

## ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

УДК 621.81

DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5\(36\).1.135-143](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5(36).1.135-143)

Ю.А. Невдаха, доц., канд. техн. наук, В.О. Дубовик, доц., канд. техн. наук,  
В.В. Пукалов, доц., канд. техн. наук, Н.А. Невдаха, Д.В. Можейко  
Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький,  
Україна  
e-mail: uanevdakha@ukr.net

## Уточнений розрахунок котків фрикційних механізмів

Робота фрикційних механізмів заснована на використанні сил тертя, які виникають між його рухомими ланками. Оскільки фрикційні механізми працюють на основі використання сил тертя, то в першу чергу слід визначити величину нормального тиску між котками, необхідну для передачі заданого обертового моменту. Тому в роботі розглядаються і уточнюються кінематичні розрахунки, геометричні і силові параметри варіаторів. Виконується дослідження впливу силових параметрів на працездатність фрикційних передач різних типів та забезпечення їх довговічності. Пропонуються нові підходи до вирішення цих задач. Приводяться рекомендації щодо вибору матеріалів фрикційних котків.  
**фрикційні механізми, фрикційні передачі, варіатор, ролики, контактні напруження, міцність**

**Постановка проблеми.** Фрикційні передачі мають широке застосування у різноманітних механізмах, для передавання обертового моменту за рахунок сил тертя між котками. Теоретичні дослідження цих механізмів потребують свого вдосконалення у зв'язку із зростаючими вимогами працездатності до них і наявності нових матеріалів для елементів тертя поверхонь.

При розрахунку робочих поверхонь фрикційних котків конічної передачі не в повній мірі враховуються радіуси кривизни в середньому перерізі, а тому контактні напруження передачі будуть визначені з деякою похибкою, що впливає на розрахунок працездатності передачі, а отже при проектуванні фрикційних механізмів необхідно це враховувати.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз досліджень [1-5], і перегляд публікацій дозволив зробити висновок, що в цих роботах, розрахунки фрикційних передач за контактними напруженнями мають узагальнений вигляд для всіх типів передач (циліндричних, конічних, лобовій).

При перевірці довговічності робочих поверхонь фрикційних котків умовно вважають, що найбільш небезпечними при викришуванні, спрацюванні і задирах поверхонь є максимальні нормальні контактні напруження.

Крім того в розглянутих роботах при визначенні радіусів кривизни дотичних поверхонь конічних котків не приділена увага радіусам кривизни в середньому перерізі, а це впливає на вірність розрахунку контактних напружень передачі.

**Постановка завдання.** Метою роботи є дослідження процесів, які відбуваються при роботі фрикційних механізмів і вдосконалення розрахунків їх параметрів з урахуванням радіусів кривизни в середньому перерізі.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо фрикційні передачі, які забезпечують постійне передавальне число. На рис. 1 наведена кінематична схема фрикційного механізму з циліндричними котками.

Цей механізм служить для перетворення обертального руху між паралельними валами з постійним відношенням кутових швидкостей. На рис. 2 представлена кінематична схема фрикційного механізму з конічними котками призначеного для передачі обертального руху між осями що перетинаються.

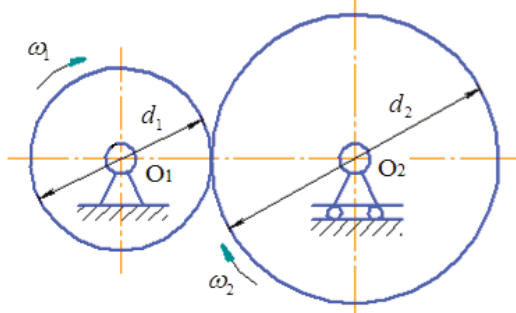


Рисунок 1 – Кінематична схема фрикційної передачі з циліндричними котками

Джерело: розроблено авторами

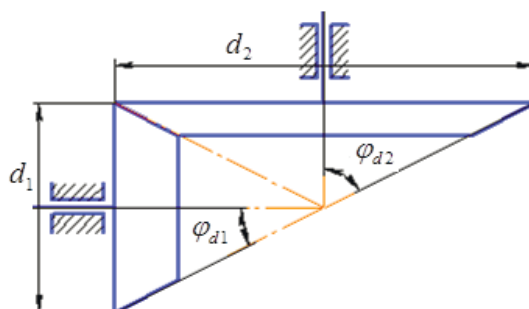


Рисунок 2 – Кінематична схема фрикційної передачі з конічними котками

Джерело: розроблено авторами

Для цієї ж мети може бути використана будь-яка передача (рис. 3), яка є найпростішим варіатором швидкості.

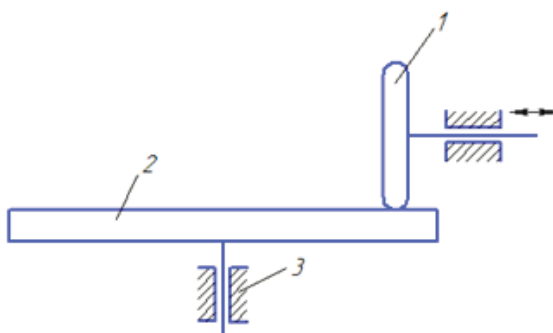


Рисунок 3 – Кінематична схема лобової передачі

Джерело: розроблено авторами

Переміщуючи ролик 1 уздовж своєї осі, можна змінювати не тільки величину, але і знак передавального відношення.

Виходячи з курсу дисципліни «Теорія машин та механізмів» визначено, що в якості профілів фрикційних котків слід брати центроїди для плоского механізму та аксоїди для просторового. Для постійного відношення кутових швидкостей центроїди

представляють собою кола діаметрів  $d_1$  і  $d_2$ , а аксоїди – є правильними конусами з кутами при вершинах  $2\varphi_{d_1}$  та  $2\varphi_{d_2}$ . Передавальне число для ідеального механізму, в якому відсутнє ковзання рухомих ланок, визначається за наступними формулами:

- для механізму з циліндричними котками [1 - 7]:

$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1 \cdot \eta} = \frac{d_2}{d_1}; \quad (1)$$

- для механізмів з конічними котками:

$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1 \cdot \eta} = \frac{\sin \varphi_{d_2}}{\sin \varphi_{d_1}} = \frac{d_2}{d_1}. \quad (2)$$

Однак в дійсності має місце пружне ковзання ланок фрикційної передачі, що, природно, позначиться на величині передавального числа. З метою врахування наявності ковзання ланок у вираз (1) і (2) вводять коефіцієнт  $\xi$ :

$$U = \frac{1}{1 - \xi} \cdot \frac{d_2}{d_1}, \quad (3)$$

де  $\xi$  – коефіцієнт відносного ковзання, величина якого знаходиться в межах 0,02...0,05.

Оскільки механізми що розглядаються працюють на основі використання сил тертя, то зрозуміло, що в першу чергу слід визначити величину нормального тиску між котками, необхідну для передачі заданого крутного моменту.

Розглянемо силові співвідношення у фрикційних передачах з циліндричними котками.

Якщо через  $F_t$  позначити колове зусилля (рис. 4), яке може викликати проковзування котків, а через  $F_s$  – силу тертя, що виникає в місці контакту котків, то умову надійної роботи фрикційної передачі може бути записано в наступному вигляді:

$$F_s \geq F_t = \frac{2T_2}{d_2}. \quad (4)$$

Вводячи коефіцієнт надійності  $\beta$ , можна від нерівності (4) перейти до рівняння [5 - 7]:

$$F_s = \beta \cdot F_t. \quad (5)$$

Середнє значення коефіцієнта  $\beta$  лежить в межах 1,25...1,5. Вибір цього коефіцієнта залежить від режиму і умов роботи передачі.

Так, наприклад, якщо розглядувана фрикційна передача застосовується в розрахунково-вирішальних механізмах, де помилка в передавальному числі істотно позначиться на результаті, вибирають коефіцієнт надійності значно що перевищує зазначені величини (до  $\beta = 3$ ).

Для того щоб забезпечити виконання рівності (фор. 4), в місці контакту котків необхідно створити нормальний тиск за рахунок притискання котків. Позначимо через  $Q$  силу натискання котків. Щоб ця сила була передана на другий фрикційний коток, необхідно одну з опор котків зробити рухомою [1-3]. Відомо що

$$F_s = f \cdot Q, \quad (6)$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання між фрикційними катками.

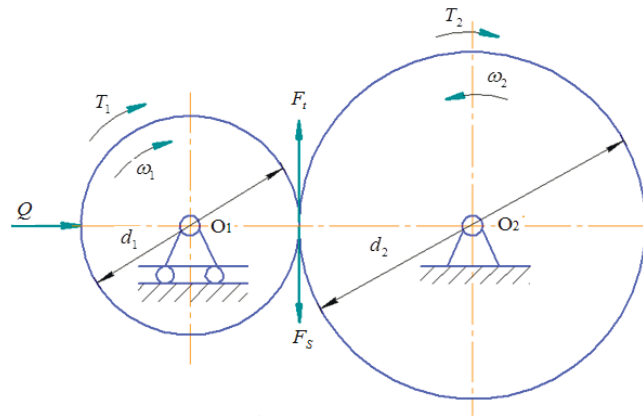


Рисунок 4 – Схема зусиль, що діють при роботі на котки фрикційної передачі  
Джерело: розроблено авторами

Підставляючи вираз для  $F_s$  в рівняння (фор. 5), легко знайти формулу для визначення зусилля притискання циліндричних фрикційних котків, а саме:

$$Q = \frac{\beta}{f} \cdot F_t. \quad (7)$$

Для випадку передачі з клиновими котками (рис. 5) в розрахункову формулу (7) замість  $f$  слід підставити коефіцієнт тертя клинового повзуна  $f_k$ , рівний  $\frac{f}{\sin \gamma}$ , де  $\gamma$  – половина кута клина. Величина кута  $\gamma$  вибирається зазвичай в межах  $120^\circ \dots 180^\circ$  [3 - 6]. При малих значеннях  $\gamma$  падає к.к.д. передачі і можливо навіть заклинювання.

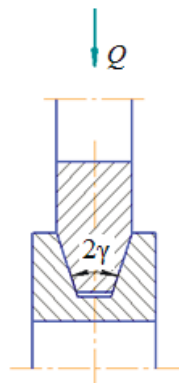


Рисунок 5 – Схема клинчастого котка  
Джерело: розроблено авторами

Фрикційна передача з конічними котками.

Умова надійної роботи розглядаємої передачі (рис. 6) також може бути записана в наступному вигляді:

$$F_s = \beta \cdot F_t, \quad (8)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт надійності.

В свою чергу,  $F_s = f \cdot N$ , де  $N$  – сила нормального тиску, який виникає між котками. Тоді

$$N = \frac{\beta}{f} \cdot F_t. \quad (9)$$

Нормальний тиск  $N$  в місці дотикання котків може бути створений за рахунок притискування одного з них. Якщо осьова сила, визиває необхідний нормальний тиск  $N$ , прикладена до котка 1, то її величина дорівнює

$$Q = N \cdot \sin \varphi_{d1} = \frac{\beta}{f} \cdot F_t \cdot \sin \varphi_{d1}. \quad (10)$$

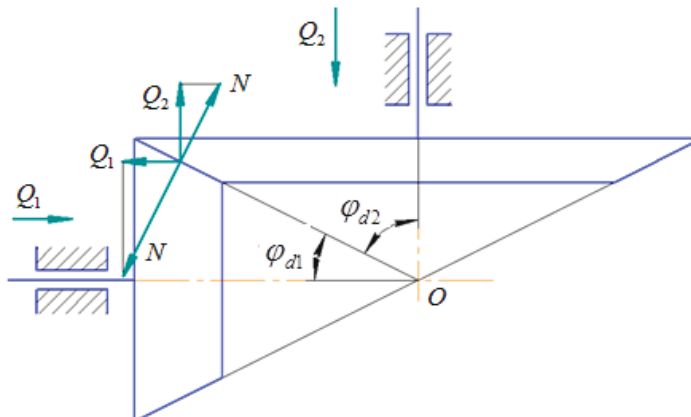


Рисунок 6 – До визначення зусиль притискування  
Джерело: розроблено авторами

Якщо осьова сила прикладена до котка 2 (рис. 6), тоді

$$Q = N \cdot \sin \varphi_{d2} = \frac{\beta}{f} \cdot F_t \cdot \sin \varphi_{d2}. \quad (11)$$

Якщо прийняти, що індекс 1 відноситься до меншого котка, то  $\varphi_{d1} < \varphi_{d2}$ , тоді відповідно  $Q_1 < Q_2$ , звідки видно, що вигідніше необхідний нормальний тиск створювати за рахунок підтискування меншого котка.

Значення коефіцієнта  $f$  вибирається в залежності від матеріалів фрикційних котків [5, 7] і умови роботи механізму в цілому.

Перевірка довговічності робочих поверхонь фрикційних котків.

На поверхні дотику фрикційних котків внаслідок наявності стискувочої сили виникають змінні за величиною контактні напруження, які і викликають руйнування (викришування) робочих поверхонь. Умовно вважають, що найбільш небезпечними з точки зору викришування є максимальні нормальні контактні напруження  $\sigma_{H \max}$ , які визначаються для випадку початкового лінійного контакту за формулою

$$\sigma_{H \max} = 0,418 \sqrt{F_n \cdot \frac{E_{np}}{\rho_{np}}}, \quad (12)$$

де  $F_n$  – погонне контактне навантаження тобто навантаження, яке припадає на одиницю довжини контактної лінії;

$$E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} \text{ – приведений модуль пружності;}$$

$E_1$  і  $E_2$  – модулі пружності матеріалів контактуючих тіл;

$\rho_{np}$  – приведений радіус кривизни.

Для фрикційної передачі нормальні контактні напруження  $\sigma_{H \max}$ , визначаємо

$$\sigma_{H \max} = 0,418 \sqrt{\frac{K_{\text{реж}} \cdot F_n \cdot E_{np}}{B \cdot \rho_{np}}} \quad (13)$$

Позначення величин, які входять до цієї формули

Нормальна сила  $F_n$  дорівнює  $Q_1$  для циліндричних котків і  $\frac{Q_1}{\sin \varphi_{d1}}$  для конічних котків. Через  $B$  позначена ширина котків (довжина контактної лінії).

Для циліндричних котків радіуси кривизни дотичних поверхонь дорівнюють  $\rho_1 = \frac{d_1}{2}$  і  $\rho_2 = \frac{d_2}{2}$ . Для конічних фрикційних котків радіуси кривизни визначаються в середньому перерізі (рис. 7), а саме:

$$\rho_1 = \left(L - \frac{B}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \varphi_{d1}, \quad \rho_2 = \left(L - \frac{B}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \varphi_{d2} \quad (14)$$

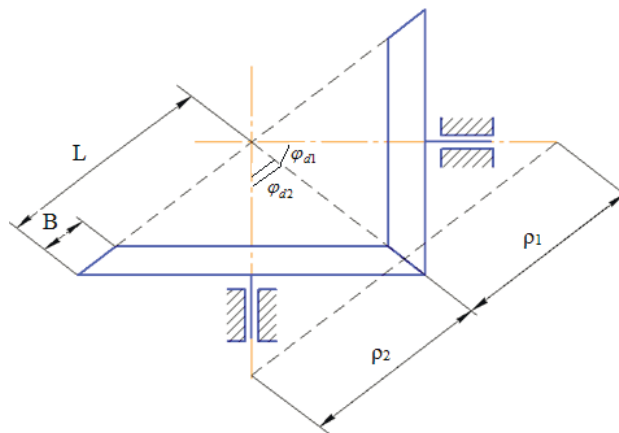


Рисунок 7 – До визначення приведенного радіуса кривизни конічних фрикційних котків  
Джерело: розроблено авторами

Тоді при визначенні  $\rho_{np}$  для фрикційної передачі з конічними котками знак мінус відсутній у зв'язку з тим, що розглянуті передачі з внутрішнім дотиком не застосовуються в реальних конструкціях.

$$\rho_{np} = \frac{\left(L - \frac{B}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \varphi_{d1} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{d2}}{\operatorname{tg} \varphi_{d2} + \operatorname{tg} \varphi_{d1}} \quad (15)$$

У формулі для визначення  $\sigma_{H \max}$   $K_{\text{реж}}$  – коефіцієнт довговічності, що враховує потрібний строк служби роботи передачі і змінність режиму. Якщо обмежитися розрахунком фрикційної передачі за максимальними контактним напруженням, що і має місце в статті, то можна припустити  $K_{\text{реж}} = 1$ , і тоді рівняння міцності матиме вигляд:

$$\sigma_{H \max} = 0,418 \sqrt{\frac{F_n \cdot E_{np}}{B \cdot \rho_{np}}} \leq [\sigma]_H, \quad (16)$$

де  $[\sigma]_H$  – допустиме контактне напруження.

Щоб забезпечити міцність передачі з точки зору викришування робочих поверхонь котків необхідно визначити нерівність [16].

Матеріали фрикційних котків.

До матеріалів з яких повинні бути виготовлені фрикційні котки, висувається ряд вимог. По-перше, вони повинні мати досить високе значення коефіцієнта тертя, що призведе до зменшення необхідного зусилля натискання. По-друге, матеріали повинні мати високу контактної міцність і зносостійкість, що збільшить довговічність передачі. Матеріали повинні мати досить високий модуль пружності, що зменшує пружне ковзання котків і т. п..

У цьому випадку, коли обидва котка виготовляються з різних матеріалів, доцільно ведений коток виконувати з більш зносостійкого матеріалу, щоб уникнути появи лисок на веденому котку при буксуванні.

Найбільшу компактність і високий коефіцієнт корисної дії передачі забезпечують котки, виконані з загартованих сталей. Але в цьому випадку потрібна велика точність виготовлення передачі і висока чистота поверхонь котків. Зважаючи на значні за величиною зусилля притискання вали передачі доцільно встановлювати на підшипниках кочення. Зазвичай передачі з котками із загартованих сталей при значних швидкостях працюють в мастилi.

У тому випадку, коли фрикційна передача відкрита і має значні габарити, можна в якості матеріалу котків застосовувати чавун. Для підвищення поверхневої твердості чавуну застосовують відбілювання, поверхневе загартування і т.п.. Передача з чавуну здійснює менший шум в роботі, але внаслідок менших допустимих контактних напружень має великі габарити, що і обмежує її застосування.

Поєднання матеріалів сталь - текстоліт, сталь - фібра вимагає меншої точності виготовлення і меншу чистоту поверхонь. Коефіцієнт корисної дії такої передачі нижче, ніж для випадку металевих котків. Габарити ж передачі при інших рівних умовах завжди більші, оскільки ці матеріали мають більш низькі значення допустимих контактних напружень.

Всі інші матеріали (шкіра, пресований азбест, прогумована тканина, гума, папір) застосовуються у вигляді набойок на котки для підвищення коефіцієнта тертя.

Переваги і недоліки фрикційних передач.

Однією з основних переваг фрикційних передач перед зубчастими є простота виготовлення робочих тіл. Крім того фрикційні передачі не бояться перевантажень, так як при підвищеному крутному моменту можливе проковзування котків. Це явище одночасно є і істотним недоліком розглянутої передачі, тому що не можна гарантувати постійність передавального відношення. Другим недоліком є те, що опори фрикційної передачі працюють у важких умовах. Дійсно, опори, крім реакцій від корисного навантаження, повинні повністю сприймати зусилля притискання котків  $Q$ , які істотно перевищують передане колове зусилля. Так, якщо в вираз (фор. 7) підставити сприятливі значення  $\beta$  і  $f$ , а саме  $\beta = 1,25$ ;  $f = 0,15$ , то

$$Q = \frac{1,25}{0,15} F_t \approx 8,3 F_t,$$

тобто в даних умовах зусилля натискання повинно бути більш ніж в 8 разів вище, ніж колове зусилля  $F_t$ .

Зазначені недоліки суттєво обмежують сферу застосування фрикційних передач.

**Висновки.** В роботі розглядається застосування і аналіз класичного розрахунку котків фрикційних механізмів. Розглядаємо найбільш вживані схеми фрикційних механізмів. На основі проведених досліджень запропоновано уточнену методику розрахунку фрикційних передач, приведено рекомендації до розрахунку довговічності фрикційних передач по контактним напруженням.

## Список літератури

1. Павлище В.Т. Основы конструювання та розрахунок деталей машин. Київ: Вища школа, 1993. 356 с.
2. Иванов М.Л., Финогенов В.А. Детали машин: учеб. для машиностроительных специальностей вузов ; под ред. В.А. Финогенова. М.: Высш. шк., 2008. 383 с.
3. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. Конструирование узлов и деталей машин: учеб. пособие для студ. техн. спец. вузов . 8-е изд., перераб. и доп. М.: Издательский центр «Академия», 2004. 496 с.
4. Решетов Л.Н. Детали машин: учеб. для студ. Машиностроительных и механических специальности вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1989. 496 с.
5. Березовский Ю.Н., Чернилевский Д.В., Петров М.С. Детали машин: учебник для машиностроительных техникумов . М.:Машиностроение, 1983. 384 с.
6. Киркач Н.Ф., Баласанян Р.А. Расчет и проектирование деталей машин, ч. 1 . Харьков: Вища школа, 1987. 336 с.
7. Гузенков П.Г. Детали машин: учеб. для студ. высших технических учебных заведений. М.: Высшая школа, 1982. 351 с.
8. Фрикційна передача : пат. на кор. модель № 7814 Україна : МКИ F16H1/24 ; опубл. 2005, Бюл. № 7. 4 с.
9. Фрикційна передача ; пат. на кор. модель № 12796 Україна : МКИ F16H 15/08 ; опубл. 2006, Бюл. № 3. 4 с.
10. Фрикційна передача : пат. на кор. модель № 116948 Україна : МКИ F16H 1/24 ; опубл. 2017, Бюл. № 11. 4 с.
11. Фрикційна передача : пат. на кор. модель № 90027 Україна : МКИ F16H 1/24 ; опубл. 2014, Бюл. № 9. 4 с.

## References

1. Pavlyshche, V.T. (1993). *Osnovy konstruiuvannia ta rozrakhunok detalei mashyn [Fundamentals of design and calculation of machine parts]* . Kyiv: Vyshcha shkola [in Ukrainian].
2. Ivanov, M.L. & Finogenov, V.A. (2008). *Machine parts*. V.A. Fynohenova (Ed.). Moscow: Vyssh. shk. [in Russian].
3. Dunaev, P.F. & Lelikov, O.P. (2004). *Design of units and parts of machines*. (8 d ed.) . Moscow: Izdatel'skij centr «Akademija» [in Russian].
4. Reshetov, L.N. (1989). *Machine parts*. (4 d ed.) . Moscow: Mashinostroenie [in Russian].
5. Berezovskij, Ju.N., Chernilevskij, D.V. & Petrov, M.S. (1983). *Machine parts*. Moscow: Mashinostroenie [in Russian].
6. Kirkach, N.F. & Balasanjan, R.A. (1987). *Raschet i proektirovanie detalej mashin [Calculation and design of machine parts]*. Part. 1. Har'kov: Vishha shkola [in Russian].
7. Guzenkov, P.G. (1982). *Detali mashin [Machine parts]*. Moscow: Vysshaja shkola [in Russian].
8. Util. model pat. 7814 Ukraine : MKY F16H1/24 . Fryktsiina peredacha [Friction transmission]. Has been published 2005, Biul. № 7. 4 p. [in Ukrainian].
9. Util. model pat. 12796 Ukraine : MKY F16H 15/08 . Fryktsiina peredacha [Friction transmission]. Has been published 2006, Biul. № 3. 4 p. [in Ukrainian].
10. Util. model pat. 116948 Ukraine : MKY F16H 1/24 . Fryktsiina peredacha [Friction transmission]. Has been published 2017, Biul. № 11. 4 p. [in Ukrainian].
11. Util. model pat. 90027 Ukraine : MKY F16H 1/24 . Fryktsiina peredacha [Friction transmission]. Has been published 2014, Biul. № 9. 4 p. [in Ukrainian].

**Yuriy Nevdakha**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Viktor Dubovyk**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Viktor Pukalov**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Natalia Nevdakha**, **D. Mozheiko**

*Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine*

### The Calculation of Rollers of Friction Mechanisms is Specified

As is known, friction mechanisms are used to convert rotational motion between parallel shafts or whose axes intersect with a constant or variable gear ratio. In the latter case, they are called variators. The operation of friction mechanisms is based on the use of friction forces that occur between its moving parts.

Since the mechanisms under consideration work on the basis of the use of friction forces, it is clear that first of all it is necessary to determine the amount of normal pressure between the rollers required to transmit a given torque.

Therefore, the work unravels and refines the kinematic calculations, geometric and force parameters of the variators. A study of the influence of force parameters on the performance of friction gears of different types and ensuring their durability. New approaches to solving these problems are proposed. Recommendations for the choice of friction roller materials are given.

It is stated that the materials for friction rollers must have a high coefficient of friction, contact strength, wear resistance, as well as a high modulus of elasticity to reduce the elastic slip of the rollers.

**friction mechanisms, friction transmissions, variator, rollers, contact stresses, strength**

*Одержано (Received) 26.02.2022*

*Прорецензовано (Reviewed) 14.03.2022*

*Прийнято до друку (Approved) 31.03.2022*