо окремі сценарії його вирішення:

1. Якщо значення  $r$  набагато менше за  $\frac{\varphi \cdot (H+2 \cdot r)}{r \cdot (H+r) \cdot \delta \cdot V}$ , то рівняння (12) може бути наведено в наступному вигляді:

$$r \cdot (H+r) \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{2 \cdot \varphi(t)}{\pi}, \quad (13)$$

З початковою умовою:  $r(t)_{t=0} = r_0$ , рішення (13) набуде наступного вигляду:

$$r(t) = \left[ r_0^3 + \frac{6}{\pi} \int_0^t \varphi(t) dt \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (14)$$

2. Якщо значення  $r$  більше за  $\frac{\varphi \cdot (H+2 \cdot r)}{r \cdot (H+r) \cdot \delta \cdot V}$ , то рівняння (12) може бути наведено в наступному вигляді:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\delta \cdot V}{\pi \cdot [H+2 \cdot r]}, \quad (15)$$

рішення (15) набуде наступного вигляду:

$$r(t) = \left[ r_0^2 + \frac{\delta \cdot V}{\pi} t \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

Формула (15) аналогічна рівнянню для процесу гранулювання в грануляторі з кільцевою матрицею, яке було описано у дослідженні [18], як відомо  $V = \omega \cdot R_M$ , де  $\omega$  – кутова швидкості обертання та  $R_M$  радіус кільцевої матриці. На основі

розв'язків (14) і (16) процес утворення гранул можна поділити на дві стадії: від  $0$  до  $t_{\Pi}$ , коли формується структура гранули, і коли час більше за  $t_{\Pi}$ , тобто коли гранула збільшується завдяки пресуванню матеріалу на її торцеву поверхню. Відповідно,  $t_{\Pi}$  може бути визначено часом релаксації утворення гранули. Використовуючи рівняння (1) і вважаючи, що об'єм краплі рідини, що подається в процесі гранулювання для зв'язування сипкого матеріалу дорівнює  $V_k = \pi \cdot d_k^3 / 6$ , ми отримуємо:

$$t_{\Pi} = 0,9 \cdot \frac{d_k^2 \eta_p}{\varepsilon^2 \cdot R_{\Pi} \cdot \sigma_p \cdot \cos(\theta)}, \quad (17)$$

Рівняння (17) насправді відповідає умові та часу заповнення утворених «капілярних» пор у впорядкованих структурах. З нього випливає, що зі збільшенням середнього діаметра крапель рідини час утворення гранул значно збільшується, і це зростання пропорційне квадрату діаметра.

3. Перейдемо до розгляду стаціонарного варіанту рівняння (11) при  $t > t_{\Pi}$ :

$$\varphi \cdot R^{-2} \cdot \left[ (\sin[\theta])^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin[\theta] \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right) + (\sin[\theta])^{-2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial \theta^2} \right] = \delta \cdot V \quad (18)$$

Припустимо, що товщина накладених шарів у філь'єрі матриці залишається незмінною відносно полярного кута  $\psi$ , то рівняння (18) можна переписати наступним чином:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin[\theta] \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right) = \frac{\delta \cdot V \cdot R^2 \cdot \sin[\theta]}{\varphi} \quad (19)$$

Оскільки друга похідна  $\left( \frac{\partial^2 \delta}{\partial \theta^2} \right)$  незначна, це рівняння можна переписати у такому вигляді:

$$\cos[\theta] \frac{\partial \delta}{\partial \theta} = \frac{\delta \cdot V \cdot R^2 \cdot \sin[\theta]}{\varphi} \quad (20)$$

Розділимо обидві частини на  $\theta$  та проінтегруємо їх, і отримаємо вираз:

$$Ci[\theta] = \xi \cdot Si[\theta] \quad (21)$$

де  $Ci[\theta]$ ,  $Si[\theta]$  - інтегральні косинус та синус.

Значення  $\xi$  визначається виразом  $\xi = \frac{V \cdot R^2}{\varphi \cdot \partial \ln \delta / \partial \theta}$ , де  $\theta$  - це кут в радіанах.

Дане рівняння (21) відображає процес стаціонарного накладення шарів сипкого матеріалу над філь'єрою матриці у процесі гранулювання. На рис. 2 показані числові траєкторії накладення шарів сипкого матеріалу над філь'єрою матриці у процесі гранулювання при різних значеннях параметра  $\xi$ .

З рис. 2а, де  $\xi = 0,5$ , видно, що накладення шарів зосереджується більше в одному місці на поверхні гранули, тобто накладення менш рівномірне. З рис. 2б, де  $\xi = 1,0$ , накладення більш рівномірне, розподілене по всій торцевій поверхні гранули.

Встановлена геометрична інтерпретація допомагає розуміти, як параметр  $\xi$  впливає на процес гранулювання матеріалу. Більше значення  $\xi$  призводить до більш рівномірного процесу гранулювання матеріалу, в той час як менше значення  $\xi$  викликає нерівномірність процесу. Представлені графіки надають візуальне уявлення про процес гранулювання.

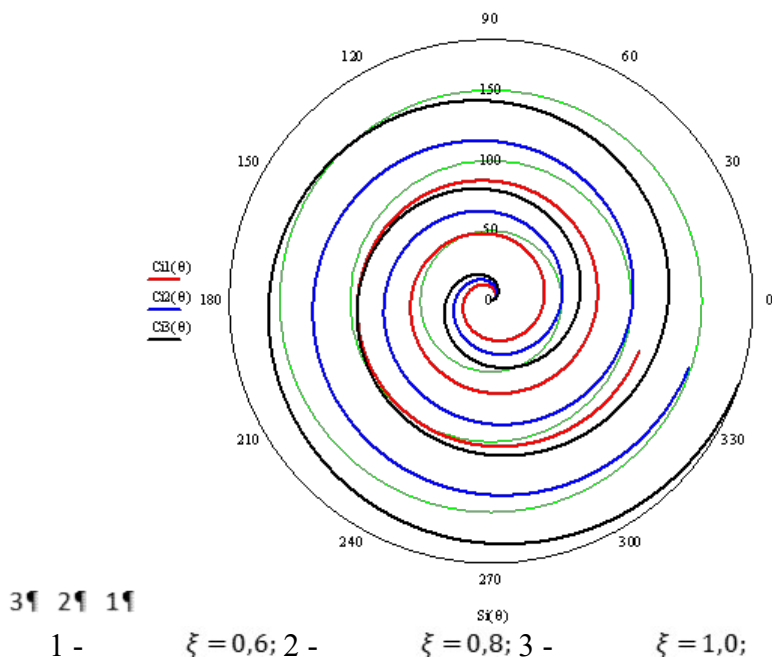


Рисунок 2 – Представлено геометрична інтерпретація моделі накладення шарів сипкого матеріалу над філь'єрою матриці на торцеву поверхню гранули для різних значень параметра  $\xi$   
 Джерело: розроблено авторами

**Висновки.** Під час вивчення механізму утворення гранул з сипкого матеріалу було встановлено, що накладення шарів на поверхні циліндричної гранули відбувається по спіральній траєкторії. У всіх випадках впливу геометрії та динаміки обертового руху кільцевої матриці форма гранули наближається до циліндра, за винятком сильно деформованих гранул.

Була розроблена математична модель (рівняння 11), яка загалом відображає динаміку асиметричного зростання гранули внаслідок її ущільнення та деформації. Отримані рівняння описують процес формування гранул з сипких матеріалів в грануляторах з кільцевою матрицею та включають три значущі аспекти.

## Список літератури

1. Корчемний М., Федорейко В., Щербань В. Енергозбереження в агропромисловому комплексі. Тернопіль, 2001. 975 с.
2. Братішко В. В. Механіко-технологічні основи приготування повнораціонних комбікормів гвинтовими грануляторами : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.05.11. Глеваха, 2017. 43 с.
3. Братішко В. В. Узгодження конструкційних параметрів матриць гвинтових грануляторів кормів за тиском та пропускною здатністю. *Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація*. 2014. № 27. С. 187–191.
4. Boltianska N. Ways to Improve Structures Gear Pelleting Presses. ТЕКА. *An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering*. 2018. Vol. 18, no. 2. P. 23–29.
5. Болтянська Н. І. Шляхи вдосконалення конструкцій шестеренних прес-грануляторів. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. 2019. № 10(109). С. 104–110.
6. Болтянська Н. І., Комар А. С. Обґрунтування шляхів вдосконалення процесу гранулювання у прес-грануляторах з кільцевою матрицею. *Механізація сільськогосподарського виробництва*. 2019. № 199. С. 176–186.
7. Pelleting Handbook. Sarpsborg, Borregaard Lignotech / J. Payne et al. 2001. 73 p.
8. Болтянська Н. І. Взаємодія пресуючого ролика і матеріалу в пресгрануляторі. *Праці ТДАТУ*. 2019. Т. 4, № 19. С. 260–269.

9. Комар А. С. Методика експериментальних досліджень установки для виготовлення пелет з перепелиного посліду. *Науковий вісник ТДАТУ*. 2020. Т. 2, № 10.
10. Тримбач С. П., Степаненко С. П. Дослідження технологічного процесу гранулювання кормів. *Збірник тез доповідей VIII Міжнародної науково-технічної конференції «Крамаровські читання» з нагоди 115-ї річниці від дня народження Крамарова Володимира Савовича (1906-1987)*, м. Київ. 2022. С. 261–266.
11. Тримбач С. П., Степаненко С. П. Дослідження процесу механічної взаємодії пресуючого механізму гранулятора з матеріалом. *Проблеми та перспективи розвитку сільськогосподарського машинобудування* : матеріали V Всеукр. наук.-практ. Інтернет-конф., м. Полтава. 2023. С. 173–177.
12. Sevostyanov M., Osokin A. Methodological Principles and Algorithm for Forming Technogenic Fibrous Materials with Low Bulk Density in a Flat-Matrix Extruder. 2022.
13. Комар А. С., Болтянська Н. І. Гранулювання органічних відходів рослинного походження на прикладі очерету. *Науковий вісник ТДАТУ*. 2020. Т. 1, № 10.
14. Boltianska N. I., Manita I. Y. Justification of the energy saving mechanism in the agricultural sector. *Engineering of nature management*. 2021. No. 1(19). P. 7–12.
15. Chłopek M., Dzik T., Hryniewicz M. Determining the grip angle in a granulator with a flat matrix. *Eksploatacja i Niezawodnosc*. 2014. No. 16. P. 337–340.
16. Hejft R. Selected problems in construction of granulators for plant materials. Part 2. – granulating and briquetting matrix. *Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering*. 2019. Vol. 64. P. 30–35.
17. Shkarpetkin E., Osokin A. Features of fibrous materials agglomeration in flat-matrix granulators. *Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019.
18. Тримбач С. П., Степаненко С. П. Теоретичні дослідження швидкості переміщення частинок сипкого матеріалу в процесі гранулювання. *Праці ТДАТУ*. 2023. Т. 2, № 23. С. 54–66
19. Мілько М. О., Рогач Ю. П., Комар А. С. Обґрунтування конструктивно-технологічних параметрів гранулятора з нерухомою матрицею. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. П. Василенка*. 2018. № 192. С. 202–209.
20. Döring S. Power from Pellets: Technology and Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2013. 226 p.

## References

1. Korchemnyi, M., Fedoreiko, V., & Shcherban, V. (2001). *Enerhozberezhennia v ahropromyslovomu kompleksi [Energy conservation in the agro-industrial complex]*. Ternopil [in Ukrainian].
2. Bratishko, V.V. (2017). *Mekhaniko-tekhnologichni osnovy pryhotuvannia povnoratsionnykh kombikormiv hvyntovymy hranulatoramy [Mechanical and technological basics of preparation of complete ration compound feed with screw granulators]*. *Extended abstract of doctor's thesis*. Glevakha [in Ukrainian].
3. Bratishko, V. V. (2014). *Uzgodzhennia konstruktsiinykh parametriv matryts hvyntovykh hranulatoriv kormiv za tyskom ta propusknoiu zdavnistiu [Coordination of the design parameters of the matrices of screw feed granulators by pressure and throughput]*. *Tekhnika v silskohospodarskomu vyrobnytstvi, haluzeve mashynobuduvannia, avtomatyzatsiia – Machinery in agricultural production, industrial engineering, automation, Issue 27*, 187–191 [in Ukrainian].
4. Boltianska, N. (2018). Ways to Improve Structures Gear Pelleting Presses. TEKA. *An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering*, 18(2), 23–29 [in English].
5. Boltianska, N.I. (2019). *Shliakhy vdoskonalennia konstruktsii shesterennykh pres-hranulatoriv [Ways of improving the designs of gear press granulators]*. *Mekhanizatsiia ta elektryfikatsiia silskoho hospodarstva – Mechanization and electrification of agriculture*, 10(109), 104–110 [in Ukrainian].
6. Boltianska, N.I., & Komar, A.S. (2019). *Obgruntuvannia shliakhiv vdoskonalennia protsesu hranulivannia u pres-hranulatorakh z kiltsevoiu matrytseiu [Justification of ways to improve the granulation process in press granulators with a ring matrix]*. *Mekhanizatsiia silskohospodarskoho vyrobnytstva – Mechanization of agricultural production*, 199, 176–186 [in Ukrainian].
7. Payne, J., Rattink, W., Smith, T., & Winowski, T. (2001). *Pelleting Handbook*. Sarpborg, Borregaard Lignotech [in English].
8. Boltianska, N. I. (2019). *Vzaiemodiia presuiuchoho rolyka i materialu v preshranulatori [Boltianska N. I. Interaction of the pressing roller and material in the press granulator]*. *Pratsi TDAU – Proceedings of TDAU*, 4(19), 260–269 [in Ukrainian].

9. Komar, A. S. (2020). Metodyka eksperymentalnykh doslidzhen ustanovky dlia vyhotovlennia pelet z perepelynoho poslidu [Methodology of experimental studies of the installation for the production of pellets from quail droppings]. *Naukovyi visnyk TDATU – Scientific Bulletin of TDATU*, 2(10) [in Ukrainian].
10. Trymbach, S. P., & Stepanenko, S. P. (2022). Doslidzhennia tekhnolohichnoho protsesu hranuliuvannia kormiv [Study of the technological process of fodder granulation]. U Zbirnyk tez dopovidei VIII Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii «Kramarovski chytannia» z nahody 115-yi richnytsi vid dnia narodzhennia Kramarova Volodymyra Savovycha (1906-1987) (s. 261–266). Vydavnychiy tsentr NUBiP Ukrainy [in Ukrainian].
11. Trymbach, S. P., & Stepanenko, S. P. (2023). Doslidzhennia protsesu mekhanichnoi vzaiemodii presuiuchoho mekhanizmu hranuliatora z materialom [Studies of the technological process of fodder granulation]. U *Problemy ta perspektyvy rozvytku silskohospodarskoho mashynobuduvannia* (s. 173–177). PDAU [in Ukrainian].
12. Sevostyanov, M., & Osokin, A. (2022). Methodological Principles and Algorithm for Forming Technogenic Fibrous Materials with Low Bulk Density in a Flat-Matrix Extruder.
13. Komar, A. S., & Boltianska, N. I. (2020). Hranuliuvannia orhanichnykh vidkhodiv roslynnoho pokhodzhennia na prykladi ocheretu [Granulation of organic waste of plant origin on the example of reed]. *Naukovyi visnyk TDATU – Scientific Bulletin of TDATU*, 2020, 1(10) [in Ukrainian].
14. Boltianska, N. I., & Manita, I. Y. (2021). Justification of the energy saving mechanism in the agricultural sector. *Engineering of nature management*, 1(19), 7–12.
15. Chłopek, M., Dzik, T., & Hryniewicz, M. (2014). Determining the grip angle in a granulator with a flat matrix. *Eksplatacja i Niezawodnosc*, 16, 337–340 [in English].
16. Hejft, R. (2019). Selected problems in construction of granulators for plant materials. Part 2. – granulating and briquetting matrix. *Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering*, 64, 30–35 [in English].
17. Shkarpetkin, E., & Osokin, A. (2019). Features of fibrous materials agglomeration in flat-matrix granulators. U *Conference Series: Materials Science and Engineering* [in English].
18. Trymbach, S. P., & Stepanenko, S. P. (2023). Teoretychni doslidzhennia shvydkosti peremishchennia chastynok sypkoho materialu v protsesi hranuliuvannia [Theoretical studies of the speed of movement of particles of loose material in the granulation process]. *Pratsi TDATU – Proceedings of TDATU*, 2(23), 54–66 [in Ukrainian].
19. Milko, M. O., Rohach, Yu. P., & Komar, A. S. (2018). Obruntuvannia konstruktyvno-tekhnolohichnykh parametriv hranuliatora z nerukhomoiu matrytseiu [Justification of the structural and technological parameters of the granulator with a fixed matrix]. *Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu silskoho hospodarstva im. P. Vasylenka – Bulletin of Kharkiv National Technical University of Agriculture named after P. Vasylenko*, 192, 202–209 [in Ukrainian].
20. Döring, S. (2013). *Power from Pellets: Technology and Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

**Serhii Stepanenko**, DSc., Senior Researcher, **Serhii Trimbach**, Applicant

*Institute of Mechanics and Automation of Agroindustrial Production, National Academy of Agrarian Sciences of Ukraine, Glevakha, Ukraine*

### **Mathematical Modeling of the Process of Forming Granules From Bulk Materials in Ring Matrix Granulators**

Based on the mechanism and kinetic regularities of granule formation from bulk materials, a mathematical model of the process occurring in ring matrix granulators has been developed. The studies have shown that the process of granulation of bulk materials is stochastic, as the resulting granulometric composition is polydisperse, and this is explained by the uneven granulation process, which depends on the physico-mechanical properties of the binding material, directly from the particles of bulk material, as well as phenomena such as coagulation and destruction, wear, and deformation.

During the study of the mechanism of granule formation from bulk material, it was established that the layering of layers on the surface of a cylindrical granule occurs along a spiral curve. In all cases of the influence of the geometry and dynamics of the rotary motion of the ring matrix, the shape of the granule approximates a cylinder, except for strongly deformed granules. A mathematical model was developed that generally reflects the dynamics of asymmetric granule growth due to its compaction and deformation. The obtained equations describe the process of forming granules from bulk materials in ring matrix granulators.

**granulation, mechanism of granule formation, physico-mechanical properties, kinetic regularities, mathematical model**

*Одержано (Received) 02.12.2023*

*Прорецензовано (Reviewed) 16.12.2023*

*Прийнято до друку (Approved) 27.12.2023*