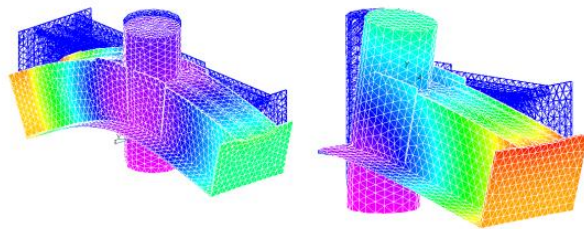


Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Кафедра будівельних, дорожніх машин і будівництва

БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА

Методичні рекомендації до виконання
розрахунково-проектувального завдання
"Визначення переміщень в статично визначених рамах"
(РПЗ №4) для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавр
спеціальності 192 – "Будівництво та цивільна інженерія"
для всіх форм навчання



Затверджено
на засіданні кафедри
будівельних, дорожніх машин і будівництва.
Протокол № 8 від 23 січня 2025 р.

Кропивницький 2025

Будівельна механіка. Методичні рекомендації до виконання розрахунково-проектувального завдання "Визначення переміщень в статично визначених рамах" (РПЗ№4) для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавр спеціальності 192 – "Будівництво та цивільна інженерія" для всіх форм навчання / [Уклад.: Г.Д. Портнов, В.В. Пукалов, А.А. Тихий, В.В. Дарієнко]. – Кропивницький : ЦНТУ, 2025. 44 с.

Методичні вказівки складені з метою полегшення самостійної роботи студентів при виконанні розрахунково-графічного завдання на тему: «Визначення переміщень в статично визначених рамах»

Укладачі:

Г.Д. Портнов – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва,
В.В. Пукалов – к.т.н., доцент кафедри деталей машин та прикладної механіки,
А.А. Тихий – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва,
В.В. Дарієнко – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва.

Рецензент:

І.О. Скриннік – к.т.н., доцент кафедри будівельних, дорожніх машин і будівництва.

Вступ

Методичні вказівки складено з метою полегшення самостійно - завдання на тему: «Визначення переміщень у статично визначених рамах».

Під впливом зовнішнього навантаження та інших чинників (зміна температури, усунення опор, неточності виготовлення конструкцій) споруди деформуються. Усі чи майже всі його перерізи (точки, вузли) займають нові положення. Визначення зміни положення будь:яко () споруд, так і для розрахунку статично невизначених систем.

Лінійні та кутові переміщення перерізів у рамках можна знаходити у різний спосіб. У методичних вказівках розгляда і найпростіший метод, який поляга формули - - .

1. Вимоги до виконання завдання

1. викладача, виходячи з рис.1 та табл. 1...4.

2. , ():

2.1 Варіант 1: на стандартних аркушах паперу (формату А4) на одній () зошити; на обкладинці мають бути зазначені: прізвище, ім'я та по батькові студента (повністю), назва факультету, шифр групи. Завдання слід () : - 20 , - 10 .

2.2 Варіант 2: друківка файлу Word (графіки ПК на паперовому носі .

3. , числовими даними, розрахункову схему в масштабі з числовим зазначенням величин, необхідних для розрахунку.

4. , , поясненнями та кресленнями, на яких усі величини, що входять у розрахунок, повинні бути показані в числах.

5. (у системі С,, а потім наводяться остаточні результати із зазначенням одиниць вимірювання знайдених величин.

6. . .

7. до вимог (.). На всіх епюрах необхідно зазначати масштаб, знаки та числові значення характерних ординат. Епюри згинальних моментів будуються на розтягнутому волокні.

8. (виправити в ньому всі зазначені помилки.

2. Технічне завдання

В РПЗ потрібно визначити переміщення перерізів у статично визначеній рамі:

- від ді ;
- від температурного впливу;
- від зміщення опор.

2.1 Визначення переміщень від ді

2.1.1

. 1.

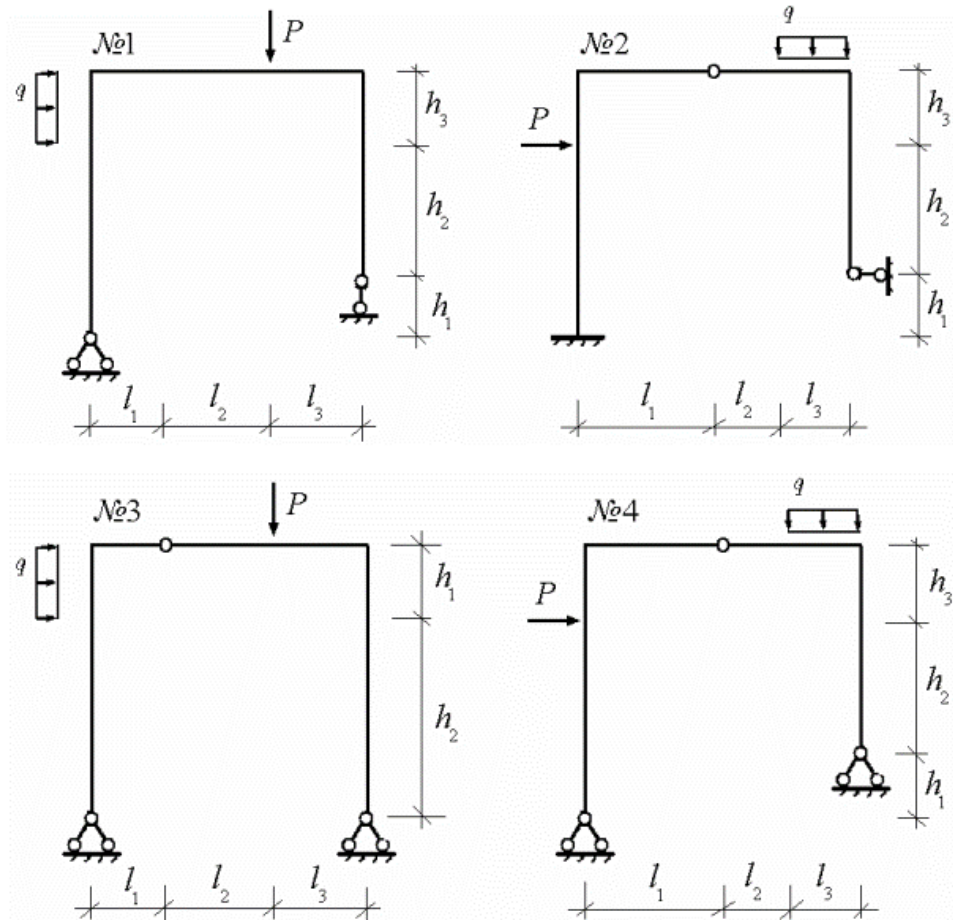


Рис. 1

2.1.2 Шукане переміщення прийняти за табл. 1.

Таблиця 1

№	
1	
2	
3	
4	

2.1.3 При визначенні переміщень, жорсткісні характеристики прийняти за табл. 2.

Таблиця 2

№					
	E в МПа	I_z в см ⁴			
1	$2 \cdot 10^5$ МПа	8230 см ⁴	$3EI_z$	EI_z	$4EI_z$
2	$2 \cdot 10^5$ МПа	6590 см ⁴	$2,5EI_z$	EI_z	$3,5EI_z$
3	$2 \cdot 10^5$ МПа	9120 см ⁴	$3,5EI_z$	EI_z	$4,5EI_z$
4	$2 \cdot 10^5$ МПа	7640 см ⁴	$1,5EI_z$	EI_z	$2,5EI_z$

2.1.4 Розміри рам і значення навантажень наведені в табл. 3.

Таблиця 3

№								
	P в кН	q в кН/м	l_1	l_2	l_3	h_1	h_2	h_3
1	14,2	18	2	3	7	1	2	1
2	16,3	21	4	6	4	1	2	2
3	17,8	28	5	8	3	2	4	-
4	19,5	24	9	3	6	2	3	2

2.2 Визначення переміщень від температурного впливу

2.2.1 (

зміщення опор прийняти за табл. 4.

Таблиця 4

№						Величина
	t_H	t_G	t_3			
1	-16	+28	-9			14 см
2	+10	+32	-15			0,03 рад
3	-21	-2	-10			8 см
4	+20	+41	+14			12 см

3.

3.1 Обробка вихідних даних

1. Зображення розрахунково .
2. Завдання параметрів зовнішніх впливів.
3. Завдання параметрів фізичних властивостей матеріалу рами.

3.2 Кінематичний аналіз

1. (.
2. .
3. :

рами.

3.3 Аналітичне визначення внутрішніх зусиль від нерухомого навантаження

1. Зображення розрахунково .
2. Обчислення опорних реакцій та перевірка .
3. Отримання для кожно
 M, Q, N та обчислення .
4. (M, Q, N .
5. Зображення вузлів та стрижнів рами та перевірка .

3.4

від нерухомого навантаження

1. Формування першого допоміжного одиничного стану.
2. Обчислення одиничних опорних реакцій та перевірка правильності.

3. (.
5. :

поперечних і поздовжніх сил.

3.5 Визначення переміщення для обраного перерізу від температурного впливу

1. Зображення розрахунково температурного впливу.
2. Обчислення для кожного перепаду $\Delta t'$ та зміни температури на осі Δt_o .
3. Побудова епюр $\Delta t'$ Δt_o .
4. Визначення температурного переміщення.

3.6 Визначення переміщення для обраного перерізу від кінематичного впливу

1. Зображення розрахунково кінематичного впливу.
2. Формування другого допоміжного одиничного стану.
3. Обчислення одиничних опорних реакцій та перевірка правильності.
4. Визначення переміщення від кінематичного впливу.
5. Зображення рами у зміщеному положенні з виділенням на схемі знайденого переміщення.

4. Теоретична частина

4.1

4.1.1

Конструкції

форму та розміри. Ці зміни називаються деформаці конструкції .
 стану початкового недеформованого у деформований стан.

Залежно від здатності конструкції .
 розрізняють пружні та пружно-пластичні деформації .
 випадку конструкція після зняття зовнішніх впливів повністю відновлю

свою форму і розмір та повернеться до початкового недеформованого стану. У другому випадку відбувається зміна розмірів конструкції.

Залежно від змін деформацій конструкції постійних зовнішніх впливів розрізняють постійні та змінні у часі деформації.

4.1.2 конструкції

Зміни форми та розмірів стрижневої конструкції відбуваються з деформацій окремих стрижнів. У свою чергу, зміни форми та розмірів окремого стрижня складаються з деформацій елементарних об'єктів. Тому для кількісного опису деформованого стану конструкції та інтегральні характеристики.

Диференціальні характеристики описують зміни форми та розмірів конструкції. Ними відносні числові величини ε і γ .

ε — характеристика деформації елементарного паралелепіпеда; вона називається лінійною деформацією. γ — характеристика деформації форми елементарного паралелепіпеда за рахунок зсуву його граней: вона називається кутовою деформацією. ε і γ — безрозмірні величини. Розглянемо в недеформованому стані деяку конструкцію, що складається з двох елементів (рис. 2).

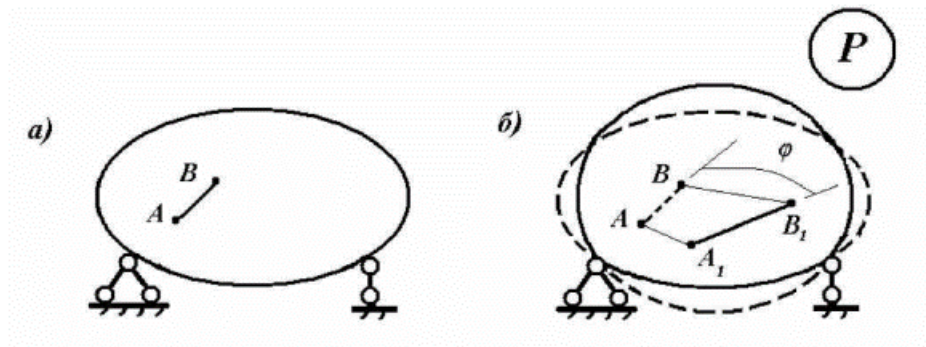


Рис.2

При деформуванні конструкції , , ці точки займуть нові положення A_1 і B_1 . Точок характеризуються довжинами відрізків прямих AA_1 і BB_1 , положення точок у недеформованому та деформованому станах конструкції (рис. 2, а). Кута повороту φ відрізка прямо AB при переході конструкції з недеформованого в деформований стан (рис. 2, б).

4.1.3

Уміння визначати переміщення необхідне для оцінки придатності конструкцій до нормальної роботи. Поняттям, протилежним до жорсткості конструкції є м'якість, характеризує здатність конструкції до великих переміщень.

Жорсткість конструкції характеризує здатність матеріалу, жорсткості конструктивних елементів і способів з'єднання цих елементів між собою.

Вплив конструкційного матеріалу на жорсткість конструкції двох модулів - E і G . Модуль E характеризує здатність матеріалу чинити опір виникненню пружних лінійних деформацій, а модуль зсуву G — характеризує здатність матеріалу чинити опір виникненню крутильних деформацій.

Жорстк

поперечного перерізу та довжини елемента.

Жорстк

:

– EI , де I - момент інерції

відносно осі, перпендикулярно ;

– поздовжньою жорсткістю EA , де A - площа поперечного перерізу;

– GA .

Жорстк

жорсткості поперечного перерізу до довжини елемента і називається, відповідно, його , -

Залежно від жорсткості конструкції до визначення переміщень.

Один підхід пов'язаний із визначенням малих переміщень, і він справедлив для жорстких конструкцій. Такі конструкції до лінійно деформованих систем. Згідно з цим підходом визначаються переміщення, які малі в порівнянні з розмірами само конструкції .

Другий підхід дозволяє , справедлив для гнучких конструкцій. Такі конструкції геометрично нелінійних систем. Згідно з цим підходом, визначаються переміщення, які не малі в порівнянні з розмірами само конструкції .

У подальшому розглядаються малі переміщення, що виникають при пружній деформації впливів – навантажень, змін температури та осідання опор.

4.2 ' ,

та переміщеннями в лінійно деформованих системах

Розглянемо довільну лінійно деформовану стрижньову конструкцію, яку умовно зобразимо у вигляді просто прикладено n (рис. 3, а).

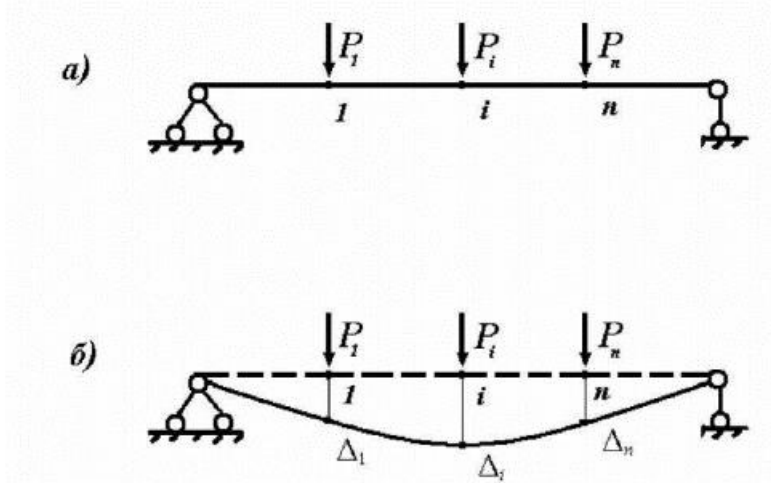


Рис. 3.

Від дії цих сил виникає деформування конструкції, напрямку кожного з яких вказує стрілка прикладення.

4.2.1 Лінійні переміщення

Лінійні переміщення, що відбуваються в конструкції всіх сил одночасно, будемо називати лінійними переміщеннями.

Лінійні переміщення, що відбуваються в конструкції від дії однієї з сил P_i , $(i = 1, \dots, n)$ (рис. 3, б). Індекс i вказує на силу, по якій виникає переміщення.

При роздільному прикладенні сил P_j ($j = 1, \dots, n$) по розглянутих напрямках у конструкції виникають часткові переміщення Δ_{ij} ($i, j = 1, \dots, n$) (рис. 4), які

переміщення Δ_{ij} . Перший індекс i в позначенні часткових переміщень вказує на напрям, в якому відбувається переміщення, а другий індекс j - на напрям, в якому прикладено силу, що викликає переміщення.

Δ_{ii} називається
 , і воно виникає від дії сили P_i , за
 типу Δ_{ij} ($i \neq j$) називається

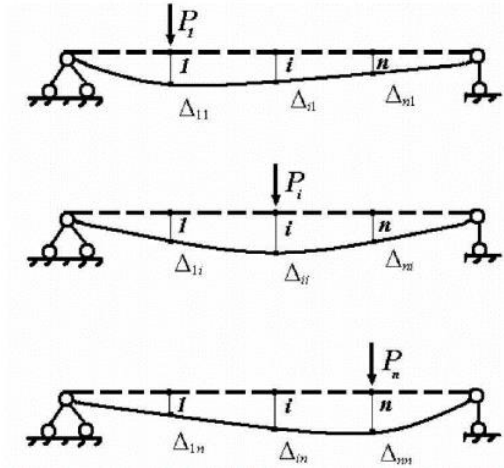


Рис. 4

Якщо до конструкції за напрямком номер j
 \bar{P}_j , $j=1$, то переміщення, що виникають у конструкції
 напрямками, називаються . Такі переміщення позначаються
 δ_{ij} (рис. 5), і
 перемещень Δ_{ij} . Одиничні переміщення, як і часткові
 поділяються на власні та побічні.

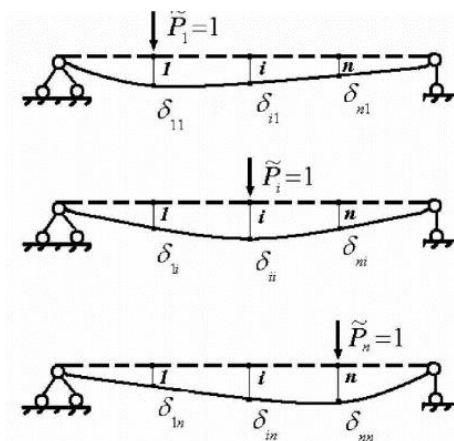


Рис. 5

4.2.2

систем

Повне і часткове переміщення конструкції напрямком i , відповідно до принципу незалежності ді, наступним співвідношенням:

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^n \Delta_{ij} \quad (1)$$

В свою чергу, довільне часткове переміщення Δ_{ij} пов'язане лінійною залежністю з відповідним одиничним переміщенням δ_{ij} :

$$\Delta_{ij} = \delta_{ij} P_j \quad (2)$$

Підставляючи (2) рівняння в (1), отримуємо повне переміщення конструкції:

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^n \delta_{ij} P_j \quad (3)$$

Це співвідношення (1) за яким повне переміщення Δ_i , функції P_j ($j = 1, \dots, n$) називається законом Гука або законом Гука для конструкції.

Входять в (2) та (3) одиничних переміщень грають роль коефіцієнтів. Вони дозволяють кількісно оцінювати здатність конструкції переміщення за певним напрямом і тому називаються коефіцієнтами.

4.3

Основним видом зовнішнього впливу, що викликає стрижнево-пружну роботу, є зовнішні сили, виконують роботу. Припустимо, що навантаження, на конструкцію, викликає переміщення конструкції, не враховувати сили інерції та деформації.

При визначенні роботи зовнішніх сил розрізняють та можливу на прикладі деформації навантаження – зосереджено (P), випадок довільного навантаження.

4.3.1 Дійсна робота зовнішніх сил

Дійсна робота зосереджено P , вона виконується на власному переміщенні Δ (рис. 6, б).

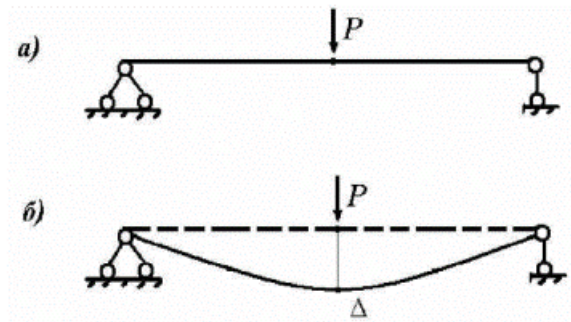


Рис. 6

Під час виконання роботи вважається, що сила P плавно змінюється від нуля до деяких кінцевих значень P_K і Δ_K .

Оскільки конструкція розглядається як пружина, то залежність переміщень від навантаження має вигляд

$$\Delta = \delta P, \quad (7)$$

де коефіцієнт пропорційності δ дорівнює одиничному переміщенню при силі $P = 1$. Співвідношення (7) описується лінійним графіком, показаним на рис. 7. По осі абсцис відкладаються значення власного переміщення Δ , а по осі ординат — значення сили P .

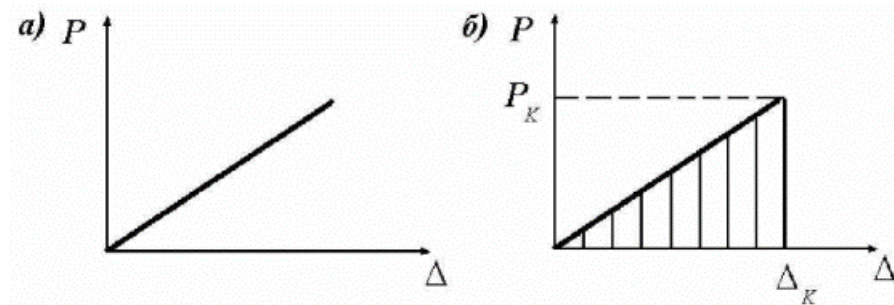


Рис. 7

Якщо переміщення Δ отримає деяке прирощення $d\Delta$, то сила P виконає

$$dA = Pd\Delta.$$

Тоді вся дійсна робота, що здійснюється силою P , за формулою

$$A = \int_0^{\Delta_K} Pd\Delta. \quad (8)$$

і, з урахуванням (7), дорівнює

$$A = \delta \int_0^{P_K} PdP = \frac{1}{2} \delta P_K^2. \quad (9)$$

З цієї формули (9) випливає, що робота, виконана силою завжди пропорційна квадрату кінцевої сили.

Застосовуючи формулу (9), підставивши кінцеві значення P_K , Δ_K і підставляючи його в (9), наведемо формулу для обчислення дійсної роботи

$$A = \frac{1}{2} P_K \Delta_K. \quad (10)$$

Цей вираз відомий як формула Клапейрона, і він показує, дійсна робота дорівнює графіку рис. 7, б.

При δ зовн

на перем

за формулою:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n P_i \Delta_i. \quad (11)$$

4.3.2 Можлива робота зовнішніх сил

Можлива робота — це робота, яку зосереджена сила P виконує, наприклад, осіданням опори (рис. 8). У цьому випадку сила P вважається деякого кінцевого значення Δ'_K .

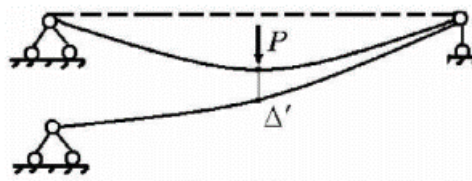


Рис. 8

Графічно цей процес зображено прямою лінією рис. 9, а.

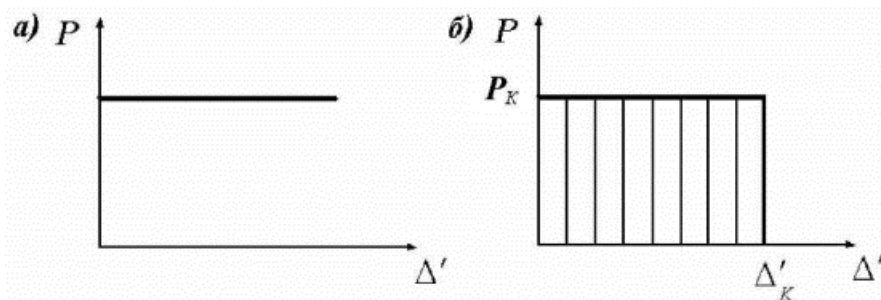


Рис. 9

Тоді можлива робота зосереджено сили P дорівню

$$A' = P\Delta'_K. \quad (12)$$

З формули (12) випливає, заштрихованого прямокутника на графіку (рис. 9, б). Ця робота може бути як додатною, так і від'ємною.

Якщо напрям дії сили збігається з напрямком зміщення, то робота додатна. Якщо ні, то у формулі (12) береться знак «мінус».

При дії зовнішніх сил робота зовнішніх сил дорівнює сумі добутки кожно сили на її переміщення, визначаються за формулою:

$$A' = \sum_{i=1}^n P_i \Delta'_i. \quad (13)$$

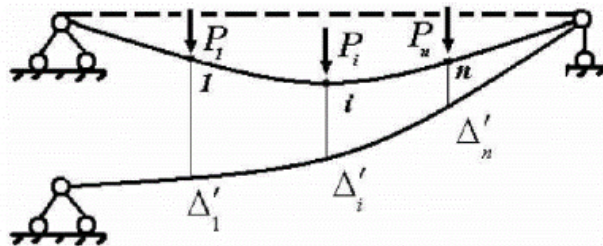


Рис. 10

4.3.3

У загальному випадку, при статичному навантаженні на стрижневу конструкцію діють сили, розподілених навантажень. Якщо ці навантаження змінюються пропорційно одному параметру P , то ця сукупність називається *узагальненою системою навантажень*, а параметри P – значенням узагальненого параметра.

Поняття узагальненого параметра P називають *переміщенням*. Це геометричну величину, пов'язану з навантаженнями конструкції, що змінюються пропорційно P .

дозволя

$$(13).$$

Для ілюстрації розглянемо просту балку (рис. 11), навантажену трьома зосередженими силами, які змінюються пропорційно до параметра P :

$$P_1 = P; P_2 = 3P; P_3 = 0,5P.$$

Від ді деформувався; в процесі деформації сили P_1 , P_2 , P_3 , не змінювалися. Використовуючи формулу (13), запишемо величину можливо роботи, яку здійснять сили, що діють на балку.

$$A' = P\Delta'_1 + 3P\Delta'_2 - 0,5P\Delta'_3. \quad (14)$$

Винісши параметр P за дужки, приведемо (14) до виду.

$$A' = P\Delta^*,$$

де $\Delta^* = \Delta'_1 + 3\Delta'_2 - 0,5\Delta'_3$ – узагальнене переміщення розглянуто узагальнено (. 11)

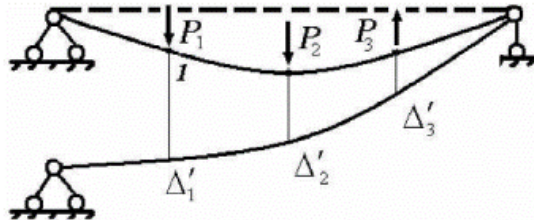


Рис. 11

Таким чином, узагальненим переміщенням величина, добуток яко визначити можливу роботу ці .

Деякі види узагальнених сил та відповідних узагальнених переміщень наведено на рис. 12.

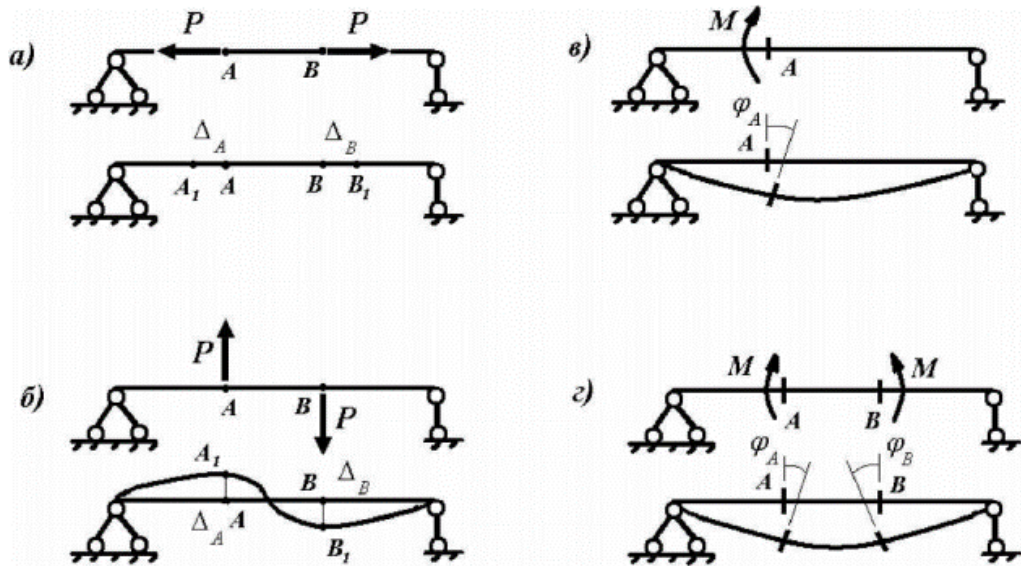


Рис. 12

Нехай до конструкції \dots ,
 прямих, прикладені дві однакові горизонтальні сили P
 протилежного напрямку (рис. 12, а). Тоді вза
 горизонталі точок прикладання цих сил $\Delta^* = \Delta_A + \Delta_B$ узагальненим
 переміщенням ці \dots .

Нехай до конструкції \dots ,
 \dots , P
 протилежного напрямку (рис. 12, б). Тоді вза
 вертикалі точок прикладання цих сил $\Delta^* = \Delta_A + \Delta_B$
 переміщенням ці \dots .

M (рис.
 12, в). Тоді кут повороту цього перерізу $\Delta^* = \varphi_A$ узагальненим
 переміщенням ці \dots .

Нехай до конструкції \dots
 моменти M протилежного напрямку (рис. 12, г). Тоді вза
 повороту цих перерізів $\Delta^* = \varphi_A + \varphi_B$ узагальненим переміщенням ці
 узагальнено \dots .

4.4 Робота внутрішніх сил лінійно деформовано

При деформації , , роботу виконують і внутрішні сили. Оскільки внутрішні сили чинять опір деформації , для лінійно деформованих систем завжди . сили, так само як і зовнішні, можуть виконувати як дійсну, так і можливу роботу.

4.5 Аналітична форма визначення переміщень в плоских стрижневих конструкціях від довільних зовнішніх впливів

В основі аналітично деформованих системах лежить принцип . V , P , , на можливих переміщеннях δ ор .

Можливі уявно нескінченно малі переміщення, які допускаються накладеними зв'язками системи. Оскільки розглянуті плоскі стрижневі конструкції , для них, через лінійну залежність між переміщеннями та зовнішніми впливами, можливими переміщеннями - кінцеві переміщення, що можуть виникати в конструкції .

4.6 Деякі теореми про переміщення в лінійно деформованих конструкціях

Переміщення, що виникають у лінійно деформованих конструкціях, відповідають ряду теорем, які відображають основні особливості деформування таких конструкцій. Основне значення серед них деформації

має взаємне переміщення.

Для з'ясування суті та доказу цих теорем розглянемо лінійно деформовану стрижневу конструкцію, навантажену двома узагальненими силами P_i і P_k . Таку конструкцію умовно зобразимо конструкцію у вигляді просто (рис. 13, а).

прикладених сил конструкція деформується, відповідні цим силам повні переміщення Δ_i і Δ_k (рис. 13, б).

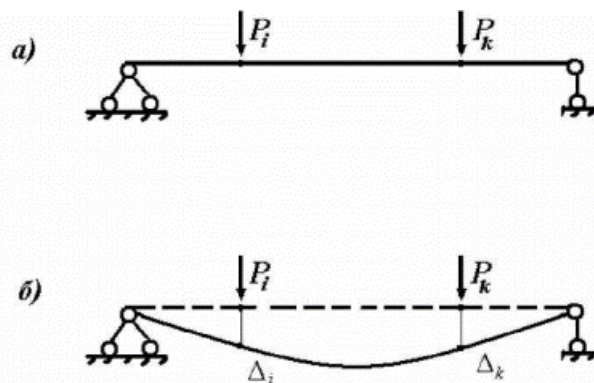


Рис. 13

4.6.1 Теорема про взаємне переміщення

При навантаженні конструкції можливі два варіанти статичного прикладання сил.

В першому випадку спочатку прикладається сила P_i , а потім відбувається довантаження конструкції силою P_k : в ході довантаження сила P_i не змінюється.

В другому випадку спочатку прикладається сила P_k , а потім відбувається довантаження конструкції силою P_i : в ході довантаження сила P_k не змінюється.

Визначимо величину роботи, яку виконують зовнішні сили в процесі деформування конструкції .

У першому випадку від дії сили P_i , виникає переміщення Δ_{ii} (рис. 14, а), і на цьому переміщенні сила виконує дійсну роботу $\frac{1}{2}P_i\Delta_{ii}$.

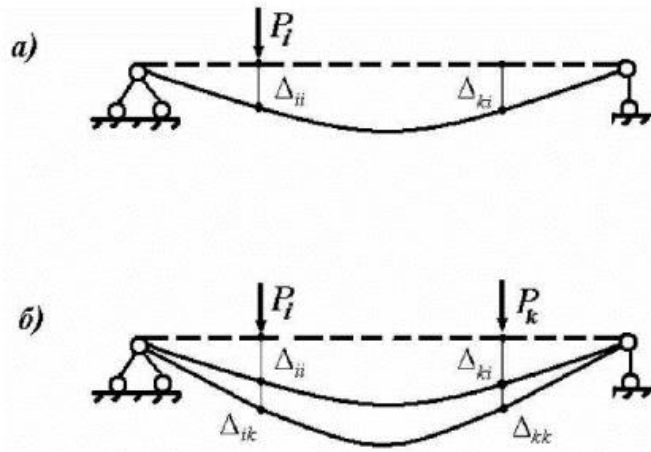


Рис. 14

При додатковому деформуванні конструкції силою P_k виникає переміщення Δ_{kk} та відповідна сила P_i побічне переміщення Δ_{ik} (рис. 14, б). На цих переміщеннях сили виконують, відповідно, дійсну роботу $\frac{1}{2}P_k\Delta_{kk}$ та можливу роботу $P_i\Delta_{ik}$. Тоді повна робота, виконана силами при першій схемі навантаження, описує .

$$A_1 = \frac{1}{2}P_i\Delta_{ii} + \frac{1}{2}P_k\Delta_{kk} + P_i\Delta_{ik}.$$

У другому випадку спочатку прикладемо силу P_k . При деформуванні конструкції виникає власне переміщення Δ_{kk} (рис. 15, а), на якому сила виконує дійсну роботу $\frac{1}{2}P_k\Delta_{kk}$.

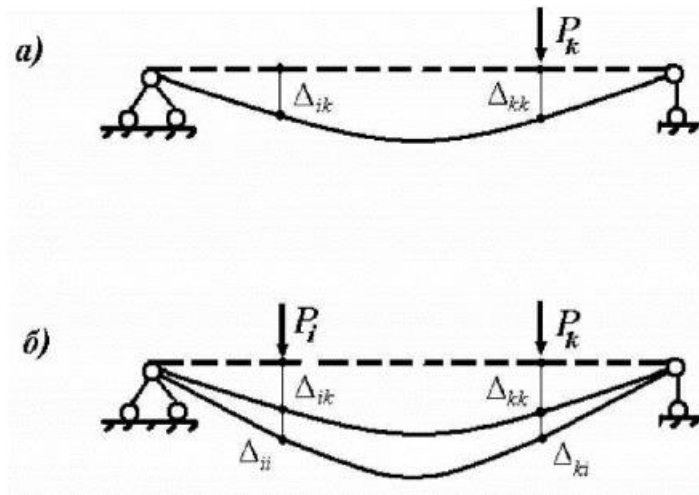


Рис. 15

При довантаженні конструкції k

$$\Delta_{kk} \quad \Delta_{ki}.$$

переміщення сили здійснять, відповідно, дійсну роботу

$$\frac{1}{2} P_i \Delta_{ii} \quad P_k \Delta_{ki}.$$

інша схема навантаження опису

$$A_2 = \frac{1}{2} P_k \Delta_{kk} + \frac{1}{2} P_i \Delta_{ii} + P_k \Delta_{ki}.$$

У зв'язку з тим, що розгляда

конструкція, то

потенційна енергія деформації

конструкції.

енергі

$$A_1 = A_2.$$

Звідси вплива

$$P_i \Delta_{ik} = P_k \Delta_{ki}. \quad (15)$$

Отримане співвідношення (15) відобража

,

зовн i -

зовн k -

зовнішніми силами k -того стану конструкції, силами i -

4.6.2 Теорема про взаємність переміщень

Оскільки розглядаємо систему, то

$$\Delta_{ik} = \Delta_{ki}, \quad (15)$$

наступними лінійними співвідношеннями:

$$\Delta_{ik} = P_k \delta_{ik}; \quad \Delta_{ki} = P_i \delta_{ki}. \quad (16)$$

Підставимо співвідношення (16) до (15):

$$P_i P_k \delta_{ik} = P_k P_i \delta_{ki},$$

після скорочення отримаємо

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} \quad (17)$$

Зі співвідношення (4.57), що відображає взаємність переміщень, слід зазначити, що побічні одиничні переміщення конструкції

4.7

у плоских стрижневих системах

4.7.1 Метод визначення переміщень

Під дією навантажень (температури, усунення опор, неточності виготовлення конструкцій) споруди деформуються. Усі або майже всі його перерізи (точки, вузли) займають нові становища. Зміна положення будь-якої точки (вузла) називається переміщенням. Метод визначення переміщень полягає лише в оцінці жорсткості споруди, але не в розрахунку статично невизначених систем.

Лінійні та кутові переміщення перерізів у рамах можна знаходити у різний спосіб.

— , () .

: - , () , , .

4.7.2 Формула Мору визначення переміщень від навантаження

Розглянемо два стани пружно . — $f)$
 в якому ді (. 16) і - i
 (. 16),

$$\bar{P}_i = 1.$$

принципу можливих переміщень, одержують формулу Мора для визначення переміщень від навантаження:

$$\Delta_i = \int \frac{M\bar{M}_i ds}{EI} + \int \mu \frac{Q\bar{Q}_i ds}{GA} + \int \frac{N\bar{N}_i ds}{EA}. \quad (18).$$

Для обчислення:

- 1) M, Q, N ;
- 2)

$$\bar{P}_i = 1;$$

3) $\bar{M}, \bar{Q}, \bar{N}$ - ;

4)

рух.

При розрахунку балок та рам впливом поперечних та поздовжніх деформацій на переміщення зазвичай нехтують.

4.7.3 Техніка визначення переміщень у системах, що згинаються

Обчислення інтегралів у правій частині (18) у ряді випадків можна замінити перемноженням епюр \bar{M} і \bar{M} , формулою Сімпсона.

(. 16):

$$\Delta = \frac{M_F \bar{M}}{EI} = \frac{\omega y_C}{EI}$$

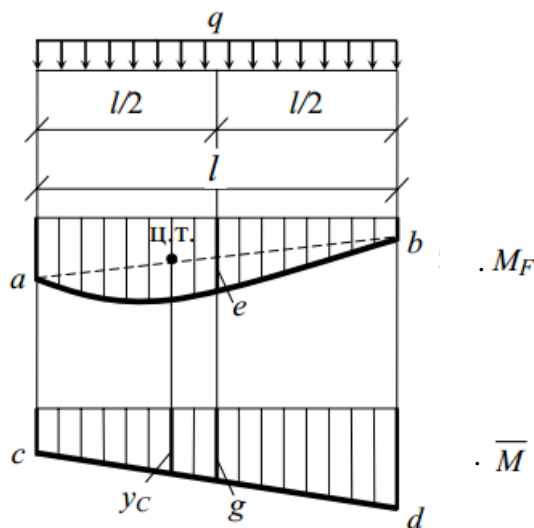


Рис. 16

$$\Delta = \frac{M_F \bar{M}}{EI} = \frac{l}{6EI} (ac + 4eg + bd).$$

Формула Сімпсона застосовується до епюр, типу трапеції

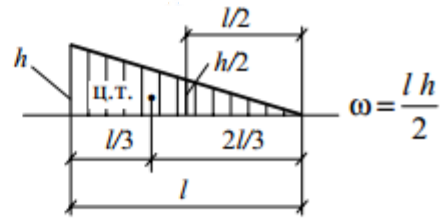
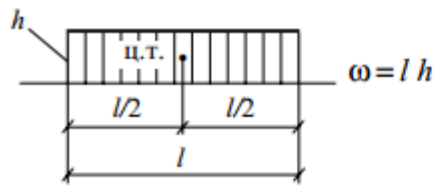
(рис. 16).

Результат буде позитивним, якщо центр тяжкості криволінійно епюри та ордината u_c у прямолінійній епюрі розташовані по один бік від осі стрижня. Якщо ж вони розташовані по різні боки від осі, береться зі знаком мінус.

Площі деяких найпростіших фігур, а також координати центрів тяжкості наведено на рис. 17.

Визначаючи переміщення, слід пам'ятати, що перемноження вантажно суму добутку відповідних один одному ділянок.

Якщо при перемноженні епюр ми отримаємо результат, це означатиме, що шукане переміщення спрямоване в протилежний бік, ніж прикладений одиничний вплив.



К

Л

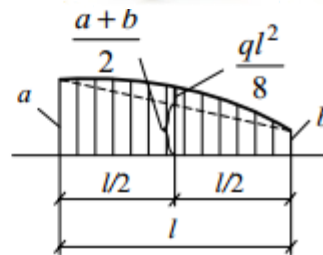
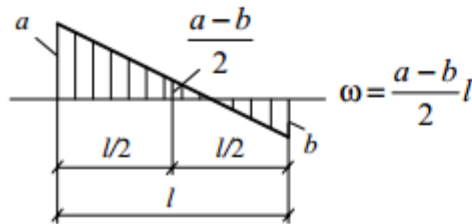
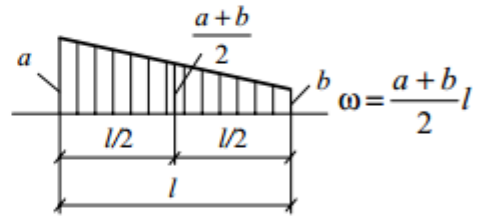
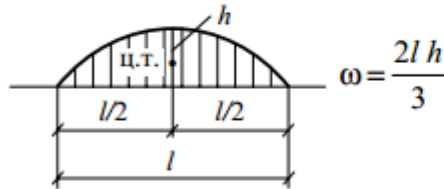
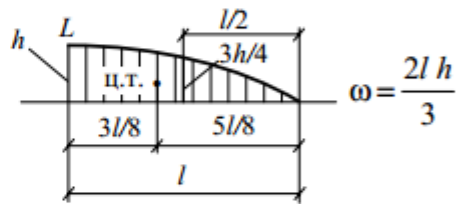
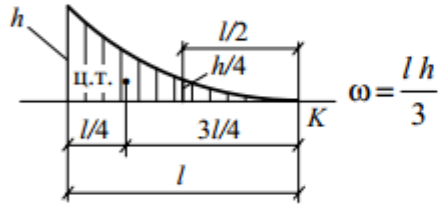


Рис. 17

5.

5.1

заданого перерізу рами від прикладеного навантаження

Приклад. Для рами, показано .18 -
 вертикальне переміщення шарніра С від прикладеного навантаження.
 -начення - $E = 2 \cdot 10^5$ МПа і
 $I_z = 7080 \text{ см}^4$.

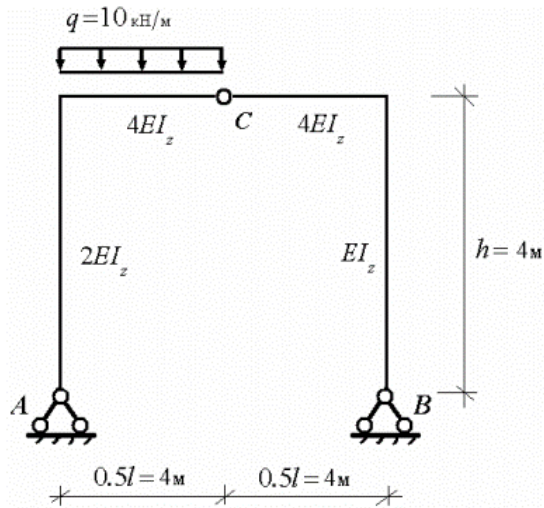


Рис. 18

1. Визнача

(.(9)

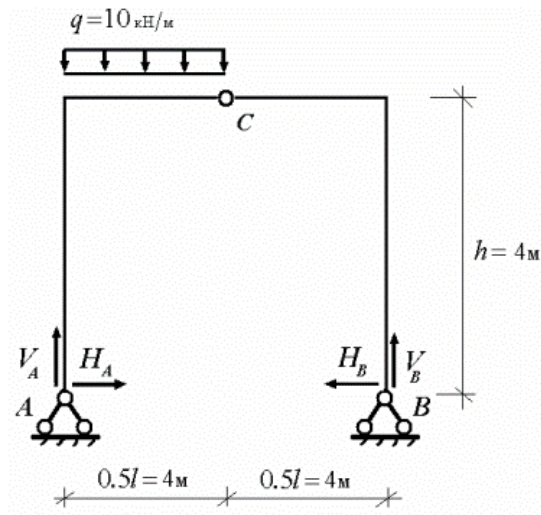


Рис. 19

Для визначення вертикальних складових опорних реакцій складемо для рами суми моментів сил щодо ліво

$$\sum M_B = 0; V_A l - \frac{ql}{2} \cdot \frac{3}{4} l = 0; V_A = \frac{3}{8} ql = 30 \text{ кН}$$

та право

$$\sum M_A = 0; -V_B l + \frac{ql}{2} \cdot \frac{1}{4} l = 0; V_B = \frac{1}{8} ql = 10 \text{ кН}$$

опори.

Для визначення горизонтальних складових опорних реакцій складемо суми моментів сил щодо точки С для ліво

$$\sum M_C^{n.c.} = 0; -H_A h + V_A 0,5l - \frac{ql}{2} \cdot \frac{1}{4} l = 0; H_A = 0,5 \frac{V_A l}{h} - \frac{1}{8} \frac{ql^2}{h} = 10 \text{ кН}$$

та для право

$$\sum M_C^{n.c.} = 0; H_B h - V_B 0,5l = 0; H_B = 0,5 \frac{V_B l}{h} = 10 \text{ кН.}$$

Для перевірки правильності знайдених складових опорних реакцій складемо для рами суму проекцій сил на осі:

$$\sum y = 0; V_A - \frac{ql}{2} + V_B = 30 - 40 + 10 = 0$$

$$\sum x = 0; H_A - H_B = 10 - 10 = 0.$$

Для аналізовано AM, MC, CN, NB .
 . 20 - « - »
 кожно .
 Застосу -
 рами (рис. 20).

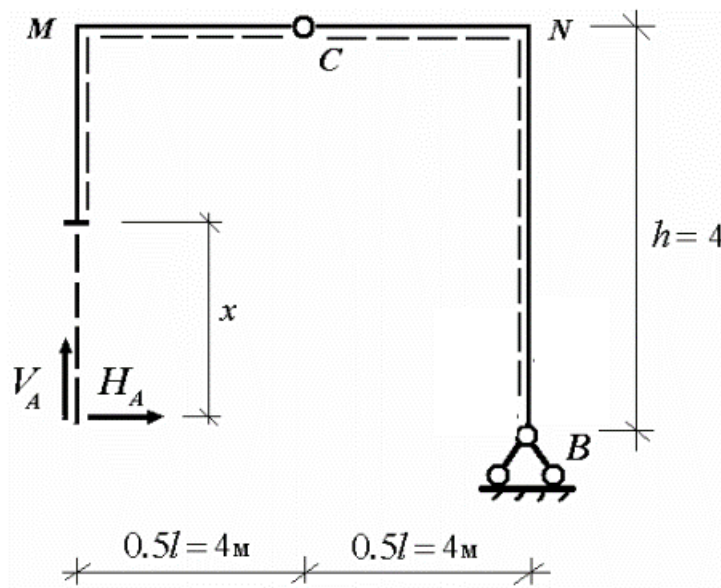


Рис. 20

Змінна x , що визнача $0 \leq x \leq 4 \text{ м.}$

Наводячи зовнішні сили відкинуто поперечного перерізу частини, що залишилася, отрима вирази для внутрішніх зусиль ділянки:

$$M = -H_A x = -10x;$$

$$Q = -H_A = -10;$$

$$N = -V_A = -30.$$

Застосу

(Рис. 21). Змінна , що визнача

$$; 0 \leq x \leq 4 \text{ м.}$$

Наводячи зовнішні сили відкинуто поперечного перерізу частини, що залишилася, отрима вирази для внутрішніх зусиль ділянки:

$$M = -H_A h + V_A x - \frac{qx^2}{2} = -40 + 30x - 5x^2;$$

$$Q = V_A - qx = 30 - 10x;$$

$$N = -H_A = -10.$$

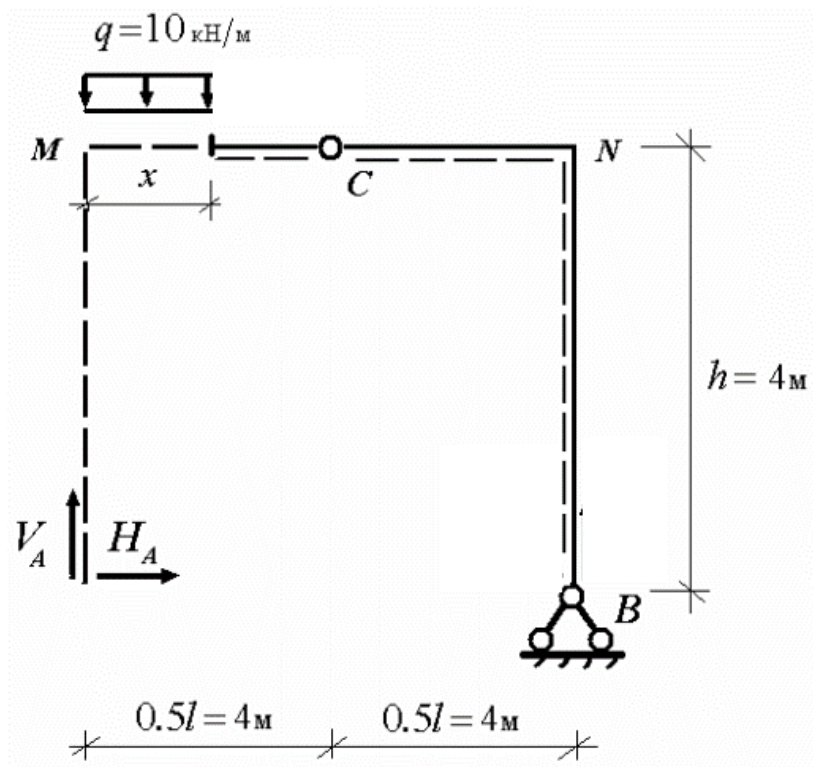


Рис. 21

Застосу

N

(Рис. 22). Змінна , що визнача

$$: 0 \leq x \leq 4 \text{ м.}$$

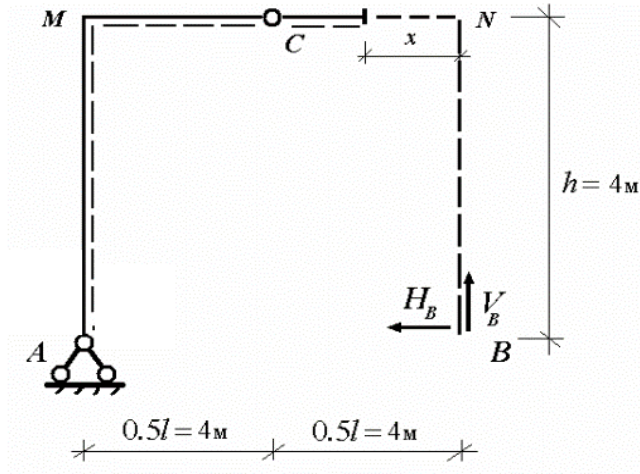


Рис. 22

Наводячи зовнішні сили відкинуто поперечного перерізу частини, що залишилася, отрима вирази для внутрішніх зусиль ділянки:

$$M = -H_B h + V_B x = -40 + 10x;$$

$$Q = -V_B = -10;$$

$$N = -H_B = -10.$$

Застосу

N_8

рами (рис. 23). Змінна , що визнача

$$: 0 \leq x \leq 4 \text{ м.}$$

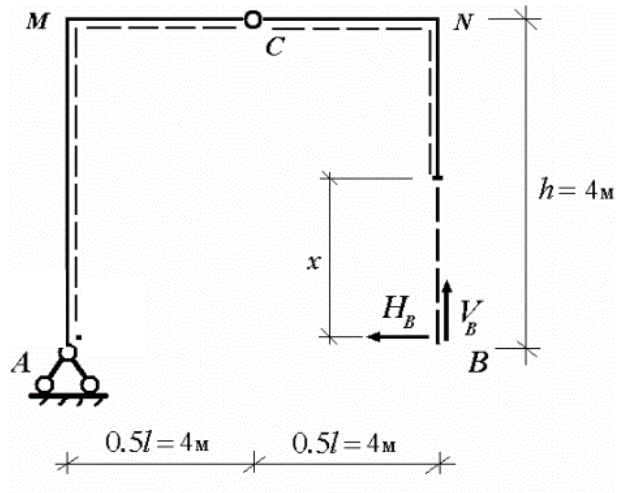


Рис. 23

,

:

$$M = -H_B x = -10x;$$

$$Q = H_B = 10;$$

$$N = -V_B = -10.$$

,

, Q N ,

. 24.

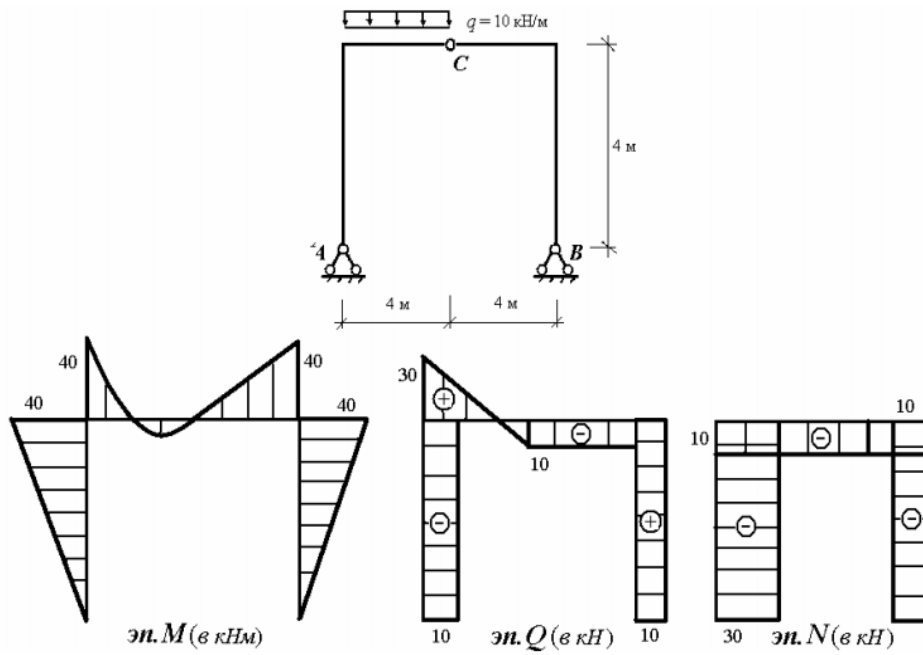


Рис. 24

Епюра згинальних моментів дійсного стану ма ,
показаний на рис. 25, а

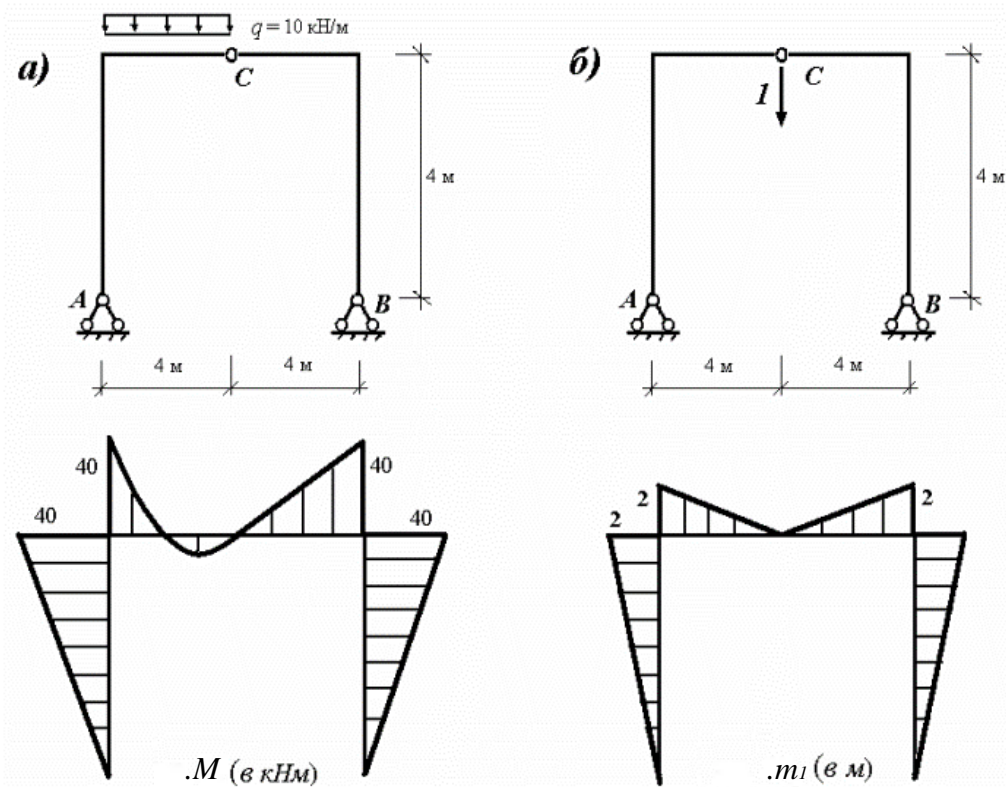


Рис. 25

25, 6.

$$\Delta_1 = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{1}{4EI} \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{10 \cdot 4^3}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \right) + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \right) + \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{186,7}{EI}.$$

Числове значення шуканого переміщення

$$\Delta_1 = \frac{186,7}{EI} = \frac{186,7}{2 \cdot 10^8 \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = 0,013 \text{ м.}$$

5.2 Визначення переміщення від температурного впливу

—

, ,

· ,

()

()

) () .

- t

t -

t .

$$t_g > t_n$$

Тому внутрішня температура не завжди збіга всередині контур конструкції .

Наприклад, якщо температура всередині контуру рами дорівнює -25° , зовні - $+15^\circ$, то тут $t = +15^\circ$, $t = -25^\circ$.

Виразимо збільшення температури в довільній точці конструкції через t_g t_n .

Оскільки температурні зміни в конструкції , , t визначати стосовно температури завершення монтажу конструкції . Така температура назива t .

Вважатимемо, що зміна температури по висоті поперечного перерізу деякого стрижня конструкції (рис. 26, а).

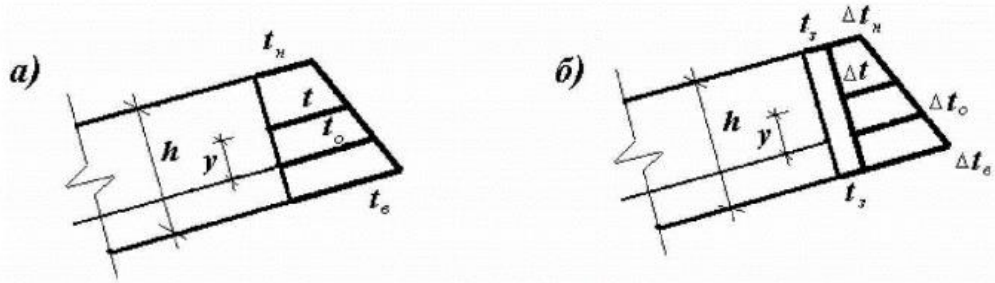


Рис. 26

$$\Delta t_3 = t_3 - t_3; \Delta t_n = t_n - t_3; \Delta t_o = t_o - t_3,$$

а графік, що описує зміну температури по висоті поперечного перерізу, має вигляд (рис. 26 б).

Температури за висотою поперечного перерізу визначаються за формулою (рис. 26 б):

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_3 - \Delta t_n}{h}$$

Якщо центр тяжкості перерізу знаходиться на половині висоти стрижня, то переміщення від температурного впливу обчислюються за формулою Максвелла - Мора:

$$\Delta_i = \sum \alpha \cdot \Delta t_o \cdot \omega_N + \sum \alpha \cdot \Delta t' \cdot \omega_M,$$

де α — коефіцієнт температурного розширення матеріалу; ω_N —

момент сили

відносно осі i в одиничному стані системи;

ω_M —

момент сили відносно осі i в одиничному стані системи.

Знак суми у цій формулі поширюється на всі члени, піддані тепловому впливу.

Знаки доданків визначаються так: t — температура; N — сила; $\Delta t' \cdot \omega_M$ — момент від одиничного навантаження розтягу.

момент від одиничного навантаження розтягу

t.

Приклад. Для рами показано на рис. 27, переміщення шарніру С від температурного впливу з наступними параметрами: $t = +17^\circ$, $t = -10^\circ$, $t = 0^\circ$.
 $\alpha = 1,18 \cdot 10^{-5}$.

- № 30.

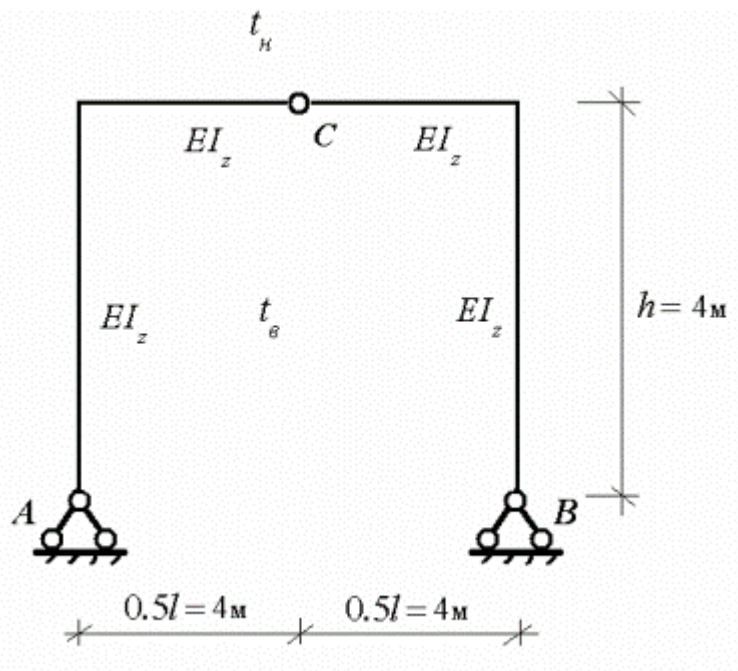


Рис. 27

$$\Delta t_n = t_n - t_z = -10^\circ \text{C},$$

$$\Delta t_g = t_g - t_z = +17^\circ \text{C}.$$

З урахуванням рівності висот поперечних перерізів та , -

$$\Delta t' \quad \Delta t_0$$

для всіх рамних елементів приймають такі значення:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_в - \Delta t_н}{h} = \frac{17 - (-10)}{0,3} = 90^\circ \text{C/м} ,$$

$$\Delta t_о = \frac{\Delta t_в + \Delta t_н}{2} = \frac{17 + (-10)}{2} = 3,5^\circ \text{C} .$$

Допоміжний стан характеризує . - M_1 N_1
(рис. 28).

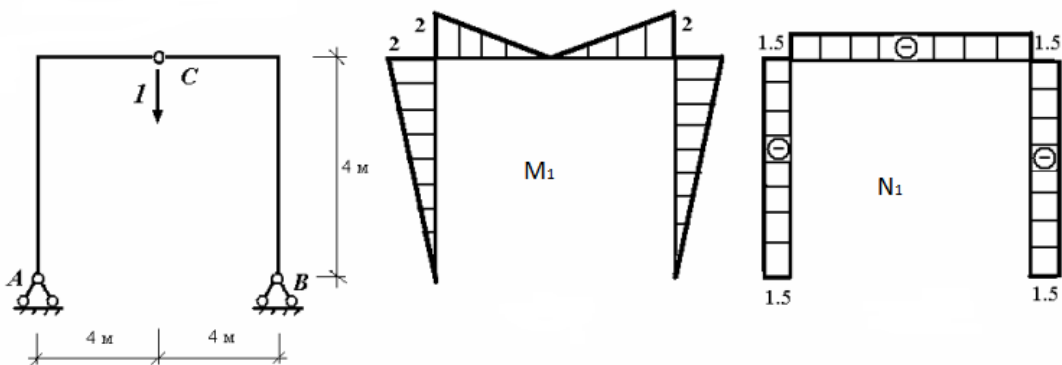


Рис. 28

$$I, \quad \Delta t', \quad \Delta t_0, \quad N_1.$$

$$\Delta_1 = \alpha \left(-\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 90 \cdot 4 - 3,5 \cdot 4 \cdot 1,5 \cdot 4 \right) = -\alpha \cdot 1,524 \cdot 10^3 .$$

або

$$\Delta_1 = \alpha \cdot 1,524 \cdot 10^3 = -1,18 \cdot 10^{-5} \cdot 1,524 \cdot 10^3 = -0,018 \text{ м} .$$

5.3 Визначення переміщень від осадку опор

(

«

$$\Delta_{ic} = -\sum R_j \cdot c_j \quad (19)$$

Δ_{iC} - ()
 у заданому напрямку i ; R_j j - ,
 ді + , . + . - +
 переміщення; c_j - j - (.). -
 усунення не ма .
 $R_j \cdot c_j$, R_j
 усунення опори c_j + . -
 . 29,

15 .

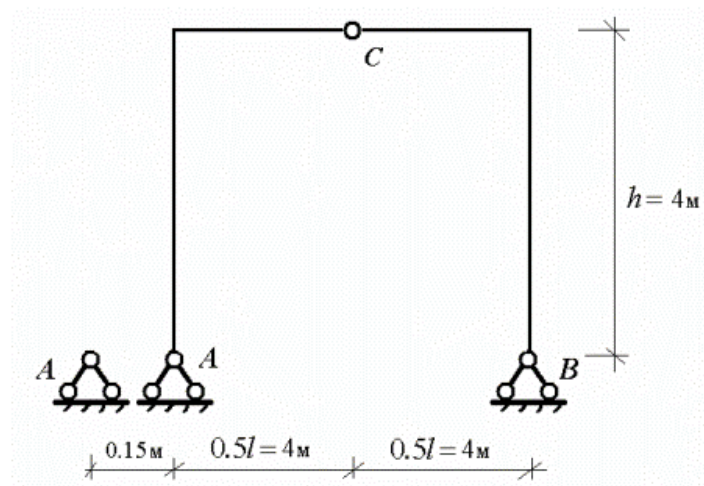


Рис. 29

Справжній стан рами (рис. 30, а), де зміщення опор можуть відбуватися за чотирма напрямками, характеризу - значеннями:

$$c_1 = 15 \text{ см}, c_2 = 0, c_3 = 0, c_4 = 0.$$

Допоміжний стан рами (рис. 30 б) характеризу одиничними опорними реакціями

$$R_{11} = -0,5, R_{21} = 0,5, R_{31} = 0,5, R_{41} = 0,5,$$

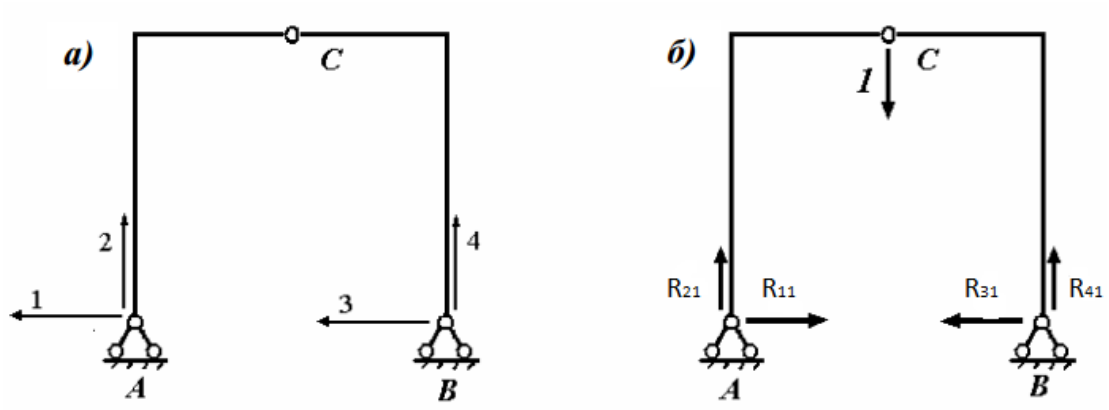


Рис. 30

Тоді числове значення переміщення, що шука ,

$$\Delta_{iC} = -\sum_{j=1}^4 R_{j1} \cdot c_j = -(-0,5) \cdot 0,15 = 0,075\text{м}$$

6. Виконання розрахунків на ПК

Розрахунки виконуються відповідно до інструкції , .
[5, 6].

Бібліографічний список

1. Будівельна механіка. В. Яременко, А. Куценко, М. Бондар. Видавництво Центр навчальної літератури. С. 2019 - 704с.
2. Дорошук Г.П., Трач В.М. Основи будівельної механіки: Підручник.-Рівне. УДУВГП, 2003. -504 с.
3. Яременко О.Ф., Шебанін В.С., Орлова А.М. та ін. Будівельна механіка у прикладах: Посібник,-Одеса, 2003. -246 с.
4. Чихладзе Е.Д. Будівельна механіка: Підручник.-Харків: УкрДАЗТ, 2002.-305с.
5. Будівельна механіка”. Методичні вказівки до вивчення теми "Визначення переміщень в статично визначених рамах в ПК SCAD" для студентів спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія усіх форм навчання / Укл.: Портнов Г.Д., Пукалов В.В., Тихий А.А. – Кропивницький: ЦНТУ, 2020. – 33 с.
6. “Будівельна механіка”. Методичні вказівки до вивчення теми "Визначення переміщень в статично визначених рамах в ПК ЛИРА - САПР" для студентів спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія усіх форм навчання / Укл.: Портнов Г.Д., Пукалов В.В., Тихий А.А. – Кропивницький: ЦНТУ, 2020. – 34 с.

Зміст

Вступ	4
1. ; - +	4
2. ,	5
3. = .	8
4.	9
4.1 + - . . -	9
4.2. Зв'язок між зовнішніми силами та переміщеннями	
- , - ,	13
4.3. , -	16
4.4 , -	22
4.5 Аналітична форма визначення переміщень у плоских	
, , , , .	22
4.6 Деякі теореми про переміщення в лінійно	
- , ,	23
4.7 ; . - . , , - ,	26
5. ; . - , .	31
5.1 Визначення лінійного переміщення заданого перерізу	
рами від прикладеного навантаження	31
5.2 ; . - - . + .	38
5.3 ; . - .	41
6. ; ,	41
+ .	43