Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Факультет автоматики та енергетики
Кафедра автоматизації виробничих процесів

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ

Методичні вказівки для виконання практичних робіт зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, спеціалізація – Енергетика та автоматика аграрного комплексу»

Затверджено на засіданні кафедри
“Автоматизація виробничих процесів”
Протокол №8 від 21.11.2018 р.

Кропивницький 2018

Математичні основи теорії систем. Методичні вказівки до виконання практичних робіт зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, спеціалізація – Енергетика та автоматика аграрного комплексу» /Укл.: Осадчий С.І., Трушаков Д.В. – Кропивницький: ЦНТУ, 2018 - 60 с.

Укладачі: Осадчий С.І. – докт.техн.наук, проф.

Трушаков Д.В. – канд.техн.наук, доц.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 1

Ознайомлення з пакетом прикладних програм MATLAB

Мета: ознайомлення з пакетом прикладних програм MATLAB.

Система MATLAB (матрична лабораторія) представляє собою мову програмування високого рівня для виконання математичних обчислень, в той же час вона є інтерактивною системою для виконання інженерних і наукових розрахунків, орієнтованою на роботу з масивами даних. Система допускає використання пакетів прикладних програм (ППП) символьної математики, статистики, оптимізації, аналізу і синтезу систем керування, обробки сигналів і зображень та ін. Вона дозволяє виконувати обмін інформацією з текстовим редактором Microsoft Word, зокрема переносити будь-які тексти і малюнки в буфер або зчитувати текстові рядки з буфера як команди, що будуть виконуватись.

Після запуску з'являється основне вікно системи MATLAB, яке показано на рис. 1. Воно має звичайні органи керування для зміни розмірів, переміщення та закриття.

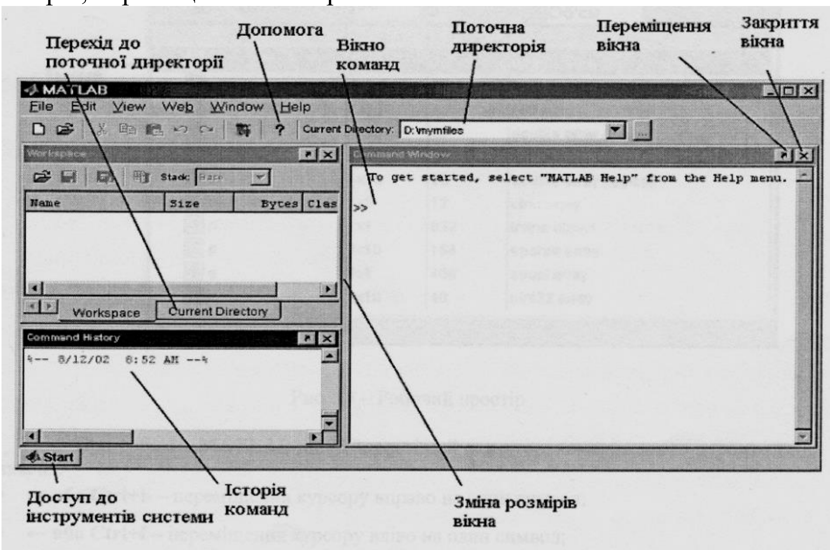


Рис. 1.1 - Основне вікно системи MATLAB

Як правило, всі обчислення виконуються в ***командному режимі*** в Командному Вікні (**Command Window**) системи, вигляд якого зображено на рис. 1.2.

Робочий простір (**Workspace**) містить інформацію про змінні, які використовуються (рис. 1.3).

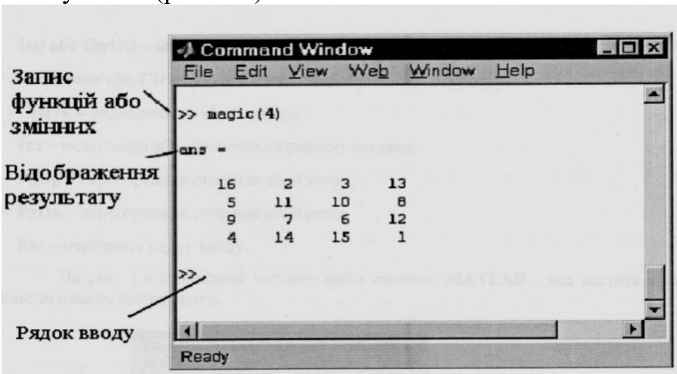


Рис. 1.2 - Вікно команд

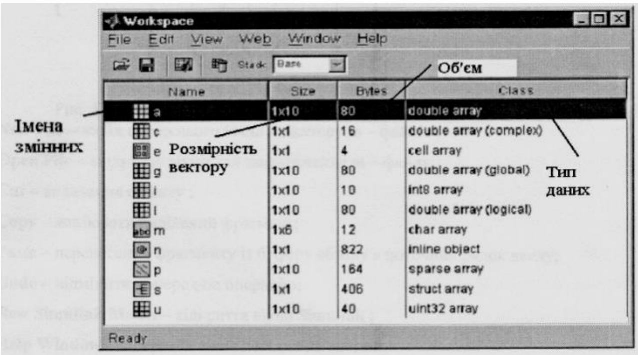


Рис.1.3 - Робочий простір

При роботі з **MATLAB** діє найпростіший редактор, команди якого перераховано
нижче :

- **→ або Ctrl+b** - переміщення курсору вправо на один символ;
- **←або Ctrl+f** - переміщення курсору вліво на один символ;
- **Ctrl+→ або Ctrl+r** - переміщення курсору вправо на одне слово;
- **Ctrl+←або Ctrl+**I - переміщення курсору вліво на одне слово;
- **Home або Ctrl+a** - переміщення курсору на початок рядку;
- **Del або Ctrl+d** - видалення символу справа від курсору;
- **Backspace або Ctrl+h** - видалення символу зліва від курсору;
- **Ctrl+k** - видалення до кінця рядку;
- **Ins** - включення або виключення режиму вставки;
- **PgUp** - перегортання сторінок сесії вгору;

• **PgDn** - перегортання сторінок сесії вниз;

• **Esc** - очищення рядку вводу.

На рис. 1.4 приведено частину вікна системи **MATLAB** , яка містить головне меню та панель інструментів

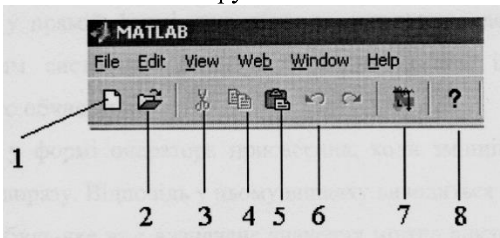


Рис. 1.4 - Частина вікна **MATLAB** з головним меню та панеллю інструментів

1. **New File** - вивід порожнього вікна редактору m - файлів ;
2. **Open File** - відкриває вікно для завантаження m - файлу;
3. **Cut** - видалення об'єкту ;
4. **Copy** - копіювати виділений фрагмент;
5. **Paste** - перенесення фрагменту із буферу обміну в поточний рядок вводу;
6. **Undo** - відмінити попередню операцію;
7. **New Simulink Model** - відкриття вікна **Simulink** ;
8. **Help Window** - відкриття вікна довідки по системі.

Набір кнопок панелі інструментів забезпечує виконання потрібних команд. Про призначення команд говорять і випливаючі підказки, які з'являються при наведенні курсору миші на відповідну кнопку.

В MatLab всі дані розглядаються, як матриці. Тип результату визначається автоматично по виду вираження. В ідентифікаторах висота букви має значення. Рекомендується для імен простих змінних вибирати малі літери, а для структурованих (вектори і масиви) прописні. Вектори вводяться у квадратних дужках, компоненти вектора розділяються пробілами. Наприклад, V=[l 2 3].

Матриці вводяться у квадратних дужках, усередині яких розміщаються вектори рядків, розділені знаком крапка з комою (;). Наприклад, V=[l 2 3 ; 4 5 6; 7 8 9]. (**Варіанти завдань див. табл. 1.1**)

Якщо дані не вміщаються в рядку, рядок можна відобразити в декількох рядках, використовуючи роздільник у вигляді багатокрапки (не менш трьох крапок).

Значення я задається системною константою з ім'ям pi.

В MatLab можливі два режими роботи:

- командному вікні, як з калькулятором. У цьому випадку кожна дія відразу ж виконується.
- редакторі програм. У цьому випадку програма вводиться, як звичайно, а виконується по команді вбудованого компілятору.

При роботі в режимі калькулятора вирази можуть вводитися:

- у прямій формі, тоді після завершення введення відповідь буде виведена під вбудованим системним ім'ям ans. Змінна із цим ім'ям завжди зберігає результат останнього обчислення.
- у формі оператора присвоєння, коли змінній з обраним ім'ям присвоюється значення виразу. Відповідь у цьому випадку виводиться під ім'ям цієї змінної.
- будь-яке вже визначене значення можна викликати з робочої області за іменем

змінної.

Якщо обчислюється значення змінної з обраним ім'ям по заданому виразу, результат виводиться під ім'ям цієї змінної в наступному рядку. Вектори виводяться в рядку із пробілами, матриці - порядково, кожна містить вектор рядку.

При роботі із програмою неграфічні результати виводяться у вікно командного рядка. При необхідності їх можна виводити, як текст, у спеціально створюване вікно.

Вивід результату можна заблокувати, якщо наприкінці рядка вводу ввести знак крапка з комою (;). Значення змінної, якій результат присвоюється, буде зберігатись в робочій області.

При роботі з масивами визначені оператори поелементного виконання. У них перед символом операції вводиться крапка (.). Символ присвоєння - знак рівності (=). Рівність, як оператор відношення в умовах, вводиться, як подвійна рівність (==).

Текстові пояснення в програму вводяться, як коментар. Він починається із символу %, що розташовується в першій позиції рядка. Коментар - це текст! У нього не треба включати символи операцій.

Побудова графіків. (**Варіанти завдань див. табл. 1.2**)

Для формування XY графіка необхідно:

- задати аргумент у форматі:

x=<поч. значення>:<крок>:<кінц. значення>.

- обчислити функцію, наприклад, y=f(x).
- вивести графік процедурою plot(x,y,s).

Процедура малює графік прямими лініями між обчисленими точками. Тут з - строкова константа, що задає параметри лінії, її можна пропускати.

Кольори лінії		Тип точки		Тип лінії	
y	жовтий	.	точка	-	суцільна
m	фіолетовий	o	кружок	:	подвійний пунктир
c	блакитний	x	хрест	-.	штрих пунктир
r	червоний	+	плюс	--	штрих
g	зелений	*	зірочка		
b	синій	s	квадрат		
w	білий	d	ромб		
k	чорний	v	трикутник нагору		
		<	трикутник уліво		
		>	трикутник вправо		
		p	п'ятикутник		
		h	шестикутник		

Якщо на одному графіку потрібно відобразити кілька функцій, наприклад, y1=r(x) і y2=r(x), то вони спочатку обчислюються, а потім виводяться процедурою

plot(x,y1,'sI',x,y2,'s2...),

у якій як параметри для кожної функції ідуть групи

<аргумент, функція, рядок типу лінії>.

Для створення в графічному вікні декількох підвікон для виводу графіків використовується процедура subplot:(m,n,p), де m - число підвікон у вікні по горизонталі, n

- по вертикалі, p - номер використовуваного підвікна (нумерація з 1).

Для формування графіка в стовбчиковій формі потрібно використати процедуру bar(x,y). При виводі такого графіка в підвікно рядок програми має вигляд subplot:(m,n,p), bar(x,y).

Приклад виконання

Функція 1: y = 2sin(x), функція 2: z = 0.02x3, початкове значення аргументу a = -2π, кінцеве значення аргументу b=2π, крок зміни аргументу h = π/20

% Діапазон і крок

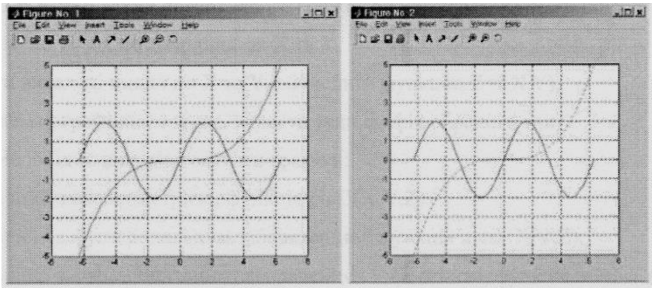
a=-2*pi;

b=2*pi;

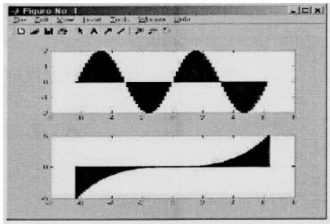
h=pi/20;

X=a:h:b; *% Завдання аргументу*

%Розрахунок функцій
Y=2*sin(X);
Z=0.02*X.^3;
% Вивід графіків з однаковим типом лінії у вікно 1
figure(l);
plot(X,Y,X,Z);
grid on % *Увімкнемо координатну сітку*
% Вивід графіків з різними типами лінії у вікно 2
figure(2);
plot(X,Y,'-',X,Z,':');
% Увімкнемо координатну сітку
grid on



Побудова стовпчикового графіку.
% Діапазон і крок
a=-2*pi;
b=2*pi;
h=pi/20;
% Завдання аргументу
X=a:h:b;
%Розрахунок функцій
У=2*sin(X);
Z=0.02*X.^3;
% Вивід графіка 1 у вигляді стовпників у підвікно 1
subplot(2,1,1),bar(X,У);
% Вивід графіка 2 у вигляді стовпчиків у підвікно 2
subplot(2,1,2),bar(X,Z);



У роботі передбачені 2 завдання, у кожній з яких обчислюється двовимірна функція, що описує об'ємну фігуру, і будуються поверхневі і контурні графіки з використанням різних графічних функцій. У першому завданні кожний графік виводиться у своє вікно, у другому у підвікна загального вікна.

Представлення матриць.

Значення матриці виводяться в текстовій формі порядково. Якщо стовпці в екрані не вміщаються, відбувається розбивка на групи стовпців, які виводяться послідовно. Табличний вивід в MatLab, як в MathCAD, не передбачений.

Поверхневий і контурний графіки. (**Варіанти завдань див. табл.1. 3**)

Для формування поверхневого або контурного графіка необхідно:

- задати число точок по координатах X та Y,
- створити вкладені цикли по X та Y, обчислити функцію Z=f(X,Y),
- ввести номер графічного вікна, вивести туди графік обраного типу.

Необхідно використовувати графіки:

- тривимірний з аксонометрією, функція plot3(X,Y,Z),
- тривимірний з функціональним забарвленням, функція mesh(X,Y,Z),
- тривимірний з функціональним забарвленням і проекцією, функція meshc(X,Y,Z),
- тривимірний з функціональним забарвленням і проекцією, функція surf(X,Y,Z),
- контурний, функція contour(X,Y,Z),
- об'ємний контурний, функція contour3(X,Y,Z),
- тривимірний з висвітленням, функція surfl(X,Y,Z).

У кожному вікні можна малювати декілька графіків з накладенням один на одного. У списку параметрів для кожного графіка параметри перераховуються групами послідовно (у роботі графік для вікна один). У кожну групу входять:

- X - перша координата площадки основи,
- Y - друга координата площадки основи,
- Z - значення функції.

Приклад виконання

Функція $z = \frac{\sin(x)}{x} * \frac{\sin(y)}{y}$

Межі зміни аргументів -2π...2π

Варіант 1

```
% Число точок і крок
N=40;
 h=pi/20;
% Розрахунок матриці
for n=l:2*N+l
if n= =N+l A(n)=l; else A(n)=sin(h*(n-N-l))/(h*(n-N-l)); end;
end;
for n=l :2*N+1
for m=l:2*N+l Z(n,m)=A(n)*A(m);
end; end;
% Завдання площадки
[X,Y]=meshgrid([-N: 1 :N]);
% Вивід графіка в аксонометрії у вікно 1
figure(l); plot3(X,Y,Z);
% вивід тривимірного графіка з функціональним забарвленням у вікно 2
figure(2); mesh(X,Y,Z);
% вивід тривимірного графіка з функціональним забарвленням і проекцією у вікно 3
figure(3); meshc(X,Y,Z);
% вивід тривимірного графіка із проекцією у вікно 4
figure(4); surf(X,Y,Z);
% Вивід контурного графіка у вікно 5
figure(5); contour(X,Y,Z)
% Вивід об'ємного контурного графіка у вікно 6
figure(6); contour3(X,Y,Z)
% Вивід об'ємного графіка з висвітленням у вікно 7
figure(7);surfl(X,Y,Z)
```

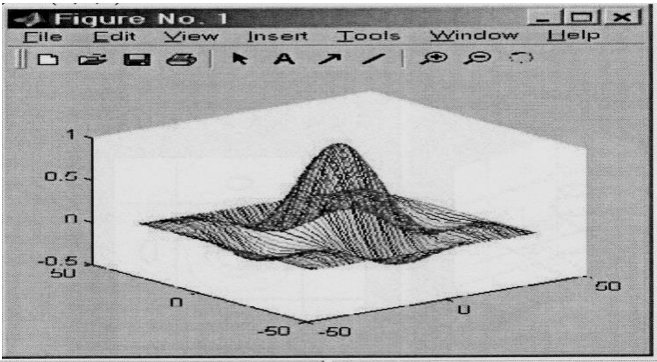


Figure No. 1
File Edit View Insert Tools Window Help
1
0.5
0
-0.5
50
0
-50
-50
0
50

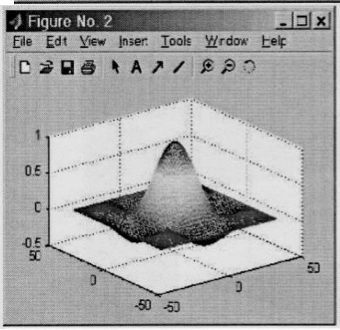


Figure No. 2
File Edit View Insert Tools Window Help
1
0.5
0
-0.5
50
0
-50
-50
0
50

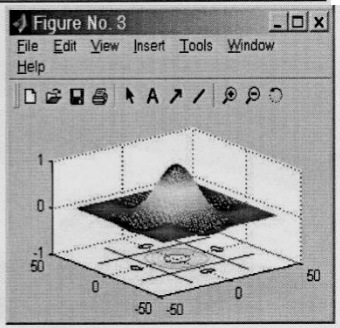


Figure No. 3
File Edit View Insert Tools Window Help
1
0
-1
50
0
-50
-50
0
50

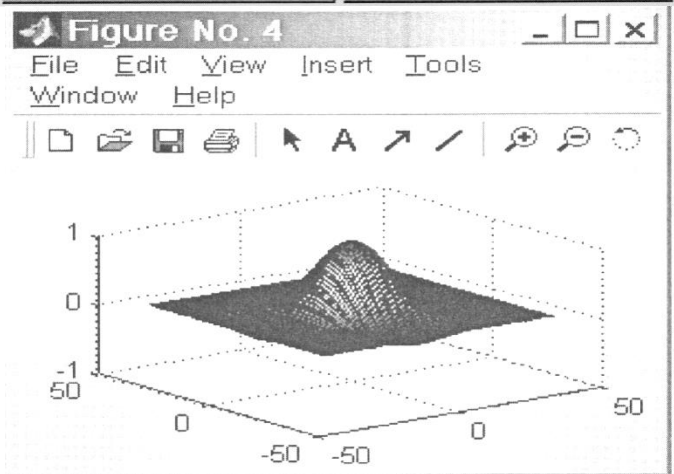
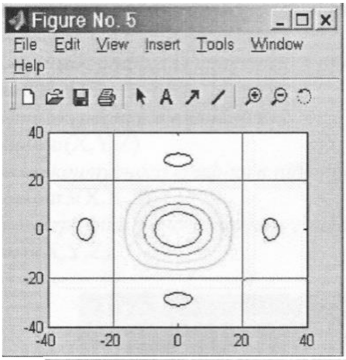
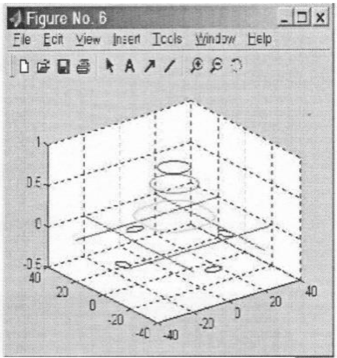
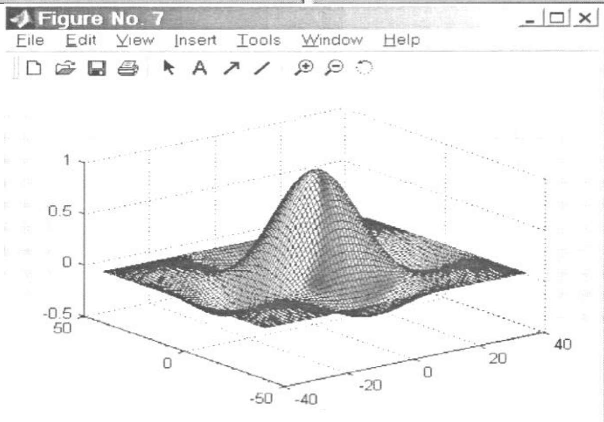


Figure No. 4
File Edit View Insert Tools Window Help
1
0
-1
50
0
-50
-50
0
50







Варіант 2

% Число точок і крок

N=40;

h=pi/20;

% Розрахунок матриці

for n=l:2 N+l

if n==N+l A(n)=l; else A(n)=sin(h*(n-N-l))/(h*(n-N-l)); end; end;

for n=l :2*N+1

for m=l:2*N+l Z(n,m)=A(n)*A(m);

end; end;

% Завдання площадки

[X,Y]=meshgrid([-N: 1 :N]);

% Вивід графіка в аксонометрії в підвікно 1

subplot(3,3,1),plot3(X,Y,Z);

% вивід тривимірного графіка з функціональніш забарвленням у підвікно 2

subplot(3,3,2),mesh(X, Y,Z);

% вивід тривимірного графіка з функціоначьним фарбуванням і проекцією в підвікно 3

subplot(3,3,3),meshc(X, Y,Z);

% вивід тривимірного графіка із проекцією в підвікно 4

subplot(3,3,4),surf(X,Y,Z);

% Вивід контурного графіка в підвікно 5

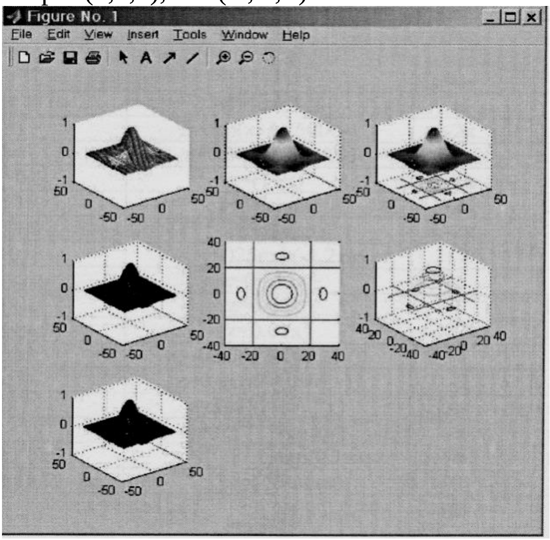
subplot(3,3,5),contour(X, Y,Z)

% Вивід об'ємного контурного графіка в підвікно 6

subplot(3,3,6),contour3(X,Y,Z)

% Вивід об'ємного графіка з висвітленням у підвікно 7

subplot(3,3,7),surfl(X,Y,Z)



Варіанти завдань:

Таблиця 1.1

Виконати в режимі калькулятору наступні дії:

1. ввод вихідних операндів;
2. виконати над операндами 1 та 2 операцію 1;
3. виконати над результатом та операндом 1 операцію 2;
4. виконати над результатом та операндом 2 операцію 3;

5. піднести поелементно операнд 1 до степеня 3.

№	Операнд 1	Операнд 2	Оператори		
			1	2	3
1	V=[12 34 61 45 11]	V=34	*	/	+
2	V=[80 67 34 11 45]	V=43	/	*	-
3	V=[19 77 45 11 67]	V=-5	+	/	/
4	V=[11 98 67 45 22]	V=7	-	*	/
5	V=[67 34 67 45 56]	V=-12	+	/	*
6	V=[18 36 45 45 4]	V=10	/	/	-
7	V=[55 43 8 45 23]	V=44	/	*	/
8	V=[32 28 55 45 34]	V=87	*	-	/
9	V=[14 34 33 45 15]	V=78	*	+	+
10	V=[15 23 17 45 9]	V=-22	/	-	*
11	V=[10 34 10 45 7]	V=-14	*	-	*
12	V=[95 56 5 45 54]	V=99	+	/	+
13	V=[18 90 35 45 46]	V=32	*	*	-
14	V=[24 34 87 45 88]	V=-43	/	*	/
15	V=[14 41 90 45 77]	V=55	/	+	+

Таблиця 1.2

№	Функція 1	Функція 2	a	b	h
1	Y=sin(x)	Z=exp(x+3)5000-1	-2π	2π	π/20
2	Y=cos(x)	Z=0.00025e^3-x-0.6	-2π	2π	π/20
3	Y=|tg(x)|+0.1	Z=(1+x)^6	-2π	2π	π/20
4	Y=(x^2-1)/15	Z=1+sin(x)	-2π	2π	π/20
5	Y=(x^3-2)/15	Z=5cos(x)	-2π	2π	π/20
6	Y=x^2-10	Z=0.025exp(-1.2x)	-5	5	1
7	Y=3sin(x)	Z=0.015x^3	-5	5	1
8	Y=4sin(x)	Z=0.05x^2	1	10	1
9	Y=6sin(x)	Z=0.01x^3	-10	10	1
10	Y=2+cos(x)	Z=-0.05(x^2+10cos(x))	-8	8	1
11	Y=sin^2(x/3)	Z=0.01(x^2-40sin(x))	-8	8	1
12	Y=cos^3(x)	Z=sin(x)+sin(2x)	- π	π	π/8
13	Y=0.5x+cos^2(x)	Z=sin^2(x)+cos(x)	- π	π	π/8
14	Y=sin(x)+cos^2(2x)	Z=x(0.5+x)exp(0.1x)	- π	π	π/8
15	Y=|sin(x)|exp(x/2)	Z=5x-x$^{1.5}$+sin(x)	0	5	0.5

Таблиця 1.3

№	Функція	Межі зміни	
		x	y
1	Z=sin(x)cos(y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
2	Z=sin(x/2)cos(y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
3	Z=sin(2x)cos(y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
4	Z=sin(x)cos(y/2)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
5	Z=sin(x/2)cos(2y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
6	Z=sin(2x)cos(2y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
7	Z=(1+sin(x)/x)(sin(y)/y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
8	Z=(sin(x)/x)cos(y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
9	Z=(sin(x)/x)|cos(y)|	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
10	Z=(sin(x)/x)y	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
11	Z=(sin(x)/x)|y|	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
12	Z=(sin(x)/x)sin(y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
13	Z=(sin(x)/x)|sin(y)|	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
14	Z=(sin(x)/x)(1-y)	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π
15	Z=(sin(x)/x)|y+0.5|	Від -2π до 2π	Від -2π до 2π

Контрольні питання

1. Структура вікна системи MatLab.
2. Команди пункту "File" системного меню.
3. Команди пункту "Edit" системного меню.
4. Команди пункту "View" системного меню.
5. Команди пункту "Web" системного меню.
6. Команди пункту "Window" системного меню.
7. Команди пункту "Help" системного меню.
8. Правила вводу команд.
9. Правила вводу функцій і операндів.
10. Правила вводу виразів.
11. Організація циклів.
12. Правила вводу коментарів.
13. Правила перегляду результатів операцій.
14. Організація циклів.
15. Правила створення двовимірних графіків.
16. Запуск і налагодження програм

ПРАКТИЧНА РОБОТА 2

МАТРИЦІ ТА ВЕКТОРИ, ПОДАНІ В MATLAB

Мета роботи: ознайомитись з пакетом програм MATLAB, навчитись виконувати різні математичні операції з матрицями та векторами в пакеті MATLAB, визначати власні числа та визначники матриць, вилучати окремі рядки та стовпці з матриці, формувати блочні матриці.

Основні теоретичні відомості

Матриця являє собою прямокутну таблицю елементів, розмір якої $m \times n$. На першому місці обов'язково знаходиться рядок, на другому - стовпчик.

Матриця з одного рядка називається вектором- рядком, а матриця з одного стовпчика - вектором-стовпчиком. В MATLABі матриці та вектори вводяться за допомогою квадратних дужок, рядок від рядка відділяється знаком “;”

Наприклад, матриця А, розмір якої 3×3 :

A=[3 4 5; 3 2 1; 8 5 3].

У командному вікні ми отримаємо:

```
A = 3 4 5
     3 2 1
    8 5 3.'
```

Вектор-рядок вводиться за допомогою знака транспонування. Наприклад, вектор В:

B= [2.5 4 2.5 0 1].

У командному вікні ми отримаємо:

B =   2.5000   4.0000   2.5000   0   1.0000.

Матриця $\mathbf{C}^{-1}$ називається оберненою до квадратної матриці $\mathbf{C}$, якщо виконується умова $\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}^{-1} \ \mathbf{C} = \mathbf{I}$, де $\mathbf{I}$ -одинична матриця.

Визначення оберненої матриці в пакеті MATLAB виконується оператором *inv*.

Наприклад, необхідно знайти матрицю C, яка є оберненою матрицею квадратної матриці A, та зробити перевірку:

```
disp('Обернена матриця')
C=inv(A)
disp (‘Перевірка оберненої матриці A*C=I’)
```

A*C

pause

Якщо в результаті множення матриць A*C ми отримали одиничну матрицю, то завдання виконано вірно.

Після закінчення вправи програма зупиняється у відповідності до оператора *pause*. Для переходу до наступної вправи треба натиснути клавішу "Enter". Оператор „disp" відображає в командному вікні текст, написаний у лапках, що служить поясненням до отриманих результатів.

Одиничною називається квадратна матриця, в якої по діагоналі розташовані одиниці, а решта елементів - нулі. Одиничні матриці в пакеті MATLAB вводяться за допомогою оператора *eye (i),* де *i* - розмір квадратної матриці.

Наприклад, необхідно ввести одиничну матрицю розміром 4x4: E=eye(4).

У командному вікні отримаємо:

E=

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Нульовою називається матриця, в якій всі елементи нулі. У пакеті MATLAB нульові матриці вводяться за допомогою оператора *zeros(i,j),* де *i*- кількість рядків, *j* - кількість стовпчиків. Наприклад: Z=zeros(2,3). У командному вікні отримаємо результат:

$$Z = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0. \end{matrix}$$

Власними числами матриці *A* є корені характеристичного рівняння матриці A: det(sI-A) = 0, де det - визначник матриці. Визначення власних чисел та визначника матриці в пакеті MATLAB відбувається за допомогою операторів *eig* та det відповідно.

Наприклад: eig(A); det (A).

В дужках вказано матрицю, власні числа чи визначник відповідно якої треба знайти.

Залежно від поставленої задачі можна вилучати з матриць окремі рядки чи стовпчики. У дужках на першому місці знаходяться рядки, на другому - стовпчики. Завжди у дужках вказуються елементи, які залишаються. Знак «:» у дужках на першому місці означає, що

залишаються всі рядки, а якщо він знаходиться на другому місці - це означає, що залишаються всі стовпчики.
Наприклад, дано матрицю А2 розміром 6х6. Необхідно отримати матрицю А3, вилучивши із матриці А2 перші три стовпчика та матрицю А4, вилучивши із матриці А3 перші два рядки. У MATLAB це виконується так:

```
A2=[2.3 3 3.2 4 2 5;
    0.6 2  6   7 2 1;
    0    1 2.2 1 2 3;
    1    0 0.7 5 2 1;
    0.1 1  0   3 8 2;
    0.2 2  3   0 4 9].
A3=A2(:,4:6) ;%вилучення стовпчиків
A4=A3(3:6,:);%вилучення рядків
```

У командному вікні отримаємо результат:

```
A2=  2.3 3 3.2 4 2 5          A3=4 2 5          A3=1 2 3
     0.6 2  6   7 2 1            7 2 1             5 2 1
      0   1 2.2 1 2 3            1 2 3             3 8 2
      1   0 0.7 5 2 1            5 2 1             0 4 9
     0.1 1  0   3 8 2            3 8 2
     0.2 2  3   0 4 9            0 4 9
```

Також у MATLAB можна замінити рядки чи стовпчики на нулі. Наприклад, необхідно отримати матрицю А5, в якій перші два рядки замінено на нулі, та матрицю А6, в якій четвертий стовпчик замінено на нулі. Щоб отримати матрицю А5, вводимо: A2(1:2,:)=zeros(2,6).

І отримуємо результат:

```
A5=0    0  0   0   0   0
   0    0  0   0   0   0
   0    1 2.2 1    2   3
   1    0 0.7 5    2   1
   0.1 1  0   3    8   2
   0.2 2   3   0    4  9
```

Щоб отримати матрицю А6, вводимо: A2(:,4)=zeros(6,l). І отримуємо результат:

```
A2=2.3 3 3.2  0 2 5
   0.6 2  6   0 2 1
   0    1 2.2 0 2 3
   1    0 0.7 0 2 1
   0.1 1  0   0 8 2
```

0.2 2 3   0 4 9

За допомогою MATLAB можна сформувати блочну матрицю P:

$$P = \begin{bmatrix} D & D1 \\ E & E1 \end{bmatrix}$$

Треба перевірити, щоб кількість рядків у матрицях *D,D1* (*E,E1*) співпадали, а сума стовпців матриць *D,D1* дорівнювала сумі стовпців матриць *E,E1*.

Наприклад, дано чотири матриці D, D1,E, E. Необхідно сформувати блочну матрицю F:

$$F = \begin{bmatrix} D & D1 \\ E & E1 \end{bmatrix}$$

D=[3 2 1.5; 1 3 0.5; 0.5 1 2.5],
Dl=eye(3),
E=[4 2 1 1; 3 0.1 0.3 0.7],
El=eye(2).

У командному вікні ми отримаємо результат:

```
D =
   3.0000    2.0000    1.5000
   1.0000    3.0000    0.5000
   0.5000    1.0000    2.5000
Dl =
   1     0     0
   0     1     0
   0     0     1
E =
   4.0000    2.0000    1.0000    1.0000
   3.0000    0.1000    0.3000    0.7000
El =
    1        0
    0        1
F=[D D1; E E1]
F =
   3.0000    2.0000    1.5000    1.0000       0            0
   1.0000    3.0000    0.5000    0            1.0000       0
   0.5000    1.0000    2.5000    0            0            1.0000
```

4.0000 2.0000 1.0000 1.0000 1.0000 0
3.0000 0.1000 0.3000 0.7000 0 1.0000

Завдання до лабораторної роботи.

Дано дві матриці A, B та два вектори C, D. Необхідно:

1) визначити суму A + A0 і різницю $B - B0$, де A0 та B0 зворотні матриці A і B відповідно;

2) визначити добуток двох векторів ($C^T * D$ і $C * D^T$), де T - знак транспонування;

3) власні числа матриці A та визначник матриці B

4) сформувати з A,B,E Z (E - одинична матриця і Z- нульова матриця відповідної розмірності) блочну матрицю F.

5) матрицю F1, вилучивши із F перші два рядки;
6) матрицю $F2$, вилучивши із F останні два стовпчики;
7) матрицю F3 , вилучивши із F перші два рядки та три останні стовпчики;
8) матрицю F4, замінивши у F перший рядок на нульовий;
9) матрицю F5, замінивши у F перший стовпчик на нульовий.

№ варі анту	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
1	$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 8 \\ 10 & 3 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & -1 & 2 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \times 3 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 1 & 9 & 8 \\ 10 & 3 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}^T$	$\begin{bmatrix} 8 & -1 & -7 & 9 \end{bmatrix}^T$	$\begin{bmatrix} 3 \times 3 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 1 & -11 & 3 \\ 5 & 7 & 8 \\ 10 & 9 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & -1 & 9 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \times 3 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 & 7 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 11 & 2 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \times 4 \end{bmatrix}$

5	$\begin{bmatrix} 11 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 0 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 & 7 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 11 & 2 & 9 \end{bmatrix}$	$[4\times 4]$
6	$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \\ 10 & 3 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}^T$	$\begin{bmatrix} 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \end{bmatrix}^T$	$[3\times 3]$
7	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 13 & 6 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \\ 10 & 3 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \end{bmatrix}$	$[3\times 3]$
8	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -11 & 3 \\ 5 & 7 & 8 \\ 10 & 9 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 11 & 2 & 9 \end{bmatrix}$	$[3\times 3]$
9	$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & -1 & 9 & 7 \end{bmatrix}$	$[3\times 3]$
10	$\begin{bmatrix} 8 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 11 & 7 & -1 \\ 9 & 0 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 3 & -17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 11 & 2 & 9 \end{bmatrix}$	$[4\times 4]$

Контрольні запитання

0 Що таке матриця, вектор?
1 Що таке власні Числа матриці?
2 Що таке визначник матриці
3 Що таке одинична матриця? \
4 Що таке нульова матриця?
5 Як визначити у пакеті MATLAB обернену матрицю?
6 За допомогою якого оператора у пакеті MATLAB визначаються власні числа матриці?

7 За допомогою якого оператора у пакеті MATLAB розраховується визначник матриці?
8 За допомогою якого оператора у пакеті MATLAB визначається одинична матриця?
9 За допомогою якого оператора у пакеті MATLAB визначається нульова матриця?
10 Яким чином у пакеті MATLAB виконується вилучення окремих рядків та стовпчиків з матриці?
11 Умова формування блочних матриць?
12 Яким чином у пакеті MATLAB виконується заміна окремих рядків та стовпчиків матриці?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 3
ПОЛІНОМИ ТА ПЕРЕДАВАЛЬНІ ФУНКЦІЇ

Мета роботи: навчитись у пакеті MATLAB виконувати дії над комплексними числами, відображати поліноми, вводити передавальні функції, задавати різні типи зв'язку (послідовний, паралельний, зворотній додатній, зворотній від'ємний), визначати частотні характеристики, нулі та полюси передавальних функцій.

Основні теоретичні відомості

Для роботи з комплексними числами в MATLAB передбачені наступні функції:

Функція	Опис
abs(x)	Повертає модуль комплексного числа x
angle(x)	Повертає аргумент комплексного числа x (у радіанах, у діапазоні від $-\pi$ до π)
conj(x)	Повертає число, комплексно-спряжене відносно x
imag(x)	Повертає уявну частину комплексного числа x
real(x)	Повертає дійсну частину комплексного числа x
complex(A,B)	Створює комплексне число A+Bi по заданій дійсній і уявній частині (A і B можуть бути скалярами або масивами однакового розміру й типу)

```
>> z=[5+7i, 2i, 9-4i];
>> abs(z)
ans =
```

```
   8.6023    2.0000    9.8489
>> angle(z)
ans =
   0.9505    1.5708   -0.4182
>> conj(z)
ans =
  5.0000 - 7.0000i        0 - 2.0000i   9.0000 +
4.0000i
>> real(z)
ans =
    5     0     9
>> imag(z)
ans =
    7     2    -4
```

Поліноми задаються як вектори-рядки, елементи яких відображають коефіцієнти при ступенях окремих членів полінома, починаючи із старших ступенів та закінчуючи вільним членом (зліва направо). Оператори roots та poly є взаємно-зворотними: перший рахує корені поліному за заданими коефіцієнтами, а другий - визначає коефіцієнти за заданими коренями. Наприклад:

```
disp('поліном')
P=[1 0.3 4.3 0.4]
disp('корені поліному')
R=roots(P)
disp('перехід від коренів до поліному')
P=poly(R)
Pause
```

У командному вікні отримаємо результат: поліном

P=   1.0000   0.3000   4.3000
0.4000

корені поліномів R= -0.1033 +
2.0664I

-0.1033 -2.0664I

-0.0934

перехід від коренів до поліному

P= *1.0000* 0.3000 4.3000
0.4000

Передавальна функція це відношення зображення по Лапласу вихідного сигналу до вхідного при початкових нульових умовах.

Передавальна функція розімкненої системи має велике значення в теорії управління, оскільки велика кількість методів аналізу та синтезу основана на використанні саме цієї функції.

У пакеті MATLAB оператором передавальної функції є оператор *tf*. Чисельники та знаменники передавальних функцій відображаються поліномами. Наприклад:

disp('передавальні функції')
num=[2.6 9]
den=P
b1 =tf(num,den)
numl=[4 4]
denl=[0.3 1]
bl2=tf(numl,denl)
pause

У командному вікні отримаємо результат:
передавальні функції
num = 2.6000 9.0000
den = 1.0000 0.3000 4.3000 0.4000
Transfer function:
 2.6 s + 9
----
s^3 + 0.3 s^2 + 4.3 s + 0.4
numl = 4 4
denl = 0.3000 1.0000
Transfer function:
 4 s + 4

0.3 s + 1

Часто систему можна розглядати як комбінацію динамічних ланок з типовими передавальними функціями. Ці ланки можуть з'єднуватись одна з одною різними методами.

Найчастіше зустрічаються такі типи з'єднань, як послідовне, паралельне, зворотній зв'язок.

При послідовному з'єднанні результуюча передавальна функція дорівнює добутку передавальних функцій окремих ланок:

$$W(s)=W1(s)*W2(s)*W3(s)$$

У MATLAB оператором послідовного зв'язку є оператор *series:* opsys=series(bl2,bll):

```
Transfer function:
          10.4 s^2 + 46.4 s + 36
------------------------------------------
0.3 s^4 + 1.09 s^3 + 1.59 s^2 + 4.42 s + 0.4
```

Оскільки під час паралельного з'єднання сигнали на виході всіх ланок додаються, то результуюча передавальна функція дорівнює сумі передавальних ланок:

$$W(s)=W1(s)+W2(s)+W3(s)$$

У MATLAB оператором паралельного зв'язку є оператор parallel:

```
b13=parallel(b12,b11)
Transfer function:
4 s^4 + 5.2 s^3 + 19.18 s^2 + 24.1 s + 10.6
------------------------------------------
0.3 s^4 + 1.09 s^3 + 1.59 s^2 + 4.42 s + 0.4
```

Зворотній зв'язок може бути додатнім, якщо сигнал з виходу другої ланки додається до сигналу на вході, і від'ємним, якщо віднімається Результуючою передавальною функцією є:

$$W(s)=\frac{W_1(s)}{1\pm W_1(s)W_2(s)}$$

Знак плюс відноситься до від'ємного зворотного зв'язку, а знак мінус - до додатного.

У MATLAB ця задача виконується за допомогою оператора feedback. У дужках на першому місці записується передавальна функція у прямому зв'язку, а на другому - у зворотному. Якщо на третьому місці стоїть одиниця, то це додатній зворотній зв'язок, якщо її немає - від'ємний. Наприклад:

clsysl=feedback(b11,b12)% від'ємний зворотній зв’язок:

clsys4=feedback(b11, b12,1)% додатній.

Амплітудно-частотна характеристика показує, як пропускає ланка сигнал різної частоти.

Оцінка пропускання дається по відношенню амплітуд вихідної та вхідної величини.

Фазова частотна характеристика - це фазовий зсув, що вносять ланки на різних частотах.

У MATLAB ця задача виконується за допомогою операторів nyquist, bode. Наприклад:

```
fígure(l)
nyquist(opsys),grid on
pause
figure(2)
bode(opsys),grid on pause
```

Маючи модель розімкнутої системи можна обчислити запас стійкості за фазою і модулем, а також відповідні частоти для одномірних розімкнутих систем.

Значення запасів стійкості показує, на скільки частотна характеристика розімкнутої системи вилучена від критичної точки (-1,0).

Запас стійкості за амплітудою - це значення амплітудної частотної характеристики на частоті, де фазова частотна характеристика має значення -180°.

Запас стійкості за фазою - це різниця між значенням фазової частотної характеристики і -180° на частоті зрізу.

Як правило, запас стійкості по фазі в межах між 30° і 60° забезпечує прийнятний компроміс між стійкістю і смугою пропускання.

Команда margin у MATLAB будує логарифмічні частотні характеристики розімкнутої системи і вказує запаси її стійкості: fígure(3)

```
margin(opsys),grid on pause
```

Оператор „zpk" аналітично визначає нулі (корені чисельника) та полюси (корені знаменника) відповідних передавальних функцій. Оператор "pzmap" робить теж саме графічно на комплексній площині. Наприклад:

```
clsysl =zpk(clsysl)
fígure(4)
pzmap(clsysl),grid on
pause
```

Команди step, impulse використовуються для побудови перехідної та імпульсної характеристик відповідно.

Функція **ltiview** відкриває спеціальний засіб перегляду часових і частотних характеристик моделі – LTI-viewer (можлива, хоча й не зовсім адекватна версія перекладу – інтерактивний оглядач).

Запис виклику функції в командному рядку вікна Command Window MATLAB:

ltiview

ltiview(plottype,sys)

ltiview(plottype,sys,extras)

ltiview(plottype,sys1,sys2,...,sysn)

Itiview(plottype,sys1,sys2,...,sysn,extras)

ltiview(plottype,sys1,Plotstyle1,sys2,Plotstyle2,…)

Функція **ltiview** без аргументів запускає інтерактивний оглядач, при цьому на дисплеї з'являється робоче вікно оглядача.

Виконання функції у форматі **ltiview(plottype,sys)** викликає запуск оглядача, що відображає задані аргументом plottype характеристики моделі з іменем sys. Можливі значення **plottype**:

• 'step' – відображається реакція на одиничний стрибок, тобто перехідна

функція;

• 'impulse' – імпульсна характеристика (ІХ);

• 'bode' – діаграма Боде, тобто ЛАЧХ і ФЧХ;

• 'nyquist' – діаграма Найквіста, тобто годограф;

• 'nichols' – годограф Ніколса;

• 'pzmap' – карта нулів і полюсів;

• 'sigma' – відображається залежність сингулярних чисел комплексного коефіцієнта передачі системи від частоти;

• 'lsim' – відображається реакція системи на довільний вхідний сигнал.

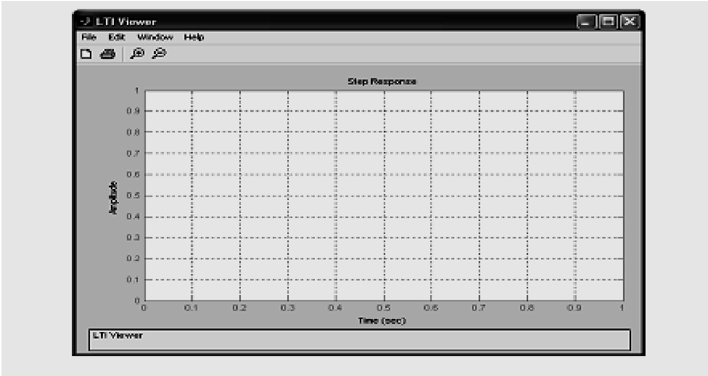


Рис. 1. Основне графічне вікно інтерактивного оглядача

Аргументи Plotstyle1 і extras забезпечують деякі додаткові можливості оглядача, sys1, sys2, ..., sysn – дозволяють відображати характеристики декількох моделей одночасно. Інтерактивний оглядач взаємодіє із власним робітничим середовищем, яке формується незалежно від робочого середовища системи MATLAB. Тому у випадку виклику розглянутої функції без завдання аргументів досліджувану модель необхідно помістити в робоче середовище оглядача.

Завдання до лабораторної роботи

1. ***Задати у пакеті MATLAB комплексні числа. Визначити:*** модуль комплексного числа, аргумент комплексного числа, комплексно-спряжене відносно заданого, уявну та дійсну частину комплексного числа. Варіанти обрати самостійно.

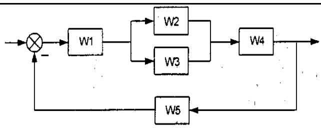
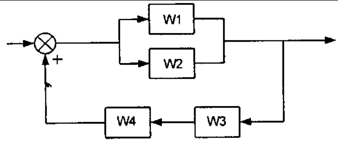
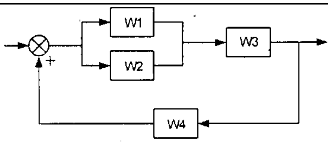
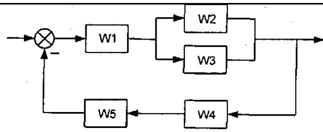
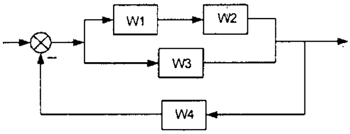
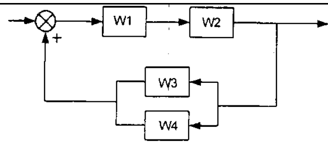
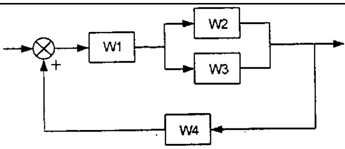
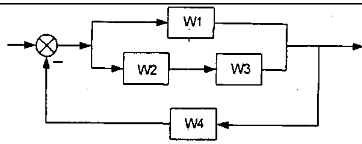
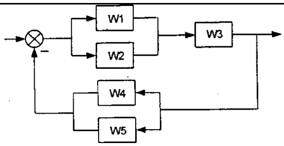
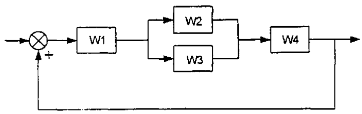
2. Задати у пакеті MATLAB поліном як вектор-рядок. Порахувати корені поліному P. Виконати зворотний перехід від коренів полінома до поліному.

3. Відобразити у пакеті MATLAB передавальні функції. Визначити передаточну функцію всієї системи.

4. За допомогою операторів у пакеті MATLAB визначити частотні характеристики, запаси стійкості за фазою та амплітудою, побудувати імпульсну та перехідну характеристики. Аналітично та графічно визначити нулі та полюси передавальних функцій. Аналогічні дії виконати використовуючи **LTI-viewer.**

Варіанти завдань.

№	Поліном	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	№ схеми
1	$3x^2+4x+6$	$\frac{s+2}{s^2+0.1s+1}$	$\frac{1}{s+3}$	$s-1$	$\frac{2}{s^2+0.1s+2}$		1
2	x^4+5x^2-9	$\frac{2}{s}$	$\frac{s+5}{3s^2+0.01s+1}$	$s^2+0.1s+2$	$\frac{3}{2s+1}$		2
3	$5x^4+x^3-5x^2-9$	$\frac{4}{s+3}$	$\frac{1}{s+5}$	$\frac{s+1}{3s^2+2}$	$s+1$		3
4	x^4+9	$s-1$	$\frac{1}{s+2}$	$\frac{s}{s+2}$	$\frac{s+1}{s^2+0.01s+1}$		4
5	x^3+5x^2-4	$\frac{2}{s}$	$\frac{1}{s+5}$	$\frac{s+1}{s^2+0.01s+1}$	$s+1$	$\frac{1}{s}$	5
6	$6x^3+5x^2-9$	$s^2+0.1s+2$	$\frac{1}{s+5}$	s	$\frac{2}{s^2+0.3s+5}$		6
7	$7x^4+5x^2-9$	$\frac{s+1}{s^2+0.01s+9}$	$\frac{3}{s+1}$	$\frac{0.1}{s+5}$	0.2	$\frac{1}{s+1}$	7
8	$8x^5+5x^3-9x$	$s+1$	$\frac{s+1}{s^2+0.01s+1}$	$\frac{1}{s+5}$	$\frac{1}{s+7}$		8
9	x^4+9x^2-9	$s-1$	$\frac{1}{s+2}$	$\frac{s}{s+2}$	$\frac{s+1}{s^2+0.01s+1}$		9
10	$5x^2-9x$	$\frac{4}{s+3}$	$\frac{1}{s+5}$	$\frac{s+1}{3s^2+2}$	$s+1$		10

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

Контрольні запитання:

1. Що таке передавальна функція?
2. Яким чином можна задати в MATLAB комплексні числа?
3. Назвіть способи подання передаточної функції в MATLAB.
4. Описати види зв'язків кількох передавальних функцій.
5. Що таке амплітудо-частотна характеристика?
6. Що таке фазо-частотна характеристика?

7. Що таке запас стійкості за фазою та за амплітудою?
8. Що таке нулі та полюси передавальної функції?
9. Дайте визначення операторам poly, roots.
10. Дайте визначення операторам disp, tf.
11. Дайте визначення операторам series, parallel, feedback.
12. Дайте визначення операторам zpk, pzmap.
13. Дайте визначення операторам nyquist, bode, margin.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 4
ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ В ПЕРЕХІДНОМУ РЕЖИМІ ВІД ЗМІНИ ПАРАМЕТРІВ СЛІДКУЮЧОЇ СИСТЕМИ

Мета роботи: практичне освоєння методики дослідження перехідних режимів функціонування САУ на структурних моделях і набуття відповідних знань про вплив параметрів досліджуваної системи на основні показники якості керування.

Основні відомості.

Дослідження САУ заданої структури в перехідному режимі, який відповідає реакції на один з типових впливів, проводиться з метою оцінки показників якості процесів керування та визначення залежності цих показників від варіації параметрів.

До типових впливів при дослідженні САУ відносяться наступні функції:

- ступінчаста $x(t) = x_{01}(t)$,
- лінійна $x(t) = vt$,
- квадратична $x(t) = \varepsilon t^2$,
- гармонічна $x(t) = A \sin(wt)$.

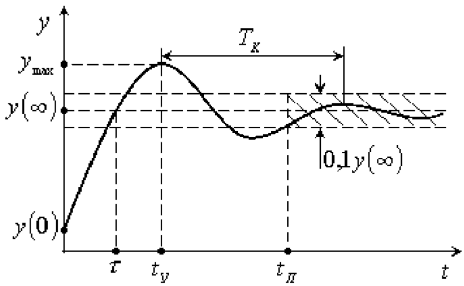


Рис. 1. Визначення показників якості по перехідній функції

Звичайно якість процесів керування оцінюється за реакцією системи на ступінчастий вплив, тобто за перехідною функцією, яка в загальному випадку має вигляд, показаний на рис.1. При цьому якість керування в перехідному режимі характеризується наступними показниками:

1. Початкове значення $y(0)$, яке визначається виразом

$$y(0) = \lim_{t \to 0} y(t) = \lim_{p \to \infty} (pY(p)).$$

2. Усталене значення

$$y(\infty) = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{p \to 0} (pY(p)).$$

3. Перерегулювання σ

$$\sigma = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100\%,$$

де y_{max} - максимальне значення регульованої величини.

4. Час першого узгодження τ, який відраховується від початку процесу до моменту, коли регульована величина вперше стає рівною усталеному значенню.

5. Усталений час t_y, який визначається як час досягнення перехідною функцією першого максимуму.

6. Час перехідного процесу t_n, який відраховується з моменту прикладення до системи впливу до моменту, після якого в інтервалі (tn;+°°) виконується умова

$$y(t) + y(\infty) \leq 0{,}05y(\infty).$$

7. Частота коливань fk

$$f_K = \frac{\omega_K}{2\pi} = \frac{1}{T_K}$$

де T_K - "період" коливань.

8. Коливальність системи N_K, визначається числом максимумів або мінімумів протягом перехідного процесу, тобто

$N_K \approx t_n / T_K$

Основними показниками якості в розглянутому режимі функціонування САУ є перерегулювання σ і час перехідного процесу t_n.

Визначення зазначених показників якості передбачає аналіз перехідної функції досліджуваної системи, методи одержання якої діляться на наступні групи:

- аналітичні, графічні і графоаналітичні методи вирішення диференціальних рівнянь САУ, з яких найбільше поширення одержав операторний метод на основі перетворення Лапласа;
- частотні методи, найбільш відомим з яких є метод використання дійсних частотних характеристик;
- метод математичного моделювання.

Розглянутий у даній роботі, метод математичного моделювання, реалізований засобами цифрової обчислювальної техніки, при наявності розвинутого програмного забезпечення значно знижує трудомісткість і підвищує ефективність проведених досліджень.

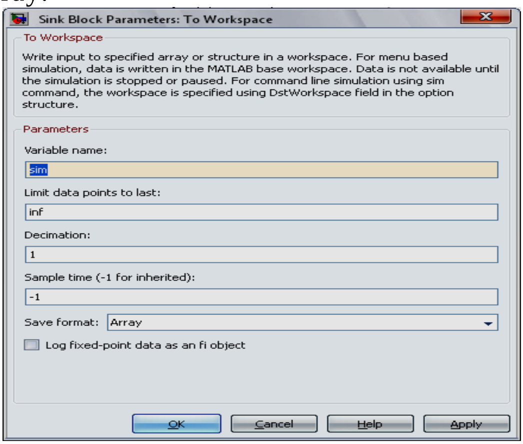
Порядок виконання роботи.

1. Одержання перехідної функції при заданих значеннях параметрів досліджуваної системи

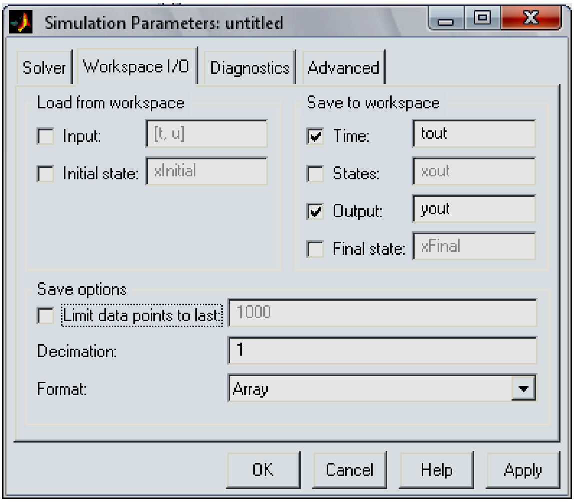
а) Створіть структуру досліджуваної системи в середовищі Simulink, використовуючи відповідні блоки: Transfer Function, Gain, Sum, Scope, To Workspace. Подайте на вхід системи одиничний ступінчастий вплив (блок Step). Задайте необхідні значення параметрів інших блоків та позначте їх для наочності.

б) Проведіть імітаційне моделювання, підібравши час моделювання, виходячи з одержання на екрані перехідної функції досліджуваної системи. (меню Simulation/ Simulation Parameters). Надрукуйте графік і визначите за ним показники якості процесу керування. Це може бути одним із двох способів:

1. Використання блоку To Workspace. При цьому необхідно задати ім'я змінної, наприклад sim, та встановити формат даних Array:



В настройках параметрів моделювання (меню Simulation/ Simulation Parameters) зняти прапорець в пункті Save Options/Limit data point to last



Після цього в робочому просторі з'являться відповідні змінні. В даному випадку sim та tout. Для побудови графіків використовується команда plot.

2. Створення векторного малюнку графіків з вікна блоку Scope. Перед цим необхідно виконати налаштування графіків за допомого команд (при відкритому вікні блоку Scope):

```
set(0,'ShowHiddenHandles','On')
set(gcf,'menubar','figure')
```

та виконати зміну товщини, типу ліній та розміру шрифтів написів.

в) Отримайте і надрукуйте графік зміни проміжних величин системи.

2. Одержання залежності основних показників якості від зміни добротності досліджуваної системи.

а) Змінюючи коефіцієнт передачі прямого ланцюга k_c і залишаючи незмінними інші параметри системи, установіть таке його значення, при якім візуально спостерігається помітна зміна перехідної функції.

За отриманою перехідною функцією визначте основні показники якості, тобто перерегулювання σ і час перехідного процесу t_n. Час t_n зручно визначати, користуючись виводом результатів моделювання в таблицю.

б) Проаналізуйте якісний вплив зміни параметра k_c на зазначені проміжні величини системи.

в) Подібним чином отримайте три - п'ять перехідних функцій (для наочності на одному графіку), що відрізняються одна від одної основними якісними показниками при зміні параметра k_c системи.

г) Побудуйте залежність перерегулювання σ і часу перехідного процесу t_n від змінюваного параметра.

д) Установіть номінальне значення змінюваного параметра, що забезпечує вихідний вигляд перехідної функції.

3. Отримати залежності основних показників якості від зміни коефіцієнта передачі ланцюга позитивного прямого зв'язку. Виконайте п.2, змінюючи коефіцієнт передачі демфуючого трансформатора $k_{дт}$ аналогічно зміні коефіцієнта *передачі* k_c .

4. Отримати залежності основних показників якості від зміни коефіцієнта передачі k_{oc} ланцюга гнучкого зворотного зв'язку.

Виконайте п.2, змінюючи коефіцієнт передачі k_{oc} аналогічно зміні коефіцієнта передачі прямого ланцюга k_c .

Варіанти завдань.

У даній роботі досліджуються перехідні режими роботи слідкуючої системи копіювально-фрезерного верстата, структурна схема якої наведена на рис.2.

Вихідні дані для моделювання зазначеної системи наведені в табл. 1.

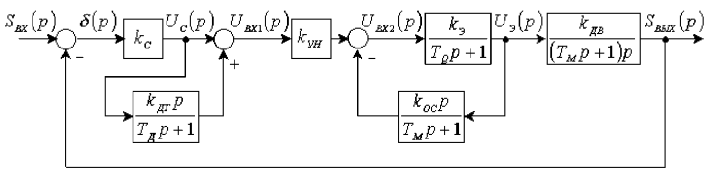


Рис. 2. Структурна схема досліджуваної системи

Таблиця 1

№	Параметри								
	$k_c, \frac{В}{мм}$	$k_{ДТ}, с$	$k_{УН}$	$k_Э$	$k_{ДВ}, \frac{ММС}{В}$	$k_{ОС}, с$	$T_Д, с$	$T_Q, с$	$T_М, с$
1	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,134
2	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0152	0,0616	0,134
3	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,1232	0,134
4	10	0,104	3,15	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,134
5	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0308	0,134
6	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0606	0,0616	0,134
7	10	0,104	12,6	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,134
8	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,067
9	10	0,104	9,45	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,134
10	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,268

Зміст звіту.

1. Мета роботи.
2. Схема дослідженої системи із числовими значеннями параметрів і експериментально отримані графіки.

Контрольні питання:

1. Які впливи є типовими при дослідженні САУ?
2. За реакцією на який вплив оцінюється якість процесів керування?
3. Якими показниками характеризується якість процесів керування в перехідних режимах роботи САУ?
4. Які показники якості є основними?
5. Якими методами можна одержати перехідну функцію досліджуваної системи для аналізу якості процесів керування?
6. Як залежить вигляд перехідної функції досліджуваної системи від зміни її добротності?
7. Як залежать основні показники якості досліджуваної системи від коефіцієнта передачі ланцюга позитивного прямого зв'язку?

8. Як залежать основні показники якості досліджуваної системи від коефіцієнта передачі ланцюга гнучкого зворотного зв'язку?

9. Зміна якого з досліджуваних параметрів системи найбільш сильно впливає на її стійкість?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 5
ЦИФРОВІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ
1. Отримання передаточних функцій цифрових систем автоматичного керування

Цифровою системою автоматичного керування називається система, у замкнутому контурі якої є хоча б один пристрій, що перетворює безперервні сигнали у цифрові коди і виконує математичні операції над цими кодами. У контурі цифрової системи цифровий регулятор виконує властиві йому математичні операції і видає результат в дискретні моменти часу $t=T_0$, $2T_0$, $3T_0$, ...В інтервалах між цими моментами на виході регулятора зберігається те значення, яке було на початку розглядуваного інтервалу. Тому на виході регулятора існує не безперервна функція $x(t)$, а відповідна ступінчаста $x(nT_0)$, тобто здійснюється квантування за часом (рисунок 1). Крім того, відбувається квантування за рівнем, тому що внаслідок цифрової подачі інформації, вихідний сигнал може набувати лише певних фіксованих рівнів, що відрізняються один від одного на величину q. Величина q відповідає одиниці молодшого розряду цифрового регулятору, тобто безперервний сигнал $x(t)$ подається у вигляді $x(t)= x(nT_0)+\sigma$, де $|\sigma|<q$, а $x(nT_0)$ містить ціле число рівнів q.

Таким чином, в цифрових системах автоматичного керування здійснюється квантування і за рівнем, і за часом. Квантування за рівнем робить цифрову систему нелінійною, а за часом – дискретною. Однак при малому значенні q впливом квантування за рівнем на динаміку системи можна знехтувати, тобто покласти $q=0$. В цьому разі для дослідження цифрових систем застосовується математичний апарат дослідження лінійних імпульсних систем з амплітудно – імпульсною модуляцією : дискретне Z – перетворення і різницеві рівняння.

Спрощену структурну схему цифрової системи автоматичного керування подано на рисунку 2. Безперервний сигнал похибки $\varepsilon(t)$ імпульсним елементом *IE1* перетворюється в решітчасту цифрову функцію $\varepsilon[n]$ і надходить на вхід ЦОМ, яку подано у вигляді передаточної функції $D(z)$. Вихідний сигнал ЦОМ імпульсним елементом *IE2* і формувачем $W_ф(s)$ перетворюється в ступінчастий сигнал. Безперервну частину системи подано ланкою з передаточною функцією $W_{бп}(s)$.

На виході формувача імпульсів протягом усього періоду квантування T_0 зберігається попереднє значення сигналу, тому формувач є фіксатором (екстраполятором) нульового порядку. Його передаточна функція має вигляд :

$$W_{\phi}(s) = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s} \qquad (1)$$

або через те, що e^{Tos}=z , тому можна записати :

$$W_{\phi} = \frac{z-1}{zs} \qquad (2)$$

Таким чином, передаточна функція зведеної неперервної частини визначається формулою :

$$W_n(s) = W_{\phi}(s) W_{бп}(s) = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{W_{бп}(s)}{s} \quad , \qquad (3)$$

а її дискретна передаточна функція визначиться наступним чином :

$$W_n(z) = Z\{W_n(s)\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W_{бп}(s)}{s}\right\} \qquad (4)$$

Якщо в каналі керування є затримка в часі, то останній вираз запишеться у вигляді:

$$W_n(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W_{бп}(s)}{s} e^{-\tau s}\right\} \qquad (5)$$

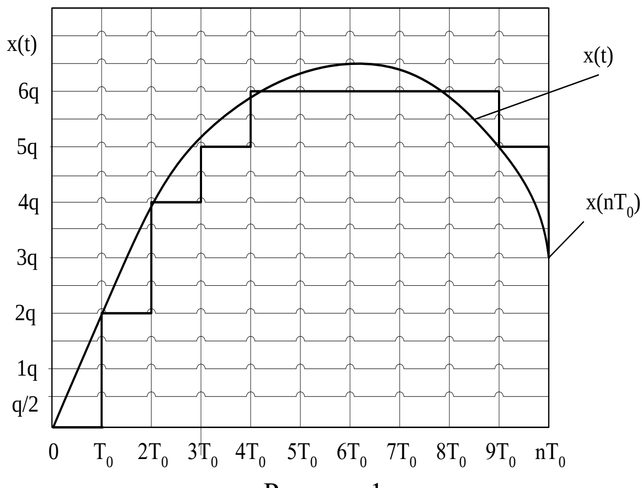


Рисунок 1

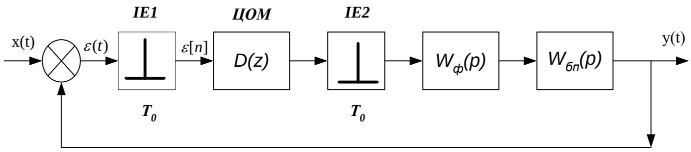


Рисунок 2

Z – перетворення $\left\{\frac{W_{бп}(s)}{s}\right\}$ знаходять за допомогою таблиць Z – перетворень після розкладу на прості дроби.

Таблиця 1

Z – перетворення

x(t)	*X(p)*	*X(z)*
$\delta(t)=\begin{cases}1, t=0,\\ 0, t=nT\ , n\neq 0\end{cases}$	1	1
$\delta(t-nT)=\begin{cases}1, t=nT,\\ 0, t\neq nT\end{cases}$	e^{-nT_0}	Z^{-n}
одинична ступінчаста функція	1/s	$\frac{z}{z-1}$
t	$1/s^2$	$\frac{T_0 z}{(z-1)^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT_0}}$
$1-e^{-at}$	$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{(1-e^{-aT_0})z}{(z-1)(z-e^{-aT_0})}$
sinωt	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z\sin\omega T_0}{z^2-2z\cos\omega T_0+1}$
cosωt	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z(z-\cos\omega T_0)}{z^2-2z\cos\omega T_0+1}$

Таблиця 2.

Основні властивості Z – перетворення.

x(t)	***X(z)***
1. $kx(t)$	$kX(z)$
2. $x_1(t)+x_2(t)$	$X_1(z)+X_2(z)$
3. $x(t+T)$	$zX(z)-zx(0)$
4. $tx(t)$	$-Tz\dfrac{dX(z)}{dz}$
5. $e^{-at}x(t)$	$X(ze^{at})$
6. $x(0)$, початкове значення	$\lim\limits_{z\to\infty} X(z)$, якщо границя існує
7. $x(\infty)$, кінцеве значення	$\lim\limits_{z\to 1}(z-1)X(z)$, якщо система стійка, то границя існує, тобто, якщо всі полюси $(z-1)X(z)$ знаходяться всередині кола одиничного радіусу $\lvert z\rvert=1$ на z – площині

Передаточна функція замкнутої системи :

$$H(z)=\frac{W(z)}{1+W(z)} \qquad (7)$$

де $W(z)$ – передаточна функція розімкнутої системи.

Передаточна функція за похибкою :

$$H_\varepsilon(z)=\frac{1}{1+W(z)} \qquad (8)$$

Отримання частотної передаточної функції :

$$W(z)\to z=\frac{(1+w)}{(1-w)}(\text{виконання білінійного перетворення})\to W(w)\to w=j\lambda\frac{T}{2}\to W(j\lambda),$$

де λ – псевдочастота, Т– період квантування.

Приклад 1. Передаточна функція неперервної частини системи :

$$W(s)=\frac{10}{s(1+0.05s)}$$

період квантування Т=0,1с.

Дискретна передаточна функція визначається в наступній послідовності :

$$W(z)=\frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{10}{s^2(1+0.05)}\right\}=10\frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{-0.05}{s}+\frac{1}{s^2}+\frac{0.05}{s+1/0.05}\right\}$$

Z – перетворення кожного доданку визначається згідно таблиць Z – перетворення:

$$W(z)=10\frac{z-1}{z}\left[\frac{-0.05z}{z-1}+\frac{0.1}{(z-1)^2}+\frac{z0.05}{z-e^{-\frac{0.1}{0.05}}}\right]=10\left[-0.05+\frac{0.1}{z-1}+\frac{0.05(z-1)}{z-e^{-\frac{0.1}{0.05}}}\right]=$$

$$=\frac{10\cdot 0.05\left[z-e^{-\frac{0.1}{0.05}}-\frac{0.05}{0.1}(z-e^{-\frac{0.1}{0.05}})(z-1)\right]}{(z-1)(z-e^{-\frac{0.1}{0.05}})}=\frac{0.568z+0.297}{(z-1)(z-e^{-\frac{0.1}{0.05}})}=\frac{0.568z+0.297}{z^2-1.135z+0.1353}$$

Z – перетворення в середовищі Matlab виконується за допомогою команди

W2=c2d(W,T,’zoh’)

де **W** – вираз передаточної функції неперервної частини системи, **T** – період квантування, **’zoh’** – вказує на наявність в системі екстраполятору нульового порядку.

Нижче наведено скріпт – файл для виконання Z – перетворення за допомогою Matlab для вище наведеного прикладу:

```
>> W=tf([10],[0.05 1 0])

Transfer function:
     10
------------
0.05 s^2 + s

>> T=0.1;
>> W2=c2d(W,T,'zoh')

Transfer function:
   0.5677 z + 0.297
----------------------
z^2 - 1.135 z + 0.1353

Осуществление выборки времени: 0.1
```

%ввод коефіцієнтів поліномів чисельника і знаменника
%передаточної функції неперервної частини

%період квантування
%Z – перетворення виконується за наявності екстраполятору нульового порядку (‘zoh’)
% результат виконання операції

Результати виконання Z – перетворення за допомогою розкладу виразу передаточної функції на прості дроби і за допомогою Matlab співпадають.

2. Аналіз якості цифрових систем автоматичного керування

Оцінку таких якісних показників, як швидкодія системи і запас стійкості , можна робити, використовуючи звичайні методи визначення вказаних величин за перехідною характеристикою. В цифрових системах одиничній ступінчастій функції відповідає зображення *z/z-1* , яке слід розглядати як вхідний вплив.

При використанні частотних методів прийоми оцінки якісних показників в основному зберігаються. Для даної цілі можуть використовуватись частотні передаточні функції замкнутої і розімкнутої систем. Їх застосування дає можливість визначити такі показники якості як запаси стійкості за амплітудою та за фазою, показник коливальності, смуга пропускання.

Приклад 2. Побудувати перехідний процес, якщо задано передаточну функцію замкнутої системи :

$$H(z)=\frac{0.632z}{z^2-0.736z+0.368}$$

Зображення вхідної величини дорівнює :

$$G(z)=\frac{z}{z-1}$$

Зображення вихідної величини набуває наступного вигляду :

$$Y(z)=H(z)\cdot G(z)=\frac{0.632z}{z^2-0.736z+0.368}\cdot\frac{z}{z-1}$$

Для побудови перехідного процесу виконаємо розклад зображення вихідної величини в ряд Лорана за допомогою ділення чисельника на знаменник:

$$
\begin{array}{l|l}
-\;0.632z^2 & z^3-1.736z^2+1.104z-0.368 \\ \cline{2-2}
\;\;\underline{0.632z^2-1.097z+0.6977-0.2326z^{-1}} & 0{,}623z^{-1}+1.097z^{-2}+1.207z^{-3}+1.116z^{-4}+1.009z^{-5}+0.9704z^{-6}+0.987z^{-7} \\
\qquad -\;1.097z-0.6977+0.2326z^{-1} & \\
\qquad\;\;\underline{1.097z-1.9044+1.2111z^{-1}-0.4037z^{-2}} & \\
\qquad\qquad -\;1.2067-0.9785z^{-1}+0.4037z^{-2} & \\
\qquad\qquad\;\;\underline{1.2067-2.0948z^{-1}+1.3322z^{-2}-0.4441z^{-3}} & \\
\qquad\qquad\qquad -\;1.1163z^{-1}-0.9285z^{-2}+0.4441z^{-3} & \\
\qquad\qquad\qquad\;\;\underline{1.1163z^{-1}-1.9379z^{-2}+1.2324z^{-3}-0.4108z^{-4}} & \\
\qquad\qquad\qquad\qquad -\;1.0094z^{-2}-0.7883z^{-3}+0.4108z^{-4} & \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\;\;\underline{1.0094z^{-2}-1.7523z^{-3}+1.1144z^{-4}-0.3715z^{-5}} & \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 0.9740z^{-3}-0.7036z^{-4}+0.3715z^{-5} & \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -\;\underline{0.9740z^{-3}-1.6909z^{-4}+1.0753z^{-5}-0.3584z^{-6}} & \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -\;0.9873z^{-4}-0.7038z^{-5}+0.3584z^{-6} & \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\;\;\underline{0.9873z^{-4}-1.714z^{-5}+1.09z^{-6}-0.3633z^{-7}} & \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1.0102z^{-5}-0.7316z^{-6}+0.3336z^{-7} &
\end{array}
$$

Отже, частка від ділення :

$$X(z)=0.632z^{-1}+1.097z^{-2}+1.207z^{-3}+1.116z^{-4}+1.009z^{-5}+0.974z^{-6}+0.987z^{-7}\ldots$$

Тому

$$X(kT) = 0.632\delta(t-T) + 1.097\delta(t-2T) + 1.207\delta(t-3T) + 1.116\delta(t-4T) + 1.009\delta(t-5T) +$$
$$+ 0.974\delta(t-6T) + 0.987\delta(t-7T)...$$

Графік перехідного процесу побудованого за даним виразом зображено на рисунку 3.

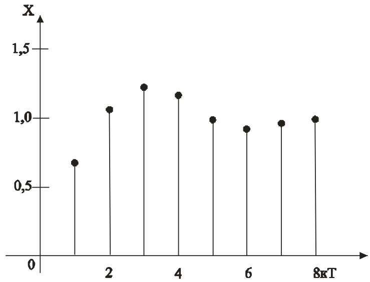
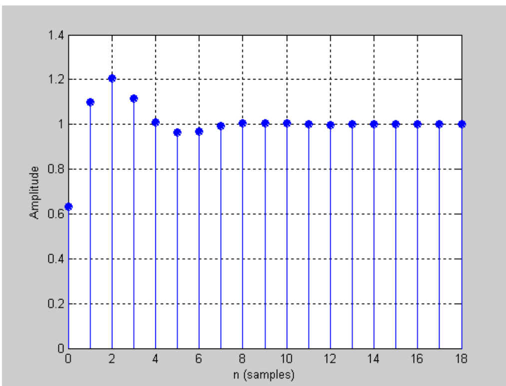


Рисунок 3.

Нижче наведено скріпт – файл для побудови перехідного процесу в цифровій системі та оцінки показників якості регулювання :

```
>> num=[0.632 0];           %коефіцієнти поліному чисельника
>> den=[1 -0.736 0.368];   %коефіцієнти поліному знаменника
>> stepz(num,den);grid on  %виконання побудови перехідного
>>                          процесу
```

Результат виконання :



Показники якості регулювання : час регулювання – 8с, величина перерегулювання – 21%,
похибка регулювання – 3%.

Завдання.

1. Виконати Z – перетворення для передаточної функції неперервної частини системи згідно варіанту шляхом розкладу

передаточної функції неперервної частини системи і за допомогою Matlab. Результати порівняти.

Таблиця 3

<table>
<tr><td>№</td><td>Вид передаточної функції неперервної частини системи</td><td>№</td><td>Варіанти параметрів</td></tr>
<tr><td></td><td>W(p)</td><td></td><td>Значення T_i [c]</td></tr>
<tr><td rowspan="5">1.</td><td rowspan="5">$\frac{K(T_1 s+1)}{s(T_2 s+1)}$

Період квантування T=0.1с</td><td>1.</td><td>$T_1 = 0.5$, $T_2 = 0.1$, К=1</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>$T_1 = 0.1$, $T_2 = 0.01$, К=2</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>$T_1 = 0.1$, $T_2 = 0.9$, К=1.5</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>$T_1 = 0.01$, $T_2 = 0.1$, К=10</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>$T_1 = 0.15$, $T_2 = 0.2$, К=5</td></tr>
<tr><td rowspan="5">2.</td><td rowspan="5">$\frac{K}{s(T^2 s^2+2T\varsigma s+1)}$

Період квантування T=0.5с</td><td>1.</td><td>$T = 0.1$, $\varsigma = 1$, К=1</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>$T = 0.05$, $\varsigma = 0.707$, К=1.5</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>$T = 0.03$, $\varsigma = 0.1$, К=1</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>$T = 0.08$, $\varsigma = 0.5$, К=8</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>$T = 0.01$, $\varsigma = 0.15$, К=12</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3.</td><td rowspan="4">$\frac{K(T_1 s+1)}{s(T_2 s+1)(T_3 s+1)(T_4 s+1)}$

Період квантування T=1с</td><td>1.</td><td>$T_1 = 0.03$, $T_2 = 0.5$,
$T_3 = 0.1$, $T_4 = 0.05$, К=1</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>$T_1 = 0.05$, $T_2 = 0.4$,
$T_3 = 0.08$, $T_4 = 0.033$, К=10</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>$T_1 = 0.2$, $T_2 = 0.45$,
$T_3 = 0.1$, $T_4 = 0.05$, К=7</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>$T_1 = 0.5$, $T_2 = 0.25$,
$T_3 = 0.1$, $T_4 = 0.02$, К=3</td></tr>
</table>

		5.	$T_1 = 0.1$, $T_2 = 0.25$, $T_3 = 0.1$, $T_4 = 0.05$, К=4
4.	$$\frac{K(T_1 s+1)}{s(T_2 s+1)(T_3 s+1)(T_4^2 s^2+2T_4\varsigma s+1)}$$ Період квантування Т=0.3с	1.	$T_1 = 0.2$, $T_2 = 0.1$, $T_3 = 0.05$, $T_4 = 0.07$, $\varsigma = 0.5$, К=2
		2.	$T_1 = 0.07$, $T_2 = 0.1$, $T_3 = 0.05$, $T_4 = 0.07$, $\varsigma = 0.5$, К=4
		3.	$T_1 = 0.3$, $T_2 = 0.1$, $T_3 = 0.05$, $T_4 = 0.07$, $\varsigma = 0.5$, К=0.3
		4.	$T_1 = 0.01$, $T_2 = 0.1$,$T_3 = 0.1$, $T_4 = 0.07$, $\varsigma= 0.5$, К=1
		5.	$T_1 = 0$, $T_2 = 0.1$, $T_3 = 0.1$, $T_4 = 0.07$, $\varsigma= 0.5$, К=1.2

2. Виконати побудову перехідного процесу шляхом розкладу в ряд Лорана та з використанням Matlab, оцінити основні показники якості регулювання згідно варіанту.

Таблиця 1

№	Вид передаточної функції
1	$W_{зам}(p)=\dfrac{1.7(z+0.46)}{z^2+z+0.5}, T=0.1c$
2	$W_{роз}(p)=\dfrac{0.5436z^3-0.3636z^2-0.3566z+0.1979}{z^4-2.011z^3+0.8472z^2+0.3687z-0.205}$, T=25c
3	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.000554z+0.0005483}{z^2-1.969z+0.9704}$, T=1c
4	$W_{роз}(p)=\dfrac{0.5317z^3-0.3787z^2-0.3753z+0.2368}{z^4-2.081z^3+0.9321z^2+0.3919z-0.243}$, T=20c

5	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.1}{z^2-1.5z+0.6}$, *T=1c*
6	$W_{роз}(p)=\dfrac{0.5253z^3-0.4522z^2-0.4076z+0.3385}{z^4-1.734z^3+0.7212z^2+0.02861z-0.01202}$, *T=10c*
7	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.1}{z^2-1.3z+0.4}$, *T=1c*
8	$W_{роз}(p)=\dfrac{0.445z^3-2.009z^2-0.234z+0.04757}{z^4-1.836z^3+0.65811z^2+0.2704z-0.09216}$, *T=1c*
9	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.7604z^3-0.3989z^2-0.1564z+0.002909}{z^4-0.8301z^3+0.0328z^2+0.005457z-0.0001916}$, *T=1c*
10	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.11}{z^2-1.78z+0.89}$, *T=1c*
11	$W_{роз}(p)=\dfrac{0.484z+0.516}{z^2-z}$, *T=1c*
12	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.6008z^3-0.3301z^2-0.2937z+0.07654}{z^4-1.177z^3+0.2379z^2+0.0016z-0.00486}$, *T=1c*
13	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.3678z+0.2644}{z^2-z+0.6322}$, *T=1c*
14	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.7472z^3-0.3901z^2-0.1678z+0.004233}{1.747z^4-1.986z^3+0.2588z^2+0.1781z-0.0047}$, *T=1c*
15	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.00147z+0.001455}{z^2-1.969z+0.9716}$, *T=1c*
16	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.2145z+0.1609}{z^2-0.75z+0.125}$, *T=1c*
17	$W_{зам}(p)=\dfrac{1.264z}{z^2-0.104z+0.368}$, *T=1c*
18	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.773z^3-0.4066z^2-0.1455z+0.002064}{z^4-0.8126z^3+0.4339z^2+0.3126z-0.004084}$, *T=1c*
19	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.0006431z+0.0006366}{z^2-1.969z+0.9708}$, *T=1c*
20	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.8077z^3-0.5414z^2-0.3068z+0.1092}{z^4-0.9823z^3+0.03061z^2+0.04243z-0.03915}$, *T=1c*
21	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.507z^3-0.4203z^2-0.421z+0.3387}{z^4-1.753z^3+0.7536z^2+0.0156z-0.00118}$, *T=10c*

22	$W_{роз}(p)=\dfrac{0.5187z^3-0.3964z^2-0.3969z+0.2833}{z^4-2.164z^3+1.043z^2+0.4123z-0.2911}$, *T=15c*
23	$W_{зам}(p)=\dfrac{0.5503z^3-0.3923z^2-0.3881z+0.245}{z^4-1.53z^3+0.5392z^2+0.003401z-0.001989}$, *T=1c*
24	$W_{роз}(p)=\dfrac{0.0006z+0.00054}{z^2-1.97z+0.9698}$, *T=1c*
25	$W_{роз}(p)=\dfrac{0.5538z^3-0.3857z^2-0.3451z+0.195}{z^4-1.457z^3+0.4615z^2+0.0236z-0.01}$, *T=1c*

Контрольні запитання до розділу.

1. В чому полягають основні відмінності дискретних систем від безперервних?
2. Що таке цифрова система автоматичного керування ? Назвіть її основні елементи ?
3. Що таке екстраполятор нульового порядку?
4. Наведіть визначення решітчастої функції. Чим вона відрізняється від безперервної ?
5. Що таке *Z* – перетворення?
6. Вкажіть основні властивості *Z* – перетворення ?
7. Як визначається передаточна функція розімкнутої та замкнутої цифрової системи автоматичного керування?
8. В чому суть *w* – перетворення і як воно застосовується для дослідження цифрових систем ?
9. Яким чином можна побудувати перехідний процес в цифровій системі ?
10. Якими показниками якості характеризується якість перехідних процесів в цифровій системі ?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 6

ОПИС НЕПЕРЕРВНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ У ПРОСТОРІ СТАНІВ

Мста роботи: навчитись визначати зв'язок між описом у просторі станів та передавальними функціями, визначати керованість та спостережуваність, виконувати зворотній перехід від передавальних функцій до опису у просторі станів, з'єднувати блоки, що задані моделлю у просторі станів.

Простір станів являє собою n-мірний простір, по осям якого відкладаються змінні стану. Змінними стану с мінімальний набір змінних, які повністю описують рух динамічної системи.

Щоб описати систему в просторі станів необхідно задати її матрицями A,B,C,D.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ : & : & : & : \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_n \end{bmatrix}$$ - матриця Фробеніуса (матриця стану);

$B = [0 \quad 0 \quad ... \quad 1]$ - матриця управління;

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 1 & ... & 0 \end{bmatrix}$$ - матриця спостереження

D - матриця прямої передачі управління з входу на вихід. Ці матриці повинні задовольняти наступним умовам:

- кількість рядків матриць A та B, а також матриць C та D повинні співпадати.

- кількість стовпців матриць A та C, а також матриць B та D теж повинні співпадати.

Повний опис неперервної системи в просторі станів мас вигляд:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

де x- вхід, y- вихід, u- стан системи.

Зв'язок між простором станів та передавальними функціями:

$$Y(z) = C(z1 - A)^{-1} \cdot Bu(z) + Du(z).$$

Оператор ss2tf виконує перехід від простору стану до передавальних функцій. У разі векторного виходу чисельник Num має вигляд матриці, кожний рядок якої містить в собі коефіцієнти полінома чисельника відповідної передавальної функції (від входу до першого, другого та ін. виходів). Якщо потрібно визначити якусь конкретну передавальну функцію, то з матриці Num треба взяти відповідний рядок, наприклад: tf2=tf(Num(2,:),Den). Знаменник буде спільним для всіх передавальних функцій. Наприклад:

[Num,Den]=ss2tf(A0,B0,C0,D0)

tfl=tf(Num(l,:),Den)

В командному вікні отримаємо результат:

Num = 1.0e+003 ·

0 0.0000 -0.0311 -0.0515 -0.0025 0

0 -0.0311 -0.0515 -0.0025 0.0000 0

0 -0.0000 0.0113 -0.0050 -3.5036 -0.0845

Den- 1.0000 3.9815 29.3302 1.0729 1.0861 0

Transfer Function:

$$\frac{4.441e-016\,s^4 - 31.1\,s^3 - 51.52\,s^2 - 2.469\,s}{s^5 + 3.982\,s^4 + 29.33\,s^3 + 1.073\,s^2 + 1.086\,s}$$

Важливими поняттями в теорії простору станів є керованість та спостережуваність.

Система керована, якщо існує керована послідовність, яка переводить систему із будь якого початкового стану в початок координат за кінцевий час.

Система спостережувана, якщо існує таке кінцеве k, що знання входів (u),...,u(k-l) та виходів y(0).....y(k-l) достатньо для визначення її початкового стану.

Таблиця 5.1

Синтаксис	Опис
ctrb(LTI-об’єкт >) ctrb(A, B)	Формування матриці керованості
obsv(<LTI- об’єкт >) obsv(A, C)	Формування матриці спостережуваності
parallel(<LTI1>,<LTI2>)	Паралельне з’єднання
series(<LTI1>,<LTI2>)	Последовательное з’єднання
feedback(<LTI1>,<LTI2>)	З’єднання зворотним зв’язком
append(<LTI1>, …, <LTIN>)	Об’єднання систем
connect(<sys>,<Con>,<in>,<out>)	Встановлення зв’язків у з’єднанні

У пакеті MATLAB визначити матриці керованості та спостережуваності можна за допомогою операторів ctrb та obsv відповідно.

Ранг матриці можна визначити за допомогою оператора rank. Якщо матриці керованості та спостережуваності мають повний ранг, то система повністю керована та спостережувана. Наприклад:

```
CT=ctrb(A0,B0)
rank(CT)
OB=obsv(A0,C0)
rank(OB)
```

В командному вікні отримаємо результат:

```
CT=1.0e+004 *
0.0000  -0.0001   0.0122   0.0036  -0.3721
-0.0000  -0.0030   0.0125   0.0394  -0.5191
0  -0.0031   0.0072   0.0622  -0.4564
0.0031   0.0072   0.0622  -0.4564 -0.0114
0   0.0011  -0.0050 -0.3636 1.5847
ans     5
OB=1.0e+003
0        0        0.0010   0        0
0        0        0        0.0010   0
0        0        0        0        0.0010
0        0        0        0.0010   0
0.0000   -0.0257  0        -0.0022  0
0        -0.0694  0.0694   0        0
0.0000   -0.0257  0        -0.0022  0
0.0001   0.1014   -0.0000  -0.0205  0
0.0003   0.1220   0        0.0010   0
0.0001   0.1014   -0.0000  -0.0205  0
-0.0005  0.3496   -0.0010  0.1449   0
-0.0005  -0.2375  -0.0028  0.1181   0
-0.0005  0.3496   -0.0010  0.1449   0
-0.0009  -4.3379  0.0048   0.0263   0
0.0014   -2.6199  0.0050   -0.4958  0
ans =    5
```

У даному прикладі система повністю керована і спостережувана, оскільки ранг матриці керованості та ранг матриці спостережуваності дорівнюють порядку системи (мають повний ранг).

Зворотний перехід від передавальних функцій до опису у просторі станів можна виконати за допомогою оператора tf2ss. Наприклад:

```
[a3,b3,c3,d3]=tf2ss(Num(3,:),Den)
[A1,B1,C1,D1]=tf2ss(Num,Den).
```

У командному вікні отримаємо результат:

```
a3 =
  -3.9815  -29.3302   -1.0729   -1.0861         0
   1.0000         0         0         0         0
        0    1.0000         0         0         0
        0         0    1.0000         0         0
        0         0         0    1.0000         0
b3 =
     1
     0
     0
     0
     0
c3 =
  1.0e+003 *
        0    0.0113   -0.0050   -3.5036   -0.0845
d3 =
     0
```

Треба помітити, що цей перехід не є однозначним, він виконується з точністю до неособливого перетворення вектору станів: $X=TX^0$, де T - неособлива матриця. Тому отримані матриці не співпадають з початковими матрицями, але їх головні характеристики (власні та сингулярні числа, норми тощо) не зміняться.

Хід роботи

1. Задати систему у просторі станів
2. Виконати перехід від простору станів до передавальних функцій.
3. Виконати зворотній перехід від передавальних функцій до простору станів.
4. Визначити керованість та спостережуваність системи.
5. Визначити власні числа матриць A0 та A1 (де матриця AO-задана матриця реального об'єкта, а матриця A1- матриця, отримана після виконання спочатку переходу до передавальних функцій, а потім знову до простору станів).

Варіант 1

$$A = \begin{bmatrix} -0.0273 & 5.9960 & -9.7764 & 0 & 0 \\ -0.0064 & -1.3927 & 0 & 0.9971 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0036 & -16.1243 & 0 & -1.7339 & 0 \\ 0 & -Vtp & Vtp & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0.3581 \\ -0.1303 \\ 0 \\ -19.8857 \\ 0 \end{bmatrix};$$

C = eye(5); D = zeros(5,1) . Vtp = 55;

Варіант 2

$$A = \begin{bmatrix} -0.0486 & -0.0908 & 0.2633 & 0.4698 & 0 \\ 0.0001 & -0.3829 & -3.9684 & -0.0390 & 0 \\ 0.0005 & 0.0330 & -0.1059 & -0.1707 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.4822 & 0.5651 \\ 0.0004 & -2.7755 \\ 0.0018 & -0.2053 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = eye(5); \quad D = zeros(5,2).$$

Варіант 3

$$A = \begin{bmatrix} 0.0017 & 4.5 & 0 & -9.8007 & 0.0000 & 0.0288 \\ -0.0011 & -0.8 & 1.0000 & -0.0026 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0004 & -3.2 & -1.33 & 0.0013 & 0.0000 & 0.0011 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0349 & 1011 & 0 & -1011 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.6667 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ -0.034 & 0 \\ -2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.32 \end{bmatrix};$$

C = eye(6,6); D = zeros(6,2).

Варіант 4

Vt = 69.4444;

$$A = \begin{bmatrix} -0.0345 & 5.9942 & -9.7764 & 0 & 0 \\ -0.0041 & -1.7565 & 0 & 0.9860 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0.0033 & -25.6814 & 0 & -2.1905 & 0 \\ 0 & -Vt & Vt & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0.3576 \\ -0.1628 \\ 0 \\ -31.1037 \\ 0 \end{bmatrix};$$

C = eye(5); D = zeros(5,1).

Варіант 5

$C = eye(6);$

$D = zeros(6,1).$

$B = [0 \quad 0 \quad 160 \quad 0 \quad 0 \quad 0]';$

$$A = \begin{bmatrix} -0{,}136 & 0{,}1403 & 0{,}0001 & -0{,}9986 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1{,}003 & 0 & 0 & 0 \\ -56{,}21 & 0 & -11{,}25 & 3{,}332 & 0 & 0 \\ 1{,}19 & 0 & -0{,}21 & -0{,}24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 69{,}44 & 0 & 0 & 0 & 69{,}44 & 0 \end{bmatrix};$$

Варіант 6

$$A = \begin{bmatrix} -0.0233 & 0 & -0.0836 & -11.4652 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0.0117 & 0 & -1.0718 & 262.2255 & 23.5098 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0.0005 & 0 & 0.0498 & -12.2545 & -2.3717 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 4.6164 & 0.0216 \\ 0 & 0 \\ 0.4589 & 0.2907 \\ 0 & 0 \\ 0.0012 & -0.0365 \end{bmatrix};$$

$C = eye(5);$

$D = zeros(5,2)$

Варіант 7

$$A = \begin{bmatrix} -0{,}109 & 0.1754 & 0.0001 & -0.9988 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}653 * Vt & 0 & -9.1953 & 2.8 & 0 & 0 \\ 0.0155 * Vt & 0 & -0.173 & -0.185 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ Vt & 0 & 0 & 0 & Vt & 0 \end{bmatrix};$$

$B = [0 \quad 0 \quad 103.62 \quad 0 \quad 0 \quad 0]'; \; C = eye(6); \qquad D = zeros(6,1).$

$Vt = 69.4444;$

Варіант 8

$C = eye(6); \quad D = zeros(6,1).$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}0027 & 6{,}16 & 0 & -9{,}8 & 0 & 0{,}0288 \\ -0{,}0011 & -0{,}96 & 1 & -0{,}0026 & 0 & 0 \\ -0{,}0004 & -5{,}69 & -1{,}9 & 0{,}0013 & 0 & 0{,}0011 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}0349 & 134{,}1 & 0 & -134{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}666 \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} -0{,}2326 & 0 \\ -0{,}063 & 0 \\ -3{,}45 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0{,}666 \end{bmatrix};$$

Варіант 9

$$A = \begin{bmatrix} -0{,}0075 & 0 & -0{,}014 & -19{,}99 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}0411 & 0 & -0{,}897 & 780 & 17{,}16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0{,}0004 & 0 & 0{,}0339 & -29{,}49 & -2{,}7 \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 2{,}64 & -0{,}752 \\ 0 & 0 \\ 0{,}187 & 0{,}9336 \\ 0 & 0 \\ 0{,}0002 & -0{,}1872 \end{bmatrix};$$

$C = eye(5);$

$D = zeros(5,2)$

Варіант 10

$$A = \begin{bmatrix} -0{,}1825 & 0{,}0348 & -1 & 0{,}037 & 0 \\ -23 & -3{,}266 & 1{,}09 & 0 & 0 \\ 8 & -0{,}065 & -0{,}65 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}037 & 0 \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}0006 \\ 0{,}049 & 0{,}0543 \\ 0{,}0003 & -0{,}4544 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$C = eye(5); \; D = zeros(5,2)$

Контрольні запитання

1. Як задаються системи у просторі станів?
2. Дайте визначення терміну "керованість системи".
3. Дайте визначення терміну "спостережуваність системи".
4. Як отримати передавальні функції від кожного виходу окремо?
5. Яким умовам повинні задовольняти матриці A, B, C, D, щоб сформувати систему у просторі станів?

6. Яким чином перевіряється система на керованість та спотережуваність?
7. За допомогою яких операторів відбувається перехід від простору станів до передавальних функцій?
8. За допомогою яких операторів відбувається зворотній перехід від передавальних функцій до простору станів?
9. Яким чином відбувається з'єднання блоків, що задані моделлю у просторі станів?

Зміст

Навчально-методичне видання

Математичні основи теорії систем

Методичні вказівки для виконання практичних робіт зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, спеціалізація – Енергетика та автоматика аграрного комплексу»

Укладачі: Осадчий С.І., д.т.н., професор

Трушаков Д.В., к.т.н, доцент