

## Математическая модель внутренних утечек через торцовые сопряжения шестеренного насоса

В статье предложена усовершенствованная математическая модель внутренних утечек рабочей жидкости через торцовые сопряжения шестеренного насоса типа НШ. **шестеренный насос, внутренние утечки, торцовый зазор, усредненные параметры торцового зазора**

*Состояние вопроса.* Коэффициент подачи (КП) является важнейшим техническим параметром, характеризующим насос, как гидравлическую машину. Коэффициент подачи определяется внутренними утечками через зазоры сопряжений насоса. Работами многих исследователей установлено, что основным каналом утечек является торцовые зазоры, через которые перетекают 75...80% всех внутренних утечек [1].

Испытания типового шестеренного насоса показали, что при увеличении торцового зазора на 0,1 мм КП насоса снижается на 20%, в то время, как увеличение радиального зазора на 0,1 мм приводит к снижению КП шестеренного насоса всего на 0,25%. Это обусловлено тем, что уплотнение по торцам обеспечивается узким кольцевым пояском, образуемым диаметром впадин зубьев шестерен и диаметром цапфы или кольцевой выточкой во втулках [1].

Современные представления о направлении торцовых утечек основываются на утверждениях Т.М. Башты о том, что они направлены от периферии к центру, как показано на рис. 1 [1] и далее по подшипниковому зазору в камеру низкого давления, как показано на рис. 2 [2].

Основываясь на этих предположениях, были разработаны математические модели утечек через торцовый зазор. В этом направлении работали многие авторы, но наиболее удачную модель, по нашему мнению разработал А.Ф. Осипов [3].

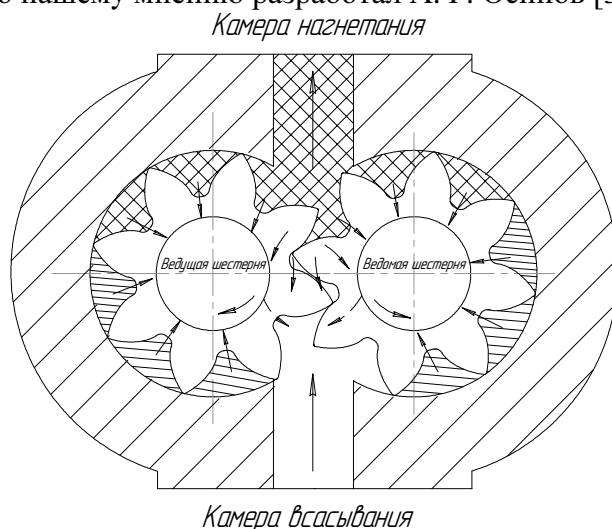


Рисунок 1 – Схема внутренних утечек в шестеренном насосе по Т.М. Баште [1]

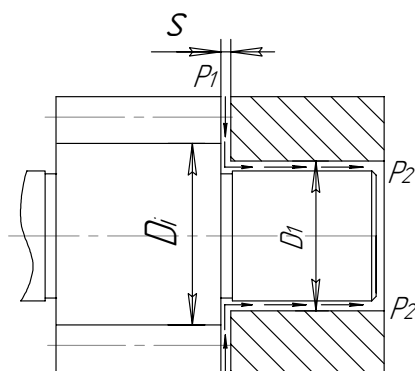


Рисунок 2 – Схема направления утечек через торцовый зазор по Савунову [2]

Полученная А.Ф. Осиповым математическая модель утечек отражает тот факт, что в соответствии с предположением Т.М. Башты утечки направлены только через кольцевой зазор в направлении от периферии к центру (см. рис. 1 и рис. 2), при условии, что одна из поверхностей вращается [3]:

$$q_6 = \left[ \Delta P - \frac{3\rho\omega^2}{20}(R^2 - r_y^2) \right] \frac{\pi\delta_6^3}{6\mu \ln \frac{R}{r_y}}, \quad (1)$$

где  $\frac{3\rho\omega^2}{20}(R^2 - r_y^2)$  – центробежная составляющая, препятствующая утечкам;

$\rho$  – плотность рабочей жидкости, кг/м<sup>3</sup>;

$R$  – внешний радиус кольца, м;

$r_y$  – внутренний радиус кольца, в нашем случае – это радиус цапфы шестерен, м;

$\mu$  – динамическая вязкость, Па·с.

Однако данные расчетов по представленной модели не соответствуют экспериментальным данным, что и побудило авторов к усовершенствованию математической модели внутренних утечек через торцовый зазор.

Целью исследования является усовершенствование математической модели внутренних утечек в шестеренном насосе через торцовый зазор.

Объект исследования - внутренние утечки рабочей жидкости через торцовые зазоры шестеренного насоса типа НШ.

Предмет исследования - разработка новой усовершенствованной математической модели внутренних утечек рабочей жидкости через торцовые зазоры шестеренного насоса.

При разработке математической модели утечек рабочей жидкости через торцовые зазоры шестеренного насоса будем исходить из следующих предпосылок:

1. Течение рабочей жидкости в торцовых зазорах – ламинарное.

2. Рабочая жидкость через торцевые сопряжения шестерен и втулок происходит параллельно по двум направлениям (см. рис. 3):

– через кольцевой торцевой зазор на угловом протяжении  $\beta_{вд}$ , которое соответствует камере высокого давления;

– через прямоугольный торцевой зазор, непосредственно отделяющий камеру нагнетания от камеры всасывания в месте сопряжения зубьев шестерен.

А.Ф. Осипов получил зависимость утечек через кольцевой зазор (1) для всей окружности, т.е. для угла в  $2\pi$  радиан. Тогда, разделив правую часть зависимости (1) на  $2\pi$  и умножив на  $\beta_{вд}$ , получим величину утечек через торцевой кольцевой зазор, при

условии, что протяженность камеры высокого давления составляет  $\beta_{вд}$  радиан:

$$q_{тк} = \left[ \Delta P - \frac{3\rho\omega^2}{20} (R^2 - r_{ц}^2) \right] \frac{\beta_{вд} \delta_6^3}{12\mu \ln \frac{R}{r_{ц}}}, \quad (2)$$

где  $\beta_{вд}$  коэффициент протяженности камеры высокого давления, в радианах.

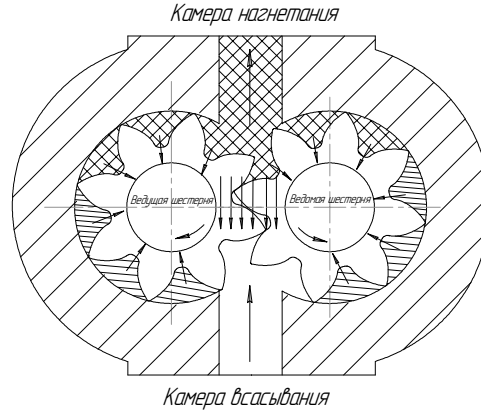


Рисунок 3 – Предлагаемая модель внутренних утечек рабочей жидкости через торцевой зазор

Второй особенностью реальной сути дел является то, что внешний радиус кольца является не постоянной величиной. Внешний радиус  $R$  изменяется внутри следующего интервала

$$R_e < R < R_i, \quad (3)$$

где  $R_e$  – радиус вершин зубьев шестерен, м;

$R_i$  – радиус окружности впадин зубьев, м.

Поэтому зависимость (2) перепишем в виде:

$$q_{тк} = \left[ \Delta P - \frac{3\rho\omega^2}{20} (\langle R \rangle^2 - r_{ц}^2) \right] \frac{\beta_{вд} \delta_6^3}{12\mu \ln \frac{\langle R \rangle}{r_{ц}}}. \quad (4)$$

Усредненный внешний радиус найдем из следующих рассуждений.

Сумму площадей зубьев шестерен можно записать в виде:

$$S_{\Sigma z} = S_z \cdot z. \quad (5)$$

Более информативной является запись формулы (5) в виде:

$$S_{\Sigma z} = \pi(R_e^2 - R_i^2) - S_w \cdot z, \quad (6)$$

где  $S_z$  – площадь зуба, мм<sup>2</sup>;

$S_w$  – площадь межзубовой впадины, мм<sup>2</sup>;

$z$  – количество зубьев.

Площадь межзубовой впадины определяют по следующей зависимости [4]:

$$S_w = R_e^2 \left[ \frac{\pi}{z} + \text{inv}(\gamma_e) - \left( \frac{\phi}{2} + \text{inv}\alpha \right) \right] - r_0^2 \frac{\text{tg}^3 \gamma_e}{3} - R_i^2 \left[ \frac{\pi}{z} - \left( \frac{\phi}{2} + \text{inv}\alpha \right) \right], \quad (7)$$

где  $r_0$  – радиус начальной окружности, м;

$\gamma_e$  – угол вершины эвольвенты, рад;

$\phi$  – угол дуги зуба по начальной окружности, рад;

Эту же площадь через усредненный радиус запишем в виде

$$S_{\Sigma z} = \pi(\langle R \rangle^2 - R_i^2), \quad (8)$$

Приравняв правые части равенств (6) и (8), получим:

$$\pi(\langle R \rangle^2 - R_i^2) = \pi(R_e^2 - R_i^2) - S_w \cdot z, \quad (9)$$

Решив уравнение (9), получим:

$$\langle R \rangle = \sqrt{R_e^2 - \frac{S_w \cdot z}{\pi}} \quad (10)$$

Подставив значение усредненного радиуса в зависимость (4), получим модель для определения утечек через кольцевую часть торцевого зазора:

$$q_{mk} = \left[ \Delta P - \frac{3\rho\omega^2}{20} \left( R_e^2 - \frac{S_w \cdot z}{\pi} - r_y^2 \right) \right] \frac{\pi\beta_{\text{вод}}\delta_6^3}{6\mu \ln \frac{\sqrt{R_e^2 - \frac{S_w \cdot z}{\pi}}}{r_y}}, \quad (11)$$

Помимо этого, как отмечено выше, кроме кольцевого торцевого зазора часть рабочей жидкости перетекает из камеры нагнетания в камеру всасывания непосредственно через зазор прямоугольного сечения который расположен между цапфами шестерен в месте сопряжения зубьев шестерен (рис. 4)

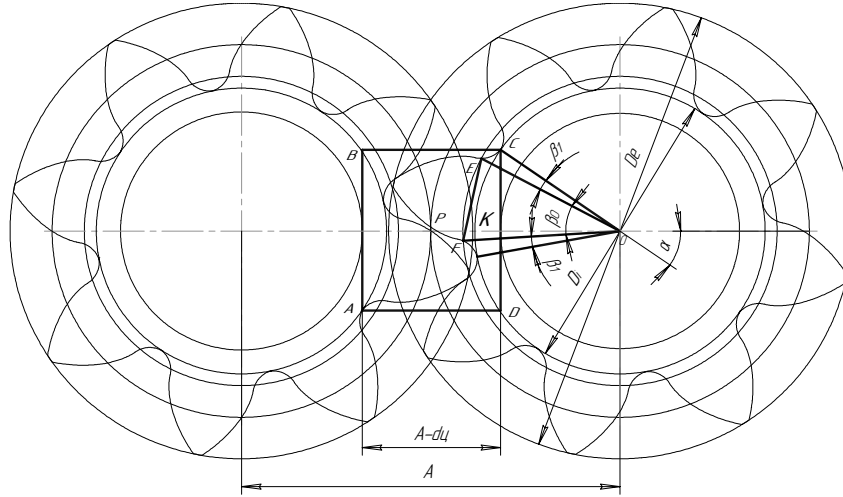


Рисунок 4 – Схема для определения длины торцевого зазора прямоугольной формы

Зависимость для определения утечек через торцевой прямоугольный зазор имеет вид [3]:

$$q_{mn} = \frac{\Delta P b_{mn} \delta_6^3}{12\mu l_{mn}}. \quad (12)$$

При построении этой модели были приняты следующие допущения.

1. Считаем, что в этой зоне утечки направлены перпендикулярно осевой линии.
2. Уплотнение прямоугольного торцевого зазора происходит с одной стороны торцами неподвижных втулок, а с другой стороны торцами подвижных шестерен. В процессе работы шестеренного насоса в зоне зацепления шестерен в результате их движения происходит постоянное изменение длины прямоугольного торцевого зазора, а поэтому зависимость (12) перепишем в виде:

$$q_{mn} = \frac{\Delta P b_{mn} \delta_6^3}{12\mu \langle l \rangle}, \quad (13)$$

где  $\langle l \rangle$  усредненная длина прямоугольного элемента торцевого зазора.

3. Поскольку одна из стенок прямоугольного торцевого зазора подвижна, то помимо напорной составляющей в модели должна присутствовать фрикционная составляющая, которая связана с вращательным движением шестерен и оказывает существенное влияние на величину утечек рабочей жидкости через торцевой прямоугольный зазор. В связи с этим замечанием зависимость (13) по аналогии с зависимостью для радиального зазора [3] перепишем в виде:

$$q_{mn} = \left( \frac{\Delta P \delta_6^3}{12\mu \langle l \rangle} + \frac{\langle R \rangle \omega \delta_6}{2} \right) \cdot b_{mn}, \quad (14)$$

где  $\langle R \rangle$  – усредненное значение радиуса шестерни, мм.

Правомерность такой замены дает следующие рассуждения. Из рис. 4 видим, что фрикционная составляющая носит довольно сложный характер: стенки зазора вращаются в противоположных направлениях и, при этом, с разными линейными скоростями, пропорциональными радиусу вращения. Однако симметричность процесса дает нам право представить фрикционную составляющую в виде такого простого слагаемого.

Знак «+» перед вторым членом в скобках свидетельствует о том, что фрикционная составляющая способствует утечкам через прямоугольный торцевой зазор: с увеличением частоты вращения объем внутренних утечек через упомянутый зазор возрастает.

Усредненное значение радиуса шестерни будем определять по следующей зависимости (см. рис. 4):

$$\langle R \rangle = r_y + \frac{R_e - r_y}{2}, \quad (15)$$

$$\text{или} \quad \langle R \rangle = 0,5 (R_e + r_y), \quad (16)$$

где  $R_e$  – радиус вершин зубьев шестерен, мм;

$r_y$  – радиус цапф шестерен, мм.

Для определения геометрических параметров торцевого прямоугольного зазора выделим прямоугольник ABCD в зоне зацепления шестерен. При этом, горизонталь BC проводим через середину впадины зуба (см. рис. 4).

Ширина этого прямоугольника, как видно из схемы на рис. 4, составляет:

$$b_{mn} = A - d_y. \quad (17)$$

Для определения длины этого прямоугольника определим площадь прямоугольника ABCD. Для этого определим дугу зуба шестерни по начальной окружности в соответствии с зависимостью [4]:

$$S_x = d_x \left( \frac{\pi}{2z} + \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 + \text{inv } \alpha_0 - \text{inv } \alpha_x \right), \quad (18)$$

где  $d_x$  – диаметр, на котором определяется длина дуги шестерни, мм;

$S_x$  – искомая длина зуба шестерни на диаметре  $d_x$ , мм;

$\xi$  – коэффициент профилевого смещения;

$\alpha_x$  – угол, соответствующий искомой дуге:

$$\alpha_x = \arccos \frac{d_0}{d_x}. \quad (19)$$

Тогда центральный угол дуги зуба  $S_x \angle EOF$  определяется в соответствии с зависимостью:

$$\beta_0 = \frac{2\pi S_0}{\pi d_0} = \frac{2S_0}{d_0}. \quad (20)$$

Поскольку в нашем случае ищем толщину зуба на начальной окружности, то:

$$d_x = d_0. \quad (21)$$

Тогда подставив значение  $d_x$  в (19), получим:

$$\alpha_{x0} = \arccos 1 = 0. \quad (22)$$

С учетом (22) зависимость (18) перепишем в виде:

$$S_0 = d_0 \left( \frac{\pi}{2z} + \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 + \text{inv } \alpha_0 \right). \quad (23)$$

Тогда центральный угол  $\beta_0$ :

$$\beta_0 = \frac{\pi}{z} + \frac{4\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 + 2 \text{inv } \alpha_0. \quad (24)$$

Из схемы представленной на рис. 4 видим, что угол  $\angle COF$ , соответствующий одному зубу шестерни - равен  $\frac{2\pi}{z}$ , а угол  $\beta_1$  может быть определен, как:

$$\beta_1 = 0,5 \left( \frac{2\pi}{z} - \beta_0 \right), \quad (25)$$

$$\beta_1 = \frac{\pi}{z} - 0,5 \beta_0. \quad (26)$$

Подставив в (26) значение  $\beta_0$  из выражения (24), после преобразований, получим:

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2z} - \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 - \text{inv } \alpha_0. \quad (27)$$

Тогда угол  $\angle COP$  равен:

$$\angle COP = \alpha + \beta_1. \quad (28)$$

Или, после подстановки значения  $\beta_1$  из (27), получим:

$$\angle COP = \alpha + \frac{\pi}{2z} - \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 - \text{inv } \alpha_0. \quad (29)$$

Из треугольника  $\triangle COK$  найдем его сторону  $CK$ :

$$CK = R_i \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{2z} - \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 - \text{inv } \alpha_0 \right). \quad (30)$$

Тогда длина прямоугольника ABCD составит:

$$L = 2 R_i \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{2z} - \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 - \text{inv } \alpha_0 \right). \quad (31)$$

Как видно из приведенной схемы (рис. 4) в сопротивлении утечкам рабочей жидкости не будет противодействовать часть площади выделенного прямоугольника, ограниченная площадью заземленного объема.

Площадь всего прямоугольника ABCD будет равна

$$S_{np} = L b_{mn}. \quad (32)$$

Подставив в (32) значение входящих в него величин из (17) и (31), получим:

$$S_{np} = 2 R_i (A - d_y) \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{2z} - \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 - \text{inv } \alpha_0 \right), \quad (33)$$

где  $A$  – расчетное межцентровое расстояние, мм;

$d_y$  – диаметр цапф, мм.

Площадь прямоугольника без площади максимального заземленного объема,

определяемого по формулам приведенным в [4] будет иметь:

$$S_{1np} = 2 R_i (A - d_y) \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{2z} - \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 - \text{inv } \alpha_0 \right) - S_v - \frac{\pi}{2z} t_0^2 (\varepsilon - 1)^2, \quad (34)$$

где  $\varepsilon$  - коэффициент перекрытия зубчатого зацепления.

Для определения усредненного значения длины прямоугольного торцевого зазора необходимо полученную площадь  $S_{1np}$  разделить на  $b_{mn}$  из выражения (17), в результате получим:

$$\langle l \rangle = \frac{2 R_i (A - d_y) \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{2z} - \frac{2\xi}{z} \cdot \tan \alpha_0 - \text{inv } \alpha_0 \right) - \left( S_v + \frac{\pi}{2z} t_0^2 (\varepsilon - 1)^2 \right)}{A_\phi - d_y}, \quad (35)$$

где  $A_\phi$  - фактическое межцентровое расстояние, которое в общем случае может быть переменной величиной, в частности в шестеренном насосе с регулируемой подачей.

Таким образом, суммарные утечки через торцевой зазор можно представить в виде:

$$q_m = q_{mk} + q_{mn}. \quad (36)$$

В зависимости (36) значение  $q_{mk}$  определяем по зависимости (11), а значение  $q_{mn}$  по зависимости (14), а входящие в зависимость (14) значения усредненного радиуса  $\langle R \rangle$  по формуле (16), а усредненное значение длины торцевого прямоугольного зазора по формуле (35).

Предварительно анализируя полученную математическую модель приходим к следующим выводам.

**Выводы.** Предложенная усовершенствованная математическая модель внутренних утечек рабочей жидкости через торцевой зазор предполагает, что утечки направлены по двум параллельным каналам: через кольцевой торцевой зазор и через прямоугольный торцевой зазор в месте сопряжения зубьев шестерен (см. рис. 3).

Полученная математическая модель утечек учитывает влияние инерционных сил, воздействующих на утечки через кольцевой зазор (см. зависимость (11)) и фрикционных сил, воздействующих на утечки через прямоугольный зазор (см. зависимость (14)).

Впервые математическая модель, описывающая закономерности внутренних утечек через зазоры в сопряжениях шестеренного насоса включает в себя параметры зубчатого зацепления насоса, что даст возможность осуществить системный комплексный подход при оптимизации параметров зубчатого зацепления насоса с точки зрения уменьшения внутренних утечек.

## Список литературы

1. Т.М. Башта Расчеты и конструкции самолетных гидравлических устройств. Изд. 3-е перераб и доп. М.: Оборонгиз, 1961. – 475 с.
2. М.П. Савунов Исследование работоспособности агрегатов гидросистем с.х. тракторов. Дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук. Горки 1970 г.
3. А.Ф. Осипов. Объемные гидравлические машины. М.: «Машиностроение», 1966. – 159 с.
4. Е.М. Юдин. Шестеренные насосы. М.: «Машиностроение», 1964. – 236 с.

В статті запропонована вдосконалена математична модель внутрішніх втрат робочої рідини через зазори торцевих спряжень шестеренного насоса типу НШ.

In the article the usovershenstvovanaya mathematical model of internal losses of working liquid through the butt end interfaces of cog-wheel pump of the GP type is offered.

Получено 21.11.06