УДК 621-50

А.А. Стенин, проф., д-р техн. наук, Е.Ю. Мелкумян, канд. техн. наук, М.А. Солдатова, М.В. Мелкумян
Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев, Украина

Синтез оптимального управления нестационарными системами на базе функций Уолша

Рассматривается задача синтеза замкнутого оптимального по расходу энергии закона управления линейными нестационарными системами. Объектом исследования являются линейные динамические системы с монотонными знакопостоянными коэффициентами, которые можно представить как квазистационарные системы. Цель работы: определение оптимального закона управления линейными квазистационарными системами в аналитическом виде. Решается линейно-квадратичная задача оптимизации, в которой для нахождения фундаментальной матрицы предлагается использовать математический аппарат принципа максимума(минимума) Понтрягина и функций Уолша. Это позволяет получить приближенное представление искомой матрицы в виде рядов Уолша, постоянные коэффициенты которых определяются путем решения системы алгебраических уравнений, что даёт возможность реализовать замкнутый оптимальный закон управления в аналитическом виде.
квазистационарность, интегральный квадратичный функционал, уравнение Риккати, фундаментальная матрица, функции Уолша, замкнутое оптимальное управление

О.А. Стенин, проф., д-р техн. наук, К.Ю. Мелкумян, канд. техн. наук, М.О. Солдатова, М.В. Мелкумян
Національно технічний університет України «КПІ»
Синтез оптимального управління нестаціонарними системами на базі функцій Уолша

Розглядається задача синтезу замкнутого оптимального по витраті енергії закону управління лінійними нестаціонарними системами. Об'єктом дослідження є лінійні динамічні системи з монотонними знакопостійними коефіцієнтами, які можна представити як квазістаціонарні системи. Мета роботи: визначення оптимального закону управління лінійними квазістаціонарними системами в аналітичному вигляді. Вирішується лінійно-квадратичне задача оптимізації, в якій для знаходження фундаментальної матриці пропонується використовувати математичний апарат принципу максимуму(мінімуму) Понтрягина і функцій Уолша. Це дозволяє отримати наближене представлення шуканої матриці у вигляді рядів Уолша, постійні коефіцієнти яких визначаються шляхом вирішення системи рівнянь алгебри, що дає можливість реалізувати замкнутий оптимальний закон управління в аналітичному вигляді.
квазістаціонарність, інтегральний квадратичний функціонал, рівняння Ріккаті, фундаментальна матриця, функції Уолша, замкнуте оптимальне управління

Введение. Важным классом критериев качества при решении задачи синтеза оптимальных систем управления являются интегральные квадратичные функционалы. Этот класс критериев интересен прежде всего потому, что при отсутствии ограничений на вектор управляющих воздействий и некоторых предположениях относительно матриц, входящих в функционал, рассматривая линейные объекты, можно получить аналитическое выражение для оптимального управления и построить оптимальную систему управления с линейной обратной связью. В этом случае синтез оптимальной системы можно выполнить любым аналитическим методом теории оптимального управления. В данной работе используется принцип минимума, который для ЛНС при отсутствии ограничений на вектор управления позволяет получить необходимые и достаточные условия оптимальности для этого класса функционалов.

Известно[1], что все реальные объекты управления (ОУ) в той или иной мере являются нелинейными и нестационарными. Анализ и синтез систем управления для таких объектов представляет собой сложную математическую проблему, решение которой до настоящего времени получено для некоторых частных случаев. Однако большинство ОУ позволяет принять в качестве математической модели нестационарную и линеаризованную систему уравнений и применить развитый математический аппарат решения линейных нестационарных дифференциальных уравнений к решению задач управления. Несмотря на это, синтез оптимальных систем управления для таких объектов по-прежнему остается сложной задачей в виду нестационарности параметров. Методы ее решения во многом зависят от ограничений, наложенных на векторы состояния и управления, на время управления, и целей оптимизации.

Постановка задачи исследования. Предметная область исследований в работе ограничена классом непрерывных ЛНС с монотонными и знакопостоянными параметрами, которые описывают значительное число ОУ, и рассмотрением задач синтеза систем управления, обеспечивающих минимальное расходование топливно-энергетических ресурсов, с фиксированным временем управления – заданы t_0 и T_f, динамика которых описывается дифференциальным уравнением вида

$$\dot{\bar{x}}(t) = A(t)\bar{x}(t) + B(t)\bar{u}(t), t \in [t_0, T_f], \bar{x}(t_0) = \bar{x}^{(0)} \tag{1}$$

где $A(t) = \{a_{ij}(t)\}$, $B(t) = \{b_{ik}(t)\}$ - матрицы размера $n \times n$ и $n \times m$ соответственно, элементы которых являются знакопостоянными

$$sign[a_{ij}(t)] = const, sign[b_{ik}(t)] = const, \tag{2}$$

монотонными

$$sign[da_{ij}(t)/dt] = const, sign[db_{ik}(t)/dt] = const \tag{3}$$

функциями, имеют непрерывные первые производные и ограниченные области определения на интервале времени $[t_0, T_f]$.

Найти управление $\bar{u}(t) \in E^m$, переводящее ЛНС (1) из заданного начального состояния $\bar{x}(t_0)$ в нулевое конечное $\bar{x}(T_f) = \bar{0}$ за фиксированный промежуток времени $\lfloor t_0, T_f \rfloor$ и минимизирующее функционал

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{T_f} \bar{u}^T(t)R(t)\bar{u}(t)dt\,. \tag{4}$$

Оптимальный закон управления для этой задачи может быть получен с помощью принципа максимума. В силу положительной определенности матрицы R(t) управление

$$\bar{u}^*(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)\bar{p}^*(t) \tag{5}$$

обеспечивает единственный минимум функции Гамильтона для ЛНС (1) и функционала (4) [2].

Обзор существующих решений. Для решения данной задачи синтеза оптимального управления могут быть использованы следующие основные методы оптимизации: вариационное исчисление, динамическое программирование и принцип максимума (минимума) Понтрягина.

Первый из них, классический метод вариационного исчисления для решения задачи оптимального управления приводит к известному уравнению Эйлера-Лагранжа, которое должно быть решено при заданных граничных условиях для получения оптимальной траектории и оптимального управления. Метод предполагает непрерывность и различные условия гладкости функции и искомых вектор-функций, а допустимые области их изменения открытыми, что зачастую не выполнимо на практике.

Трудность использования метода динамического программирования обусловлена требованием дифференцируемости вспомогательной функции во всех точках фазового пространства, что не выполняется при предельных значениях координат состояния, и по времени, отсутствием общего способа определения вспомогательной функции в явной аналитической форме для нестационарных систем и общего метода решения такого уравнения в частных производных. Кроме того, при наличии ограничений типа неравенств на управляемые воздействия, оптимальное управление, полученное с использованием динамического программирования, становится сложной функцией фазовых координат, что делает его неприменимым в технических системах. В связи с этим в работе используется математический аппарат принципа минимума.

Основная трудность при решений задачи синтеза оптимальных систем управления по квадратичному функционалу качества состоит в выявлении связи вспомогательной переменной $\overline{p}*(t)$ и состояния $\overline{x}*(t)$, которая в случае линейных нестационарных систем (ЛНС) приводит к решению нелинейного нестационарного матричного дифференциального уравнения Риккати в обратном времени [2]. Кроме того, техническая реализация оптимального закона управления с переменной матрицей усиления весьма затруднительна.

Связь между $\overline{p}*(t)$ и $\overline{x}*(t)$ может быть определена с помощью фундаментальной матрицы решения системы канонических уравнений. Для ЛНС аналитическое выражение для фундаментальной матрицы в общем случае получить невозможно. В работах [3,4] предлагается находить фундаментальную матрицу системы линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами приближенно, воспользовавшись разложениями в ряды по различным системам линейно-независимых функций. Матрицу переходов в дальнейшем используют для получения закона оптимального управления ЛНС по квадратичному функционалу качества.

Для получения оценок переменных коэффициентов дифференциальных уравнений применяют различные прямые методы, среди которых наибольшую популярность приобрели следующие методы: наименьших квадратов и различные его варианты, дифференциальной аппроксимации, стохастической аппроксимации, последовательного интегрирования и др. Каждый из них имеет свои преимущества и недостатки, но все они применимы в случае принятия предположения о квазистационарности изменения параметров ОУ. Здесь основная трудность состоит в разбиении исследуемого интервала на подынтервалы постоянства параметров, длительность которых обычно подбирается в зависимости от заданной точности аппроксимации с помощью ЭВМ многократным повторением решения при различных вариантах дробления данного интервала. Однако, при наличии значительного числа переменных коэффициентов эта процедура оказывается весьма длительной. Одно из решений данной проблемы состоит в адаптивном подходе к определению рабочих подынтервалов. Кроме того, при изменении режимов функционирования объекта может нарушаться условие квазистационарности параметров, поэтому полученные разбиение интервала и оценки параметров не позволяют получить достоверных результатов при дальнейшем использовании такой модели в алгоритмах управления.

Точность и достоверность результатов может быть существенно повышена, если на интервале наблюдения процесса динамические характеристики объекта аппроксимировать конечными суммами ортогональных функций. При синтезе получаемых таким методом моделей основная задача – выбор определенной системы аппроксимирующих функций и определение числа коэффициентов, от которых в основном зависит требуемая точность аппроксимации динамических характеристик объекта. Такие модели имеют высокую эффективность, так как структура их несложна, они просто реализуются на ЭВМ, обладают большой гибкостью и универсальностью, достаточной точностью аппроксимации.

Решение задачи исследования. Рассмотрим решение линейно-квадратичной задачи оптимизации в которой для нахождения фундаментальной матрицы предлагается использовать математический аппарат принципа минимума [2] и функций Уолша [5].

Запишем каноническую систему уравнений с учетом (5) в упрошенной канонической форме

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}^*(t) \\ \dot{\bar{p}}^*(t) \end{bmatrix} = N(t) \begin{bmatrix} \bar{x}^* \\ \bar{p}^* \end{bmatrix} \tag{6}$$

с граничными условиями

$$\bar{x}^*(t_0) = \bar{x}^{(0)}, \bar{x}^*(T_f) = \bar{0}. \tag{7}$$

Здесь $N(t)$ - матрица размера $2\text{n} \times 2n$, имеющая блочную структуру

$$N(t) = \begin{bmatrix} A(t) & -B(t)R^{-1}(t)B^T(t) \\ 0 & -A^T(t) \end{bmatrix}$$

Пусть $W(t,t_0)$ – матрица переходов системы (6) размера $2\text{n} \times 2n$, которая также может быть представлена в виде блочной матрицы

$$W(t,t_0) = \begin{bmatrix} W_{11}(t,t_0) & W_{12}(t,t_0) \\ W_{21}(t,t_0) & W_{22}(t,t_0) \end{bmatrix}$$

Из основного соотношения

$$\begin{bmatrix} \bar{x}^*(t) \\ \bar{p}^*(t) \end{bmatrix} = W(t,t_0) \begin{bmatrix} \bar{x}^*(t_0) \\ \bar{p}^*(t_0) \end{bmatrix}, \tag{8}$$

учитывая (7) инпредполагая, что $W_{12}(T_f, t_0)$ невырождена, следует, что

$$\bar{p}^*(t_0) = -W_{12}^{-1}(T_f, t_0) W_{11}(T_f, t_0) \bar{x}^*(t_0).$$

Тогда уравнения (8) получим в виде

$$\bar{x}^*(t) = [W_{11}(t,t_0) - W_{12}(t,t_0) W_{12}^{-1}(T_f,t_0) W_{11}(T_f,t_0)] \bar{x}^*(t_0) = K_1(t) \bar{x}^*(t_0), \tag{9}$$

$$\bar{p}^*(t) = [W_{21}(t,t_0) - W_{22}(t,t_0) W_{12}^{-1}(T_f,t_0) W_{11}(T_f,t_0)] \bar{x}^*(t_0) = K_2(t) \bar{x}^*(t_0). \tag{10}$$

Подстановка соотношения (10) в (5) позволяет записать закон оптимального управления следующим образом:

$$\bar{u}^*(t) = -G(t) \bar{x}^*(t_0), \tag{11}$$

где изменявшаяся во времени матрица коэффициентов усиления $G(t)$ размера $m \times n$ имеет вид

$$G(t) = R^{-1}(t)B^T(t)K_2(t) \,. \tag{12}$$

Так как $R(t)$, $B(t)$ заданы, то для определения $G(t)$ необходимо найти фундаментальную матрицу $W(t,t_0)$.

Матрица $W(t,t_0)$ является решением уравнения состояния

$$\dot{W}(t,t_0) = N(t)W(t,t_0) \tag{13}$$

с начальным условием $W(t,t_0) = I$.

Для решения уравнения (13) воспользуемся математическим аппаратом функций Уолша.

Полагаем, что найдено приближение элементов матриц

$$A(t) = \{a_{ij}(t)\}, B(t) = \{b_{ik}(t)\} \ \ (i, j = \overline{1,n}), \ \ (k = \overline{1,m})$$

в виде рядов по системе функций Уолша, постоянные коэффициенты которых определяются либо по известным формулам [5] в случае, если известно математическое описание объекта, либо с использованием алгоритма параметрической идентификации ЛНС, предложенного авторами в работе [6], в противном случае. В силу того, что матрица $R(t) = \{r_{ik}(t)\}(i,k = \overline{1,m})$ задана, ее элементы также могут быть аппроксимированы рядами по системе функций Уолша. Т.е. имеем представления элементов матриц A(t), B(t), R(t) рядами Уолша

$$\begin{aligned} &a_{ij}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} a_r^{(ij)}\varphi_r(t) \ \ (i, j = \overline{1,n}), A(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} A_r\varphi_r(t), \\ &A_r = \{a_r^{(ij)}\} \ \ (r = \overline{0, R-1}); \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} &b_{ik}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} b_r^{(ik)}\varphi_r(t) \ \ (i = \overline{1,n}),(k = \overline{1,m}), B(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} B_r\varphi_r(t), \\ &B_r = \{b_r^{(ij)}\} \ \ (r = \overline{0, R-1}); \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} &r_{ik}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} r_r^{(ik)}\varphi_r(t) \ \ (i,k = \overline{1,m}), R(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} R_r\varphi_r(t), \\ &R_r = \{r_r^{(ij)}\} \ \ (r = \overline{0, R-1}); \end{aligned} \tag{16}$$

С помощью разложений в ряд Уолша матрицы $N(t) = \{n_{ij}(t)\}$ и $W(t,t_0) = \{w_{ik}(t,t_0)\}(i, j = \overline{1.2n})$ на рассматриваемом интервале $\lfloor t_0, T_f \rfloor$ представим в виде

$$N(t) \approx \begin{bmatrix} \overline{n}^{(11)T} & \cdots & \overline{n}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{n}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{n}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\varphi}_R(t) \end{bmatrix};$$

$$W(t,t_0) \approx \begin{bmatrix} \overline{w}^{(11)T} & \cdots & \overline{w}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{w}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{w}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\varphi}_R(t) \end{bmatrix}, \tag{17}$$

где $\varphi_R^{-T}(t) = \{\varphi_0(t),...,\varphi_r(t),...,\varphi_{R-1}(t)\}$ - R-мерный вектор функций Уолша, заданных на интервале $[t_0, T]$; $n^{-(ij)T} = \{n_0^{(ij)},...,n_r^{(ij)},...,n_{R-1}^{(ij)},\}$ - R-мерные вектор постоянных коэффициентов разложения в ряд Уолша известной функции $n_{ij}(t)$; $w^{-(ij)T} = \{w_0^{-(ij)},...,w_r^{(ij)},...,w_{R-1}^{(ij)},\}$ - R-мерный вектор постоянных неизвестных коэффициентов разложения в ряд Уолша искомой функции $W_{ij}(t,t_0)$. Интегрируем уравнение (13), получим

$$W(t,t_0) - \mathrm{I} = \int_{t_0}^{t} N(t')W(t',t_0)dt' \tag{18}$$

Обозначим подынтегральное выражение в (5.39) как

$$C(t) = N(t)W(t,t_0),$$

где $C(t) = \{c_{jk}(t)\}$- матрица размера $2n \times 2n$, элементы которой определяем следующим образом:

$$c_{ik}(t) = \sum_{j=1}^{2n} \overline{n}^{(ij)T} \overline{\varphi}_R(t) \overline{w}^{(jk)} \varphi_R(t)\ .$$

Используя свойство мультипликативности системы функций Уолша на заданном интервале $[t_0, T_f]$, преобразуем выражение для элементов $c_{jk}(t)$ 4к виду

$$c_{ik}(t) \approx \sum_{j=1}^{2n} \overline{c}_j^{(ik)T} \overline{\varphi}_R(t) = \overline{c}^{(ik)T} \overline{\varphi}_R(t)\ .$$

Здесь $c_j^{-(ik)T} = \{c_{j,0}^{(ik)},...,c_{j,r}^{(ik)},...,c_{j,R-1}^{(ik)},\}$ -R-мерный вектор постоянных коэффициентов, элементы которого составлены из суммы произведений коэффициентов разложения $n_r^{(ij)}, w_r^{(jk)}$ в ряд Уолша функцій $n_{ij}(t), w_{jk}(t,t_0)$ и могут быть определена следующим образом:

$$c_{j,r_1}^{(ik)} = \sum_{r=0}^{R-1} n_r^{(ij)} w_{r\oplus r_1}^{(jk)} \quad (r_1 = \overline{0, R-1});$$

$\overline{c}^{(ik)T} = \{c_0^{(ik)},...,c_r^{(ik)},...,c_{R-1}^{(ik)}\}$- R-мерный вектор постоянных коэффициентов, элементы которого могут быть определены как

$$c_r^{(ik)} = \sum_{j=1}^{2n} c_{j,r}^{(ik)} \quad (r = \overline{0, R-1})\ .$$

Тогда матрица C(t) может быть определена аналогично $N(t), W(t,t_0)$ как

$$C(t) \approx \begin{bmatrix} \overline{c}^{(11)T} & \cdots & \overline{c}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{c}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{c}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\varphi}_R(t) \end{bmatrix}; \tag{19}$$

Для удобства дальнейших преобразований представим единичную матрицу размера $2n \times 2n$ из уравнения (19) в виде

$$I = \begin{bmatrix} c^{-(1,1)T} & \cdots & 0 \\ \vdots & c^{-(i,i)T} & \vdots \\ 0 & \cdots & c^{-(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_R^{(t)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\varphi}_R^{(t)} \end{bmatrix}, \tag{20}$$

где $c^{-(i,i)T} = \{1,0,...,0\}$ - -мерный вектор. Учитывая, что $\varphi_0(t) = I$ на всем интервале $\lfloor t_0, T_f \rfloor$, такое представление возможно.

Подставим (17), (19) и (20) в уравнение (18). Используяизвестное соотношение

$$\int_0^x \bar{\varphi}_N(x')dx' \approx P_{(N\times N)}\bar{\varphi}_N(x)$$

для приближенного интегрирования и выражение для операционной матрицы интегрирования [7]

$$P_{(N\times N)} = \begin{bmatrix} 1/2 & & & & & \\ & 0 & -2/N\, I_{(N/8)} & & -1/N\, I_{N/4} & -1/2N\, I_{N/2} \\ 2/N\, I_{(N/8)} & & O_{(N/8)} & & & \\ & 1/N\, I_{(N/4)} & & & O_{(N/4)} & \\ & & 1/2N\, I_{N/2} & & & O_{(N/2)} \end{bmatrix},$$

которая с учетом рассматриваемого интервала $\lfloor t_0, T_f \rfloor$ может быть определена как $P'_{(R\times R)} = (T_f - t_0)P_{(R\times R)}$, получим

$$\begin{bmatrix} \overline{w}^{(11)T} & \cdots & \overline{w}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{w}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{w}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\varphi}_R(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \overline{e}^{(11)T} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{e}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\varphi}_R(t) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \overline{c}^{(11)T} & \cdots & \overline{c}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{c}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{c}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \otimes P'_{(R\times R)} \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\varphi}_R(t) \end{bmatrix},$$

где $\otimes$ - прямое произведение. Приравнивая коэффициенты при $\overline{\varphi}_R(t)$ в обеих частях уравнения, получим

$$\begin{aligned} &\overline{w}^{(ii)T} - \overline{e}^{(ii)T} = \overline{c}^{(ii)T} P'_{(R\times R)}, \; i = k, \\ &\overline{w}^{(ik)T} = \overline{c}^{(ik)T} P'_{(R\times R)}, \; i \neq k \; (i,k = \overline{1,2n}). \end{aligned} \tag{21}$$

Уравнения (21) представляют собой систему $2n \times 2n \times R$ линейных алгебраических уравнений, которые используются для определения неизвестных коэффициентов разложения $W_r^{(ik)}$ $(r = \overline{0,R-1}),(i,k = \overline{1,2n})$ элементов переходной матрицы $W(t,t_0)$ в ряд Уолша.

Матрицы $K_1(t), K_2(t)$ размера $n \times n$ на основе полученных коэффициентов разложения в ряд Уолша элементов матрицы $W(t,t_0)$ из уравнений (21) запишем аналогично соотношениям (14) - (16) в виде

$$k_{1ij}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} k_{1r}^{(ij)} \varphi_r(t) \ \ (i, j = \overline{1,n}), K_1(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} K_{1r} \varphi_r(t),$$
$$K_{1r} = \{k_{1r}^{(ij)}\} \ \ (r = \overline{0, R-1}); \tag{22}$$

$$k_{2ij}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} k_{2r}^{(ij)} \overline{\varphi}_r(t) \ \ (i, j = \overline{1,n}), K_2(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} K_{2r} \varphi_r(t),$$
$$K_{2r} = \{k_{2r}^{(ij)}\} \ \ (r = \overline{0, R-1}); \tag{23}$$

Подстановка соотношений (23) в (12) позволяет определить матрицу усиления оптимального управления (12) в виде

$$G(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} R_r^{-1} B_r^T K_{2r} \varphi_r(t) \tag{24}$$

Заключение. Таким образом, на основе принципа минимума выявлена структура оптимальных законов управления (24) для линейно-квадратичных задач на минимум энергии. Для установления связи между вспомогательным вектором $\overline{p}^*(t)$ и вектором состояния $\overline{x}^*(t)$ используется фундаментальная матрица системы упрощенных канонических уравнений. Нахождение фундаментальной матрицы осуществляется с использованием математического аппарата функций Уолша. Это позволяет получать приближенное представление искомой матрицы в виде рядов Уолша, постоянные коэффициенты которых определяются путем решения системы алгебраических уравнений. В результате применения такого подхода матрица оптимальных законов управления (11) также определена в терминах функций Уолша. Элементы матрицыявляются кусочно-постоянными функциями, что значительно упрощает их реализацию по сравнению с нестационарными матрицами оптимального управления, полученными на основе решения уравнения Риккати. Предложенный подход может быть обобщён и на случай оптимального управления при неизвестных коэффициентах объекта управления с использованием предложенной авторами в работах [6, 7] параметрической сплайн-идентификации.

Список литературы

1. Нестационарные системы автоматического управления:анализ,синтез и оптимизация /под ред. К.А.Пупкова и Н.Д.Егупова. - М.: Изд.МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2007. - 632с.
2. Атанс М. Оптимальное управление / Атанс М., Фалб П. - М.: Машиностроение, 1968.– 764 с.
3. Shin D.H. Analysis and parameter estimation of a Scaled system via shifted hegendre polynomials / Shin D.H., Chukung F. // Int. g. Syst. Sci, 1986. – v.17.- № 3. – P.400-408.
4. Chang Y.F. Analysis and identification distributed systems via double general polynomials // Int. g. Contr. – 1986. – P. 395-405
5. Chen C.F. Walsh series analysys in optimal control / Chen C.F., Hsiao C.H. // Int. g. Contr.- 1975. – v.21.- №6. – P.881-897.
6. А.А.Стенин. Адаптивная параметрическая сплайн-идентификация линейных нестационарных систем / А.А.Стенин, Е.Ю.Мелкумян Писаренко Ю.В. Солдатова М.А. // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління». – Київ: Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», 2014. - Вип. 1(24). С. 113-121.
7. А.А. Стенин. Обобщенный алгоритм идентификации линейных динамических систем на базесплайн-функций и функцийУолша / А.А. Стенин, М.М. Ткач, Е.Ю. Мелкумян // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління». – Київ: Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», 2012. - Вип. 20(40). С. 131-136

Aleksandr Stenin, Ekaterina Melkumian,M. Soldatova, M. Melkumian
National Technical University of Ukraine "Kyiv Politechnic Institute"

Synthesis of optimum control of nonstationary systems based on Walsh functions

In this article the problem of synthesis of the closed law of management of linear non-stationary systems, optimum on power consumption, is considered. All real objects of management relatively are nonlinear and non-stationary. The analysis and synthesis of control systems for such objects represents a complex mathematical problem which decision is received for some special cases today. The majority of objects of management allows to accept the non-stationary and linearized system of the equations as mathematical model. There is an opportunity to apply the developed mathematical apparatus of the solution of the linear non-stationary differential equations to the solution of problems of management. The objects of research are linear dynamic systems with monotonous znakopostoyanny coefficients which can be presented as quasistationary systems. The work purpose - is definition of the optimum law of management of linear quasistationary systems in an analytical look. In article, on the basis of the principle of a maximum (minimum) of Pontryagin the structure of optimum laws of management for linearly-square tasks on an energy minimum is revealed. For establishment of communication between an auxiliary vector and a vector of a state the fundamental matrix of system of the simplified initial equations is used. Finding of a fundamental matrix is carried out with use of mathematical apparatus of functions of Walsh. It allows to gain an approximate impression of a required matrix in the form of Walsh's ranks. As a result of application of such approach a matrix of optimum laws of management also of an opredeklen in terms of functions of Walsh that considerably simplifies their realization in comparison with the non-stationary matrixes of optimum control received on the basis of the solution of the equation of Rikkati.

Одержано 20.11.14

УДК 631.334:006.015.7

К.С. Шевченко, асист.
Миколаївський національний агарний університет

Дослідження динаміки руху плоду баклажана після взаємодії з ножовою пластиною бича

Проаналізовано диференційне рівняння руху тіла насінника баклажану всередині циліндричного сітчастого барабану планетарної машини для отримання насіння баклажану. Приведені графічні результати розрахунку колової швидкості для різних випадків.
тіло насінника, пластина бича, динаміка руху, взаємодія «ножова пластина – сітчастий барабан»

Е.С. Шевченко, асист.
Николаевский национальный аграрный университет
Исследование динамики движения плода баклажана после взаимодействия с ножевой пластиной бича

Проанализировано дифференциальное уравнение движения тела семенника баклажана внутри цилиндрического сетчатого барабана планетарной машины для получения семян баклажана. Приведены графические результаты расчета окружной скорости для разных случаев.
тело семенника, пластина бича, динамика движения, взаимодействие «ножевая пластина – сетчатый барабан»

Постановка проблеми. Галузь виробництва насіння овоче-баштанних культур на сьогоднішній день є однією з найменш механізованих і найбільш трудомістких. Проблема відсутності обладнання, що існує в галузі механізації процесів отримання насіння баклажанів, потребує негайного вирішення шляхом створення нових високопродуктивних машин.