

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ
ТА ЕНЕРГЕТИЧНОГО МЕНЕДЖМЕНТУ

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

Методичні вказівки для студентів денної та заочної форми навчання спеціальності
141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка"

КРОПИВНИЦЬКИЙ
2018

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

Методичні вказівки для студентів денної та заочної форми навчання спеціальності
141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка"

*Ухвалено на засіданні кафедри
електротехнічних систем та
енергетичного менеджменту
Протокол № 4 від 17.10.2018 р.*

КРОПИВНИЦЬКИЙ
2018

Методичні вказівки «Математичні задачі енергетики» для студентів денної та заочної форми навчання спеціальності 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" / Укл.: І.О. Переверзев, В.В. Зінзура – Кропивницький: ЦНТУ, 2018 – 73 с.

Укладачі: І.О. Переверзев – доцент, кандидат технічних наук
В.В. Зінзура – доцент, кандидат технічних наук

ЗМІСТ

Введення	
1. Основи розрахунку сталих режимів електроенергетичних систем.....	5
1.1. Технічна постановка задачі	5
1.2. Формування розрахункової схеми електричної системи.....	6
1.3. Представлення параметрів сталого режиму в матричному виді.....	10
1.4. Матрична форма представлення основних законів електротехніки	15
1.5. Матричний запис рівнянь стану електричної системи.....	21
2. Методи рішення рівнянь стану електричної системи.....	35
2.1. Постановка задачі.....	35.
2.2. Приклад використання методу Гауса для рішення системи рівнянь вузлових напруг.....	39
2.3. Приклад розрахунку вузлових напруг з використанням методу Зейделя	42
3. Математичні методи аналізу статичної стійкості сталих режимів	45
3.1. Технічна постановка задачі	45
3.2. Приклад аналізу статичної стійкості по коренях характеристичного рівняння.....	47
3.3. Приклад аналізу стійкості за критерієм Гурвіца	52
3.4. Приклад використання критерію Михайлова для аналізу статичної стійкості	55
4. Розрахункове завдання для студентів	58
Додаток 1	58
Додаток 2.....	60
Додаток 3.....	66
Література	73

ВВЕДЕННЯ

Курс “ Математичні задачі енергетики ” не є самостійною науковою дисципліною як, наприклад, теоретичні основи електротехніки або електричні машини. Його можна розглядати як початок основних енергетичних дисциплін. Даний курс містить у собі сукупність розділів прикладної математики, необхідних інженеру-енергетику для рішення базових задач, зв'язаних з експлуатацією і проектуванням електроенергетичних систем (ЕЕС). Основна мета - зв'язати математику, як загальнотеоретичну дисципліну, з її застосуванням в інженерній практиці, тим самим підготувати студента до більш грамотного і критичного сприйняття спеціальних технічних дисциплін.

ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ СТАЛИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ

1.1. Технічна постановка задачі

Курс “ Математичні задачі енергетики ” припускає вивчення розділів

прикладної математики, що знайшли найбільше поширення при рішенні базових задач електроенергетики. До таких задач відноситься розрахунок і аналіз сталих режимів електроенергетичних систем (ЕЕС), що проводиться як при проектуванні, так і в процесі експлуатації ЕЕС.

Постановка задачі розрахунку режиму функціонування визначається особливостями ЕЕС як складної технічної системи, що містить у собі велику кількість елементів, що виробляють, перетворюють, передають, розподіляють, споживають електроенергію і утворюють складнозамкнену розгалужену структуру. У процесі розрахунку й аналізу рішень приходиться враховувати також специфіку функціонування ЕЕС, обумовлену наступними факторами:

- безперервність процесу виробництва, розподіл і споживання електроенергії;
- динамізм, тобто постійна зміна технологічних характеристик;
- складність структурних зв'язків і наявність системних особливостей.

Режимом роботи ЕЕС називається стан системи в будь-який момент часу або на деякому інтервалі часу.

Під сталим режимом розуміється такий стан ЕЕС, коли параметри системи на розглянутому інтервалі часу зберігаються незмінними або змінюються досить повільно.

й уточнення параметрів проекрованої системи. У процесі експлуатації подібні розрахунки дозволяють оперативно керувати і прогнозувати роботу ЕЕС. При цьому здійснюється оцінка допустимості режиму за технічними умовами устаткування і визначення режимів, оптимальних за техніко-економічними критеріями.

Задача розрахунку сталих режимів ЕЕС зводиться до визначення сукупності параметрів, що характеризують роботу системи: напруг у різних точках системи, струмів у її елементах, потоків і втрат потужності і т.д.

Проведення розрахунку зв'язане з рядом основних етапів:

1. попереднє перетворення і перехід до розрахункової схеми електричної системи;
2. формування рівняння стану по відомим вихідним даним з урахуванням структури розрахункової схеми;
3. вибір методу розрахунку і складання алгоритму і програми на ЕОМ;
4. проведення розрахунку сталого режиму на ЕОМ;
5. аналіз точності отриманих результатів.

1.2. Формування розрахункової схеми електричної системи

Попереднім етапом перед проведенням розрахунку сталого режиму є перехід від принципової схеми до схеми заміщення і потім до розрахункової схеми. Це дозволяє звести складні розрахунки, зв'язані з процесами в електричній системі (ЕС), до розрахунку елементарних процесів.

Під схемою заміщення ЕС розуміється сукупність схем заміщення її окремих елементів, з'єднаних у тій же послідовності, що й у реальній схемі.

Теорія формування схем заміщення розглядається в спеціальних курсах. Обмежимося прикладом формування

схеми заміщення найпростішої електричної системи, в обсязі необхідному для розуміння структури розрахункових схем.

Реальна схема електричної системи (рис. 1.1) містить у собі теплову і гідроелектростанції (ТЕС, ГРЕС), лінії електропередач різних номінальних напруг (L_1-L_6), знижувальні підстанції й узагальнені навантаження (H_1-H_3).

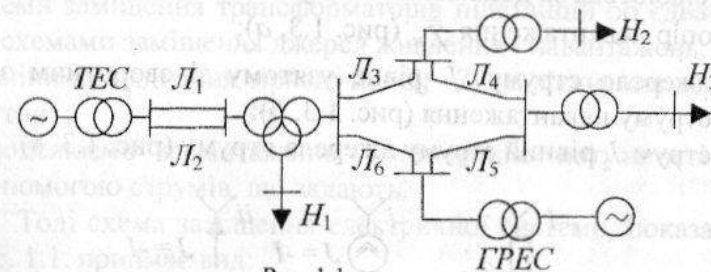


Рис. 1.1

Будемо розглядати симетричні сталі режими, при яких використовується схема заміщення однієї фази.

Принципова схема будь-якої ЕС містить у собі три групи елементів: джерела енергії, або споживачі навантаження, а також електричні мережі, що з'єднують джерела зі споживачами.

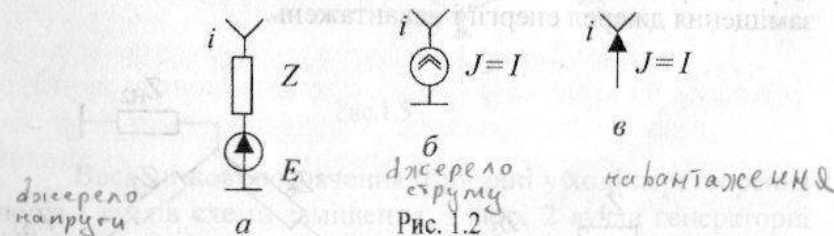


Рис. 1.2

Можливі наступні варіанти схем заміщення для джерел енергії:

- джерело напруги з ЕРС \bar{E} , і внутрішнім опором \bar{Z} , (рис. 1.2, а);
- джерело струму \bar{J} , рівно струму сталого режиму \bar{I} ,

(рис. 1.2, б);

– струм \bar{J} , рівний струму джерела струму (рис. 1.2, в).

Використання струмів \bar{J} , як моделі джерела енергії, підвищує оглядність схем заміщення складних електричних систем.

Споживачі електроенергії (навантаження) моделюються за допомогою наступних схем заміщення:

- опір навантаження \bar{Z}_H (рис. 1.3, а);
- джерело струму \bar{J} рівне взятому зі зворотним знаком струму навантаження (рис. 1.3, б);
- струм J , рівний струму джерела струму (рис. 1.3, в).

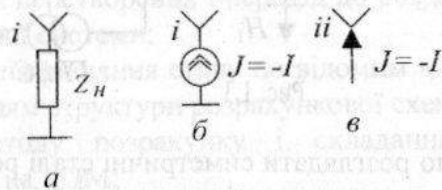


Рис. 1.3

Схеми заміщення елементів електричної мережі представляють собою опори \bar{Z}_i , причому схеми заміщення трансформаторів підстанцій поєднуються зі схемами заміщення джерел енергії і навантажень.

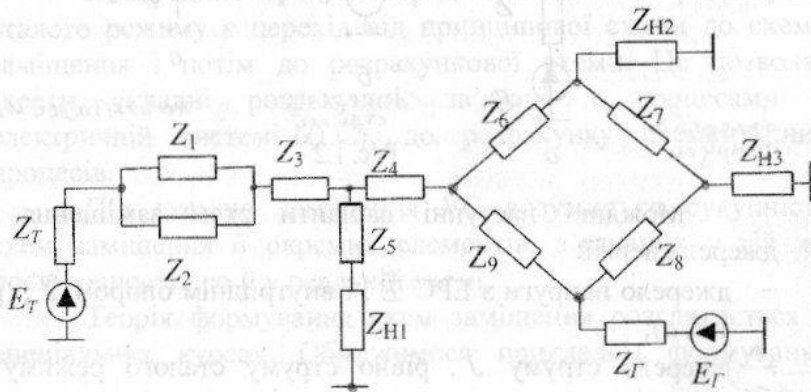


Рис. 1.4

З урахуванням розглянутих схем заміщення окремих елементів, приведемо варіант схеми заміщення електричної системи, представлений на рис. 1.1.

Виконаємо, відомі з курсу ТОЕ, перетворення:

- приведемо схеми до однієї номінальної напруги і врахуємо послідовне і паралельне з'єднання опорів;
- схеми заміщення трансформаторів підстанцій об'єднаємо зі схемами заміщення джерел живлення і навантажень;
- замінімо з'єднання зіркою $Z_4 - Z_6 - Z_9$ на з'єднання в трикутник;
- змоделюємо навантаження і генерацію потужності за допомогою струмів, що задають.

Тоді схема заміщення електричної системи, показаної на рис. 1.1, приймає вид:

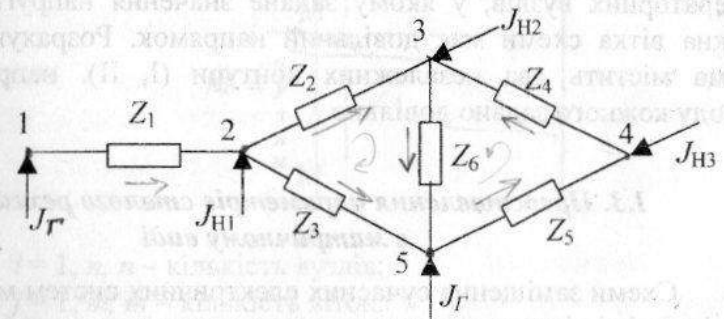


Рис. 1.5

Введені нові позначення отримані у ході перетворення опорів і вузлів схеми заміщення, з яких 2 вузли генераторні (1, 5) і 3 - навантажувальні (2, 3, 4).

За такою схемою заміщення може бути складений топографічний спрямований граф, що використовується як розрахункова схема (рис. 1.6).

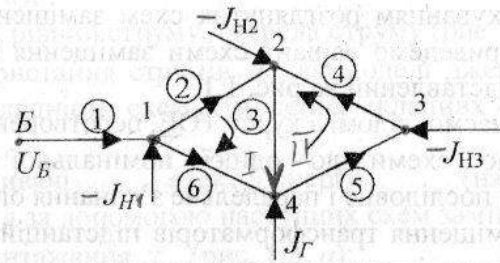


Рис. 1.6.

Ця розрахункова схема містить чотири незалежних вузли (1, 2, 3, 4) і один балансуєчий вузол (B). Струми J_{H1} , J_{H2} , J_{H3} моделюють навантаження і мають **негативні** значення, у вузлі 4 задане позитивне значення струму J_G , що моделює генерацію потужності. У якості балансуєчого обраний один з генераторних вузлів, у якому задане значення напруги U_B . Кожна вітка схеми має довільний напрямок. Розрахункова схема містить два незалежних контури (I, II), напрямком обходу кожного задано довільно.

1.3. Представлення параметрів сталого режиму в матричному виді

Схеми заміщення сучасних електричних систем мають сотні вузлів і віток, що утворюють складнозамкнену структуру.

Розрахунок режимів функціонування подібних технічних систем неможливий без використання обчислювальної техніки. Тому важливого значення набуває використання єдиного формалізованого підходу, заснованого на апараті алгебри матриць і що дозволяє дати опис схем будь-якої складності і конфігурації. Матрична форма представлення забезпечує компактність і оглядність великої кількості вихідної і результуючої інформації при проведенні розрахунку режимів складних схем.

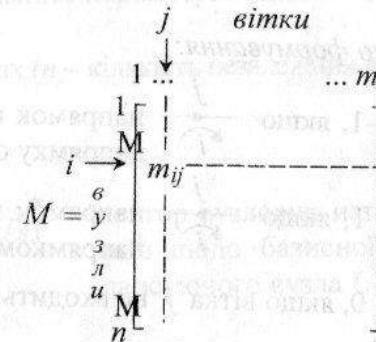
Матриці, які використовуються при розрахунку сталих режимів, можна підрозділити:

- на матриці інциденцій, що описують структурні зв'язки в розрахункових схемах;
- на матриці режимних параметрів.

Аналітичне представлення розрахункової схеми будь-якої конфігурації може бути виконане за допомогою матриць інциденцій двох видів:

1. Матриця інциденцій першого роду, що відбиває зв'язок вузлів і віток у схемі.

Структура:



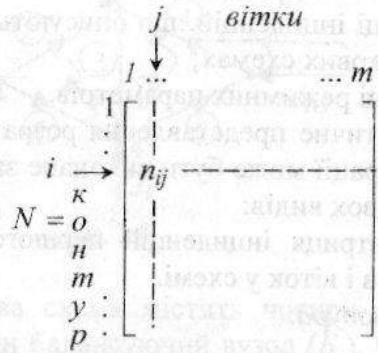
де, $i = 1, n$, n – кількість вузлів;
 $j = 1, m$, m – кількість віток.

Правило формування:

$$m_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{якщо } \overset{i}{\bullet} \leftarrow \overset{j}{\text{вітка}} \text{ входить у вузол } i \\ 1, & \text{якщо } \overset{i}{\bullet} \rightarrow \overset{j}{\text{вітка}} \text{ виходить з вузла } i \\ 0, & \text{якщо } \overset{i}{\bullet} \text{ --- } \overset{j}{\text{вітка}} \text{ не з'єднана з вузлом } i \end{cases}$$

2. Матриця інциденцій другого роду, що відображає зв'язок віток у незалежні контури.

Структура:



Правило формування:

$$n_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{якщо } \begin{array}{c} \xrightarrow{j} \\ \leftarrow i \end{array} \text{ напрямок вітки } j \text{ протилежно} \\ & \text{напрямку обходу контуру } i \\ 1, & \text{якщо } \begin{array}{c} \xrightarrow{j} \\ \xrightarrow{i} \end{array} \text{ напрямок вітки } j \text{ збігається з} \\ & \text{напрямком обходу контуру } i \\ 0, & \text{якщо вітка } j \text{ не входить у контур } i. \end{cases}$$

Приклад 1.1

Скласти матриці інцидентів M і N для розрахункової схеми електричної системи (рис. 1.6).

$$M = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ \hline B & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Останній рядок B , складений для балансуєчого вузла, не входить до складу матриці M і не використовується при проведенні розрахунків. Він дозволяє перевірити правильність складання матриці: з урахуванням балансуєчого вузла сума елементів кожного стовпця M повинна дорівнювати нулю.

$$N = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Матриці режимних параметрів можна підрозділити на 3 групи:

1. параметри по вузлах (n – кількість незалежних вузлів схеми)

$$U_{\Delta} = \begin{array}{c} U_{\Delta 1} \\ U_{\Delta 2} \\ M \\ U_{\Delta n} \end{array} = [U_i - U_B] \text{ – вектор вузлових напруг, обчислений щодо базисної напруги балансуєчого вузла } U_B$$

$$J = \begin{array}{c} J_1 \\ J_2 \\ M \\ J_n \end{array} \text{ – вектор струмів у вузлах}$$

2. параметри по вітках (m – кількість віток схеми)

$$U_B = \begin{array}{c} U_{B1} \\ U_{B2} \\ M \\ U_{Bm} \end{array} \text{ – вектор напруг у вітках}$$

$$E_B = \begin{bmatrix} E_{B1} \\ E_{B2} \\ \mathbf{M} \\ E_{Bm} \end{bmatrix} \quad \text{— вектор ЕРС у вітках}$$

$$Z_B = \begin{bmatrix} Z_{B1} & & & \\ & Z_{B2} & & \\ & & \ominus & \\ & & & Z_{Bm} \end{bmatrix} \quad \text{— діагональна матриця опорів віток}$$

$$Y_B = \begin{bmatrix} Y_{B1} & & & \\ & Y_{B2} & & \\ & & \circ & \\ & & & Y_{Bm} \end{bmatrix} \quad \text{— матриця провідностей віток}$$

$Y_{Bi} = 1/Z_{Bi}$

3. параметри по контурах (l – кількість незалежних контурів)

$$I_K = \begin{bmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ \mathbf{M} \\ I_{Kl} \end{bmatrix} \quad \text{— вектор контурних струмів;}$$

$$E_K = \begin{bmatrix} E_{K1} \\ E_{K2} \\ \mathbf{M} \\ E_{Kl} \end{bmatrix} \quad \text{— вектор контурних ЕРС.}$$

Завдання 1

Використовуючи розрахункову схему і вихідні дані для рахунку вручну (див. додаток), зробити наступні дії:

1. скласти матриці інциденцій M, N ;
2. записати матриці режимних параметрів:
 - а) J, Z_B, Y_B ;
 - б) U_Δ, U_B у загальному виді;
 - в) припустивши наявність ЕРС у вітках 2, 5, записати матриці E_B, E_K .

1.4. Матрична форма представлення основних законів електротехніки

З використанням матриць інциденцій M, N , а також матриць режимних параметрів можна представити в компактній матричній формі основні закони електротехніки.

1.4.1. Закон Ома

Матричне рівняння:

$$U_B = Z_B I - E_B \quad (1.1)$$

Структура матриць:

$$\begin{bmatrix} U_{B1} \\ U_{B2} \\ \mathbf{M} \\ U_{Bm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{B1} & & & \\ & Z_{B2} & & \\ & & \ominus & \\ & & & Z_{Bm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \mathbf{M} \\ I_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{B1} \\ E_{B2} \\ \mathbf{M} \\ E_{Bm} \end{bmatrix}$$

де U_B – матриця падінь напруг у вітках схеми;

I – вектор струмів у вітках;

E_B – матриця ЕРС у вітках;

Z_B – матриця опорів галузей, віток;

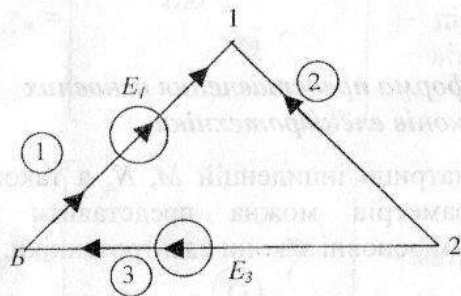
де Z_{ij} – власні опори віток;

$Z_{ij}, i \neq j$ – взаємні опори, обумовлені взаємною індуктивністю віток;

$Z_{ij} = Z_{ji} = 0$ – у сталому симетричному режимі функціонування електричної системи.

Приклад 1.2.

Записати в матричній формі закон Ома для розрахункової схеми:



$Z_1 = 0,1; E_1 = 100$

$Z_2 = 0,3;$

$Z_3 = 0,5; E_3 = 200$

$$\begin{bmatrix} U_{B1} \\ U_{B2} \\ U_{B3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 & & \\ & 0,2 & \\ & & 0,3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 200 \end{bmatrix}$$

1.4.2. І закон Кірхгофа

Матрична форма запису дозволяє представити баланс струмів для усіх вузлів схеми одночасно

$M \cdot I = J$ (1.2)

Структура матриць:

$$\begin{matrix} \text{в} \\ \text{у} \\ \text{з} \\ \text{л} \\ \text{и} \\ \text{п} \end{matrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ \vdots \\ m_{ij} \\ \vdots \\ m_{n1} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{вітки} \\ m \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_n \end{bmatrix}$$

де M – матриця інциденцій першого роду;

I – вектор невідомих струмів у вітках;

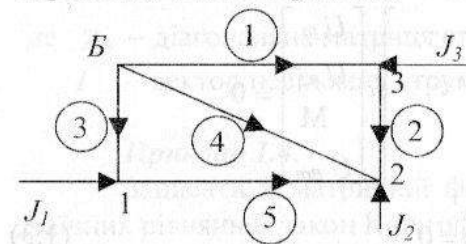
J – вектор струмів у вузлах:

якщо $J_i < 0$, то він моделює підключення навантаження у вузлі i ;

якщо $J_i > 0$, то він моделює генерацію потужності у i -му вузлі.

Приклад 1.3.

Записати перший закон Кірхгофа в матричній формі і перейти до системи рівнянь:



Вузли навантаження:

$J_1 = -5$

$J_2 = -3$

$J_3 = -1$

$$M = \begin{matrix} \text{в} \\ \text{у} \\ \text{з} \\ \text{л} \\ \text{и} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ - перевірка}$$

Матрична форма

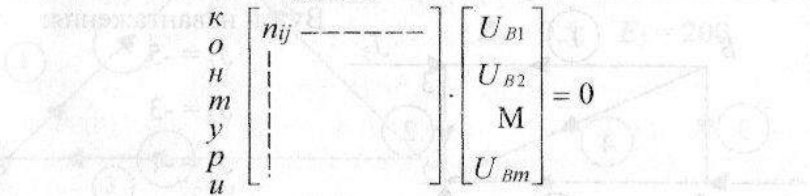
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Система рівнянь:

$$\begin{cases} -I_3 + I_5 = -5 \\ -I_2 - I_4 - I_5 = -3 \\ -I_1 + I_2 = -1 \end{cases}$$

1.4.3. II закон Кірхгофа

Матрична форма дозволяє записати баланс напруг для усіх незалежних контурів схеми



$$N \cdot U_B = 0 \quad (1.3)$$

Структура матриць:

Перетворимо запис закону Кірхгофа, використовуючи матричну форму закону Ома:

$$\begin{aligned} N \cdot (Z_B I - E_B) &= 0 \\ NZ_B I &= NE_B \\ NE_B &= E_K \end{aligned}$$

Добуток $NE_B = E_K$,

де: $E_B = \begin{bmatrix} E_{B1} \\ M \\ E_{Bm} \end{bmatrix}$ – матриця ЕРС віток;

$E_K = \begin{bmatrix} E_{K1} \\ M \\ E_{Kl} \end{bmatrix}$ – матриця ЕРС контурів.

Тоді II закон Кірхгофа має вигляд:

$$NZ_B I = E_K \quad (1.4)$$

Структура матриць:

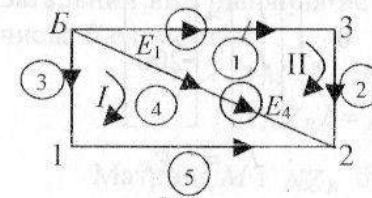
$$\begin{bmatrix} n_{11} & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{n1} & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{B1} & & & & \\ & Z_{B2} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & 0 & \\ & & & & Z_{Bm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ M \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{K1} \\ E_{K2} \\ M \\ E_{Kl} \end{bmatrix}$$

де Z_B – діагональна матриця опору віток;

I – вектор невідомих струмів у вітках.

Приклад 1.4.

Записати в матричній формі і у виді системи алгебраїчних рівнянь II закон Кірхгофа для розрахункової схеми.



Параметри у відносних одиницях:

$$\begin{aligned} Z_1 &= 0,1 & Z_2 &= 0,3 & Z_3 &= 0,4 \\ Z_4 &= 0,8 & Z_5 &= 0,6 & E_1 &= 100 \\ E_4 &= 300 \end{aligned}$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ +1 & +1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Знайдемо вектор контурних ЕРС:

$$E_K = N \cdot E_B$$

$$E_K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ +1 & +1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ -300+100 \\ -200 \end{bmatrix}$$

У матричній формі:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,3 \\ 0,4 \\ 0,8 \\ 0,6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ -200 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,4 & 0,8 & -0,6 \\ +0,1 & +0,3 & 0 & -0,8 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ -200 \end{bmatrix}$$

$N \cdot Z_B \cdot I = E_K$

Система рівнянь:

$$\begin{cases} -0,4I_3 + 0,8I_4 - 0,6I_5 = 300 \\ +0,1I_1 + 0,3I_2 + 0,8I_4 = -200 \end{cases}$$

Завдання 2

Використовуючи варіант розрахункової схеми (див. додаток) і вихідні дані, записати I і II закони Кірхгофа в матричній формі та у вигляді системи рівнянь.

1.5. Матричний запис рівнянь стану електричної системи

Під рівнянням стану розуміється матричне рівняння (система рівнянь), що описує режим роботи електричної системи.

У залежності від того, що при розрахунку сталого режиму приймається за вихідні і невідомі параметри, виділяються три види матричних рівнянь стану:

- узагальнене рівняння стану;
- рівняння вузлових напруг;
- рівняння контурних струмів.

1.5.1. Узагальнене рівняння стану

Узагальнене рівняння стану отримується за рахунок об'єднання матричних рівнянь I і II законів Кірхгофа. Це дозволяє одержати число незалежних рівнянь у відповідній системі рівнянь, рівне кількості невідомих струмів у вітках. Загальний вид рівняння не залежить від конфігурації схеми і числа її елементів.

$$M \cdot I = J \quad - \text{I закон Кірхгофа.}$$

$$NZ_B I = E_K \quad - \text{II закон Кірхгофа.}$$

Матриці M і NZ_B будемо розглядати як блоки єдиної матриці коефіцієнтів.

$$A = \begin{bmatrix} M \\ \text{---} \\ NZ_B \end{bmatrix} \quad - \text{матриця параметрів схеми заміщення.}$$

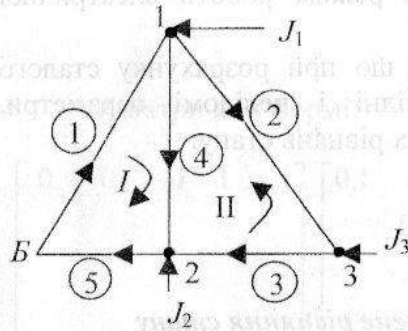
Матриці J і E_K представляються як блоки об'єднаної матриці вихідних параметрів:

$$F = \begin{bmatrix} J \\ \text{---} \\ E_K \end{bmatrix}$$

Тоді узагальнене рівняння в матричній формі має вид:

$$A \cdot I = F$$

Структура:



Скласти узагальнене рівняння стану для розрахункової схеми (у загальному виді), якщо звісток опору галузей \$Z_1, Z_2, \dots, Z_5\$ і струми, що задають, \$J_1, J_2, J_3\$.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & +1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ \hline B & +1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix}$ – струми, беруться позитивними для генераторних вузлів і негативними для навантажуваль-

них;

$$E_k = \begin{bmatrix} E_{k1} \\ E_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ – тому що відсутні ЕРС у вітках схеми.}$$

Знаходимо добуток \$NZ_B\$.

$$N \cdot Z_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & Z_4 & Z_5 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ 0 & -Z_2 - Z_3 & Z_4 & 0 \end{bmatrix}$$

Узагальнене рівняння стану має вигляд:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & & \\ 0 & & 0 & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$A \cdot I = F$$

Перейдемо до системи рівнянь:

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 + I_4 = J_1 \\ -I_3 - I_4 + I_5 = J_2 \\ -I_2 + I_3 = J_3 \\ Z_1 I_1 + Z_4 I_4 + Z_5 I_5 = 0 \\ -Z_2 I_2 + Z_3 I_3 + Z_4 I_4 = 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

Використовуючи узагальнене рівняння стану, порядок розрахунку сталого режиму можна звести до наступного:

1. Визначаються струми у вітках схеми по одному з можливих способів:

а) вирішується матричне рівняння (1.5)

$$I \cdot A^{-1} = F;$$

б) знаходяться корені системи рівнянь (1.6).

2. Розраховуються спад напруги у вітках схеми на основі закону Ома (1.1)

$$U_B = Z_B I - E_B.$$

3. Визначаються вузлові напруги по рівнянню зв'язку параметрів [1]

$$U_\Delta = M_I^{-1} \cdot U_B.$$

4. На основі отриманих даних розраховуються інші параметри режиму: потоки P , Q , втрати ΔP , ΔQ і т.д. Таким чином, послідовність розрахунку припускає рішення на 1 етапі системи рівнянь порядку m , де m – кількість віток схеми.

Аналіз реальних схем показав, що число віток звичайно в 1,5 рази більше кількості вузлів. Тому частіше для проведення розрахунку нормальних режимів використовується система рівнянь вузлових напруг.

Завдання 3

Для розрахункової схеми (див. додаток) записати в матричній формі узагальнене рівняння стану. Перейти до системи алгебраїчних рівнянь щодо невідомих струмів у вітках.

1.5.2. Матрична форма рівнянь вузлових напруг

Використання рівнянь вузлових напруг приводить до зміни порядку розрахунку: спочатку визначаються значення напруг у вузлах схеми. Тоді кількість невідомих зменшується

до n – числа незалежних вузлів розрахункової схеми.

Матричне рівняння вузлових напруг може бути отримане шляхом наступних перетворень:

а) із закону Ома виразимо вектор струмів у вітках:

$$I = Z_B^{-1} \cdot (U_B + E_B) \quad (1.7)$$

$$Z_B^{-1} = Y_B \begin{bmatrix} Y_{B1} & & & \\ & Y_{B2} & & \\ & & \dots & \\ & & & Y_{Bm} \end{bmatrix} \quad \text{— матриця провідностей віток}$$

де, $Y_{Bi} = 1/Z_{Bi}$;

б) підставимо вираз (1.7) у матричне рівняння І закону Кірхгофа (1.2)

$$M Z_B \cdot (U_B + E_B) = J;$$

в) використовуючи рівняння зв'язку між вузловими напругами і спадами напруг у вітках U_B [1]

$$U_B = M_I \cdot U_\Delta,$$

одержимо матричне рівняння виду:

$$M Y_B \cdot (M_I U_\Delta + E_B) = J$$

$$M Y_B M_I U_\Delta = J - M Y_B E_B \quad (1.8)$$

Добуток трьох матриць у (1.8) дозволяє одержати матрицю вузлових провідностей:

$$Y_Y = M Y_B M_I \quad (1.9)$$

Загальний вид рівняння вузлових напруг:

$$Y_Y U_\Delta = J - M Y_B E_B \quad (1.10)$$

Для більшості реальних схем заміщення навантаження і генерація моделюються за допомогою струмів, тому ЕРС у вітках відсутня. Тоді при $U_B = 0$ рівняння вузлових напруг прийме вид:

$$Y_y U_\Delta = J \quad (1.11)$$

де,

$$U_\Delta = [U_i - U_B] = \begin{bmatrix} U_{\Delta 1} \\ U_{\Delta 2} \\ \dots \\ U_{\Delta n} \end{bmatrix} \quad \text{— вектор вузлових напруг}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{bmatrix} \quad \text{— вектор струмів;}$$

$$Y_y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \Lambda & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \Lambda & Y_{2n} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \Lambda & Y_{mn} \end{bmatrix} \quad \text{— матриця вузлових провідностей}$$

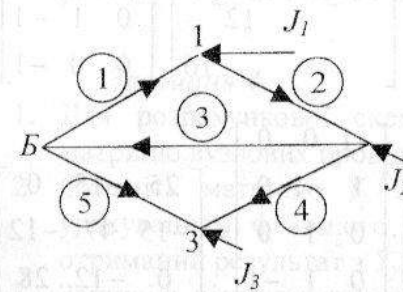
Структура Y_y визначається фізичним змістом її елементів:

- на головній діагоналі розташовані власні провідності вузлів Y_{ij} , рівні сумі провідностей віток, з'єднаних з вузлом i ;
- симетрично щодо головної діагоналі розташовані взаємні провідності $-Y_{ij} = -Y_{ji}$ (зі знаком мінус), що рівні провідності вітки, що знаходиться між вузлами i та j , або нулю при відсутності зв'язку між вузлами.

Матриця Y_y є симетричною і слабо заповненою, тобто містить велике число нульових елементів. Ці властивості дозволяють реалізувати на ЕОМ ефективні алгоритми розрахунку режимів з урахуванням слабого заповнювання.

Приклад 1.6

Записати матричне рівняння вузлових напруг для розрахункової схеми і перейти до системи рівнянь (усі вузли розрахункової схеми навантажувальні)



$$Y_1 = 10; \quad Y_2 = 15; \quad Y_3 = 20;$$

$$Y_4 = 12; \quad Y_5 = 16;$$

$$J_1 = -10; \quad J_2 = -30; \quad J_3 = -55$$

1. Складемо матрицю інцидентій 1-го роду:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. Знайдемо транспоновану матрицю:

$$M_t = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Визначасмо матрицю вузлових провідностей:

$$Y_y = MY_B M_t = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \\ 12 \\ 16 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -10 & 15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -15 & 20 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & -16 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & -15 & 0 \\ -15 & 47 & -12 \\ 0 & -12 & 28 \end{bmatrix}$$

4. У матричній формі рівняння вузлових напруг має вид:

$$\begin{bmatrix} 25 & -15 & 0 \\ -15 & 47 & -12 \\ 0 & -12 & 28 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{\Delta 1} \\ U_{\Delta 2} \\ U_{\Delta 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ -30 \\ -55 \end{bmatrix}$$

5. Перейдемо до системи рівнянь:

$$\begin{cases} 25U_{\Delta 1} - 15U_{\Delta 2} + 0 \cdot U_{\Delta 3} = -10 \\ -15U_{\Delta 1} + 47U_{\Delta 2} - 12U_{\Delta 3} = -30 \\ 0 \cdot U_{\Delta 1} - 12U_{\Delta 2} + 28U_{\Delta 3} = -55 \end{cases} \quad (1.12)$$

Використовуючи рівняння вузлових напруг, можна провести розрахунок сталого режиму в наступному порядку:

1. Вирішуючи систему рівнянь виду (1.12), визначаються значення вузлових напруг U_{Δ} .
2. З рівняння зв'язку параметрів режиму [1] знаходяться спадання напруг у вітках

$$U_B = M_t \cdot U_{\Delta}$$

3. З рівняння закону Ома (1.1) визначаються струми у вітках схеми

$$I = Y_B \cdot (U_B + E_B).$$

4. За відомим значенням I і U_{Δ} визначаються інші параметри режиму $P, Q, \Delta P, \Delta Q$ і т.д.

Завдання 4

1. Для розрахункової схеми (див. додаток I) обчисліть матрицю вузлових провідностей Y_y по (1.10).
2. Складіть матрицю Y_y без перемноження матриць з урахуванням фізичного змісту її елементів. Порівняйте отриманий результат з Y_y , обчисленою в п.1.
3. Запишіть рівняння вузлових напруг у матричній формі і у виді системи рівнянь.

1.5.3. Матрична форма рівнянь контурних струмів

Одним з можливих способів зниження порядку розв'язуваної системи рівнянь є використання контурних рівнянь стану. Запишемо II закон Кірхгофа в матричній формі:

$$NZ_B I = E_K$$

Виразимо струм у вітках I через вектор контурних струмів I_K , використовуючи рівняння зв'язку [1]

$$I = N_t I_K \quad (1.13)$$

Підставимо вираження (1.13) у рівняння II закону Кірхгофа

$$N \cdot Z_B \cdot N_t \cdot I_K = E_K$$

Добуток трьох матриць $N \cdot Z_B \cdot N_t$ дозволяє здобути матрицю контурних опорів:

$$Z_K = N \cdot Z_B \cdot N_t \quad (1.14)$$

тоді матричне рівняння контурних струмів

$$Z_k I_k = E_k \quad (1.15)$$

Структура:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \Lambda & Z_{1\ell} \\ Z_{21} & Z_{22} & \Lambda & Z_{2\ell} \\ \text{M} & & & \\ Z_{\ell 1} & Z_{\ell 2} & \Lambda & Z_{\ell\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \\ \text{M} \\ I_{k\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{k1} \\ E_{k2} \\ \text{M} \\ E_{k\ell} \end{bmatrix}$$

де ℓ — кількість незалежних контурів розрахункової схеми.

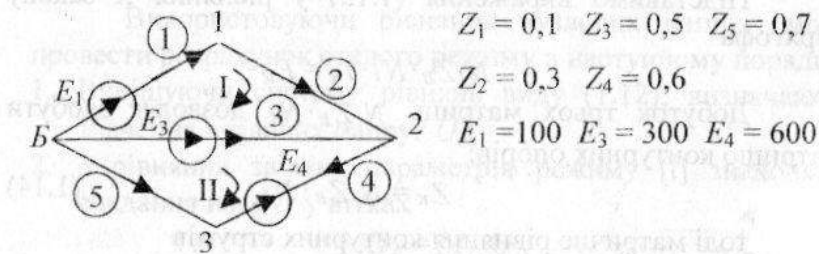
Структура матриці Z_k визначається фізичним змістом її елементів:

- на головній діагоналі розташовані Z_{ij} – власні опори контурів i , рівні сумі опорів віток, що ідуть у контур;
- метрично щодо головної діагоналі, розташовані взаємні опори контурів $Z_{ij} = Z_{ji}$, рівні сумі опорів віток, спільних для контурів i та j .

Рівняння контурних струмів застосовуються при розрахунку сталих режимів, якщо моделювання навантаження і генерації здійснюється за допомогою джерел ЕРС струми $J_i = 0$. Матриця контурних опорів Z_k не є слабо заповненою, тому потрібно більше оперативної пам'яті при реалізації алгоритму розрахунку режиму на ЕОМ.

Приклад 1.7

Скласти рівняння контурних струмів у матричній формі і перейти до системи рівнянь:



1. Складаємо матрицю інциденції II роду

$$N = \begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. Зробимо транспонування матриці N :

$$N_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Визначаємо матрицю контурних опорів по (1.14) матрицю контурних ЕРС

$$Z_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,1 & & & & \\ & 0,3 & & & \\ & & 0,5 & & \\ & & & 0,6 & \\ & & & & 0,7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,1 & 0,3 & -0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,6 & -0,7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9 & -0,5 \\ -0,5 & 1,8 \end{bmatrix}$$

$$E_K = NZ_B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 300 \\ 0 \\ 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 - 300 \\ 300 - 600 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -200 \\ -300 \end{bmatrix}$$

4. Запишемо матричне рівняння контурних струмів (1.15) і перейдемо до системи рівнянь:

$$Z_K \cdot I_K = E_K$$

$$\begin{bmatrix} 0,9 & -0,5 \\ -0,5 & 1,8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -200 \\ -300 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 0,9 I_{K1} - 0,5 I_{K2} = -200 \\ -0,5 I_{K1} + 1,8 I_{K2} = -300 \end{cases}$$

Порядок розрахунку сталого режиму при такій формі рівнянь стану зводиться до наступного:

1. Зважується система рівнянь (1.15) і визначаються контурні струми I_K .

2. По рівнянню зв'язку параметрів [1] розраховуються струми в галузях схеми

$$I = N_t I_K,$$

3. За законом Ома (1.1) знаходяться спади напруги у вітках:

$$U_B = Z_B I - E_B$$

4. По рівнянню зв'язку [I] визначаються вузлові напруги

$$U_\Delta = M_t^{-1} \cdot U_B$$

5. Далі можуть бути розраховані всі необхідні параметри режиму P , Q , ΔP , ΔQ і т.д.

Таким чином, використання рівнянь контурних струмів зменшує порядок системи рівнянь, що розв'язується до 1, але збільшує кількість етапів розрахунку.

Таблиця 1.1

Вигляд матричного рівняння стану	Основні матриці	Порядок розрахунку	Примітки
1. Узагальнене рівняння стану: $A \cdot I = F$	$A = \begin{bmatrix} M & \dots & \dots \\ \dots & N \cdot Z_B & \dots \end{bmatrix}^m$ $I = \begin{bmatrix} I_1 \\ M \\ I_m \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} J \\ \dots \\ E_K \end{bmatrix}$	1. Рішення СЛАН порядку m – кількість віток $A \cdot I = F \Rightarrow I$ 2. $U_B = Z_B \cdot I - E_B$ 3. $U_\Delta = M_t^{-1} \cdot U_B$	Найбільш загальна форма представлення на практиці використовується рідко. <i>Недоліки:</i> велика розмірність СЛАН (m)
2. Рівняння вузлових напруг: а) постійний струм при $E_B = 0$ $Y_y \cdot U_\Delta = J$	$Y_y = M \cdot Y_B \cdot M_t = \begin{bmatrix} Y_{11} & \Lambda & Y_{1n} \\ M & & \\ Y_{n1} & \Lambda & Y_{nn} \end{bmatrix}$ $U_\Delta = \begin{bmatrix} U_{\Delta 1} \\ M \\ U_{\Delta n} \end{bmatrix} = [U_i - U_b]$ $I = \begin{bmatrix} I_1 \\ M \\ I_n \end{bmatrix}$	1. Рішення СЛАН порядку n або $2n$ (n – кількість незалежних вузлів) $Y_y \cdot U_\Delta = I \Rightarrow U_\Delta$	Найбільш часто використовується на практиці, якщо моделюється навантаження і генерація струмами. <i>Достоїнства:</i> а) зменшується порядок СЛАН до n .

Вигляд матричного рівняння стану	Основні матриці	Порядок розрахунку	Примітки
б) змінний струм [2]: $\dot{Y}_y \cdot \dot{U}_\Delta = \sqrt{3} j$	$b) Y_y = \begin{bmatrix} G_y & -B_y \\ -B_y & G_y \end{bmatrix}^{2n}; U_\Delta = \begin{bmatrix} U'_\Delta \\ U''_\Delta \end{bmatrix}; I = \begin{bmatrix} I' \\ I'' \end{bmatrix}^{2n}$	2. $U_B = M_t \cdot U_\Delta$ 3. $I = Y_B \cdot (U_B + E_B)$	б) матриця коефіцієнтів Y_y – слабо-заповнена.
3. Рівняння контурних струмів. $Z_K \cdot I_K = E_K$	$Z_K = N \cdot Z_B \cdot N_t = \begin{bmatrix} Z_{11} & \Lambda & Z_{1l} \\ & M & \\ Z_{l1} & \Lambda & Z_{ll} \end{bmatrix}$ $I_K = \begin{bmatrix} I_{K1} \\ M \\ I_{Kl} \end{bmatrix} \quad E_K = \begin{bmatrix} E_{K1} \\ M \\ E_{Kl} \end{bmatrix}$	1. Рішення СЛАУ порядку l (l – кількість незалежних контурів). $Z_K \cdot I_K = E_K \Rightarrow I_K$ 2. $I = N_t \cdot I_K$ 3. $U_B = Z_B \cdot I - E_B$ 4. $U_\Delta = M_t^{-1} \cdot U_B$	Використовується при моделюванні навантаження і генерації джерелами ЕРС (при $I = 0$). Зменшується порядок СЛАУ до l .
			Збільшується число етапів розрахунку.

Завдання 5

- Запропонувавши наявність ЕРС у вітках 2, 5 розрахункової схеми (див. додаток) $E_2 = 100$, $E_5 = 300$, записати рівняння контурних струмів у матричній формі й у виді системи рівнянь.
- Порівняти всі отримані форми рівнянь стану, використовуючи табл. 1.1.

2. МЕТОДИ РІШЕННЯ РІВНЯНЬ СТАНУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

2.1. Постановка задачі

Розрахунок сталих режимів електричної системи зводиться до визначення струмів, потужностей у вітках схеми і значень напруг у її вузлах.

Незалежно від використовуваної форми рівнянь стану (1.11), (1.15) найбільш істотним етапом розрахунку є рішення системи алгебраїчних рівнянь. Вид рівнянь стану визначається обраним способом моделювання навантаження і генерації потужності. Розглянемо це на прикладі, що одержав найбільше поширення на практиці розрахунків режимів системи рівнянь вузлових напруг.

При моделюванні навантаження і джерел живлення за допомогою постійних по модулю та фазі струмів, що задаються ($J = const$), матричне рівняння вузлових напруг має вид (1.11)

$$Y_y \cdot U_\Delta = J$$

У цьому випадку рівняння стану є лінійними і перший етап розрахунку сталого режиму зводиться до рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).

Однак у реальних схемах заміщення використовується представлення навантаження і генерації потужності за допомогою нелінійних джерел струму, що адекватно процесам, що відбуваються в електричній системі. У цьому

випадку генератори задаються постійною потужністю генерації $P_G = const$, $Q_G = const$, а навантаження – постійною потужністю навантаження $S_H = const$ або статичними характеристиками навантаження $P_H(U)$, $Q_H(U)$ [2]. При такому способі завдання вихідних даних розрахунків сталого режиму зв'язаний з рішенням систем нелінійних алгебраїчних рівнянь (СНАР). Найбільш часто при розрахунках застосовуються рівняння вузлових напруг у формі балансу струмів і балансу потужностей [2]. Як приклад приведемо систему нелінійних рівнянь вузлових напруг у формі балансу струмів для чотирьохвузлової електричної системи:

$$\begin{cases} \dot{Y}_{11}\dot{U}_{\Delta 1} + \dot{Y}_{12}\dot{U}_{\Delta 2} + \dot{Y}_{13}\dot{U}_{\Delta 3} = S_1^*/U_{\Delta 1}^* - Y_{16}U_6 \\ \dot{Y}_{21}\dot{U}_{\Delta 1} + \dot{Y}_{22}\dot{U}_{\Delta 2} + \dot{Y}_{23}\dot{U}_{\Delta 3} = S_2^*/U_{\Delta 2}^* - Y_{26}U_6 \\ \dot{Y}_{31}\dot{U}_{\Delta 1} + \dot{Y}_{32}\dot{U}_{\Delta 2} + \dot{Y}_{33}\dot{U}_{\Delta 3} = S_3^*/U_{\Delta 3}^* - Y_{36}U_6 \end{cases} \quad (2.1)$$

де: $Y_{i6} = Y_{i1} - Y_{i2} - Y_{i3}$

У матричній формі:

$$Y_y U_{\Delta} = \sqrt{3}J(U) - Y_6 U_6, \quad (2.2)$$

де: $J_k(U) = S_k^*/U_k^*$ – струм при заданій у k -му вузлі постійній потужності або навантаження генерації.

Класифікація методів розрахунку рівнянь стану в залежності від способу представлення вихідних даних і форми систем рівнянь приведена в табл. 2.1, де зазначені особливості кожного методу і дані посилання на літературу, у якій можна знайти повний опис методів і їхнє застосування в енергетичних розрахунках.

Оскільки в основі рішення систем нелінійних рівнянь лежить їхня лінеаризація, то незалежно від форми рівнянь

стану в процесі розрахунку режимів виробляється рішення СЛАР. Таким чином, ефективність розрахунку сталого режиму багато в чому визначається раціональним вибором і алгоритмізацією методу рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Приведемо приклади застосування прямих (метод Гауса) і ітераційних (метод Зейделя) методів у розрахунках сталих режимів ЕС.

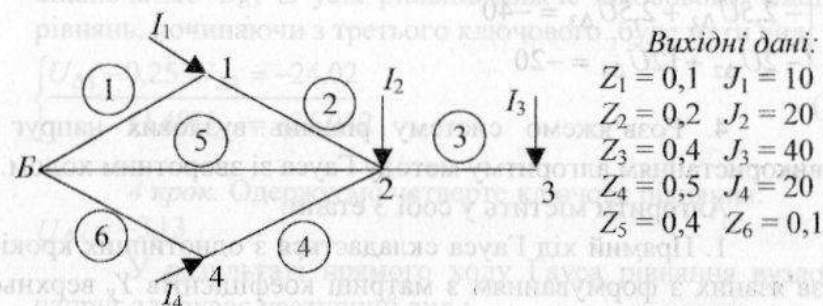
Таблиця 2.1

Умови формування і вигляд рівнянь стану	Методи рішення (посилання на літературу)	Примітки
1. Лінійні Завдання вихідних даних: $I = const$ $I > 0$ – генерація $I < 0$ – навантаження Приклад: $Y_y \cdot U_{\Delta} = J$	Прямі методи: 1. Метод виключення Гауса [1], [2], [3], [5]. Алгоритми: а) метод Гауса з оберненим ходом; б) метод Гауса без оберненого ходу; в) метод Гауса з вибором головного елемента.	<i>Достойства:</i> – метод гарантує отримання рішення за кінцеве число операцій; – можливість урахування слабкої наповненості <i>Недоліки:</i> Необхідність багаторазово перераховувати матрицю коефіцієнтів СЛАУ (Y_y). Точність залежить від похибок вихідних даних, округлення, властивостей матриці Y_y .
	2. Застосування оберненої матриці (Z_y) [2], [3]	Застосовується при багатьох чисельних розрахунках режимів однієї і тієї ж ЕС. <i>Недоліки:</i> складність алгоритму обернення матриць Z_y – повнозаповнена матриця

Умови формування і вигляд рівнянь стану	Методи рішення (посилання на літературу)	Примітки
	Ітераційні методи 1. Метод простої ітерації [1], [2], [3] 2. Метод Зейделя [1], [2], [5]	Рішення СЛАНУ наближене із заданою ступеню точності ϵ . <i>Недоліки:</i> повільна сходимость ітераційного процесу. <i>Достоїнства:</i> – більш швидка і надійна сходимость; – проста реалізація на ЕОМ.
2. Нелінійні Завдання вихідних даних: – генерація $P_G = const$; $Q_G = const$ або $P_G = const$; $U_G = const$ – навантаження $S_G = const$; $P_H(U), Q_H(U)$ Приклад: $Y_\Delta U_\Delta + Y_\delta U_\delta = \sqrt{3}J(U)$	Ітераційні методи 1. Метод Зейделя [2], [5]. 2. Метод Ньютона [2], [5].	<i>Недоліки:</i> повільна сходимость та розходимость ітераційних процесів у режимах, що близькі до граничних. <i>Достоїнства:</i> простота реалізації на ЕОМ. <i>Достоїнства:</i> – застосування для любого класу нелінійних рівнянь; – надійна і швидка квадратична сходимость; – можливість урахування слабкої заповненості матриці похідних. Звідси широке застосування в практиці розрахунку режимів

2.2. Приклад використання методу Гауса для розв'язання системи рівнянь вузлових напруг

Умова задачі. Для заданої розрахункової схеми скласти систему рівнянь вузлових напруг. Розрахувати значення напруг у вузлах схеми з використанням методу Гауса.



Вихідні дані:

$$\begin{aligned} Z_1 &= 0,1 & J_1 &= 10 \\ Z_2 &= 0,2 & J_2 &= 20 \\ Z_3 &= 0,4 & J_3 &= 40 \\ Z_4 &= 0,5 & J_4 &= 20 \\ Z_5 &= 0,4 & Z_6 &= 0,1 \end{aligned}$$

Усі вузли схеми – навантажувальні.

1. Складемо матрицю провідностей віток

$$Y_B = Z_B^{-1} = \begin{bmatrix} 1/Z_1 & & & & & \\ & 1/Z_2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & & & \\ & & & & & 1/Z_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & & & & & \\ & 5 & & & & \\ & & 2,5 & & & \\ & & & 2 & & \\ & & & & 2,5 & \\ & & & & & 10 \end{bmatrix}$$

2. Знаючи фізичний зміст елементів і структуру матриці вузлових провідностей (1.11), запишемо Y_Δ

$$Y_\Delta = \begin{bmatrix} 15 & -5 & 0 & 0 \\ -5 & 12 & -2,5 & -2 \\ 0 & -2,5 & 2,5 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

3. Складемо систему рівнянь вузлових напруг на основі (1.11):

$$\begin{cases} 15U_{\Delta 1} - 5U_{\Delta 2} = -10 \\ -5U_{\Delta 1} + 12U_{\Delta 2} - 2,5U_{\Delta 3} - 2U_{\Delta 4} = -20 \\ -2,5U_{\Delta 2} + 2,5U_{\Delta 3} = -40 \\ -2U_{\Delta 2} + 12U_{\Delta 4} = -20 \end{cases} \quad (2.3)$$

4. Розв'яжемо систему рівнянь вузлових напруг з використанням алгоритму методу Гауса зі зворотним ходом.

Алгоритм містить у собі 3 етапи:

1. Прямий хід Гауса складається з однотипних кроків, зв'язаних з формуванням з матриці коефіцієнтів Y , верхньої трикутної матриці.

1 крок. Одержимо перше ключове рівняння, для чого розділимо перше рівняння системи (2.3) на діагональний елемент $Y_{11} = 15$. Потім виключимо невідоме $U_{\Delta 1}$ із усіх рівнянь нижче ключового.

Для виключення $U_{\Delta 1}$ з i -го рівняння подумки помножимо ключове рівняння на коефіцієнт при $U_{\Delta 1}$ i -го рівняння, а потім складемо ключове та i -те рівняння.

$$\begin{cases} U_{\Delta 1} - 0,33U_{\Delta 2} = -0,67 \\ 10,35U_{\Delta 2} - 2,5U_{\Delta 3} - 2U_{\Delta 4} = -23,35 \\ -2,5U_{\Delta 2} - 2,5U_{\Delta 3} = -40 \\ -2U_{\Delta 2} + 12U_{\Delta 4} = -20 \end{cases} \quad (2.4)$$

2 крок. Вибираємо друге ключове рівняння, для чого розділимо друге рівняння (2.4) на $Y_{22} = 10,35$. Виключимо $U_{\Delta 2}$, із усіх рівнянь нижче ключового. Запишемо перетворену

систему рівнянь, починаючи з ключового:

$$\begin{cases} U_{\Delta 2} - 0,24U_{\Delta 3} - 0,193U_{\Delta 4} = -2,256 \\ 1,9U_{\Delta 3} - 0,48U_{\Delta 4} = -45,64 \\ -0,48U_{\Delta 3} + 11,62U_{\Delta 4} = -24,512 \end{cases} \quad (2.5)$$

3 крок. Вибираємо третє ключове рівняння і виключаємо $U_{\Delta 3}$ із усіх рівнянь нижче ключового. Система рівнянь, починаючи з третього ключового, буде мати вид:

$$\begin{cases} U_{\Delta 3} - 0,253U_{\Delta 4} = -24,02 \\ 11,49U_{\Delta 4} = -36,042 \end{cases} \quad (2.6)$$

4 крок. Одержуємо четверте ключове рівняння:

$$U_{\Delta 4} = -3,13$$

У результаті прямого ходу Гауса рівняння вузлових напруг здобуває наступний вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,33 & 0 & 0 \\ & 1 & -0,24 & -0,193 \\ & & 1 & -0,253 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{\Delta 1} \\ U_{\Delta 2} \\ U_{\Delta 3} \\ U_{\Delta 4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,67 \\ -2,256 \\ -24,02 \\ -3,13 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$Y_y \quad \cdot \quad U_{\Delta} \quad = \quad J$

2. Зворотний хід методу Гауса:

$$U_{\Delta 4} = -3,13$$

$$U_{\Delta 3} = 24,02 + 0,253U_{\Delta 4} = -24,81$$

$$U_{\Delta 2} = -2,256 + 0,24U_{\Delta 3} + 0,193U_{\Delta 4} = -8,81$$

$$U_{\Delta 1} = -0,67 + 0,33U_{\Delta 2} = -3,577$$

3. Третій етап розрахунку зв'язаний з аналізом точності рішення. Для цього розраховується нев'язка по

$$\omega_1 = |-10 - 15U_{\Delta 1} + 5U_{\Delta 2}| = |-10 - 15(-3,577) + 5(-8,81)| = 0,395;$$

$$\omega_2 = |-20 + 5U_{\Delta 1} - 12U_{\Delta 2} + 2,5U_{\Delta 3} + U_{\Delta 4}| =$$

$$= |-20 + 5(-3,577) - 12(-8,81) + 2,5(-3,13)| = 0,45;$$

$$\omega_3 = |-40 + 2,5U_{\Delta 2} - 2,5U_{\Delta 3}| = |-40 + 2,5(-24,81) + 2,5(-3,13)| = 0;$$

$$\omega_4 = |-20 + 2U_{\Delta 2} - 12U_{\Delta 4}| = |-20 + 2(-8,81) - 12(-3,13)| = 0,06$$

вихідній системі рівнянь (2.3):

Сумарна нев'язка $\omega_{\Sigma} = \sum_{i=1}^4 \omega_i = 0,0905$ визначає точність

отриманих значень вузлових напруг.

Завдання 6

1. Використовуючи систему рівнянь вузлових напруг, отриману в завданні 4 (розд. 1.4.2), розрахувати значення вузлових напруг методом Гауса.
2. Проаналізувати точність результатів розрахунку.

2.3 Приклад розрахунку вузлових напруг за допомогою методу Зейделя

Умова задачі. Для розрахункової схеми і вихідних даних, приведених у розд. 2.3, розрахувати значення вузлових напруг за допомогою методу Зейделя (провести дві ітерації і зробити висновок про збіжність ітераційного процесу), точність розрахунку $\varepsilon = 0,01$.

Розрахунок ітераційним методом Зейделя містить у собі наступні етапи:

1. Перетворимо вихідну систему вузлових напруг (2.3) до виду, зручному для ітераційного процесу:

$$\begin{cases} U_{\Delta 1} = -0,67 + 0,33U_{\Delta 2} \\ U_{\Delta 2} = -1,67 + 0,417U_{\Delta 1} + 0,21U_{\Delta 3} + 0,167U_{\Delta 4} \\ U_{\Delta 3} = -16 + U_{\Delta 2} \\ U_{\Delta 4} = -1,67 + 0,167U_{\Delta 2} \end{cases} \quad (2.8)$$

2. Задамося початковим наближенням вузлових напруг:

$$U_{\Delta 1}^{(0)} = -0,67;$$

$$U_{\Delta 2}^{(0)} = -1,67;$$

$$U_{\Delta 3}^{(0)} = -16;$$

$$U_{\Delta 4}^{(0)} = -1,67.$$

3. На першій ітерації розраховуємо значення першого наближення вузлових напруг $U_{\Delta i}^{(1)}$ здійснюючи підстановку значень $U_{\Delta i}^{(0)}$ у систему рівнянь

$$U_{\Delta 1}^{(1)} = -0,67 + 0,33U_{\Delta 2}^{(0)} = -1,22;$$

$$U_{\Delta 2}^{(1)} = -1,67 + 0,417U_{\Delta 1}^{(1)} + 0,21U_{\Delta 3}^{(0)} + 0,167U_{\Delta 4}^{(0)} = -5,81;$$

$$U_{\Delta 3}^{(1)} = -16 + U_{\Delta 2}^{(1)} = -21,82;$$

$$U_{\Delta 4}^{(1)} = -1,67 + U_{\Delta 2}^{(1)} = -2,64.$$

4. Розрахуємо нев'язки на першій ітерації для перевірки точності отриманих результатів. Для цього підставивши значення напруг $U_{\Delta i}^{(1)}$ у вихідну систему (2.3) аналогічно п.4 у розділі 2.2.

$$\omega_1^{(1)} = 20,75;$$

$$\omega_2^{(1)} = 16,21;$$

$$\omega_3^{(1)} = 0,025;$$

$$\omega_4^{(1)} = 0,06.$$

Звідси: $\omega_{\Sigma}^{(1)} = 37,045$, отже, точність розрахунку $\varepsilon = 0,01$ не досягнута

$$\omega_{\Sigma}^{(1)} > \varepsilon.$$

5. На другій ітерації зробимо підстановку $U_{\Delta i}^{(1)}$ у систему рівнянь (2.8) аналогічно п.3.

$$U_{\Delta 1}^{(2)} = -0,67 + 0,33U_{\Delta 2}^{(1)} = -2,59;$$

$$U_{\Delta 2}^{(2)} = -1,67 + 0,417U_{\Delta 1}^{(1)} + 0,21U_{\Delta 3}^{(1)} + 0,167U_{\Delta 4}^{(1)} = -7,77;$$

$$U_{\Delta 3}^{(2)} = -16 + U_{\Delta 2}^{(1)} = -23,77;$$

$$U_{\Delta 4}^{(2)} = -1,67 + U_{\Delta 2}^{(1)} = -2,968.$$

6. Розрахуємо нев'язку на другій ітерації

$$\omega_1^{(2)} = 10;$$

$$\omega_2^{(2)} = 5,07;$$

$$\omega_3^{(2)} = 0;$$

$$\omega_4^{(2)} = 0,07.$$

Тоді $\omega_{\Sigma}^{(2)} = 15,077 > \varepsilon$, отже значення $U_{\Delta i}^{(2)}$ не є рішенням системи рівнянь вузлових напруг (2.8). Однак сумарна нев'язка на другій ітерації $\omega_{\Sigma}^{(2)}$ значно зменшилася в порівнянні з $\omega_{\Sigma}^{(1)}$. Виконання умови $\omega_{\Sigma}^{(2)} < \omega_{\Sigma}^{(1)}$ свідчить про збіжність ітераційного процесу.

Завдання 7

1. Використовуючи систему рівнянь кутових напруг (завдання 4 розд. 1.4.2), розрахувати значення напруг у вузлах розрахункової схеми методом Зейделя (провести 3 ітерації).
2. Проаналізувати збіжність ітераційного процесу.

3. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ СТАТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ СТАЛИХ РЕЖИМІВ

3.1. Технічна постановка задачі

При проектуванні та експлуатації електроенергетичних систем вирішується задача аналізу статичної стійкості.

Під стійкістю розуміється [1] здатність системи повертатися у вихідний або близький до вихідного стану рівноваги після малого обурюючого впливу. Такого типу стійкість називається статичною, або стійкістю в "малому" і є необхідною умовою працездатності будь-якої технічної системи. При аналізі електричної системи стану рівноваги відповідає нормальний сталий режим. У якості малих обурюючих впливів, можна розглядати, наприклад, підключення або відключення споживачів, що приводять до зміни параметрів системи в часі і виникненню перехідних процесів.

Аналіз статичної стійкості, заснований на методі малих коливань [4, 6], містить у собі наступні етапи:

1. Допускається мале обурювання щодо вихідного стану рівноваги. Під впливом малого обурювання в електричній системі виникають перехідні процеси, що описуються за допомогою звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами.

2. Складаються диференціальні рівняння перехідного процесу. Для широкого класу технічних систем при аналізі перехідних процесів використовуються системи диференціальних рівнянь виду [1]:

$$\sum_{i=1}^n (a_{ij} \frac{d^2 X_i}{dt^2} + b_{ij} \frac{dX_i}{dt} + c_{ij} X_i) = F_j(t), \quad (3.1)$$

де $j = 1, n$; a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} – постійні коефіцієнти;

$X_i(t)$ – змінні, що характеризують реакцію системи на мале обурювання;

$F_j(t)$ – зовнішні сили, що відображають зміну умов роботи системи.

Реакція системи на обурюючий вплив, $X_i(t)$ може бути представлена як сукупність змушеної $X_{змущ.i}(t)$ і вільної $X_{віль.i}(t)$ складових. При цьому для аналізу стійкості важливе значення має характер зміни вільної складової, тобто характер виникаючих у системі вільних коливань, що визначається внутрішніми властивостями системи.

Положення рівноваги є асимптотично стійким, якщо виконується умова загасання в часі вільних коливань

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X_{віль.i}(t) = 0 \quad (3.2)$$

3. Аналіз характеру перехідних процесів. Як правило, диференційні рівняння, що описують перехідні процеси в технічних системах, нелінійні внаслідок нелінійності фізичних закономірностей, що зв'язують параметри режиму електричної системи. Для спрощення аналізу при малих відхиленнях усі нелінійні функції лінеаризуються. Вважаючи, що обурюючий вплив незначний в часі і відхилення параметрів режиму від вихідних значень $\Delta X_i(t)$ малі, можна перейти до диференційних рівнянь лінійним відносно $\Delta X_i(t)$. Для аналізу зміни в часі вільної складової $\Delta X(t)$ у загальному випадку необхідно розв'язати диференційне рівняння n -го ступеня виду:

$$a_0 \frac{d^n \Delta X}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} \Delta X}{dt^{n-1}} + \dots + a_n \Delta X = 0 \quad (3.3)$$

Використовуючи операторний метод, можна перейти від диференційного рівняння (3.3) до характеристичного рівняння

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0 \quad (3.4)$$

Подальше дослідження перехідних процесів, що виникають в електричній системі, визначається видом коренів характеристичного рівняння (3.4).

На основі теореми Ляпунова положення рівноваги є статично стійким, якщо всі корені характеристичного рівняння (3.4) мають негативну реальну частину; нестійким, якщо хоч один корінь рівняння (3.4) має позитивну реальну частину.

Можливо два підходи до рішення поставленої задачі:

- визначаються корені рівняння (3.4) і стійкість системи аналізується на основі теореми Ляпунова, далі визначається характер зміни в часі вільної складової $\Delta X(t)$.
- про стійкість системи судять без безпосереднього рішення характеристичного рівняння (3.4) на підставі простих співвідношень між коефіцієнтами рівняння (3.4), що визначаються критеріями стійкості.

3.2. Приклад аналізу статичної стійкості по коренях характеристичного рівняння

Сталій режим роботи електроенергетичних систем припускає безупинну, стохастичну зміну в часі великої кількості навантажень. Це приводить до появи на генераторах системи додаткових малих моментів ΔM , що також стохастично збільшують і зменшують моменти, що діють на валах цих генераторів і їхні ротори, що зміщають, на малі кути $\Delta \delta$.

Виникаючі при цьому перехідні процеси можуть бути описані диференційними рівняннями щодо малих $\Delta \delta$. Порядок рівнянь визначається складністю розглянутої електричної системи.

Розглянемо найпростіший випадок:

Станція – шини нескінченної потужності. Проаналізуємо статичну стійкість системи приклад 2.2 (рис. 2.1) при відсутності навантаження у вузлах 1, 2, 4 і

підключенні до вузла 3 синхронного неявнополюсного генератора. Для рішення цієї задачі доцільно привести вихідну розрахункову схему

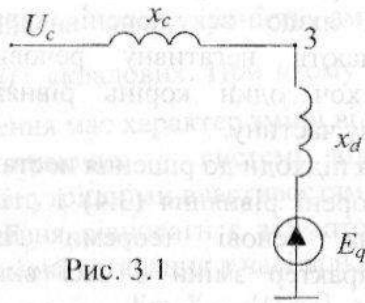


Рис. 3.1

(рис. 2.1) до еквівалентного виду (рис. 3.1).

Якщо не враховувати перехідні процеси в обмотці збудження генератора, але врахувати моменти, що демпфують, диференціальне рівняння відносно $\Delta\delta$ має вид [4]:

$$T_j \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2} + Pd \frac{d\Delta\delta}{dt} + c_1 \Delta\delta = 0 \quad (3.5)$$

де T_j – постійна інерції [4, 6];

Pd – коефіцієнт демпфірування [4, 6]

Коефіцієнт c_1 рівняння (3.5) визначається виходячи зі співвідношення [4]

$$c_1 = \frac{E_q U_c}{X_{d\Sigma}} \cos \delta, \quad (3.6)$$

де E_q – синхронна ЕРС;

U_c – напруга системи;

δ – кут між векторами E_q і U_c .

Значення $X_{d\Sigma}$ визначається по формулі:

$$X_{d\Sigma} = X_d + X_c \quad (3.7)$$

де X_c – розрахунковий еквівалентний опір системи;

X_d – синхронний індуктивний опір генератора по подовжній осі.

Тоді характеристичне рівняння має вид:

$$T_j p^2 + Pd p + C_1 = 0 \quad (3.8)$$

Визначивши значення корнів характеристичного рівняння (3.8), на основі теореми Ляпунова будемо судити про стійкість системи. Задамося вихідними параметрами генератора [7] і системи. Розрахунок будемо вести у відносних одиницях $U_B = U_{г.ном} = 10,5$ кВ; $S_B = S_{г.ном} = 7,5$ МВА:

$$E_q = 1,07; U_c = 1; Pd = 60; \delta = \pi/3; X_d = 1,7; T_j = 14 \text{ с.}$$

Для визначення коефіцієнта C_1 по (3.6) необхідно розрахувати значення еквівалентного опору системи X_c , що відповідає діагональному елементу матриці вузлових опорів Z_y . $X_c = Z_{y33}$, тому що генератор підключений до вузла 3.

Матриця вузлових опорів Z_y зворотна стосовно матриці вузлових провідностей, тому виконується співвідношення

$$Y_y Z_y = E$$

де

$$E = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \Lambda & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \text{ — одинична матриця;}$$

$$Z_y = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \text{ — матриця вузлових опорів для розрахункової схеми (рис. 2.1)}$$

Звідси впливає матричне рівняння для визначення елементів третього стовпця Z_y , а отже, Z_{y33}

$$Y_y \cdot \begin{bmatrix} Z_{y31} \\ Z_{y32} \\ Z_{y33} \\ Z_{y34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

При рішенні системи рівнянь (3.9) скористаємося результатами розрахунку вузлових напруг методом Гауса по матричному рівнянню $Y_y U_\Delta = J$. Оскільки матриця коефіцієнтів Y_y однакова, замінимо вектор невідомих $U_{\Delta i}$ у (2.3) на Z_{yij} , а стовпець вільних членів J на стовпець одиничної матриці. Тоді всі перетворення до третього ключового рівняння аналогічні.

Запишемо перетворену систему, починаючи з третього ключового рівняння:

$$\begin{cases} 1,9Z_{y33} - 0,48Z_{y34} = 1 \\ -0,48Z_{y33} + 11,62Z_{y34} = 0 \end{cases}$$

Завершимо прямий хід Гауса:

$$\begin{cases} Z_{y33} - 0,25Z_{y34} = 0,526 \\ 11,5Z_{y34} = 0,252 \end{cases}$$

$$\text{тоді: } Z_{y33} = 0,0219 \text{ Ом,} \\ Z_{y33} = X_c = 0,53 \text{ Ом.}$$

Переведемо X_c , T_j у відносні одиниці:

$$X_c(\text{відн.од.}) = X_c(\text{Ом}) \cdot S_B / U_B^2 = 0,53 \cdot 7,5 / 10,5^2 = 0,036;$$

$$T_j(\text{рад}) = \omega_0 T_j(\text{с})$$

де $\omega_0 = 2\pi/60$ – синхронна кутова частота.

При $n = 3000$ об/хв – $\omega_0 = 314$ рад/с

$$T_j = 14 \cdot 314 = 4396 \text{ (рад.)}$$

Визначимо значення коефіцієнта C_1 :

$$X_{d\Sigma} = X_d + X_c = 1,7 + 0,036 = 1,736;$$

$$C_1 = \frac{E_q U_c}{X_{d\Sigma}} \cos \delta = \frac{1,07 \cdot 1}{1,736} \cos(\pi/3) = 0,308$$

Знайдемо корені характеристичного рівняння виду (3.8)

$$4396 p^2 + 60p + 0,308 = 0$$

$$p_{1,2} = \frac{-60 \pm \sqrt{60^2 - 4 \cdot 4396 \cdot 0,308}}{2 \cdot 4396}$$

$$p_{1,2} = \frac{-60 \pm j42,6}{2 \cdot 4396} = -6,8 \cdot 10^{-3} \pm j4,8 \cdot 10^{-3}$$

Виходячи з теореми Ляпунова, система є статично стійкою, оскільки обидва корені містять негативну реальну частину.

Рішення диференційного рівняння (3.5) має вид:

$$\Delta \delta(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Однак для інженерних задач немає необхідності безпосереднього розрахунку залежності $\Delta \delta(t)$. Досить по коренях характеристичного рівняння визначити вид перехідного

процесу при відхиленні кута $\Delta \delta$ (табл. 9.1 [4]). У розглянутому прикладі система коливально стійка, зміни $\Delta \delta(t)$ мають вид загасаючих гармонійних коливань з частотою близько $4,8 \cdot 10^{-3}$ рад⁻¹ або 0,24 Гц.

Завдання 8

На основі розрахункової схеми (див. додаток І) з

урахуванням постановки задачі розд. 3.2 і вихідних даних про параметри генератора, що підключений до 4 вузлу, визначити стійкість системи по коренях характеристичного рівняння.

3.3. Приклад аналізу стійкості за критерієм Гурвіца

Аналіз статичної стійкості електричних систем шляхом прямого відшукування коренів характеристичного рівняння зв'язаний з практичними труднощами, оскільки відсутні аналітичні вираження для коренів рівнянь вище четвертого порядку. Однак для того щоб судити про стійкість системи досить знати, що всі корені розташовані в лівій напівплощині комплексної площини, тобто має дійсну речовинну частину.

Умови, що дозволяють судити про наявність від'ємної дійсної частини всіх коренів характеристичного рівняння називаються критеріями стійкості. Критерії стійкості поділяються на алгебраїчні і частотні.

Розглянемо застосування алгебраїчного критерію Гурвіца для аналізу статичної стійкості найпростішої електричної системи: станція – шини нескінченної потужності, розглянутої в розд. 3.2. При цьому врахуємо не тільки демпфіруючі моменти, але і перехідні процеси в обмотці збудження генератора.

У цьому випадку характеристичне рівняння буде мати третій порядок [4]

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0 \quad (3.10)$$

де T_j – постійна інерції генератора;

T'_d – перехідна постійна часу генератора по подовжній осі;

P_d – коефіцієнт демпфірування.

Значення коефіцієнта C_1 обчислюється по (3.6), а для визначення C_2 використовується вираження [4]

$$C_2 = C_1 + \frac{X_d - X'_d}{X_{d\Sigma} X'_{d\Sigma}} U_c^2 \sin^2 \delta \quad (3.11)$$

де X'_d – перехідний реактивний опір генератора по подовжній осі; $X'_{d\Sigma} = X'_d + X_c$.

Перехідна постійна часу генератора T'_d розраховується з виразу:

$$T'_d = \frac{X'_{d\Sigma}}{X_{d\Sigma}} T_{d0} \quad (3.12)$$

де T_{d0} – постійна часу обмотки збудження синхронної машини при розімкнутій обмотці статора.

Зробимо розрахунок коефіцієнтів характеристичного рівняння (3.10), використовуючи вихідні дані приклада розділу 3.2 і додаткові довідкові характеристики генератора у відносних одиницях [7]: $T_{d0} = 7,26$; $X'_d = 0,726$

Знаходимо T'_d по (3.12)

$$X'_{d\Sigma} = X'_d + X_c = 0,172 + 0,036 = 0,208;$$

$$T'_d = \frac{0,208}{1,736} \cdot 7,26 = 0,87$$

тоді:

$$a_0 = T_j \cdot T'_d = 4396 \cdot 0,87 = 3824,5;$$

$$a_1 = T_j \cdot P_d T'_d = 4396 \cdot 60 \cdot 0,87 = 4448,2;$$

$$a_3 = C_1 = 0,308$$

Для визначення a_2 знайдемо значення коефіцієнта C_2

$$\text{по (3.11)} \quad C_2 = 0,308 + \frac{1,7 - 0,172}{0,28 \cdot 1,736} \cdot 1^2 \sin^2 \pi/3 = 3,48$$

тоді,

$$a_2 = C_2 T_d + P_d = 3,48 \cdot 0,87 + 60 = 63,03$$

Запишемо характеристичне рівняння (3.10) з урахуванням значень коефіцієнтів:

$$3824,5p^3 + 4448,2p^2 + 63,03p + 0,308 = 0 \quad (3.13)$$

Для використання Гурвіца складемо визначник Гурвіца за наступними правилами:

- по головній діагоналі розташовуються коефіцієнти рівняння (3.10) у порядку зростання індексів, починаючи з a_1 ;
- по строково містяться коефіцієнти тільки з парними або тільки з непарними індексами; уліво від діагоналі індекси зменшуються, а вправо збільшуються;
- усі відсутні коефіцієнти замінюються нулями.

Визначник Гурвіца для характеристичного рівняння (3.13) має вид:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4448,2 & 0,308 & 0 \\ 3824,5 & 63,03 & 0 \\ 0 & 4448,2 & 0,308 \end{vmatrix}$$

Виділимо мінори щодо головної діагоналі Δ_3 і застосуємо критерій Гурвіца: для стійкості системи необхідно і достатньо щоб при $a_0 > 0$ усі головні діагональні мінори визначника Гурвіца були позитивні.

$$a_0 = 3824,5 > 0;$$

$$\Delta_1 = a_1 = 4448,2 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4448,2 & 0,308 \\ 3824,5 & 63,03 \end{vmatrix} = 279192,1 > 0;$$

$$\Delta_3 = a_3 \cdot \Delta_2 = 85991,166 > 0$$

Таким чином, розглянута електрична система є статично стійкою.

Завдання 9

Для розрахункової схеми завдання 8 записати характеристичне рівняння про облік перехідних процесів в обмотці збудження. Проаналізувати стійкість системи за критерієм Гурвіца.

3.4. Приклад використання критерію Михайлова для аналізу статичної стійкості

Критерій Михайлова є частотним критерієм стійкості. У його основу покладено принцип аргументу [1], відомий з теорії функцій комплексного змінного.

Розглянемо використання частотного критерію Михайлова для аналізу стійкості найпростішої електричної системи, розглянутої в розд. 3.2, 3.3.

Виходячи з виду характеристичного рівняння (3.13), запишемо характеристичний багаточлен $D(p)$:

$$\begin{aligned} D(p) &= a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = \\ &= 3824,5 p^3 + 4448,2 p^2 + 63,03 p + 0,308 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Здійснюючи підстановку $p = j\omega$ в (3.14) здобудемо характеристичний вектор $D(j\omega)$

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= a_0 (j\omega)^3 + a_1 (j\omega)^2 + a_2 (j\omega) + a_3 = \\ &= 3824,5 (j\omega)^3 + 4448,2 (j\omega)^2 + 63,03 (j\omega) + 0,308 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Розділимо дійсну і уявну складові вектора $D(j\omega)$, де:

$$D(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

$$U(\omega) = 0,308 - 4448,2\omega^2,$$

$$V(\omega) = 63,03\omega - 3824,5\omega^3.$$

Вектор $D(j\omega)$ зображений у декартових координатах на площині, при зміні $-\infty < \omega < \infty$ обертається і кінцем вектора описується крива, що називається годографом характеристичного рівняння.

Практичне формулювання критерію Михайлова: система буде стійка, якщо при зростанні ω від 0 до ∞ годограф, починаючи на позитивній частині дійсної осі, проходить послідовно в позитивному напрямку n -квadrantів, де n – ступінь характеристичного рівняння.

Таке переміщення годографа відповідає повороту вектора $D(j\omega)$ на кут $0,5\pi n$.

Для побудови годографа визначимо точки перетинання з дійсною U і уявною V осями:

а) перетинання годографа з віссю V відбувається при $V(\omega) = 0$

$$V(\omega) = \omega(63,03 - 3824,5\omega^2) = 0$$

$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{63,03}{3824,5}} = 0,128$$

Таким чином, перша точка перетину при $\omega_1 = 0$ відповідає $U(\omega_1) = 0,308$; друга точка при $\omega_2 = 0,128$ відповідає $U(\omega_2) = -73$;

б) перетинання годографа з віссю V відбувається при:

$$U(\omega) = 0,308 - 4448,2\omega^2 = 0$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{0,308}{4448,2}} = 8,3 \cdot 10^{-2}$$

$$V(\omega) = 0,522$$

Вибираються тільки позитивні корені, тому що ω змінюється від 0 до ∞ .

Для побудови графіка задамося рядом значень $0 < \omega < \infty$ і розрахуємо відповідні значення $U(\omega)$ і $V(\omega)$.

Таблиця 3.1

ω	0	$5 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-2}$	10^{-1}	$2 \cdot 10^{-1}$...	∞
U	0,308	-10,8	-26,16	-44,17	-177,6	...	$-\infty$
V	0	2,67	3,08	2,447	-17,99	...	$-\infty$

Побудуємо годограф характеристичного рівняння (3.13), що зображений на рис. 3.2.

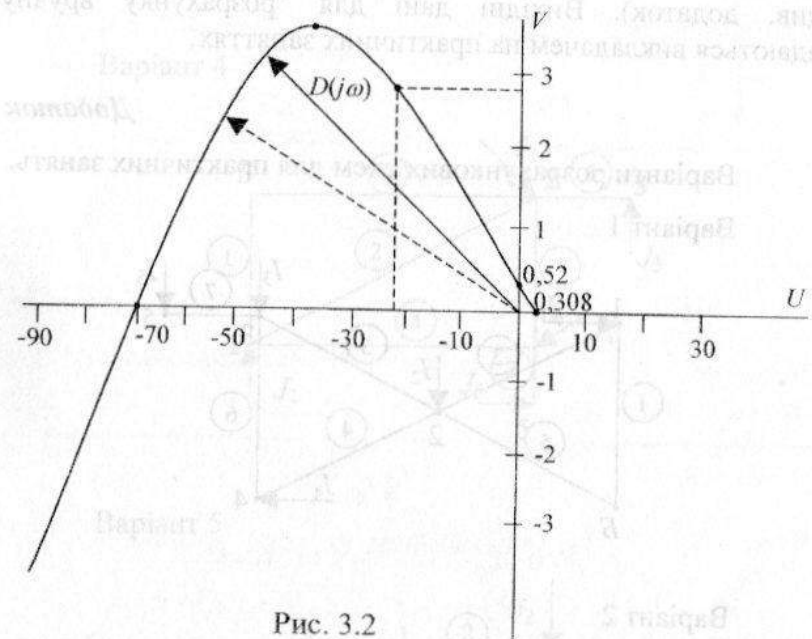


Рис. 3.2

На підставі отриманого годографа, використовуючи критерій Михайлова, можна зробити висновок про стійкість системи.

Завдання 10

Проаналізувати стійкість системи (завдання 9) за критерієм Михайлова.

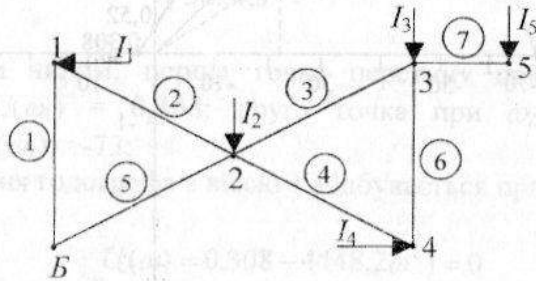
4. РОЗРАХУНКОВЕ ЗАВДАННЯ ДЛЯ СТУДЕНТІВ

Завдання, приведені наприкінці кожного розділу, виконуються на практичних заняттях з використанням мікрокалькулятора. Це дозволяє краще засвоїти досліджувані математичні методи й алгоритми, проаналізувати особливості їхнього використання в енергетиці. В розрахунково-пояснювальну записку включаються результати розрахунку вузлових напруг методами Гауса і Зейделя для варіанта схеми (див. додаток). Вихідні дані для "розрахунку вручну" задаються викладачем на практичних заняттях.

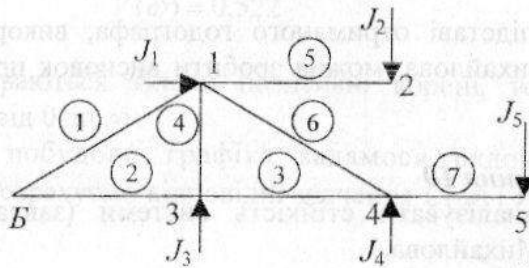
Додаток I

Варіанти розрахункових схем для практичних занять.

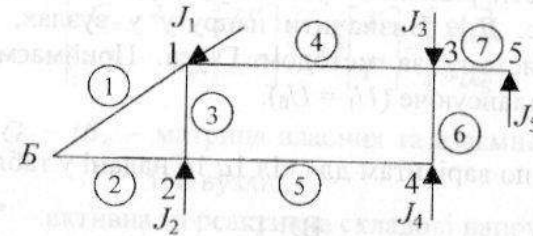
Варіант 1



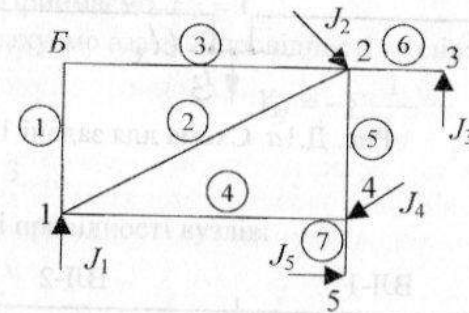
Варіант 2



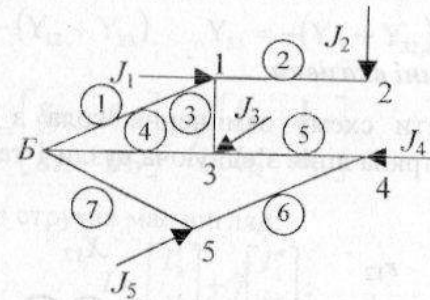
Варіант 3



Варіант 4



Варіант 5



Додаток II

Скласти рівняння вузлових напруг для електричного кола на рис. Д.1. Визначити напругу у вузлах, розв'язати написану систему за методом Гауса. Приймаємо напругу вузла 1 за балансуєче ($U_1 = U_0$).

Дані по варіантам для кіл 1а 1б надані у таблиці Д.1.

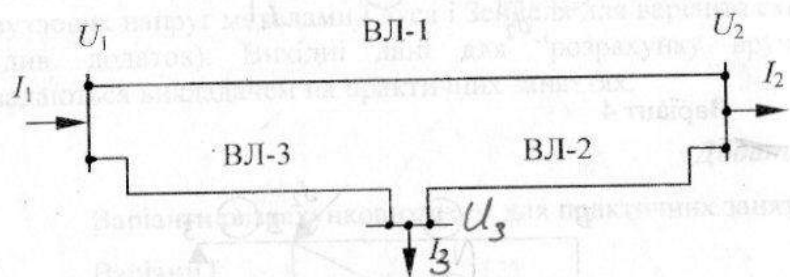


Рис. Д.1а. Схема для задачі 1

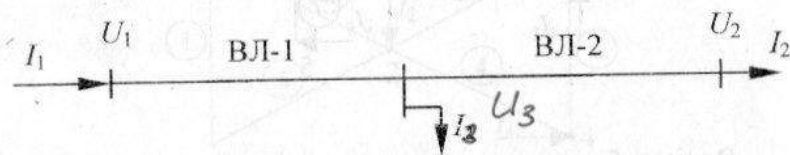
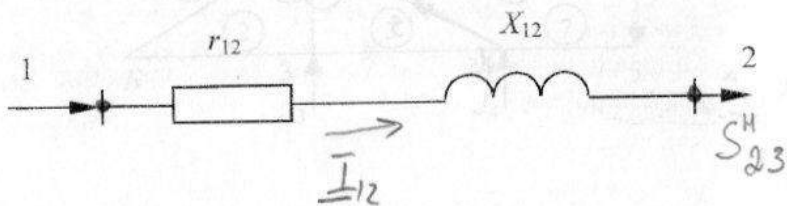


Рис. Д.1б. Схема для задачі 2.

Методичні вказівки.

1. Скласти схему заміщення кола з трьох вузлів. Наприклад повітряна лінія з'єднуюча вузли 1 та 2 має вигляд:



2. Для кола змінного струму система рівнянь вузлових напруг у матричному вигляді ($U_0 \neq 0$) має вигляд [2].

$$\begin{bmatrix} G_a & +B_a \\ +B_a & G_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U' \\ U'' \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} I' \\ I'' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} gU_0 \\ -bU_0 \end{bmatrix} \quad (\text{Д.1})$$

де $Y_{np} = G_a - jB_a$ – матриця власних та взаємних провідностей вузлів;

$U' U''$ – активна та реактивна складові напруги вузлів;

$I' I''$ – відповідно активна та реактивна складові струмів, що задаються у вузлах;

U_0 – напруга балансуєчого вузла;

Приймаємо $U_0 = 1$.

3. Обрахуємо взаємні провідності вузлів:

$$Y_{kj} = -\sum \frac{1}{Z_{kj}}$$

де $k, j = 1, 2, 3$

Власні провідності вузлів:

$$Y_{kk} = -\sum_{j=1}^3 Y_{kj} \quad \text{— (для кола з трьох вузлів)}$$

У нашому випадку приймаємо $U_1 = U_0$:

$$Y_{22} = -(Y_{12} + Y_{23}); \quad Y_{33} = -(Y_{13} + Y_{32})$$

$$Y_{np} = \begin{bmatrix} g_{22} & g_{23} \\ g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} - j \begin{bmatrix} b_{22} & b_{23} \\ b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

Вектор струмів має вигляд:

$$I = \begin{bmatrix} I'_2 \\ I'_3 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} I''_2 \\ I''_3 \end{bmatrix};$$

Вектор невідомих напруг:

$$U = \begin{bmatrix} U'_2 \\ U'_3 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} U''_2 \\ U''_3 \end{bmatrix}$$

4. Для випадку трьох вузлів (два незалежні) вираз (Д.1) приймає вигляд:

$$\begin{bmatrix} g_{22} & g_{23} & -b_{22} & -b_{23} \\ g_{32} & g_{33} & -b_{32} & -b_{33} \\ +b_{22} & +b_{23} & g_{22} & g_{23} \\ +b_{32} & +b_{33} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U'_2 \\ U'_3 \\ U''_2 \\ U''_3 \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} I'_2 \\ I'_3 \\ I''_2 \\ I''_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_{26} U_6 \\ g_{36} U_6 \\ +b_{26} U_6 \\ +b_{36} U_6 \end{bmatrix} \quad (\text{Д.2})$$

5. Підставляємо у вираз (Д.2) значення провідностей (Y), струмів (I) і напруги балансуєчого вузла (U_6). Здійснюємо перехід від матричної форми запису до звичайної.

6. Розв'язуємо отриману систему з чотирьох рівнянь та чотирьох невідомих напруг методом Гауса. В кінці отримуємо значення активної та реактивної складових у вузлах 2 та 3.

Дані по задачі

Таблиця Д.1.

Варіант	ВЛ-1		ВЛ-2		ВЛ-3		I_2 , КА	I_3 , КА	$U_1 = U_6$, кВ
	R, Ом	X, Ом	R, Ом	X, Ом	R, Ом	X, Ом			
1.	5	10	8	12	5	15	$\frac{-0,3+j0,2}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,15+j0,05}{\sqrt{3}}$	6
2.	4	8	5	11	4	9	$\frac{-0,25+j0,15}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,2+j0,1}{\sqrt{3}}$	10
3.	5	12	8	20	7	14	$\frac{-0,4+j0,2}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,2+j0,1}{\sqrt{3}}$	35
4.	9	20	7	20	15	24	$\frac{-0,2+j0,1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,1+j0,08}{\sqrt{3}}$	115
5.	13	19	14	25	10	31	$\frac{-0,4+j0,1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,3+j0,2}{\sqrt{3}}$	220
6.	11	28	12	32	9	18	$\frac{-0,6+j0,3}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,4+j0,2}{\sqrt{3}}$	20
7.	9	12	4	10	2	6	$\frac{-0,25+j0,1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,08+j0,05}{\sqrt{3}}$	6
8.	4	11	6	13	5	10	$\frac{-0,4+j0,1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,25+j0,15}{\sqrt{3}}$	11
9.	12	30	10	28	11	24	$\frac{-0,4+j0,1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,35+j0,1}{\sqrt{3}}$	35

Продовження таблиці Д.1.

10.	10	20	9	18	10	15	$\frac{-0,2 + j0,05}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,15 + j0,1}{\sqrt{3}}$	110
11.	13	31	8	20	4	10	$\frac{-0,6 + j0,4}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,35 + j0,2}{\sqrt{3}}$	20
12.	7	18	10	21	7	12	$\frac{-0,2 + j0,05}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,1 + j0,08}{\sqrt{3}}$	6
13.	3	11	7	16	3	11	$\frac{-0,4 + j0,2}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,4 + j0,1}{\sqrt{3}}$	11
14.	10	28	12	30	10	20	$\frac{-0,5 + j0,4}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,3 + j0,25}{\sqrt{3}}$	35
15.	8	15	10	30	6	22	$\frac{-0,3 + j0,2}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,1 + j0,08}{\sqrt{3}}$	115
16.	10	20	8	17	10	22	$\frac{-0,2 + j0,1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,15 + j0,06}{\sqrt{3}}$	220
17.	6	20	7	15	10	19	$\frac{-0,35 + j0,15}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,2 + j0,1}{\sqrt{3}}$	115
18.	15	18	18	29	10	30	$\frac{-0,5 + j0,3}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,4 + j0,7}{\sqrt{3}}$	37
19.	18	30	12	40	16	26	$\frac{-0,6 + j0,3}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,5 + j0,25}{\sqrt{3}}$	11

64

Продовження таблиці Д.1.

20.	20	40	18	35	16	32	$\frac{-0,3 + j0,2}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,28 + j0,1}{\sqrt{3}}$	330
21.	7	10	3	14	8	21	$\frac{-0,7 + j0,3}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,6 + j0,1}{\sqrt{3}}$	35
22.	3	15	4	10	2	9	$\frac{-0,3 + j0,1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,15 + j0,06}{\sqrt{3}}$	11
23.	10	28	12	28	16	34	$\frac{-0,4 + j0,1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,1 + j0,2}{\sqrt{3}}$	115
24.	8	24	17	25	15	28	$\frac{-0,8 + j0,4}{\sqrt{3}}$	$\frac{-0,4 + j0,2}{\sqrt{3}}$	37

65

- Пом. ВЛІ-3 для схеми Д.16 відкинуть.

• Додаток III

Для схеми мал. 2а, 2б скласти нелінійні рівняння балансу потужності. Розв'язати рівняння методом Ньютона, виконавши дві ітерації. Дані по варіантах до схем рис. Д.2а, рис. Д.2б надані в таблиці Д.2.

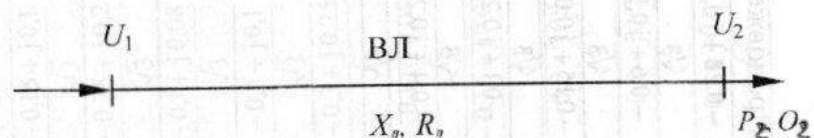


Рис. Д.2а. Схема для задачі 1

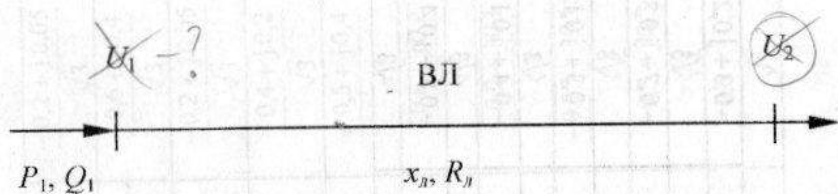
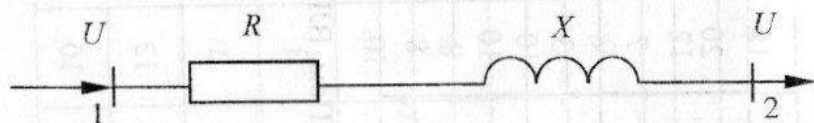


Рис. Д.2б. Схема для задачі 2

Дані по варіантам задані в табл. Д.2а–4а для схеми рис. Д.2а в табл. Д.5б–7б для схеми рис. Д.2б. У таблиці Д.2а і 5б варіант обирається по першій цифрі, у табл. Д.3а та 6б по другій цифрі варіанта.

Методичні вказівки.

1. Скласти схему заміщення для схеми електропередачі.
2. Рівняння балансу, що описує режим для схеми Рис. Д.2а (потужність задана в кінці лінії) має вигляд:



$$P_2 + U_2^2 \cdot y \sin(\alpha) - U_2 \cdot U_6 \cdot y \sin(\alpha + \delta) = 0 \quad (\text{Д.3})$$

$$Q_2 + U_2^2 \cdot y \cos(\alpha) - U_2 \cdot U_6 \cdot y \cos(\alpha + \delta) = 0$$

де U_6 – напруга балансуючого вузла, приймається рівною напрузі на початку лінії;

P_2, Q_2 – задані потужності навантаження;

y – провідність лінії;

α – кут, що характеризує лінію електропередачі;

U_2 – модуль напруги у вузлі 2;

δ – кут між вектором напруги U_1 та U_2 .

Рівняння, що описує режим для схеми рис. Д.2б (потужність задана на початку лінії) має вигляд:

$$P_1 + U_1^2 \cdot y \sin(\alpha) - U_1 \cdot U_6 \cdot y \sin(\delta - \alpha) = 0 = \mathcal{W}_1 \quad (\text{Д.4})$$

$$Q_1 + U_1^2 \cdot y \cos(\alpha) + U_1 \cdot U_6 \cdot y \cos(\delta - \alpha) = 0 = \mathcal{W}_2$$

Оскільки за умовою напруга задана у вузлі 2, то за балансуючий вузол приймаємо вузол 2 ($U_6 = U_2$).

3. Значення провідності y та кута α визначається по виразам:

$$y = \frac{1}{z} = \frac{1}{\sqrt{R_n^2 + x_n^2}}; \quad \alpha = 90 - \arctg \frac{x_n}{R_n}$$

4. Отримані рівняння балансу потужності розв'язуються методом Ньютона [1, 2] відносно кута δ та невідомої напруги. Система лінійних рівнянь у матричному вигляді по методу Ньютона має вигляд [2].

$$W(X^{(0)}) + \frac{\partial W}{\partial x} \cdot (X^{(0)}) \cdot (X - X^{(0)}) = 0 \quad (\text{Д.5})$$

де $W(X)$ – значення функцій (3), (4) при прийнятих нульових значеннях U та δ . У першому наближенні можна прийняти:

$$U(0) = U_0; \quad \delta(0) = 0;$$

$\frac{\partial W}{\partial x}$ – матриця Якобі, тобто матриця похідних системи функцій (3), (4) по змінним X (у нашому випадку змінні U та δ);

Для нашого приклада матриця Якобі буде мати два стовпця та два рядка.

5. Система (5) лінійна відносно поправки:

$$\Delta X^{(1)} = X^{(1)} - X^{(0)}$$

Розв'язуємо лінійну систему (5) та визначаємо X , наприклад по методу Гауса. Потім шукаємо перше наближення змінних:

$$X^{(1)} = X^{(0)} + \Delta X^{(1)}$$

Кожний крок ітераційного процесу у розв'язанні лінійної системи:

$$\frac{\partial W}{\partial x} \cdot (X^{(i)}) \cdot \Delta X^{(i+1)} = -W(X^{(i)})$$

При розв'язанні (Д.5) мати на увазі, що значення кута δ отримуємо у радіанах.

Таблиця Д.2а. Дані до задачі 2.

		Варіант									
		2		3		4		5		6	
Варіант	$X, \text{ Ом}$	$R, \text{ Ом}$	$X, \text{ Ом}$	$R, \text{ Ом}$	$X, \text{ Ом}$	$R, \text{ Ом}$	$X, \text{ Ом}$	$R, \text{ Ом}$	$X, \text{ Ом}$	$R, \text{ Ом}$	$X, \text{ Ом}$
5	10	5	12	15	25	8	19	10	22	10	15
Варіант	1	2	3	4	5	6					
$U_1, \text{ кВ}$	37	6,5	20	115	220	11					

Таблиця Д.3а. Дані до задачі 2.

Варіант	1	2	3	4	5	6
$U_1, \text{ кВ}$	37	6,5	20	115	220	11

Таблиця Д.4а. Дані до задачі 2.

Варіант	11	12	13	14	15	21
$P_2, \text{ мВт}$	8,9	0,37	2,2	31,3	108	6,9
$Q_2, \text{ мВар}$	11,5	0,36	2,5	17,8	52,5	10,4
Варіант	22	23	24	25	31	32
$P_2, \text{ мВт}$	0,29	1,73	25,8	90,1	3,72	0,15
$Q_2, \text{ мВар}$	0,33	2,27	17,1	51,5	4,15	0,13

Продовження таблиці Д.4а. Дані до задачі 2.

Варіант	33	34	35	41	42	43
P_2 , мВт	0,9	12,5	43,1	4,4	0,19	1,1
Q_2 , мВар	0,89	5,9	16,9	6,6	0,2	1,43
Варіант	44	45	51	52	53	54
P_2 , мВт	16,3	57	3,9	5,5	6,1	0,9
Q_2 , мВар	10,7	32	5,5	0,2	0,2	1,2
Варіант	55	56	61	62	63	64
P_2 , мВт	0,9	0,7	0,4	0,4	0,4	0,5
Q_2 , мВар	1,1	0,95	0,4	0,6	0,5	0,5

Таблиця Д.5б. Дані до задачі 2.

		Варіант									
		2		3		4		5		6	
R , Ом	X , Ом	R , Ом	X , Ом	R , Ом	X , Ом	R , Ом	X , Ом	R , Ом	X , Ом	R , Ом	X , Ом
5	10	5	12	15	25	8	19	10	22	10	15

70

Таблиця Д.6б. Дані до задачі 2.

Варіант	1	2	3	4	5	6
U_1 , кВ	37	6,5	20	115	220	11

Таблиця Д.7б. Дані до задачі 2.

Варіант	11	12	13	14	15	21
P_4 , мВт	9	0,4	2,5	32	109	7
Q_4 , мВар	12	0,4	3	18	53	11
Варіант	22	23	24	25	31	32
P_4 , мВт	0,3	1,8	26	91	3,8	0,2
Q_4 , мВар	0,4	2,3	18	52	4,2	0,2
Варіант	33	34	35	41	42	43
P_4 , мВт	1,0	13	44	5	0,2	1,2
Q_4 , мВар	0,9	6	17	7	0,3	1,5

71

Продовження таблиці Д.7б. Дані до задачі 2.

Варіант	44	45	51	52	53	54
P_2 , МВт	17	58	4	92	44	58
Q_2 , мВар	11	33	6	52	17	33
Варіант	55	56	61	62		
P_2 , МВт	51	0,4	1	0,9		
Q_2 , мВар	27	0,5	1,4	1,0		
P_2 , МВт	0,3	5,8	2,8	0,1	0,3	0,2
Варіант	60	63	64	65	66	67
Q_2 , мВар	1,1	0,3	0,4	0,9	0,3	0,2
P_2 , МВт	1,5	0,4	1	2	2,3	1,1
Варіант	0	0,4	3,2	3,5	1,0	1
Q_2 , мВар	1,1	1,5	1,3	1,4	1,6	1,5

ЛІТЕРАТУРА

1. Веников В.А. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики: Учебник для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1981. - 288 с.
2. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизации режимов электрических сетей и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1988. - 288 с.
3. Математические задачи энергетики / Сост. И.Л. Озерных; Новосиб. гос. тех. ун-т. – Новосибирск, 1986. - 18 с.
4. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. – М.: Высшая школа, 1970. - 472 с.
5. Веников В.А. Энергетические расчеты в примерах и иллюстрациях. – М.: Энергоатомиздат, 1983. - 504 с.
6. Жданов П.С. Вопросы устойчивости электрических систем. – М.: Энергия, 1979. - 456 с.
7. Неклепаев Б.Н., Крючков И.П. Электрическая часть электростанций и подстанций: Справочные материалы для курсового и дипломного проектирования. – М.: Энергоатомиздат, 1989. - 608 с.
8. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ. – М.: Наука, 1987. - 240 с.