

Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Кафедра сільськогосподарського машинобудування

ТЕОРІЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Методичні рекомендації
до виконання практичних робіт
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за
освітньо-професійною програмою «Агроінженерія»
спеціальності Н7 «Агроінженерія»

УХВАЛЕНО
на засіданні кафедри
сільськогосподарського
машинобудування
Протокол № 1
від «27» серпня 2025 р.

Кропивницький
2025

Теорія технічних систем: методичні рекомендації до виконання практичних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за освітньо-професійною програмою «Агроінженерія» спеціальності Н7 «Агроінженерія» / [уклад.: Д.І. Петренко, С.М. Лещенко, О.М. Васильковський, С.М. Мороз] ; М-во освіти і науки України, Центральноукраїн. нац. техн. ун-т, каф. с.-г. машинобуд. – Кропивницький : ЦНТУ, 2025. – 86 с.

Укладачі: Петренко Дмитро Іванович – канд. техн. наук, доц.
Лещенко Сергій Миколайович – канд. техн. наук, доц.
Васильковський Олексій Михайлович – канд. техн. наук, проф.
Мороз Сергій Миколайович – канд. техн. наук, доц.

Рецензенти:

Сало Василь Михайлович, д-р техн. наук, професор;
Амосов Володимир Васильович, канд. техн. наук, доц.

Практична робота № 1

Опис системи на вербальному рівні

Мета роботи: ознайомити студентів з методикою опису систем та їх аналізом.

Теоретичні відомості

На перших етапах збору, аналізу та структуризації інформації про систему аналітик має певні загальні знання про дану систему, що мають загальний, розпливчастий, неконкретизований характер, вони неповні, невпорядковані. По мірі вивчення проблеми кількість знань збільшується, знання певним чином впорядковуються, структуруються. Вони головним чином мають описовий, словесний характер. Виникає необхідність їх впорядкувати, систематизувати.

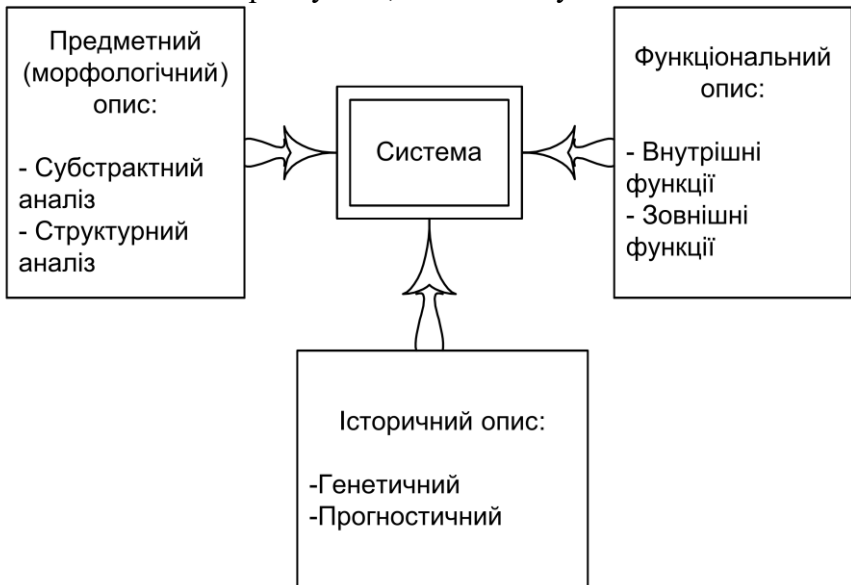


Рисунок 1.1 – Форми опису систем

Першим етапом впорядкування інформації є відображення її в описовій формі аналізу системи. Одержана інформація про

систему знаходить відображення на так званому вербальному рівні. Аналіз системи на цьому рівні включає такі три найбільш загальні форми опису:

- історична (історичний аналіз);
- предметна (морфологічний аналіз);
- функціональна (функціональний аналіз).

Ці форми опису системи, її аналізу зумовлені однією з головних вимог системного аналізу, а саме, вимоги багатоплановості розгляду системи.

Історична форма опису системи

Для вирішення будь-якої проблеми завжди треба зрозуміти, як виникла система, як вона розвивалась, який шлях пройшла, коли, на якому етапі розвитку виникла проблема. Відповіді на ці питання можна одержати, якщо розглядати систему в історичному аспекті, тобто починаючи із зародження і виникнення системи до її сучасного стану і перспектив розвитку в майбутньому. Такий аналіз є історичною формою опису. Вона включає в себе два види дослідження: *генетичне й прогностичне*.

Генетичне дослідження (генетичний опис) направлене на вивчення походження системи, процесів її формування, розвитку до того моменту, коли ми її вивчаємо. У ньому розкривають походження системи, умови її зародження та виникнення.

Цей аналіз дозволяє зрозуміти – в чому причина труднощів і проблем, що виникають у системі в даний час.

Прогностичний опис (дослідження, аналіз) пов'язаний з розглядом перспектив майбутнього розвитку системи, її можливих станів і очікуваної поведінки на певний проміжок часу. Він включає в себе вивчення майбутніх шляхів розвитку системи, її можливих станів, етапів життєвого циклу. Він спрямований на розуміння цілей, до яких прагне система. Прогностичний аналіз дає змогу відповісти на запитання, як треба діяти в даний час, яким шляхом можна вирішити проблеми системи.

Він обмежує коло можливих рішень проблеми, дозволяє вибрати найбільш ефективні з них. Виконуючи прогностичний опис, необхідно запобігати двох крайнощів. Перша – це

намагання дуже детально розробити план розвитку системи на етапі її попереднього розгляду.

Друга крайність – це відрив від дійсності і складання нереальних планів.

Предметна форма опису системи

Предметна форма опису системи (морфологічний аналіз) включає:

- виявлення елементного складу системи (субстрактний аналіз);

- виявлення відношень (зв'язків) між елементами системи (структурний аналіз).

Субстрактний аналіз, тобто виявлення елементного складу системи виконують для того, щоб зрозуміти, з яких елементів складається система, яка її будова, які складові частини. При виконанні субстрактного аналізу виходять з ознаки цілісності системи. Усі складові частини повинні у сукупності створювати систему, поняття цілісності дозволяє зрозуміти необхідність кожного елемента в системі. Під час вивчення елементного складу системи доводиться вирішувати ряд досить складних питань. Такими питаннями є визначення необхідного структурного рівня аналізу, виявлення усіх іманентних (властивих системі) і випадкових елементів. Відповіді на ці питання можна одержати на основі аналізу цілісності системи та умов, необхідних і достатніх для існування системи.

При вивченні складу системи виникає запитання, який рівень вважати рівнем елементарних частинок системи, а який – більш високим структурним рівнем, на якому рівні обмежити вивчення системи. Відповіді на ці запитання можна отримати на основі аналізу цілісності системи та умов необхідності й достатності даних структурних елементів у системі. Ці умови завжди пов'язані з цілями і завданнями системного аналізу. Коли глибина аналізу така, що можна одержати відповідь на питання дослідження системи, то вважають, що структурні складові системи є елементарними, і подальший аналіз припиняється.

Виявлення іманентних та випадкових елементів системи здійснюють на основі необхідності й достатності цих елементів для функціонування системи, для виконання нею своїх цілей. Відповідно до цього правила елемент є іманентним, тобто властивим даній системі, якщо він необхідний для її функціонування. Елемент, який з точки зору функціонування системи не є необхідним, вважається випадковим, не властивим системі.

Склад системи, як правило, описують у наступних термінах: система, підсистема, складова частина, елемент.

Структурний аналіз – це виявлення зв'язків між складовими частинами системи. Якщо субстрактний аналіз дозволяє виявити, які частини входять до складу системи, то структурний аналіз встановлює взаємозв'язки між цими складовими частинами. Структурний аналіз вирішує два типи завдань:

- виявлення закономірності зв'язків елементів системи,
- виявлення ступеня складності системи.

Закономірності зв'язків частин системи дозволяють зрозуміти внутрішню будову системи, призначення окремих елементів. Вони визначають, як частини системи взаємодіють між собою, як система працює і здійснює свої функції. Виявленню всіх зв'язків допомагає розгляд цілісності системи, аналіз її цілей. Внутрішні зв'язки елементів повинні забезпечувати цілісність і виконання функцій системи. Для перевірки повноти виконаного аналізу слід також використовувати принципи необхідності й достатності. Якщо виділені зв'язки забезпечують усі функції системи, то аналіз треба вважати виконаним повністю. Аналіз необхідності дозволяє не брати до уваги випадкові зв'язки, що існують між елементами, але не відіграють ролі при функціонуванні системи.

Ступінь складності системи залежить від того, на кількох структурних рівнях розміщені складові частини системи. Залежно від складності у системах розрізняють координаційні й субординаційні зв'язки між елементами.

Координаційні зв'язки – це зв'язки між частинами систем, що знаходяться на одному структурному, або ієрархічному

рівні. Ці зв'язки полягають у сумісній роботі частин, яка в сукупності забезпечує функціонування системи.

Субординаційні зв'язки – це зв'язки, що здійснюються на різних структурних рівнях і мають характер підпорядкованості. При субординаційних зв'язках складова частина системи повністю або частково підпорядкована іншій частині, що знаходиться на більш високому структурному рівні.

Функціональна форма опису системи (функціональний аналіз)

Під *функціями* розуміють прояви властивостей будь-якого об'єкта в даній системі відношень. Функціональний аналіз дозволяє вивчити роботу системи в цілому, враховуючи її призначення, склад, структуру, взаємодію частин, зрозуміти процеси, що відбуваються в системі, і взаємодію системи з навколишнім середовищем. Розрізняють дві форми функціонального аналізу, а саме: розкриття внутрішнього і зовнішнього функціонування системи.

Вивчення *внутрішнього функціонування* полягає у виконанні аналізу основних процесів, що відбуваються у системі, їх взаємної узгодженості між собою та цілями системи. У функціональному описі відображають:

- призначення складових частин;
- роль кожної складової частини;
- взаємозв'язок між частинами;
- процеси, зумовлені зв'язками між частинами;
- можливі стани й режими;
- здатність до дії;
- порядок виконання дій;
- обов'язки підрозділів в організаційній системі;
- шляхи передачі команд управління;
- взаємозв'язок результатів дій одних частин від дій інших частин;
- взаємозв'язок дій частин з цілями системи.

Зовнішнє функціонування досліджується з метою виявлення способів пристосування системи для існування в

оточуючому середовищі, адаптивної та адаптуючої активності системи.

Під *адаптивною активністю* розуміють здатність системи змінюватися відповідно до змін зовнішнього середовища, пристосовуватися до цих змін. При описі адаптивної активності відображають механізми, властиві системі для пристосування до умов навколишнього середовища. Тут відображають можливі умови навколишнього середовища і механізми системи, що зумовлюють реакцію на ці зміни.

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичними відомостями.
2. Виконати генетичне дослідження заданої системи.
3. Виконати функціональний аналіз заданої системи.

Примітка : задана система – надана до розгляду викладачем технічна система у вигляді простої сільськогосподарської машини (борона, культиватор, граблі, волокуші і ін.) або складальної одиниці складної с.-г. машини (посівна секція сівалки, молотильний апарат комбайна, жатка комбайна та ін.). Задана технічна система повинна відповідати принципу відповідності сучасному розвитку техніки і технологій.

Контрольні запитання

1. Які форми опису систем використовує системний аналіз?
2. Що означає речення “Опис системи на вербальному рівні”?
3. Які різновидності історичного опису систем Ви знаєте?
4. Що являє собою генетичний опис системи?
5. Для яких цілей служить прогностичний аналіз системи?
6. Які види аналізу включає морфологічний опис?
7. Які питання вивчає субстрактний аналіз?
8. Які завдання структурного аналізу?
9. Що розуміють під ступенем складності системи? У чому полягає адаптивна діяльність системи?
10. Які питання слід відобразити при функціональному описі системи?

11. Що розуміють під поняттями зовнішнє й внутрішнє функціонування системи?

Рекомендована література:

1. Основи теорії систем і системного аналізу : навч. посібник / К.О. Сорока. ХНАМГ, 2004. 291 с.
2. Теорія технічних систем: особливості побудови створення та розвитку : навчальний посібник / Володимир Крупа. Тернопіль : Осадца Ю.В., 2023. 308 с.
3. Сільськогосподарські машини : підручник / Д. Г. Войтюк, Л. В. Аніскевич [та ін.] ; за ред. Д. Г. Войтюка. К. : Агроосвіта, 2015. 678 с.
4. Сисолін П.В., Сало В.М., Кропівний В.М. Сільськогосподарські машини. Книга 1. Київ : «Урожай», 2001. 382 с.
5. Сисолін П.В., Рибак Т.І., Сало В.М. Сільськогосподарські машини. Книга 2. Київ : «Урожай», 2002. 362 с.
6. Сисолін П.В., Петренко М.М., Свірень М.О. Сільськогосподарські машини. Книга 3. Київ : «Фенікс», 2007. 432 с.

Практична робота № 2

Метод морфологічного аналізу

Мета роботи: навчити студентів використовувати можливі варіанти розв'язання задач методом морфологічного аналізу при вдосконаленні систем.

Теоретичні відомості

Ідея методу морфологічного аналізу полягає в знаходженні найбільшої кількості, а гранично й всіх можливих способів розв'язання поставленої проблеми шляхом комбінування основних структурних елементів систем або ознак рішень, що дає змогу обрати найбільш доцільний з них. Зі всіх цих варіантів обираються один або декілька цілісних варіантів, які є оптимальними відносно деякої функції цілі.

Методи морфологічного аналізу складних проблем в систематизованому вигляді були розроблені швейцарським астрономом Ф. Цвікі. Найбільш розповсюдженим з методів морфологічного аналізу є метод морфологічної скрині. Цей метод поєднує два якісно різних етапи морфологічного дослідження.

Перший етап (морфологічний аналіз) полягає в морфологічній класифікації множини систем і характеризується багатоаспектністю (багатократним класифікуванням однієї морфологічної множини по набору поділів об'ємів поняття) і продуктивністю (класифікування охоплює не тільки відомі, але й гіпотетичні системи, що належать даній множині).

На *другому етапі (морфологічний синтез)* проводяться оцінювання описів різних систем класу, що досліджується, і вибір тих, які у тому чи іншому наближенні відповідають умовам задачі.

Цілями морфологічного аналізу і синтезу є:

- відбір критичних параметрів, які найбільше впливають на розв'язання поставленої задачі;

- системне дослідження всіх можливих варіантів розв'язання задачі, що впливають із завдання, закономірностей побудови і суперечливих вимог до створення об'єкта;
- реалізація сукупності операцій пошуку на морфологічній множині варіантів описів функціональних систем, що відповідають первісним вимогам.

Однією з основних переваг методу морфологічного аналізу є те, що він дозволяє розглядати не тільки існуючі об'єкти, але й за рахунок комбінування їх ознак створювати нові, гіпотетично можливі об'єкти.

У загальному вигляді процедура морфологічного аналізу має такі кроки:

1. Уточнене формулювання проблеми, що виникла. Визначення параметрів (класифікаційних ознак), від яких залежить розв'язання проблеми.
2. Поділ параметрів на їх значення (побудова множини значень кожного з параметрів).
3. Побудова морфологічної скрині, яка фактично являє собою N-вимірну матрицю (N – кількість параметрів). Кожен елемент цієї матриці є можливим варіантом розв'язання проблеми.
4. Оцінювання наявних варіантів. На цьому кроці також може будуватися матриця взаємної узгодженості значень параметрів (можливо, деякі пари значень параметрів несумісні).
5. Вибір з морфологічної скрині найкращого варіанту(альтернатив).

Приклад морфологічної скрині для задачі з трьома параметрами наведено на рис.2.1, де $a_j^{(i)}$ являє собою j -у альтернативу i -го параметру. Сукупність всіх можливих варіантів кожної із ознак, яка визначена у вигляді матриці, дає значну кількість рішень:

$$N = \prod_{i=1}^n \kappa_i$$

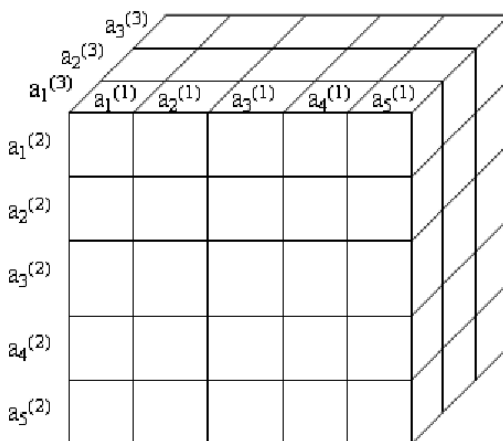


Рисунок 2.1 – Приклад морфологічної скрині для задачі з трьома параметрами

Оскільки задачі з більше, ніж трьома параметрами не можуть бути зображені за допомогою матриці, використовуються морфологічні таблиці.

Розглянемо вказаний метод на прикладі знаходження нових рішень по машинах для точного посіву просапних культур.

Морфокарта

	Вид енергії					
	Хім.	Мех.	Електр.	Магн.	Пневм.	Вібрац.
Робочий орган	А	Б	В	Г	Д	Е
Висівний апарат	A ₁	Б ₁	В ₁	Г ₁	Д ₁	Е ₁
Сошник	A ₂	Б ₂	В ₂	Г ₂	Д ₂	Е ₂
Загоргаючі, %	A ₃	Б ₃	В ₃	Г ₃	Д ₃	Е ₃
Механізм передач	A ₄	Б ₄	В ₄	Г ₄	Д ₄	Е ₄

Можливі варіанти кожної із ознак (реалізація альтернатив):

A₁ – покриття насіння хімічним розчином;

Б₁ – механічний апарат точного висіву;

В₁ – електромеханічний висівний апарат;
Г₁ – магнітний висівний апарат;
Д₁ – пневматичний висівний апарат;
Е₁ – вібраційний висівний апарат;
А₂ – реалізація незрозуміла;
Б₂ – сошник механічного типу;
В₂ – реалізація незрозуміла;
Г₂ – реалізація незрозуміла;
Д₂ – пневматичне транспортування насіння до рядка;
Е₂ – сошник з вібратором;
А₃ – загортач з пристроєм для обприскування гербіцидами;
Б₃ – загортач механічного типу;
В₃ – реалізація незрозуміла;
Г₃ – реалізація незрозуміла;
Д₃ – реалізація незрозуміла;
Е₃ – підпружинений загортач;
А₄ – антикорозійний механізм передач;
Б₄ – касетний механізм передач;
В₄ – електричний перемикач передач;
Г₄ – магнітний вимикач передач;
Д₄ – реалізація незрозуміла;
Е₄ – реалізація незрозуміла.

Частина з цих варіантів нереальна, але більшість варіантів цілком дієздатна. На практиці створюють багатомірні таблиці, що мають десятки морфологічних ознак і варіантів. Ф. Цвіккі створив в 1951 році скриньку, в якій міститься 36864 типи реактивних двигунів, із яких близько 300 в подальшому були реалізовані.

Морфологічний аналіз забезпечує розширення зони пошуку, гарантує перебір багатьох нетрадиційних варіантів.

Метод можна використовувати для успішного пошуку рішень будь-яких інженерних і економічних проблем.

Порядок виконання роботи

1. Коротко описати методику використання морфологічного аналізу для вдосконалення системи.

2. Для заданої технічної системи розробити матрицю морфологічної карти і знайти два-три оригінальних рішення технічної задачі.

Примітка: 1) в якості заданої технічної системи (ТС) можливо використати ТС з попередньої практичної роботи; 2) оригінальне рішення технічної задачі – рішення, аналогів якого не існує і яке можна реалізувати з огляду на сучасний стан технологічних можливостей або яке можна реалізувати в найближчій перспективі.

Контрольні запитання

1. Що таке морфологічні ознаки?
2. З чого складається морфологічна скриня?
3. Назвіть етапи морфологічного аналізу.
4. Скільки варіантів рішень проблеми забезпечує морфологічний аналіз?

Рекомендована література:

1. Сапожніков, С.В. Створення та вдосконалення технічних систем [Електронний ресурс] : конспект лекцій для студ. спец. 131 "Прикладна механіка" усіх форм навчання / С.В. Сапожніков. Суми : СумДУ, 2019. 148 с.
2. Теорія технічних систем : підручник / Севостьянов І. В. Вінниця : ВНТУ, 2014. 181 с.
3. Теорія технічних систем в аспектах досліджень та технічної творчості : підручник для здобувачів освітніх рівнів бакалавра, магістра та доктора філософії за спеціальністю 131 «Прикладна механіка» / Ю.М. Кузнецов, Б.І. Придальний. Луцьк : Вежа-Друк, 2023. 284 с.

Практична робота №3

Застосування теорії ігор при вирішенні проблем агровиробництва

Мета роботи: ознайомити студентів з методологією теорії ігор при вирішенні конфліктних ситуацій.

Теоретичні відомості

Теорія ігор вперше була систематично викладена Нейманом і Моргенштерном та оприлюднена лише 1944 року в монографії «Теорія ігор і економічної поведінки», хоча окремі результати були опубліковані ще в 20-х роках. Нейман і Моргенштерн написали оригінальну книгу, яка містила переважно економічні приклади, оскільки економічні задачі простіше за інші описати за допомогою чисел. Під час другої світової війни і одразу після неї теорією ігор серйозно зацікавились військові, які одразу побачили в ній математичний апарат для дослідження стратегічних проблем і підготовки рішень. Потім головна увага знову була звернута до економічних проблем. Нині сфера застосування теорії ігор значно розширилась. Так, в умовах сучасної глобалізації, поглиблення продовольчої і екологічної кризи неможливо обійтись без вирішення конфліктних ситуацій тощо.

Основні поняття теорії ігор

За умов світової глобалізації все частіше мають місце **конфліктні ситуації**, коли два або більше колективів (індивідуумів) мають протилежні цілі та інтереси, причому результат дії кожної із сторін залежить і від дії супротивника. Класичним прикладом конфліктної ситуації в агровиробництві є компромісні оптимуми між умовами росту рослин і можливістю інженерного рішення в машині, а також конфлікт між технологічним рівнем с.-г. техніки і її собівартістю. Складніші ситуації виникають, коли в суперечці інтересів беруть участь об'єднання чи коаліції.

Зазначимо, що не завжди учасники ігрової ситуації мають протилежні цілі. Наприклад, дві служби, які надають однакові послуги, можуть об'єднуватися з метою спільного протистояння більшому супернику.

Часто однією із сторін конфлікту є природні процеси чи явища, наприклад, погода, тобто маємо гру людини з природою. Погодними умовами людина практично не може керувати, але вона має змогу пристосовуватися до її постійних змін. Безліч подібних ситуацій можна зустріти і в інших сферах людської діяльності: біології, психології, політології тощо.

Теорія ігор – це математичний апарат, що розглядає конфліктні ситуації, а також ситуації спільних дій кількох учасників. Завдання теорії ігор полягає у розробленні рекомендацій щодо раціональної поведінки учасників гри.

Реальні конфліктні ситуації досить складні і обтяжені великою кількістю несуттєвих чинників, що ускладнює їх аналіз, тому на практиці будують спрощені моделі конфліктних ситуацій, які називають **іграми**.

Характерними рисами математичної моделі ігрової ситуації є наявність, по-перше, кількох учасників, яких називають **гравцями**, по-друге, опису можливих дій кожної із сторін, що називаються **стратегіями**, по-третє, визначених результатів дій для кожного гравця, що подаються **функціями виграшу**. Задачею кожного гравця є знаходження **оптимальної стратегії**, яка за умови багатократного повторення гри забезпечує даному гравцю максимально можливий середній виграш.

Розраховані на основі ігрових моделей оптимальні плани не визначають єдино правильне рішення за складних реальних умов, проте слугують математично обґрунтованою підставою для прийняття таких рішень.

Класифікація ігор

Класифікація ігор проводиться відповідно до вибраного критерію. Ігри можуть розрізнятися залежно від кількості гравців, кількості стратегій, властивостей функцій виграшу, можливостей взаємодії між гравцями.

Якщо в грі беруть участь два гравці, то така гра називається парною (грою двох осіб). Часто у грі беруть участь багато сторін, тоді гра є множинною.

Залежно від кількості стратегій розрізняють скінченні та нескінченні ігри. Якщо кожен гравець має скінченну кількість стратегій, то гра – скінченна, в іншому разі – нескінченна.

Якщо виграш одного гравця дорівнює програшу іншого, то маємо гру з нульовою сумою. Такі ігри характеризуються протилежними інтересами сторін, тобто ситуацією конфлікту. Інші ігри – з ненульовою сумою, виникають як за умов конфліктної поведінки гравців, так і за їх узгоджених дій.

За можливості поєднання інтересів гравців та домовленості між ними про вибір стратегій, можна казати про кооперативну гру, коли ж гравці не мають можливості чи не бажають координувати свої дії, то гра називається некооперативною.

Матричні ігри двох осіб

Найчастіше розглядається гра з двома гравцями, в якій виграш однієї сторони дорівнює програшу іншої, а сума виграшів обох сторін дорівнює нулю, що в теорії ігор називають *грою двох осіб з нульовою сумою*. Подібна ситуація є типовою у практичній діяльності менеджерів, маркетологів, спеціалістів агроінженерних служб, спеціалістів рекламних служб, які щоденно приймають рішення за умов гострої конкуренції, неповноти інформації тощо. Основною метою розв'язування задач цього класу є розроблення рекомендацій щодо вибору оптимальних стратегій конфліктуючих сторін на основі застосування методичних підходів теорії ігор.

Отже, маємо два гравці А і В (гра двох осіб з нульовою сумою). Кожний гравець вибирає одну із можливих стратегій: позначимо стратегії гравця А – A_i ($i = \overline{1, m}$), стратегії гравця В – B_j ($j = \overline{1, n}$).

Результати (плата) за всіма можливими варіантами гри задаються спеціальними функціями, які залежать від стратегій гравців, як правило, у вигляді платіжної матриці.

Нехай $\varphi_1(A_i; B_j)$ ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$) – виграш гравця А;

$\varphi_2(A_i; B_j)$ ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$) – виграш гравця В.

Оскільки гра з нульовою сумою, то

$$\varphi_1(A_i; B_j) + \varphi_2(A_i; B_j) \equiv 0.$$

Тоді в разі, якщо

$$\varphi_1(A_i; B_j) = \varphi(A_i; B_j),$$

то

$$\varphi_2(A_i; B_j) = -\varphi(A_i; B_j).$$

Отже, мета гравця А – максимізувати величину $\varphi(A_i; B_j)$, а гравця В – мінімізувати її. Нехай $\varphi(A_i; B_j) = a_{ij}$, тобто маємо матрицю А:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

де рядки відповідають стратегіям A_i , а стовпці – стратегіям B_j .

Матриця А називається **платіжною**, а також **матрицею гри**. Елемент цієї матриці a_{ij} – це виграш гравця А, якщо він вибрав стратегію A_i , а гравець В – стратегію B_j .

Із багатьох критеріїв, які пропонуються теорією ігор для вибирання раціональних варіантів рішень, найпоширенішим є песимістичний критерій **мінімаксу-максиміну**. Суть цього критерію у наступному.

Нехай гравець А вибрав стратегію A_i , тоді у найгіршому разі він отримає виграш, що дорівнює $\min a_{ij}$, тобто навіть тоді, якщо гравець В і знав би стратегію гравця А. Передбачаючи

таку можливість, гравець А має вибрати таку стратегію, щоб максимізувати свій мінімальний виграш, тобто

$$a = \max_i \min_j a_{ij}.$$

Така стратегія гравця А позначається A_{i_0} і має назву **максимінної**, а величина гарантованого виграшу цього гравця називається **нижньою ціною гри**.

Гравець В, який програє суми у розмірі елементів платіжної матриці, навпаки має вибрати стратегію, що мінімізує його максимально можливий програш за всіма варіантами дій гравця А. Стратегія гравця В позначається через B_{j_0} і називається **мінімаксною**, а величина його програшу – **верхньою ціною гри**, тобто

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij}.$$

Оптимальний розв'язок цієї задачі досягається тоді, коли жодній стороні не вигідно змінювати вибрану стратегію, оскільки її супротивник може у відповідь вибрати іншу стратегію, яка забезпечить йому кращий результат.

Якщо

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = \nu,$$

тобто, якщо $a = \beta = \nu$, то гра називається **цілком визначеною**. В такому разі виграш гравця А (програш гравця В) називається **значенням гри** і дорівнює елементу матриці a_{i_0, j_0} .

Цілком визначені ігри називаються **іграми з сідловою точкою**, а елемент платіжної матриці, значення якого дорівнює виграшу гравця А (програшу гравця В) і є сідловою точкою. В цій ситуації оптимальним рішенням гри для обох сторін є вибір лише однієї з можливих, так званих чистих стратегій – максимінної для гравця А та мінімаксної для гравця В, тобто якщо один із гравців притримується оптимальної стратегії, то

для другого відхилення від його оптимальної стратегії не може бути вигідним.

Приклад 1. Господарство має закупити знаряддя для основного обробітку ґрунту. У відділі головного інженера господарства розглядаються три конструкторські варіанти техніки: А-1, А-2, А-3. Для спрощення допустимо, що за технічними характеристиками ці три типи майже ідентичні, однак залежно від експлуатаційних показників кожен тип може мати три модифікації: М-1, М-2, М-3 залежно від технологічних показників виконання операцій (комплектації). Собівартість знарядь наведена в табл.3.1:

Таблиця 3.1 – Собівартість закупівлі знарядь, тис. ум. од.

Тип знаряддя	Модифікація		
	М-1	М-2	М-3
А-1	10	6	5
А-2	8	7	9
А-3	7	5	8

Конфліктна ситуація виникає в зв'язку з необхідністю вибрати той тип с.-г. знаряддя та його модифікації, який буде затверджений економічним відділом господарства. З погляду технічної служби найкращим є найдорожчий варіант, оскільки він дає змогу забезпечити найкращі умови виконання операції, тоді як з погляду економічного відділу – найкращим є найдешевший варіант, який потребує найменшого відволікання коштів.

Завдання експертів полягає в тому, щоб запропонувати на розгляд фінансовому відділу такий тип знаряддя, який забезпечить якщо не кращий, то в усякому разі не гірший варіант співвідношення вартості та корисності.

Розв'язання.

Якщо технічних відділ запропонує закупівлю знаряддя типу А-1, то економічний відділ настоюватиме на придбанні технології, що дає модифікацію М-3, оскільки цей варіант найдешевший. Якщо зупинитись на варіанті А-2, то скоріш за все затверджено буде М-2, і нарешті для типу А-3 – також М-2.

Очевидно, що з усіх можливих варіантів розвитку подій експертам технічного відділу необхідно настоювати на варіанті впровадження у виробництво знаряддя типу А-2, оскільки це дає найбільше значення за реалізації найгірших умов – 7 тис. ум. од.

Наведені міркування ілюструють максимінну стратегію, отже:

$$\min_{i=1} a_{ij} = \min \{10; 6; 5\} = 5,$$

$$\min_{i=2} a_{ij} = \min \{8; 7; 9\} = 7,$$

$$\min_{i=3} a_{ij} = \min \{7; 5; 8\} = 5,$$

$$\alpha = \max_j \min_i a_{ij} = \max \{5; 7; 5\} = 7 - \text{нижня ціна гри.}$$

Якщо учасник відхилиться від своєї оптимальної (максимінної) стратегії і вибере першу чи третю, то зможе отримати виграш, що дорівнює лише 5.

Розглянемо тепер ситуацію з погляду спеціалістів економічного відділу. Виходячи з витрат на виробництво знаряддя, вибір технології, що дає змогу закупити модифікацію М-1, може призвести до найбільших витрат у тому разі, коли вдасться затвердити купівлю устаткування типу А-1. При купівлі знаряддя з модифікацією М-2 найбільші можливі витрати становлять 7 тис. ум. од. – для устаткування А-2, а з модифікацією М-3 – також для А-2. Для економістів найкращим є вибір технології, що забезпечує купівлю знаряддя модифікації другого виду, оскільки за найгірших для них умов вона дає найменші витрати – 7 тис. ум. од.

Останні міркування відповідають мінімакській стратегії, що визначає верхню ціну гри.

$$\max_{j=1} a_{ij} = \max \{10; 8; 7\} = 10,$$

$$\max_{j=2} a_{ij} = \max \{6; 7; 5\} = 7,$$

$$\max_{j=3} a_{ij} = \max \{5; 9; 8\} = 9,$$

$$\beta = \min_i \max_j a_{ij} = \min \{10; 7; 9\} = 7 - \text{верхня ціна гри.}$$

Якщо гравець відхилиться від своєї оптимальної (мінімаксної) стратегії, то це призведе до більших втрат. Якщо буде вибрано першу стратегію, то можливий програш дорівнюватиме 10, а якщо буде вибрано третю стратегію, то можливий програш становитиме 9.

Геометрична інтерпретація гри 2×2

Найпростішим випадком скінченної гри є парна гра, коли у кожного учасника є дві стратегії.

B_j	B_1	B_2
A_i	a_{11}	a_{12}
A_2	a_{21}	a_{22}

Розглянемо випадок, коли гра не має сідлової точки. Отже, $\alpha \neq \beta$. Необхідно знайти змішані стратегії та ціну гри. Позначимо шукані значення ймовірностей застосування «чистих» стратегій гравця А через $X^* = (x_1^*, x_2^*)$, а для гравця В – через $Y^* = (y_1^*, y_2^*)$.

Згідно з основною теоремою теорії ігор, якщо гравець А притримується своєї оптимальної стратегії, то виграш буде дорівнювати ціні гри. Отже, якщо гравець А притримуватиметься своєї оптимальної стратегії $X^* = (x_1^*, x_2^*)$, то:

$$\begin{cases} a_{11}x_1^* + a_{21}x_2^* = v, \\ a_{12}x_1^* + a_{22}x_2^* = v. \end{cases} \quad (3.1)$$

Оскільки $x_1^* + x_2^* = 1$, то $x_2^* = 1 - x_1^*$. Підставивши цей вираз у систему рівнянь (3.1), отримаємо:

$$\begin{cases} a_{11}x_1^* + a_{21}(1 - x_1^*) = v; \\ a_{12}x_1^* + a_{22}(1 - x_1^*) = v. \end{cases} \Rightarrow a_{11}x_1^* + a_{21}(1 - x_1^*) = a_{12}x_1^* + a_{22}(1 - x_1^*)$$

Розв'язавши дане рівняння відносно невідомого x_1^* , маємо:

$$x_1^* = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \quad (3.2)$$

$$\text{тоді: } x_2^* = 1 - x_1^* = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}. \quad (3.3)$$

Провівши аналогічні міркування стосовно гравця В, маємо:

$$\begin{cases} a_{11}y_1^* + a_{12}y_2^* = v; \\ a_{21}y_1^* + a_{22}y_2^* = v. \end{cases} \quad (3.4)$$

Оскільки $y_1^* + y_2^* = 1$, то $y_2^* = 1 - y_1^*$.

$$\begin{cases} a_{11}y_1^* + a_{12}(1 - y_1^*) = v; \\ a_{21}y_1^* + a_{22}(1 - y_1^*) = v. \end{cases} \Rightarrow a_{11}y_1^* + a_{12}(1 - y_1^*) = a_{21}y_1^* + a_{22}(1 - y_1^*).$$

Розв'язавши це рівняння відносно невідомого y_1^* , маємо:

$$y_1^* = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \quad (3.5)$$

$$\text{тоді: } y_2^* = 1 - \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}. \quad (3.6)$$

Ціну гри v знаходять, підставляючи значення x_1^* , x_2^* (або y_1^* , y_2^*) в будь-яке з рівнянь (3.1) або (3.4):

$$v = \frac{a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}. \quad (3.7)$$

Приклад 2. Знайти розв'язок гри з платіжною матрицею:

B_j	B_1	B_2
A_i		
A_1	2	5
A_2	4	3

Розв'язання.

Переконаємося, що гра не має сідлової точки:

$$\max \{ \min(2; 5); \min(4; 3) \} = \max \{ 2; 3 \} = 3 = \alpha,$$

$$\min \{ \max(2; 4); \max(5; 3) \} = \min \{ 4; 5 \} = 4 = \beta.$$

Отже, ця гра не має сідлової точки. Скористаємося формулами (3.2), (3.3), (3.5), (3.6), (3.7). Маємо:

$$x_1^* = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} = \frac{3 - 4}{2 + 3 - 5 - 4} = \frac{1}{4};$$

$$x_2^* = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4};$$

$$y_1^* = \frac{3}{4};$$

$$y_2^* = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Ціна гри } v = \frac{a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} = \frac{3 \cdot 2 - 5 \cdot 4}{2 + 3 - 5 - 4} = 3,5.$$

Отже, оптимальна стратегія кожного гравця полягає в тому, щоб випадково чергувати свої «чисті» стратегії. Гравець А має використовувати першу стратегію з імовірністю $\frac{1}{4}$, а другу – з імовірністю $\frac{3}{4}$, а гравець В – навпаки. За цих умов середній виграш дорівнюватиме 3,5.

Розв'язку гри 2×2 можна дати наочну геометричну інтерпретацію.

Розглянемо гру з платіжною матрицею виду:

B_j	B_1	B_2
A_i		
A_1	a_{11}	a_{12}
A_2	a_{21}	a_{22}

Відмітимо на осі абсцис відрізок довжиною, що дорівнює одиниці (рис. 3.1). Лівий кінець відрізка (точка з абсцисою $x = 0$) буде відповідати стратегії A_1 , а правий кінець ($x = 1$) – стратегії A_2 , всі проміжні точки цього відрізка відповідатимуть змішаним стратегіям гравця A , причому ймовірність x_1 стратегії A_1 буде дорівнювати відстані від точки P до правого кінця відрізка, а ймовірність x_2 стратегії A_2 – відстані до лівого кінця відрізка. Проведемо через точки A_1 та A_2 два перпендикуляри до осі абсцис: вісь I і вісь II . На першій з них відмітимо виграш за вибору стратегії A_1 , а на другій – за стратегії A_2 .

Нехай противник вибрав стратегію B_1 , їй відповідають на осях I та II дві точки B_1 , причому довжина відрізка A_1B_1 дорівнює a_{11} , а довжина відрізка A_2B_1 дорівнює a_{12} .

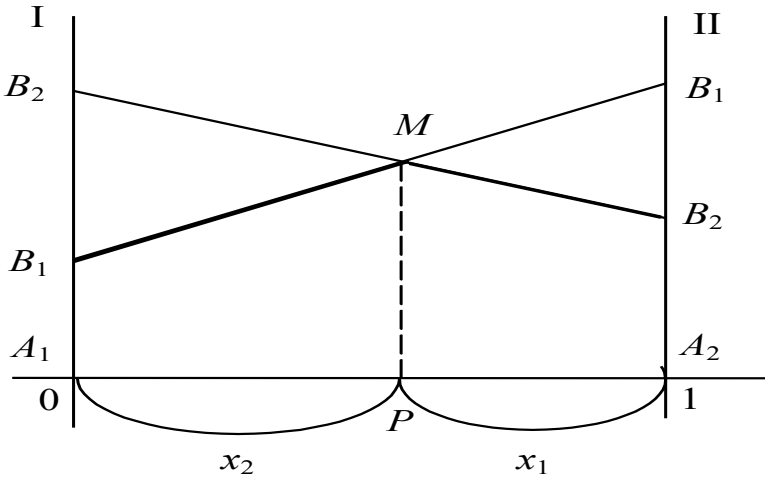


Рисунок 3.1 – Геометрична інтерпретація гри 2×2

Аналогічно будемо пряму B_2B_2 , яка відповідає стратегії B_2 .

Необхідно знайти оптимальну стратегію X^* , таку, за якої мінімальний виграш гравця A буде максимальним. Для цього виділимо жирною лінією на малюнку нижню межу виграшу за умови вибору стратегій B_1 та B_2 , тобто ламану лінію B_1MB_2 . На цій межі знаходяться значення мінімального виграшу гравця A за будь-якої його змішаної стратегії. Очевидно, що найкраще з можливих мінімальних значень у нашому прикладі знаходиться в

точці M , а в загальному випадку відповідає тій точці, де крива, що позначає мінімальний виграш гравця A , набуває максимального значення. Ордината цієї точки є ціною гри ν . Відстань до лівого кінця відрізка x_2 та відстань до правого кінця відрізка – x_1 дорівнюють відповідно ймовірностям стратегій A_2 та A_1 .

Геометрична інтерпретація дає також змогу наочно зобразити нижню та верхню ціну гри (рис. 3.2). Для нашого прикладу нижньою ціною гри є величина відрізка A_2B_2 , а верхньою ціною гри – A_2B_1 .

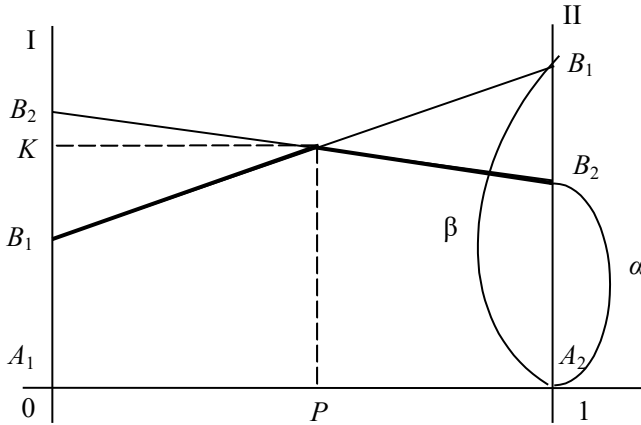


Рисунок 3.2 – Геометричний аналіз гри 2 x 2

На цьому ж рисунку можна розглянути і геометричну інтерпретацію оптимальних стратегій противника B . Дійсно, частка y_1^* стратегії B_1 в оптимальній змішаній стратегії $Y^* = (y_1^*, y_2^*)$ дорівнює відношенню довжини відрізка KB_2 до суми довжин відрізків KB_2 та KB_1 на осі I :

$$y_1^* = \frac{KB_2}{KB_2 + KB_1} = \frac{KB_2}{B_1B_2}.$$

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичними даними.
2. По заданому варіанту виконати аналіз конфліктної ситуації з сідловою точкою.

3. По вказаному варіанту провести геометричний аналіз ситуації.

Контрольні запитання

1. Що таке теорія гри?
2. Для чого використовується теорія гри?
3. Які види конфліктних ситуацій Ви знаєте?
4. Що таке гра з сідловою точкою?
5. Що таке гра 2×2 ?
6. Що розуміють під геометричною інтерпретацією?
7. Опишіть ситуацію гри з сідловою точкою.
8. Для чого застосовують критерій мінімаксу-максиміну?

Рекомендована література:

1. Конспект лекцій з дисципліни «Основи теорії систем і управління» (для студентів 3 курсу всіх форм навчання напряму підготовки 6.070101 "Транспортні технології") / Доля В.К., Прасоленко О.В. Харків : ХНАМГ, 2009. 86 с.
2. Використання теорії гри для оптимального вирішення проблеми під час створення та розгляду питань щодо якості та собівартості приладів / А.А. Ксенофонтова, І.В. Мельник. *Матеріали ІХ-ї науково-практичної конференції «Перспективні напрямки сучасної електроніки»*. НТУУ КПІ, ФЕЛ. 13-14 травня 2015 р. С. 46-49.
3. Герасимчук О.П. Теорія технічних систем : навчальний посібник для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання. Луцьк : ЛНТУ, 2023. 112 с.

Практична робота № 4

Метод експертних оцінок

Мета роботи: навчити студентів користуватись евристичними методами досліджень складних систем.

Теоретичні відомості

Методика проведення експертної оцінки зводиться по своїй суті до виконання обов'язкових елементів, що визначають етапи її проведення:

1. Виявлення необхідності щодо проведення експертної оцінки.
2. Складання плану і програми експертизи:
 - формулювання мети та завдань експертної оцінки;
 - розробка анкети (опитувальника);
 - вибір способу оцінки компетентності експертів;
 - формування правил проведення опитування експертів (тобто вибір методу експертних оцінок);
 - формування правил та методів обробки думок експертів.
3. Формування групи експертів та проведення власне експертної оцінки.
4. Групування та зведення матеріалів експертизи.
5. Розрахунок статистичних показників:
 - визначення відносних величин;
 - розрахунок групових оцінок із врахуванням шкали ваги експертів;
 - визначення достовірності різниці поміж отриманими відносними чи середніми величинами (з використанням непараметричних методів Манна – Уїтні, Колмогорова – Смирнова, Ван дер Вардена);
 - дослідження взаємозалежності поміж висновками експертів (за допомогою методів рангової кореляції Спірмена чи Кендалла);

- обчислення коефіцієнта детермінації (відображає частку впливу певного фактора при дії декількох на результат);
- проведення ранжування (при наявності масиву кількісних та напівкількісних даних).

6. Визначення ступеня однодумності експертів за допомогою розрахунку:

- коефіцієнта варіації (відображає однорідність сукупності);
- показника асиметрії;
- показника ексцесу (гостровершинності);
- коефіцієнта осциляції (відображає відносне коливання значень).

7. Впровадження у практику зроблених висновків.

Опрацювання існуючої проблеми та намагання визначити шляхи подальшого розвитку власне і визначають необхідність щодо проведення експертної оцінки. Цю методологію доцільно використовувати у разі, коли наступні фактори ускладнюють можливість прийняти оптимальне рішення:

- існує неможливість точного прогнозування наслідків прийнятого рішення;
- відсутність чи неповність статистичної інформації, на основі якої приймається рішення;
- наявність факторів, які не піддаються контролю зі сторони особи, що приймає рішення;
- наявність декількох варіантів вирішення проблеми та необхідність вибору одного з них;
- неповторність та неможливість експериментальної перевірки прогнозованого перебігу подій і результатів процесів вирішення проблеми.

Анкета в експертних методах – це певним чином організований набір питань, відповіді на які розглядаються як інформація про ступінь впевненості експерта у ймовірності щодо розвитку певної події чи відносної важливості аналізованої події.

Відтак, при опрацюванні анкет (опитувальника) щодо експертування системи моніторингу стану ґрунтів можна використати наступні типи запитань:

1. Питання, відповідь на яке полягає у виборі одного із декількох точно сформульованих позицій. Спеціаліст робить вибір шляхом вибору (підкреслення) одного із декількох варіантів думок, що позначені в запитанні.

Наприклад: Окресліть технічне забезпечення, яке необхідне для запровадження ефективного моніторингу стану ґрунтів:

комп'ютер – 1, інтернет – 2, носії інформації – 3, принтер – 4, сканер – 5, супутниковий зв'язок – 6. Водночас експерти мають змогу висловити власну думку в графі «інше – 7».

2. Питання, в якому експертові пропонується поступити в якійсь конкретній ситуації. Відповідь фіксується як наявність чи відсутність цієї дії.

Наприклад: Чи погоджуєтесь Ви з тим, що запровадження системи моніторингу потребує створення на адміністративній території єдиного інформаційного простору?

3. Питання, що потребує від експерта висловити ймовірність якої-небудь ситуації в числовому вимірі (як правило, використовується бальна шкала).

Наприклад: Чи підтримуєте Ви думку щодо потреби запровадження системи моніторингу ґрунтів в окремому районі? (поставити за рівнем значимості бал від 1 до 10).

4. Питання, відповіді на які «замасковані» відносними змінними величинами. Тракування результатів полягає в аналізі системи величин, які в подальшому проводять аналітики.

Наприклад: Яким чином зміниться деградація ґрунтів при запровадженні системи моніторингу в практичну діяльність агровиробництва за інших незмінних умов? (сильно зменшиться – 1, незначно зменшиться – 2, без змін – 3, незначно збільшиться – 4, сильно збільшиться – 5).

5. Можна також, у разі потреби, використовувати питання, відповіді на які потрібно проставити в певному порядку згідно з їхньою значимістю, тобто проранжувати.

Набір питань в анкеті повинен мати логічний зв'язок, при цьому експерт може змінювати деякі з них, якщо вони не враховують всі необхідні, на його погляд, критерії.

Власне на етапі опрацювання програми експертної оцінки слід визначити, які саме фахівці будуть опитані, що здійснюється за допомогою одного із двох способів оцінки компетентності експертів (рис. 4.1).

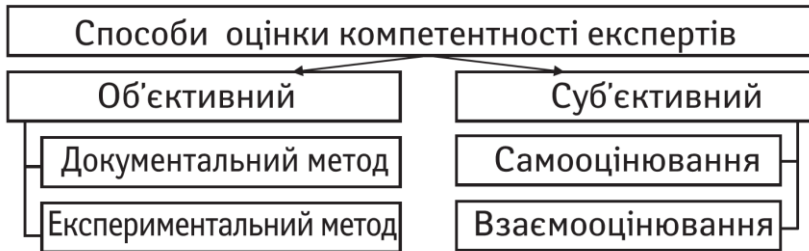


Рисунок 4.1 – Основні способи оцінки компетентності експертів

Об'єктивний спосіб оцінки компетентності експерта включає:

- документальний метод, який передбачає підбір експертів, виходячи з їх професійних характеристик. Експерти повинні мати науковий ступінь та звання, належний стаж роботи за спеціальністю та атестаційну категорію;
- експериментальний метод, який передбачає проведення перевірки ефективності експерта в минулому. При цьому здійснюється розрахунок надійності й точності оцінок експертів на основі їхньої попередньої діяльності.

Суб'єктивний спосіб розрахунку компетентності експерта полягає у поєднанні само- та взаємооцінювання. Взаємооцінювання чи голосування передбачає аналіз характеристик, які були дані певному спеціалісту його колегами. Процедура самооцінювання полягає в тому, що експерт сам визначає вагомість своєї оцінки за певним запитанням (як правило, використовується 10-бальна шкала: від 0 – повністю некомпетентний до 10 – максимально компетентний). Водночас експертам пропонується оцінити

ступінь впливу різних джерел інформації на їх думку. Так, спеціалістам пропонується висловити свою думку щодо впливу на них таких джерел інформації, як «проведений теоретичний аналіз», «практичний досвід», «узагальнення праць вітчизняних авторів», «узагальнення праць закордонних авторів», «особистий досвід зі станом справ за кордоном», «інтуїція».

Загалом «ідеальний» експерт характеризується наведеними якостями (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Якісні вимоги до експертів при плануванні експертної оцінки

Якість	Опис якісної характеристики
Креативність	Здатність вирішувати творчі завдання, метод вирішення яких повністю чи частково невідомий
Евристичність	Можливість бачити або створювати неочевидні проблеми
Інтуїція	Хист робити висновки про досліджуваний об'єкт без усвідомлення руху думок за даним питанням
Передбачуваність	Здатність передбачати чи прогнозувати майбутній стан досліджуваного об'єкта
Незалежність	Можливість відстоювати свою точку зору на противагу загальноприйнятим твердженням та громадській думці
Всеобізнаність	Здатність бачити проблему з різних точок зору

Після вирішення всіх організаційних питань доцільно приступати до проведення власне експертної оцінки. Залежно від поставлених цілей та можливостей організаторів можна проводити експертну оцінку одним із нижченаведених методів (рис. 4.2).

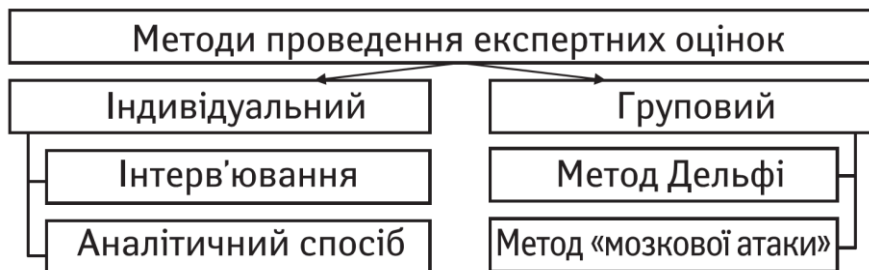


Рисунок 4.2 – Основні методи проведення експертних оцінок

Суть **індивідуального методу** полягає в тому, що кожен експерт дає свою оцінку незалежно від інших, а потім ці оцінки за допомогою статистичних методів об'єднують у загальну. Основними способами проведення індивідуальної експертної оцінки є:

- **інтерв'ювання** (опитування за різними типами запитань, приклади яких наведено вище. Вважається, що найбільш точні та обдумані відповіді експерт дає після 30-секундного обмірковування на поставлене запитання);
- **аналітичний спосіб** (це доволі тривала робота для експертів, в результаті якої він повинен підготувати доповідну записку та надати морфологічний аналіз. Власне цей метод потребує від експерта проведення розбивки об'єкта аналізу на складові елементи, визначення стану та можливого впливу їх на результат. Цей метод доволі широко використовується на рівні Всесвітніх організацій).

Груповий метод полягає у спільній роботі експертів та поданні узагальненої оцінки від цілої робочої групи. При проведенні цього методу використовуються метод Дельфі та метод «мозкової атаки».

Метод Дельфі (походить від міста Дельфі та дельфійських мудреців) базований на тому, що на основі індивідуальних опитувань і спеціальної методології дозволяється уникнути групового впливу, який доволі часто виникає при роботі груп експертів. Техніка проведення цієї експертної оцінки полягає в

тому, що спочатку всім експертам шляхом анонімного опитування ставиться певне запитання, відповідь на яке необхідно дати письмово в балах. Вважається, що завдяки письмовому опитуванню зменшується вплив таких факторів, як навіювання та схиляння до думки більшості. Опитування проводиться декількома етапами, при цьому встановлюється зворотний зв'язок у вигляді повідомлення обробленої інформації про збіг точок зору на попередніх етапах опитування. Наприклад, після чергового етапу проводиться обробка інформації, отриманої від експертів. При цьому показником групової думки вважається медіана, а показником узгодженості думок – діапазони кватилів (перцентилей). Тобто визначається частка (це може бути 10 чи 15%) експертів, які дали найвищий та найнижчий бал. Після цього цим експертам повідомляють про те, що їх відповідь знаходиться не в серединній зоні, та пропонують обґрунтувати причини розбіжності в поглядах, надається змога ще раз поставити бал на поставлене запитання (при цьому не деталізується, хто з експертів потрапив чи не потрапив в серединну зону – цим самим виключається можливість впливу «авторитетних експертів» на загальну думку). Ця процедура дає змогу спеціалістам у разі необхідності змінити свою думку, враховуючи обставини, які вони могли упустити в першому етапі. Після повторного збору даних від експертів, які потрапили у крайні перцентильні зони, проводиться повторний підрахунок аналогічних статистичних показників і процедура повторюється ще раз. В ідеалі процес за методом Дельфі має бути повторений як мінімум в 4 етапи, після чого медіана 4-го етапу приймається як кінцева узагальнена оцінка на поставлене запитання.

Метод «мозкової атаки» полягає в тому, що формулюється певна проблема, яка в подальшому обговорюється групою експертів. При цьому жодна із запропонованих ідей не критикується, а навпаки – схвалюється. Використання цього методу дозволяє підвищувати продуктивність експертів: вважається, що «хороших» ідей

виникає більше в тих випадках, коли намагаються аналізувати лише «хороші».

<p style="text-align: center;">Сильні сторони:</p> <ul style="list-style-type: none"> - акцентує увагу учасників на темі/процесі; - дає можливість зосередитись учасникам; - примушує думати; - емоційний струс; - швидкоплинність методу. 	<p style="text-align: center;">Слабкі сторони:</p> <ul style="list-style-type: none"> - не всі висловлюються (страх, невпевненість, „синдром відмінника”); - не можуть сформулювати думки; - „замкнутість учасників”
<p style="text-align: center;">Можливості</p> <p>Для тренера:</p> <ul style="list-style-type: none"> - дозволяє активізувати процес; - сконцентрувати увагу на темі/процесі („влити”); - оцінити рівень та якість учасників; - знайти ідеї, думки для учасників; - можливість думати, формувати думки 	<p style="text-align: center;">Загрози:</p> <ul style="list-style-type: none"> - можливість конфлікту з тренером або учасниками; - перехід в дискусію; - не було досягнуто результату/загублений час, тема

Основні принципи мозкового штурму полягають в наступному:

1. Не критикувати відповіді інших;
2. Пропонувати будь-яке рішення, яке прийде в голову, навіть у випадку його незвичайності, непрактичності або віддаленості від обговорюваної теми. Не робити самоцензури;
3. Висувати найбільшу кількість ідей. Не має значення, чи можливо буде їх використати чи ні;
4. Вільний розвиток, поліпшення, комбінування, розширення будь-яких висловлених ідей;
5. Виділення визначеного часу (але не більше 10 хвилин) для отримання відповіді на чітко визначене питання, наприклад: „Як підвищити інтерес слухачів до занять?”.

6. Кількість учасників не більше, ніж 15 осіб. Якщо більше, то необхідно розбивати на дві групи – перші беруть участь у мозковому штурмі, решта пише не менш ніж 3 думки стосовно питання. Після мозкового штурму ідеї або пропозиції, записані другою групою додаються до загального списку. Коли учасник пише власну думку на окремому папері, він бере на себе відповідальність. Коли тренер пише його думку на ватмані, то учасник відчуває, що до його думки прислуховуються.

Правила проведення мозкового штурму

Для учасників	Для тренера
<ul style="list-style-type: none"> - чітко та коректно сформулювати питання; - коректувати „хід” мозкового штурму питаннями; - 5...10 хвилин – час проведення мозкового штурму; - не коментувати та не давати оцінку висловлюванням; - ознайомити учасників з правилами; - не звертатись персоніфіковано; - все записувати 	<ul style="list-style-type: none"> - час; - правило піднятої руки; - 1 учасник – 1 думка; - не коментувати; - не перебивати; - тренер повинен знати, що хоче отримати від учасників

Технічне забезпечення мозкового штурму:

- годинник (можна пісочний);
- фліпчарт (учнівська дошка);
- „заготовка-підказка”;
- папір А-1;
- диктофон,
- маркери трьох кольорів (крейда);

Техніка проведення

1. Питання пишеться вгорі листа паперу А-4. При закінченні цього листа, він знімається та вішається на місце, яке знаходиться недалеко від фліпчарта таким чином, щоб було видно всім учасникам. Перегортання першого листа забороняється.

2. Кожна ідея/пропозиція пишеться окремим кольором по черзі, наприклад: синій та зелений. Чорний колір використовується тільки коли треба підкреслити негатив, а червоний для зосередження уваги.

3. Кожна ідея/пропозиція виділяється, окрім кольорового виділення, дефісами різної форми: квадрат, коло, трикутник, галочка тощо.

4. Кожна ідея не повинна бути більше 10 слів. Якщо більше – пропонується висловитись точніше.

Загальні поради проведення мозкового штурму

- Записувати ідеї та пропозиції до тих пір, поки люди говорять по темі та не повторюються.

- Не можна примушувати.

- Кожен може висловитись по два, три або чотири рази. Але пріоритет мають учасники, які ще не висловлювались. Коли кожний висловлюється, у решти з'являються нові думки, асоціативні образи.

- Підтримувати темп заохочувальними зверненнями, наприклад: „Що ще може бути?“, „Хто ще не висловився?“, „У нас ще залишилось декілька не висловлених думок“ тощо.

- Якщо ідеї повторюються, то непомітно перейти до іншого зі словами: „Ця пропозиція вже була“.

- Не уходити від поставленого питання: „Це відповідь на поставлене питання?“.

- Перед початком мозкового штурму можна дати можливість учасникам подумати та зосередитись: „У Вас є дві хвилини подумати над питанням та можливість висловитись кожному“.

Правила для учасників

1. Правила піднятої руки.

2. Дві думки підряд від одного учасника – не припустимо.

3. Всі бажаючі повинні висловитись.

Що робити з результатами

Необхідно визначити критерії для відбору ідей, наприклад:

1. Реальність (час, гроші, методи виконання, люди).

2. Оригінальність.

3. Актуальність (на сьогодні, на перспективу)

Метод оцінки результатів

Видаються маркери учасникам і вони ставлять позначки (наприклад, не більше двох позначок) біля ідей або пропозицій, які найбільш відповідають визначеному критерію.

Результат

Залишається одна чи дві ідеї або пропозиції, які відповідають необхідним критеріям та придатні для подальшої роботи.

При плануванні експертної оцінки доцільним є визначення тих правил та методів обробки думок експертів, які будуть використовуватися при аналізі результатів. Ця процедура є вкрай важливою на етапі планування, оскільки нехтування нею може призвести до неможливості подальшого якісного аналізу отриманих результатів.

Після проведення власне експертної оцінки здійснюється групування та зведення матеріалів експертизи, що відповідає аналогічним вимогам щодо проведення статистичного чи соціологічного дослідження.

При проведенні аналізу отриманих результатів аналітикам слід дати відповідь на два основних запитання:

1. Яку ж думку чи позицію висловили експерти?
2. Чи можна цю думку вважати достовірною та взяти її за основу при прийнятті управлінського рішення?

Для визначення позиції експертів щодо окремих запитань використовується розрахунок певних статистичних показників, які використовуються залежно від того, яким чином було сформульоване запитання та які варіанти відповідей пропонувалися. Відтак, якщо думка експерта має тільки якісну оцінку («так», «ні»), то згідно з основними вимогами аналізу розраховуються відносні величини (інтенсивні показники та показники співвідношення).

Якщо ж для висловлення думки експерти використовували кількісні параметри (бальну шкалу), то для розрахунку узагальненої думки здійснюється розрахунок середніх величин. Якщо склад експертів однорідний, то розраховується проста середня арифметична (M):

$$M = \Sigma V/n$$

де V – індивідуальна думка кожного експерта; n – кількість експертів.

Якщо ж склад експертів є неоднорідним, то з-поміж експертної групи визначаються провідні фахівці, думка яких стосовно певних питань є більш значимою. Кожному з експертів у таких випадках присвоюється ваговий коефіцієнт (K) (табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Коефіцієнт вагомості (K) експертів

Посада	Без ступеня	Кандидат наук	Доктор наук
Асистент	1,0	1,5	–
Старший викладач	1,25	1,75	3,75
Доцент	–	2,0	4,0
Професор	–	3,0	5,0

При цьому для отримання узагальненої думки стосовно окремого питання вираховується зважена середня арифметична (M):

$$M = (\sum K \cdot V) / n,$$

де V – індивідуальна думка кожного експерта; K – ваговий коефіцієнт; n – кількість експертів.

Після отриманих результатів обов'язковим елементом є розрахунок достовірності отриманої експертної думки. Для цього визначається ступінь одностунності експертів за допомогою:

- середнього квадратичного відхилення;
- коефіцієнта варіації (C), який вираховується за формулою:

$$C = (\sigma \cdot 100\%) / M,$$

де σ – середнє квадратичне відхилення; M – середнє арифметичне значення.

Коефіцієнт варіації $>30\%$ означає неправильний підбір експертної групи, високу неоднорідність її за ступенем

компетенції щодо цього запитання та неможливість вважати отриманий результат значимим.

Для детального аналізу однорідності експертної думки можна використати додаткові показники:

- показник рангової конкордації;
- показник асиметрії;
- показник ексцесу (гостровершинності);
- коефіцієнт осциляції (відображає відносне коливання значень).

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичними даними.
2. Студенти розбиваються на експертні групи, для кожної з яких пропонується тематика проведення експертизи.
3. Після проведення експертизи виконати розрахунок узагальненої думки експертів і її кореляційну оцінку.
4. Розбити студентів на групи по 8–10 чол. Виконати «мозковий штурм» за запропонованою проблемою.
5. Група, яка не приймає участі в штурмі, описує процес.

Примітка : в якості «проблеми» запропонувати вирішення актуального питання з удосконалення сільськогосподарської техніки або обладнання первинної обробки продукції рослинництва.

Контрольні запитання

1. Які види експертних оцінок Ви знаєте?
2. Назвіть основні способи оцінки компетентності експертів.
3. Що являє собою метод Дельфі?
4. В чому полягає сутність аналітичного способу проведення експертних оцінок?
5. Що таке коефіцієнт вагомості експертів?
6. З якою метою проводять визначення достовірності результатів експертизи?

7. Скільки часу виділяється на проведення «мозкового штурму»?
8. Чи можна ведучому висловлювати свою думку?
9. Який порядок проведення «мозкового штурму»?
10. Скільки висловлених думок заноситься до протоколу?
11. Скільки учасників «мозкового штурму»?

Рекомендована література:

1. Горбань О.М., Бахрушин В.Є. Основи теорії систем і системного аналізу : навчальний посібник. Запоріжжя : ГУ “ЗІДМУ”, 2004. 204 с.
2. Бучинський М. Я., Горик О. В., Чернявський А. М., Яхін С. В. Основи творення машин / [За редакцією О. В. Горика]. Харків : Вид-во «НТМТ», 2017. 448 с.
3. Сапожніков С.В. Створення та вдосконалення технічних систем [Електронний ресурс] : конспект лекцій для студ. спец. 131 "Прикладна механіка" усіх форм навчання / С.В. Сапожніков. Суми : СумДУ, 2019. 148 с.

Практична робота № 5

Типові прийоми усунення протиріч в технічних системах

Мета роботи: навчити студентів проводити аналіз технічної системи, ознайомити їх з типовими прийомами виявлення протиріччя в системі та його усунення.

Теоретичні відомості

В окремі періоди розвитку технічної системи відбувається чергування етапів кількісного росту і якісних стрибків. В процесі кількісного росту в результаті нерівномірного розвитку характеристик технічної системи проявляються протиріччя.

Протиріччя як невідповідність між різними вимогами, які пред'являються до системи і обмеженнями, що накладаються на неї законами природи, технічними, соціальними і економічними законами, а також рівнем розвитку науки і техніки, конкретними умовами експлуатації.

Наприклад, підвищення продуктивності комбайна потребує збільшення ширини захвату і швидкості руху, а це призводить до значних втрат зерна за комбайнами, збільшення ваги комбайна, енергетичних витрат, зниження надійності роботи складної машини і т. ін.

На початкових етапах розвитку ТС вимоги відносно невисокі, система має великі ресурси, тому протиріччя вирішуються шляхом компромісів: розробляються нові варіанти конструкції, які забезпечують прийнятні значення обох конкуруючих характеристик. Але кількісне зростання продовжується, відбувається накопичення і загострення протиріч. Ці протиріччя знімаються в результаті якісних стрибків – створення принципово нових технічних рішень, нових технічних систем та підсистем.

Технічна система може мати різні види протиріч – технічні, фізичні, економічні, екологічні і т. ін.

Технічне протиріччя – ситуація, коли спроби покращити одну характеристику системи призводять до погіршення іншої її характеристики. Так, збільшення крейсерської швидкості літака потребує зменшення площі крила, а збереження якісних злітно-посадочних характеристик – її збільшення.

Перехід від задачі до її моделі дозволяє чітко визначити фізичне протиріччя: крило літака повинно бути невеликим для збільшення швидкості і значним для покращення злітно-посадочних характеристик.

Протиріччя будується за схемою:

- об'єкт повинен мати властивість А і разом з тим протилежну властивість – анти А.

Фізичне протиріччя загострює конфлікт до межі і завдяки цьому полегшує рішення. Якщо крило літака повинне бути невеликим і великим, залишається одна можливість рішення: воно повинне бути змінним.

Таким чином, від невизначеної технічної ситуації можна перейти до конкретної задачі, а потім і до моделі задачі та її вирішення.

Для рішення задачі необхідно визначити, до якого саме параметра пред'являються протилежні вимоги і яким способом можна зробити його функцією.

Інструментом для рішення вказаних протирічч може бути комплекс типових прийомів усунення технічних протирічч.

До них відносяться:

1. **Принцип дроблення**, коли об'єкт подрібнюють на частки, окремі елементи:

- леміш корпусу плуга роблять зубчастим з метою зменшення опору ґрунту;

- полицю корпусу плуга поділяють на груди, крило, перо;

- корабель з багатьма відсіками має більшу безпеку при аварії.

2. **Принцип винесення** – від об'єкту відокремлюють окремі елементи, деталі:

- космічний корабель з відкидними частинами;

- висувне долото корпусу плуга.

3. **Принципи місцевої якості** – перехід від однорідної структури об'єкта до неоднорідної:

- термообробка леза леміша;
- різальна кромка, наплавлена сплавом "Сормайт".

4. **Принцип асиметрії** – перехід від симетричної форми до асиметричної:

- полольна одностороння культиваторна лапа;
- лівий і правий маркер з різною довжиною.

5. **Принцип об'єднання** – об'єднують суміжні деталі або операції:

- дисковий сошник загортає одночасно насіння і туки;
- корпус плуга з кутознімом об'єднує два процеси, які раніше виконували корпус і передплужник.

6. **Принцип універсальності** – виконання одним об'єктом декількох функцій:

- сівалка СУПО-6 може висівати насіння точним і рядовим способами;

- сівалка СЗ-3,6 універсальна по нормам висіву та культурам.

7. **Принцип матрьошки** – один об'єкт розміщується всередині іншого:

- авторучка-указка;
- ресивер в брусі рами сівалки.

8. **Принцип антиваги** – компенсація ваги об'єкта іншими об'єктами, речовинами:

- збільшення ваги катка за допомогою розміщеної всередині нього води;

- підвищення тиску на сошник вагою сівалки через штангу.

9. **Принцип попереднього напруження** – об'єкту надають попереднє напруження:

- для виділення насіння із загальної маси в пневмомеханічних висівних апаратах створюють передчасно розрідження в вакуумній камері посівного апарата;

- для підвищення міцності залізобетону перед виготовленням його арматуру видовжують на величину пружної деформації.

10. **Принцип передчасного виконання** – об'єкт перед виконанням функції попередньо готують:

- шліфування, дражування насіння перед посівом;
- для дослідження рівномірності висіву насіння стрічку, на яку висівають насіння, роблять липкою (змащують мастилом).

11. **Принцип запобіжника** – компенсація невисокої надійності об'єкта заздалегідь підготовленими засобами:

- муфти для відключення робочих механізмів;
- запобіжні механізми на плугах, комбайнах і ін.

12. **Принцип еквіпотенціальності** – перехід до рівнозначних елементів, до використання потенційних можливостей об'єкта:

- літак зі змінним розмахом крила;
- роликотий конвеєр.

13. **Принцип інверсії** – здійснення зворотної дії, об'єкт поставити навпаки:

- випробування літака в аеродинамічній трубці замість випробування в повітрі;
- молотильний апарат на комбайні поставити не поперек, а вздовж машини.

14. **Принцип сферичності** – перехід від прямолінійних форм до криволінійних, від плоских – до сферичних:

- підшипник ковзання замінити підшипниками кочення;
- замість криволінійної полиці – обертальні ролики.

15. **Принцип динамічності** – оптимізація режимів роботи:

- динамічна автоматична зміна режимів роботи молотильного барабана, завдяки чому зменшуються втрати зерна;
- переведення широкозахватної сівалки із робочого положення в транспортне для проїзду по дорогах загального призначення.

16. **Принцип часткового рішення** – вдосконалювати не весь об'єкт, а окремі елементи:

- пневматичний виштовхувач насіння із диска висівного апарата замість механічного виштовхувача;
- корпус плуга з полицею, поділеною на крило і груди.

17. **Принцип переходу в іншу якість**:

- висів пророслого насіння;

- збирання розсипного сіна замінюють на збирання пресованого в кіпи або рулони.

18. **Принцип використання механічних коливань** – об'єкт приводять в коливальний рух:

- вібраційний висівний апарат;
- обробка зерна ультразвуком для покращення схожості;
- сухе прання в ультразвуковому полі.

19. **Принцип періодичної дії** – перехід від безперервної дії до періодичної (імпульсної):

- імпульсний фотоспалах;
- використання стробоскопа.

20. **Принцип безперервної дії** – вести роботу безперервно; ліквідувати холості ходи:

- використання оборотних плугів;
- використання роторного різального апарата.

21. **Принцип проскоку** – пройти окремі шкідливі стадії процесу на підвищеній швидкості:

- різальний апарат без підпору;
- розрізувати резинову трубку на великій швидкості.

22. **Принцип "корисної шкоди"** – використати шкідливі фактори для одержання корисних; об'єднати шкідливі фактори, щоб вони стали корисними:

- брати Лазаренко досліджували шкідливе явище електроерозії металів – і винайшли електроіскровий метод обробітку металів;

- гартування насіння холодом.

23. **Принцип зворотної дії** – ввести зворотній зв'язок:

- при роботі машин ввести датчики для контролю процесу;
- підйом корпусу плуга при наїзді на перешкоду.

24. **Принцип самообслуговування:**

- самозагострення леза лемеша;
- крапельний метод зрошення.

25. **Принцип каталізатора** – використання допоміжних об'єктів для покращення технологічних процесів:

- посів насіння під плівку;

- використання дражованого насіння з внесеними в драже органічними домішками.

26. Принцип копіювання:

- водіння культиватора по щілині, прорізаний при роботі сівалки.

27. Принцип дешевої недовговічності – заміна коштовного об'єкта на дешевий, але недовговічний:

- серветка замість носової хусточки;
- паперові мішки для добрив замість полотняних.

28. Принцип заміни механічної системи на іншу:

- пневматичний висівний апарат замість механічного;
- знищення бур'янів струмами високої частоти.

29. Використання гнучких оболонок замість об'ємних конструкцій:

- використання пакетів для молока замість молочних пляшок;
- замість теплиці використати плівку над рослинами.

30. Принцип зміни кольору, прозорості, використання мічених атомів:

- при дослідженні висівних апаратів використати фарбоване насіння;
- використання рентгенівських променів при дослідженні розміщення насіння в ґрунті.

31. Принцип однорідності – використання об'єктів, виготовлених із одного матеріалу, однієї форми:

- дражування насіння для вирівнювання його розмірів;
- змащення підшипників ковзання матеріалом, однорідним з вкладишем підшипника.

32. Принцип регенерації – непотрібна частина об'єкту відкидається:

- відкидання відпрацьованої ступені ракети;
- розчинення плівки через 1-1,5 місяці після посіву насіння "під плівку".

33. Принцип зміни фізико-механічних параметрів – зміна агрегатного стану об'єкту:

- внесення рідких добрив замість твердих;

- висадка рослин замість посіву насіння.

34. Принцип інертності – застосування інертних речовин в с.-г. виробництві:

- для висіву малих норм насіння змішують з піском, торфом, тощо;

- застосування аргону, азоту для зберігання продуктів.

35. Принцип ІКР – досягнення ідеального кінцевого результату при функціонуванні машини:

- “мостове землеробство”.

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичними даними.

2. По варіанту завдань роботи №1 запропонувати вдосконалення технічної системи з використанням типових прийомів (дати п'ять-шість оригінальних рішень технічної задачі).

Контрольні запитання

1. Що таке технічне протиріччя?

2. Які види протиріч можуть бути в технічній системі?

3. Наведіть приклади фізичних протиріч.

4. Якими методами можна вирішити технічне протиріччя?

5. Чим відрізняються принципи універсальності і об'єднання?

6. В чому різниця між принципами попереднього напруження та передчасного виконання?

7. Приведіть приклади принципів екіпотенціальності та інверсії.

8. Як використовується принцип ІКР при вдосконаленні машин?

Рекомендована література:

1. Основи технічної творчості : Електронний підручник / І.В. Тринів, В.Р. Пазюк, І.М. Романків та ін. ДУ «Науково-методичний центр вищої та фахової передвищої освіти», 2019.
2. Основи технічної творчості та наукових досліджень : конспект лекцій, методичні вказівки до практичних робіт для студентів спеціальності 131 Прикладна механіка / В. І. Тулупов, С. Ю. Олійник. Краматорськ : ДДМА, 2017. 116 с.
3. Теорія технічних систем : підручник / Севостьянов І. В. Вінниця : ВНТУ, 2014. 181 с.
4. Теорія технічних систем: особливості побудови створення та розвитку : навчальний посібник / Володимир Крупа. Тернопіль : Осадца Ю.В., 2023. 308 с.

Практична робота № 6

Речовинно-польовий аналіз систем

Мета роботи: ознайомити студентів з методом проведення речовинного аналізу систем з метою їх вдосконалення.

Теоретичні передумови

Реполь – це мінімально можлива функціональна модель системи, яка описує задачу у вигляді взаємодії трьох елементів – двох речовинних і польового (реполь).

У репольному аналізі використовують широку гаму полів: механічне (переміщення, обертання, тиск), акустичне (звукові, ультра – і інфразвукові коливання), теплове, електричне (електростатика, струм), магнітне, електромагнітне, оптичне (УФ, ІК, видимі промені), іонізуюче, радіоактивне, хімічне (окислювання, відновлення, кислі та лугові середовища) і інші поля.

Аналіз закономірностей розвитку систем показав, що відповідно з лінією переходу на мікрорівень ефективність дії полів зростає в напрямку переходу від механічних до електромагнітних полів. Цей напрямок називається **МАГАТХЕМ** по перших літерах відповідних полів:

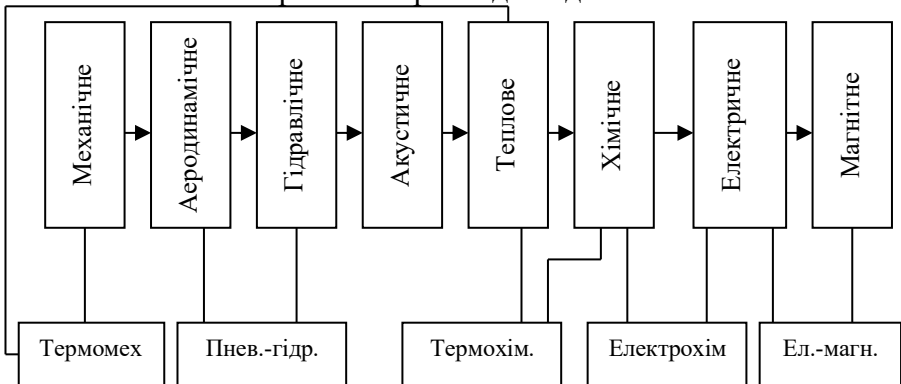


Рисунок 6.1 – Схема підвищення ефективності дії полів на систему.

До механічних полів відносять такі типи взаємодії як прості механічні зусилля в різних напрямках; переміщення об'єктів, гравітаційні, відцентрові сили; сили інерції; зміна тиску; поштовхи, удари, вібрації, тощо.

Аеродинамічні поля – це сили, створені вакуумом (розрідження), надлишковим тиском, або ресурси цих полів – різні гази – під тиском та розрідженням.

Гідравлічні поля – це гідравлічний тиск, поверхневий натяг, адгезія, капілярні сили, осмос або ресурси цих полів – вода (лід, пара), кисень, водень, важка вода, розчин солей, суміш води з газом, рідиною, твердими тілами, аерозольні, емульсії, піни, турбулентний чи ламінарний потоки, тощо.

Теплові поля – всі види взаємодії, пов'язані зі зміною температури системи (нагрів, охолодження, теплове розширення, фазові переходи та ін.).

Хімічні взаємодії базуються на використанні хімічних реакцій окислення, відновлення, каталізаторів, інгібіторів, активних речовин (озону, фтору), інертних речовин, біохімічних ефектів.

Електричні поля – це взаємодії, що описуються законами електростатики, електризації, коронного розряду, це взаємодія провідників зі струмом, електроліз, електрофорез і ін.

Магнітні поля – це поля постійних магнітів, постійного та змінного струму, електромагнітні коливання та хвилі.

Треба пам'ятати і про комбінації полів – пневмогідравлічне, термомеханічне, термохімічне, електрохімічне, електромагнітне поля і інші.

При збільшенні репольності системи ефективність дії полів зростає не тільки при переході від механічного до електромагнітного поля, але й при переході від постійних полів до змінних і імпульсивних. Динамізація процесу підвищення ефективності дії полів відображена на рис. 6.2.

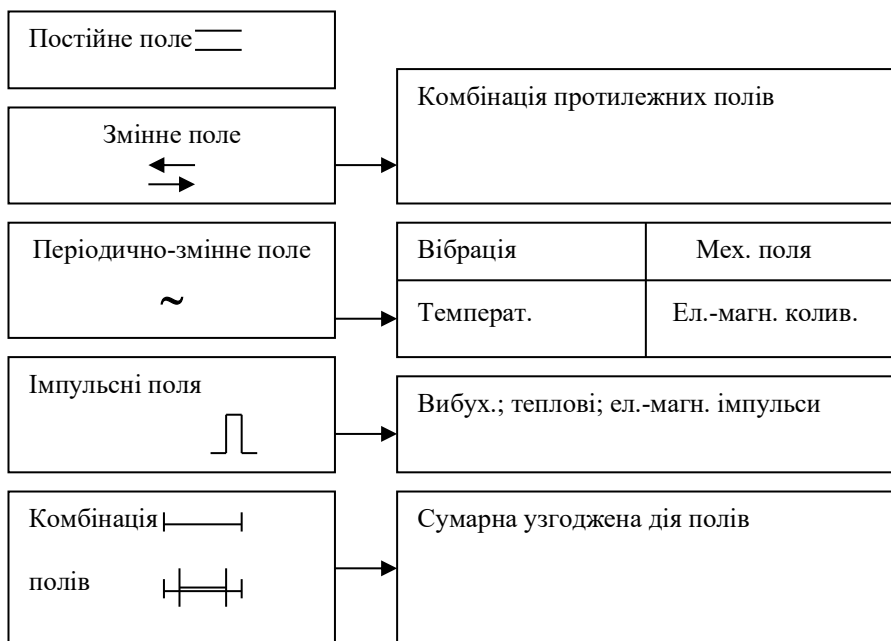


Рисунок 6.2 – Збільшення ефективності дії поля

За допомогою одного чи декількох реполів можна отримати модель будь-якої системи.

Модель містить найбільш суттєві елементи і зв'язки системи, тому легше стає її удосконалення і усунування недоліків.

Реполь – це модель не структури, а взаємодії елементів системи, що використовується для опису і розв'язання евристичних задач у вигляді взаємодіючих між собою речовин та полів. Реполь може описати будь-яку задачу, що виникає при вдосконаленні системи. Реполь відображує не будову системи, а структуру задачі і напрямок її рішення.

Реполі можна класифікувати за елементним станом, типом зв'язку, комбінацій і типом задачі. За елементним станом реполі бувають повні, неповні, складні.

Повний реполь – це реполь, що включає виріб, інструмент, матеріал і енергію потрібної взаємодії і утворює мінімальну повну модель оперативної зони.

Неповний реполь – це реполь, в якому менше трьох елементів, тобто відсутні один або два необхідних елементи (речовина чи поле).

Складні реполі – це повні реполі, що розгортаються в міру розвитку системи. До них відносяться:

- комплексний реполь – в один із елементів введений додатковий елемент для покращення взаємодії;
- ланцюговий реполь – один із елементів розгорнуто в самостійний реполь;
- подвійний реполь – речовина або поля утворюють два взаємопов'язаних реполі;
- форсовані реполі – реполі з узгодженою ритмікою, з подвійним полями, динамічні, структуровані, тощо.

За типами зв'язків реполі можуть бути корисними і шкідливими. Корисний реполь має тільки бажаний зв'язок, шкідливі взаємозв'язки приводять до небажаних ефектів системи.

Корисні реполі можуть бути ефективними і неефективними. Неефективний реполь – це реполь з ослабленим полем, тобто потрібна взаємодія між елементами недостатня для здійснення корисної функції на потрібному рівні. Ефективний реполь має достатню або надмірну дію поля інструмента на виріб. Надмірно ефективні реполі можуть ставати шкідливими.

За типом пари елемент-поле можуть бути: феполі – взаємодія магнітного поля з феромагнітною речовиною; теплові – взаємодія теплового поля з речовиною на базі термо ефекту; еполі – взаємодія електричного поля з провідниками зі струмом і ін. Реполі записують у вигляді трикутників або ланцюжків (рис. 6.3).

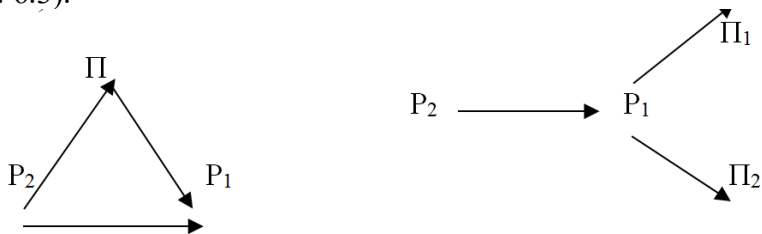


Рисунок 6.3 – Графічне зображення реполя

Характер взаємодії між речовинами у реполі позначається різними видами ліній:

————— - необхідна взаємодія;

----- - недостатня взаємодія;

~~~~~ - небажана (шкідлива) взаємодія;

—————> - напрямок взаємодії;

-----> - напрямок перетворення реполя.

В ході репольного аналізу складних систем проводиться побудова, дослідження і перетворення репольних моделей системи.

Первинну репольну модель представляють у вигляді неповного, неефективного або шкідливого реполя, тобто непрацездатності системи з заданою функцією. Вихідні умови моделі означають постановку задачі по синтезу нової системи. Наприклад, забезпечити посів насіння овочевих культур 30-40 видів з різноманітними нормами висіву. Існуючі конструкції такої універсальності не дають. Модель вихідної задачі постає у вигляді неефективного реполя, тобто наявність самої системи є (висівний апарат), але здійснюючі нею функції недостатні. Наприклад, висівний апарат не забезпечує точний посів деяких культур, тобто задача полягає у підвищенні ефективності висівного апарата або створенні нової ТС.

Перш за все, виявляємо наявність аналогічних систем, тобто варіантів висівних апаратів. Такі апарати вже є. Для рядового посіву існує котушковий висівний апарат сівалки СО-4,2, а для точного висіву – пневматичний апарат сівалки УПС-8. Як зробити, щоб об'єднати функції рядового і точного посіву насіння в одному апараті?

Розв'язання технічної задачі полягає в приведенні вибраної первинної моделі до корисного ефективного реполя. Приведемо правила репольного аналізу:

- правило синтезу або добудови реполя;
- правило форсування або підвищення ефективності реполя;
- правило руйнування шкідливого реполя;
- правило побудови вимірювального (кількісного та якісного за показниками) реполя.

Згідно з правилом синтезу необхідно добудувати реполь, тобто підібрати елемент (-и), якого бракує для вдосконаленої системи.

*Приклад.* Для внесення в землю невеликої кількості мікроелементів, наприклад, міді в іонному стані на кінці поливного шлангу закріплюють насадку з міді, на яку подається анодний потенціал (рис. 6.4).

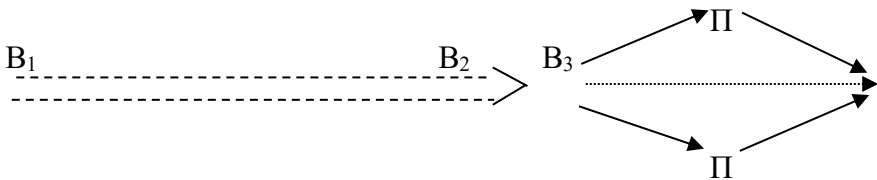


Рисунок 6.4 – Реполь:  $V_1$  – іони міді;  $V_2$  – вода;  
 $\Pi$  – електрохімічне поле;  $V_3$  – мідна насадка.

Правило форсування або підвищення ефективності реполя добре видно на такому прикладі. Відомий метод випробування посудин на герметичність шляхом заповнення їх фарбником під тиском і виявлення фарбника у тріщинах. Але по мірі проникнення фарбника крізь щілини тиск в посудині зменшується і чутливість способу втрачається. Вводити знову барвник, підвищувати тиск – зайві витрати. Розв'язання – замість барвника і тиску вводять нове поле відцентрових сил, яке виникає при обертанні посудини.

Правило руйнування шкідливого реполя стосується задач, вихідна модель яких містить в собі шкідливий зв'язок. Якщо в

умовах задачі присутній шкідливий реполь, його треба зруйнувати введенням третьої речовини або протиполя. Це третя речовина (поле) може бути зовсім новою для реполя модифікацією зовнішнього середовища, продуктом його взаємодії з  $V_1$  та  $V_2$  або дешевою речовиною з ресурсів (рис. 6.5).

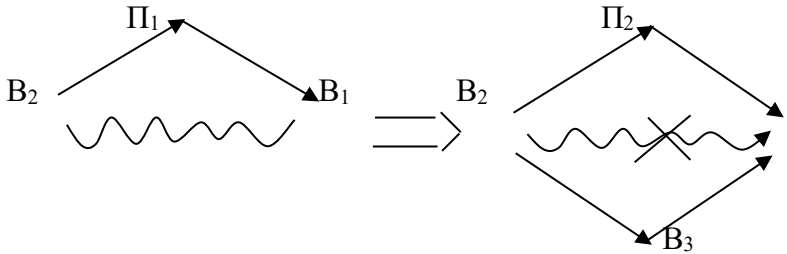


Рисунок 6.5 – Схема руйнування шкідливого реполя

Для прискорення вегетації сільськогосподарських культур після посіву рядки покривають плівкою. Але через 2 місяці плівка уже не потрібна і її потрібно усунути. Щоб зібрати з поля плівку, потрібні значні витрати праці і енергії. Ставиться задача – ліквідувати її без цих витрат. Для цього використовують світловологоруйнівну плівку, яка під дією світла і вологи через 1,5–2 місяці зникає, розкладаючись на нейтральні речовини.

Специфіка задач на вимірювання полягає в тому, що здебільшого вони не мають основного характеру (крім наукових досліджень або вимірювань в експериментах з оптимізації технологічного процесу).

### Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичними даними.
2. Коротко описати методику проведення репольного аналізу, виписати існуючі поля і використати деякі з них для рішення задач по вдосконаленню систем згідно варіанту.

**Примітка** : в якості технічної системи, яку необхідно удосконалити, використати ТС з практичної роботи №1.

### **Контрольні запитання**

1. В чому сутність реполя?
2. Що таке корисний реполь?
3. Охарактеризуйте феполь.
4. Як усунути шкідливий реполь?
6. Які поля Ви знаєте?
7. Що показує напрямок МАГАТХЕМ?

### **Рекомендована література:**

1. Altshuller, Genrich, and Henry Altov. And suddenly the inventor appeared: TRIZ, the theory of inventive problem solving. Technical Innovation Center, Inc., 1996.
2. Створення та вдосконалення технічних систем : конспект лекцій / укладач С. В. Сапожніков. Суми : Сумський державний університет, 2019. 148 с.
3. Simplified TRIZ: New Problem Solving Applications for Technical and Business Professionals. 3rd Edition. Taylor & Francis. 2017. 282 p.
4. Теорія технічних систем: особливості побудови створення та розвитку : навчальний посібник / Володимир Крупа. Тернопіль : Осадца Ю.В., 2023. 308 с.

## Практична робота №7

### Використання фізичних ефектів та явищ при вдосконаленні систем

**Мета роботи:** ознайомити студентів з існуючими ефектами та явищами, визначити можливість їх використання при вдосконаленні систем та підвищенні ефективності їх роботи.

#### Теоретичні відомості

Вдосконалення систем неможливе без інформації про найновіші досягнення сучасних наук – фізики, теоретичної механіки, опору матеріалів, хімії, математики. Часто, маючи задачу у вигляді протиріччя, ми не завжди знаємо, як її вирішити. В цьому нам можуть допомогти знання про науково-технічні ефекти. Своєчасно відшукати потрібний ефект при великому обсязі сучасної інформації можна тільки за наявності спеціальних довідників з фізики, хімії, математики.

**Ефект** – це результат, наслідок якоїсь дії. Бувають фізичні і хімічні ефекти, під якими розуміють явища, що обов'язково мають місце в певних фізико-хімічних середовищах.

Наприклад, ефект пам'яті форми – це відновлення форми деталі внаслідок нагріву після попередньої деформації виробу зі сплавів Ni-Ti (нітінол), Au-Cd; Ti-Cd; Ti-Co і ін.

Фізичні ефекти і явища, закони і відкриття – це найбільш узагальнений вираз результатів пізнання. Ці ефекти та явища лежать в основі майже всіх конкретних технічних рішень. Один і той же фізичний ефект може породжувати величезну кількість різних, істотно відмінних один від одного технічних рішень.

Якраз всі ці ефекти та явища і є найбільш ефективними шляхами переборення протиріч в системах та підвищення їх рівня.

Найбільш відомі ефекти та явища – на основі силових, магнітних, електричних, гравітаційних, теплових, хімічних і інших полів, на основі матеріальних тіл (тверді, рідкі,

газоподібні речовини, їх комбінації, елементарні часточки, іони, молекули і т. ін.).

При вдосконаленні систем потрібний зворотній зв'язок – від потрібних властивостей перейти до потрібного ефекту.

Так, широковідомий ефект дають відцентрові сили. Вони використовуються дуже часто в сепараторах для розділення суміші на складові, в фільтрах тощо.

Нижче приведені деякі фізичні ефекти та приклади їх використання.

1. Сила інерції за законом Ньютона визначається за формулою:

$$F = m \cdot a .$$

де  $m$  – маса, кг;  $a$  – прискорення,  $\text{м/с}^2$ .

Приклади використання сил інерції: політ ракети в безповітряному просторі; рекуперация електроенергії при русі електропоїзда; робота інерційного маховика, як акумулятора енергії у повітряному двигуні.

2. Сили гравітації знаходять за формулою:

$$G = mg .$$

Тут маса є мірою інертності тіла;  $g$  – прискорення вільного падіння,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

3. Кінетична енергія визначається за формулою:

$$W_k = \frac{mV^2}{2} ,$$

де  $V$  – швидкість тіла,  $\text{м/с}$ .

Так, кінетична енергія автомобіля масою 1000 кг, який рухається з швидкістю 18 км/год., дорівнює 12500 Н·м, а при швидкості 72 км/год. – збільшується до 200000 Н·м, тобто збільшується в 16 разів.

4. Потенціальну енергію знаходять за формулою:

$$W_n = mgh ,$$

де  $h$  – висота підйому тіла, м.

5. Імпульс сили – це добуток сили  $F$ , з якою діє тіло, на час дії цієї сили  $\Delta t$ :

$$I = F \cdot \Delta t.$$

6. Важільний механізм діє згідно рівняння:

$$F_1 L_1 = F_2 L_2,$$

де  $F_1$  і  $F_2$  – прикладені до важеля сили, Н;  $L_1$  і  $L_2$  – відповідні їм плечі відносно опори, м.

7. Сила, з якою можна підняти тягар на поліспасти, дорівнює:

$$F = P / 2n,$$

де  $P$  – вага тягаря, Н;  $n$  – кількість блоків на поліспасти.

8. Сила тиску гвинтового преса знаходиться за формулою:

$$F = \frac{P \cdot \pi d}{t},$$

де  $P$  – рушійна сила гвинта, Н;  $d$  – діаметр гвинта, м;  $t$  – крок різьби гвинта, м.

9. Сила тертя підкоряється формулі:

$$F = f \cdot N = N \operatorname{tg} \varphi,$$

де  $N$  – нормальна сила, Н;  $f$ ,  $\varphi$  – відповідно коефіцієнт і кут тертя.

Тут багато що залежить від коефіцієнта тертя  $f$ , а останній змінюється від багатьох причин – структури матеріалу тіл, що труться, вологості, зернистості і т.п.

10. Відцентрові сили. При обертанні диска частка, що попадає на нього, набуває деякої швидкості. При цьому на

частку діє сила тертя  $F = f \cdot mg$  і відцентрова сила переносного руху  $F_{\text{вц}} = m \cdot r_0 \omega^2$  (рис. 7.1). Ковзання частки по диску буде при  $F_{\text{вц}} = m \cdot r_0 \omega^2 \geq f \cdot mg$ . Звідси можна знайти мінімально допустиму частоту обертання диска, при якій буде рух частки по ньому:

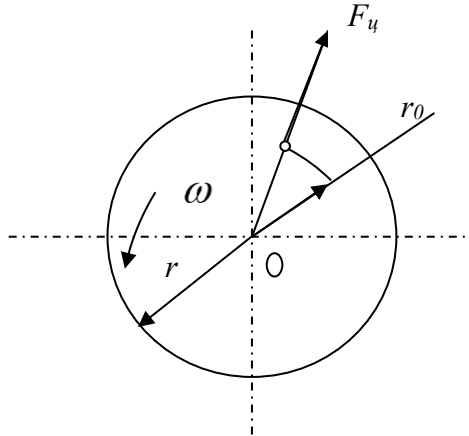


Рисунок 7.1 – Схема роботи відцентрової сили.

$$n_{\min} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{f\hat{g}}{r_0}},$$

де  $n = \frac{30\omega}{\pi}$ .

11. Рух частки після скидання з диска (без врахування сили опору повітря польоту частки) буде мати параметричні рівняння (рис. 7.2):

$$x = \mathcal{G}_a t; \quad y = gt^2 / 2,$$

де  $t$  – час падіння частки, с;  $\mathcal{G}_a$  – абсолютна швидкість частки, м/с.

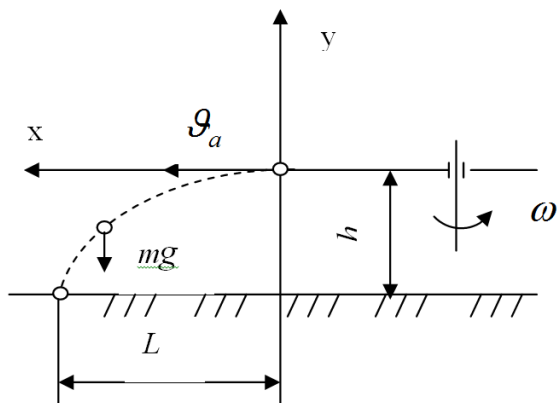


Рисунок 7.2 – Рух частки при вільному падінні.

Після виключення  $t$  одержимо дальність польоту частки:

$$L = g_a \sqrt{\frac{2h}{g}},$$

де  $h = y$  – висота розміщення диска над землею, м.

12. Критична швидкість частки в однорідному вертикальному потоці повітря, при якій частка буде знаходитись у зваженому стані, визначається за формулою:

$$U_{kp} = \sqrt{\frac{mg}{\kappa \cdot \rho \cdot S}},$$

де  $\kappa$  – коефіцієнт опору повітря;  $\rho$  – щільність повітря,  $\text{кг/м}^3$ ;  $S$  – площа Міделевого перетину тіла,  $\text{м}^2$ .

13. Деформація – зміна форми і розмірів тіла під дією механічних сил, електромагнітних, гравітаційних полів, а також при зміні температури, тиску і т. ін. Є деформації розтягу, стискування, згину, зсуву, кручення і ін. Крім того, в залежності від остаточної форми тіла деформації бувають пружні та

пластичні. Для пружної деформації нормальне напруження при розтягу:

$$G = \frac{N}{S},$$

де  $N$  – рівнодіюча внутрішніх сил (поздовжня сила),  $N$ ;  $S$  – площа поперечного перерізу бруса,  $m^2$ .

14. Дифузія – процес вирівнювання компонентів газів або рідинної суміші. Швидкість дифузії збільшується зі зниженням тиску і підвищенням температури.

15. Сорбція – процес самочинного згущення розчиненої речовини або газу на поверхні твердого тіла чи рідини.

Десорбція – процес, протилежний сорбції.

Адсорбція – процес поглинання речовин поверхнею тіла.

Абсорбція – процес поглинання речовини всім об'ємом тіла.

16. Осмоз – дифузія якоїсь речовини через напівпроникну перегородку. Так працюють клітини рослинного та тваринного світу. Величина осмотичного тиску в рослинах може досягати 10 атм. Осмотичний тиск крові людини – 8 атм. Явище зворотного осмосу використовується для очищення забрудненої води.

17. Гідравлічний удар – при швидкому перекритті трубопроводу з рухомою рідиною виникає різке підвищення тиску, який розподіляє пружні стискування по трубопроводу проти течії рідини. Ці хвилі набувають великої енергії, викликають явище гідравлічного удару. За гідравлічним ударом настає удар кавітаційний – за фронтом ударної хвилі надходять хвилі пониженого тиску. Так, згідно авт. свідоцтву № 443663 – з метою розм'якшення і прискорення вологонасичення при приготуванні грубих кормів обробку здійснюють в кавітаційному режимі.

18. Механічні коливання – це процеси, які точно повторюються через деякі проміжки часу. Розділяються на вільні (власні) і вимушені коливання.

Вільні – це коливання, які здійснюються самою технічною системою. Вільні коливання через безперервні витрати енергії з часом затухають.

Вимушені коливання під дією зовнішніх сил призводять до інтенсифікації різних технологічних процесів. При цьому іноді виникає явище резонансу – різкого зростання амплітуди вимушених коливань, яке настає при наближенні власних і вимушених частот системи.

19. Одним із видів коливань є акустичні – поздовжні коливання часток середовища, в якому поширюється звукова хвиля. Акустичні коливання використовують для інтенсифікації різних технологічних процесів.

20. Ультразвук – поздовжні коливання в газах, рідинах, тілах в діапазоні 20000 Гц. Ультразвук може покращувати процес пластичної деформації, змінювати в'язкість, температуру, дифузійні процеси.

Нижче приведені деякі інші ефекти та явища, які можна використати при вдосконаленні систем:

- теплове розширення тіл;
- термоелектричні явища;
- зміна електричних, магнітних властивостей тіл;
- фазові переходи;
- електромагнітна індукція;
- відбиття, випромінювання світла;
- фотоефект;
- рентгенівське, радіоактивне випромінювання;
- електричні розряди;
- магнітне поле;
- феромагнетики;
- передача тиску через рідину або газу;
- капілярність;
- електричне поле;
- електро- і магнітосепарація;
- гігроскопічний ефект;
- реактивний рух;
- використання вибухових речовин;

- незносне тертя;
- електрогідравлічний ефект;
- резонанс;
- ефект “пам’яті форми”;
- магніто- та електрострикція;
- п’єзоелектричний ефект;
- зміна властивостей рідини під дією електричних та магнітних полів;
- ультрафіолетове випромінювання;
- оптико-акустичний ефект;
- люмінісценція;
- зміна електропровідності середовища;
- переломлення та відбиття світла;
- розчинність речовин;
- хімічні реакції окислення та відновлення;
- акумулювання холоду, тепла;
- металізація неметалічних речовин;
- інфрачервоне випромінювання;
- гідродинаміка потоків.

### **Порядок виконання роботи**

1. Ознайомитись з теоретичними даними.
2. Згідно завданню вибрати 4 варіанти вказаних ефектів та використати їх для вдосконалення заданої в роботі № 1 системи або покращення її роботи.

### **Рекомендована література:**

1. Основи технічної творчості : Електронний підручник / І.В. Тринів, В.Р. Пазюк, І.М. Романків та ін. ДУ «Науково-методичний центр вищої та фахової передвищої освіти», 2019.
2. Створення та вдосконалення технічних систем : конспект лекцій / укладач С. В. Сапожніков. Суми : Сумський державний університет, 2019. 148 с.
3. Теорія технічних систем: особливості побудови створення та розвитку : навчальний посібник / Володимир Крупа. Тернопіль : Осадца Ю.В., 2023. 308 с.

## Практична робота №8

### Транспортна задача. Метод потенціалів

**Мета роботи:** отримати навички розв'язку аграрно-математичних задач транспортного типу методом потенціалів

#### Теоретичні відомості

Транспортна задача є типовою задачею лінійного програмування, отже, її розв'язок можна отримати звичайним симплексним методом. Однак, у деяких випадках застосування універсальних алгоритмів є нераціональним.

Специфічна структура транспортної задачі дає змогу отримати альтернативний метод відшукування оптимального плану у вигляді простішої у порівнянні з симплексним методом обчислювальної процедури. Транспортна задача належить до типу розподільчих задач лінійного програмування.

#### Постановка транспортної задачі

Класична транспортна задача лінійного програмування формулюється так: деякий однорідний продукт, що знаходиться у  $m$  постачальників  $A_i$  в обсягах  $a_1, a_2, \dots, a_m$  одиниць відповідно необхідно перевезти  $n$  споживачам  $B_j$  в обсягах  $b_1, b_2, \dots, b_n$  одиниць. При цьому виконується умова, що загальний наявний обсяг продукції у постачальників дорівнює загальному попиту всіх споживачів. Відомі вартості  $c_{ij}$  перевезень одиниці продукції від кожного  $A_i$ -го постачальника до кожного  $B_j$ -го споживача, що подані як елементи матриці виду:

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити план перевезень, за якого вся продукція була б вивезена від постачальників, повністю

задоволені потреби споживачів і загальна вартість всіх перевезень була б мінімальною.

*Задача 1*

В господарстві на 4-х полях планується збір сіна, яке необхідно перевезти в сховища 5-ти тваринницьких ферм.

Таблиця 8.1

Очікуваний збір сіна, т

| Номер варіанту | Поля |     |     |     |
|----------------|------|-----|-----|-----|
|                | 1    | 2   | 3   | 4   |
| 01             | 800  | 480 | 620 | 180 |
| 02             | 860  | 510 | 580 | 420 |
| 03             | 840  | 500 | 380 | 140 |
| 04             | 840  | 610 | 425 | 480 |
| 05             | 760  | 560 | 510 | 560 |
| 06             | 480  | 350 | 400 | 600 |
| 07             | 700  | 470 | 470 | 240 |
| 08             | 740  | 520 | 510 | 550 |
| 09             | 855  | 710 | 490 | 280 |
| 10             | 790  | 520 | 360 | 415 |
| 11             | 860  | 585 | 400 | 380 |
| 12             | 790  | 630 | 600 | 445 |
| 13             | 790  | 580 | 500 | 260 |
| 14             | 500  | 350 | 260 | 290 |
| 15             | 760  | 500 | 280 | 320 |
| 16             | 960  | 520 | 640 | 300 |

Потреба в сіні на тваринницьких фермах, т

| Ферма |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| 1     | 2   | 3   | 4   | 5   |
| 520   | 700 | 360 | 480 | 160 |

Витрати на перевезення 1т сіна до ферми, тис.грн.

| Поля | Ферми |   |   |   |   |
|------|-------|---|---|---|---|
|      | 1     | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1    | 8     | 7 | 6 | 9 | 3 |
| 2    | 6     | 8 | 9 | 5 | 7 |
| 3    | 3     | 2 | 6 | 6 | 4 |
| 4    | 6     | 8 | 7 | 9 | 8 |

Критерій оптимальності – мінімум витрат на перевезення сіна з полів на ферми.

У такій постановці задачі ефективність плану перевезень визначається його вартістю і така задача має назву транспортної задачі за критерієм вартості перевезень.

Запишемо її математичну модель. Позначимо через  $x_{ij}$  обсяг продукції, що перевозиться від  $A_i$  постачальника до  $B_j$  споживача ( $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$ ). Тоді всі задачі зручно подати у вигляді такої таблиці:

Таблиця 8.2

|               |       |                      |                      |     |                      |
|---------------|-------|----------------------|----------------------|-----|----------------------|
| Споживачі     |       | $B_1$                | $B_2$                | ... | $B_n$                |
|               |       | $b_1$                | $b_2$                | ... | $b_n$                |
| Постачальники |       |                      |                      |     |                      |
| $A_1$         | $a_1$ | $c_{11}$<br>$x_{11}$ | $c_{12}$<br>$x_{12}$ | ... | $c_{1n}$<br>$x_{1n}$ |
| $A_2$         | $a_2$ | $c_{21}$<br>$x_{21}$ | $c_{22}$<br>$x_{22}$ | ... | $c_{2n}$<br>$x_{2n}$ |
| ...           | ...   | ...                  | ...                  | ... | ...                  |
| $A_m$         | $a_m$ | $c_{m1}$<br>$x_{m1}$ | $c_{m2}$<br>$x_{m2}$ | ... | $c_{mn}$<br>$x_{mn}$ |

Мають виконуватися такі умови:

1) сумарний обсяг продукції, що вивозиться з кожного  $i$ -го пункту, має дорівнювати запасу продукції в даному пункті:

2)

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = a_1; \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = a_2; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = a_m; \end{cases}$$

3) сумарний обсяг продукції, що ввезений кожному  $j$ -му споживачеві, має дорівнювати його потребам:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = b_1; \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = b_2; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = b_n; \end{cases}$$

4) сумарна вартість всіх перевезень повинна бути мінімальною:

$$\begin{aligned} \min F = & c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + \\ & + c_{22}x_{22} + c_{22}x_{22} + \dots + c_{2n}x_{2n} + \\ & + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \dots + c_{mn}x_{mn}. \end{aligned}$$

Очевидно, що

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}.$$

У скороченій формі запису математична модель транспортної задачі за критерієм вартості перевезень має такий вигляд:

$$\min F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (8.1)$$

за обмежень:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = \overline{1, m}); \quad (8.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = \overline{1, n}); \quad (8.3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}). \quad (8.4)$$

У розглянутій задачі має виконуватися умова:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (8.5)$$

Транспортну задачу називають збалансованою, або закритою, якщо виконується умова (8.5). Якщо ж така умова не виконується, то транспортну задачу називають незбалансованою, або відкритою.

Домовимося планом транспортної задачі називати будь-який невід'ємний розв'язок системи обмежень (8.2) – (8.4), який позначають матрицею  $X = x_{ij}$  ( $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ). Значення

невідомих величин  $x_{ij}$  – обсяги продукції, що мають бути перевезені від  $i$ -х постачальників до  $j$ -х споживачів, називатимемо перевезеннями.

Оптимальним планом транспортної задачі називають матрицю  $X^* = x_{ij}^*$  ( $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ), яка задовольняє умові задачі, і для якої цільова функція (8.1) набирає найменшого значення.

Умова існування розв'язку транспортної задачі: необхідною і достатньою умовою існування розв'язку транспортної задачі (8.1) – (8.4) є її збалансованість:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (8.6)$$

Якщо при перевірці збалансованості (8.5) виявилось, що транспортна задача є відкритою, то її необхідно звести до закритого типу. Це здійснюється введенням фіктивного (умовного) постачальника  $a_{m+1}$  у разі перевищення загального попиту над запасами із обсягом ресурсу

$$\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i = a_{m+1} \quad (8.7)$$

Якщо ж загальні запаси постачальників перевищують попит споживачів, то до закритого типу задача зводиться введенням фіктивного (умовного) споживача  $b_{n+1}$  з потребою

$$\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j = b_{n+1} \quad (8.8)$$

Вартість перевезення одиниці продукції від фіктивного постачальника  $a_{m+1}$  (або фіктивного споживача  $b_{n+1}$ ) до кожного зі споживачів (виробників) має дорівнювати нулю або бути набагато більшою за реальні витрати  $c_{ij}$  ( $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ). Як правило, у такому разі використовують нульові значення вартостей перевезень, що дає змогу спростити обчислення.

Як згадувалося вище, транспортна задача (8.1) – (8.4) є звичайною задачею лінійного програмування і може бути розв'язана симплексним методом, однак особливості побудови математичної моделі транспортної задачі дають змогу розв'язати

її простіше. Легко помітити, що всі коефіцієнти при змінних у рівняннях (8.2), (8.3) дорівнюють одиниці, а сама система обмежень (8.2), (8.3) задана в канонічній формі. Крім того, система обмежень (8.2), (8.3) складається з  $mn$  невідомих та  $m+n$  рівнянь, які пов'язані між собою співвідношенням (8.8). Якщо додати відповідно праві та ліві частини систем рівнянь (8.2) та (8.3), то отримаємо два однакових рівняння:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j; \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m a_i. \quad (8.9)$$

Наявність у системі обмежень двох однакових рівнянь свідчить про її лінійну залежність. Якщо одне з цих рівнянь відкинути, то в загальному випадку система обмежень буде містити  $m+n-1$  лінійно незалежне рівняння, отже, їх можна розв'язати відносно  $m+n-1$  базисних змінних. Назвемо опорним планом транспортної задачі такий допустимий її план, що містить не більш ніж  $m+n-1$  додатних компонент, а всі інші його компоненти дорівнюють нулю. Такий план є не виродженим. Якщо ж кількість базисних змінних менша ніж  $m+n-1$ , то маємо вироджений опорний план.

### **Методи побудови опорного плану транспортної задачі**

Як і в звичайному симплексному методі, розв'язування транспортної задачі полягає в цілеспрямованому переборі та перевірці на оптимальність опорних планів. Початком такого ітераційного процесу є побудова першого опорного плану.

Розглянемо методи північно-західного кута, мінімальної вартості, подвійної переваги та метод апроксимації Фогеля. Побудову опорного плану зручно подавати у вигляді таблиці, в якій постачальники продукції відповідають рядкам, а споживачі – стовпчикам.

Нехай умови конкретної транспортної задачі і подані в табл. 8.2.

Ідея методу північно-західного кута полягає в тому, що заповнення таблиці починають, не враховуючи вартостей переведень, з лівого верхнього (північно-західного) кута. У клітину записують менше з двох чисел  $a_1$  та  $b_1$ .

Далі переходять до наступної клітини в цьому ж рядку або у стовпчику і заповнюють її, і т. д. Закінчують заповнення таблиці у правій нижній клітинці. У такий спосіб значення поставок будуть розташовані по діагоналі таблиці. Розглянемо цей процес детальніше на прикладі.

Спочатку, не враховуючи вартості перевезень, завжди задовольняють потреби першого споживача  $B_1$ , використовуючи запаси першого постачальника  $A_1$ . У нашому прикладі (табл. 8.2) потреби споживача  $B_1$  становлять  $b_1 = 110$ , а запаси постачальника –  $a_1 = 150$  одиниць (тобто із запасів першого постачальника можна повністю задовольнити потреби першого споживача), тому в клітинку  $A_1B_1$  записуємо менше із значень  $a_1, b_1$ , тобто 110. Тепер потреби першого споживача повністю задоволені, і переходимо до задоволення потреб наступного (другого) споживача  $B_2$ . Обсяг його потреб  $b_2 = 50$ . Після задоволення потреб першого споживача залишок запасів першого постачальника становить  $150 - 110 = 40$ . Отже, від першого виробника другому споживачеві можна перевезти лише 40 одиниць продукції, тому в клітинку  $A_1B_2$  записуємо число 40. Після цього, оскільки запаси першого постачальника повністю вичерпані, переходимо до використання запасів наступного постачальника  $A_2$ .

Його запаси  $a_2 = 60$ , а незадоволені потреби другого споживача  $50 - 40 = 10$ , тому в клітинку  $A_2B_2$  записуємо число 10, і другий споживач у такий спосіб також повністю отримав необхідну кількість продукції. Переходимо до вдоволення потреб наступного споживача  $B_3$ . У результаті часткового використання запасів другого постачальника його залишок продукції становить  $60 - 10 = 50$ . Отже, від другого виробника до третього споживача можна перевезти 50 одиниць продукції. Клітинка  $A_2B_3$  міститиме зазначене число 50, і цим запаси постачальника  $A_2$  будуть повністю вичерпані. Переходимо до розподілу запасів останнього (третього) постачальника  $A_3$ . Залишилися незадоволеними потреби третього споживача в обсязі  $60 - 50 = 10$ . Для їх задоволення скористаємося запасами постачальника  $A_3$ . У клітинку  $A_3B_3$  записуємо число 10, і

потреби споживача  $B_3$  також повністю задоволені. Переходимо до останнього споживача  $B_4$  з потребами  $b_4 = 80$ , які повністю задовольняються за рахунок залишку запасів третього постачальника:  $90 - 10 = 80$ .

Таблиця 8.2

| Постачальники | 3<br><br>Запаси | Споживачі   |            |            |            |
|---------------|-----------------|-------------|------------|------------|------------|
|               |                 | $B_1$       | $B_2$      | $B_3$      | $B_4$      |
|               |                 | Потреби     |            |            |            |
|               |                 | $b_1 = 110$ | $b_2 = 50$ | $b_3 = 60$ | $b_4 = 80$ |
| $A_1$         | $a_1 = 150$     | 4<br>110    | 4<br>40    | 2          | 5          |
| $A_2$         | $a_2 = 60$      | 5           | 3<br>10    | 1<br>50    | 2          |
| $A_3$         | $a_3 = 90$      | 2           | 1          | 4<br>10    | 2<br>80    |

Отже, в табл. 8.2 у заповнених клітинках знаходяться числа, що означають можливий план перевезень продукції. Сума чисел (перевезень) по рядках дорівнює обсягам запасів постачальників, а сума чисел по стовпцях – обсягам потреб відповідних споживачів.

Аналогічний результат можна отримати, якщо почати з правого нижнього кута таблиці, рухаючись до лівого верхнього. Процедуру методу можна застосовувати також, починаючи розподіл поставок з лівого нижнього кута і рухаючись до правого верхнього по діагоналі. В такому разі спосіб розподілу перевезень можна було б назвати методом південно-західного кута, тому цей метод ще називають діагональним. Метод північно-західного кута є найпростішим, однак і найменш ефективним. Процес відшукування оптимального плану після початкового опорного, який визначений методом північно-західного кута, пов'язаний зі значним обсягом обчислювальних робіт, тому його реалізують на ЕОМ.

Визначимо загальну вартість перевезень згідно з початковим опорним планом. Від першого постачальника до

першого споживача необхідно перевезти 110 одиниць продукції за ціною 4 ум. од. (ціна записана в правому верхньому куті кожної клітини), отже, це коштуватиме  $110 \cdot 4 = 440$  ум. од.

Крім того, необхідно перевезти від першого постачальника 40 одиниць продукції до другого споживача за ціною 4 ум. од. і т. д. У такий спосіб визначимо загальну вартість усіх перевезень:

$$F = 110 \cdot 4 + 40 \cdot 4 + 10 \cdot 3 + 50 \cdot 1 + 10 \cdot 4 + 80 \cdot 2 = 880 \text{ (ум. од.)}.$$

Згідно теореми, яку ми приймемо без доведення: опорний план транспортної задачі, який знайдений методом північно-західного кута, завжди ациклічний.

Наведені властивості опорних планів стосуються і тих планів, що отримані розглянутими нижче іншими способами, які певною мірою є модифікаціями методу північно-західного кута.

Очевидно, якщо за побудови опорного плану враховувати вартості перевезень, то сумарна вартість всіх поставок може бути зменшена, і отриманий опорний план буде ближчим до оптимального.

Ідея **методу мінімальної вартості** полягає в тому, що на кожному кроці заповнюють клітинку таблиці, яка має найменшу вартість перевезення одиниці продукції. Такі дії повторюють доти, доки не буде розподілено всю продукцію між постачальниками та споживачами.

Складемо за допомогою цього методу план розглянутої задачі (табл. 8.3).

Найменшу вартість мають перевезення, які здійснюються від  $A_2$  до  $B_3$  та від  $A_3$ , до  $B_2$  (ціна перевезення одиниці продукції – 1 ум. од.).

Заповнимо будь-яку з них, наприклад,  $A_2B_3$ . Оскільки постачальник має 60 одиниць продукції, а споживач потребує саме такої її кількості, то в клітинку  $A_2B_3$  ставимо значення 60. У такий спосіб запаси другого постачальника повністю вичерпані, а потреби третього споживача повністю задоволені. Також

мінімальною є вартість перевезень від третього постачальника до другого споживача, тому заповнимо також клітину  $A_3B_2$ .

З клітинок таблиці, що залишилися незаповненими, вибираємо наступне мінімальне значення вартості перевезень, яке дорівнює 2 ум. од. – для клітин  $A_1B_3$ ,  $A_2B_4$ ,  $A_3B_1$  та  $A_3B_4$ . Заповнення клітин  $A_2B_4$  та  $A_1B_3$  неможливе, оскільки постачальник  $A_2$  вже повністю вичерпав власний обсяг запасів, задовольняючи потреби споживача  $B_3$ , а споживач  $B_3$  повністю задовольнив свої потреби. Отже, можна заповнити тільки клітину  $A_3B_1$  чи  $A_3B_4$ .

Заповнимо  $A_3B_1$ . Обсяг запасів  $a_3 = 90$ , причому 50 одиниць продукції вже надано другому споживачеві. Отже, маємо залишок  $90 - 50 = 40$ , а потреби  $b_1 = 110$ , тому від третього постачальника до першого споживача плануємо перевезти 40 одиниць продукції. Тепер у клітину  $A_3B_4$  не можна записати будь-який обсяг постачання, оскільки запаси третього постачальника вже повністю вичерпані.

Знову вибираємо найменшу вартість для клітин таблиці, що залишилися пустими, і продовжуємо процес доти, поки всі запаси не будуть розподілені, а потреби – задоволені.

Таблиця 8.3

| $a_i \backslash b_j$ | $b_1=110$ | $b_2=50$ | $b_3=60$ | $b_4=80$ |
|----------------------|-----------|----------|----------|----------|
| $a_1=150$            | 4<br>70   | 4        | 2        | 5<br>80  |
| $a_2=60$             | 5         | 3        | 1<br>60  | 2        |
| $a_3=90$             | 2<br>40   | 1<br>50  | 4        | 2        |

В результаті таких міркувань отримали початковий опорний план, загальна вартість перевезень для якого становить:

$$F = 70 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 60 \cdot 1 + 50 \cdot 1 + 40 \cdot 2 = 870 \text{ (ум. од.)}$$

Значення цільової функції менше за попередній варіант, значить цей план ближчий до оптимального.

**Метод подвійної переваги.** Якщо розмірність задачі досить велика, то перебір за методом мінімальної вартості ускладнюється. В такому випадку для спрощення пошуку клітин з найменшими вартостями застосовують метод подвійної переваги.

Таблиця 8.4

| $a_i \backslash b_j$ | $b_1=110$ | $b_2=50$ | $b_3=60$ | $b_4=80$ |
|----------------------|-----------|----------|----------|----------|
| $a_1=150$            | 4         | 4        | V2       | 5        |
| $a_2=60$             | 5         | 3        | VV1      | V2       |
| $a_3=90$             | V2        | VV1      | 4        | V2       |
|                      | 110       | 50       | 60       | 40       |

Згідно з процедурою цього методу перед початком заповнення таблиці необхідно позначити будь-якими символами клітинки, які містять найменшу вартість у рядках, а потім – у стовпчиках. Таблицю починають заповнювати з клітинок, позначених двічі (які містять вартості, що є мінімальними і в рядку, і в стовпчику). Далі заповнюють клітинки, позначені один раз (що містять мінімальні вартості або в рядку, або в стовпчику), а вже потім – за методом мінімальної вартості.

$$F = 110 \cdot 4 + 40 \cdot 5 + 60 \cdot 1 + 50 \cdot 1 + 40 \cdot 2 = 830 \text{ (ум. од.)}$$

Застосування для побудови опорного плану даного методу дає можливість отримання найменшого значення цільової функції в порівнянні з розглянутими вище методами. Отже, такий план є найближчим до оптимального.

### **Випадок виродження опорного плану транспортної задачі**

Опорний план транспортної задачі, як зазначалося раніше, має містити не більше ніж  $(m + n - 1)$  відмінних від нуля компонентів. Якщо їх кількість дорівнює  $(m + n - 1)$ , то такий опорний план називають невиродженим. Якщо ж кількість додатних компонент менша ніж  $(m + n - 1)$ , то опорний план є виродженим. Вироджений план може виникати не лише за

побудови опорного плану, але і при його перетвореннях у процесі знаходження оптимального плану.

Найчастіше, щоб позбутися виродженості опорного плану, в деякі клітини таблиці транспортної задачі в необхідній кількості вводять нульові постачання. Обсяги запасів постачальників і потреби споживачів після цього не змінюються, однак клітини зі значенням «нуль» вважаються заповненими.

### **Приклади розв'язування транспортних задач методом потенціалів**

**Приклад 1.** Компанія контролює три фабрики  $A_1, A_2, A_3$ , які здатні виготовляти відповідно 150, 60 та 80 тис. од. продукції щотижня. Вона уклала договір із чотирма замовниками  $B_1, B_2, B_3, B_4$ , яким потрібно щотижня доставляти відповідно 110, 40, 60 та 80 тис. од. продукції. Вартість транспортування 1000 од. продукції замовникам з кожної фабрики наведена в табл. 8.5.

Таблиця 8.5

| Фабрика | Вартість транспортування 1000 од продукції замовнику |    |    |    |
|---------|------------------------------------------------------|----|----|----|
|         | B1                                                   | B2 | B3 | B4 |
| A1      | 4                                                    | 4  | 2  | 5  |
| A2      | 5                                                    | 3  | 1  | 2  |
| A3      | 2                                                    | 1  | 4  | 2  |

Визначити оптимальний план перевезень продукції від кожної фабрики до замовників, що мінімізує загальну вартість транспортних послуг.

Побудова математичної моделі. Нехай  $x_{ij}$  – кількість продукції, що перевозиться з  $i$ -ї фабрики до  $j$ -го замовника ( $i = \overline{1,3}$ ,  $j = \overline{1,4}$ ). Оскільки транспортна задача за умовою є збалансованою, закритою

$$\left( \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j = 290 \right),$$

то математична модель задачі матиме вигляд:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 150; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 60; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 80. \end{cases}$$

Економічний зміст записаних обмежень полягає в тому, що вся вироблена на фабриках продукція має вивозитися до замовників повністю.

Аналогічні обмеження можна записати відносно замовників: продукція, що може надходити до споживача від трьох фабрик, має повністю задовольняти його попит. Математично це записується так:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 110; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 60; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 80. \end{cases}$$

Загальні витрати, пов'язані з транспортуванням продукції, визначаються як сума добутоків обсягів перевезеної продукції на вартості транспортування 1000 од. продукції до відповідного замовника і за умовою задачі мають бути мінімальними. Тому формально це можна записати так :

$$\min Z = 4x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 5x_{14} + 5x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 2x_{24} + 2x_{31} + x_{32} + 4x_{33} + 2x_{34}.$$

Загалом математична модель сформульованої задачі має вигляд:

$$\min Z = 4x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 5x_{14} + 5x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 2x_{24} + 2x_{31} + x_{32} + 4x_{33} + 2x_{34},$$

за умов:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 150; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 60; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 80. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 110; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 60; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 80. \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1,3}; \quad j = \overline{1,4}.$$

*Розв'язання.* Запишемо умови задачі у вигляді транспортної таблиці (табл. 8.6) та складемо її перший опорний план у цій таблиці методом мінімальної вартості.

Загальна вартість перевезень продукції згідно з першим опорним планом визначається у такий спосіб:

$$Z_1 = 4 \cdot 110 + 5 \cdot 40 + 1 \cdot 60 + 1 \cdot 40 + 2 \cdot 40 = 820 \text{ (ум. од.)}.$$

Перший опорний план транспортної задачі вироджений, оскільки кількість заповнених клітинок у таблиці дорівнює п'яти, а  $m + n - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$ .

Таблиця 8.6

| A <sub>i</sub>       | B <sub>i</sub>       |                     |                     |                     | u <sub>i</sub>     |
|----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
|                      | b <sub>1</sub> = 110 | b <sub>2</sub> = 40 | b <sub>3</sub> = 60 | b <sub>4</sub> = 80 |                    |
| a <sub>1</sub> = 150 | 4<br>110             | 4                   | 2<br>2              | 5<br>40             | u <sub>1</sub> = 5 |
| a <sub>2</sub> = 60  | 5                    | 3                   | 1<br>60             | 2<br>0              | u <sub>2</sub> = 2 |
| a <sub>3</sub> = 80  | 2                    | 1<br>40             | 4                   | 2<br>40             | u <sub>3</sub> = 2 |
| v <sub>j</sub>       | v <sub>1</sub> = -1  | v <sub>2</sub> = -1 | v <sub>3</sub> = -1 | v <sub>4</sub> = 0  |                    |

Для дальшого розв'язування задачі необхідно в одну з порожніх клітинок записати «нульове перевезення» так, щоб не порушити опорності плану, тобто можна зайняти будь-яку пусту клітинку, яка не утворює замкнутого циклу із заповненими клітинами. Наприклад, заповнимо нулем клітинку A<sub>2</sub>B<sub>4</sub>. Тепер

перший план транспортної задачі є не виродженим, і його можна перевірити на оптимальність методом потенціалів.

На основі першої умови оптимальності  $u_i + v_j = c_{ij}$  складемо систему рівнянь (для заповнених клітин таблиці) для визначення потенціалів першого опорного плану:

$$\begin{cases} u_1 + v_1 = 4; \\ u_1 + v_4 = 5; \\ u_2 + v_3 = 1; \\ u_2 + v_4 = 2; \\ u_3 + v_2 = 1; \\ u_3 + v_4 = 2. \end{cases}$$

Записана система рівнянь є невизначеною, і один з її розв'язків дістанемо, узявши, наприклад,  $v_4 = 0$ . Тоді всі інші потенціали однозначно визначаються з цієї системи рівнянь:

$$u_1 = 5; u_2 = 2; u_3 = 2; v_1 = -1; v_2 = -1; v_3 = -1.$$

Ці значення потенціалів першого опорного плану запишемо у транспортну таблицю.

Потім згідно з алгоритмом методу потенціалів перевіряємо виконання другої умови оптимальності

$$u_i + v_j \leq c_{ij} \text{ (для порожніх клітинок таблиці):}$$

$$A_1B_2 : u_1 + v_2 = 5 + (-1) = 4 = 4;$$

$$A_1B_3 : u_1 + v_3 = 5 + (-1) = 4 > 2;$$

$$A_2B_1 : u_2 + v_1 = 2 + (-1) = 1 < 5;$$

$$A_2B_2 : u_2 + v_2 = 2 + (-1) = 1 < 3;$$

$$A_3B_1 : u_3 + v_1 = 2 + (-1) = 1 < 2;$$

$$A_3B_3 : u_3 + v_3 = 2 + (-1) = 1 < 4.$$

Умова оптимальності не виконується для клітинки  $A_1B_3$ .

Порушення

$$\Delta_{13} = u_1 + v_3 - c_{13} = 4 - 2 = 2$$

записуємо в лівому нижньому кутку відповідної клітинки.

Отже, перший опорний план транспортної задачі неоптимальний. Тому від нього необхідно перейти до другого плану, змінивши співвідношення заповнених і порожніх клітинок таблиці.

Потрібно заповнити клітинку  $A_1B_3$ , в якій є єдине порушення умови оптимальності. Ставимо в ній знак «+». Для визначення клітинки, що звільняється, будуємо цикл, починаючи з клітинки  $A_1B_3$ , та позначаємо вершини циклу по чергово знаками «-» і «+».

Тепер необхідно перемістити продукцію в межах побудованого циклу.

Для цього у порожню клітинку  $A_1B_3$  переносимо менше з чисел  $x_{ij}$ , які розміщені в клітинках зі знаком «-». Одночасно це саме число  $x_{ij}$  додаємо до відповідних чисел, що розміщені в клітинках зі знаком «+», та віднімаємо від чисел, що розміщені в клітинках позначених знаком «-».

У даному разі  $\min\{60, 40\} = 40$ , тобто  $\min x_{ij} = 40$ . Виконавши перерозподіл перевезень продукції згідно із записаними правилами, дістанемо такі нові значення: для клітинки  $A_1B_3 - 40$  од. продукції, а для  $A_2B_3 - (60 - 40) = 20$  од., а для  $A_2B_4 - (0 + 40) = 40$  од. Клітинка  $A_1B_4$  звільняється і в новій таблиці буде порожньою. Усі інші заповнені клітинки першої таблиці, які не входили до циклу, переписуємо у другу таблицю без змін. Кількість заповнених клітинок у новій таблиці також має відповідати умові невиродженості плану, тобто дорівнювати  $(m + n - 1)$ .

Отже, другий опорний план транспортної задачі матиме такий вигляд (табл. 8.7):

Таблиця 8.7

| $A_i$       | $B_i$       |            |            |            | $u_i$      |
|-------------|-------------|------------|------------|------------|------------|
|             | $b_1 = 110$ | $b_2 = 40$ | $b_3 = 60$ | $b_4 = 80$ |            |
| $a_1 = 150$ | 4<br>110 -  | 4          | 2<br>40 +  | 5          | $u_1 = 0$  |
| $a_2 = 60$  | 5           | 3          | 1<br>20 -  | 2<br>40 +  | $u_2 = -1$ |
| $a_3 = 80$  | 2<br>1 +    | 1<br>40    | 4          | 2 -        | $u_3 = -1$ |
| $v_j$       | $v_1 = 4$   | $v_2 = -2$ | $v_3 = 2$  | $v_4 = 3$  |            |

Розрахуємо значення цільової функції відповідно до другого опорного плану задачі:

$$Z_2 = 4 \cdot 110 + 2 \cdot 40 + 1 \cdot 20 + 2 \cdot 40 + 1 \cdot 40 + 2 \cdot 40 = 740 \text{ (ум. од.)}$$

Новий план знову перевіряємо на оптимальність, тобто повторюємо описані раніше дії.

Другий опорний план транспортної задачі також неоптимальний (має місце порушення для клітинки  $A_3B_1$ ).

За допомогою побудованого циклу, виконавши перехід до третього опорного плану транспортної задачі, отримуємо табл. 8.8.

Визначимо загальну вартість витрат на транспортування продукції згідно з третім опорним планом:

$$Z_3 = 4 \cdot 90 + 2 \cdot 60 + 2 \cdot 60 + 2 \cdot 20 + 1 \cdot 40 + 2 \cdot 20 = 720 \text{ (ум. од.)}$$

Перевірка останнього плану на оптимальність за допомогою методу потенціалів показує, що він оптимальний. Тому:

$$X^* = \begin{pmatrix} 90 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 \\ 20 & 40 & 0 & 20 \end{pmatrix}.$$

Таблиця 8.8

| A <sub>i</sub>       | B <sub>i</sub>       |                     |                     |                     | u <sub>i</sub>     |
|----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
|                      | b <sub>1</sub> = 110 | b <sub>2</sub> = 40 | b <sub>3</sub> = 60 | b <sub>4</sub> = 80 |                    |
| a <sub>1</sub> = 150 | 4<br>90              | 4                   | 2<br>60             | 5                   | u <sub>1</sub> = 2 |
| a <sub>2</sub> = 60  | 5                    | 3                   | 1                   | 2<br>60             | u <sub>2</sub> = 0 |
| a <sub>3</sub> = 80  | 2<br>20              | 1<br>40             | 4                   | 2<br>20             | u <sub>3</sub> = 0 |
| v <sub>j</sub>       | v <sub>1</sub> = 2   | v <sub>2</sub> = 1  | v <sub>3</sub> = 0  | v <sub>4</sub> = 2  |                    |

За оптимальним планом перевезень перший замовник отримує 90 тис. од. продукції з першої фабрики та 20 тис. од. – з третьої. Другий споживач задовольняє свій попит за рахунок виробництва та перевезення 40 тис. од. продукції з третьої фабрики і т. д. При цьому загальна вартість перевезень всієї продукції є найменшою і становить 720 ум. од.

### Порядок виконання роботи:

Для кожної з наведених у табл. 8.1 умов задач виконати такі дії:

1. Постановка задачі.
2. Побудова числової моделі задачі.
3. Розв'язок задачі.
4. Аналіз результатів розв'язку задачі.
5. Знайти розв'язок задачі в електронних таблицях Excel.

### Рекомендована література:

1. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій : підручник : 4-те вид., перероб. і допов. Київ, 2000. 688 с.

2. Інформатика. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Запоріжжя : Прем'єр, 2003. 304 с.
3. Швець В., Флегантов Л., Овсієнко Ю. Програма навчальної дисципліни «Вища математика (за фаховим спрямуванням)» для підготовки бакалаврів напряму 6.090101 «Агрономія» у вищих навчальних закладах II–IV рівнів акредитації Міністерства аграрної політики України / Швець В. О., Флегантов Л. О., Овсієнко Ю. І. Київ : Аграрна освіта, 2008. 30 с.
4. Дослідження операцій : навчальний посібник / О.В. Меньшикова, О.Ю. Чмир, О.О. Карабин. Львів : ЛДУ БЖД, 2019. 196 с.
5. Козар Л. М. Методи транспортної логістики : навч. посіб. / Л. М. Козар, Є. В. Романович, Г. М. Афанасов. Харків : УкрДАЗТ, 2015. 174 с.
6. Сучасні транспортні технології на автомобільному транспорті: навчальний посібник для бакалаврату. Частина I. / В. Г. Загорянський, О. Л. Загорянська. Кременчук : Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського, 2024. 462 с.

## З М І С Т

| <b>№ роботи</b> | <b>Назва практичної роботи</b>                                        | <b>Сторінка</b> |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>1</b>        | <b>Опис системи на вербальному рівні</b>                              | <b>3</b>        |
| <b>2</b>        | <b>Метод морфологічного аналізу</b>                                   | <b>10</b>       |
| <b>3</b>        | <b>Застосування теорії ігор при вирішенні проблем агровиробництва</b> | <b>15</b>       |
| <b>4</b>        | <b>Метод експертних оцінок</b>                                        | <b>28</b>       |
| <b>5</b>        | <b>Типові прийоми усунення протиріч в технічних системах</b>          | <b>42</b>       |
| <b>6</b>        | <b>Речовинно-польовий аналіз систем</b>                               | <b>50</b>       |
| <b>7</b>        | <b>Використання фізичних ефектів та явищ при вдосконаленні систем</b> | <b>58</b>       |
| <b>8</b>        | <b>Транспортна задача. Метод потенціалів</b>                          | <b>66</b>       |

## Навчально-методичне видання

### ТЕОРІЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Методичні рекомендації до виконання практичних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за освітньо-професійною програмою «Агроінженерія» спеціальності Н7 «Агроінженерія»

**Укладачі:** Петренко Дмитро Іванович – канд. техн. наук, доц.  
Лещенко Сергій Миколайович – канд. техн. наук, доц.  
Васильковський Олексій Михайлович – канд. техн. наук, проф.  
Мороз Сергій Миколайович – канд. техн. наук, доц.