О РАСПРЕДЕЛЕНИИ АРМИРУЮЩЕГО МАТЕРИАЛА В СМЕСИ ПРИ ОТБОРЕ ПРОБ

ABOUT DISTRIBUTION OF REINFORCING MATERIAL IN MIXTURE AT SELECTION OF SAMPLES

К.т.н. проф. Пелешенко Б.[1], к.т.н. доц. Деркач А.[1], инж. Макаренко Д.[1], д.т.н. проф. Аулин В.[2]
[1] Инженерно-технологический факультет – Днепровский государственный аграрно-экономический университет, Украина
e-mail: derkach_dsau@i.ua, fly-makd@yandex.ua
[2] Факультет проектирования и эксплуатации машин – Центральноукраинский национальный технический университет, Украина

Abstract: *It is theoretically justified the effect of taking samples of a mixture of composite material on the uniformity of the distribution of carbon fiber in it. Dependencies are given that describe the process of redistribution of the filler between the sample and the mixture.*

Keywords: COMPOSITE MATERIALS, CARBON FIBER, dispersion, probability.

1. Вступление

Современное сельскохозяйственное машиностроение выпускает широкий спектр машин - в том числе посевные, которые имеют сложные системы функционирования. Если ранее созданные машины не имели четкой системы технического обслуживания (ТО), из-за простоты конструкций, то сейчас во многих машинах вводится регламентировано ТО. Как показал анализ конструкций современных посевных машин, подвижные соединения системы копирования рельефа должны систематически обслуживаться через строго определенную периодичность – 40…50 ч. наработки [1-3].

Одним из эффективных решений создания трибосистем, не требующих ТО, заключается в применении композиционных пластиков конструкционного назначения.

Композиционные материалы (КМ) широко применяются в различных узлах и механизмах. Они имеют высокие физико-механические и трибологические свойства. Основными составляющими КМ есть матрица (основной материал), и разнообразные наполнители. Известно, что на свойства КМ влияет не только процент наполнителя, но и равномерность его распределения в полимерной матрице.

Мы разработали ряд узлов для сельскохозяйственных машин, включающих детали, изготовленные из углепластиков [2]. Поэтому, исследование влияние выбора проб смеси полимера и углеродного волокна на её распределение в смеси является актуальным вопросом.

При различных способах взятия проб в даже хорошо перемешанной смеси углеродные волокна задеваются и либо пополняют пробу, либо удаляются из пробы, что приводит к изменению весовой доли углеродного волокна. В результате выборочное среднее изменяется, а выборочная дисперсия возрастает по сравнению с теоретической дисперсией весовой доли углеродного волокна в смеси, закон и функция распределения весовой доли углеродного волокна в смеси также изменяется.

2. Постановка проблемы

В получении доверительных интервалов для выборочных числовых характеристик массовой доли волокна в смеси используют теоретически определённую дисперсию $D(\delta)$, которая часто существенно отличается от выборочной дисперсии $s_в^2$.

Это получается в результате того, что смесь недостаточно перемешана или смесь хорошо перемешана, но при различных способах взятия проб нарушается структура смеси, задеваются волокна, которые либо остаются в пробе, либо удаляются из пробы.

Объемная доля волокна в каждой пробе $\gamma(V_к)$ объем $V_к$ есть суммой объемной доли волокна $\Delta(V_к)$, полученной дополнительно при взятии пробы, и теоретической объемной доли $\delta(V)$ волокна всей смеси объемом V: $\gamma(V_к) = \Delta(V_к) + \delta(V)$, $к = 1,\dots,N$.

3. Решение рассматриваемой задачи

По свойству математического ожидания $E(\gamma) = E(\Delta) + E(\delta)$ [4] и в силу закона больших чисел $\bar{\gamma}_В \approx \bar{\Delta}\sigma_В + E(\delta)$, где $E(\delta)$ обозначает математическое ожидание, равное теоретической объёмной доли волокна всей смеси, а

$$\bar{\Delta}\sigma_в = \frac{\sum_{к=1}^{N} \Delta(V_К)}{N}, \bar{\gamma}_в = \frac{\sum_{к=1}^{N} \gamma(V_К)}{N}$$

обозначаются соответственно выборочное среднее значение объёмной доли волокна, полученное дополнительно при взятии N проб и выборочное значение объёмной доли волокна всей смеси с учётом дополнительного его изменения при взятии N проб.

Выборочные случайные величина $\Delta(V_к)$ и случайная величина $\delta(V_к)$ считаются независимыми, поэтому для дисперсий выборочных случайных величин $\gamma_В, \sigma_В, \delta$ выполняется равенство $D(\gamma_в) = D(\Delta\sigma_в) + D(\delta)$.

При больших n выполняется приближённое равенство $s_в^2(\gamma) \approx s_в^2(\Delta\sigma) + s^2(\delta)$ [4], где $s_в^2(\gamma), s_в^2(\Delta\sigma)$ обозначаются несмещённые выборочные дисперсии, $s^2(\delta)$ обозначается теоретическая несмещённая дисперсия объёмной доли волокна всей смеси.

Вычислим исправленную выборочную дисперсию доли, дополняющей при Вычислим исправленную выборочную дисперсию объёмной доли, дополняющей при отборе пробы объёмную долю армирующего материала в смеси, за следующим алгоритмом.

Берётся проба объёма V_k, по ней находим радиус R из соотношения:

$$V_k = \frac{2}{3}\pi R^3,\ k = 1,2,\dots,N\ .$$

Пусть β - объёмная доля армирующих материал частиц, l - длина армирующих материал частиц , d - диаметр армирующих материал частиц, $\frac{4\beta Vк}{\pi l d^2}$ - количество центров армирующих материал частиц в шаровом слое $Vк$.

Тогда выборочная дисперсия отклонение усреднённой объёмной доли, дополняющее при отборе пробы выборочное среднее квадратическое отклонение объёмной доли армирующего наполнителя в шаровом слое объёма V_k вычисляется по формуле:

$$s^2_{в,к}(\gamma)=\sum_{i=1}^{n+1}(\Delta\sigma_i-\Delta\sigma_{2n+3-i}-\Delta\bar{\sigma}_k)^2\frac{|\Delta\sigma_i-\Delta\sigma_{2n+3-i}|}{\sum_{i=1}^{n+1}|\Delta\sigma_i-\Delta\sigma_{2n+3-i}|}+s^2(\delta),$$

а выборочная дисперсия усреднённой объёмной доли армирующего материала в смеси приближённо определяется по формуле:

$$s^2_в(\gamma)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}s^2_{в,к}(\Delta\bar{\sigma})+s^2(\delta).$$

Доля армирующего материала, дополняющая при отборе пробы долю армирующего материала в смеси в шаровом подслое ΔV_i, вычисляется по формуле:

$$\Delta\sigma_i=\frac{\beta\Delta V_i\left(1-\frac{H_i}{2r_i}\right)\xi_i}{\frac{2}{3}\pi R^3 l},$$

где $H_i=x_{0,i}-x_{1,i}$, абсцисса $x_{0,i}$ находится из системы уравнений: $R^2=x^2_{0,i}+y^2_{0,i}$, $\frac{l^2}{4}=x^2_{0,i}-2x_ix_{0,i}+x_i^2+y^2_{0,i}$; $x_{1,i}$ есть пересечение прямой, проходящей через точки $A_i(x_{0,i},y_{0,i})$, $B_i(x_i,0)$, с окружностью с центром в точке $B_i(x_i,0)$ и радиусом $\frac{l}{2}$; $r_i=\frac{l}{2}$. Или $\Delta\sigma_i=\frac{\beta\Delta V_i\left(1-\frac{2h_i}{l}\right)\xi_i}{\frac{2}{3}\pi R^3 l}$, где

$$h_i=x_{0,i}-\frac{x_i-x_{i-1}}{2}$$

Кроме того, средняя высота ξ_i части армирующих частиц, которая дополнительно попадает в пробу в шаровом подслое ΔV_i, вычисляется с помощью двойного интеграла:

$$\xi_i=\frac{1}{\pi y^2_{0,i}}\left(\iint_{S_i}\left(\sqrt{1-y^2-z^2}+\frac{x_i-x_{i-1}}{2}\right)dydz-\iint_{S_i}\sqrt{R^2-y^2-z^2}dydz\right)$$ где

S_i есть круг с центром в точке $C(x_{0,i},0,0)$ и радиусом $y_{0,i}$.

На участке от x^* до R:

$$\Delta\sigma_{s+1}=\frac{\beta\Delta V_{s+1}\left(1-\frac{2h_{s+1}}{l}\right)\xi_{s+1}}{\frac{2}{3}\pi R^3 l},$$

где $h_{s+1}=x_{0,s+1}-\frac{R-x^*}{2}$, и доля армирующего материала, дополняющая при отборе пробы долю армирующего материала в смеси в шаровом подслое ΔV_{n+1}, вычисляется по другой формуле: $\Delta V_{n+1}=\frac{2}{3}\pi R^3-\frac{2}{3}\pi x^{*^3}$.

Величина ξ_{n+1} вычисляется по формуле:

$$\xi_{n+1}=\frac{4}{l^2\pi}\iint_{S_{n+1}}\left(\frac{x^*+R}{2}+\sqrt{1-y^2-z^2}-\sqrt{R^2-y^2-z^2}\right)dydz,$$

где S_{n+1} есть круг с центром в точке $C(x_{0,n+1},0,0)$ и радиусом $y_{0,n+1}$.

Переходя к полярным координатам относительно y,z , имеем:

$$\xi_{n+1}=\frac{4}{l^2\pi}\int_0^{2\pi}df\int_0^{\frac{l}{2}}\left(\frac{R+x^*}{2}+\sqrt{\frac{l^2}{4}-r^2}\right)rdr-$$

$$\frac{4}{l^2\pi}\int_0^{2\pi}df\int_0^{\frac{l}{2}}\left(\sqrt{R^2-r^2}\right)rdr=$$

$$=\frac{(R+x^*)}{2}-\frac{8}{l^2}\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}(-2)}\Big|_{\frac{l^2}{4}}^{0}-\frac{8}{l^2}\frac{v^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}(-2)}\Big|_{R^2}^{R^2-\frac{l^2}{4}}=$$

$$=\frac{(R+x^*)}{2}-\frac{8}{l^2}\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}(-2)}\Big|_{\frac{l^2}{4}}^{0}-\frac{8}{l^2}\frac{v^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}(-2)}\Big|_{R^2}^{R^2-\frac{l^2}{4}}=$$

$$=\frac{(R+x^*)}{2}+\frac{l}{3}-\frac{8}{3l^2}\left(R^3-\sqrt{\left(R^2-\frac{l^2}{4}\right)^3}\right).$$

Далее обозначаем $x_{n+2}=2R-x^*$ и рассматриваем отрезок $[R,2R-x^*]$.

Тогда имеем $\Delta\sigma_{n+2}=\frac{\beta\Delta V_{n+2}\left(1-\frac{2h_{n+2}}{l}\right)\xi_{n+2}}{\frac{2}{3}\pi R^3 l}$,

где $\Delta V_{n+2}=\frac{2}{3}\pi(2R-x^*)^3-\frac{2}{3}\pi R^3$.

Точка $M_{n+2}(x_{n+2,0},y_{n+2,0})$ есть точкой, ближней к x_{n+2}, пересечения окружностей:

$$x^2+y^2=R^2,\ \left(x-\frac{R+2R-x^*}{2}\right)^2+y^2=1.$$

Кроме того, величина ξ_{n+2} вычисляется по формуле , где S_{n+2} есть круг с центром в точке $C(x_{n+2,0},0,0)$ и радиусом $y_{n+2,0}$.

Далее разбиваем отрезок $[2R-x^*,R+1]$ на n частей:

$$x_{n+2+i}=2R-x^*+i\frac{R+1-2R+x^*}{n},i=1,...,n.$$

Тогда имеем: $\Delta\sigma_{n+2+i}=\frac{\beta\Delta V_{n+2+i}\left(1-\frac{2h_{n+2+i}}{l}\right)\xi_{n+2+i}}{\frac{2}{3}\pi R^3 l},i=1,...,n,$

где $\Delta V_{n+2}=\frac{2}{3}\pi x^3_{s+2+i}-\frac{2}{3}\pi x^3_{n+2+i-1}$.

Точка $M_{n+2}(x_{n+2+i,0},y_{n+2+i,0})$ есть точкой, ближней к x_{n+2+i}, пересечения окружностей:

$$x^2+y^2=R^2,\ \left(x-\frac{x_{n+2+i}-x_{n+2+i-1}}{2}\right)^2+y^2=1.$$

Кроме того, величина ξ_{n+2+i} вычисляется по формуле:

$$\xi_i=\frac{1}{\pi y^2_{n+2+i}}\iint_{S_{n+2+i}}\left(\sqrt{1-y^2-z^2}+\frac{x_{n+2+i}-x_{n+2+i-1}}{2}\right)dydz-$$

$$-\frac{1}{\pi y^2_{n+2+i}}\iint_{S_{n+2+i}}\sqrt{R^2-y^2-z^2}dydz,$$

где S_{n+2+i} есть круг с центром в точке $C(x_{n+2+i,0},0,0)$ и радиусом $y_{n+2+i,0}$. в трёхмерном пространстве

Вычислим усреднённую величину $\Delta\bar{\sigma}_i$, $i=1,...,2n+2$ по формуле:

$$\Delta\bar{\sigma}_i=\iint_G(\lambda\Delta\sigma_i)d\lambda=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_i),\ i=1,...,2n+2.$$

Здесь буквой G обозначается квадрат со стороною 1 и с центром в точке $A\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

Потом поставим в соответствии каждой усредненной величине $\Delta\bar{\sigma}_i$, вероятность:

$$p_i = \frac{|\Delta\bar{\sigma}_i|}{\sum_{i=1}^{2n+2}|\Delta\bar{\sigma}_i|}, \; i = 1,...,2n+2 .$$

Вычислим среднее значение усредненной объемной доли, дополняющую при отборе пробы объемную долю армирующего материала в части шарового слоя объема V_k смеси:

$$\bar{\Delta\sigma}_{в,к} = \sum_{i=1}^{2n+2}\Delta\tilde{\sigma}_i p_i = \sum_{i=1}^{2n+2}\frac{\Delta\tilde{\sigma}_i\,|\Delta\bar{\sigma}_i|}{\sum_{i=1}^{2n+2}|\Delta\bar{\sigma}_i|},$$

где $\Delta\tilde{\sigma}_{i(i=1,...n+1)} = -\Delta\bar{\sigma}_{i(i=n+2,...2n+2)}$

Выборочную дисперсию усредненной объемной доли, дополняющую при отборе пробы объемную долю армирующего наполнителя в части шарового слоя объема Vk находим по формуле:

$$s^2_{в,к}(\Delta\bar{\sigma}) = \frac{2n+2}{2n+1}\left(\sum_{i=1}^{2n+2}\Delta^2\bar{\sigma}_i\; p_i - (\bar{\Delta\sigma}_{в,к})^2\right) =$$

$$= \frac{2n+2}{2n+1}\left(\sum_{i=1}^{2n+2}\Delta^2\bar{\sigma}_i\frac{|\Delta\sigma_i|}{\sum_{i=1}^{2n+2}|\sigma_i|} - (\bar{\Delta\sigma}_{в,к})^2\right).$$

Тогда выборочная дисперсия усредненной объемной доли армирующего материала в части шарового слоя V_k смеси найдем по формуле:

$$s^2_{в,к}(\gamma) = s^2_{в,к}(\Delta\bar{\sigma}) + s^2(\delta),$$

Вычислим среднее значение усредненной объемной доли, дополняющую при отборе пробы объемную долю армирующего материала в смеси:

$$\bar{\Delta\sigma}_в = \frac{1}{N}\sum_{к=1}^{N}\bar{\sigma}_{в,к},$$

а выборочная дисперсия усредненной объемной доли армирующего материала в смеси определяется по формуле:

$$s^2_в(\gamma) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}s^2_{в,к}(\Delta\bar{\sigma}) + s^2(\delta) = s^2_в\,(\Delta\bar{\sigma}) + s^2(\delta).$$

Далее изучается закон и функция распределения по статистическим данным объемной доли углеродного волокна в смеси. При различных способах отбора проб в хорошо перемешанной смеси углеродного волокна захватываются или пополняют пробу, или удаляются из пробы, что приводит к изменению объемной доли углеродного волокна. В результате выборочное среднее меняется, а выборочная дисперсия возрастает по сравнению с теоретической дисперсией объемной доли углеродного волокна в смеси, закон и функция распределения объемной доли углеродного волокна в смеси также меняется.

Так объемная доля волокна $\gamma(V)$ в композитной смеси есть суммой объемной доли волокна $\Delta(V)$, полученной дополнительно при взятии проб и теоретической объемной волокна $\delta(V)$, то теоретичный закон распределения случайной выборочной величины γ имеет вид:

$$p(\gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} p_1(\gamma-\delta)p_2(\delta)d\delta,$$

где $p_1(\Delta)$ и $p_2(\delta)$ есть соответственно закон распределения объёмной доли волокна Δ, полученной дополнительно при взятии пробы, и теоретический закон распределения объёмной доли δ волокна всей смеси до взятия проб.

Так как мы рассматриваем такую смесь, в которой объемная доля волокна равномерно распределена, то закон распределения имеет вид:

$$p_2(\delta) = \begin{cases}\frac{1}{b-a}, & \delta\in[a,b];\\ 0, & \delta\notin[a,b].\end{cases}$$

Величины a и b зависят среднего значения $\delta(V)$ и теоретической дисперсии $D(\delta)$ из работы [5]. Они находятся из системы уравнений:

$$\begin{cases}\frac{b+a}{2} = E(\delta),\\ \frac{(b-a)^2}{12} = D(\delta).\end{cases}$$

Решая их, находим:

$$a = E(\delta) - \sqrt{3D(\delta)}, b = E(\delta) + \sqrt{3D(\delta)}.$$

Как показали исследования закон распределения объёмной доли волокна всей смеси до взятия проб $p_1(\Delta)$ есть нормальный закон распределения математическим ожиданием $\bar{\Delta\sigma}_{в,к}$ и дисперсией $s^2_{в,к}(\Delta\bar{\sigma})$. В результате имеем:

$$p(\gamma) = \int_a^b p_1(\gamma-\delta)p_2(\delta)d\delta =$$

$$= \frac{1}{b-a}\int_a^b p(\gamma-\delta)d\delta = \frac{1}{b-a}\int_{\gamma-b}^{\gamma-a}p(y)dy =$$

$$= \frac{1}{b-a}\int_{\gamma-b}^{\gamma-a}\frac{1}{\sqrt{2\pi}s^2_в(\Delta\bar{\sigma})}e^{-\frac{(y-E(\delta))^2}{2s^2_в(\Delta\bar{\sigma})}}dy =$$

$$= \frac{1}{(b-a)\sqrt{2\pi}}\int_{\gamma-b-E(\delta)}^{\gamma-a-E(\delta)}e^{-\frac{y^2}{2}}dy.$$

Теоретичная функция распределения $F_T(x)$ определяется [1] следующим образом:

$$F_T(x) = \int_{-\infty}^{x}\frac{1}{(b-a)\sqrt{2\pi}}\left(\int_{\gamma-b-E(\delta)}^{\gamma-a-E(\delta)}e^{-\frac{y^2}{2}}dy\right)d\gamma =$$

$$= \frac{1}{b-a}\int_{-\infty}^{x}\left(\Phi(\gamma-a-E(\delta)) - \Phi(\gamma-b-E(\delta))\right)d\gamma.$$

Мы используем исправленную выборочную дисперсию объёмной доли армирующего материала в смеси.

В отношении функции распределения $F(x)$ по всей оси $(-\infty,\infty)$ выдвигается гипотеза: $F(x) = F_T(x)$.

По критерию Колмогорова отклонения эмпирической функции распределения $\hat{F}_{2n+2}(x)$, построенной по выборке $\{\Delta\bar{\sigma}_1,\Delta\bar{\sigma}_2,...,\Delta\bar{\sigma}_{2n+2}\}$, от гипотетической функции распределения $F_T(x)$ предложено рассматривать величину:

$$\sup_x|F_T(x) - \hat{F}_{2m+2}(x)|.$$

По α (уровнем значимости) и $2n+2$ (объемом выборки) находят критическое значение $\varepsilon_{\alpha;2n+2}$ – значение $\varepsilon_{\alpha;2n+2}$, для которых:

$$P\{\sup_x|F_T(x) - \hat{F}_{2n+2}(x)|\} = \alpha$$

Тогда гипотеза о функции распределения принимается в том случае, корда:

$$\sup_x|F_T(x) - \hat{F}(x)| < \varepsilon_{\alpha;n},$$

и отклоняется в противном случае.

Далее обозначим $\Delta\sigma_0$ $\Delta\sigma_{2n+3}$ такие точки на оси Ox, что $F_T(\Delta\sigma_0)»0$ и $F_T(\Delta\sigma_{2n+3})»1$, с четвертым знаком после запятой.

Заметим, что эмпирическую функцию распределения рассчитывают обычным образом по формуле:

$$\hat{F}_{2n+2}(x)=\sum_{\Delta\bar{\sigma}_i<x}\frac{|\Delta\bar{\sigma}_i|}{\sum_{i=1}^{2n+2}|\Delta\bar{\sigma}_i|}$$

Гипотетическую функцию распределения $F_T(x)$ приближенно вычисляется на каждом интервале $[\Delta\sigma_i\Delta\sigma_{i+1}], i=0,1,...,n$, или при помощи квадратурной формулы с учетом ее точности, либо следующим образом.

Сначала разобьем интервал $[\Delta\sigma_i\Delta\sigma_{i+1}], i=0,1,...,n$ на s_i частей одинаковой длины $\frac{\Delta\sigma_{i+1,j}-\Delta\sigma_{i,j}}{s_i}$, $\Delta\sigma_{i,1}=\Delta\sigma_i$, и на каждой части вычисляем $\min\limits_{\Delta\sigma_{i,j}\pounds x\pounds\Delta\sigma_{i+1,j}} F_T(x)$, $\max\limits_{\Delta\sigma_{i,j}\pounds x\pounds\Delta\sigma_{i+1,j}} F_T(x), j=1,2,...,s_i$. Затем имеем, что $\sup\limits_x|F_T(x)-\hat{F}_{2n+2}(x)|$ равен наибольшему из чисел

$$|\sum_{j=1}^{s_i}\max_{\Delta\sigma_{i,j}\le x\le\Delta\sigma_{i+1,j}}F_T(x)|\Delta\sigma_{i+1,j}-\Delta\sigma_{i,j}|-\hat{F}_{2n+2}(\Delta\sigma_{i+1})|,$$

$$|\hat{F}_{2n+2}(\Delta\sigma_{i+1})-\sum_{j=1}^{s_i}\min_{\Delta\sigma_{i,j}\pounds x\pounds\Delta\sigma_{i+1,j}}F_T(x)|\Delta\sigma_{i+1,j}-\Delta\sigma_{i,j}||, i=0,1,...,n.$$

Во многих исследованиях о равномерности распределения армирующего материала в смеси используется $s_в^2(\gamma)$. Так, при выдвижении гипотезы, что дисперсия доли армирующего материала в смеси равна $s_в^2(\gamma)$, для проверки этой гипотезы выбирается r проб, в каждой из которой вычисляется доля армирующего волокна. Далее через $s_в^2$ обозначается выборочная дисперсия доли армирующего волокна в совокупности проб. Критерий для проверки сформулированной гипотезы основывается на сравнении отношения $\frac{s_в^2}{s_в^2(\gamma)}$ с единицей. Гипотеза принимается с вероятностью $1-2\alpha$, $0<\alpha<<1$, если $\frac{s_в^2}{s_в^2(\gamma)}\in\left(\frac{1}{N-1}\chi^2_{(1-\alpha);(N-1)},\frac{1}{N-1}\chi^2_{\alpha;(N-1)}\right)$, где $\chi^2_{(1-\alpha);(N-1)},\chi^2_{\alpha;(N-1)}$ обозначаются квантили соответственно уровней $1-\alpha,\alpha$ закона распределения $\chi^2_{(N-1)}$, где N означает количество проб.

4. Заключение

Как показали подсчеты с вероятностью 0,98 отношение выборочной дисперсии доли армирующего наполнителя в совокупности проб $s_в^2$ к вычисленной дисперсии доли армирующего материала в смеси $s_в^2(\gamma)$ не отличается от единицы.

5. Литература

1. Деркач О.Д., Науменко М.М., Макаренко Д.О., Муранов Є.С. До питання створення широкозахватних посівних комплексів з підвищеним ресурсом рухомих з'єднань. Вісник ХНТУСГ імені Петра Василенка. Випуск, 159 «Технічний сервіс машин для рослинництва». – Х.: Віронець А.П. «Апостроф», 2015. – 234 с., с. 185-191.
2. Деркач А., Макаренко Д., Науменко Н. Применение углепластиков в широкозахватных посевных машинах / Mechanization in agriculture / International Scientific, Scientific Applied and Informational Journal. Year Ixi, 2/2015, Sofia, p. 3-6. ISSN 0861-9638
3. Пелешенко Б.Г. Про вплив рівномірності розподілення введеного волокна в полімерний матеріал / Б.Г. Пелешенко, О.Д. Деркач, Д.О. Макаренко // Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції 24–25 грудня 2015 року. – Київ, 2016. – С. 82-84.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман – М.: Высшая школа. 1989. – 479 С.
5. Буря А.И. Оценка числовых характеристик распределений долей композитов в пробах полимерной смеси / А.И. Буря, Б.И. Пелешенко, О.И. Пилипенко. Материалы, технологии, инструменты. 2000. – Том 5. – С. 51-55.