

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Центральноукраїнський національний технічний університет

Т.В. Руденко, М.В. Красота, Ю.В. Кулешков

ПРАКТИКУМ З ГІДРАВЛІКИ

Навчальний посібник
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня

Кропивницький - 2024

УДК 532(075.8)

Рекомендовано до друку Вченою Радою
Центральноукраїнського національного
технічного університету

(Протокол 2 від 28.10.2024 року.)

Практикум з гідравліки : навч. посіб. / Т.В. Руденко, М.В. Красота, Ю.В. Кулешков ; М-во освіти і науки України, Центральноукраїн. нац. техн. ун-т. – Кропивницький : ЦНТУ, 2024. – 201 с.

Рецензенти:

Панченко Анатолій Іванович - Доктор технічних наук, професор Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного, завідувач кафедри мехатронних систем тракторів та сільськогосподарських машин (м. Мелітополь).

Сагура Євген Олександрович - Головний конструктор АТ "Гідросила" (м. Кропивницький)

В навчальному посібнику приводяться короткі теоретичні відомості сучасної гідравліки за розділами: статика, кінематика, динаміка, а також відомості про рух рідини через отвори, насадки, трубопроводи.

Посібник містить приклади вирішення типових задач до окремих розділів, задачі для самопідготовки, завдання для тестового контролю, а також питання для самопідготовки.

Посібник може бути використаний на практичних заняттях з дисципліни «Гідравліка», при виконанні курсових, розрахунково-графічних і контрольних робіт здобувачами вищої освіти всіх спеціальностей.

© Т.В. Руденко, М.В. Красота, Ю.В. Кулешков

© ЦНТУ. м. Кропивницький, пр. Університетський, 8. 2024 р

Зміст

Розділ 1 ЗМІСТ ГІДРАВЛІКИ, ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ І ПЕРСПЕКТИВИ ДЛЯ ГАЛУЗЕВОГО МАШИНОБУДУВАННЯ.....	5
1.1 Сутність гідравліки та історичні передумови виникнення гідравліки.	5
1.2 Рідина	10
1.3 Одиниці вимірювання, основні фізичні властивості	12
1.4 Загальні вказівки до самостійної роботи	25
1.5 Загальні рекомендації по розв'язанню гідравлічних задач.....	26
1.6 Структура процесу розв'язання задачі.....	28
1.7 Приклади розв'язання задач до розділу 1	31
1.8 Задачі для самостійного розв'язку за розділом 1	35
1.9 Тестові завдання за розділом 1	37
Розділ 2 ГІДРОСТАТИКА.....	43
2.1 Основні поняття гідростатики	43
2.2 Властивості гідростатичного тиску.....	45
2.3 Диференціальне рівняння рівноваги рідини (рівняння Ейлера).....	48
2.4 Основне рівняння гідростатики.....	50
2.5 Формула для визначення тиску в будь якій точці рідини II формула запису ОРГ	52
2.6 Гідростатичний парадокс	55
2.7 Приклади до вирішення задач до основного рівняння гідростатики.....	55
2.8 Епюри гідростатичного тиску.....	63
2.9 Приклади вирішення задач (до п. 2.7).....	65
2.10 Поверхні рівня та їх властивості	66
2.11 Відносний спокій рідини у випадку прямолінійного рівноприскореного руху	68
2.12 Відносний спокій рідини при обертанні ємності навколо вертикальної вісі.....	68
2.13 Приклади вирішення задач до п. 2.12	70
2.14 Закон Паскаля.....	71
2.15 Приклади вирішення задач (до п. 2.14).....	73
2.16 Сила тиску на довільно орієнтовані плоскі поверхні.....	75
2.17 Центр тиску. Визначення координат центра тиску	76
2.18 Приклади вирішення задач (до пп. 2.16-2.17)	78
2.19 Сила тиску на криволінійні поверхні.....	80
2.20 Приклади вирішення задач (до п. 2.19).....	81
2.21 Формула для визначення товщини стінок гідроліній та гідроциліндрів.....	85
2.22 Приклади вирішення задач (до п. 2.21).....	85
2.23 Задачі для самостійного розв'язку	87
2.24 Тестові завдання.....	92
2.25 Питання для самоконтролю до розділу «Гідростатика»	103
Розділ 3 КІНЕМАТИКА РІДИНИ.....	104
3.1 Основні методи вивчення руху рідини	104
3.2 Види руху рідини	105
3.3 Лінії течії та елементарна струминка рідини	106
3.4 Властивості елементарної струминки при (стаціонарному) встановленому русі рідини	107
3.5 Гідравлічні елементи струминки і потоку рідини	108
3.6 Рівняння нерозривності для струминки і потоку нестисливої і стисливої рідини	110
3.7 Тестові завдання (до п. 3.1-3.7).....	111
3.8 Питання для самоконтролю за розділом 3.....	114
Розділ 4 ДИНАМІКА ІДЕАЛЬНОЇ І В'ЯЗКОЇ РІДИНИ.....	115
4.1 Диференціальне рівняння руху ідеальної рідини (рівняння Л.Ейлера)	115
4.2 Рівняння Даниїла Бернуллі	116

4.3 Геометричний та фізичний сенс рівняння Бернуллі для ідеальної та реальної струминки рідини	119
4.4 Плавно змінний рух	121
4.5 Рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини	122
4.6 Методика використання рівняння Д. Бернуллі при розв'язанні задач	124
4.7 Інші форми запису рівняння Бернуллі	125
4.8 Приклади дії закону Бернуллі	125
4.9 Приклади вирішення задач (до п. 4.1-4.8)	128
4.10 Режими руху рідин	133
4.11 Приклади вирішення задач (до п. 4.10)	137
4.12 Задачі для самостійного розв'язку	138
4.13 Тестові завдання (до п. 4.1-4.10)	140
4.14 Питання для самоконтролю (до п. 4.1-4.10)	143
4.15 Загальні відомості про втрати напору (тиску)	144
4.16 Класифікація втрат напору	145
4.17 Гідродинамічна подібність	152
4.18. Приклади вирішення задач (до п. 4.15-4.17)	152
4.19 Задачі для самостійного розв'язку до розділу (4.15 - 4.17)	156
4.20 Тестові завдання (до п. 4.15-4.17)	156
4.21 Місцеві втрати напору. Класифікація місцевих опорів	159
4.22 Взаємний вплив місцевих опорів	166
4.23 Місцеві опори при ламінарному режимі	166
4.24 Витікання рідини з отворів та насадків	167
4.25 Витікання рідини з насадок	170
4.26 Експериментальне визначення коефіцієнтів, що характеризують рух рідини в отворах та насадках	173
4.27 Приклади вирішення задач за розділом 4.24	174
4.28 Задачі для самостійного розв'язку	177
4.29 Тестові завдання	178
4.30 Питання для самоконтролю за розділом 4.24	180
4.31 Типи та розрахунок напірних трубопроводів	181
4.32 Приклади до розділу 4.31	188
4.33 Тестові завдання	189
4.34 Гідравлічний удар в напірних трубопроводах з краплинною рідиною	190
4.35 Формула Жуковського для визначення ударного тиску	193
4.36 Види гідравлічного удару	194
4.37 Методи боротьби з гідравлічним ударом	195
4.38 Використання явища гідравлічного удару в корисних цілях	195
4.39 Тестові завдання до розділу	196
4.40 Задачі до розділу	198
4.41 Питання до самоконтролю	198
Відповіді до тестових завдань	199
Список літератури	201

Розділ 1

ЗМІСТ ГІДРАВЛІКИ, ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ І ПЕРСПЕКТИВИ ДЛЯ ГАЛУЗЕВОГО МАШИНОБУДУВАННЯ

1.1 Сутність гідравліки та історичні передумови виникнення гідравліки.

Слово гідравліка походить від поєднання двох грецьких слів "*hydor*" – вода та "*aulos*" – труба. Виникнення гідравліки як науки в давні часи пояснювалося практичною необхідністю розрахунку та будівництва водогонів. Зміст сучасної гідравліки значно ширший. В даний час важко знайти галузь техніки, в якій не використовувались закони гідравліки.

Зародження окремих уявлень з гідравліки слід віднести ще до глибокої давнини, під час виконання гідротехнічних робіт, що проводилися стародавніми народами, які населяли Єгипет, Вавилон, Месопотамію, Індію, Китай та інші країни. Однак, пройшло багато століть і навіть тисячоліть, перш ніж почали з'являтися окремі, спочатку не пов'язані одна з одною, спроби виконати наукові узагальнення тих чи інших спостережень, що відносяться до гідравлічних явищ.

В період Стародавньої Греції, ще за 250 років до н. е. почали з'являтися трактати, в яких вже виконувалися досить серйозні для того часу теоретичні узагальнення окремих питань механіки рідини. Математик і механік того часу Архімед (287 – 212 рр. до н.е.) залишив після себе аналіз питань гідростатики і плавання. За час, що минув, до праці Архімеда, присвяченій гідростатиці, мало що вдалося додати. Представник давньогрецької школи Ктезібій (II або I століття до н.е.) винайшов пожежний насос, водяний годинник і деякі інші гідравлічні пристрої. Герону Олександрійському (ймовірно, I ст. н.е.) належить опис сифона, водяного органу, автомата для відпускання рідини тощо.

Римляни запозичили багато у греків. Вони будували складні для того часу гідротехнічні споруди: акведуки, системи водопостачання тощо. В своїх творах римський інженер-будівельник Фронтін (40-103 р.р. н.е.) вказує, що за часів Траяна в Римі було 9 водопроводів, причому загальна довжина водопровідних ліній складала 436 км. Можна припустити, що римляни вже звертали увагу на наявність зв'язку між площею живого перерізу і нахилом дна русла, на опір руху води в трубах, на нерозривність руху рідини. Наприклад, Фронтін писав, що кількість води, що надійшла в трубу, повинна дорівнювати кількості води, яка витікає з неї.

Протягом другої половини XV і в XVI ст. почали розвиватися експериментальні дослідження. В цей період в Італії з'явилася геніальна

особистість – Леонардо да Вінчі (1452-1519 рр.), який, як відомо, виконував свої наукові (експериментальні та теоретичні) дослідження в самих різних галузях, зокрема, Леонардо вивчав принцип роботи гідравлічного преса, аеродинаміку літальних апаратів, утворення водоворотних областей, відбиття і інтерференцію хвиль, витікання рідини через отвори і водозливи та інші гідравлічні питання. Він винайшов відцентровий насос, парашут, анемометр. Різні роботи Леонардо збережені в 7 тис. сторінок його рукописів, що зберігаються в бібліотеках Лондона, Віндзора, Парижа, Мілана та Турина. Мабуть, справедливо буде визнати, що Леонардо да Вінчі є основоположником механіки рідини. До періоду Відродження відносяться роботи нідерландського математика - інженера Симона Стевіна (1548 – 1620 рр.), який визначив величину гідростатичного тиску на плоску фігуру і який пояснив "гідростатичний парадокс". В цей період великий італійський фізик, механік і астроном Галілео Галілей (1564-1642 рр.) показав, що гідравлічні опори зростають із збільшенням швидкості та густини рідкого середовища; також він роз'яснював питання про вакуум.

В період з XVII і початок XVIII ст. механіка рідини все ще перебуває в зародковому стані. Разом з тим, можна відзначити імена таких вчених, що сприяли її розвитку: Кастеллі (1577 -1644 рр.) - викладач математики в Пізі та Римі - в ясній формі виклав принцип нерозривності; Торрічеллі (1608 – 1647 рр.) - видатний математик і фізик - дав формулу розрахунку швидкості витікання рідини з отвору і винайшов ртутний барометр; Паскаль (1623 – 1662 рр.) - видатний французький математик і фізик - встановив, що значення гідростатичного тиску не залежить від кута нахилу площини дії, крім того, він остаточно вирішив і обґрунтував питання про вакуум; Ньютон (1643 – 1727 рр.) - геніальний англійський фізик, механік, астроном і математик - який поряд з вирішенням ряду гідравлічних питань, дав і наближений опис законів внутрішнього тертя рідини.

В середині XVIII ст. формуються теоретичні основи сучасної механіки рідини. Аналізуючи відповідний історичний матеріал, можна бачити, що питання про вакуум усвідомлювались людством протягом 2 тис. років (від Арістотеля, який неправильно висвітлив це питання, до Паскаля); питання про нерозривність руху рідини - протягом 1,5 тис. років (від Фронтін до Кастеллі). Такий стан пояснюється тим, що перш ніж усвідомити подібні питання (з сучасної точки зору досить прості), слід було попередньо ясно собі уявити основні положення фізики і механіки, які в наш час люди засвоюють з дитячого віку: питання про силу тяжіння і всесвітнє тяжіння, питання про швидкість і прискорення, про тиск атмосфери тощо. Тільки засвоївши такі уявлення, можливо легко розібратися в "елементарних" положеннях механіки рідини.

Однак, вирішення всіх цих питань фізики і механіки було досить важким завданням: на шляху розкриття їх стояла католицька церква, різні забобони, а також існуючі метафізичні пояснення різних явищ (наприклад, говорили, що снаряд летить у повітрі тому, що той, хто відлив його, ввів в нього відому силу, яка і обумовлює рух снаряда; Арістотель вчив, що стрілу, яка летить приводить в рух повітря і т.ін.).

До середини XVIII століття працями Галілея, Коперника, Кеплера, Паскаля, Декарта, Гука, Ньютона, Лейбніца, Ломоносова, Клеро і багатьох інших, зазначені перепони, в значній мірі були подолані. Після цього, відносно швидко почали створюватися сучасні наукові основи механіки рідини. Ці наукові основи були закладені трьома вченими XVIII століття: Данилом Бернуллі, Леонардом Ейлером і Жан Лероном Д'Аламбером.

Д. Бернуллі (1700- 1782 рр.) - видатний фізик і математик - народився в Гронінгені (Голландія). З 1725 по 1733 рр. жив в Петербурзі, був професором і членом Петербурзької Академії наук. В Петербурзі він написав свою знамениту працю "Гідродинаміка", яка була згодом опублікована (в 1738 р.) в Страсбурзі. В цій праці він висвітлив ряд основоположних гідравлічних питань і зокрема пояснив фізичний зміст доданків, що входять в сучасне рівняння усталеного руху (ідеальної рідини), що носить його ім'я.

Л. Ейлер (1707-1783 рр.) - великий математик, механік і фізик - народився в м. Базелі (Швейцарія). Був членом Петербурзької Академії наук. Помер в Петербурзі. Могила його знаходиться на Смоленському лютеранському кладовищі у Петербурзі. Ейлер не тільки підсумував, а і узагальнив в бездоганній математичній формі відомі диференціальні рівняння руху і відносної рівноваги рідини, що носять його ім'я, а також опублікував цілий ряд оригінальних рішень гідравлічних задач.

Ж. Д'Аламбер (1717-1783 рр.) - математик і філософ; член Паризької, французької та інших Академій наук. Опублікував ряд трактатів, що відносяться до рівноваги і руху рідини; припускають, що Д'Аламбер перший припустив можливість кавітації рідини.

В цей період істотний внесок в справу розвитку механіки рідини внесли два видатних французьких математика того часу: Ж. Лагранж (1736-1813 рр.), який ввів поняття потенціалу швидкості і досліджував хвилі малої висоти, і П. Лаплас (1749-1827 рр.), який створив, особливу теорію хвиль на поверхні рідини.

Поряд з Л. Ейлером, Д. Бернуллі, Д'Аламбером і ін., які заклали основи сучасної механіки рідини, в кінці XVIII ст. у Франції почала поступово утворюватися особлива школа - школа інженерів, які стали формувати механіку, як прикладну (технічну) науку. Розглядаючи гідравліку, як галузь

техніки, а не математики, представники цієї школи ввели викладання механіки рідини в технічних навчальних закладах. До кінця XVIII ст. французька школа стала основною гідравлічною школою в галузі технічних наук.

Яскравими представниками цієї школи були: А. Піто (1695- 1771 рр.) - інженер-гідротехнік, член Паризької Академії наук, винахідник "приладу Піто"; А. Шезі (1718-1798 рр.) - директор Французької школи мостів і доріг (Еколь де Пон е Шосе), який сформулював параметри подібності потоків і обґрунтував формулу, що носить його ім'я; Ж. Борда (1733-1799 рр.) - військовий інженер, який займався питаннями витікання рідин з отворів і знайшов втрати напору при різкому розширенні потоку; П. Дюбуа (1734-1809) - інженер-гідротехнік і військовий інженер, що склав узагальнюючу працю "Принципи гідравліки".

Технічний напрям механіки рідини розвивався і в інших країнах. Тут можна відзначити італійського професора Д. Вентурі (1746-1822 рр.) і німецького вченого-інженера Р. Вольтмана (1757 – 1837 рр.).

В результаті діяльності вчених-інженерів технічна механіка рідини (гідравліка) збагатилася винаходом відповідної вимірювальної апаратури (п'єзометр, трубками Піто, вертушками Вольтмана тощо).

Незалежно від формування технічної механіки рідини в країнах Західної Європи російський вчений М. В. Ломоносов (1711 – 1765 рр.), почав також розвивати механіку рідини в технічному напрямі.

В XIX ст. в тій чи іншій мірі були розроблені або вирішені наступні проблеми: основи теорії плавномірного нерівномірного руху рідини у відкритих руслах (Беланже, Коріоліс, Сен-Відень, Дюпюї, Буден, Бресс, Буссінеска); питання про гідравлічний стрибок (Бідони, Беланже) експериментальне визначення параметрів, що входять в формулу Шезі (Базен, Маннінг, Гангілье, Куттер); складання емпіричних та напівемпіричних формул для визначення гідравлічних опорів в різних випадках (Кулон, Хаген, Сен-Венан, Пуазейль, Дарсі, Вейсбах, Буссінеск); відкриття двох режимів руху рідини (Хаген, Рейнольдс); одержання так званих рівнянь Нав'є-Стокса, а також встановлення принципів гідродинамічної схожості, та критеріїв подібності (Коши, Річ, Фруд, Гельмгольц).

Великий внесок в розвиток гідравліки внесли наступні російські вчені та інженери: Н. П. Петров (1836-1920 рр.) - видатний російський вчений-інженер, почесний член Петербурзької Академії наук, який в своїй праці "Тертя в машинах і вплив на нього змащувальної рідини", в 1883 р. вперше сформулював закони тертя при наявності змащення; М. Є. Жуковський (1847-1921 рр.) - професор Московського вищого технічного училища та Московського університету, член кореспондент Петербурзької академії наук, творець теорії гідравлічного удару, який досліджував також багато інших

питань механіки рідини; І. С. Громека (1851-1889 рр.) - професор Казанського університету, який розробляв теорію капілярних явищ і заклав основи теорії, так званих, гвинтових потоків.

Розвиток гідравліки відбувався в області інженерно-будівельних спеціальностей протягом перших десятиліть ХХ століття. На початку ХХ ст. в гідравліці намітилася значна кількість наукових напрямків, які можна класифікувати за різними ознаками, наприклад:

а) за видом текучого середовища; тут можна виділити воду, повітря, нафту, різні двофазні рідини, так звані, не ньютонівські і аномальні рідини;

б) в залежності від галузі техніки або галузі знань, де використовується апарат гідромеханіки, можна виділити: аеронавтику, суднобудування, гідромашинобудування, будівельну справу, балістику, гідроавтоматику тощо.

З технічної механіки рідини почали виділятися окремі, іноді, значною мірою ізольовані один від одного напрямки, які доводиться розглядати окремо. До 20 -30-х рр. ХХ ст. була створена велика лабораторна база, на основі якої вирішувалися найрізноманітніші питання гідравліки. Так само були проведені, також, великі натурні (польові) спостереження, що дозволили скласти відповідні емпіричні формули або відкоригувати (стосовно до реальних умов) формули, отримані для різних ідеалізованих схем теоретичним шляхом.

Загальна схема формування механіки рідини показана на рис. 1.1. У відповідності з всім сказаним вище, можна вважати, що наука про механіку рідини (в сучасному розумінні цього поняття) зародилася в працях Архімеда.

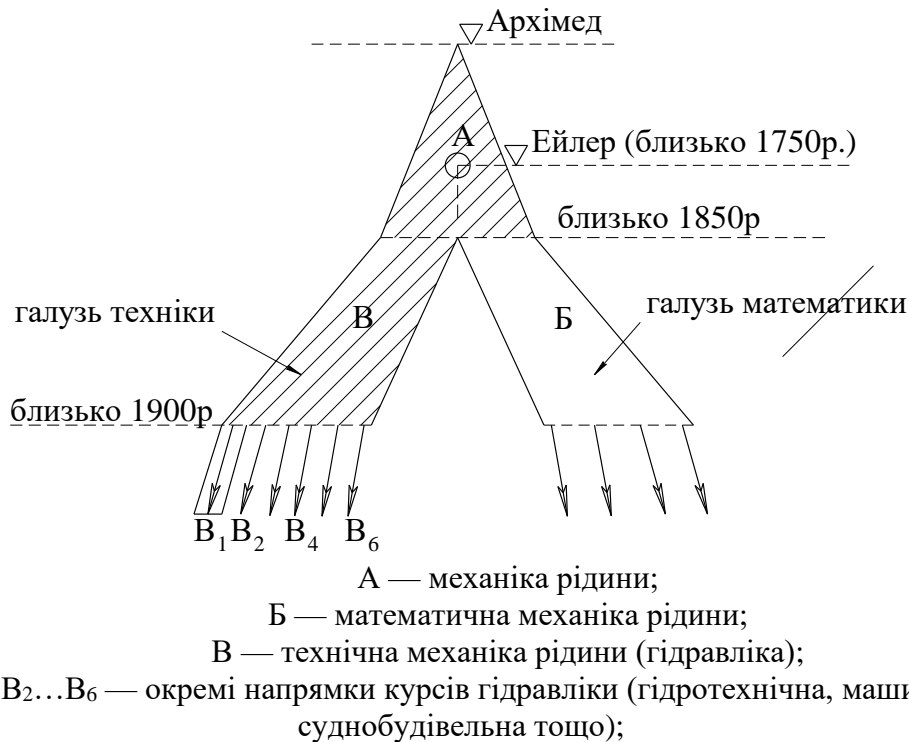


Рисунок 1.1. - Загальна схема формування механіки рідини.

Приблизно до середини ХІХ ст. дана наука отримала значний розвиток, причому в цей період часу відбувся розподіл механіки рідини на два різних напрямки: "Математична механіка рідини" і "Технічна механіка рідини". Як відзначає Г. Рауз і С. Інче в своїй книзі "Історія гідравліки", математична механіка рідини зародилася в працях Л. Ейлера (в середині ХVІІІ ст.). Що стосується технічної механіки рідини (гідравліки), то цей напрям механіки почав розвиватися головним чином в роботах французьких вчених. Важливо відмітити, що на початку ХІХ ст. гідравліка почала поділятися на окремі напрямки: гідротехнічну гідравліку, гідромашини, суднобудівну гідравліку, нафтову і газову гідравліку і т. д. (див. рис. 1). Зрозуміло, що теоретичні основи цих окремих напрямків є значною мірою загальними; разом з тим, чисто прикладні частини таких курсів виявляються суттєво різними.

1.2 Рідина

Оскільки рідину (і газ) розглядають як безперервні і неподільні фізичні тіла, то гідравліку часто розглядають як один з розділів механіки так званих суцільних середовищ, до яких прийнято відносити і особливе фізичне тіло — рідину. З цієї причини гідравліку часто називають механікою рідини або гідромеханікою. Предметом її досліджень є основні закони рівноваги і руху рідин і газів. Як і в класичній механіці, в гідравліці можна виділити загальноприйняті складові частини: гідростатику, що вивчає закони рівноваги рідини; кінематику, що описує основні елементи рухомої рідини і гідродинаміку, що вивчає основні закони руху рідини і розкриває причини її руху.

Предметом вивчення в гідравліці є рідина, але поняття рідини не є однозначним. Взагалі існує багато різноманітних рідин, в основному їх відносять до чотирьох основних понять.

1. *Загальне поняття рідини* – це будь яка речовина, яка має властивість текучості (рис. 1.2).



Рисунок 1.2. – Візуалізація властивостей текучості краплинних рідин.

Виходячи з загального поняття рідини в машинобудівній гідравліці всі рідини поділяють на два класи:

- краплинні рідини (такі як вода, органічні масла, нафта, ртуть) всі ті рідини, що в звичайному стані здатні утворювати краплі;
- газоподібні рідини (повітря та інші гази) рідини, які в звичайному стані крапель не утворюють.

2. *Математичне поняття рідини* – це суцільне безперервне середовище, яке можна поділити на нескінченно малі частки, таке поняття рідини дозволяє всі параметри, що характеризують стан рідини, вважати безперервними та однозначними функціями часу.

Крім того, ці функції можуть мати декілька похідних, а це в свою чергу дозволяє використовувати закони теоретичної механіки і описувати спокій і рух рідин системою диференціальних рівнянь. Однак, в загальному випадку рух рідини може бути дуже складним і знайти рішення рівнянь не можливо, тому в гідравліці розглядають спрощенні явища, знаходять рішення для цих явищ, а потім проводять досліди, і знайдені рішення вводять в одержані поправки. Одним з найважливіших спрощень є поняття „ідеальної рідини”.

3. *Абстрактне поняття рідини* (ідеальна рідина) це рідина, яка абсолютно нестислива, не здатна чинити опір розтягу, та має абсолютну текучість.

В природі подібної рідини не існує, в деякій мірі до неї наближається рідкий гелій в стані надтекучості (при температурі нижче 2,2 °К).

Розгляд замість ідеальної рідини реальної, як правило, не приводить до значної помилки. Якщо ідеальну рідину вважати такою, що не стискається і не розширяється, то і в реальних рідинах об'єм і густину можна вважати сталими. Отже, тільки нехтування в'язкістю може дати більш вагомі розбіжності в отриманих результатах. Тому, на практиці доводиться вводити поправочні коефіцієнти до фактично існуючих рідин.

4. *З фізичної точки зору* – рідиною називається фізичне тіло, в якому зв'язки між окремими частинами надзвичайно слабкі через малі сили зчеплення, що діють між ними, або агрегатний стан речовини, який поєднує в собі риси як твердого, так і газоподібного стану.

1) рідина як тверде тіло:

- майже нестислива;
- зберігає свій об'єм і здатна чинити опір дотичним зусиллям.

2) рідина як газ:

- має велику текучість
- не зберігає свою форму.

В об'ємному гідроприводі в основному використовуються спеціальні рідини – мінеральні масла на нафтовій основі, які є сумішшю продуктів дистиляції нафти із необхідними добавками – парафіном, церезином та іншими твердими вуглеводами.

1.3 Одиниці вимірювання, основні фізичні властивості

Далі будемо розглядати фізичні властивості лише однорідних рідин.

Однорідна рідина – чиста рідина або суміш рідин, фізичні властивості якої в виділеному об'ємі однакові.

У гідравліці, як і в інших прикладних науках, використовують одиниці Міжнародної системи (СІ). Основні й похідні величини, позначення й одиниці СІ наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 - Основні й похідні величини, позначення й одиниці СІ

Величина	Позначення величини	Найменування одиниць	Позначення одиниць
<u>Основні величини</u>			
Довжина	L	метр	м
Маса	m	кілограм	кг
Час	t	секунда	с
<u>Похідні величини</u>			
Площа	S, F	квадратний метр	m^2
Живий переріз	ω	квадратний метр	m^2
Об'єм	W	кубічний метр	m^3
Об'ємна витрата	Q	куб. метр на сек.	m^3/c
Масова витрата	M	кілограм на сек.	кг/с
Вагова витрата	G	Ньютон на сек.	Н/с
Швидкість	u, V	метр на секунду	м/с
Прискорення вільного падіння	g	метр на секунду в квадраті	m/c^2
Густина	ρ	кілограм на кубічний метр	кг/ m^3
Кінематична в'язкість	ν	квадратний метр на секунду	m^2/c
Динамічна в'язкість	μ	Паскаль-секунда	Па·с
Сила	P, R, F	Ньютон	Н
Тиск	p	Паскаль (ньютон на кв.метр)	Па; Н/ m^2
Питома енергія	E	Джоуль на кг	Дж/кг
Напір	H	метр	м
Температура	t	градус Цельсія	$^{\circ}C$

До прийняття Міжнародної системи одиниць СІ використовувалася система СГС. СГС – аббревіатура від трьох основних одиниць (сантиметр-грам-секунда) або абсолютна фізична система одиниць.

В СГС основною одиницею для вимірювання довжини прийнятий сантиметр, маси - грам, часу – секунда, всі інші зводяться до них шляхом множення, ділення і піднесення в ступінь.

Однак, незважаючи на фізичну доцільність та через те, що більшість класичних книг в галузі фізики і наукових робіт написані з використанням цієї системи, система СГС не стала основною міжнародною системою одиниць, оскільки її одиниці не отримали широкого визнання і входили в конфлікт з одиницями, які використовувалися на практиці.

Розглянемо основні фізичні властивості реальних рідин.

Густиною рідини ρ називають масу рідини в одиниці об'єму:

$$\rho = \frac{m}{V}, \text{ кг/м}^3, \text{ кгс}\cdot\text{с}^2/\text{м}^4, \text{ г/см}^3 \quad (1.1)$$

де m – маса рідини, кг;

V – об'єм рідини, м³.

Для прикладу середнє значення густини при температурі 20⁰С складає:

для деяких рідин:

вода 998 кг/м³;

дизельне паливо 850;

гас 820;

нафта 900;

ртуть 13550.

густина газів при атмосферному тиску і температурі 0 °С, ρ кг/м³

азот 1,251

аміак 0,771

аргон 1,783

водень 0,090

повітря 1,293

вуглекислота 1,977

кисень 1,429.

Якщо рідина неоднорідна, то густина дорівнює:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}.$$

Ареометр (рис. 1.3) служить для визначення густини рідини поплавковим методом. Він являє собою циліндр з міліметровою шкалою і вантажем в нижній частині. Завдяки вантажу ареометр плаває в досліджуваній рідині у вертикальному положенні. Глибина занурення ареометра є мірою густини

рідини і зчитується зі шкали по верхньому краю меніска рідини навколо ареометра. Зазвичай в ареометрах шкала відградується відразу по густині.



Рисунок 1.3 - Вимірювання густини рідини ареометром.

Для вимірювання необхідно виконати наступні операції.

1. Виміряти глибину занурення h ареометра по міліметровій шкалі.
2. Обчислити густину рідини за формулою $\rho = 4m/(\pi d^2 h)$, де m і d - маса і діаметр ареометра. Ця формула отримана шляхом прирівнювання сили тяжіння ареометра $G=mg$ і виштовхувальної (Архімедової) сили $P_A=\rho gV$, де об'єм зануреної частини ареометра $V=(\pi d^2/4)h$.

Визначимо густину рідини за допомогою ареометра якщо, маса ареометра 6 г, діаметр 11 мм, глибина занурення 63мм.

$$\rho = 4m/(\pi d^2 h) = 4 \cdot 6 / (3,14 \cdot 11^2 \cdot 63) = 0,001002 \text{ г/мм}^3 = 1002 \text{ кг/м}^3$$

Отримане значення відповідає густині води.

Вага одиниці об'єму рідини називається *питомою силою тяжіння γ або питомою вагою*

$$\gamma = \frac{G}{V} \text{ Н/м}^3 \quad (1.2)$$

де G – сила тяжіння рідини, Н.

Оскільки вага тіла

$$G = m \cdot g, \quad (1.3)$$

де g – прискорення вільного падіння, то підставив вираз в рівняння 1.2 знайдемо поєднання між питомою вагою та густиною, а оскільки $\rho = \frac{m}{V}$, то:

$$\gamma = \rho \cdot g, \quad (1.4)$$

Таким чином середнє значення питомої ваги при 20⁰С складе, Н/м³:

вода 9790;

дизельне паливо 8300;

гас 8000;
нафта 8830;
ртуть 132900.

Питому вагу не можна відносити до фізичних властивостей, оскільки прискорення вільного падіння в різних точках земної кулі різне, але в гідравліці прискорення вільного падіння вважають сталою величиною, а отже питому вагу відносять до фізичних властивостей.

Питома вага і густина залежать від температури і тиску рідин і газів. Для більшості газів ця залежність визначається рівнянням стану.

Тобто, густину ідеальних газів при тиску, який відрізняється від атмосферного можна визначити по відомому закону газового стану Менделєєва – Клайперона:

$$p \cdot v = R \cdot T \quad (1.5)$$

де p – тиск, Па;

v – питомий об'єм газу, м³/кг;

R – універсальна газова стала, для сухого повітря вона становить $R = 287$ Дж/(кг·град);

T – абсолютна температура, К;

$0^{\circ}\text{C} = t + 273,15$ К

Для газів зручніше використовувати не густину, а питомий об'єм - величину обернену густині:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad (\text{м}^3/\text{кг})$$

Звідки залежність густини газу від температури і тиску має вигляд:

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (1.6)$$

Об'ємна деформація рідини під дією тиску. Стисливістю рідини називається її властивість змінювати свій об'єм при зміні тиску.

Стисливість характеризується коефіцієнтом об'ємного стиснення (об'ємної деформації) β_p , який показує відносну зміну об'єму рідини, що припадає на одиницю зміни тиску

$$\beta_p = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dP} \quad \text{м}^2/\text{Н} \text{ або } 1/\text{Па}$$

де V – початковий об'єм, м³;

dV – елементарна зміна об'єму, м³;

dP – елементарна зміна тиску, н/м².

Знак мінус показує, що збільшенню тиску p відповідає зменшення об'єму

V.

При зміні тиску від p_0 до p густина рідини ρ може бути розрахована за формулою:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 - \beta_p (p - p_0)}$$

де ρ_0 – густина рідини при тиску p_0 .

При зміні тиску від p_0 до p кінцевий об'єм рідини може бути розрахований за формулою:

$$V = V_0(1 - \beta_p \Delta p)$$

V_0 – початковий об'єм рідини.

Властивість рідких тіл відновлювати свій об'єм після припинення дії зовнішніх сил називається *пружністю*.

Кількісною характеристикою пружних властивостей рідини є *об'ємний модуль пружності*, величина зворотна коефіцієнту об'ємного стиснення

$$K = \frac{1}{\beta_p}, \text{ Па; де Па} = \text{Н/м}^2 \text{ або } K = \rho \frac{dp}{d\rho}.$$

Середнє значення модуля об'ємної пружності, МПа:

вода 1960;

дизельне пальне 1660;

нафта 1350;

ртуть 32000.

Для краплинних рідин модуль K дещо зменшується із збільшенням температури і збільшується із зростанням тиску.

Тому, розрізняють адіабатний K_a (коли рідке тіло не отримує теплоти ззовні і не віддає її) та ізотермічний K_i (при постійній температурі).

Ізотермічний модуль пружності використовують в дуже повільних процесах, в яких температура майже не змінюється.

А адіабатний модуль пружності використовують в швидкоплинних процесах, і саме його використовують в гідравлічних системах, в яких тиск змінюється дуже швидко.

Приведені вище середні значення модуля пружності є значеннями ізотермічного модуля пружності при атмосферному тиску.

Від модуля пружності залежить нормальна робота гідросистеми, і особливо небезпечною є ситуація, коли в рідині з'являється багато повітря, тоді стисливість рідини збільшується, що призводить до порушення суцільності рідини.

При зміні тиску в гідросистемі має місце деформація не тільки рідини, а також і стінок трубопроводів. Це враховується приведеним модулем пружності рідини K_{np} :

$$K_{np} = \frac{K_p}{1 + \frac{K_p \cdot d}{K_t \cdot \delta}};$$

де $K_p = \rho \cdot a^2$ модуль пружності рідини;

a – швидкість розповсюдження акустичних хвиль в рідині, м/с;

K_t – модуль пружності матеріалу стінок трубопроводу;

d – діаметр трубопроводу;

δ – товщина стінок трубопроводу.

Для газів:

$$a = \sqrt{K \cdot R \cdot T}.$$

Стиснення та пружність рідини обумовлені взаємодією атомів і молекул та їх тепловим рухом.

На практиці зміною тиску можна нехтувати, густина краплинних рідин стала та вважати рідини такими, що не стискаються. Однак, в деяких випадках, наприклад, при вивченні явища гідравлічного удару нехтувати цими явищами не можна.

Температурне розширення характеризується коефіцієнтом об'ємного розширення β_t , який представляє собою відносну зміну об'єму при зміні температури на один градус і постійному тиску.

Розглянемо кінцеві прирощення $\Delta V = V - V_0$ та $\Delta T = T - T_0$ і приймаючи β_t постійним, отримуємо $V = V_0(1 + \beta_t \Delta T)$.

При зміні температури рідини T_0 до T густина ρ визначається за залежністю:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_t(T - T_0)},$$

де ρ_0 – густина рідини при температурі T_0 ;

T – температура рідини;

β_t – коефіцієнт температурного (об'ємного) розширення.

В'язкість. При русі рідини відбувається ковзання одного шару рідини по іншому, в результаті чого відбувається процес аналогічний тертю. Тому, сили, що виникають при ковзанні шарів рідини, називають *силами внутрішнього тертя*. Наявність внутрішнього тертя в рідині обумовлює її властивість викликати опір відносному руху частинок рідини, яке називають в'язкістю. Наявність сил в'язкого тертя в рухомій рідині підтверджується простим способом (рис. 1.4).

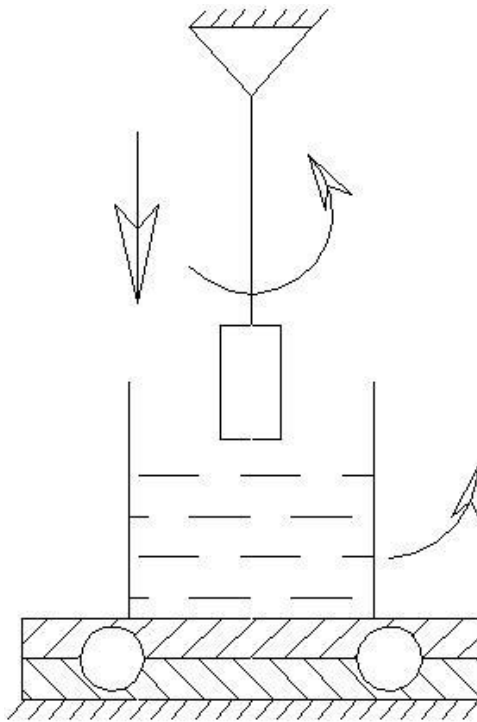


Рисунок 1.4 - Ілюстрація наявності в'язкого тертя.

Якщо в циліндричну ємність, яка заповнена рідиною, опустити циліндр, який обертається навколо вертикальної осі, то незабаром сама ємність прийде в рух (почне обертатись навколо своєї осі в тому ж напрямку, що і циліндр). Цей факт свідчить про те, що обертальний момент від циліндра, що обертається, був переданий через в'язку рідину ємності, заповнену рідиною.

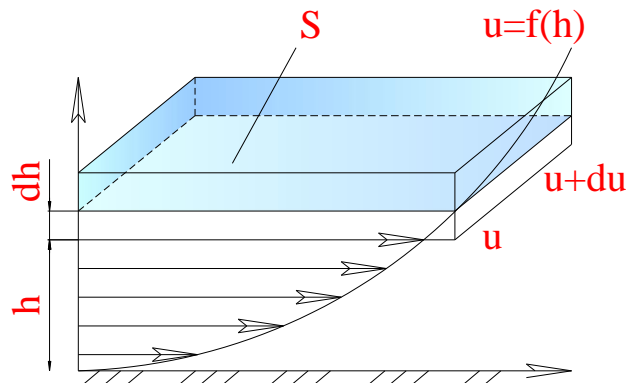
Будь яка рідина, в якій виникає в'язкість називається в'язкою. Всяке тертя супроводжується втратою енергії, тому при русі в'язких рідин неминуче втрачається частина енергії, що міститься в потоці. Ще в 1687 р. Ньютон висловив гіпотезу про те, що сили внутрішнього тертя F_T , що виникають між сусідніми рухомими шарами рідини, прямо пропорційні градієнту швидкості і площі поверхневого дотику, вздовж якої відбувається відносний рух, залежать від роду рідини і не залежать від тиску (рис. 1.5). Формула Ньютона – Петрова має вигляд:

$$F_T = \mu_d \cdot S \cdot \frac{du}{dy}, \text{ Н}$$

де $\frac{du}{dy}$ – градієнт швидкості по нормалі до напрямку руху;

S – площа поверхні контактуючих шарів рідини, для круглої труби: $S = \pi \cdot d \cdot l$; квадратної $S = 4a \cdot l$, прямокутної $S = 2(a + b) \cdot l$;

μ_d – динамічна в'язкість рідини, $\text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$.



du – різниця швидкостей контактуючих шарів рідини в положенні, що ці шари є нескінченно тонкими; dy – відстань між сусідніми шарами

Рисунок 1.5 - Епюра швидкостей в потоці рідини.

В результаті внутрішнього тертя у в'язких рідинах виникають дотичні напруження, які можуть бути визначені шляхом ділення сили внутрішнього тертя F_T на площу тертя S :

$$\tau = \frac{F_T}{S} = \pm \mu_D \cdot \frac{du}{dy}, \text{ Н/м}^2.$$

Так як величина дотичних напружень τ завжди повинна бути додатною, то знак в формулі слід приймати залежно від знаку градієнта швидкості.

Коли рух рідини припиняється і швидкості ковзання стають рівними нулю, зникають і сили внутрішнього тертя, а отже і дотичні напруження не з'являються.

Коефіцієнт в'язкості $\mu_D = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}}$, що характеризує в'язкість краплинних

рідин, називається динамічним коефіцієнтом в'язкості і в системі СІ має розмірність $\text{Н} \cdot \text{с/м}^2$.

В системі СГС динамічний коефіцієнт в'язкості вимірюється в Пуазах $1 \text{ П} = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$, 1 сП (санті пуаз) $= 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

На практиці найбільш часто використовують не динамічний коефіцієнт в'язкості μ_D , а відношення його до густини рідини:

$$\nu = \frac{\mu_D}{\rho} \text{ м}^2/\text{с},$$

що називається кінематичним коефіцієнтом в'язкості.

В системі СГС кінематичний коефіцієнт в'язкості вимірюється в Стоксах

$1 \text{ Ст} = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$, $1 \text{ сСт} = 1 \text{ см}^2/\text{с}$.

1 сСт (сантістокс) $= 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с} = 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$.

Останнім часом в техніці знайшли широке розповсюдження віскозиметри з витіканням рідини через малий отвір.

На рис. 1.6 зображена схема віскозиметра Енглера, який складається з латунного резервуару 2, поміщеного у водяну баню. В дні резервуару є втулка з каліброваним отвором $d=2,8$ мм. Отвір закривається стержнем 4. Рідину, яка досліджується 3 заливають у резервуар 2 до вістря гачків 6, розташованих в середині резервуару, які забезпечують постійний об'єм 200 см^3 . Вода, яка заповнює простір між резервуарами 1 і 2, підігривається електронагрівачем 8, а температура дослідної рідини і води контролюється термометрами 5 і 10. У зовнішньому резервуарі на спеціальному кронштейні встановлена мішалка 7 для перемішування води, що допомагає рівномірному нагріву рідини до заданої температури.

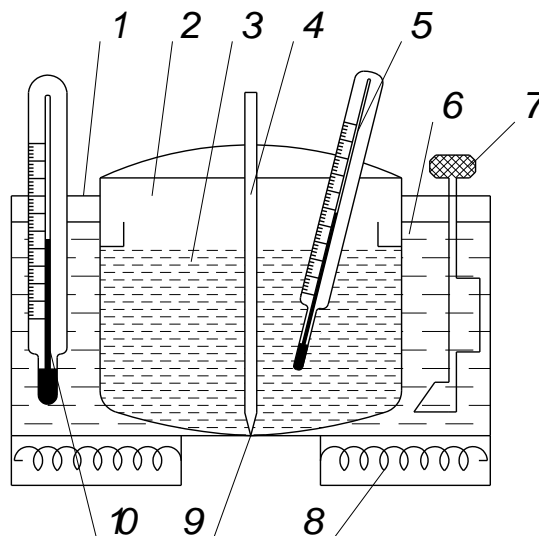


Рисунок 1.6 - Віскозиметр Енглера.

Віскозиметр Енглера дозволяє визначити відносну в'язкість, одиниця якої - градус Енглера ($^{\circ}E$) – визначається як відношення часу витікання 200 см^3 дослідної рідини до часу витікання такої ж кількості дистильованої води при температурі $20 \text{ }^{\circ}C$:

$$^{\circ}E = \frac{T_{\text{рід}}}{T_{\text{води}}^{20^{\circ}C}} \quad (1.7)$$

Приймаємо, що $T_{\text{води}}=50...52$ с. Маючи значення в'язкості у градусах Енглера, визначають кінематичну в'язкість за формулою Убеллоде:

$$\nu = \left(0,0731 \cdot ^{\circ}E - \frac{0,0631}{^{\circ}E}\right) 10^{-4}, \text{ м}^2/\text{с} \quad (1.8)$$

В'язкість рідин і газів залежать від температури і тиску (рис. 1.7). Залежність від тиску в декілька разів менша ніж залежність від температури і приблизно до 10 МПа ця зміна в'язкості незначна, а тому нею в більшості

випадків нехтують, хоча треба враховувати, що тиск може збільшувати в'язкість до 20-30%.

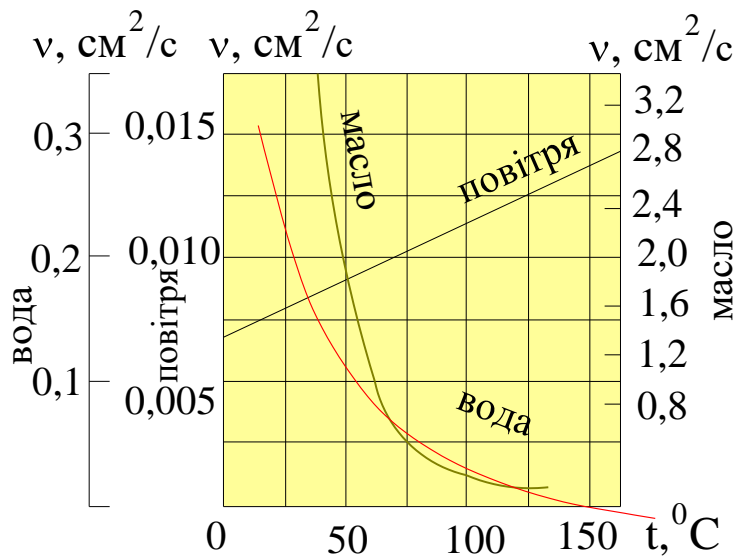


Рисунок 1.7 – Графік залежності кінематичної в'язкості від температури.

Дуже суттєво в'язкість рідини і газів залежить від температури і нехтувати цією залежністю не можна. При чому в'язкість рідини зменшується, якщо температура зростає, а в'язкість газів поводить себе навпаки.

В'язкість рідин зменшується, тому що відстань між молекулами зростає, а сили молекулярної взаємодії зменшуються. У газів при збільшенні температури молекули рухаються швидше і частота зіткнення зростає, тому і в'язкість газів зростає.

Розчинність газів в рідинах характеризується коефіцієнтом розчинності:

$$n = \frac{V_g}{V_{\text{рід}}}$$

де V_g - об'єм розчиненого газу, приведенного до нормальних умов: $P=760$ мм. рт. ст, $t=0^{\circ}\text{C}$;

$V_{\text{рід}}$ - об'єм рідини, в якому розчинено газ.

Розчинність газів залежить від роду рідини, роду газу, від температури і тиску. При чому при підвищенні тиску розчинність газів зменшується, для води $n = 0,016$.

Для робочих рідин в гідроприводі $n = 0,07...0,12 = 7...12\%$

При зниженні тиску виділяється розчинений у рідині газ, причому інтенсивніше, ніж розчиняється в ній. Це явище може негативно позначатися на роботі гідросистем.

Так як розчинність газів залежить від тиску, то в гідравлічних системах може виникати дуже небезпечне і дуже складне за своєю природою явище — кавітація.

Кавітацією (від латинського „порожнина”) називається утворення в крапельних рідинах порожнин, що заповнені газом, паром (кавітаційні пухири). Кавітаційні пухири утворюються в місцях, де тиск в рідині стає нижче деякого критичного значення, приблизно рівного тиску насиченого пару цієї рідини при даній температурі.

Насиченим називається пар, який знаходиться в термодинамічній рівновазі з рідиною (число молекул, що виривається за одиницю часу з рідини і переходить в парову фазу дорівнює числу молекул, що повертаються в рідину за той же час).

Таке зниження тиску може відбуватись внаслідок великих місцевих швидкостей в потоці рідини (гідродинамічна кавітація) або внаслідок проходження акустичних хвиль великої інтенсивності (акустична кавітація).

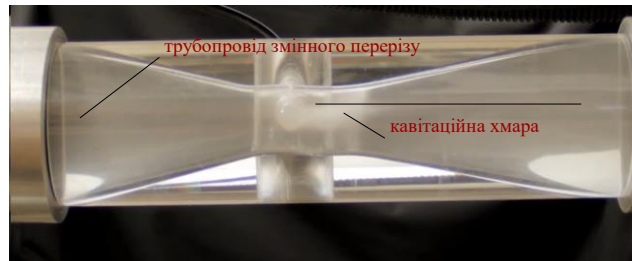


Рисунок 1.8 – Ілюстрація кавітаційної хмари при гідродинамічній кавітації.



Рисунок 1.9 – Акустична кавітація.

Тип кавітації залежить від ступеня її розвитку. Зазвичай розрізняють початкову, часткову, таку що розвивається, розвинуту кавітацію та суперкавітацію. Кожна стадія протікає по-різному і має свої особливості.

Розглянемо явище кавітації, яке може мати місце у гідравлічних насосах.

На практиці появу кавітації, наприклад, при роботі насоса, можна виявити за характерним потріскуванням в зоні входу потоку на робоче колесо, шумом і вібрацією насоса.

Початкова кавітація відповідає умовам, за яких з'являються перші ознаки: слабе поширення шуму (потріскування). На цій стадії виникає невелика кількість кавітаційних бульбашок, що утворюють несталу кавітацію. Оскільки поодинокі бульбашки переносяться потоком в оточуюче середовище без схлопування, то робочі характеристики насоса, такі як напір $H=f(Q)$, потужність $N=f(Q)$ і загальний ККД $\eta=f(Q)$ майже не змінюються.

Частково розвинута кавітація характеризується наявністю кавітаційної зони, де скупчується безліч кавітаційних бульбашок. Потік у цій зоні, завдяки стисненню бульбашками, прискорюється, з'являються другорядні рухи рідини. При цьому, під впливом насиченості потоку бульбашками погіршуються робочі характеристики насоса. Потік набуває затемнення малими бульбашками і навіть приймає блакитне забарвлення, що вказує на пересичення потоку киснем. Доведено, що в цьому місці під дією тиску і високих температур виникає дисоціація води з виділенням атомарного та молекулярного кисню, які й надають потоку блакитне забарвлення.

Розвинута кавітація нерозривно пов'язана з безперервним утворенням хмари кавітаційних бульбашок, які блокують потік, що веде до неминучого подальшого погіршення робочих характеристик насоса і, зрештою, до зриву його роботи. Робота нагнітача нагадує режим «захлинання», тобто можливі періодичні прориви та закупорювання подачі рідини. У випадках, коли безперервно виникає велика кількість кавітаційних бульбашок, вони об'єднуються, утворюючи пароповітряну, а то і суцільну порожнину, що охоплює все тіло, розвинута кавітація переходить у суперкавітацію. Згідно з дослідженнями, гідравлічний опір тіла, що рухається в такій порожнині, в 15 разів менший за той, що має місце при русі такого тіла в суцільній рідині. Такий факт розкриває широкі перспективи для розвитку швидкісної морської техніки (судна на підводних крилах, торпеди, підводні човни тощо). Результатом таких досліджень є поява так званої штучної суперкавітації, коли на поверхню тіла за кавітатором подається під тиском повітря. Позитивним є при цьому те, що кавітаційна ерозія металу при такому суперкавітаційному обтіканні деталей (рухомого тіла або лопатей робочого колеса) відсутня, а заощаджена енергія використовується на збільшення швидкості руху тіла.

Розглянемо механізм кавітації у гідравлічних насосах (рис. 1.10). Так як у всмоктувальних трубопроводах тиск менший за атмосферний, то розчинене повітря виділяється з рідини у вигляді маленьких пухирців, і суцільність рідини порушується. При вході в насос тиск має найменше значення і пухирці повітря залишаються не лише в середині рідини, а і на поверхнях трубопроводів і деталей насоса.

В насосі і в напірному трубопроводі тиск зростає, розчинність знижується і пухирці повітря миттєво розчиняються в рідині, на їх місце з великою швидкістю надходить рідина в цьому місці тиск зростає в тисячі разів і температура різко підвищується, внаслідок чого матеріал деталі насоса дуже швидко руйнується (гідродинамічна ерозія) і насос виходить з ладу.

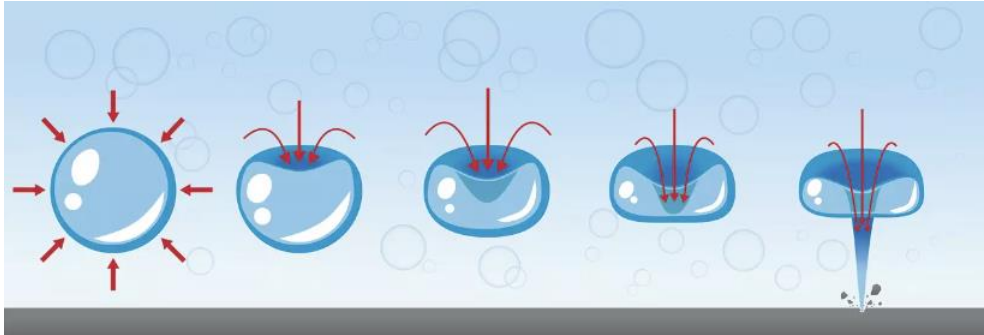


Рисунок 1.10 - Етапи розвитку кавітаційної бульбашки.

Такий ерозії підтверджені гребні гвинти кораблів, лопаті турбін (рис. 1.11).

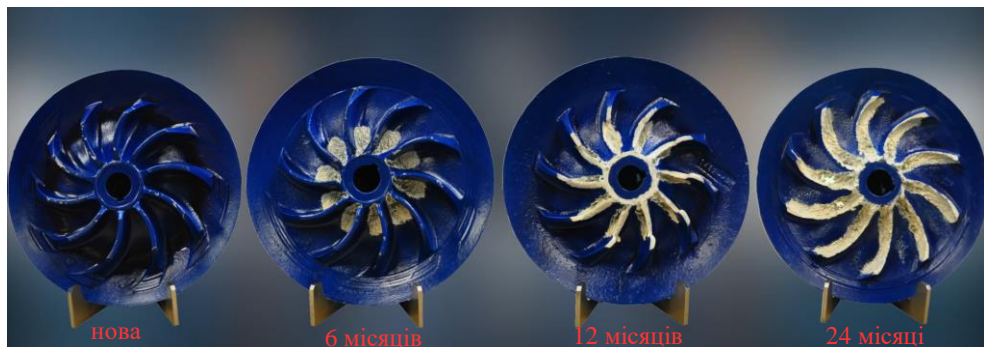


Рисунок 1.11 - Розвиток кавітаційної ерозії на прикладі колеса турбіни.

Явище кавітації легко помітити: відчувається незвичайний шум і вібрація установки. При проявах кавітації слід припинити роботу насоса.

Усі насоси обов'язково проходять кавітаційне випробування, проводяться необхідні розрахунки, внаслідок чого визначається кавітаційний запас.

Щоб запобігти виникненню кавітації насоса потрібно виконати дуже прості експлуатаційні вимоги:

- всмоктувальний трубопровід повинен мати по можливості невелику довжину, він повинен мати більший діаметр ніж напірна лінія, не мати зайвих поворотів, також слід запобігати встановленню фільтрів, регулюючої апаратури на трубопроводі;

- у всмоктувальній гідролінії швидкість руху рідини не повинна перевищувати 1,5 м/с;

- не можна збільшувати геометричну висоту установки насоса, котра задається в його технічних характеристиках;

– не можна виходити за межі температур і в'язкості, значення яких наводяться в характеристиках насоса.

З іншого боку, ефект кавітації широко використовують в ряді технологічних процесів (ультразвукове чищення деталей, підвищення швидкості хімічних реакцій).

Облітерація. Експериментально встановлено, що витрати навіть ретельно очищеної рідини через щілини і отвори мікронних розмірів не підкорюються класичним законам гідродинаміки і не можуть бути обчислені по формулі Пуазеля, оскільки вони з часом зменшуються. Зменшення втрат рідини через щілини мікронних розмірів називається *облітерацією*. Явище облітерації можна пояснити наступним чином.

Робоча рідина складається з активно-полярних молекул, а металеві стінки мають поверхневу енергію у вигляді зовнішнього електричного поля. Протікання рідини через таку щілину супроводжується відкладенням поляризованих молекул на її стінках. Товщина поляризованого шару молекул може сягати 10 мкм.

Фізичні властивості шару поляризованих молекул відрізняються від властивостей робочої рідини. Цей шар має властивості квазітвердого тіла. Він може витримувати великі навантаження не руйнуючись.

1.4 Загальні вказівки до самостійної роботи

Перед розв'язанням задачі потрібно вивчити теоретичний матеріал згідно заданої теми індивідуальної роботи. Для цього потрібно не тільки зрозуміти основні положення теорії, але самостійно довести всі її основні положення. Особливу увагу звернути на прикладні питання теорії, які будуть потрібні при розв'язанні задач. Самостійні доведення і висновки є гарним тренуванням і першим кроком до самостійного розв'язання задач.

Особливо важливо провести порівняльний аналіз різних методик розв'язання або різних формул, які використовуються для визначення деякої величини, і чітко визначити область їх застосування.

Усі розрахункові формули, які зустрічались при вивченні теорії, потрібно записати в зошит для індивідуальної роботи.

Саме така підготовка до індивідуальної роботи дозволяє систематизувати матеріал, виявити зв'язок між різними величинами і дозволяє полегшити розробку алгоритму рішення задачі.

При опануванні нового матеріалу, також, необхідно записувати усі питання, які залишились незрозумілими. Постановка і запис питань допомагає розвитку мислення і формуванню навичок грамотного висловлення своїх думок.

1.5 Загальні рекомендації по розв'язанню гідравлічних задач

При розв'язанні будь-якої гідравлічної задачі можна виділити наступні основні етапи:

- розуміння задачі;
- розв'язання задачі в загальному вигляді;
- одержання числового результату;
- аналіз рішення.

Прочитавши задачу, необхідно її зрозуміти, тобто проаналізувати. Для цього потрібно:

- зобразити гідравлічну схему або пристрій, який потрібно обчислити. Якщо схема задана, то її потрібно накреслити, позначивши всі параметри, які входять до умови задачі;
- розібратися у призначенні і взаємодії усіх елементів накресленої схеми;
- дати визначення усіх величин, що входять в умови задачі і в першу чергу тієї величини, яку потрібно знайти;
- якщо у вказані визначення входять нові величини, які не задані в умові задачі, їх потрібно позначити на схемі. Кожній новій величині слід дати визначення, для цього потрібно установити, яким теоретичним законам або правилам підкорюються величини, які розглянуті в аналізі задачі. При цьому, велику допомогу може надати перелік формул, які були записані при самостійному опануванні теоретичного матеріалу;
- використовуючи вказані визначення і закони, корисно записати рід величин, починаючи з невідомої і закінчуючи заданими. Між ними повинні бути в логічній послідовності розташовані усі величини, які забезпечують логічний перехід від невідомих до заданих величин;
- закінчуючи аналіз задачі, необхідно виявити в ній ті чи інші обмеження, які пред'являються як до величин, що задані в тексті, так до нових величин, що одержані при попередньому аналізі задачі. Кожні обмеження потрібно записати у вигляді відповідного математичного співвідношення;
- закінчивши аналіз вихідних даних та умов переходять до пошуку алгоритму розв'язання задачі. Цей пошук зводиться до складання ланцюга розрахункових співвідношень, який дозволить визначити невідомі величини через послідовний ряд заданих і додаткових величин, або до складання системи рівнянь, в яку входять вказані величини.

На рис. 1.12 показана структура процесу розв'язання задачі.

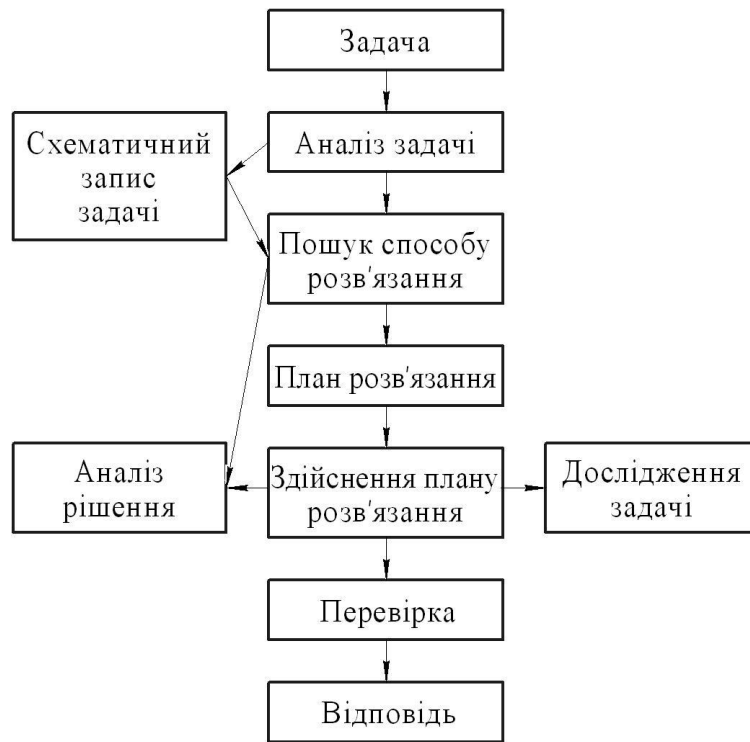


Рисунок 1.12 - Схема структури процесу розв'язання задачі.

В обох випадках потрібно оцінити раціональність рішення в загальному вигляді шляхом знаходження невідомих величин у вигляді розрахункових формул. Іноді вигідніше без виводу розрахункових формул одразу перейти до чисельного розв'язання одержаної системи рівнянь або до поетапного чисельного визначення усіх величин, які входять в послідовний ряд розрахункових співвідношень.

При розв'язанні задачі в загальному вигляді можна здійснити частинну перевірку правильності рішення. Рішення неправильне, якщо не співпадають розмірності окремих складових. При одержанні чисельної відповіді потрібно звернути увагу на вибір одиниць вимірювання і потрібну точність розрахунку тієї чи іншої величини. Немає сенсу, наприклад, обчислювати опір трубопроводу з вісьмазначними цифрами, якщо розміри самої труби визначені з точністю $\pm 0,5\%$, коефіцієнт гідравлічного тертя – з точністю 3...5%, прискорення вільного падіння — з точністю 0,5%.

Розв'язання задачі потрібно закінчити аналізом одержаного рішення. Такий аналіз включає в себе перевірку правильності рішення, відповідність одержаного рішення теоретичним положенням. Корисно встановити - чи є інший, більш раціональний спосіб розв'язання і т. ін.

Необхідно звернути увагу на порядок одержаних величин, оцінити точність рішення.

1.6 Структура процесу розв'язання задачі

Розглянемо структуру процесу розв'язання задачі на конкретному прикладі.

Задача. Сферична кришка, що закриває круглий отвір в стінці резервуару, закріплена двома болтами (рис. 1.13). Визначити розтягуючі зусилля, які виникають в кожному болті, якщо глибина занурення у верхній точці кришки $h = 3,0$ м, діаметр кришки $d = 1,2$ м. Рідина в резервуарі – вода.

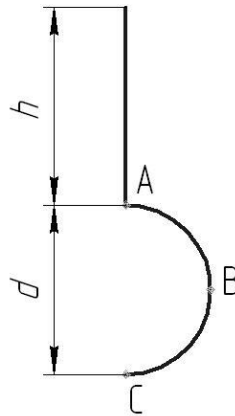


Рисунок 1.13.

Аналіз задачі

Накреслимо рисунок і доповнимо його (рис. 1.14). Вкажемо на рисунку розтягуючі зусилля N_A і N_C , які виникають у болтах під дією сили тиску води, що діє на кришку ABC . Для обчислення цих зусиль потрібно обчислити рівнодійну силу тиску води на кришку.

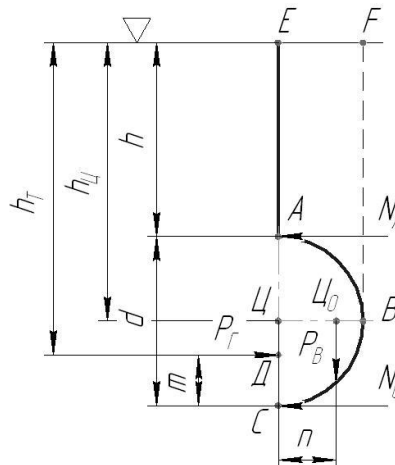


Рисунок 1.14.

Так як кришка є криволінійною поверхнею, зручно знаходити рівнодійну силу по її складовим: горизонтальною складовою P_x і вертикальною складовою P_y .

Горизонтальна складова

$$P_z = \rho g h_u,$$

де ρ – густина води. Приймаємо $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$;

g – прискорення вільного падіння. Приймаємо $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

h_u – глибина занурення центра тяжіння площі ω_x ;

ω_x – проекція сферичної кришки на вертикальну площину. Це коло діаметром d з центром тяжіння у точці C .

Таким чином,

$$\omega_x = \pi d^2 / 4.$$

Прикладена ця сила в центрі тиску (точка T), глибина занурення якого h_m .

Силу P_z , точки C і D , глибини їх занурення h_u і h_m покажемо на рис. 1.14.

Для обчислення h_m використаємо формулу:

$$h_m = h_u + \frac{I_0}{\omega_x h_u}; \quad h_u = h + d/2.$$

Момент інерції визначається за формулою:

$$I_0 = \pi d^4 / 64.$$

Вертикальна складова

$$P_v = \rho g W$$

де W – об'єм тіла тиску.

Для визначення об'єму тіла тиску потрібно його побудувати. Для цього поділимо поверхню частину напівсфери горизонтальною площиною на верхню частину AB і нижню – BC . Вертикальна сила, що діє на верхню частину кришки, дорівнює вазі рідини в об'ємі $ABEF$.

$P_{AB} = \rho g W_{ABEF}$ і спрямована догори, вертикальна сила на нижню частину кришки BC дорівнює вазі рідини в об'ємі $BCEF$ ($P_{BC} = \rho g W_{BCEF}$) і спрямована донизу. Дані сили на рис. 1.14 не показані.

Вертикальна складова сили тиску на усю кришку дорівнює різниці цих сил:

$$P_v = P_{BC} - P_{AB} = \rho g W,$$

де W – об'єм на півсфери, $W = \pi d^3 / 12$.

Прикладена дана сила в центрі тяжіння напівсфери C_0 і спрямована донизу.

Покажемо на рис. 1.14 точку C_0 і силу P_v .

Пошук способу розв'язання задачі

Схема запису задачі показана на рис. 1.14.

Розтягуюче зусилля N_A і N_C можна знайти з умови рівноваги кришки:

$$F_x = 0, \quad \Sigma M_c = 0; \quad \Sigma F_x = -N_A + P_z - N_C,$$

$$\Sigma M_C = -N_A d + P_2 m + P_6 n,$$

де m – плече сили P_2 (відстань від точки C до лінії дії горизонтальної складової P_2);

n – плече сили P_6 (відстань від точки C до лінії дії вертикальної складової P_6).

Покажемо величини m і n на рис. 1.14 і визначимо їх:

$$m = h + d - h_m; n = 2d/3\pi.$$

План розв'язання задачі і здійснення плану розв'язання

Задачу раціональніше розв'язувати не в загальному вигляді, а розрахунки виконувати поетапно.

Запишемо в логічній послідовності усі розрахункові співвідношення, тобто план розв'язання задачі. Визначимо сили N_A і N_C :

$$N_A = \frac{P_2 \cdot m + P_6 \cdot n}{d}, N_C = P_2 - N_A,$$

$$P_2 = \rho g (h + d/2) \pi d^2 / 4,$$

$$P_6 = \rho g \pi d^3 / 12,$$

$$h_m = (h + d/2) + \frac{4\pi d^4}{64\pi d^2 (h + d/2)} = h + d/2 + \frac{d^2}{16(h + d/2)},$$

Знайдемо числові значення вихідних величин: $d = 1,2$ м; $h = 3,0$ м; $\rho = 1000$ кг/м³.

Глибина занурення центру тиску

$$h_m = 3,0 + \frac{1,2}{2} + \frac{1,2^2}{16 \cdot (3,0 + \frac{1,2}{2})} = 3,625 \text{ м.}$$

Плече сили P_2 :

$$m = 3,0 + 1,2 - 3,625 = 0,575 \text{ м.}$$

плече сили P_6 :

$$n = \frac{2 \cdot 1,2}{3 \cdot 3,14} = 0,255 \text{ м.}$$

Вертикальна складова:

$$P_6 = 1000 \cdot 9,81 \frac{3,14 \cdot 1,2^3}{12} = 4,43 \text{ кН.}$$

Горизонтальна складова:

$$P_2 = 1000 \cdot 9,81 (3,0 + \frac{1,2}{2}) \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 39,88 \text{ кН.}$$

Розтягуючі зусилля:

$$N_A = \frac{39,88 \cdot 0,575 + 4,43 \cdot 0,255}{1,2} = 20,05 \text{ кН}; \quad N_C = 39,88 - 20,05 = 19,83 \text{ кН}.$$

Перевірка рішення

Щоб перевірити правильність розв'язання задачі достатньо обчислити момент сил, що діють на кришку відносно точки A

$$\Sigma M_A = 0;$$

$$\Sigma M_A = P_e n - N_C d - P_c (d-m) = 0,$$

де $(d-m)$ – плече сили P_e відносно точки A .

$$\Sigma M_A = 4,43 \cdot 0,255 - 19,93 \cdot 1,2 - 39,88 (1,2 - 0,575) = 0 \\ 24,95 - 24,95 = 0.$$

Таким чином, задача розв'язана правильно.

В даному випадку дослідження задачі не потрібно, так як ніяких обмежень в умові задачі немає.

Відповідь: розтягуючі зусилля в болтах A і C дорівнюють: $N_A = 20,05$ кН; $N_C = 19,83$ кН.

Примітка: на прикладі розв'язання цієї задачі докладно показана структура процесу її розв'язання. Не кожна задача має усі етапи розв'язання.

1.7 Приклади розв'язання задач до розділу 1

Приклад 1. Визначити густину води та нафти при $t = 4$ °С, якщо відомо, що 10 л води при 4 °С мають масу $m_e = 10$ кг, а маса такого самого об'єму нафти $m_n = 8,2$ кг.

Рішення. Густина води при заданих умовах

$$\rho_e = \frac{m_e}{V_e} = \frac{10}{10 \cdot 10^{-3}} = 1000 \text{ кг/м}^3,$$

а густина нафти:

$$\rho_n = \frac{m_n}{V_n} = \frac{8,2}{10 \cdot 10^{-3}} = 820 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 2. Цистерна діаметром $d = 3$ м і довжиною $l = 6$ м заповнена нафтою густиною $\rho = 850$ кг/м³. Визначити масу нафти в цистерні.

Рішення. Визначимо об'єм цистерни

$$V_y = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} \cdot 6 = 42,4 \text{ м}^3$$

Тоді маса нафти в цистерні:

$$m_y = \rho \cdot V = 850 \cdot 42,4 = 36040 \text{ кг}.$$

Приклад 3. До 5 літрів антифризу додали 5,5 літрів води. Визначити масу суміші і густину, якщо $\rho_{\text{антф}} = 0,8 \text{ г/см}^3$, $\rho_e = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Рішення. Визначаємося із розмірністю

антифриз $V = 5 \text{ л} = 0,005 \text{ м}^3$ $\rho_{\text{антф}} = 0,8 \text{ г/см}^3 = 800 \text{ кг/м}^3$, вода
 $V = 5,5 \text{ л} = 0,0055 \text{ м}^3$

тоді

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{m_{\text{сум}}}{V_{\text{сум}}}; m_{\text{сум}} = m_1 + m_2;$$

$$m_{\text{сум}} = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = 800 \cdot 0,005 + 1000 \cdot 0,0055 = 9,5 \text{ кг}$$

$$V_{\text{сум}} = V_1 + V_2$$

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{800 \cdot 0,005 + 1000 \cdot 0,0055}{0,005 + 0,0055} = \frac{4 + 5,5}{0,0105} = 904,7 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 4. Густина першої рідини становить 1000 кг/м^3 , другої – 800 кг/м^3 , а їх суміші – 850 кг/м^3 . Визначити відношення об'ємів рідин в суміші.

Рішення. Знайдемо густину суміші рідин через густину і об'єми

складових
$$\rho_{\text{сум}} = \frac{m_{\text{сум}}}{V_{\text{сум}}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 \frac{V_1}{V_2} + \rho_2}{\frac{V_1}{V_2} + 1}$$

Звідки відношення об'ємів рідин в суміші

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_{\text{сум}} - \rho_2}{\rho_1 - \rho_{\text{сум}}} = \frac{850 - 800}{1000 - 850} = \frac{1}{3}$$

Приклад 5. Визначити густину повітря при нормальних та стандартних умовах. Нормальними умовами є $t = 0^\circ\text{C}$, тиск $p = 101325 \text{ Па}$. Універсальна газова стала $R = 287 \text{ Дж/кг К}$.

Рішення. З рівняння стану знайдемо густину повітря

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} = \frac{101325}{287 \cdot 273} = 1,293 \text{ кг/м}^3.$$

при стандартних умовах

$$\rho = \frac{101325}{287 \cdot (273 + 20)} = 1,205 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 6. Мідна куля діаметром $d = 100 \text{ мм}$ висить в повітрі $G_{\text{нов}} = 45,7 \text{ Н}$, а при зануренні в рідину $G_{\text{рід}} = 40,6 \text{ Н}$. Визначити густину рідини.

Рішення. Визначаємо вагу витиснутої рідини

$$G = G_{нов} - G_{рід} = 45,7 - 40,6 = 5,1 \text{ Н.}$$

Об'єм витиснутої рідини V дорівнює об'єму кулі

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6} = \frac{3,14 \cdot 0,1^3}{6} = 0,523 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Густину рідини визначимо з залежності $G = \rho \cdot g \cdot V$, звідки густина:

$$\rho = \frac{G}{g \cdot V} = \frac{5,1}{9,81 \cdot 0,523 \cdot 10^{-3}} = 994 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 7. Визначити об'єм води, який необхідно додатково підкачати до водогону діаметром $d = 500$ мм і довжиною $l = 1$ км для підвищення тиску до $\Delta P = 5 \cdot 10^6$ Па коефіцієнт об'ємного стиснення $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$ м²/Н. Водогін підготовлено до гідравлічних випробувань і заповнений водою при атмосферному тиску. Деформацією трубопроводу нехтуємо.

Рішення. Визначимо об'єм трубопроводу

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} \cdot 10^3 = 196,2 \text{ м}^3$$

Об'єм води ΔV , який необхідно додатково підкачати до водогону для підвищення тиску, знайдемо з залежності:

$$\beta_p = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta P}$$

Тоді,

$$\Delta V = \beta_p \cdot V \cdot \Delta P = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 196,2 \cdot 5 \cdot 10^6 = 0,49 \text{ м}^3.$$

Приклад 8. Як зміниться об'єм води у системі опалення, якщо $V_0 = 100$ м³, а температура рідини зростає від 15⁰ С до 95⁰ С. $\beta_t = 6,4 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹.

Рішення. $V = V_0(1 + \beta_t \Delta T) = 100(1 + 6,4 \cdot 10^{-4} \cdot 80) = 105,12 \text{ м}^3.$

Приклад 9. У вертикальному циліндричному резервуарі, діаметром $d = 8$ м, зберігається нафта, вага якої становить $G = 5000$ кН, густиною $\rho = 850$ кг/м³, коефіцієнт температурного розширення $\beta_t = 0,00072$ 1/°С. Визначити об'єм нафти в резервуарі при температурі 0⁰С, а також зміну рівня в резервуарі, якщо температура збільшиться на 45⁰С.

Рішення. Так як вага рідини визначається як $G = m \cdot g$, тоді маса складе:

$$m = G / g = 500000 / 9,81 = 50968 \text{ кг}$$

Об'єм нафти в резервуарі складе:

$$V_0 = m / \rho = 50968 / 850 = 59,96 \text{ м}^3.$$

Знаючи початковий об'єм нафти визначимо її рівень в резервуарі:

$$h_0 = V_0/d = 59,96/8 = 7,495 \text{ м.}$$

Визначимо об'єм рідини при зміні температури на 45°C .

$$V = V_0(1 + \beta_t(T - T_0)) = 59,96(1 + 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 45) = 61,9 \text{ м}^3$$

тоді зміна рівня в резервуарі складе:

$$h_t = V/d = 61,9/8 = 7,737 \text{ м.}$$

$$\Delta h = h_t - h_0 = 7,737 - 7,495 = 0,24 \text{ м.}$$

Приклад 10. Визначити середню товщину $\delta_{\text{відк}}$ відкладень в герметичному водопроводі з внутрішнім діаметром $d = 0,3$ м і довжиною $l = 2$ км. При спуску води в кількості $\Delta V = 0,05$ м³ тиск в водогоні знижується на величину $\Delta P = 1 \cdot 10^6$ Па, коефіцієнт об'ємного стиснення $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$ м²/Н. Відкладення по діаметру і довжині водогону розподілені рівномірно.

Рішення. Об'єм води в водогоні з відкладеннями

$$V = \frac{\Delta V}{\beta_p \cdot \Delta P} = \frac{0,05}{5 \cdot 10^{-10} \cdot 1 \cdot 10^6} = 100 \text{ м}^3$$

Середній внутрішній діаметр водогону з відкладеннями

$$d_{\text{від}} = \sqrt{\frac{4V}{\pi \cdot l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 100}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^3}} = 0,252 \text{ м.}$$

Середня товщина відкладень

$$\delta_{\text{від}} = \frac{d - d_{\text{від}}}{2} = \frac{0,3 - 0,252}{2} = 0,024 \text{ м} = 24 \text{ мм.}$$

Приклад 11. При атмосферному тиску знаходиться $V = 1$ м³ води. Який об'єм займе вода при надлишковому тиску 2 МПа. Якщо коефіцієнт об'ємного стиснення $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$ м²/Н.

Рішення.

$$V = V_0(1 - \beta_p \Delta p) = 1 \cdot (1 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^6) = 0,999 \text{ м}^3.$$

Таким чином, при підвищенні тиску на 2 МПа об'єм води зменшиться на 0,1%.

Приклад 12. Визначити коефіцієнт кінематичної в'язкості нафти, якщо відомо, що при температурі $t = 40$ °С її коефіцієнт динамічної в'язкості $\mu = 0,5$ Па·с, а густина $\rho = 920$ кг/м³.

Рішення.

$$\nu = \frac{\mu_D}{\rho} = \frac{0,5}{920} = 5,43 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$$

Приклад 13. Визначити кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини, якщо сила внутрішнього тертя $F_T = 12 \cdot 10^{-4}$ Н на поверхні $S = 0,06$ м² створює швидкість деформації $\frac{du}{dy} = 1$ с⁻¹.

Рішення. Дотичне напруження на поверхні S

$$\tau = \frac{F_T}{S} = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{0,06} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}^2.$$

Оскільки для ньютонівської рідини $\tau = \pm \mu_D \cdot \frac{du}{dy}$, при градієнту швидкості $\frac{du}{dy} = 1$ с⁻¹, то динамічний коефіцієнт в'язкості $\mu_D = 2 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Тоді кінематичний коефіцієнт в'язкості $\nu = \frac{\mu_D}{\rho} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{1000} = 2 \cdot 10^{-8}$ м²/с.

Приклад 14. Визначити силу тертя і дотичне напруження на квадратній площі $a \cdot b = 10 \times 10$ см при різниці швидкостей між сусідніми шарами води товщиною $\delta y = 0,25$ мм, що дорівнює $\delta u = 3 \cdot 10^{-4}$ м/хв. Динамічну в'язкість приймаємо $\mu = 17,92 \cdot 10^{-4}$ Па·с.

Рішення. Знайдемо градієнт швидкості в напрямку руху y

$$\frac{du}{dy} = \frac{0,0003 \cdot 1000}{0,25 \cdot 60} = 0,02 \text{ с}^{-1}.$$

Визначимо силу тертя між сусідніми рухомими шарами рідини за формулою Ньютона – Петрова:

$$F_T = \mu \cdot S \cdot \frac{du}{dy} = 17,92 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,02 = 3,58 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Знайдемо дотичні напруження

$$\tau = \frac{F_T}{S} = \frac{3,58 \cdot 10^{-7}}{0,01} = 3,58 \cdot 10^{-9} \text{ Н/м}^2.$$

1.8 Задачі для самостійного розв'язку за розділом 1

Задача 1. Визначити коефіцієнт динамічної в'язкості μ , якщо $F_T = 0,1256$ Н, $d = 200$ мм, $l = 10$ м, $\frac{du}{dr} = 20$ с⁻¹. Чому дорівнює ν , якщо $\rho = 1000$ кг/м³.

Задача 2. Визначити густину робочої рідини, якщо $\rho_{t_{20^{\circ}\text{C}}} = 820 \text{ кг/м}^3$, $\beta_t = 7 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$, а температура рідини $t = 60 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Задача 3. Зазор між двома пластинами, з яких одна нерухома, а друга пересувається зі швидкістю $u_0 = 5 \text{ см/с}$, заповнений рідиною, напруження тертя на поверхні пластини $\tau = 0,09 \text{ Па}$. Висота зазору $h = 1,1 \text{ мм}$. Визначити динамічний коефіцієнт в'язкості цієї рідини. Вважати, що швидкість розподіляється по висоті зазору за лінійним законом.

Задача 4. Визначити початковий об'єм рідини, якщо зміна об'єму $\Delta V = 3 \text{ л}$, $\Delta p = 20 \text{ МПа}$, а модуль пружності $K = 2000 \text{ МПа}$.

Задача 5. Визначити абсолютний тиск води на глибині 3 км, якщо густина морської води $\rho_e = 1,03 \text{ г/см}^3$, а атмосферний тиск $p_{атм} = 760 \text{ мм. рт. ст.}$ Чому дорівнює зміна густини $\Delta \rho$ на цій глибині, якщо $K = 2010 \text{ МПа}$?

Задача 6. Визначити питому вагу і густину нафти, якщо вага 4,5 л нафти $G = 4,17 \text{ кг}$.

Задача 7. Визначити густину і питому вагу суміші, якщо $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 3 \text{ кг}$, $V_1 = 2,3 \text{ л}$, $V_2 = 3,5 \text{ л}$.

Задача 8. Визначити, як змінюється густина мастила, якщо тиск зростає на 32 МПа, $\rho_0 = 920 \text{ кг/м}^3$, а об'ємний модуль пружності $K = 1700 \text{ МПа}$.

Задача 9. Суміш рідини складається з масла ($\rho_m = 0,9 \text{ кг/дм}^3$) і гасу ($\rho_g = 0,8 \text{ г/см}^3$). Об'єм гасу в суміші складає 40%. Визначити густину і питому вагу суміші.

Задача 10. Обчислити силу тертя на внутрішній поверхні труби при таких умовах:

$$d = 250 \text{ мм}; l = 15 \text{ м}; \frac{du}{dr} = -15 \text{ с}^{-1}; \rho = 0,9 \text{ г/см}^3; \nu = 15 \text{ сСт.}$$

Задача 11. Визначити кінематичну в'язкість повітря при температурі 120 °С і тискові 450 кПа, якщо динамічний коефіцієнт в'язкості при цій температурі $\mu = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$ ($R = 287 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$).

Задача 12. Визначити кінематичну в'язкість ν повітря при $t = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ і $P = 4 \text{ кгс/см}^2$, якщо динамічний коефіцієнт в'язкості змінюється за законом $\mu = 1,75 \cdot 10^{-5} + 5,03 \cdot 10^{-8} \cdot t \text{ Па}\cdot\text{с}$, ($R = 287 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$).

Задача 13. Визначити густину морської води на глибині 4 км, де абсолютний тиск $P_{абс} = 414 \text{ кг/см}^2$; атмосферний тиск $P_{атм} = 100 \text{ кПа}$. Густина морської води на вільній поверхні $\rho_0 = 1030 \text{ кг/м}^3$.

Задача 14. Визначити силу тертя і дотичні напруження у повітропроводі з прямокутним поперечним перерізом, якщо: $a = 400$ мм; $b = 300$ мм; $l = 50$ м; $\nu = 15$ сСт; $\rho = 1,21$ кг/м³; $\frac{du}{db} = 10$ с⁻¹.

Задача 15. Тиск рідини в закритому трубопроводі $P = 0,3$ МПа. Як зміниться тиск, якщо температура рідини збільшиться на 50°C ; $\beta_p = 0,5 \cdot 10^{-9}$ Па; $\beta_t = 1,2 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹.

Задача 16. Визначити як змінюється густина оливи, якщо тиск підвищується на $\Delta P = 32$ МПа. При атмосферному тискові $\rho_0 = 920$ кг/м³. Модуль пружності рідини $K = 1750$ МПа.

Задача 17. Визначити, який об'єм води треба підкачати при гідравлічному випробуванні трубопроводу, якщо $\Delta P = 300$ бар, $l = 10$ м, $d = 100$ мм, $K = 2050$ МПа.

Задача 18. Визначити відносну зміну густини рідини внаслідок її нагрівання від 20°C до 90°C , $\beta_t = 4 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹.

Задача 19. Тиск рідини в закритій посудині дорівнює $P = 0,25$ МПа. Яким стане тиск, якщо температура рідини зростає на $\Delta t = 25^\circ\text{C}$, $\beta_t = 8 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹, $K = 2000$ МПа. Зміною розмірів посудини знехтувати.

Задача 20. Визначити густину робочої рідини, якщо $\rho_{20^\circ\text{C}} = 820$ кг/м³, $\beta_t = 7 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹, а температура рідини $t = 60^\circ\text{C}$.

Задача 21. Як змінюється об'єм води у системі опалення, якщо $V_0 = 100$ м³, а температура рідини зростає від 15°C до 95°C . $\beta_t = 6,4 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹.

Задача 22. Визначити до якого руху відноситься (дозвукового, звукового, надзвукового) рух повітря, якщо абсолютний тиск повітря $P_{\text{абс}} = 750$ мм рт. ст., температура повітря 25°C , показник адіабати $k = 1,4$, швидкість повітря 50 м/с, 250 м/с, 420 м/с.

Задача 23. Визначити швидкість розповсюдження акустичних хвиль у маслі АМГ-10, якщо густина масла $\rho = 850$ кг/м³, об'ємний модуль пружності $K = 1750$ МПа.

1.9 Тестові завдання за розділом 1

1. Густина рідини це: (указати вірні відповіді)

1) m/G ; 2) m/V ; 3) V/m ; 4) p/RT .

2. За формулою p/RT визначають:

1) густину краплинної рідини; 2) питому вагу газів;
3) густину газів; 4) питому вагу краплинної рідини.

3. Питома вага рідини це: (указати вірні відповіді.)

- 1) $1/\rho$; 2) G/V ; 3) $\rho \cdot g$; 4) V/G .

4. За формулою $\rho g/RT$ визначають:

- 1) густину краплинної рідини; 2) питому вагу газів;
3) густину газів; 4) питому вагу краплинної рідини.

5. При зменшенні температури в'язкість газів

- 1) залишається постійною; 2) зростає; 3) зменшується.

6. В'язкість газів обумовлена:

- 1) силами молекулярної взаємодії; 2) хаотичним рухом молекул;
3) поверхневим натягом.

7. За допомогою віскозиметра Енглера вимірюють

- 1) динамічну в'язкість; 2) кінематичну в'язкість;
3) час витікання 200 см³ рідини; 4) час витікання 200 см³ дистильованої води;
5) відносну в'язкість.

8. В системі одиниць вимірювання СГС кінематичну в'язкість вимірюють:

- 1) с⁻¹; 2) м²/с; 3) Е⁰; 4) Па·с; 5) см²/с.

9. В системі одиниць вимірювання СІ кінематичну в'язкість вимірюють:

- 1) с⁻¹; 2) м²/с; 3) Е⁰; 4) Па·с; 5) см²/с.

10. Поперечний градієнт швидкості має розмірність:

- 1) с⁻¹; 2) м²/с; 3) Па·с; 4) см²/с.

11. Поперечний градієнт швидкості має розмірність с⁻¹:

- 1) в системі одиниць вимірювання СІ;
2) в системі одиниць вимірювання СГС;
3) в технічній системі; 4) в усіх системах.

12. Поперечний градієнт швидкості може бути:

- 1) тільки додатною величиною; 2) тільки від'ємною величиною;
3) може бути як додатною, так і від'ємною величиною;
4) завжди дорівнює нулю.

13. Стоксом називають величину, розмірність якої:

- 1) с⁻¹; 2) м²/с; 3) Е⁰; 4) Па·с; 5) см²/с; 6) кг/с.

14. Виберіть з перелічуваних властивостей властивості ідеальної рідини:

- 1) абсолютна нестисливість; 2) нездатність чинити опір розтягу;
3) здатність чинити опір зсуву своїх шарів; 4) абсолютна текучість;
5) здатність розчиняти в собі повітря.

15. Відношення динамічної в'язкості до густини рідини називають:

- 1) питомим об'ємом; 2) кінематичною в'язкістю; 3) питомою вагою.

16. Сантистокс це:

- 1) см/с; 2) см²/с; 3) 0,01 см²/с; 4) 100 см²/с; 5) м²/с.

17. В'язкість рідин проявляється коли:

- 1) рідина знаходиться у стані спокою; 2) при течії рідини;
3) рідина знаходиться у відносному спокої.

18. Сила внутрішнього тертя це:

- 1) $F_T = \pm \mu S du/dh$; 2) $F_T = (\tau_0 + \mu du/dh)S$; 3) $F_T = \pm \mu du/dh$.

19. Густиною рідини називають: (указати невірні відповіді)

- 1) об'єм рідини, маса якого дорівнює 1 кг;
2) вагу рідини, що припадає на одиницю об'єму рідини;
3) масу рідини, що припадає на одиницю об'єму рідини;
4) величину, обернену питомому об'єму рідини.

20. Указати формулу, яка є помилковою:

- 1) $\gamma = \rho g$; 2) $\gamma = mg/V$; 3) $\gamma = G/V$; 4) $\gamma = \rho/g$.

21. Коефіцієнт об'ємного стиснення має розмірність:

- 1) Па; 2) м²/Н; 3) Па⁻¹; 4) Н/м².

22. Коефіцієнт кінематичної в'язкості це:

- 1) $\nu = G/V$; 2) $\nu = \mu/\rho$; 3) $\nu = \tau/du/dh$; 4) $\nu = T/S du/dh$.

23. Виберіть з перелічуваних властивостей властивості, які належать газоподібним рідинам:

- 1) велика текучість; 2) здатність зберігати свій об'єм і форму;
3) мала стисливість; 4) нездатність зберігати свій об'єм і форму;

- 5) велика стисливість; б) нездатність чинити опір зсуву
7) мала текучість.

24. Виберіть з перелічуваних властивостей властивості ті, які належать краплинним рідинам:

- 1) велика текучість; 2) здатність зберігати свій об'єм і форму;
3) мала стисливість; 4) здатність зберігати свій об'єм і не зберігати форму;
5) велика стисливість; 6) нездатність чинити опір зсуву;
7) мала текучість; 8) здатність чинити опір зсуву.

25. Найбільшою стисливістю характеризуються

- 1) краплинні рідини; 2) ньютонівські рідини; 3) не ньютонівські рідини;
4) газоподібні рідини; 5) краплинні і газоподібні рідини.

26. В'язкість - це властивість рідин і газів:

- 1) чинити опір стиску; 2) чинити опір розтягу;
3) чинити опір дотичним зусиллям;
4) чинити опір відносному зсуву шарів рідини.

27. Знак у формулі Ньютона-Петрова залежить від:

- 1) густини рідини; 2) кінематичної в'язкості;
3) площі дотичних шарів рідини; 4) динамічної в'язкості; 5) градієнта швидкості.

28. Величина, яка вимірюється в $\text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ називається:

- 1) тиском; 2) кінематичною в'язкістю; 3) динамічною в'язкістю;
4) об'ємним модулем пружності.

29. Динамічні в'язкість залежить від часу дії напруження і величини цього напруження для:

- 1) краплинних рідин; 2) ньютонівських рідин; 3) не ньютонівських рідин;
4) газів.

30. Динамічна в'язкість для твердих тіл дорівнює:

- 1) $\mu = 1$; 2) $\mu = 0$; 3) $\mu = \infty$; 4) вірної відповіді немає.

31. Розчинність газів в рідинах залежить від:

- 1) роду газу; 2) роду рідини; 3) температури рідини; 4) в'язкості рідини;

5) стисливості рідини; 6) температурного розширення рідини; 7) тиску рідини.
Перерахувати усі параметри, від яких залежить розчинність газів в рідинах.

32. Коефіцієнт розчинності повітря у воді при атмосферних умовах має значення:

- 1) $\kappa = 0,127$; 2) $\kappa = 0,07 \dots 0,13$; 3) $\kappa = 0,016$; 4) $\kappa = 0,22$.

33. Якщо температура робочої рідини зростає, то розчинність газів

- 1) зростає; 2) падає; 3) залишається постійною;
4) вірної відповіді немає.

34. Якщо температура краплинної рідини зростає, то в'язкість

- 1) залишається незмінною; 2) зростає; 3) знижується;
4) змінюється за лінійним законом.

35. Якщо температура краплинної рідини падає, то в'язкість

- 1) залишається незмінною; 2) падає; 3) зростає;
4) змінюється за лінійним законом.

36. Якщо тиск в рідині зростає, то розчинність газів

- 1) зростає; 2) залишається незмінною; 3) знижується.

37. Адіабатний модуль пружності використовують для:

- 1) будь-яких процесів, які виникають в рідинах; 2) швидко плинних процесів;
3) повільних процесів.

38. За формулою $V_g/V_{рід}$ визначається:

- 1) об'ємна доля розчиненого газу в рідині; 2) відносний об'єм розчиненого газу;
3) відносний об'єм рідини; 4) коефіцієнт розчинності газу в рідині.

39. Явище кавітації обумовлено:

- 1) залежністю коефіцієнта розчинності від тиску;
2) залежністю коефіцієнта розчинності від температури;
3) властивістю рідини розчиняти в собі повітря і змінювати коефіцієнт розчинності;
4) залежністю коефіцієнта розчинності від температури і тиску;
5) вірної відповіді немає.

40. Якщо рідина у всмоктувальному трубопроводі закипає, то виникає:

- 1) гідравлічний удар;
- 2) явище облітерації;
- 3) явище кавітації.

41. Якщо тиск в рідині зростає, то розчинність газів:

зростає; 2) падає; 3) залишається постійною; 4) спочатку зростає, а потім знижується.

42. Ізотермічний модуль пружності використовують в:

- 1) повільно плинних процесах;
- 2) швидко плинних процесах;
- 3) будь-яких процесах, що можуть виникати в рідинах.

43. До ньютонівських рідин відносять:

- 1) всі краплинні рідини;
- 2) всі газоподібні рідини;
- 3) всі рідини, для яких виконується закон Ньютона- Петрова;
- 4) робочі рідини гідроприводів.

44. До неньютонівських рідин відносять:

- 1) всі краплинні рідини;
- 2) всі газоподібні рідини;
- 3) робочі рідини гідроприводів при температурі загущення;
- 4) в'язко пластичні рідини.

Питання для самоконтролю до розділу 1.

1. Предмет гідравліки. Перспективи розвитку гідравліки, гідропневмоприводів у сучасному машинобудуванні.

2. Поняття рідини в гідравліці: загальне поняття, математичне поняття, ідеальна рідина, фізичне поняття краплинної рідини.

3. Густина, питомий об'єм, відносна густина, питома вага.

4. Стисливість рідин й газів. В'язкість рідин і газів.

5. Температурне розширення рідин.

6. Розчинність газів в рідинах, явище кавітації.

7. Загущення робочих рідин, температура спалаху, чистота робочих рідин.

Розділ 2 ГІДРОСТАТИКА

2.1 Основні поняття гідростатики

Гідростатика – розділ гідромеханіки в якому розглядаються закони спокою і відносного спокою рідини і газів, а також взаємодія їх з твердими тілами.

В гідравліці рідина розглядається як суцільне безперервне матеріальне середовище. Тому, всі сили, що діють на рідину можна поділити на внутрішні та зовнішні.

Внутрішні сили – сили взаємодії між частинами рідини.

Але внутрішні сили в рідинах завжди парні, і, тому, взаємно врівноважуються, тобто ніяким чином не проявляються. Отже, в подальшому внутрішні сили розглядати не будемо, крім двох випадків, а саме в капілярах і в умовах невагомості.

В капілярах поверхневий шар не урівноважений, і тому виникає явище капілярності – здатність рідини підніматись або опускатись в тоненьких трубках капілярів (рис. 2.1). При чому все залежить від матеріалу.

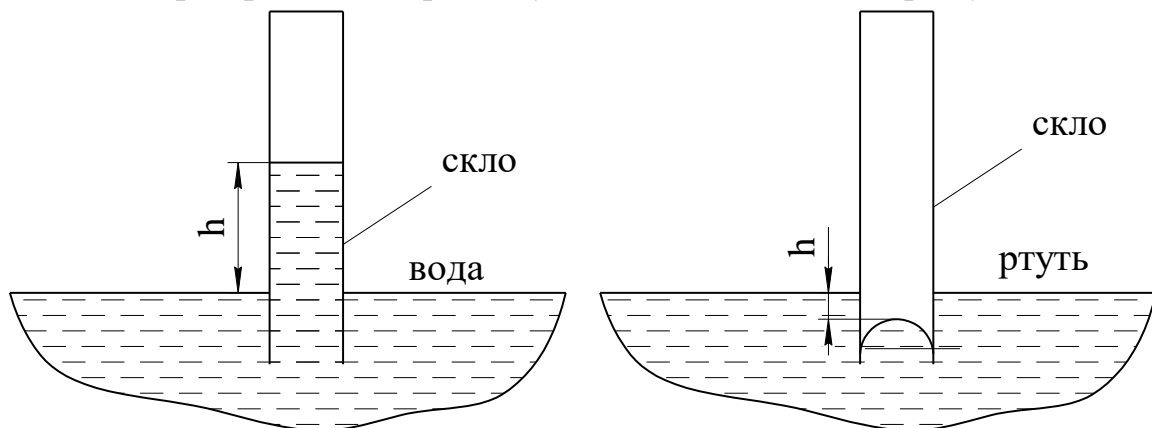


Рисунок 2.1 – Явище капілярності.

Зовнішні сили – це сили, прикладені до частинок об'єму рідини, що розглядається. Ці сили можна поділити на масові та поверхневі.

Масовими є сили, які діють на кожну частинку рідини і пропорційні масі (об'єму) рідини:

- сили тяжіння;
- відцентрові сили;
- електромагнітні сили;
- сили інерції.

Останні діють, наприклад в тому випадку коли рідина знаходиться у відносному спокої, тобто коли вона розташована у цистерні яка рухається.

Поверхневими силами називають сили, що розподілені рівномірно по поверхні рідини і пропорційні цій поверхні, наприклад

- сила атмосферного тиску, які діють на поверхню рідини;
- сили дії поршня;
- сили тиску сусідніх шарів рідини.

В результаті дії зовнішніх сил в середині рідини виникають стискаючі напруження які вимірюються в Паскалях. В системі СІ за одиницю тиску прийнято $1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}$. Ця одиниця дуже мала, тому частіше використовують $1 \text{ кПа} = 1000 \text{ Па}$; $1 \text{ МПа} = 1000000 \text{ Па}$; $1 \text{ бар} = 100000 \text{ Па}$.

Так як на практиці використовують інші одиниці тиску, інженеру необхідно знати співвідношення між ними (табл. 2.1), а для використання на практиці необхідно запам'ятати наступні співвідношення:

$1 \text{ кг/см}^2 = 9,81 \text{ Н/см}^2 = 98100 \text{ Па} = 735,6 \text{ мм. рт. ст.} = 10 \text{ м. вод. ст} = 0,98 \text{ бар}$.

Таблиця 2.1 - Одиниці вимірювання тиску та співвідношення між ними

$\frac{p_A}{p_B}$	Па	м.вод.ст	атм.	бар	кгс/см ²	мм.рт.ст
Па	1	$0,102 \cdot 10^{-3}$	$9,87 \cdot 10^{-6}$	10^{-6}	$10,2 \cdot 10^{-6}$	$7,5 \cdot 10^{-3}$
м.вод.ст	9,8	$1 \cdot 10^{-3}$	$96,8 \cdot 10^{-6}$	$98,1 \cdot 10^{-6}$	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$73,55 \cdot 10^{-3}$
атм	101325	10,3	1	1,01325	1,033	760
бар	10^5	10,2	0,987	1	1,02	750,1
кгс/см ²	98100	10	0,968	0,981	1	735,6
мм.рт.ст	133,3	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,31 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$1359 \cdot 10^{-3}$	1

Коефіцієнт K є співвідношенням одиниць вимірювання тиску:

$$p_B = K \cdot p_A$$

Користуючись табл. 1 переведемо $p_A = 20 \text{ бар}$ в мм рт. ст.

$$p_B = 750,1 \cdot 20 \text{ бар} = 15002 \text{ мм.рт.ст}$$

Стискаючі напруження, що виникають всередині рідини, яка знаходиться в спокої, називаються гідростатичним тиском або напруженням гідростатичного тиску.

Розглянемо деякий об'єм рідкого тіла, що заходиться в рівновазі (рис. 2.2).

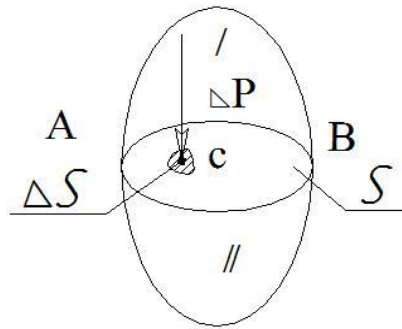


Рисунок 2.2 – Рідке тіло, що знаходиться в рівновазі.

Поділимо площиною AB даний об'єм рідини на дві частини.

Рідина, яка знаходиться в I частині, буде діяти на II частину по площині AB . Позначимо площину поділу через S уявно відкинувши верхню I частину. Тоді, для збереження рівноваги нижньої частини замінимо на силу P , що називається силою гідростатичного тиску яка діє на площу S . Поділивши силу гідростатичного тиску P на величину площі S , отримаємо середнє значення гідростатичного тиску:

$$P_{cp} = \frac{\Delta P}{\Delta S}.$$

Візьмемо на площині AB довільну точку C і виділимо навколо неї малу площину ΔS . На дану площу буде доводитися деяка сила ΔP . Якщо зменшувати дану площу ΔS до нуля, отримаємо тиск в даній точці:

$$P = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta P}{\Delta S} \right).$$

2.2 Властивості гідростатичного тиску.

Гідростатичний тиск завжди спрямований вздовж внутрішньої нормалі до площадки, на яку вона діє (рис. 2.3).

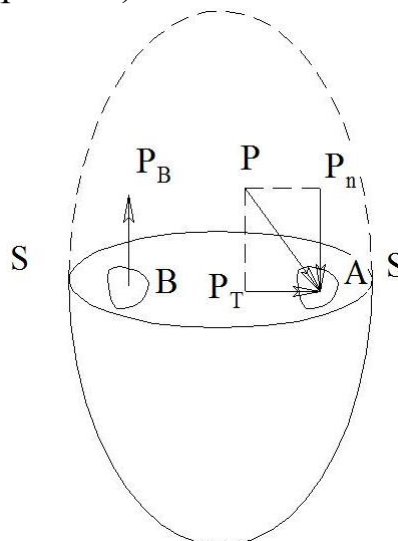


Рисунок 2.3 – Схема дії гідростатичного тиску.

Властивість доводиться від протилежного. Якщо припустити, що в якійсь точці рідини тиск направлений під кутом до майданчика, то в цьому випадку його можна розкласти на нормальну та тангенціальну складову. Тангенціальна складова викличе зсув частинки рідини, що порушить рівновагу, рідина потече. Отже, припущення, про те, що тиск направлений під кутом, не відповідає дійсності.

Теж саме можна припустити, що тиск направлений по внутрішній нормалі. Оскільки рідина не може витримувати розтягуючі зусилля, то рівновага в даному випадку знову буде порушена. Таким чином, сила гідростатичного тиску, завжди направлена в середину рідини, і сили будуть силами стискаючими (рис. 2.4).

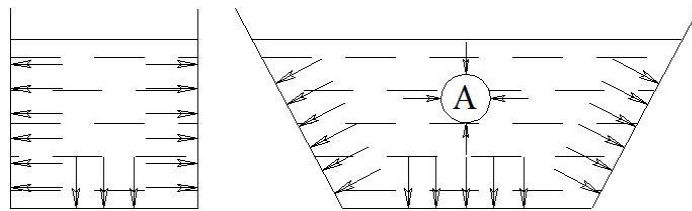


Рисунок 2.4. – Схема дії сил гідростатичного тиску

Друга властивість. Тиск в даній точці рідини по всіх напрямках однаковий, тобто величина тиску не залежить від кута нахилу площинки дії.

Якщо хоча б в одному з напрямків тиск змінить своє значення то спокій рідини обов'язково порушиться, рідина потече.

Ця властивість може бути доведена наступним чином: виділимо нескінченно малу призму із сторонами dx , dy , dz та dn (рис. 2.5).

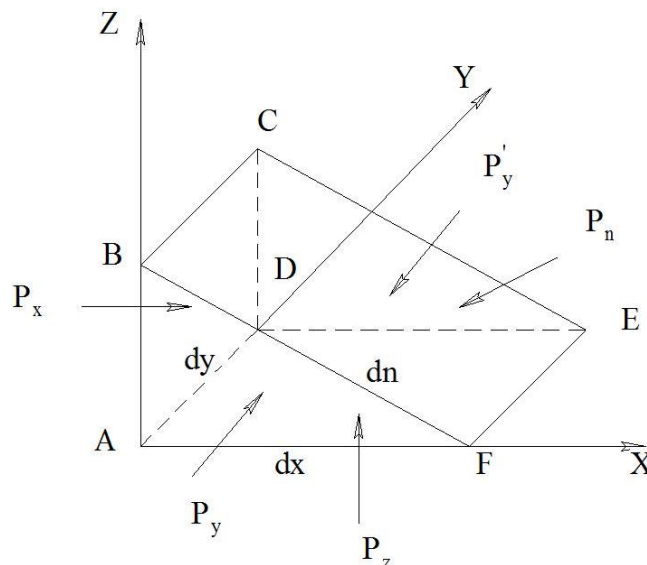


Рисунок 2.5 – Схема дії сил у нескінченно малій призмі.

Розглянемо умови рівноваги під дією зовнішніх сил. Такими силами будуть сили гідростатичного тиску F_x, F_y, F_y', F_z, F_n та масові (сила тяжіння, відцентрові сили), що діють на сторони призми. Сили F_y, F_y' рівні за величиною та протилежні за напрямком, тому вони врівноважуються і не будуть прийматись до уваги.

Визначимо сили гідростатичного тиску F_x, F_z, F_n .

Оскільки ділянки призми є нескінченно малими то середній гідростатичний тиск є одночасно і гідростатичним тиском в будь якій точці ділянки, тоді

$$F_x = p_x dydz, F_z = p_z dx dy, F_n = p_n dy dn.$$

Масові сили, що діють на призму можна визначити з залежності:

$$dQ = \frac{1}{2} dx dy dz \rho g.$$

Співставивши масові сили з силами гідростатичного тиску бачимо, що вони є нескінченно малими. Тому в умовах нашого випадку цими силами можна знехтувати.

Для того, щоб призма знаходилась в рівновазі сума проекцій на любую вісь всіх сил, повинна дорівнювати нулю. Складемо умову рівноваги для осі x, y , оскільки сили F_x, F_z паралельні осям координат, то вони проєктуються в натуральну величину

$$\begin{cases} p_x dydz - p_n dy dn \cos \alpha = 0 \\ p_z dx dy - p_n dy dn \sin \alpha = 0 \end{cases}.$$

Оскільки

$$dz = dn \cos \alpha, \text{ а } dx = dn \sin \alpha$$

то

$$\begin{cases} p_x dydz - p_n dydz = 0 \\ p_z dx dy - p_n dx dy = 0 \end{cases}, \text{ або } \begin{cases} p_x - p_n = 0 \\ p_z - p_n = 0 \end{cases}, \text{ то кінцева рівність:}$$

$$F_x = F_n \text{ та } F_z = F_n \text{ або } F_x = F_y = F_z.$$

Відповідно гідростатичний тиск в точці A по всіх напрямках однаковий, оскільки напрямлення нами було обрано довільно.

2.3 Диференціальне рівняння рівноваги рідини (рівняння Ейлера)

Розглянемо загальний випадок спокою рідини. Для цього в просторі дослідної рідини розглянемо систему координатних осей x, y, z з центром в точці 0 і фіксуємо довільну точку A з координатами x, y, z (рис. 2.6).

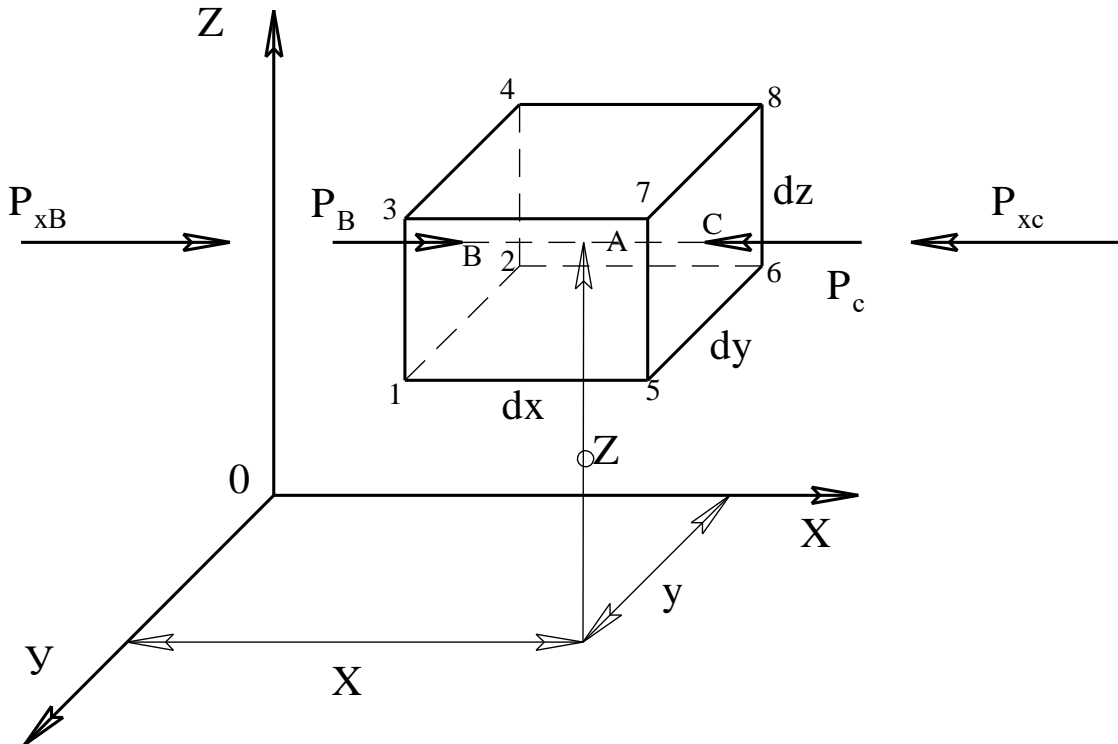


Рисунок 2.6. – Схема сил, що діють на рідину при абсолютному спокої.

Тоді навколо точки A виділимо нескінченно малий паралелепіпед 1-2-3-4-5-6-7-8 з нескінченно малими сторонами dx, dy, dz , так щоб точка A знаходилась в центрі цього паралелепіпеда. Гідростатичний тиск, що виникає в точці A під дією зовнішніх сил, позначимо через p . Даний паралелепіпед буде в рівновазі в тому випадку, якщо сума проєкцій всіх діючих сил на любую з координатних осей буде рівна нулю.

Зовнішніми силами, що діють на рідкий паралелепіпед є:

- поверхневі сили, обумовлені тиском сусідніх шарів рідини;
- масові сили, пропорційні масі паралелепіпеда.

Так як масові сили різноманітні і вони можуть діяти на рідину в різній сукупності, то будемо вважати, що нам відомі одиничні проєкції сумарних масових сил на координатні вісі і позначимо їх через X, Y, Z .

Тоді, проєкція об'ємних сил dQ_x на вісь x буде рівна:

$$dQ_x = X dM ;$$

де $dM = dx dy dz \cdot \rho$

А значить і $dQ_x = Xdx dy dz \rho$

Аналогічно проєкції на вісь Y, Z

$$dQ_y = Ydx dy dz \rho, \quad dQ_z = Zdx dy dz \rho$$

X, Y, Z – мають розмірність прискорення і є проєкціями прискорення на координатну вісь, та характеризують інтенсивність масової сили.

Розставимо сили гідростатичного тиску на грані 1-2-3-4 та 5-6-7-8 дані сили діють нормально до граней тобто направлені вздовж вісі x. Проведемо через точку А горизонтальну лінію ВС яка пересіче грань паралелепіпеда 1-2-3-4 в точці В, а грань 5-6-7-8 в точці С. Сили гідростатичного тиску позначимо через p_c та p_B

$$p_c = p - \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{та} \quad p_B = p + \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x}$$

де частинна похідна $\frac{\partial p}{\partial x}$ називається градієнтом гідростатичного тиску.

Тоді, сили гідростатичного тиску на площадки P_{xB} та P_{xC} :

$$P_{xc} = dydz \left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right), \quad P_{xB} = dydz \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right).$$

Спроектувавши на вісь x всі зовнішні сили, що діють на паралелепіпед, отримаємо

$$P_{xB} - P_{xC} + dQ_x = 0.$$

Оскільки сили гідростатичного тиску P_{xB} та P_{xC} є нормальними до граней 1-2-3-4 та 5-6-7-8 спроектуються на вісь x в натуральну величину. Проєкції ж інших сил гідростатичного тиску, що діють на інші грані будуть рівні нулю і тому в рівняння не ввійдуть. Тоді рівняння можна записати як:

$$dydz \left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) - dydz \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) + Xdx dy dz \rho = 0$$

після нескладних перетворень отримаємо

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X = 0$$

Аналогічно рівняння рівноваги відносно осей y та z:

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho Y = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho Z = 0.$$

Отримані рівняння і є диференціальним рівнянням рівноваги рідини Ейлера.

Ці рівняння показують, що тиск в рідині залежить від інтенсивності масових сил. Це фізичний зміст рівняння.

Якщо рідина не стислива, то ці рівняння мають одну невідому величину – тиск p . Якщо рідина стислива, то ці рівняння мають дві невідомі величини – тиск p і густину ρ .

Загальне диференціальне рівняння рівноваги. Інтеграл Ейлера.

Помножимо диф. рівняння на dx , dy , dz і відповідно складемо:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx + \rho X dx = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dy + \rho Y dy = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} dz + \rho Z dz = 0$$

Додамо дану систему рівнянь:

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho(X dx + Y dy + Z dz)$$

Ліва частина виразу є повним диференціалом тиску p .

Отримане рівняння може мати рішення тільки в тому випадку, якщо і права частина його теж буде повним диференціалом. А це можливо якщо існує якась силова функція $U = f(x, y, z)$, котра залежить від координат і частинні похідні які дорівнюють проєкціям одиничних масових сил. Цю функцію називають потенційною силовою функцією.

$$\frac{dU}{dx} = X, \quad \frac{dU}{dy} = Y, \quad \frac{dU}{dz} = Z$$

А сили, що відповідають цій функції називають силами, що мають потенціал (консервативні сили).

$$dU = X dx + Y dy + Z dz$$

Отримане рівняння рівноваги рідини, вперше були виведені Л. Ейлером в 1775р, і є загальним диференціальним рівнянням рівноваги, рішенням якої є інтеграл Ейлера.

$$\frac{p}{\rho} - U = const.$$

2.4 Основне рівняння гідростатики

Розглянемо абсолютний спокій рідини, тобто на рідину діє лише сила тяжіння.

Щоб одержати закон зміни тиску потрібно знайти силову функцію U і підставити в інтеграл Ейлера.

Методика визначення силової функції U

1. Запишемо диференціал функції U .

$$dU = Xdx + Ydy + Zdz$$

2. Визначимо проекції сили тяжіння на координатні вісі, для цього розглянемо рис. 2.7.

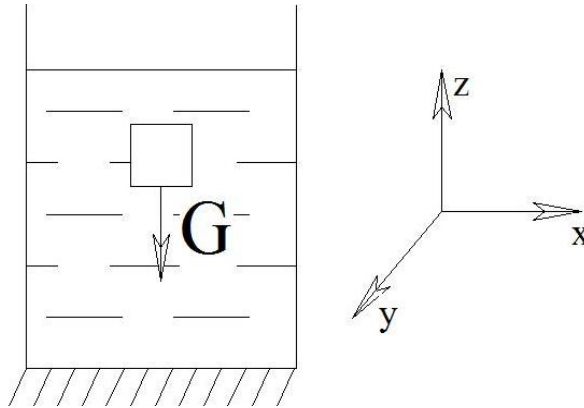


Рисунок 2.7. – Проекція сил при абсолютному спокої.

$$x=0, y=0, z=-g$$

3. Знайдені проекції підставляємо в рівняння

$$dU = 0dx + 0dy + (-g)dz$$

$$dU = -gdz$$

4. Інтегруємо і отримуємо:

$$dU = -gz + const$$

і остаточно

$$z + \frac{p}{\rho g} = const .$$

Отриманий вираз є основним рівнянням гідростатики.

Яке показує, що тиск залежить від питомої ваги рідини і координати z , причому закон зміни тиску має лінійний характер.

В гідравліці міру енергії, що належить одиниці ваги рідини прийнято називати напором.

$H = h_p + z$ - називається гідростатичний напір (рис. 2.8).

$H_a = h_a + z$ - абсолютний потенційний напір;

z – геометрична висота положення частинки рідини.

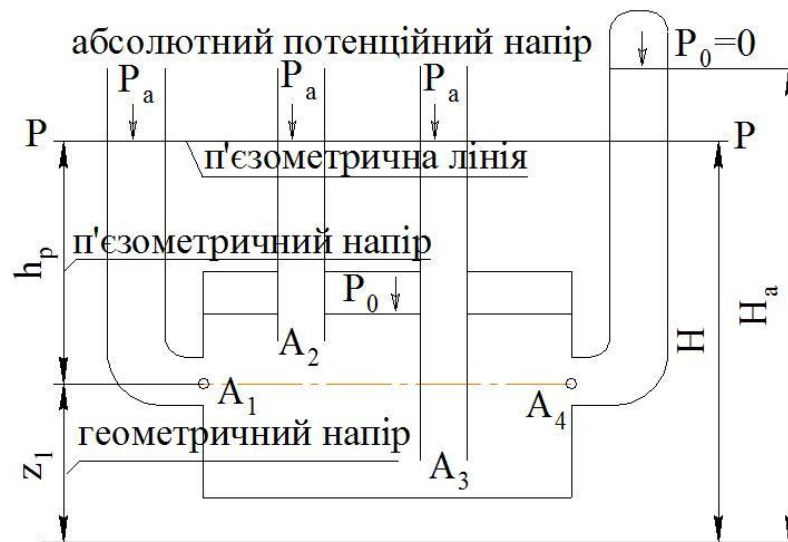


Рисунок 2.8 – Види напору.

Таким чином, сума геометричної висоти положення частинки і п'єзометричної висоти для будь-якої частинки рідини завжди стала величина. В цьому і полягає геометричний сенс основного рівняння гідростатики (ОРГ).

Для того, щоб визначити фізичний сенс ОРГ, помножимо його на одиницю ваги рідини, одержимо розмірність енергії.

$$\left(z + \frac{P}{\rho g}\right) \cdot 1 \text{ Н} = E \text{ (Н} \cdot \text{м)} = \text{Дж}$$

Таким чином з фізичної точки зору:

z – питома „віднесена до одиниці ваги частини рідини” потенційна енергія частинки;

$\frac{P}{\rho g}$ – питома потенційна енергія тиску.

Таким чином, сума питомої потенційної енергії положення частинки і енергія тиску завжди стала величина. Таким чином, ОРГ є законом збереження енергії в гідростатиці.

2.5 Формула для визначення тиску в будь якій точці рідини II формула запису ОРГ

Розглянемо в рідині 2 точки з координатами z_0 і z (рис. 2.9). В точці з координатою z_0 тиск відомий і дорівнює p_0 .

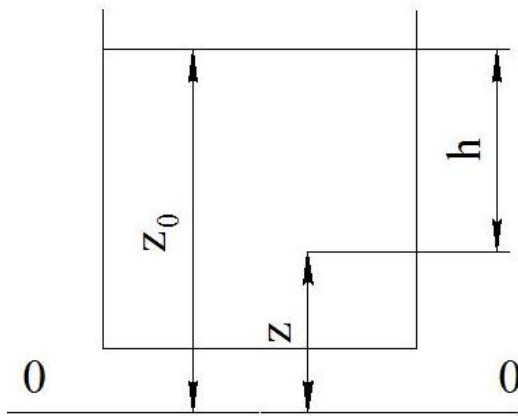


Рисунок 2.9. – Схема визначення тиску в будь якій точці нерухомої рідини.

Дано ρ, z_0, z, p_0 . Необхідно знайти p .

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} = z + \frac{p}{\rho g}$$

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z)$$

$z_0 - z = h$ глибина занурення частинки рідини.

$$p = p_0 + \rho gh$$

II-га формула запису ОРГ.

Тиск в будь якій точці рідини складається з тиску на поверхні рідини і тиску, обумовленого вагою стовпчика рідини висотою h .

Для прикладу розглянемо рис. 2.10.

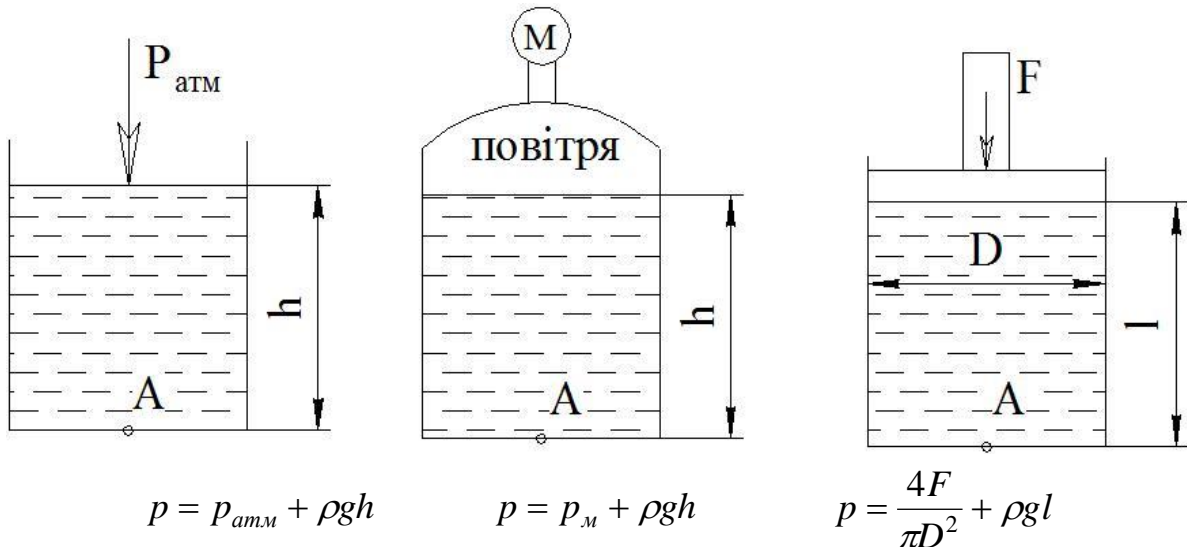


Рисунок 2.10 – Приклади використання основного рівняння гідростатики.

Тиск в точці рідини, що знаходиться в спокої, може бути представлено висотою деякого стовпа рідини або виміряний безпосередньо за допомогою скляних трубок п'езометрів (з грецької «тиск та міра»).

Розглянемо точки A_1 до якої підключено п'езометр відкритого типу та A_2 до якого підключено п'езометр закритого типу (рис. 2.11).

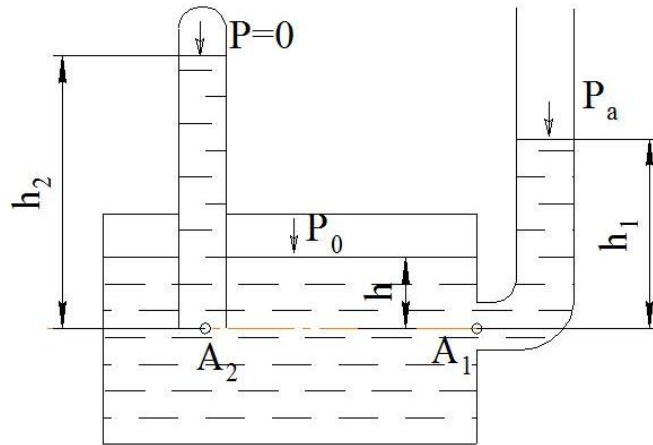


Рисунок 2.11. – Під'єднання закритого та відкритого п'езометра до ємності з надлишковим тиском.

Розглядаючи точку A_1 , приходимо до висновку, що із сторони рідини в ємності на точку A_1 буде діяти абсолютний тиск $p = p_0 + \rho gh$, а із сторони рідини в трубці на ту ж точку діє рівний тиск $p = p_a + \rho gh_1$.

$$\text{Звідки, } h_1 = \frac{p - p_a}{\rho \cdot g}.$$

В чисельнику маємо різницю абсолютного та атмосферного тиску тобто надлишковий тиск. Величина $h_p = h_1$ відповідає надлишковому тиску в точці, називається надлишковою п'езометричною висотою, або просто п'езометричною висотою.

Вважаючи, що в трубці біля точки A_2 повне розрідження $p_0=0$ тоді з середини трубки на точку A_2 буде діяти тиск $p = 0 + \rho gh_2$, звідки $h_2 = \frac{p}{\rho \cdot g}$.

Величину $h_a = h_2$ називають абсолютною п'езометричною висотою.

У випадку, якщо абсолютний тиск в точці $p < p_a$, тиск в ній можна виміряти за допомогою зворотного п'езометра (вакуумметра) (рис. 2.12).

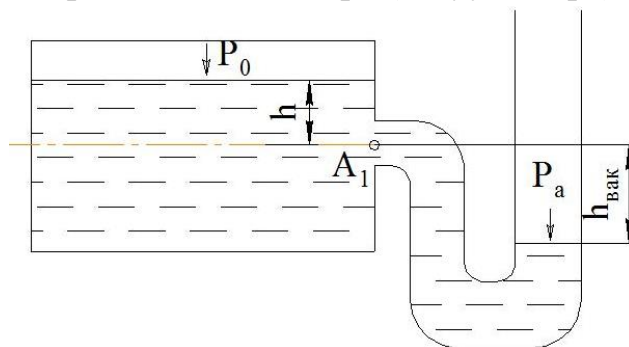


Рисунок 2.12 – Вимірювання тиску вакуумметром.

В даному випадку тиск в точці A зі сторони рідини в ємності $p = p_0 + \rho gh$, а із сторони рідини в вакууметрі $p = p_a - \rho gh_{\text{вак}}$, звідки $h_{\text{вак}} = \frac{p_a - p}{\rho \cdot g}$. Тобто, різницю атмосферного та абсолютного тиску називають вакууметричною висотою.

2.6 Гідростатичний парадокс

Всі точки горизонтальної площини знаходяться під однаковим тиском з боку рідини, бо знаходяться на однаковій глибині h . Внаслідок цього, сила тиску на горизонтальну площину (наприклад, дно посудини) дорівнює добутку площі поверхні F на гідростатичний тиск у довільній точці площини:

$$P_{\text{абс.}} = p_{\text{абс.}} F = (p_0 + \rho g h) F.$$

Коли тиск на вільній поверхні дорівнює атмосферному ($p_0 = p_{\text{ат.}}$), рівняння для визначення сили тиску набуває вигляду:

$$P = \rho g h F.$$

Рівняння показує, що сила тиску рідини на горизонтальну поверхню відповідає вазі стовпа рідини з основою F і висотою h до вільної поверхні. З цієї формули також видно, що у посудинах різної форми, але однакою площею дна, заповнених рідиною на однакову висоту, сила тиску рідини на дно є однакою (рис. 2.13). Це явище прийнято називати *гідростатичним парадоксом*.

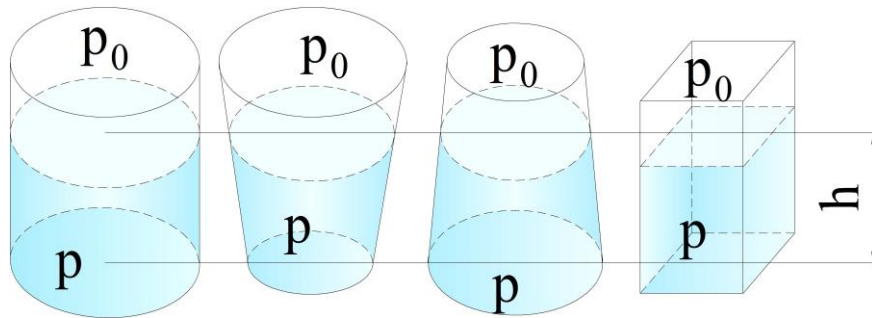


Рисунок 2.13. – Ілюстрація гідростатичного парадоксу.

2.7 Приклади до вирішення задач до основного рівняння гідростатики

Приклад 1. Визначити абсолютний та манометричний тиск на дно відкритої ємності, наповненої водою. Глибина води в ємності $=4,0$ м. Атмосферний тиск p_0 , що діє на вільну поверхню рідини дорівнює 98100 Н/м^2 , густина води 1000 кг/м^3 .

Рішення.

$$p = p_0 + \rho gh = 98100 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 4,0 = 137340 \text{ Н/м}^2$$

$$\text{або } 137340/98100 = 1,4 \text{ кгс/см}^2.$$

$$p_m = \rho g h = 1000 \cdot 9,81 \cdot 4,0 = 39240 \text{ Н/м}^2.$$

Приклад 2. Визначити надлишковий тиск в шахті глибиною 1200 м, заповненій глинистим розчином питомою вагою $\gamma = 1200 \text{ кгс/м}^3$

Рішення. $p_{над} = \gamma \cdot h = 12000 \cdot 1200 = 14400000 \text{ Па} \approx 144 \text{ атм.}$

Приклад 3. На скільки знизиться тиск в шахті глибиною 3200 м, якщо глинистий розчин густиною $\rho = 1600 \text{ кг/м}^3$ замінити водою?

Рішення. $p_{г.р} = \rho \cdot g \cdot h = 1600 \cdot 9,81 \cdot 3200 = 50227200 \text{ Па.}$

$$p_{вод} = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3200 = 31392000 \text{ Па}$$

$$\Delta p = p_{г.р} - p_{вод} = 50227200 - 31392000 = 18835200 \text{ Па} \approx 192 \text{ атм.}$$

Приклад 4. В U-подібний посуд налиті ртуть та вода (рис. 2.14). Лінія розділу рідин розташована нижче вільної поверхні ртуті на $h_{рт} = 0,1 \text{ м}$. Визначити різницю рівнів h .

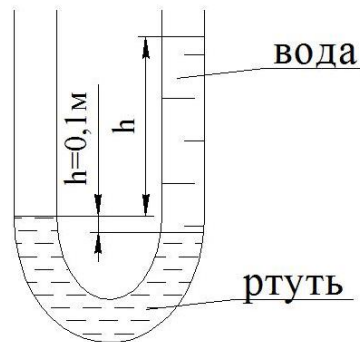


Рисунок 2.14.

Рішення. Складемо рівняння для визначення абсолютного тиску на рівні розділу рідин (рис. 2.14):

$$\rho_в \cdot g \cdot h_в = \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт},$$

звідки

$$h_в = \frac{\rho_{рт} \cdot h_{рт}}{\rho_в}.$$

Тоді різниця рівнів

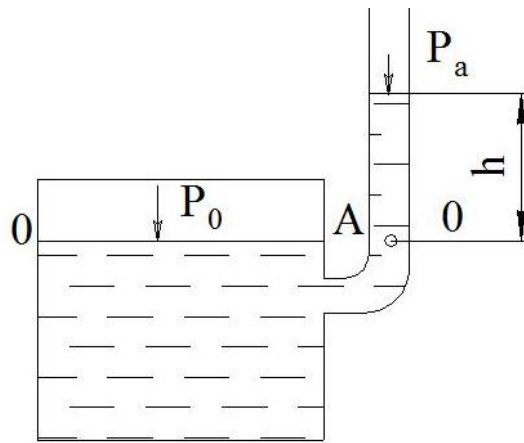


Рисунок 2.15.

$$h = h_{\epsilon} - h_{pm} = \frac{\rho_{pm} \cdot h_{pm}}{\rho_{\epsilon}} - h_{pm} = h_{pm} \cdot \left(\frac{\rho_{pm}}{\rho_{\epsilon}} - 1 \right) = 0,1 \cdot \left(\frac{13550}{1000} - 1 \right) = 1,25 \text{ м}$$

Приклад 5. Знайти тиск на вільній поверхні води p_0 в закритій ємності, якщо рівень рідини у відкритому п'єзометрі вище рівня рідини в резервуарі на $h = 2,0$ м (рис. 2.16).

Рішення. З основного рівняння гідростатики випливає, що тиск в точках які знаходяться на одному рівні – однаковий. Тоді, абсолютний гідростатичний тиск в точці A дорівнює тиску на вільній поверхні рідини в резервуарі. Тоді запишемо:

$$p = p_0 + \rho gh = 98100 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 2,0 = 117720 \text{ Па} = 117,72 \text{ кПа} \approx 0,12 \text{ МПа}$$

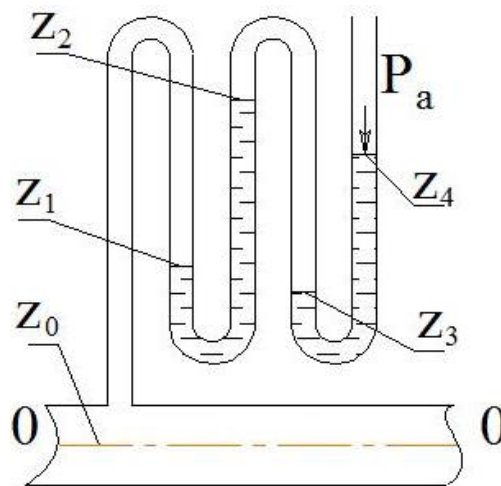


Рисунок 2.16.

Приклад 6. Визначити надлишковий тиск води в трубі за показниками диференційного (батареїного) ртутного манометра. Відмітки рівнів ртуті від осі труби: $z_1 = 1,75$ м, $z_2 = 3$ м, $z_3 = 1,5$ м, $z_4 = 2,5$ м. Густина води $\rho_{\epsilon} = 1000$ кг/м³, густина ртуті $\rho_{pm} = 13550$ кг/м³.

Рішення. Диференційний ртутний манометр складається з двох послідовно з'єднаних ртутних манометрів. Тиск води в трубі врівноважується перепадами рівнів ртуті, а також перепадами рівнів води в трубках манометра. Додаючи показники манометра від відкритого кінця до приєднання його до труби, отримаємо:

$$p = \rho_{pm} \cdot g \cdot (z_4 - z_3) - \rho_6 \cdot g \cdot (z_2 - z_3) + \rho_{pm} \cdot g \cdot (z_2 - z_1) + \rho_6 \cdot g \cdot (z_1 - z_0) =$$

$$13550 \cdot 9,81(2,5 - 1,5) - 1000 \cdot 9,81(3 - 1,5) + 13550 \cdot 9,81(3 - 1,75) + 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,75 = 0,3$$

МПа

Приклад 7. В каналі, що підводе воду до очисних споруд, встановлено пневматичний рівнемір з самозаписуючим приладом (рис. 2.17).

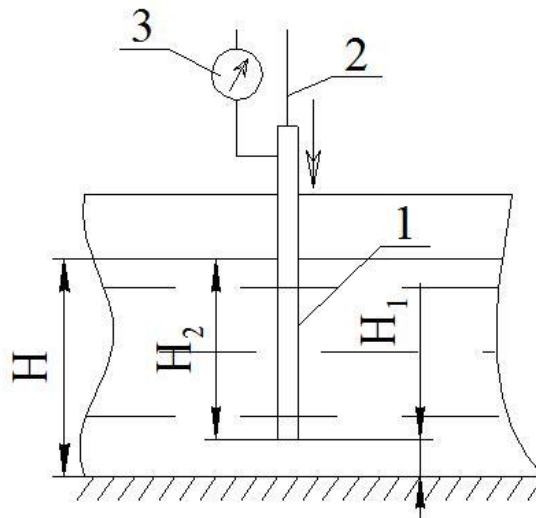


Рисунок 2.17.

Нижній кінець трубки занурено в воду на глибину H_2 нижче самого низького рівня води в каналі. До верхнього кінця трубки 1 по трубці 2 подається невеликий об'єм повітря під тиском, який є достатнім для виходу повітря в воду через нижній кінець трубки 1. Визначити глибину води в каналі H , якщо тиск повітря в трубці 1 за показами приладу дорівнює $h' = 80$ мм рт.ст. та $h'' = 29$ мм рт.ст. Відстань від дна каналу до нижнього кінця трубки $H_1 = 0,3$ м.

Рішення. Надлишковий тиск повітря в трубці 1

$$p_1 = \rho_{pm} g h$$

де h – покази самозаписуючого приладу (різниця рівнів ртуті в приладі).

В той самий час надлишковий тиск води на рівні нижнього кінця трубки

$$p_2 = \rho_6 g H_2.$$

Глибину H визначаємо з умови рівності тисків $p_1 = p_2$

$$p_1 = \rho_{pm} g h.$$

$$\text{Тоді, } H_2 = \frac{\rho_{рт} \cdot h}{\rho_в}$$

при $h' = 80$ мм рт.ст.

$$H_2 = \frac{13550 \cdot 0,08}{1000} = 1,08 \text{ м,}$$

а висота заповнення води в каналі

$$H = H_2 + H_1 = 1,08 + 0,3 = 1,38 \text{ м.}$$

при $h'' = 29$ мм рт.ст.

$$H_2 = \frac{13550 \cdot 0,029}{1000} = 0,39 \text{ м.}$$

$$H = H_2 + H_1 = 0,39 + 0,3 = 0,69 \text{ м.}$$

Приклад 8. Для того, щоб унеможливити потрапляння каналізаційних газів в житлові приміщення, під санітарними приладами встановлюють (рис. 2.18) сифони 1, що створюють гідравлічний затвор 2. При русі води з великими швидкостями по вертикальним трубам (стоякам) разом з водою захоплюється повітря і в трубах мережі виникає вакуум $p_{вак} = 0,005$ атм = 490 Па. Яку висоту h повинен мати гідравлічний затвор, щоб він не зривався (вода не відсмоктувалась)?

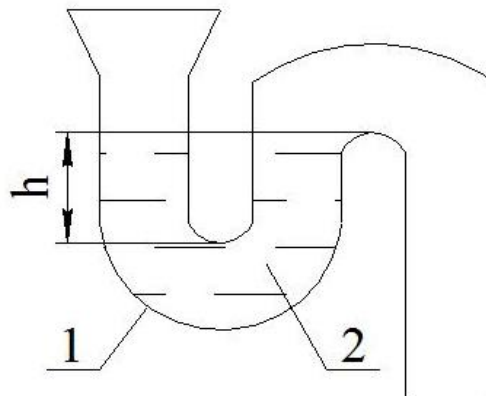


Рисунок 2.18.

Рішення. Висоту вакууму знайдемо з виразу

$$h_{вак} = \frac{p_{вак}}{\rho \cdot g} = \frac{490}{1000 \cdot 9,81} = 0,05 \text{ м.}$$

Приклад 9. Визначити тиск в резервуарі p_0 (рис. 2.19) і висоту підйому рівня води h_1 в трубі 1, якщо покази ртутного манометра $h_2 = 0,15$ м та $h_3 = 0,8$ м.

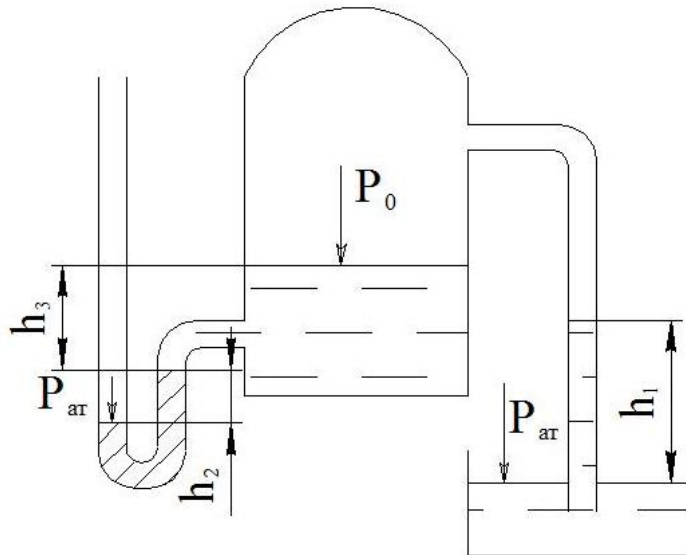


Рисунок 2.19.

Рішення. Умову рівноваги для ртутного манометра можна записати

$$p_{атм} = \rho_{рт} g h_2 + \rho_{в} g h_3 + p_0$$

тоді,

$$p_0 = p_{атм} - g(\rho_{рт} h_2 + \rho_{в} h_3) = 98100 - 9,81(13550 \cdot 0,15 + 1000 \cdot 0,8) = 7 \cdot 10^4$$

Па.

Таким чином, в резервуарі – вакуум, величина якого

$$p_{вак} = p_{атм} - p_0 = 98100 - 70000 = 28100 \text{ Па} = 28,1 \text{ кПа.}$$

Умова рівноваги в трубі 1

$$p_{атм} = p_0 + \rho_{в} g h_1$$

Тоді,

$$h_1 = \frac{p_{атм} - p_0}{\rho_{в} \cdot g} = \frac{98100 - 70000}{1000 \cdot 9,81} = 2,9 \text{ м.}$$

Приклад 10. Котел системи опалення має плоску кришку для огляду $D=0,8$ м, яка закріплена 10 болтами (рис. 2.20). Визначити діаметр болтів, якщо рівень води в розширювальній ємності знаходиться на висоті $H = 30$ м, а центр тяжіння кришки – на висоті $h = 2$ м від осьової лінії котла.

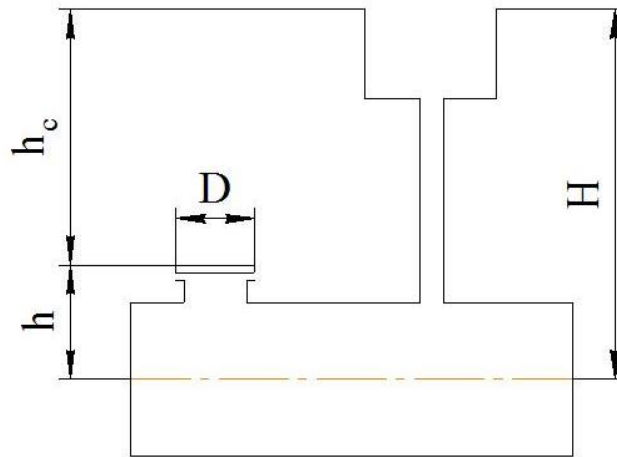


Рисунок 2.20.

Рішення. Визначимо силу тиску води на кришку за формулою:

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S = \rho \cdot g \cdot (H - h) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 1000 \cdot 9,81(30 - 2) \cdot \frac{3,14 \cdot 0,8^2}{4} = 137000$$

Н.

Знайдемо необхідний діаметр болтів, приймаючи для них допустиме напруження на розрив $[\sigma] = 140$ МПа:

$$D = \sqrt{\frac{4F}{10[\sigma]\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 137000}{10 \cdot 140 \cdot 10^6 \cdot 3,14}} = 0,011 \text{ м.}$$

Приклад 11. На рис. 2.21 представлено початкове положення гідравлічної системи дистанційного керування (робоча рідина між поршнями не стиснута). При переміщенні ведучого поршня діаметром D вправо, рідина поступово стискається і тиск в ній підвищується. Коли манометричний тиск p_m досягає певної величини, сила тиску на ведений поршень діаметром $d=60$ мм стає більшою сили опору $F=50,8$ кН, прикладеної до штоку веденого поршня. З цього моменту приходить в рух вправо і ведений поршень. Діаметр з'єднувальної частини $\delta=40$ мм, довжина $l=2300$ мм. Визначити діаметр ведучого поршня D , щоб при заданій величині сили F хід обох поршнів був один і той же. Коефіцієнт об'ємного стиснення $\beta_r=0,0005$ 1/МПа.

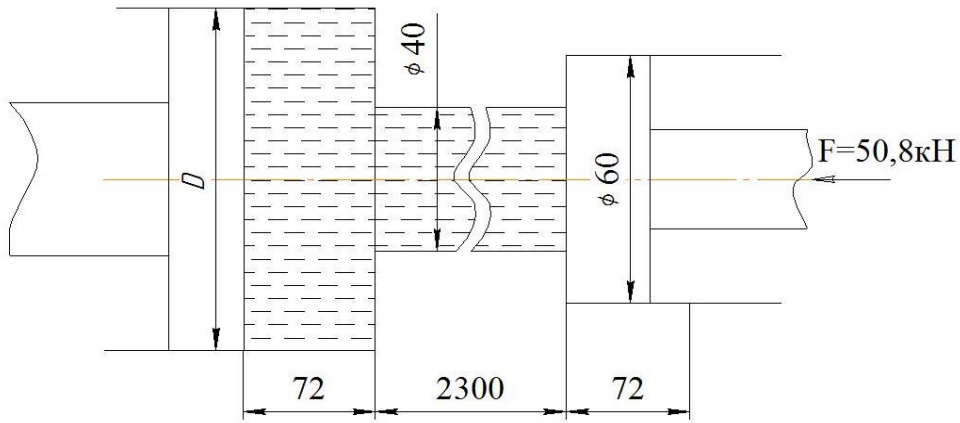


Рисунок 2.21.

Визначимо початковий об'єм (не стиснутої) рідини:

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot L = \frac{\pi \cdot 0,04^2}{4} \cdot 2,3 + \frac{\pi \cdot 0,06^2}{4} \cdot 0,072 = 3,09 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Діаметр ведучого поршня визначимо з залежності:

$$V = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot (l + L)$$

$$D = \sqrt{\frac{4V}{\pi(l + L)}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,09 \cdot 10^{-3}}{\pi(2,3 + 0,072)}} = 0,04 \text{ м.}$$

Манометричний тиск при якому почнеться рух поршня визначимо з залежності:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{50,8 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot 0,06^2}{4}} = 19,96 \text{ МПа.}$$

Тоді при зміні об'єму рідини складе:

$$V = V_0(1 - \beta_p \Delta P) = 3,09 \cdot 10^{-3} (1 - 5 \cdot 10^{-11} \cdot 17,96 \cdot 10^6) = 3,078 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Знаючи різницю початкового об'єму і стиснутої рідини $\Delta V = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ визначимо переміщення ведучого поршня перш ніж почнеться рух веденого поршня:

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{2,8 \cdot 10^{-6}}{\frac{\pi \cdot 0,04^2}{4}} = 2,228 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Приклад 12. Відкриті з'єднані посудини заповнені різними рідинами (рис. 2.22) з ρ_1 та ρ_2 . Знайти відстань від лінії розділу AB до рівня рідини в кожній посудині h_1 та h_2 , якщо різниця рівнів рідин у посудинах становить $h = 18$ см, а густина $\rho_1 = 930 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 1200 \text{ кг/м}^3$

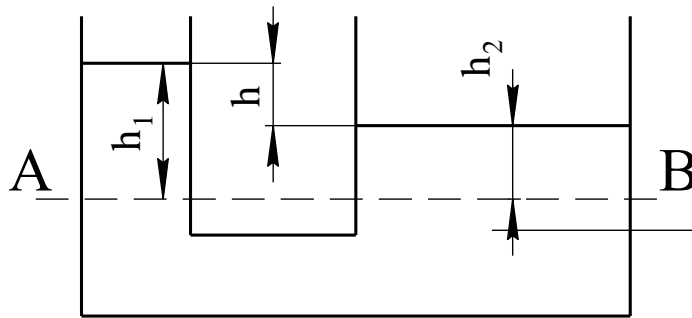


Рисунок 2.22.

Напишемо умову рівноваги:

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

оскільки $h_1 = h_2 + h$, то

$$\rho_1 g (h_2 + h) = \rho_2 g h_2,$$

$$h_2 = \frac{\rho_1 \cdot h}{\rho_2 \cdot \rho_1} = \frac{930 \cdot 0,18}{1200 \cdot 930} = 0,62 \text{ м},$$

тоді

$$h_1 = 0,62 + 0,18 = 0,8 \text{ м}.$$

2.8 Епюри гідростатичного тиску

При вирішенні багатьох практичних задач на міцність необхідно будувати епюру гідростатичного тиску, що являє собою графічне зображення розподілу гідростатичного тиску по довжині контуру тіла зануреного в рідину.

Епюра – графік зміни тиску побудований безпосередньо по профілю стінки, на яку цей тиск діє. Будуючи епюри обов'язково виконуємо такі умови:

- епюра будується в масштабі;
- епюра повинна показувати напрямок дії тиску;
- якщо стінка складна, то обов'язково враховують другу властивість гідростатичного тиску.

Розглянемо випадок побудови епюри абсолютного (повного) та надлишкового гідростатичного тиску, що діє на вертикальну плоску стінку AB , на яку діє напір рідини з глибиною H (рис. 2.23).

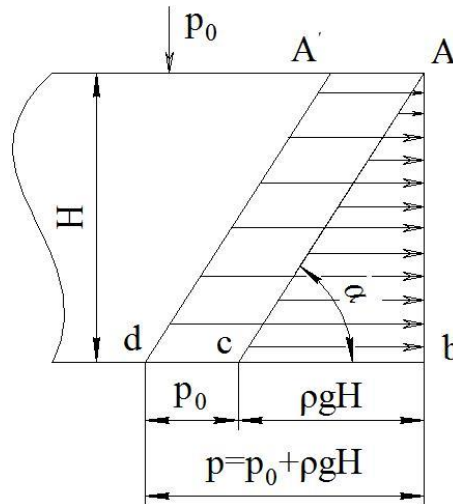


Рисунок 2.23. – Схема побудови епюри абсолютного та надлишкового тиску на вертикальну стінку.

Для побудови епюри гідростатичного тиску за початок координат візьмемо точку 0, де перетинається рівень рідини з вертикальною стінкою AB . Першу точку візьмемо у поверхні рідини де $H=0$ і $p=p_0$, а другу біля дна де $p = p_0 + \rho gh$. Отримані точки з'єднаємо прямою лінією. В результаті отримаємо епюру гідростатичного тиску на плоску вертикальну стінку у вигляді трапеції $AbdA'$. Користуючись даною епурою, можна графічним методом знайти гідростатичний тиск, що відповідає будь-якій глибині рідини. Аналогічно будуюмо епюру надлишкового тиску.

Якщо плоска стінка AB нахилена до горизонту під деяким кутом то епюри гідростатичного тиску, будуть направлені нормально до нахиленої стінки (рис. 2.24).

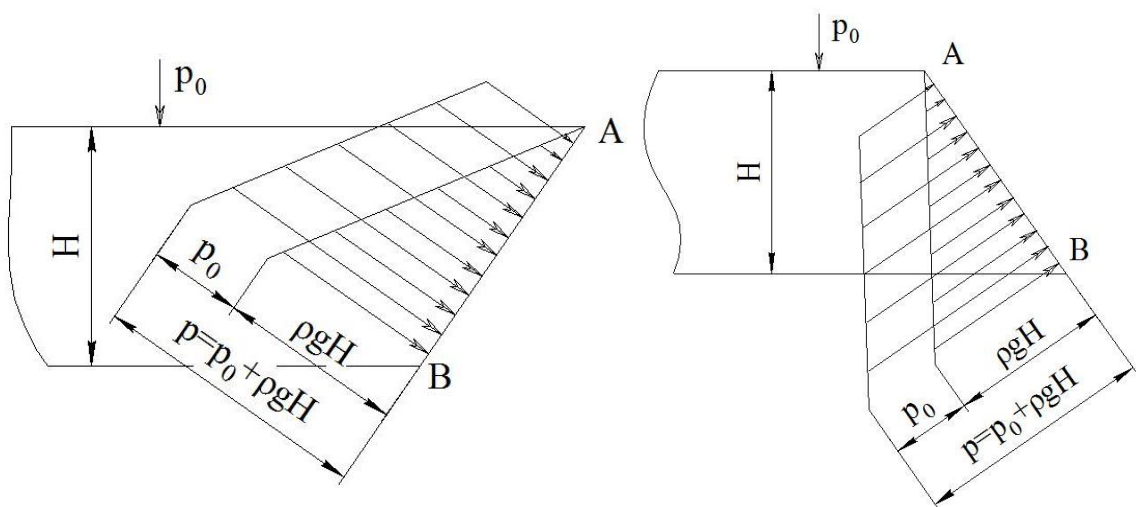


Рисунок 2.24. – Схема побудови епюри абсолютного та надлишкового тиску на похилу стінку.

Розглянемо більш складний випадок, коли на вертикальну стінку AB , наприклад розділену стінкою резервуару (рис. 2.25), діє тиск рідини з обох боків, при цьому з лівої сторони рідина має глибину H_1 , а з правої , а з правої H_2 . Таким чином, на стінку будуть діяти паралельні сили гідростатичного тиску направлені в протилежні сторони.

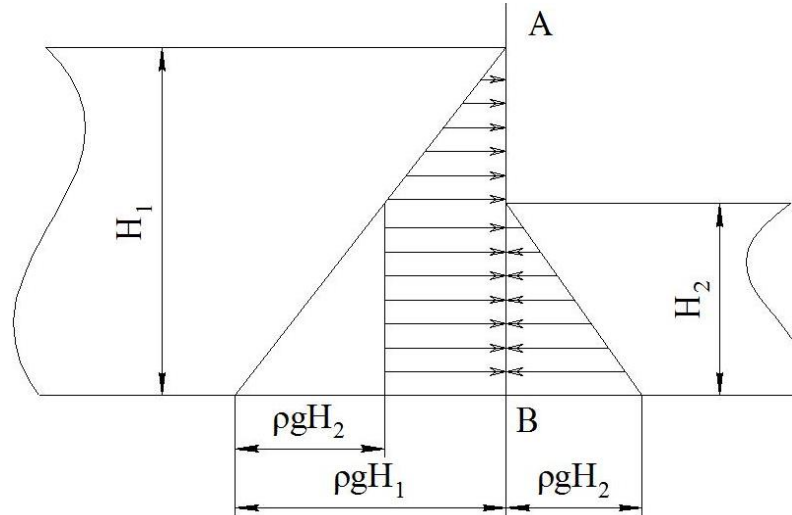


Рисунок 2.25. – Епюри надлишкового тиску на вертикальну стінку при умові дії рідини з двох сторін.

2.9 Приклади вирішення задач (до п. 2.7)

Приклад 1. Побудувати епюру надлишкового гідростатичного тиску води на стінку, що представлена на рис. 2.26 , якщо $H_1 = 2$ м, $H_2 = 2$ м, $H_3=3$ м, $r_1 = H_1$, $r_2=H_2$

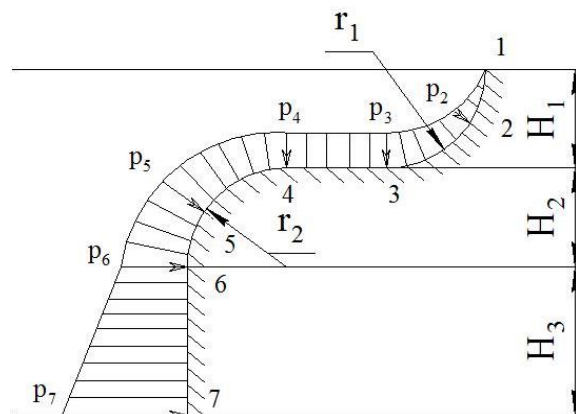


Рисунок 2.26.

Рішення. Знайдемо величину надлишкового тиску води в характерних точках за формулою:

$$p_2 = \rho gh = \rho g H_1 / 2 = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2 / 2 = 9810 \text{ Па.}$$

$$p_3 = \rho g H_1 = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2 = 19,62 \text{ кПа.}$$

Так як в точках 3 та 4 глибина однакова, то:

$$p_3 = p_4 = 19,62 \text{ кПа}$$

$$p_5 = \rho g(H_1 + H_2 / 2) = 1000 \cdot 9,81 \cdot (2 + 2 / 2) = 29,4 \text{ кПа}$$

$$p_6 = \rho g(H_1 + H_2) = 1000 \cdot 9,81 \cdot (2 + 2) = 39,4 \text{ кПа}$$

$$p_7 = \rho g(H_1 + H_2 + H_3) = 1000 \cdot 9,81 \cdot (2 + 2 + 3) = 68,7 \text{ кПа}$$

Приклад 2. Визначити силу надлишкового тиску на заслінку висотою $a=16$ см та шириною $b=14$ см, яка закриває отвір в стінки резервуару з бензином (рис. 2.27) густиною 800 кг/м^3 . Висота шару бензину до початку заслінки $h=13$ м. Побудувати епюру надлишкового гідростатичного тиску.

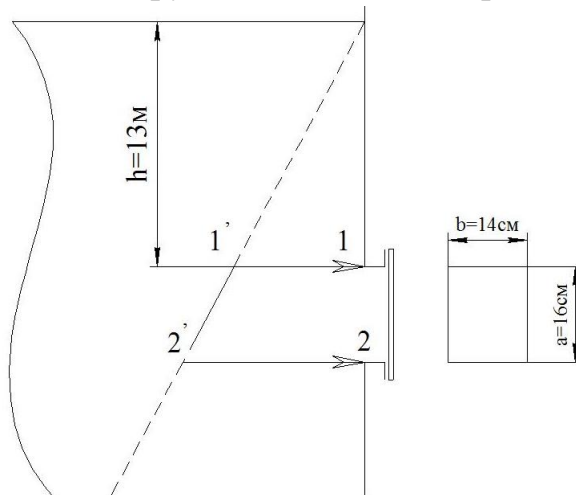


Рисунок 2.27.

Рішення. Для побудови епюри знайдемо тиск у верхнього 1 та нижнього 2 країв заслінки.

$$p_1 = \rho gh = 800 \cdot 9,81 \cdot 13 = 102024 \text{ Па}$$

$$p_2 = \rho g(h + a) = 800 \cdot 9,81 \cdot (13 + 0,16) = 103280 \text{ Па.}$$

Знайдемо середнє значення надлишкового тиску:

$$p_{\text{сеп}} = \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{102024 + 103280}{2} = 102652 \text{ Па.}$$

Силу тиску визначимо з залежності:

$$F = S \cdot P_{\text{сеп}}$$

де S – площа заслінки.

$$F = 0,14 \cdot 0,16 \cdot 102652 = 2299 \text{ Н.}$$

2.10 Поверхні рівня та їх властивості

Поверхнею рівня називають поверхню однакового тиску.

Вільна поверхня завжди є поверхнею рівня тому, що в кожній точці вільної поверхні тиск однаковий.

Для поверхні рівня $P=const$, тобто зміна тиску $dp=0$ (рис. 2.28).

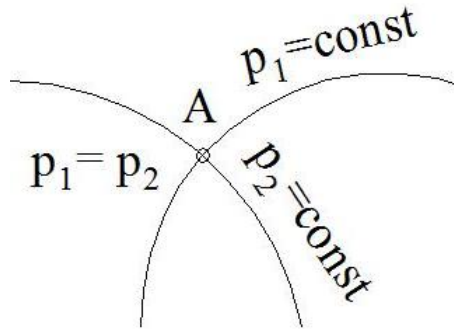


Рисунок 2.28. – Поверхні рівня.

$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$ при $\rho \neq 0$ таким чином

$Xdx + Ydy + Zdz = 0$ є загальним диференціальним рівнянням поверхні рівня.

Поверхні рівня мають дві властивості:

1. Поверхні рівня ніколи не перетинаються (див. рис. 2.28). Доведемо дане твердження від протилежного. Якщо поверхні рівня перетинаються, тоді у всіх точках лінії перетину цих поверхонь тиск одночасно повинен дорівнювати p_1 та p_2 , що суперечить II властивості гідростатичного тиску (тиск в точці рідини по всіх напрямках однаковий).

2. Рівнодійна масових сил, що діють на рідину завжди перпендикулярна до поверхні рівня (рис. 2.29).

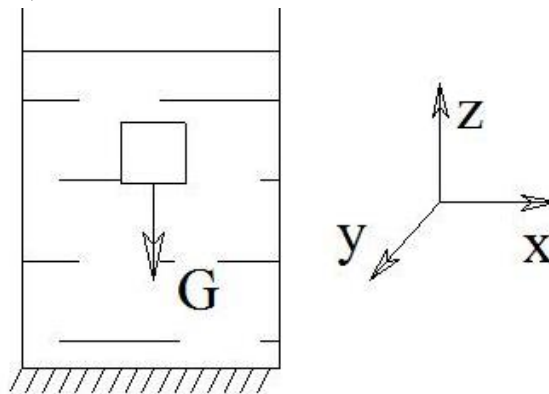


Рисунок 2.29. – Рівнодійна масових сил, що діють на рідину.

Визначимо вигляд поверхні рівня при абсолютному спокої рідини. Коли на рідину діє лише сила тяжіння

$$\begin{aligned} x=0, y=0, z=-g \\ 0dx + 0dy + (-g)dz = 0 \\ -gdz = 0 \\ dz = 0 \end{aligned}$$

$z = const$ – рівняння поверхні рідини при абсолютному спокої рідини.

2.11 Відносний спокій рідини у випадку прямолінійного рівноприскореного руху

Рідина рухається рівноприскорено з горизонтальним прискоренням a в цистерні (рис. 2.30). На рідину будуть діяти дві масові сили: сила тяжіння і інерції з прискоренням.

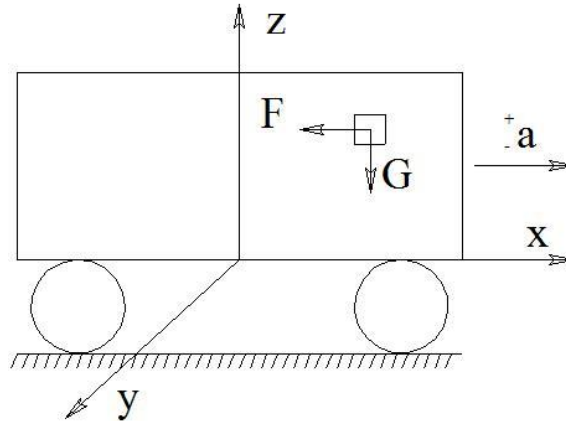


Рисунок 2.30. – Схема сил, що діють на цистерну при рівноприскореному русі.

$$\begin{aligned}
 x &= \pm a & x &= 0 \\
 F &= ma & y &= 0 & G &= mg & y &= 0 \\
 z &= 0 & z &= -g \\
 \pm adx + 0dy - gdz &= 0 \\
 \pm adx - gdz &= 0 \\
 a &= \text{const} & g &= \text{const} \\
 \pm ax - gz &= \text{const} & -z \pm \frac{a}{g}x &= \text{const} \\
 z \pm \frac{a}{g}x &= \text{const} & \text{рівняння поверхні рівня.} \\
 z &= H \pm \frac{a}{g}x & \text{рівняння вільної поверхні.}
 \end{aligned}$$

2.12 Відносний спокій рідини при обертанні ємності навколо вертикальної вісі

Відкрита циліндрична ємність з рідиною обертається навколо своєї вертикальної вісі з постійною кутовою швидкістю ω . Рідина в даному випадку по відношенню до стінок ємності буде знаходитись в стані спокою. На частинку рідини A , будуть діяти дві масові сили: сила тяжіння і відцентрова сила інерції (2.31).

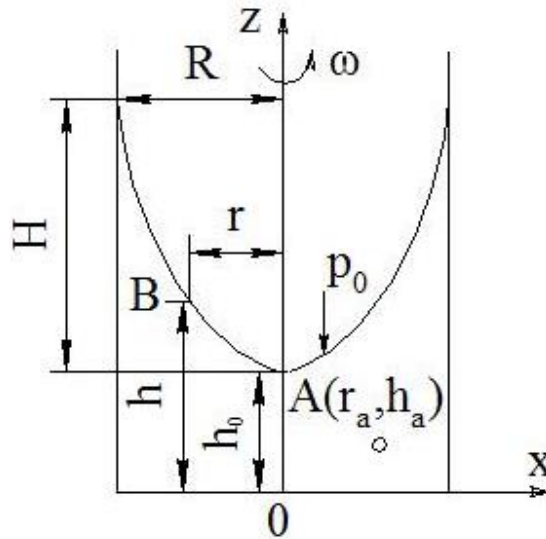


Рисунок 2.31.– Схема побудови вільної поверхні рідини в ємності, що обертається навколо вертикальної вісі.

Проекції відцентрової сили на вісі x , y , що припадають на одиницю маси, будуть:

$$X = \omega^2 \cdot x \text{ та } Y = \omega^2 \cdot y, \text{ а одинична масова сила тяжіння } Z = -g.$$

Тоді, рівняння рівноваги можна записати:

$$dp = \rho(\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz).$$

Після інтегрування цього виразу знайдемо закон зміни тиску:

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} - \rho g(h_a - h_0).$$

Дане рівняння описує закон зміни тиску в будь-якій точці рідини при обертанні ємності з постійною кутовою швидкістю.

Тоді, вигляд вільної поверхні можна отримати наступним чином: для цього на поверхні виділимо уявну точку B з координатами h та r , оскільки на вільній поверхні $dp = 0$, тоді рівняння рівноваги прийме вигляд:

$$\omega^2 x dx = g dz.$$

Розв'язком рівняння буде:

$$h - h_0 = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2g},$$

оскільки $h - h_0 = z$, то висота параболоїда

$$z = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2g}.$$

Отримана залежність показує, що циліндричну ємність яка заповнена рідиною, можна використовувати як прилад для вимірювання кутової

швидкості і частоти обертання деталей машин. Число обертів за хвилину n пов'язане з кутовою швидкістю ω формулою:

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}.$$

Тоді, частоту обертання знайдемо з залежності

$$n = \frac{30}{\pi \cdot R} \sqrt{2gH}.$$

2.13 Приклади вирішення задач до п. 2.12

Приклад 1. Відкрита ємність (рис. 2.32) діаметром $d=450$ мм, наповнена водою, обертається навколо вертикальної вісі з постійною частотою обертання $n=750$ об/хв. Визначити надлишковий тиск в точці A , що розташована на бічній поверхні ємності на висоті $z = 100$ мм від дна за умови, що рівень води перебуває на висоті $z_0 = 200$ мм від дна.

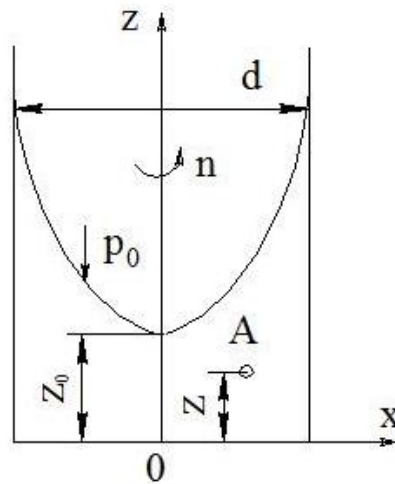


Рисунок 2.32.

Рішення. В шуканій точці надлишковий тиск буде дорівнювати

$$P_{над} = P_{абс} - P_{атм} = \rho g(z_0 - z) - \rho \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2}$$

ω – кутова швидкість.

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 750}{30} = 78,5 \text{ с}^{-1}$$

$$P_{над} = 1000 \frac{78,5^2 \cdot 0,225^2}{2} - 1000 \cdot 9,81(0,2 - 0,1) = 155982 - 981 = 155001 \text{ Па.}$$

2.14 Закон Паскаля

Припустимо, що в закритій ємності в області точки A встановлено поршень (рис. 2.33), який може створювати тиск на деяку частину поверхні рідини. Поршень створює тиск p Па. Величина гідростатичного тиску в будь-якій частині рідини підкорюється основному рівнянню гідростатики $p = p_0 + \rho gh$. Член ρgh залежить лише від ваги стовпа рідини висотою h , тому наскільки змінимо тиск p_0 в точці A під поршнем, рівно настільки зміниться тиск p в будь-якій точці всередині рідини. Отже, можна сформулювати закон Паскаля таким чином: всяка зміна тиску в будь-якій точці нерухомої рідини, яка не порушує її рівновагу, передається у всі точки даного об'єму рідини без зміни.

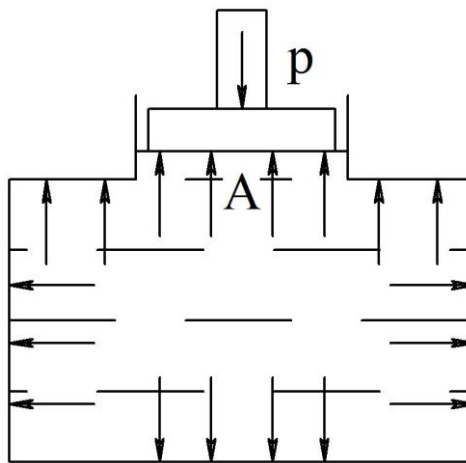


Рисунок 2.33.– Зміна дії тиску в закритій ємності.

На цьому законі заснована робота гідравлічних пресів, підйомників, гальм, об'ємного гідроприводу.

Принцип дії об'ємних гідроприводів заснований на високому об'ємному модулі пружності і законі Паскаля. Дане положення вірне, якщо в якості ємності візьмемо два сосуди з'єднані трубопроводами (рис. 2.34) і закриті поршнями циліндра \mathcal{C}_1 та \mathcal{C}_2 , один з яких (ємність 1) є насосом, а другий (ємність 2) гідравлічним мотором. При переміщенні першого поршня в циліндрі 1 рідина буде витіснятися в циліндр 2, приводячи його поршень в рух.

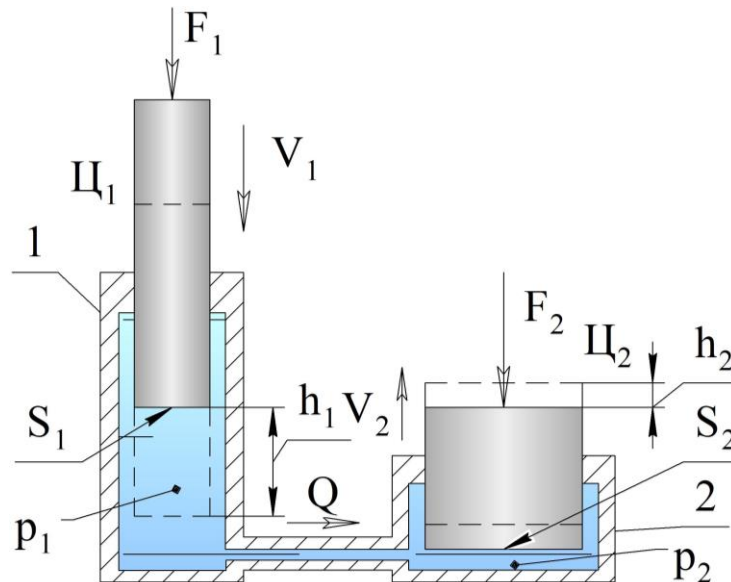


Рисунок 2.34. – Ілюстрація дії закону Б. Паскаля.

Припустимо, що на поршень в циліндрі з меншою площею \mathcal{C}_1 впливає деяка сила F_1 , яка створює тиск $P_1 = F_1 / S_1$. Відповідно до закону Паскаля, тиск P_1 миттєво передається у всі точки простору всередині рідини. В результаті на поршень \mathcal{C}_2 з більшою площею також буде діяти тиск P_1 з силою $F_2 = P_1 \cdot S_2 = F_1 \cdot S_2 / S_1$. Сила F_2 буде направлена протилежно силі F_1 , тобто вона буде прагнути виштовхнути поршень догори, при цьому буде більшою сили F_1 рівно в стільки разів, у скільки відрізняється площа циліндрів машини.

Таким чином, закон Паскаля дозволяє піднімати великі вантажі за допомогою малих сил, що є свого роду подобою важеля Архімеда (рис. 2.35).

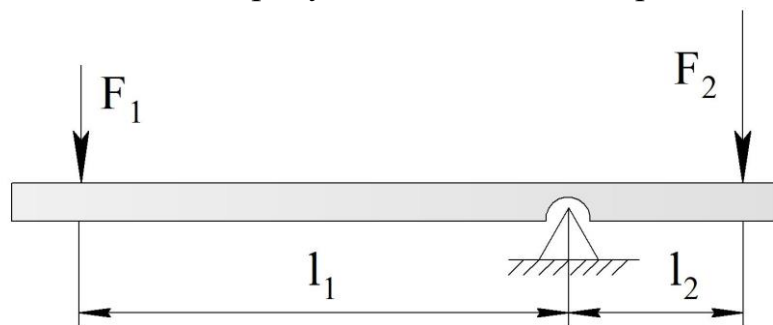


Рисунок 2.35 - Механічний аналог ідеального об'ємного гідроприводу.

Припустимо, що ємності 1 та 2 абсолютно герметичні, а рідина така, що не стискається, тоді переміщення поршнів будуть пов'язані рівністю:

$$h_1 S_1 = h_2 S_2$$

де h_1, h_2, S_2, S_1 – відповідно переміщення та площі поршнів.

Переміщення поршня знаходиться зворотно пропорційно площі його поверхні. На основі даної закономірності можуть бути виведені значення для кожної з величин.

Користуючись даним рівнянням можна скласти наступний вираз:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad h_2 = h_1 \frac{S_1}{S_2} = h_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

або

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{pS_1}{pS_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad F_2 = F_1 \frac{S_1}{S_2} = F_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}.$$

Добуток сили F_1 , що діє на поршень, на швидкість його переміщення

$$V_1 = \frac{h_1}{t},$$

де t – час переміщення, дасть вираз потужності або рівняння передачі енергії в об'ємному гідроприводі $N = F_1 V_1 = p \frac{\pi d^2}{4} V_1 = pQ$.

2.15 Приклади вирішення задач (до п. 2.14)

Приклад 1. За допомогою гідродомкрата необхідно підняти автомобіль масою 1500 кг за умови, що площа першого поршня $S_1 = 40 \text{ см}^2$, а другого $S_2 = 1200 \text{ см}^2$. Яка при цьому повинна бути сила F_1 , щоб подолати силу, створену автомобілем F_2 (рис. 2.36).

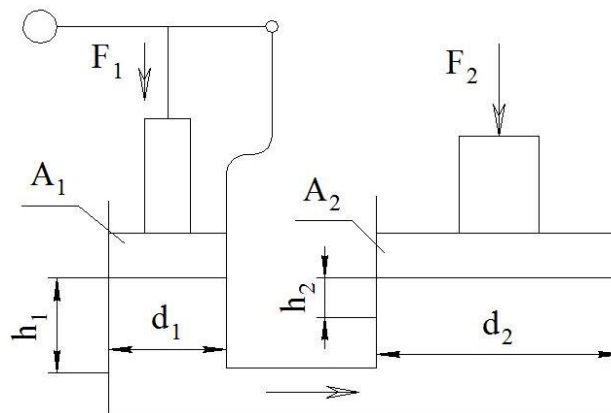


Рисунок 2.36.

Рішення. Знайдемо силу, що створює автомобіль

$$F_2 = m \cdot g = 1500 \cdot 9,81 = 14715 \text{ Н.}$$

Визначимо силу, яку необхідно створити на першому циліндрі A_1 , щоб автомобіль прийшов в рух

$$F_1 = \frac{S_1 \cdot F_2}{S_2} = \frac{0,004 \text{ м}^2 \cdot 14715 \text{ Н}}{0,12 \text{ м}^2} = 490,5 \text{ Н.}$$

Таким чином, сила $F_1 = 490 \text{ Н}$ надто велика, щоб її можна було створити за допомогою рукоятки.

Тоді, знайдемо, яку площу повинен мати поршень A_2 , якщо до поршня A_1 прикласти силу $F_1=100$ Н

$$F_1 = \frac{S_1 \cdot F_2}{S_2} \rightarrow A_2 = \frac{S_1 \cdot F_2}{F_1} = \frac{0,004 \text{ м}^2 \cdot 14715}{100} = 0,58 \text{ м}^2.$$

Знайдемо переміщення другого поршня A_2 якщо переміщення $h_1=15$ см.

$$h_2 = \frac{h_1 \cdot S_1}{S_2} = \frac{15 \cdot 40}{1200} = 0,5 \text{ см.}$$

Знайдемо площу першого поршня, якщо площа другого поршня $S_2=1200$ см², а переміщення $h_1=30$ см, другого $h_2=0,3$ см.

$$S_1 = \frac{h_2 \cdot S_2}{h_1} = \frac{0,3 \cdot 1200}{30} = 12 \text{ см}^2$$

Приклад 2. Рідина густиною $\rho = 900$ кг/м³ надходить в ліву порожнину циліндра через дросель (рис. 2.37) з коефіцієнтом витрати $\mu = 0,62$ і діаметром 4 мм, з надлишковим тиском 13 МПа, тиск в зливній лінії 0,4 МПа. Поршень гідроциліндра діаметром 180мм, під дією різниці тисків в лівій і правій порожнинах циліндра рухається зліва направо зі швидкістю 2,5 см/с. Необхідно визначити значення сили F , що долає шток гідроциліндра діаметром 90 мм при його русі проти навантаження зі швидкістю 2,5 см/с.

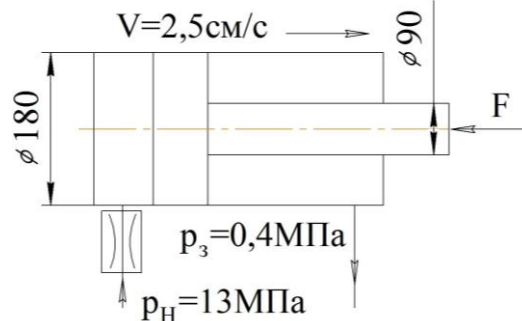


Рисунок 2.37.

Рішення.

Витрата гідроциліндра:

$$Q = S \cdot v = \frac{\pi \cdot 0,004^2}{4} \cdot 0,025 = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с.}$$

Визначимо перепад тисків на дроселі з залежності:

$$\Delta p = p_H - p_{2y} = \frac{\rho \cdot Q^2}{2(\mu \cdot S_{op})^2} = \frac{900 \cdot (6,25 \cdot 10^{-4})^2}{2 \left(0,62 \cdot \frac{\pi \cdot 0,004^2}{4} \right)^2} = 2895805 \text{ Па,}$$

тоді тиск в гідро циліндрі складе:

$$p_{гц} = p_H - \frac{\rho \cdot Q^2}{2(\mu \cdot S_{op})^2} = 13 \cdot 10^6 - 2895805 = 10104195 \text{ Па.}$$

Знаючи тиск в гідроциліндрі, визначимо силу в поршневій та штоковій порожнині:

$$F_{пор} = S_{пор} \cdot p_{гц} = 0,025 \cdot 10104195 = 252604 \text{ Н,}$$

$$F_{ум} = (S_{пор} - S_{ум}) \cdot p_{сл} = (0,025 - 0,00636) \cdot 0,4 \cdot 10^6 = 7456 \text{ Н.}$$

Тоді, шукана сила, що долає шток гідроциліндра:

$$F = F_{пор} - F_{ум} = 252604 - 7456 = 245148 \text{ Н.}$$

2.16 Сила тиску на довільно орієнтовані плоскі поверхні

Якщо поверхня похила, то в кожній точці такої поверхні тиск різний і визначити рівнодійну силу тиску як для горизонтальної поверхні не можливо. Потрібно визначити силу тиску на елементарну площадку.

Розглянемо плоску стінку з площею змоченої частини S , що нахилена до горизонту під кутом α (рис. 2.38). На площі S вилучимо елементарну ділянку ds з центром ваги в точці A , глибина занурення якої h і визначимо елементарну силу dP

$$dF = pdS = dS(p_0 + \rho gh).$$

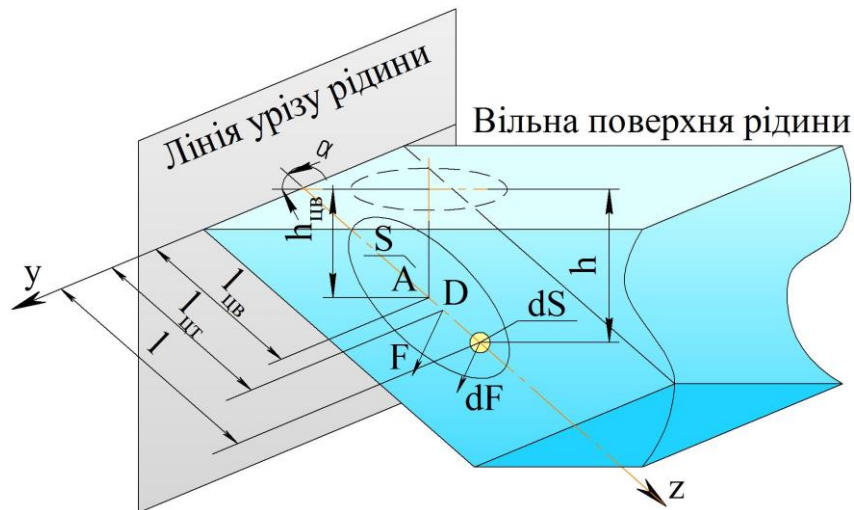


Рисунок 2.38. – Ілюстрація сили дії тиску на довільно орієнтовану плоску поверхню.

Вектор dF направлений із сторони рідини по нормалі до площини.

$$F = \int_s (p_0 + \rho gh)dS = p_0 S + \int_s \rho gh dS, \text{ так як відстань } l \text{ дорівнює } l = h \sin \alpha,$$

то при $\rho g = const$ отримаємо:

$$\int_s \rho gh dS = \rho g \sin \alpha \int_s l dS$$

Інтеграл $\int_s l dS$ представляє собою статичний момент, що дорівнює добутку площі S на плече $l_{цв}$

$$\int_s l dS = \sin \alpha l_{цв} \cdot S = h_{цв} \cdot S$$

Тоді, остаточно силу тиску можна знайти як:

$$F = S(p_0 + \rho g h_{цв}).$$

Сила тиску рідини, що знаходиться в спокої на плоскій стінці дорівнює добутку площі цієї стінки на тиск в центрі ваги цієї стінки.

2.17 Центр тиску. Визначення координат центра тиску

Центром тиску називають точку прикладання рівнодійної сили гідростатичного тиску.

Взагалі можна виділити три таких центри, а саме:

- точку прикладання рівнодійної сили поверхневого тиску;
- точку прикладання рівнодійної сили надлишкового тиску;
- точку прикладання рівнодійної сили повного тиску.

Очевидно, що силу поверхневого тиску прикладену в центрі ваги і точки прикладання сили повного тиску можна знайти згідно законів теоретичної механіки.

Тому, задача зводиться до визначення точки прикладання рівнодійної сили надлишкового тиску. Саме цю точку і будемо називати центром тиску.

Для визначення координат центра тиску скористаємось теоремою моментів, згідно якої „...момент рівнодіючої сили відносно будь-якої вісі дорівнює сумі моментів її складових відносно тієї ж вісі” (рис. 2.39).

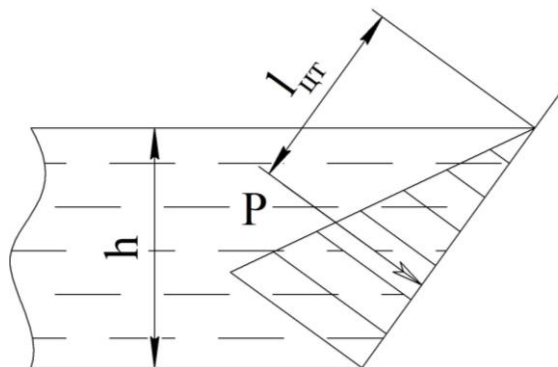


Рисунок 2.39. – Координата центру тиску на плоску похилу поверхню.

$$F_{над} l_{цт} = \int_s l dP = \int_s l \rho g h d = \rho g \sin \alpha \int_s l^2 ds.$$

Останній інтеграл являє собою момент інерції змоченої площі, відносно лінії урізу рідини.

$$\int_s l^2 ds = J_x,$$

$$l_{ум} = \frac{\rho g \sin \alpha J_x}{P_{над}} = \frac{\rho g \sin \alpha J_x}{\rho g h_{цв} S} = \frac{\rho g \sin \alpha J_x}{\rho g l_{цв} \sin \alpha S} = \frac{J_x}{S l_{цв}}.$$

$$\text{Оскільки } J_x = J_0 + S l_{цв}^2 = \frac{S l_{цв}^2 + J_0}{S l_{цв}} = l_{ум}.$$

Остання формула показує, що центр тиску знаходиться нижче центра ваги на величину, яка дорівнює відношенню центра моменту інерції змоченої площі до її статичного моменту. Це відношення позначається l і називається ексцентриситетом тиску.

$$\frac{J_0}{S l_{цв}} = l.$$

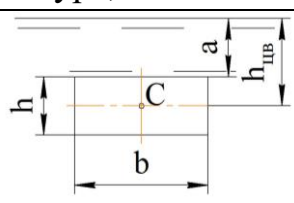
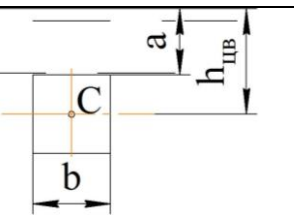
Проаналізувавши формулу для знаходження центру тиску бачимо, що

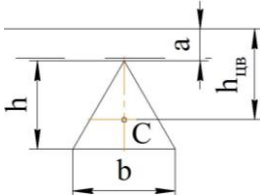
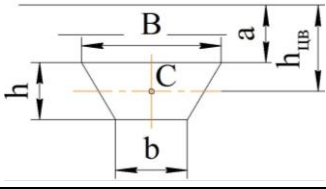
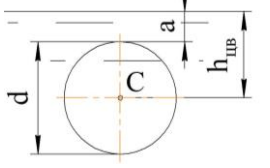
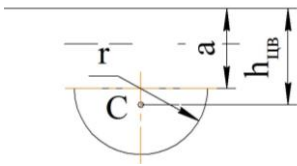
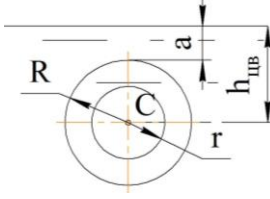
- якщо поверхня горизонтальна $\alpha = 0$, то центр тиску і центр ваги співпадають;
- якщо поверхня вертикальна $\alpha = 90$, то $\sin 90 = 1$, тоді глибина занурення центру тиску дорівнює відстані від лінії урізу до шуканої точки $l_{ум} = h_{ум}$.

Коли площа дуже глибоко занурена в рідину, або якщо поверхневий тиск P_0 значно більший за $\rho g h$ то можна вважати, що центр тиску і центр ваги співпадають.

Момент інерції J_0 , (відносно горизонтальної вісі, що проходить через центр тяжіння C), координати центра ваги $h_{цв}$, та площі плоских фігур S (табл. 2.2).

Таблиця 2.2

Фігура, позначення	J_0	$h_{цв}$	S
	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$a + \frac{h}{2}$	$b \cdot h$
	$\frac{b^4}{12}$	$a + \frac{b}{2}$	b^2

	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$a + \frac{2}{3}h$	$\frac{b \cdot h}{2}$
	$\frac{h^3(B^2 + 4Bb + b^2)}{36(B+b)}$	$a + \frac{h(B+2b)}{3(B+b)}$	$\frac{h(B+b)}{2}$
	$\frac{\pi d^4}{64}$	$a + \frac{d}{2}$	$\frac{\pi d^2}{4}$
	$\frac{9\pi^2 - 64}{72\pi} r^4$	$a + \frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi \cdot r^2}{2}$
	$\frac{\pi(R^4 - r^4)}{4}$	$a + R$	$\pi(R^2 - r^2)$

2.18 Приклади вирішення задач (до пп. 2.16-2.17)

Приклад 1. Для спуску води з ємності біля її дна влаштовано шиберний затвор (рис. 2.40) висотою $a=0,4$ м і шириною $b=1$ м. Глибина занурення води в ємності $h=4$ м. Необхідно визначити силу, що діє на заслінку, і глибину занурення центра тиску.

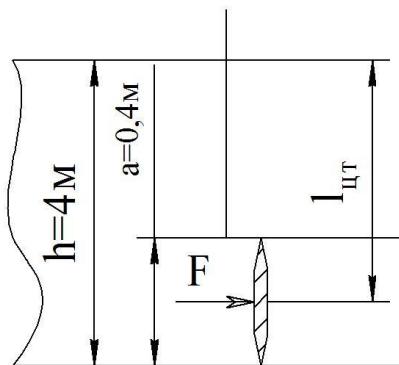


Рисунок 2.40.

Сила тиску рідини, що діє на заслінку.

$$F = S(p_0 + \rho g h_{цт})$$

Оскільки атмосферний тиск діє з усіх боків і тому взаємно

врівноважується тоді:

$$F = S \cdot \rho g h_{цс} = a \cdot b \cdot \rho g h_{цс} = a \cdot b \cdot \rho g \left(h - \frac{a}{2} \right) = 0,4 \cdot 1 \cdot 1000 \cdot 9,81 \left(4 - \frac{0,4}{2} \right) = 14,9$$

кН

Глибину занурення центру тиску визначимо з наступної залежності:

$$l_{цт} = \frac{S l_{цс}^2 + J_0}{S l_{цс}} = l_{цс} + \frac{J_0}{S \cdot l_{цс}} = \left(h - \frac{a}{2} \right) + \frac{\frac{a^3 b}{12}}{a b \left(h - \frac{a}{2} \right)} = \left(4 - \frac{0,4}{2} \right) + \frac{\frac{0,4^3 \cdot 1}{12}}{0,4 \cdot 1 \left(4 - \frac{0,4}{2} \right)} = 3,804$$

м

Приклад 2. Визначити величину та точку прикладення сили гідростатичного тиску води на вертикальний щит шириною $b = 2$ м, якщо глибина занурення перед щитом $h = 2,7$ м.

Рішення. Визначимо силу тиску на вертикальний щит.

$$F = S \cdot \rho g h_{цс} = h \cdot b \cdot \rho g \frac{h}{2} = 1000 \cdot 9,81 \left(\frac{2,7}{2} \right) \cdot 2 \cdot 2,7 = 71500 \text{ Н.}$$

Відстань до точки прикладання сили від свобідної поверхні води

$$l_{цт} = l_{цс} + \frac{J_0}{S \cdot l_{цс}} = 0,5h + \frac{b \cdot h^3}{12b \cdot h \cdot 0,5h} = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \cdot 2,7 = 1,8 \text{ м.}$$

Приклад 3. Канал з водою прямокутного перерізу шириною $b = 3,5$ м перекритий щитом (рис. 2.41), який переміщується в паралельних пазах розташованих на бічних сторонах каналу. Визначити рівнодійну силу гідростатичного тиску на щит F та зусилля підйому R , якщо коефіцієнт тертя щита об пази $f = 0,35$, вага щита $G = 2500$ Н, рівень води з ліва від щита $h_1 = 4$ м, рівень води з права від щита $h_2 = 1,2$ м.

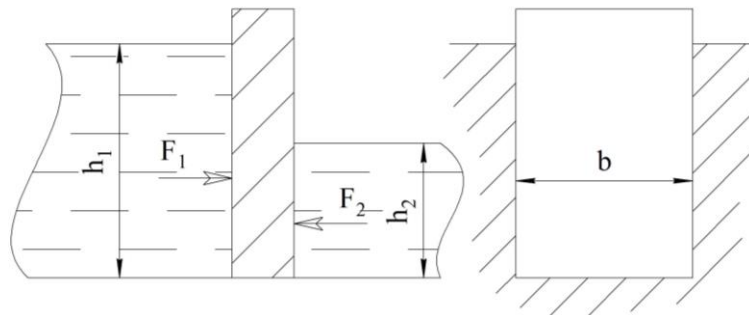


Рисунок 2.41.

Рішення. За другою властивістю гідростатичного тиску сила, що діє на поверхню довільної форми, завжди направлена по внутрішній нормалі до неї. Звідси, рівнодійну силу тиску на щит можна визначити як суму сил, які діють на щит зліва F_1 і зправа F_2

$$F = F_1 - F_2$$

Так як на вільну поверхню рідини в каналі діє атмосферний тиск, тоді має сенс розглядати лише дію надлишкового тиску. Тоді сила гідростатичного тиску може бути визначена

$$F_1 = S_1 \cdot \rho g h_{\text{цв}} = h_1 \cdot b \cdot \rho g \frac{h_1}{2} = \rho g h_1^2 \frac{b}{2} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3,5 \cdot \frac{4^2}{2} = 274,68 \text{ кН}$$

$$F_2 = S_2 \cdot \rho g h_{\text{цв}} = h_2 \cdot b \cdot \rho g \frac{h_2}{2} = \rho g h_2^2 \frac{b}{2} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3,5 \cdot \frac{1,2^2}{2} = 24,72 \text{ кН}$$

$$F = F_1 - F_2 = 274,68 - 24,72 = 249,96 \text{ кН}$$

Тоді, зусилля $R = G + f \cdot F = 2500 + 0,35 \cdot 249960 = 89938,5 \text{ Н} \approx 90 \text{ кН}$.

2.19 Сила тиску на криволінійні поверхні

Якщо поверхня криволінійна, то в кожній точці такої поверхні тиск змінює свій напрямок і визначити рівнодійну силу тиску як для плоскої поверхні не можливо тому, що елементарні сили будуть сукупністю непарних сил, рівнодійну яких знайти аналітичним способом дуже важко, а інколи і неможливо.

Потрібно елементарні сили спроектувати на координатні вісі (рис. 2.42) і знайти окремо F_x , F_y , F_z .

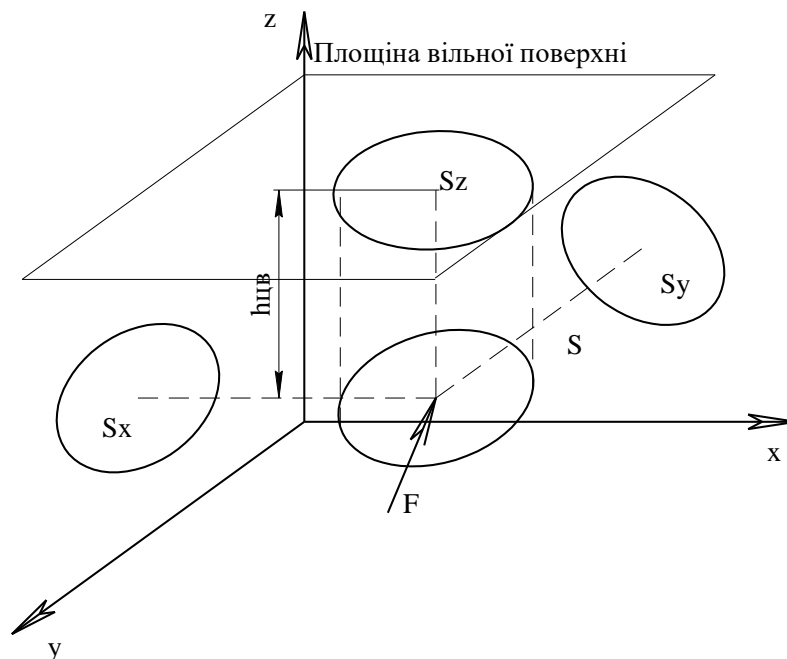


Рисунок 2.42. – Ілюстрація довільно орієнтованої криволінійної поверхні.

Так, сила тиску на проекцію поверхні з площею S на вертикальну площину $zoу$

$$F_x = \rho g h'_{цв} S_x.$$

Аналогічно на вісь y :

$$F_y = \rho g h''_{цв} S_y,$$

S_y – проекція поверхні з площею S на вертикальну площину zox .

В загальному випадку $h'_{цв} \neq h''_{цв}$.

Для визначення F_z побудуємо вертикальний циліндр у якого твірні паралельні вісі z . Цей циліндр називається тілом тиску. А його об'єм – об'ємом тіла тиску.

$$F_z = \rho g V_{ТТ}$$

Тоді, загальна сила тиску на криволінійну поверхню можна записати як:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Лінія дії сили визначається кутами, що утворені напрямленням сили F і напрямленням координатних осей.

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} \quad \cos \beta = \frac{F_y}{F} \quad \cos \gamma = \frac{F_z}{F}.$$

Потрібно розуміти, що об'єм тіла тиску може дорівнювати 0, і тоді $F_z = 0$, може бути додатнім і навіть від'ємним.

Об'єм вважається додатнім, якщо тіло тиску будується безпосередньо в рідині, і це означає, що F_z спрямована донизу (рис. 2.43). Якщо тіло тиску будується за межами рідини, то об'єм тіла тиску вважається від'ємним і це означає, що сила тиску спрямована догори.

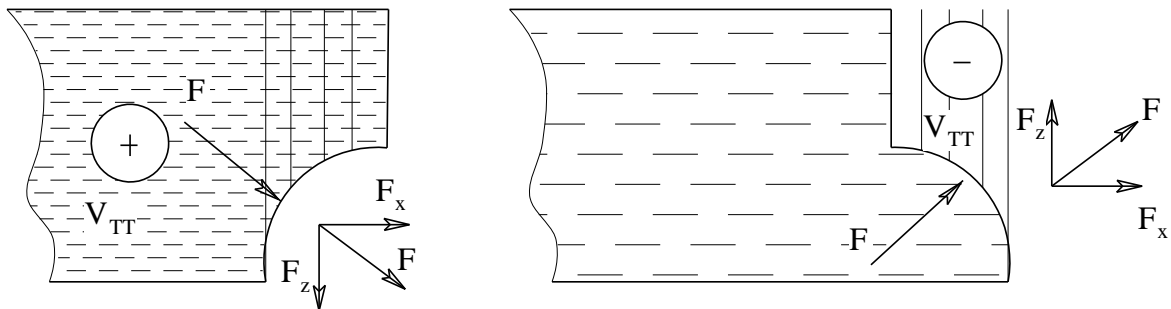


Рисунок 2.43. – Додатній та від'ємний об'єм тіла тиску.

2.20 Приклади вирішення задач (до п. 2.19)

Приклад 1. Горизонтальна кругла металева цистерна діаметром 2,6 м, та довжиною 9,6 м, повністю заповнена нафтою $\rho_{нафт} = 900 \text{ кг/м}^3$. Необхідно визначити силу тиску нафти на половину поверхні цистерни, а також силу повного тиску рідини на цю поверхню.

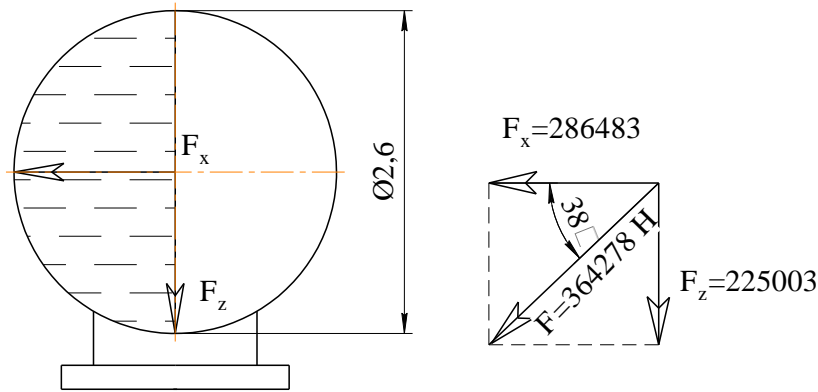


Рисунок 2.44.

$$F_x = S_x \rho g h_{цв} = l D \rho_{наф} g \frac{D}{2} = l \rho g \frac{D^2}{2} = 9,6 \cdot 900 \cdot 9,81 \cdot \frac{2,6^2}{2} = 286483 \text{ Н.}$$

Для визначення повної сили тиску рідини необхідно визначити вертикальну складову.

$$F_z = \rho g V_{TT} = \rho g \frac{\pi D^2}{8} = 900 \cdot 9,81 \cdot 9,6 \frac{3,14 \cdot 2,6^2}{8} = 225003 \text{ Н.}$$

Оскільки розглядаємо половину цистерни, то площу домножимо на 1/2 та отримаємо 8 в знаменнику.

Тоді сила повного тиску:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = \sqrt{286483^2 + 225003^2} = 364278 \text{ Н.}$$

Напрямок дії даної сили визначаємо за залежністю:

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} = \frac{286483}{364278} = 0,792 \quad \alpha = 38^\circ.$$

Приклад 2. Круглий горизонтальний резервуар, що має діаметр 2 м (рис. 2.45), довжину 9 м, заповнений рідиною, густина якої становить 800 кг/м³. Манометр, встановлений на рівні верхньої твірної та показує надлишковий тиск 0,015 МПа. Визначити горизонтальну силу гідростатичного тиску F_x , що діє на круглий торець резервуару.

Відстань ексцентриситету e , на яку зміщена лінія дії горизонтальної сили від осі резервуару.

Вертикальну силу F_z , що діє на верхню половину резервуару.

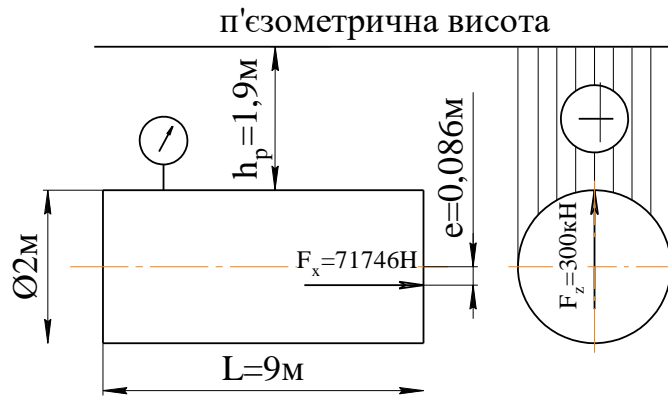


Рисунок 2.45.

Визначимо положення п'єзометричної висоти відносно верху ємності:

$$h_p = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{0,015 \cdot 10^6}{800 \cdot 9,81} = 1,91 \text{ м.}$$

Визначимо горизонтальну силу гідростатичного тиску F_x .

$$F_x = p_c \cdot S = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S = \rho \cdot g \left(h_p + \frac{D}{2} \right) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 800 \cdot 9,81 \left(1,91 + \frac{2}{2} \right) \cdot \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 71746 \text{ м.}$$

Ексцентриситет тиску знайдемо з залежності:

$$e = \frac{J_c}{h_c \cdot S} = \frac{\frac{\pi \cdot D^2}{64}}{\left(h_p + \frac{D}{2} \right) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{\left(1,91 + \frac{2}{2} \right) \cdot \frac{3,14 \cdot 2^2}{4}} = 0,086 \text{ м.}$$

Знайдемо вертикальну силу F_z

$$F_z = \rho \cdot g \cdot V_{\text{мод}} = \rho \cdot g \cdot l \cdot (h_p + r) \cdot D - \frac{\pi \cdot D^2}{8} = 800 \cdot 9,81 \cdot 9 \cdot (1,91 + 1) \cdot 2 - \frac{3,14 \cdot 2^2}{8} = 300129 \text{ Н.}$$

Приклад 3. Вертикальна циліндрична ємність висотою $H=3,2$ м і діаметром $D=2,4$ м закрита напівсферичною кришкою, що з'єднана з атмосферою через трубу внутрішнім діаметром $d=350$ мм (рис. 2.46). Ємність заповнена мазутом, густина якого $\rho=900$ кг/м³, коефіцієнт температурного розширення $\beta_t=0,00072$ 1/°C.

Визначити:

- висоту підняття мазуту h в трубі при підвищенні температури на $t=25^\circ\text{C}$.
- силу, що відкриває кришку ємності при піднятті мазуту на висоту h за рахунок її розігріву.

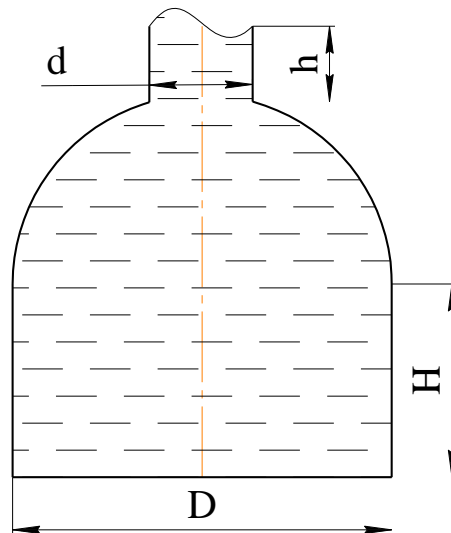


Рисунок 2.46.

Визначимо об'єм ємності, що складається з циліндричної та напівсферичних частин.

$$V_{ц} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H = \frac{3,14 \cdot 2,4^2}{4} \cdot 3,2 = 14,47 \text{ м}^3,$$

об'єм напівсферичної частини:

$$V_{сф} = \frac{2}{3} \pi \cdot r^3 = \frac{2}{3} 3,14 \cdot 1,2^3 = 3,62 \text{ м}^3,$$

$$V_0 = V_{ц} + V_{сф} = 3,62 + 14,47 = 18,089 \text{ м}^3.$$

Визначимо зміну об'єму мазуту в ємності при зміні температури на 25⁰С:

$$V_t = V_0(1 + \beta_t \Delta T) = 18,089(1 + 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 25) = 18,41 \text{ м}^3.$$

Для визначення висоти підняття мазуту в трубі, визначимо площу труби:

$$S_{mp} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,35^2}{4} = 0,096 \text{ м}^2.$$

Знаючи початковий об'єм мазуту та його збільшення при зміні температури знайдемо різницю об'ємів:

$$\Delta V = V_0 - V_t = 18,41 - 18,089 = 0,321 \text{ м}^3.$$

Тоді, висота підйому мазуту складе:

$$h = \frac{\Delta V}{S_{mp}} = \frac{0,321}{0,096} = 3,34 \text{ м}.$$

Знаючи висоту підйому мазуту в трубі визначимо силу, що діє на кришку:

$$F_z = \rho \cdot g \cdot V_{mm} = \rho \cdot g \cdot (V_{ц} - (V_{сф} + V_{mp})) = 900 \cdot 9,81 \left(14,47 - \left(3,62 + \left(\frac{\pi \cdot 0,35^2}{4} \cdot 3,34 \right) \right) \right) =$$

$$= 92957 \text{ Н}.$$

2.21 Формула для визначення товщини стінок гідроліній та гідроциліндрів

Розглянемо трубу заповнену рідиною під тиском P з внутрішнім діаметром d , довжиною l та товщиною стінки δ (рис. 2.47).

Силу, з якою тиск P діє на внутрішню поверхню труби знайдемо з залежності

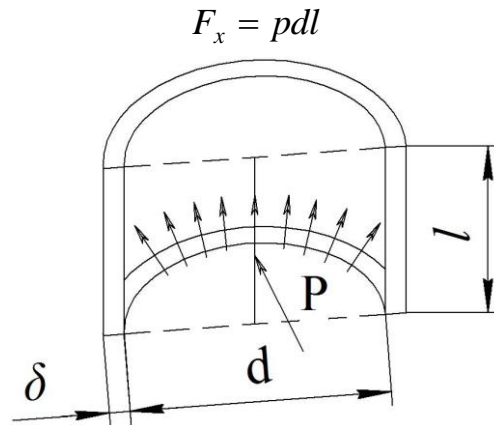


Рисунок 2.47. – Поздовжній переріз трубопроводу.

В результаті дії тиску в середині трубопроводу виникають розриваючі напруження σ , що діють із силою F_n в поздовжньому перерізі труби.

$$F_n = \delta / \sigma .$$

Прирівнявши сили: $F_x = 2F_n$,

отримаємо, при $\sigma = [\sigma]$

$$pdl = 2\delta / [\sigma]$$

де $[\sigma]$ – граничне напруження на розрив матеріалу трубопроводу.

Тоді, товщина стінки труби:

$$\delta = \frac{Pd}{2[\sigma]},$$

P – тиск;

D – діаметр циліндра;

$[\sigma]$ – напруження на розрив.

2.22 Приклади вирішення задач (до п. 2.21)

Приклад 1. Визначити товщину стінки трубопроводу за умови, що тиск рідини в гідросистемі 10 МПа, діаметр трубопроводу 40 мм, допустиме напруження на розтяг труби $[\sigma] = 400 \dots 500$ МПа, коефіцієнт запасу міцності прийняти $k = 3$.

Обчислюємо товщину стінки гідролінії:

$$\delta = \frac{P_{ном} d}{2[\sigma]} K = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 0,04 \cdot 3}{2 \cdot [450 \cdot 10^6]} = 0,00133 \text{ м} = 1,3 \text{ мм.}$$

Приймаємо стандартне значення $\delta = 1,4 \text{ мм}$

Приклад 2. Визначити товщину листів сталевому резервуару (рис. 2.47), що заповнений газом при надлишковому тиску $p=1500 \text{ кПа}$. Діаметр ємності $D=2 \text{ м}$. Радіус сферичних та торцевих частин $R=1 \text{ м}$.

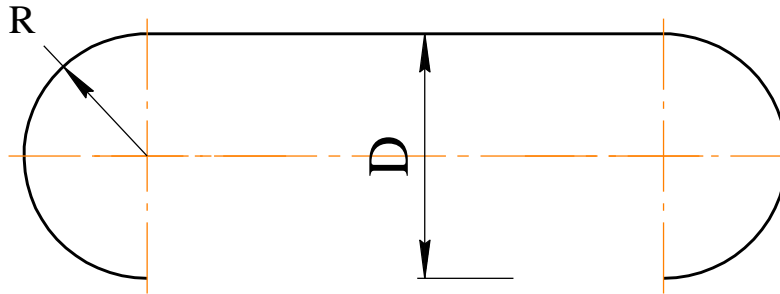


Рисунок 2.48.

Товщину стінок ємності знайдемо з залежності:

$$\delta = \frac{P \cdot r}{\varphi[\sigma]} + e$$

де: r – радіус циліндричної частини ємності;

φ – коефіцієнт, що враховує послаблення перерізу стінки, через використання заклепок, $\varphi=0,75$;

e – запас на іржу, $e=1 \text{ мм}$.

$[\sigma]$ – напруження на розрив, $[\sigma]=100 \text{ МПа}$.

Товщина стінки циліндричних частин:

$$\delta_{ц} = \frac{P \cdot r}{\varphi[\sigma]} + e = \frac{15 \cdot 10^5 \cdot 1}{1 \cdot 10^8 \cdot 0,75} + 0,001 = 0,021 \text{ м.}$$

Товщина стінки сферичних частин:

$$\delta_{сф} = \frac{P \cdot r}{2\varphi[\sigma]} + e = \frac{15 \cdot 10^5 \cdot 1}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,75} + 0,001 = 0,012 \text{ м.}$$

Приклад 3. По сталевому трубопроводу діаметром $d = 0,6 \text{ м}$ подається вода під тиском $P=5 \text{ МПа}$. Визначити напруження в стінці трубопроводу, якщо її товщина $\delta=15 \text{ мм}$.

Сумарна сила тиску, що розриває трубопровід в поздовжньому перерізі, дорівнює гідростатичному тиску, помноженому на площу вертикальної проекції криволінійної стінки:

$$F = pdl$$

Тоді напруження, що виникають в матеріалі трубопроводу:

$$\sigma = \frac{F}{2S} = \frac{p \cdot d \cdot l}{2\delta \cdot l} = \frac{p \cdot d}{2\delta} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 0,6}{2 \cdot 0,015} = 100 \cdot 10^6 \text{ Па} = 100 \text{ МПа}.$$

2.23 Задачі для самостійного розв'язку

Задача 1 Визначити тиск на дні океану, якщо $H=9$ км, $\rho=1,03$ г/см³. Вважати морську воду нестисливою. Як зміниться густина води, якщо врахувати стисливість. Прийняти $K = 2030$ МПа.

Задача 2 Визначити тиск рідини на дно циліндра (рис. 2.49), якщо зусилля на штоку циліндра $F = 10$ кН, діаметр циліндра $D = 100$ мм, висота циліндра $h = 250$ мм, густина рідини $\rho = 900$ кг/м³. Яку частку у відсотках складає ваговий тиск від поверхневого тиску?

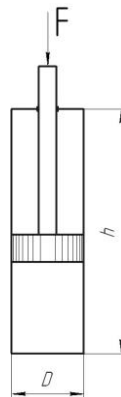


Рисунок 2.49.

Задача 3. Визначити силу тиску на дно конічного резервуара, заповненого водою, якщо діаметр основи конуса $D = 1,5$ м, $\rho = 1$ г/см³, висота конуса $H = 2$ м. Як зміниться тиск, якщо конус замінити циліндром такого ж діаметру і висоти?

Задача 4. Визначити силу F , яка діє на шток поршня (рис. 2.50), якщо діаметр поршня гідроциліндру $D = 100$ мм, а тиск під поршнем $P = 100$ кгс/м².

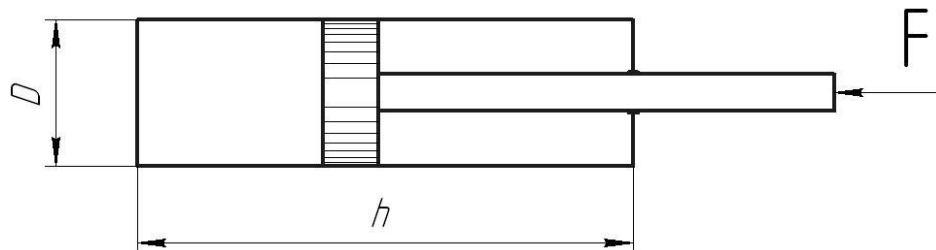


Рисунок 2.50.

Задача 5 Визначити абсолютний тиск, якщо показання п'езометра $h = 150$ мм рт. ст. Відносна густина ртуті $\delta_{pm} = 13,6$. Атмосферний тиск $P_{ам.м} = 1,03$ кгс/см².

Задача 6 Визначити надлишковий тиск повітря, якщо густина повітря

$\rho=2,1 \text{ кг/м}^3$, $t = 50^0 \text{ С}$, $R = 287 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$, $P_{атм} = 1 \text{ кгс/см}^2$.

Задача 7 Визначити $h_{\text{вак}}$ і побудуйте епюри тиску на стінку водяного вакуумметра (рис. 2.51), якщо: $P_{абс}=85 \text{ кПа}$; $P_{атм}=10^5 \text{ Па}$.

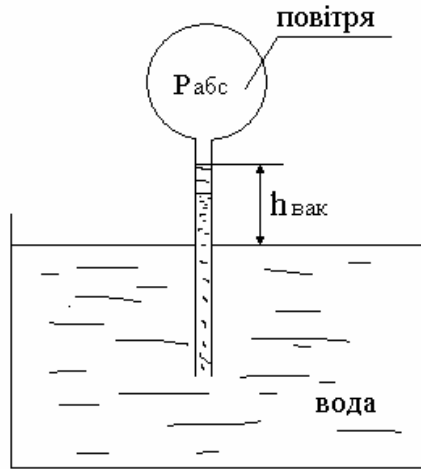


Рисунок 2.51.

Задача 8. Побудувати епюри тиску і визначити силу на ділянку 2,3 (рис. 2.52), якщо $\rho_1 = 900 \text{ кг/м}^3$; $H_1 = 0,5 \text{ м}$; $\rho_2 = 1,2 \text{ г/см}^3$; $H_2 = 0,6 \text{ м}$; $v_1 = v_2 = 0,3 \text{ м}$ - ширина стінки.

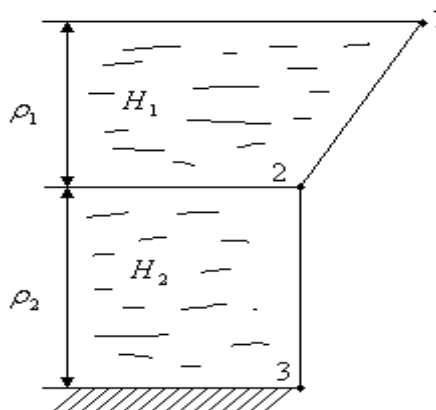


Рисунок 2.52.

Задача 9. Побудувати епюри тиску (рис. 2.53), якщо $H_1 = 0,5 \text{ м}$; $H_2 = 0,8 \text{ м}$; $\rho = 0,7 \text{ г/см}^3$ $\alpha = 30^0$; $v = 0,4 \text{ м}$ - ширина стінки.

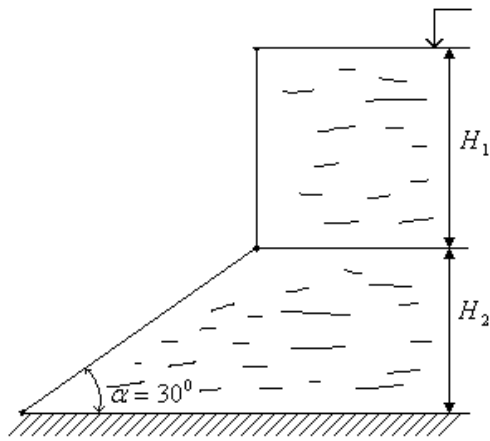


Рисунок 2.53.

Задача 10. Побудувати епюри тиску і визначити рівнодійну силу тиску (рис. 2.54) графоаналітичним способом $H_1 = 1$ м; $H_2 = 0,45$ м; $\rho = 1$ г/см³; $v = 0,3$ м - ширина стінки.

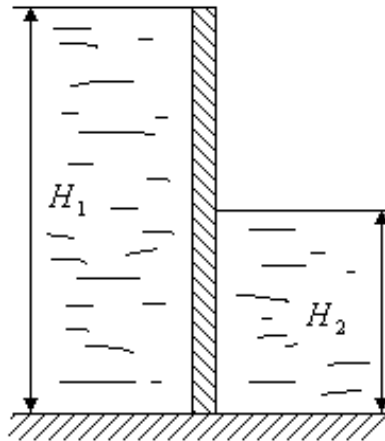


Рисунок 2.54.

Задача 11. Побудувати епюри тиску і визначити силу тиску на ділянку 1-2 (рис. 2.55); $H_1 = 0,5$ м; $H_2 = 0,5$ м; $\rho = 700$ г/м³; $v_{1-2} = 0,25$ м.

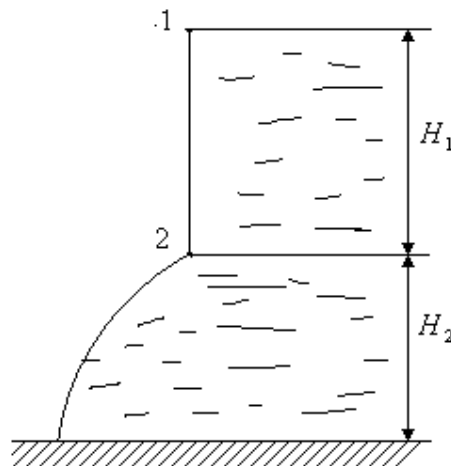


Рисунок 2.55.

Задача 12 Побудувати епюри тиску на складну стінку і визначити силу тиску на ділянку 2-3 графоаналітичним способом (рис. 2.56) $H_1 = 0,5$ м; $H_2 = 0,6$ м; $H_3 = 0,4$ м; $\rho = 1$ г/см³; $e_{2-3} = 0,3$ м;

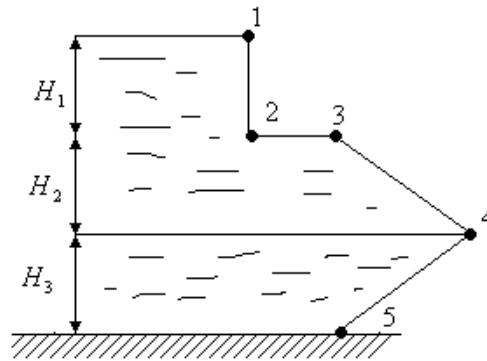


Рисунок 2.56.

Задача 13 Визначити товщину стінки всмоктувальної гідролінії, якщо внутрішній діаметр $d = 50$ мм; максимальний тиск $P = 200$ кгс/см²; $[\sigma] = 400$ МПа. Коефіцієнт запасу $\kappa = 3$.

Задача 14 Визначити силу тиску на прямокутну кришку (рис. 2.57) і координати центра тиску при таких умовах: $a = 0,4$ м; $b = 0,6$ м; $H_0 = 1,5$ м;

$$\rho = 900 \text{ кг/м}^3; I_0 = \frac{ba^3}{12}.$$

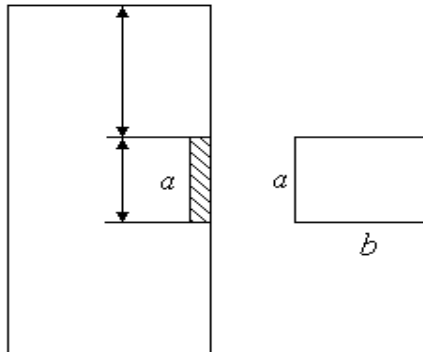


Рисунок 2.57.

Задача 15. Визначити висоту параболоїда, якщо діаметр циліндра (рис. 2.58) $D = 120$ мм, а кутова швидкість $\omega = 40$ с⁻¹. Побудуйте епюру тиску на бокову стінку циліндра. Для цього визначити тиск на стінці циліндра у точці, що відповідає вершині параболоїда.

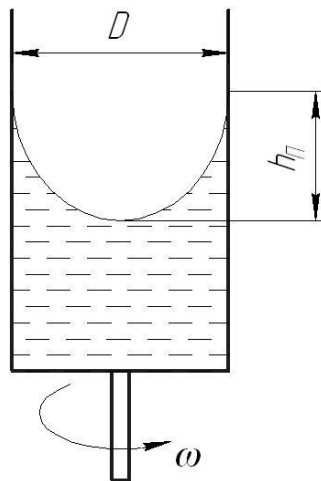


Рисунок 2.58.

Задача 16. Циліндрична посудина заповнена рідиною до глибини $H_0 = 0,6$ м, діаметр циліндра $d = 0,22$ мм, висота циліндра $H = 0,9$ м. Чому дорівнюватиме мінімальне значення частоти обертання циліндра, при якій вода почне вилитись з циліндра? Побудувати епюру тиску на дно циліндра.

Задача 17. Визначити тиск p в посудині, яка вільно падає. Рівень рідини в посудині $H = 0,6$ м $P_{атм} = 750$ мм рт. ст.

Задача 18. В циліндричну посудину (рис. 2.59) висотою $H = 0,3$ м налита рідина до рівня $h = 0,2$ м. Визначити якою повинна бути кутова швидкість, щоб рідина не виліталася, якщо діаметр $D = 100$ мм.

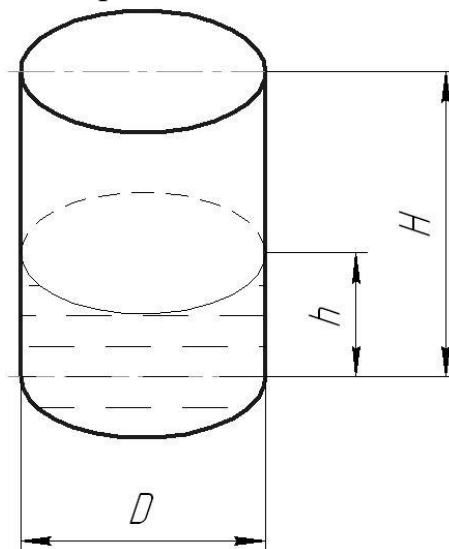


Рисунок 2.59.

Задача 19. Паливний бак автомобіля має довжину $L = 0,6$ м, ширину $b = 0,5$ м і висоту $H = 0,2$ м. Автомобіль рухається з прискоренням $a = 3,27$ м/с². Визначити мінімальну кількість палива, яка забезпечує його подавання без підсмоктування повітря. Вважати, що бензопровід встановлений у центрі

горизонтальної проєкції бака і його діаметр дуже малий в порівнянні з довжиною бака, $h = 10$ мм (рис. 2.60).

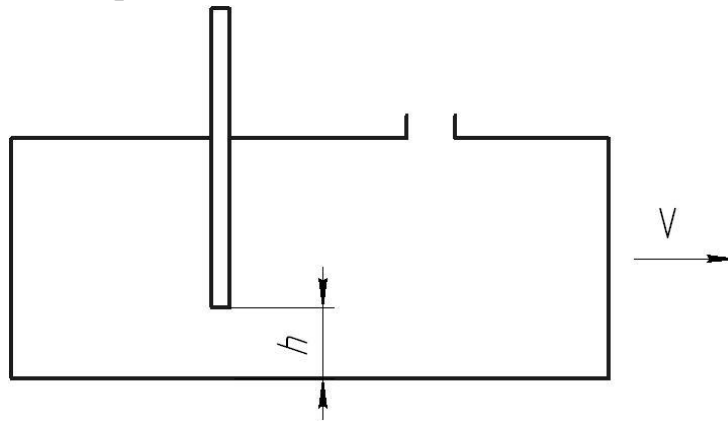


Рисунок 2.60.

Задача 20. В кузов автомобіля-самоскида до рівня $h_l = 0,4$ м наливо цементний розчин. Визначити мінімально допустимий шлях гальмування самоскида від швидкості $v = 36$ км/год до зупинки, виходячи з умови, що розчин не виліється з кузова. Вважати, що кузов самоскида має форму прямокутної коробки з розмірами: довжина $l = 2,5$ м; висота $h = 0,8$ м і ширина $b = 1,8$ м. Гальмування здійснюється з постійним прискоренням (рис. 2.61).

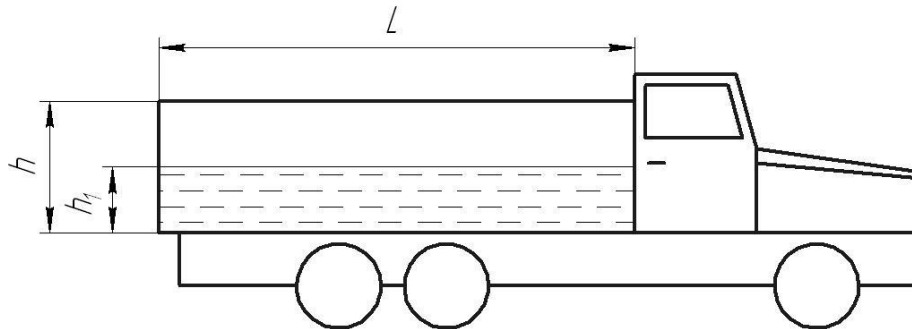


Рисунок 2.61.

2.24 Тестові завдання

1. Гідростатика вивчає: (вказати вірні відповіді)

- 1) закони руху рідин і газів; 2) закони спокою рідин і газів;
- 3) закони відносного спокою рідин і газів;
- 4) закони спокою і відносного спокою рідин і газів;
- 5) взаємодію рідин і газів з твердими тілами.

2. На рідину, що знаходиться у спокої, діють:

- 1) внутрішні сили; 2) зовнішні сили; 3) поверхневі сили;
- 4) масові сили; 5) сили тиску сусідніх шарів рідини;
- 6) сили молекулярної взаємодії.

3. Виберіть з перелічених сил, сили, які називають поверхневими:

- 1) сили інерції; 2) електромагнітні сили; 3) сили атмосферного тиску;
- 4) сили сусідніх шарів рідини; 5) сили молекулярної взаємодії; 6) відцентрові сили; 7) сили тиску поршня; 8) сили тяжіння.

4. Виберіть з перелічених сил ті, які називають масовими:

- 1) сили інерції; 2) електромагнітні сили; 3) сили атмосферного тиску;
- 4) сили сусідніх шарів рідини; 5) сили молекулярної взаємодії; 6) відцентрові сили; 7) сили тиску поршня; 8) сили тяжіння.

5. В рідині, що знаходиться у спокої, враховують тільки:

- 1) зовнішні сили; 2) внутрішні сили; 3) сили молекулярної взаємодії;
- 4) зосереджені сили.

6. Висота піднімання рідини в тонкій скляній трубці називається:

- 1) манометричною; 2) п'єзометричною; 3) вакуумметричною;
- 4) геодезичною; 5) геометричною.

7. Сумарні проекції одиничних масових сил мають розмірність:

- 1) Н; 2) Н/ м³; 3) безрозмірна величина; 4) м/с².

8. В рідині, що знаходиться у спокої виникають тільки:

- 1) дотичні напруження; 2) стискуючі напруження; 3) розтягуючі напруження;
- 4) нормальні напруження; 5) нормальні і дотичні напруження.

9. Стискуючі напруження виникають в рідині, що знаходиться у спокої, тому що:

- 1) рідина має невелику стисливість; 2) рідина має велику текучість;
- 3) рідина не здатна чинити опір розтягу і під дією дотичних напружень потече;
- 4) вірної відповіді немає.

10. Для вимірювання різниці тисків використовують: (вказати вірні відповіді):

- 1) дифманометри; 2) манометри; 3) вакуумметри; 4) барометри.
- 5) п'єзометри; 6) U-подібні скляні трубки.

11. Технічною атмосферою називають: (вказати вірні відповіді)

- 1) 1 Па; 2) 1 бар; 3) 1 кГ/м²; 4) 98,1 кПа; 5) 1 кгс/см².

12. Основне рівняння гідростатики у вигляді $z + p/\gamma = \text{const}$ має розмірність:
(вказати вірні відповіді)

1) Па; 2) м; 3) $\text{кГ}\cdot\text{м}/\text{Н}$; 4) вірної відповіді не має.

13. Вільна поверхня рідини це:

- 1) поверхня розділу між твердим тілом і рідиною;
- 2) поверхня розділу між рідиною і газом;
- 3) поверхня розділу між двома рідинами;
- 4) усі відповіді вірні.

14. Гідростатичний тиск у точці рідини можна визначити за формулою:

1) $p = p_0 + \rho gh$; 2) $z + p/\gamma = \text{const}$; 3) усі відповіді вірні.

15. Атмосферний тиск вимірюють:

- 1) п'єзометром; 2) манометром; 3) вакуумметром; 4) барометром;
- 5) дифманометром.

16. В рідині, що знаходиться у спокої (вказати правильне твердження)

- 1) тиск однаковий у всіх точках;
- 2) тиск в точці не залежить від орієнтації площинки дії;
- 3) тиск залежить тільки від густини рідини;
- 4) тиск залежить тільки від глибини занурення точки;
- 5) усі твердження невірні.

17. Гідростатичний тиск завжди спрямований:

- 1) по дотичній до площинки дії;
- 2) по зовнішній нормалі; 3) по внутрішній нормалі;
- 4) під будь-яким кутом до площинки дії.

18. До масових сил відносять:

- 1) сили атмосферного тиску; 2) сили тяжіння; 3) відцентрові сили;
- 4) сили інерції; 5) електромагнітні сили; 6) усі перелічені сили.

19. З фізичної точки зору основне рівняння гідростатики є:

- 1) питомою потенціальною енергією тиску;
- 2) питомою кінетичною енергією;
- 3) законом збереження енергії;
- 4) питомою потенціальною енергією положення частинки рідини

20. Тиском у точці рідини називають величину:

1) $p = P/S$; 2) $p = \lim \Delta P / \Delta S$; 3) $p = \Delta F / \Delta \omega$.

21. “Всяка зміна тиску в будь-якій точці нерухомої рідини передається у всі точки даного об’єму рідини “. Дане визначення є:

- 1) формулюванням закону Паскаля;
- 2) неповним формулюванням закону Паскаля;
- 3) не є формулюванням закону Паскаля.

22. Виберіть з перелічуваних гідравлічних систем ті, що працюють за законом Паскаля:

- 1) динамічний гідропривід;
- 2) об’ємний гідропривід;
- 3) гідравлічні преси;
- 4) гідромотори;
- 5) гідроциліндри.

23. Надлишковим тиском називають: (вказати вірні відповіді):

- 1) різницю між атмосферним тиском і абсолютним;
- 2) тиск стовпчика рідини;
- 3) різницю між абсолютним і атмосферним тиском;
- 4) надлишок абсолютного тиску над атмосферним;
- 5) недолік абсолютного тиску до атмосферного.

24. Різницю між абсолютним і атмосферним тиском називають:

- 1) вакуумом;
- 2) надлишковим тиском;
- 3) манометричним тиском.

25. Вакуумом називають: (вказати вірні відповіді)

- 1) різницю між атмосферним тиском і абсолютним;
- 2) тиск стовпчика рідини;
- 3) різницю між абсолютним і атмосферним тиском;
- 4) надлишок абсолютного тиску над атмосферним;
- 5) недолік абсолютного тиску до атмосферного.

26. Різницю між атмосферним тиском і абсолютним називають:

- 1) вакуумом;
- 2) надлишковим тиском;
- 3) манометричним тиском.

27. Диференційне рівняння поверхонь рівня це:

- 1) $p = \text{const}$;
- 2) $dp = 0$;
- 3) $dp = \rho (Xdx + Ydy + Zdz)$;
- 4) $Xdx + Ydy + Zdz = 0$.

28. Основне рівняння гідростатики має вигляд: (вказати вірні відповіді)

- 1) $p = p_0 + \rho gh$; 2) $z + p/\rho g = \text{const}$; 3) $z + p/\rho g = 0$;
 4) $z_1 + p_1/\rho g = z_2 + p_2/\rho g$; 5) $p = p_0 + \gamma h$.

29. Основне рівняння гідростатики має вигляд: (вказати невірну відповідь)

- 1) $p = p_0 + \rho gh$; 2) $z + p/\rho g = \text{const}$; 3) $z + p/\rho g = 0$;
 4) $z_1 + p_1/\rho g = z_2 + p_2/\rho g$; 5) $p = p_0 + \gamma h$.

30. Друга властивість гідростатичного тиску впливає з рівняння:

- 1) $F_x = F_y = F_z = F_n$; 2) $z + p/\rho g = \text{const}$; 3) $p = p_0 + \rho gh$; 4) $p = \rho gh$.

31. Тиск в будь-якій точці рідини (т. В рис. 2.62), пов'язаний із зовнішнім тиском p_0 наступними співвідношеннями:

- 1) $p_0 = p_B - \gamma z_B$; 2) $p_B = p_0 + \gamma z_B$; 3) $p_0 + \gamma z_0 = p_B + \gamma z_B$
 4) $p_B = p_0 - \gamma(z_0 - z_B)$; 5) усі ствердження невірні.

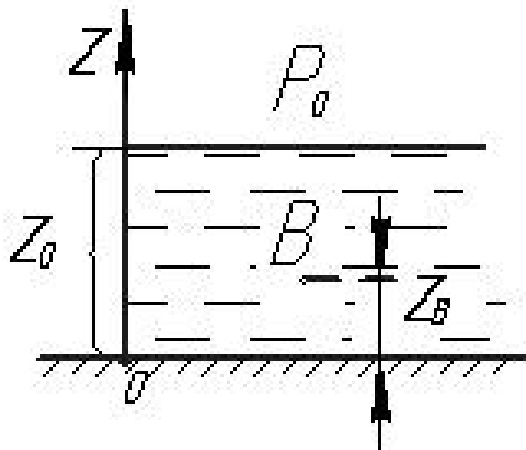


Рисунок 2.62.

32. Абсолютний тиск в т. А рис. 2.63 дорівнює (M - показання манометра):

- 1) $P_A = \gamma h_1$; 2) $P_A = M + \gamma h_1$; 3) $P_A = M + P_{атм} + \gamma h_1$;
 4) $P_A = M + P_{атм} + \gamma(h_2 - h_1)$; 5) $P_A = P_{атм} + \gamma h_1$.

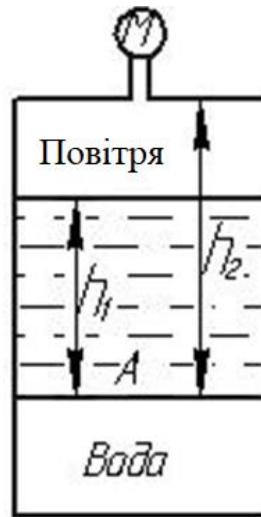


Рисунок 2.63.

33. Абсолютний тиск в рідині, що знаходиться у спокої (указати вірне твердження):

- 1) дорівнює різниці атмосферного і манометричного тисків;
- 2) завжди додатній;
- 3) може бути від'ємним і додатнім;
- 4) завжди більше атмосферного;
- 5) завжди менше атмосферного.

34. Надлишковий (манометричний) тиск ϵ :

1. сумою абсолютного і атмосферного тисків.
2. різницею між абсолютним і атмосферним тиском.
3. різницею атмосферного і вагового тиску.
4. сумою вагового і атмосферного тиску.

35. Вакуумметрична висота – це:

- 1) відношення вакуумметричного тиску до густини;
- 2) відношення вакуумметричного тиску до питомої ваги;
- 3) відношення абсолютного тиску до питомої ваги;
- 4) відношення вакуумметричного тиску до прискорення вільного падіння;
- 5) відношення зовнішнього тиску до питомої ваги.

36. Максимально можлива величина вакууму дорівнює:

- 1) $P_{\epsilon}^{max} = 98,1$ кПа;
- 2) $P_{\epsilon}^{max} = 0$;
- 3) $P_{\epsilon}^{max} = P_{атм}$.

37. Для визначення вагового тиску на дно відкритої посудини достатньо знати:

- 1) глибину рідини в посудині;
- 2) густину рідини і глибину;
- 3) зовнішній тиск і глибину;
- 4) густину і зовнішній тиск;
- 5) площу дна і густину рідини.

38. Для визначення сили гідростатичного тиску на дно відкритої посудини в загальному випадку достатньо знати:

- 1) глибину рідини в посудині;
- 2) густину рідини;
- 3) зовнішній тиск;
- 4) площу дна;
- 5) об'єм посудини;
- 6) форму посудини;
- 7) питому вагу рідини.

39. Для визначення вагового тиску на дно закритої посудини достатньо знати:

- 1) глибину рідини в посудині;
- 2) густину рідини і глибину;
- 3) зовнішній тиск і глибину;
- 4) густину і зовнішній тиск;
- 5) площу дна і густину рідини.

40. Для визначення сили гідростатичного тиску на дно закритої посудини в загальному випадку достатньо знати:

- 1) глибину рідини в посудині;
- 2) густину рідини;
- 3) зовнішній тиск;
- 4) площу дна;
- 5) об'єм посудини;
- 6) форму посудини.

41. Указати яка з властивостей не належить поверхням рівня:

- 1) тиск в довільній точці рідини залежить від орієнтації поверхні рівня;
- 2) поверхні рівня не можуть перетинатися;
- 3) рівнодійна масових сил перпендикулярна до поверхонь рівня;
- 4) усі властивості належать поверхням рівня.

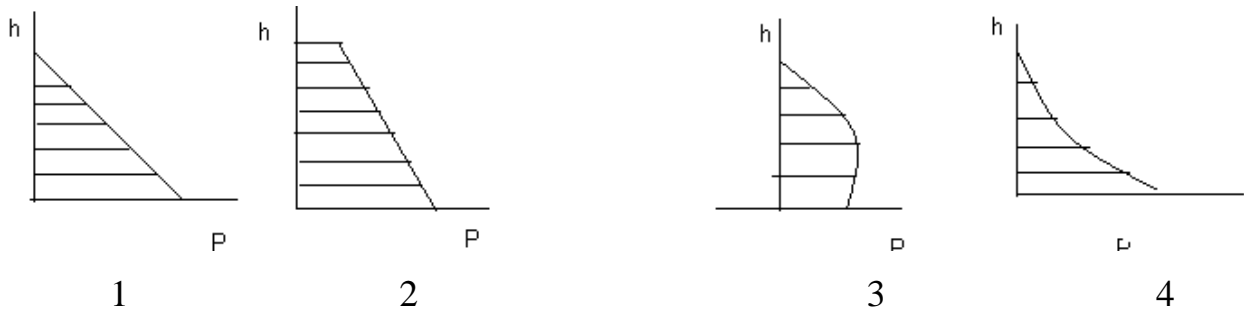
42. Указати, які властивості належать поверхням рівня:

- 1) тиск на поверхні рівня в довільній точці рідини залежить від орієнтації поверхні рівня;
- 2) поверхні рівня здатні перетинатися;
- 3) поверхні рівня не можуть перетинатися;
- 4) рівнодійна масових сил перпендикулярна до поверхонь рівня;
- 5) рівнодійна масових сил не перпендикулярна до поверхонь рівня.

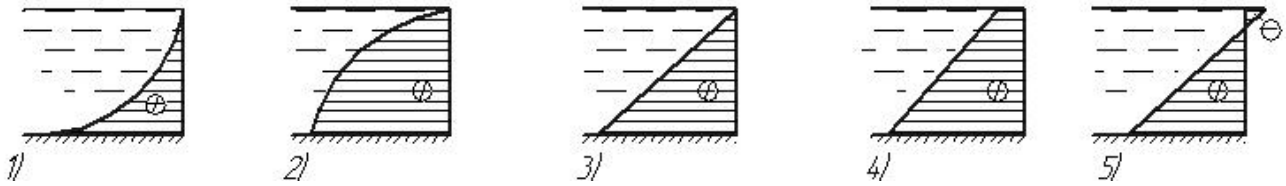
43. Поверхні рівня в рідини при абсолютному спокою рідини:

- 1) паралельні дну посудини;
- 2) нормальні до стінок посудини;
- 3) розташовані довільним чином;
- 4) не існують;
- 5) нормальні до силових ліній поля сил тяжіння.

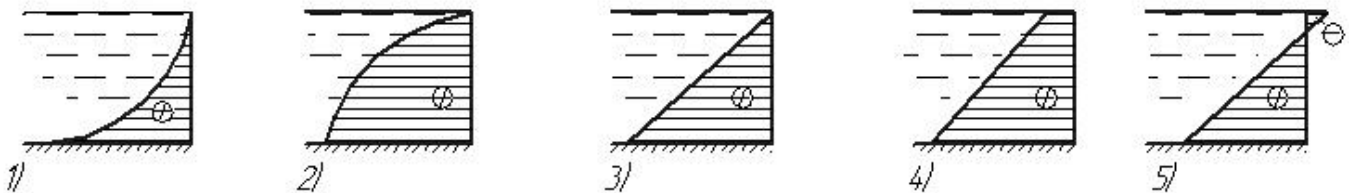
44. Указати епюри гідростатичного тиску, що є помилковими



45. Якщо на вільній поверхні рідини вакуум, то еюра манометричного тиску на вертикальну стінку має вигляд



46. Якщо на вільній поверхні рідини надлишковий тиск, то еюра гідростатичного тиску має вигляд:



47. Якщо еюра гідростатичного тиску має криволінійну форму, то це може бути тільки, якщо:

- 1) поверхня плоска; 2) поверхня криволінійна; 3) еюра побудована на дно цистерни, що знаходиться у відносному спокої; 4) еюра побудована на дно циліндра, який обертається навколо вертикальної вісі.

48. Якщо еюра гідростатичного тиску має вигляд трикутника, то це означає, що на стінку діє гідростатичний тиск:

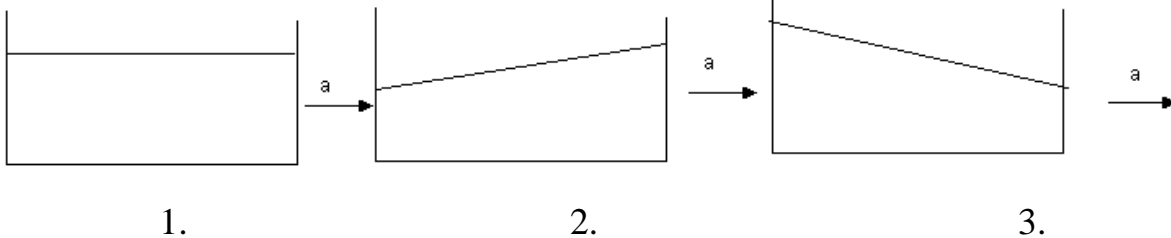
- 1) з двох боків;
- 2) на вільній поверхні тиск – надлишковий, а рідина знаходиться з одного боку;
- 3) на вільній поверхні вакуум, а в нижчій точці стінки тиск надлишковий;
- 4) на вільній поверхні атмосферний тиск і рідина знаходиться з одного боку.

49. Якщо еюра гідростатичного тиску має вигляд трапеції, то це означає, що на стінку діє гідростатичний тиск:

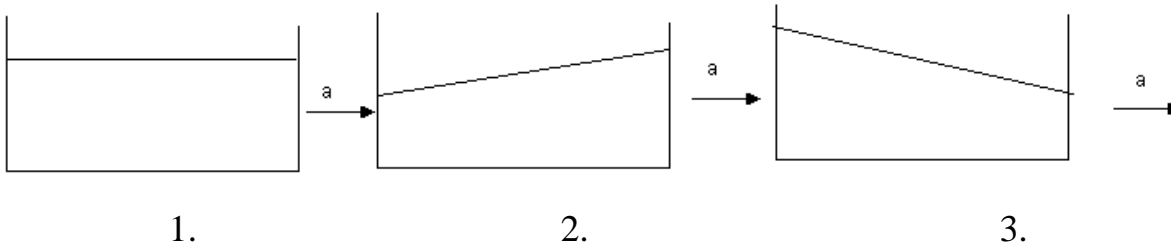
- 1) з двох боків;

- 2) на вільній поверхні тиск – надлишковий, а рідина знаходиться з одного боку;
 3) на вільній поверхні вакуум, а в нижчій точці стінки тиск надлишковий.

50. На рисунках зображені посудини з рідиною, що знаходиться у відносному спокою рідини. Указати посудину, яка рухається рівномірно.



51. Указати посудину , яка рухається рівномірно прискорено:



52. Багато цистерн мають люк посередині тому що:

- 1) просто виготовляти цистерну; 2) зручно при експлуатації;
 3) рівень рідини залишається в середині цистерни постійним при прискореному русі і при гальмуванні;
 4) усі відповіді вірні.

53. Рівняння вільної поверхні для рідини, що знаходиться у абсолютному спокої має вигляд:

- 1) $z = const$; 2) $z = H$; 3) $z = H - ax/g$; 4) $z = \omega^2 r^2 / 2g$.

54. Рівняння вільної поверхні для рідини, що знаходиться у циліндрі, який обертається навколо вертикальної вісі є:

- 1) $z = const$; 2) $z = H$; 3) $z = H - ax/g$; 4) $z = \omega^2 r^2 / 2g$.

55. Рівняння вільної поверхні для цистерни, що рухається рівно прискорено, має вигляд:

- 1) $z = const$; 2) $z = H$; 3) $z = H - ax/g$; 4) $z = \omega^2 r^2 / 2g$;
 5) $z = H + ax/g$.

56. Рівняння вільної поверхні для цистерни, що рухається з гальмуванням, має вигляд:

- 1) $z = const$; 2) $z = H$; 3) $z = H - ax/g$; 4) $z = \omega^2 r^2 / 2g$; 5) $z = H + ax/g$.

57. Вільна поверхня рідини, що знаходиться у циліндрі, який обертається навколо вертикальної вісі є:

- 1) похилою площиною; 2) горизонтальною площиною;
3) сферичною поверхнею; 4) параболоїдом обертання;
5) циліндричною поверхнею.

58. Вільна поверхня рідини, що знаходиться у цистерні, яка рухається рівноприскорено є:

- 1) похилою площиною; 2) горизонтальною площиною;
3) сферичною поверхнею; 4) параболоїдом обертання; 5) циліндричною поверхнею.

59. У посудині, що рухається догори рівномірно прискорено тиск:

- 1) зменшується; 2) залишається постійним;
3) збільшується; 4) спочатку зменшується, а потім зростає.

60. У посудині, що рухається вниз рівноприскорено тиск:

- 1) зменшується; 2) залишається постійним;
3) збільшується; 4) спочатку зменшується, а потім зростає.

61. Центром тиску похилої стінки вважають:

- 1) центр тяжіння стінки;
2) точку прикладання рівнодійної сили надлишкового тиску;
3) точку прикладання рівнодійної сили поверхневого тиску;
4) точку прикладання рівнодійної сили повного тиску.

62. Якщо стінка прямокутна, розташована вертикально і одна із сторін співпадає з вільною поверхнею рідини, то центр тиску знаходиться на глибині:

- 1) $3/4 \cdot H$; 2) $1/2 \cdot H$; 3) $2/3 \cdot H$; 4) H .

63. Якщо поверхня похила, то центр тиску знаходиться:

- 1) вище центра ваги; 2) нижче центра ваги; 3) співпадає з центром ваги.

64. Центр тиску і центр ваги співпадають коли (указати невірні відповіді):

- 1) поверхня вертикальна;
- 2) поверхня нахилена під кутом 45^0 ;
- 3) поверхня горизонтальна;
- 4) поверхня глибоко занурена у рідину;
- 5) поверхневий тиск значно більше вагового тиску.

65. Додатній об'єм тіла тиску показує, що вертикальна складова рівнодійної сили тиску спрямована:

- 1) під кутом 45^0 ;
- 2) горизонтально;
- 3) догори;
- 4) донизу.

66. Від'ємний об'єм тіла тиску показує, що вертикальна складова рівнодійної сили тиску спрямована:

- 1) донизу;
- 2) під кутом 45^0 ;
- 3) горизонтально;
- 4) догори.

67. Як повинна бути розташована циліндрична поверхня, щоб вертикальна складова рівнодійної сили тиску дорівнювала нулю:

- 1) горизонтально;
- 2) вертикально;
- 3) розташована під кутом 45^0 ;
- 4) розташована довільним чином.

68. Вертикальна складова сили вагового тиску на криволінійну поверхню дорівнює:

- 1) вазі рідини в об'ємі тіла тиску;
- 2) добутку тиску рідини в центрі тяжіння поверхні на величину її площі;
- 3) силі тиску на проекцію криволінійної поверхні на вертикальну площину;
- 4) площі епюри тиску;
- 5) добутку площі горизонтальної проекції на величину зовнішнього тиску.

69. Центром тиску на плоску поверхню називають:

- 1) центр тяжіння , зануреної у рідину частини стінки;
- 2) центр тяжіння епюри гідростатичного тиску;
- 3) точку перетину лінії дії рівнодійної сили тиску з площиною;
- 4) центр тяжіння епюри манометричного тиску;
- 5) усі відповіді невірні.

70. Тиск вважають скалярною величиною тому що:

- 1) тиск завжди спрямований вздовж внутрішньої нормалі;
- 2) величина тиску не залежить від кута нахилу площинки дії;
- 3) тиск спрямований вздовж зовнішньої нормалі;
- 4) тиск спрямований по дотичній до площинки дії.

71. Поверхні рівня не перетинаються тому що:

- 1) тиск спрямований вздовж внутрішньої нормалі;
- 2) тиск в даній точці по усім напрямкам однаковий;
- 3) тиск не залежить від кута нахилу площинки дії;
- 4) тиск змінюється за лінійним законом.

72. Координати центра тиску на похилу стінку визначаються за формулами:

- 1) $l_{ц.т.} = h_{ц.в.}$;
- 2) $l_{ц.т.} = l_{ц.в.} + I_0 / \omega l_{ц.т.}$;
- 3) $h_{ц.т.} = h_{ц.в.} + I_0 \sin^2 \alpha / \omega h_{ц.в.}$

73. Якщо поверхня вертикальна, то центр тиску:

- 1) співпадає з центром ваги поверхні;
- 2) знаходиться вище центра ваги;
- 3) $l_{ц.т.} = h_{ц.т.}$

74. Силу тиску на криволінійну поверхню не можна визначити за формулою, яку використовують для плоских поверхонь внаслідок:

- 1) першої властивості гідростатичного тиску;
- 2) другої властивості гідростатичного тиску;
- 3) основного рівняння гідростатики.

2.25 Питання для самоконтролю до розділу «Гідростатика»

1. Сила тиску на горизонтальні плоскі поверхні. Гідростатичний парадокс.
2. Основне рівняння гідростатики. Виведення.
3. Сили, які діють в рідкому і газоподібному середовищі. Гідростатичний тиск.
4. Абсолютний тиск, манометричний (надлишковий) тиск, вакуум. Прилади для вимірювання тиску.
5. Закон Паскаля і його практичне застосування.
6. Епюри гідростатичного тиску. Приклади побудови.
7. Прилади для вимірювання тиску.
8. Гідростатичний парадокс.
9. Формула для визначення тиску рідини в точці.
10. Геометричне та фізичне тлумачення основного рівняння гідростатики.
11. Відносна рівновага рідини, що знаходиться у циліндрі, який обертається навколо вертикальної вісі з постійною кутовою швидкістю.
12. Гідростатичний тиск. Одиниці тиску.
13. Властивості гідростатичного тиску.
14. Відносна рівновага рідини, що знаходиться у цистерні.

Розділ 3

КІНЕМАТИКА РІДИНИ

3.1 Основні методи вивчення руху рідини

Кінематика рідини – розділ механіки рідини, в якому вивчаються види і кінематичні характеристики руху рідини, але не розглядаються сили, під дією яких рідина рухається.

Існує два способи вивчення руху рідини.

1. Метод Лагранжа.

Згідно з цим методом об'єктом вивчення є сама рідина, причому вивчається рух кожної окремої частинки рідини.

Нехай частинка рідини A в початковий момент часу t_0 має координати x_0, y_0, z_0 . При русі цієї частинки рідини її координати змінюються і в момент часу t вони будуть x, y, z, t

Рух частинки рідини буде описаний, коли буде встановлена залежність між початковими та кінцевими координатами її як функція часу, тобто коли буде розкрита залежність:

$$\begin{cases} x = x(x_0, y_0, z_0, t), \\ y = y(x_0, y_0, z_0, t), \\ z = z(x_0, y_0, z_0, t) \end{cases}$$

Змінні x_0, y_0, z_0, t – є незалежними змінними, що називаються *змінними Лагранжа*.

З даного рівняння можна знайти проекції на координатні вісі швидкостей та прискорень всіх частинок рідини. Якщо позначити через u_x, u_y, u_z проекції швидкості на координатні вісі, а через a_x, a_y, a_z проекції прискорення, то отримаємо:

$$u_x = \frac{dx}{dt}, u_y = \frac{dy}{dt}, u_z = \frac{dz}{dt}$$
$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

Метод Лагранжа знайшов своє застосування при вирішенні спеціальних задач для хвильових рухів.

2. Метод Ейлера

При цьому методі рух рідини описують функціями, які показують зміну швидкості в точці нерухомого простору, в якому рухається рідина. Таким чином, координати x, y, z розглядаються як координати нерухомого простору через які послідовно проходять різні частини рідини. В загальному випадку

швидкості частинок рідини в різних точках простору (поток) будуть різні і будуть змінюватись в часі, оскільки через дані точки простору будуть проходити різні частинки рідини. Таким чином, весь простір буде зайнятий потоком, тобто його можна представити у вигляді поля швидкостей, що безперервно змінюється в часі.

Явище буде описане якщо будуть розкриті залежності зміни поля швидкостей як функції координат простору та часу:

$$\begin{cases} u_x = u_x(x, y, z, t), \\ u_y = u_y(x, y, z, t), \\ u_z = u_z(x, y, z, t) \end{cases}$$

Розкривши ці функціональні залежності можна визначити швидкість в довільній точці простору в довільний момент часу.

Змінні x, y, z, t є незалежними змінними, що називаються *змінними Ейлера*.

3.2 Види руху рідини

По характеру зміни поля швидкостей від часу рухи рідини діляться на стаціонарний та нестаціонарний.

1. Стаціонарний рух

Розглянемо простір, заповнений рухомою рідиною. Будемо спостерігати за зміною швидкості в довільно обраних точках цього простору. Якщо протягом часу t величини швидкості частинок рідини u та гідродинамічного тиску P залишаються постійними, то такий рух називають *стаціонарним*.

В цьому випадку можна записати:

$$\begin{cases} u = u(x, y, z) \\ P = P(x, y, z) \end{cases}$$

Тобто, при стаціонарному русі величини швидкості та гідродинамічного тиску є функціями тільки координат точки і не залежать від часу.

2. Нестаціонарний рух

Якщо в просторі зайнятому потоком в кожній точці величини швидкості та гідродинамічного тиску будуть змінюватись в часі, такий рух рідини називають *нестаціонарним*.

Для нестаціонарного руху можна записати наступні функції

$$\begin{cases} u = u(x, y, z, t) \\ P = P(x, y, z, t) \end{cases}$$

Отже, при нестаціонарному русі рідини величини швидкості та гідродинамічного тиску є функціями як координат точок так і часу.

3.3 Лінії течії та елементарна струминка рідини

Траєкторія частини рідини. Виділимо частинку A в рідині, яка рухається в розглядуваному просторі (рис. 3.1). Вважаючи в загальному випадку рух криволінійним можна відмітити, що за певний проміжок часу t виділена частинка A переміститься від початкового положення A_1 до кінцевого A_2 і опише якусь криву між цими крайніми точками. Таким чином, траєкторія є характеристикою зміни положення частинки рідини в просторі і часі.



Рисунок 3.1 - Лінія течії.

Виділимо уявно декілька послідовно розміщених точок простору A_1, A_2, A_3 зайнятого рухомою рідиною (рис. 3.2).

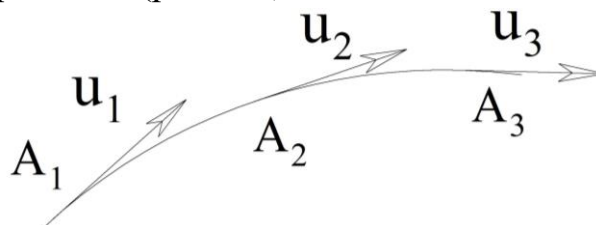


Рисунок 3.2. – Вектори швидкостей до лінії течії.

Позначимо відповідно вектори швидкостей в цих точках в даний момент часу u_1, u_2, u_3 . Проведемо через ці точки криву. Якщо ця крива буде дотичною до всіх векторів швидкості, вона буде лінією течії. Таким чином, лінія течії є миттєвою характеристикою руху рідини і характеризується тим, що вона є дотичною до векторів швидкості в послідовно розташованих точках потоку в даний момент часу.

Елементарна струминка рідини. Побудуємо навколо точки 1 (рис. 3.3) замкнений контур, що утворює нескінченно малий майданчик dS , а через всі точки проведемо лінії течії. Ці лінії утворять елементарну трубку (рис. 3.3).

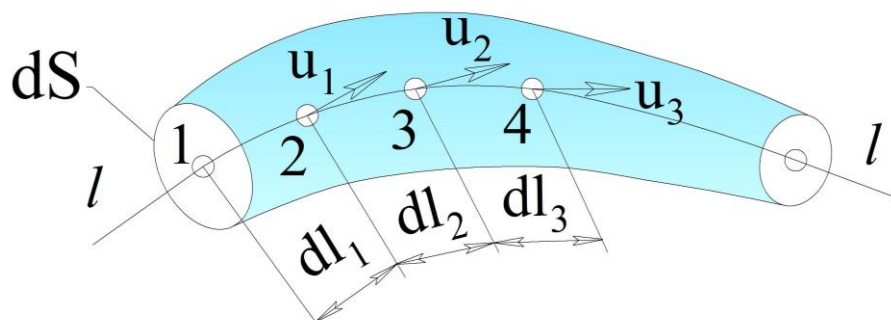


Рисунок 3.3 – Елементарна трубка.

Якщо через кожну точку поперечного перерізу dS цієї трубки проходять частинки рідини, які заповнюють трубку, одержимо елементарну струминку рідини.

3.4 Властивості елементарної струминки при (стаціонарному) встановленому русі рідини

1. *Властивість.* Форма елементарної струминки з часом залишається незмінною, так як вигляд лінії течії з яких складається струминка при встановленому русі з часом не змінюється.

2. *Властивість.* Бічна поверхня струминки непроникна для інших частинок рідини.

Припустимо, що якась частинка рідини A рухається в напрямку даної елементарної струминки і намагається проникнути в середину цієї струминки (рис. 3.4).

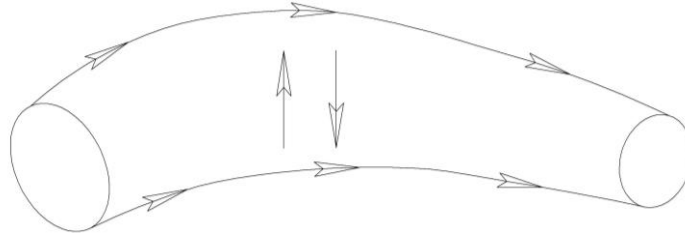
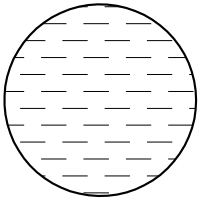


Рисунок 3.4. – Бічна поверхня елементарної струминки.

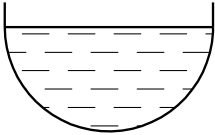
Оскільки струминка обмежена по контуру лініями течії, до яких вектори швидкості є дотичними, то частинка рідини не зможе пройти всередину струминки. Вона змінить напрям і буде рухатись по дотичній лінії, тобто в напрямку вектора швидкості. Звідси можна зробити важливий висновок, що жодна частинка рідини не може пройти всередину елементарної струминки або вийти з неї через бічну поверхню струминки. Частинки рідини можуть надходити в струминку або виходити з неї лише через її поперечний переріз.

3. *Властивість.* В поперечному перерізі струминки швидкість частинок рідини мають однакове значення. Це виходить з того, що завдяки нескінченно малому розміру поперечного перерізу dS елементарної струминки градієнт швидкості $\frac{du}{dy} \rightarrow 0$ тобто $\lim_{dy \rightarrow 0} \frac{du}{dy} = 0$, а значить $u = const$.

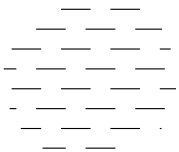
Потік рідини, тобто сукупність елементарних струминок, залежно від того, чим обмежений потік рідини розділяють на:



напірні потоки (*напірний рух*) - це такий рух, коли потік обмежений жорсткими стінками з усіх боків, при цьому в будь-якій точці потоку тиск відрізняється від атмосферного зазвичай у більшу сторону, але може бути і меншим атмосферного;



безнапірні потоки (*безнапірний рух*) відрізняються тим, що потік має вільну поверхню. Безнапірний рух відбувається під впливом сил тяжіння самого потоку рідини. Тиск в таких потоках приблизно однаковий і відрізняється від атмосферного лише за рахунок глибини потоку;



якщо потік рідини з усіх боків обмежений повітрям або іншим газом його називають *вільним струменем*.

3.5 Гідравлічні елементи струминки і потоку рідини

Живим перерізом – називається елементарно малий майданчик dS , що є площею поперечного перерізу струминки, нормальної до лінії течії (рис. 3.5).

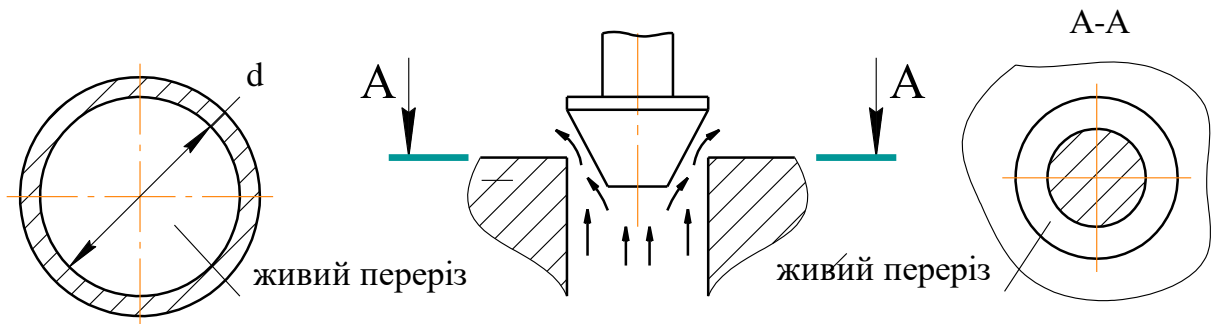


Рисунок 3.5. – Ілюстрація живого перерізу.

Для струминки площа живого перерізу позначається dS , а для потоку рідини $S = \int_s ds$

Витрата рідини. Витратою елементарної струминки або елементарною витратою називається об'ємна кількість рідини, що проходить за одиницю часу через живий переріз елементарної струминки.

Розглянемо елементарну струминку (рис. 3.6).

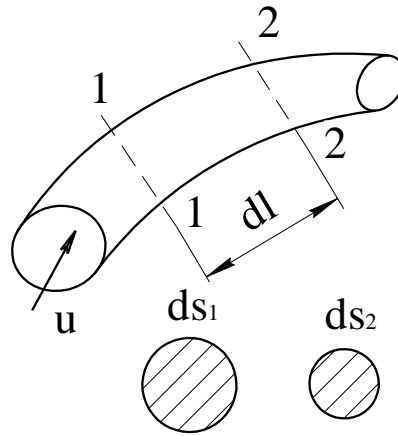


Рисунок 3.6 – Елементарна струминка.

Доведемо, що витрата елементарної струминки dQ дорівнює площі живого перерізу струминки ds , помноженій на швидкість руху частинок в розглянутому перерізі струминки: $dQ = dsu$.

Уявімо, що в перерізі 1-1 швидкість руху частинок рідини u . Тоді, через деякий проміжок часу dt частинки рідини, що знаходяться в перерізі 1-1 рухаючись із швидкістю u , перемістяться в перерізі 2-2, пройшовши шлях dl .

З цього випливає, що за час dt через живий переріз елементарної струминки ds пройде кількість рідини, що дорівнює об'єму циліндра $ds dl$.

Тобто, $dQ = dsdl$, а оскільки $u = \frac{dl}{dt}$ тоді $dQ = dsu$.

Так як потік рідини – це сукупність струминок, то витрата рідини в потоці дорівнює сумі витрат елементарних струминок

$$Q = \int_s u ds.$$

Для того, щоб визначити витрату Q потрібно знати закон зміни місцевої швидкості по живому перерізу потоку.

Частіше всього цей закон невідомий, тому в гідравліці вводять поняття середньої швидкості V , це така уявна швидкість, яка однакова для всіх частинок рідини в даному живому перерізі і забезпечує таку ж саму витрату як і дійсний розподіл місцевих швидкостей (рис. 3.7).

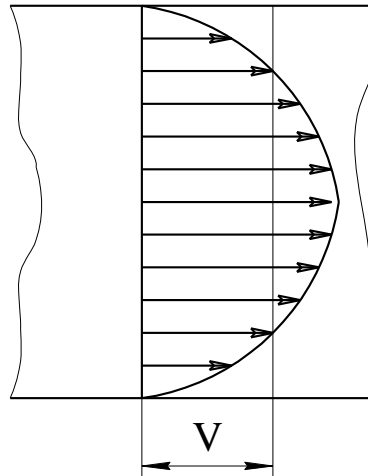


Рисунок 3.7. – Розподіл місцевих швидкостей по живому перерізу потоку.

$$V = \frac{1}{S} \int u ds = \frac{Q}{S} \rightarrow Q = V \cdot S$$

$$Q \text{ (м}^3\text{/с), (л/с), (м}^3\text{/год), (л/хв.)}$$

$$1\text{м}^3=1000\text{л, } 1\text{л}=10^{-3}\text{м}^3.$$

Для газів зручніше використовувати не об'ємну витрату, а масову витрату M або вагову витрату.

$$M = \rho \cdot Q \text{ кг/с,}$$

$$G = \rho \cdot g \cdot Q \text{ Н/с.}$$

3.6 Рівняння нерозривності для струминки і потоку нестисливої і стисливої рідини

Користуючись властивостями елементарної струминки, виведемо рівняння нерозривності для струминки.

Розглянемо елементарну струминку (рис. 3.8).

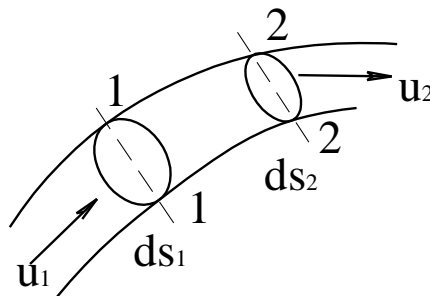


Рисунок 3.8 – Елементарна струминка.

Визначаємо перерізи 1-1 та 2-2.

Витрата рідини в перерізі 1-1 буде дорівнювати $dQ_1 = u_1 \cdot dS_1$, а для перерізу 2-2:

$$dQ_2 = u_2 \cdot dS_2.$$

Порівнявши витрати рідини в перерізах 1-1- та 2-2 dQ_1 та dQ_2 бачимо, що dQ_1 не може бути більшою dQ_2 оскільки рідина нестислива, та dQ_1 не може бути меншою dQ_2 , так як рідина суцільне безперервне середовище.

Тому, $dQ_1 = dQ_2 = dQ = const$

$u_1 \cdot dS_1 = u_2 \cdot dS_2 = u_3 \cdot dS_3 = \dots dQ = const$ рівняння нерозривності для струминки.

Тоді, рівняння нерозривності потоку нестисливої рідини буде мати вигляд:

$$V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2 = V_3 \cdot S_3 = \dots Q = const$$

Тоді, рівняння нерозривності потоку стисливої рідини буде мати вигляд:

$$\rho_1 \cdot V_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot V_2 \cdot S_2 = \rho_3 \cdot V_3 \cdot S_3 = \dots Q = const .$$

Аналогічно, можна записати

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1} .$$

І тому, при стаціонарному русі добуток площі живого перерізу потоку на середню швидкість є величиною постійною, причому середні швидкості потоку зворотно пропорційні площам відповідних живих перерізів. Витрата рідини у всіх перерізах потоку однакова.

3.7 Тестові завдання (до п. 3.1-3.7)

1. При вивченні руху рідин і газів використовують:

- 1) метод Лагранжа;
- 2) метод Ейлера;
- 3) метод Бернуллі;
- 4) метод Паскаля.

2. Напірний рух рідини існує:

- 1) в трубах з насосним подаванням рідини;
- 2) в річках і каналах;
- 3) в трубах, які заповнені рідиною неповністю.

3. Безнапірний рух рідини має місце: (вказати невірну відповідь)

- 1) у відкритих руслах;
- 2) якщо потік рідини має тверді стінки не з усіх боків;
- 3) якщо потік рідини має тверді стінки з усіх боків;
- 4) якщо рух рідини здійснюється під дією сил тяжіння;
- 5) якщо потік рідини має вільну поверхню.

11. Форма елементарної струминки змінюється протягом часу:

- 1) при рівномірному усталеному русі;
- 2) при нерівномірному усталеному русі;
- 3) при неусталеному русі;
- 4) завжди залишається постійною.

12. Живим перерізом елементарної струминки називають:

- 1) переріз, який розташований по дотичній до ліній течії;
- 2) переріз, який нормальний до ліній течії;
- 3) будь-який переріз струминки.

13. Вказати властивість, яка не притаманна елементарній струминці при усталеному русі рідини:

- 1) форма елементарної струминки не залежить від часу;
- 2) бокова поверхня струминки не пропускає будь-які частинки рідини;
- 3) в усіх точках живого перерізу струминки швидкості однакові, але при переході до іншого перерізу швидкості можуть змінюватись;
- 4) форма елементарної струминки не може залишатися постійною.

14. Вказати властивості, які притаманні елементарній струминці при не усталеному русі рідини:

- 1) форма елементарної струминки не залежить від часу;
- 2) бічна поверхня струминки не пропускає будь-які частинки рідини;
- 3) в усіх точках живого перерізу струминки швидкості однакові, але при переході до іншого перерізу швидкості можуть змінюватись;
- 4) форма елементарної струминки залежить від часу;
- 5) в усіх точках живого перерізу струминки швидкості мають різні значення.

15. Неусталеним рухом називають рух рідини, при якому виконуються залежності:

$$1. u = f(x, y, z); \quad 2) u = f(x, y, z, t); \quad 3) p = f(x, y, z, t); \quad 4) p = f(x, y, z).$$

16. Усталеним рухом називають рух рідини, при якому виконуються залежності:

$$1) u = f(x, y, z); \quad 2) u = f(x, y, z, t); \quad 3) p = f(x, y, z, t); \quad 4) p = f(x, y, z).$$

17. Рівняння нерозривності для двох перерізів елементарної струминки нестисливої рідини має вигляд:

$$\begin{aligned} 1) u_1 \cdot S_1 = u_2 \cdot S_2; & \quad 2) u_1 \cdot dS_1 = u_2 \cdot dS_2; & \quad 5) \rho_1 v_1 \cdot S_1 = \rho_2 v_2 \cdot S_2; \\ 3) \rho_1 u_1 \cdot dS_1 = \rho_2 u_2 \cdot dS_2; & \quad 4) v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2. \end{aligned}$$

18. Рівняння нерозривності для двох перерізів елементарної струминки стисливої рідини має вигляд:

$$\begin{array}{lll} 1) u_1 \cdot S_1 = u_2 \cdot S_2; & 2) u_1 \cdot dS_1 = u_2 \cdot dS_2; & 5) \rho_1 V_1 \cdot S_1 = \rho_2 V_2 \cdot S_2; \\ 3) \rho_1 u_1 \cdot dS_1 = \rho_2 u_2 \cdot dS_2; & 4) V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2. & \end{array}$$

19. Рівняння нерозривності для двох перерізів потоку нестисливої рідини має вигляд:

$$\begin{array}{lll} 1) u_1 \cdot S_1 = u_2 \cdot S_2; & 2) u_1 \cdot dS_1 = u_2 \cdot dS_2; & 3) \rho_1 u_1 \cdot dS_1 = \rho_2 u_2 \cdot dS_2; \\ 4) V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2; & 5) \rho_1 V_1 \cdot S_1 = \rho_2 V_2 \cdot S_2. & \end{array}$$

20. Рівняння нерозривності для двох перерізів потоку стисливої рідини має вигляд:

$$1) u_1 \cdot S_1 = u_2 \cdot S_2; \quad 2) u_1 \cdot dS_1 = u_2 \cdot dS_2. \quad 3) \rho_1 V_1 \cdot dS_1 = \rho_2 V_2 \cdot dS_2; \quad 4) v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2;$$

3.8 Питання для самоконтролю за розділом 3.

1. Що називають швидкістю “ ріdkої “ частинки, місцевою швидкістю?
2. Який рух рідини називають усталеним, неусталеним, рівномірним, нерівномірним ?
3. Що називають лінією течії? Чим відрізняється лінія течії від траєкторії?
4. В якому випадку лінії течії і траєкторії збігаються?
5. Чи можуть перетинатися лінії течії при усталеному русі?
6. Що називають трубкою течії, елементарною струминкою?
7. Які властивості має елементарна струминка при усталеному русі?
8. Що таке потік рідини?
9. Які існують гідравлічні елементи струминки і потоку рідини?
10. Що таке витрата рідини? Які існують види витрати рідини?
11. Що називають середньою швидкістю потоку і який фізичний зміст цього поняття?
12. Запишіть рівняння нерозривності для елементарної струминки і потоку стисливої і нестисливої рідини.

Розділ 4

ДИНАМІКА ІДЕАЛЬНОЇ І В'ЯЗКОЇ РІДИНИ

Динаміка рідини – розділ гідромеханіки, який вивчає закони руху рідини залежно від прикладених до них сил.

4.1 Диференційне рівняння руху ідеальної рідини (рівняння Л.Ейлера)

При русі нев'язкої рідини не виникає сил внутрішнього тертя, а отже в потоці немає дотичних напружень, що значно спрощує вивчення законів динаміки такого ідеального середовища. Вирішення деяких задач з використанням законів руху нев'язкої рідини досить точно описує і реальні явища, наприклад, обтікання тіл плавної форми – крила лопаті робочого колеса турбіни, а також служить вихідними даними для отримання рівнянь руху в'язкої рідини.

Розглянемо загальний випадок руху ідеальної рідини. Для цього в рідині вилучимо елементарний об'єм у формі паралелепіпеда з ребрами dx , dy , dz паралельними координатним вісям.

Розглянемо умови динамічної рівноваги цього об'єму.

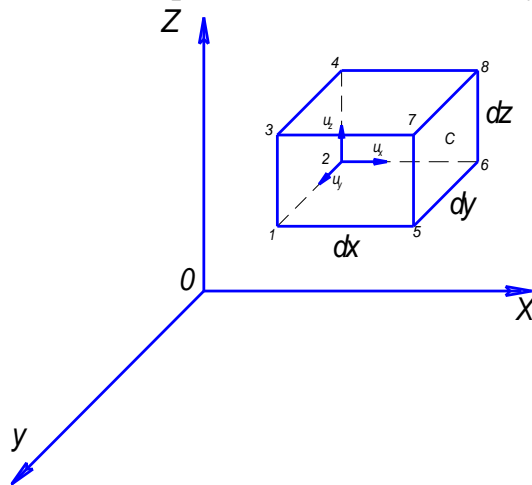


Рисунок 4.1 – Схема сил на елементарний об'єм рідини при динамічній рівновазі.

На даний об'єм діють поверхневі сили, обумовлені тиском сусідніх шарів рідини і масовою силою X , Y , Z .

Рівняння руху рідини одержують з рівняння спокою рідини (*диф. р-ня рівноваги Ейлера*) для цього до виділеного об'єму додаємо сили інерції, одиничні проекції яких відповідно дорівнюють:

$$j_x = \frac{du_x}{dt}, \quad j_y = \frac{du_y}{dt}, \quad j_z = \frac{du_z}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X = \frac{du_x}{dt} \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + Y = \frac{du_y}{dt} \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + Z = \frac{du_z}{dt} \end{array} \right. \text{отримане рівняння і є диференціальним рівнянням}$$

руху ідеальної рідини (рівняння Ейлера).

Ці рівняння показують, що прискорення рідкої частинки залежать від інтенсивності масових сил і внутрішнього тиску P . Якщо рідина нестислива, то ці рівняння мають чотири невідомих величини: три проекції швидкостей u_x , u_y , u_z і тиск P .

Для того, щоб цю систему замкнути, потрібно скласти четверте рівняння. Ним є диференціальне рівняння нерозривності, яке для нестислової рідини має вигляд:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0.$$

Дане рівняння показує, що при будь-якій деформації часток рідини одна і та ж маса завжди буде мати постійний об'єм.

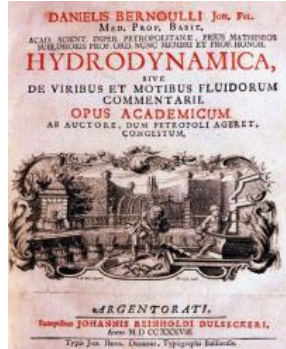
Якщо рідина стислива, то диференціальні рівняння руху рідини мають п'ять невідомих величин три проекції швидкостей u_x , u_y , u_z , тиск P і густину ρ . Щоб замкнути цю систему потрібно додати ще рівняння стану газу

$$\text{Клапейрона-Менделєєва } \rho = \frac{P}{RT}.$$

4.2 Рівняння Даниїла Бернуллі

Даниїл Бернуллі (Daniel Bernoulli) швейцарський вчений-математик, механік, фізик, фізіолог, медик, анатом. Народився 29 січня 1700 у сім'ї Йоганна Бернуллі і Доротеї Фалькнер в Гронінгені (Республіка Об'єднаних провінцій, тепер — Голландія), де батько тоді викладав математику в університеті. У 1713 р. закінчив звичайний курс навчання в класах Базельської гімназії. З юних років захопився математикою, спочатку навчався у батька і брата Ніколаса, паралельно вивчаючи медицину. У 1716 р. отримав звання магістра філософії. В 1718 р. перейшов у Гейдельберську академію, у якій під керівництвом видатного лікаря Нобеля вивчав усі розділи медицини, а в 1719 році навчався у Стразбурзі. В 1738 році опублікував свою знамениту працю «Гідродинаміка або Записки про сили і рухи рідин» (Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum commentarii), у якій сформулював основи механіки

рідини. В цьому творі Бернуллі вперше ввів поняття роботи і коефіцієнта корисної дії, представив рівняння стаціонарного руху ідеальної рідини (рівняння Бернуллі), виклав ідеї кінетичної теорії газів. Понад 50 років займався вивченням коливань, обґрунтував положення про те, що сумарне коливання системи дорівнює сумі простих гармонійних коливань (принцип суперпозиції).



Чим більша швидкість потоку рідини (газу), тим менший її тиск.

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = const$$

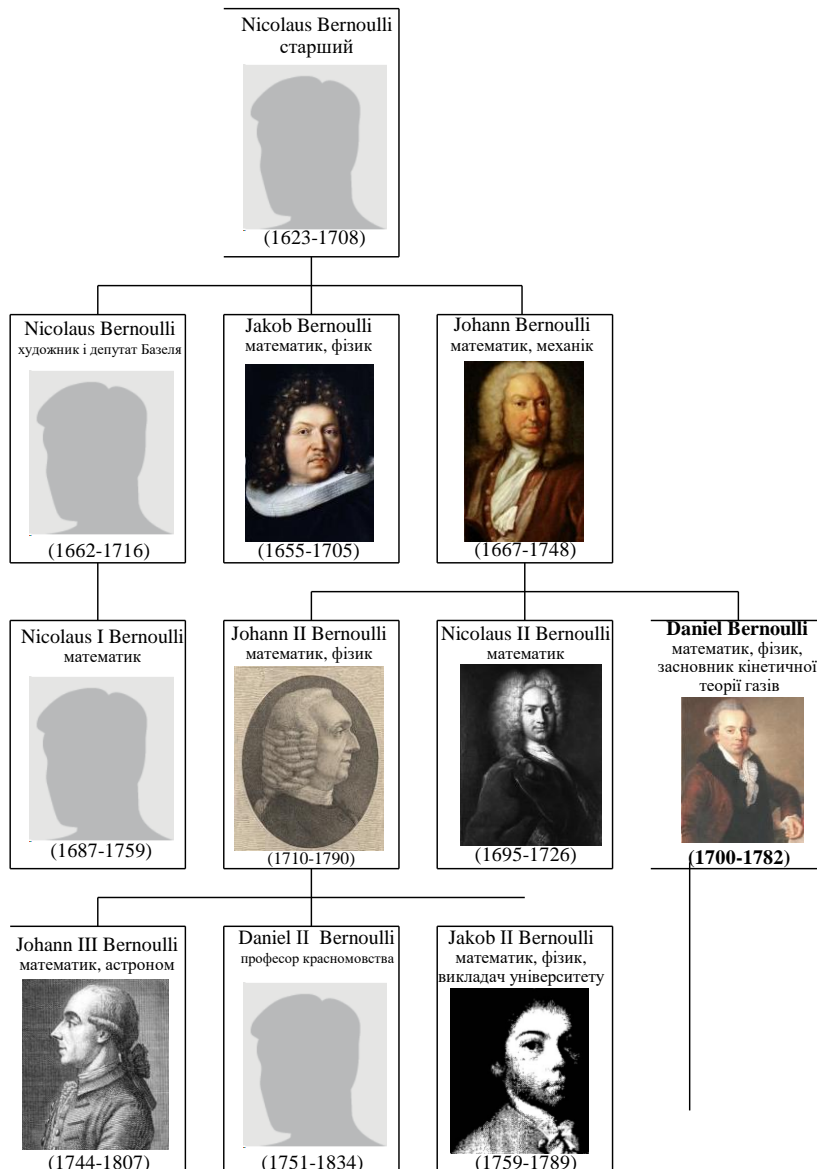


Рисунок 4.2 - “Генеалогічне древо родини Бернуллі”.

Розглянемо елементарну струминку ідеальної рідини, що знаходиться у встановленому русі. Для дослідження скористаємось диференціальним рівнянням нерозривності та помножимо його на dx , dy , dz відповідно і складемо:

$$-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) + Xdx + Ydy + Zdz = \frac{du_x}{dt} dx + \frac{du_y}{dt} dy + \frac{du_z}{dt} dz$$

Оскільки ми розглядаємо встановлений рух, в якому гідродинамічний тиск P не залежить від часу, то тричлен в дужках являє собою повний диференціал тиску

$$\frac{1}{2} d(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) = \frac{1}{2} du^2$$

або остаточно

$$\frac{1}{2} du^2 + \frac{1}{\rho} dp - dU = 0.$$

Отримане диференціальне рівняння встановлює зв'язок між швидкістю частки u , тиском p та силовою функцією U для частинки рідини, що знаходиться в русі.

Про інтегрувавши останнє рівняння отримаємо:

$$\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} - U = const - \text{рівняння Д. Бернуллі.}$$

Використавши отриману залежність для випадку коли на рідину діє лише сила тяжіння

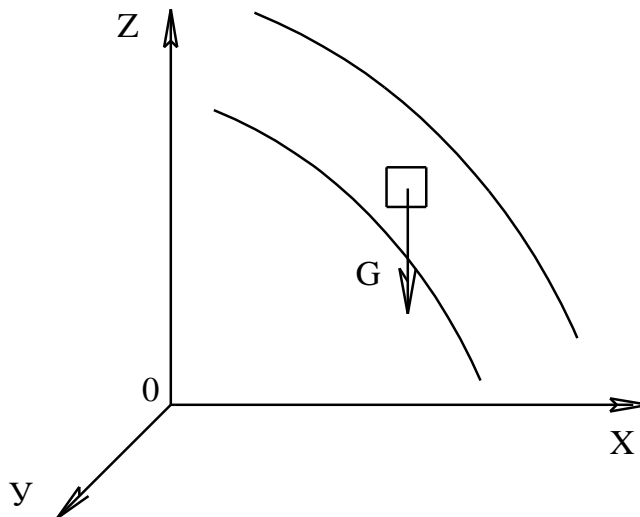


Рисунок 4.3 – Ілюстрація руху елементарної струминки при умові дії сили тяжіння.

Тоді силова функція, що відповідає силі тяжіння може бути представлена у вигляді:

$$U = -gz$$

тоді:

$$\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = const$$

і остаточно рівняння Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = const .$$

4.3 Геометричний та фізичний сенс рівняння Бернуллі для ідеальної та реальної струминки рідини

При вирішенні інженерних задач доводиться мати справу з реальною (в'язкою) рідиною. В'язкість обумовлює опір руху і, як наслідок, викликає втрату частини енергії, що міститься в рухомій струминці.

В ідеальній рідині, в якій в'язкість і, відповідно опір руху відсутній повна питома енергія по довжині струминки постійна

І навпаки, в в'язкій рідині енергія по довжині струминки зменшується, переходячи в результаті тертя в теплову енергію.

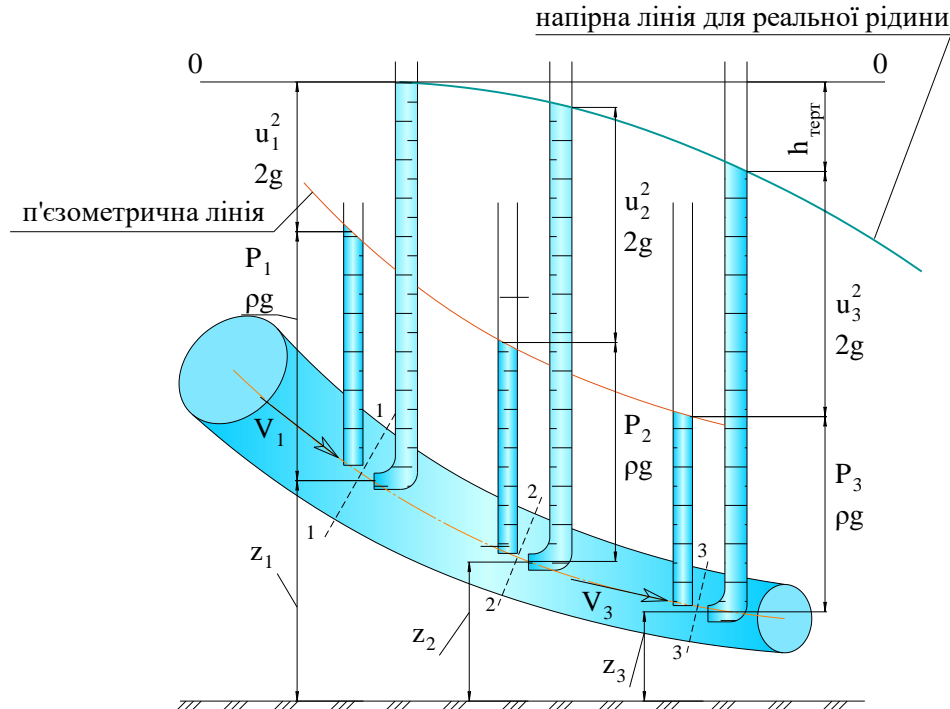


Рисунок 4.4 – Схема гідравлічного тлумачення рівняння Бернуллі.

Якщо в перерізі 1-1 повна питома енергія E_1 , то в перерізі 2-2 повна питома енергія E_2 буде менше E_1 внаслідок витрати частини енергії на

подолання опору руху.

$$z + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} > z + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}$$

Якщо втрату повної питомої енергії по довжині струминки між перерізами 1-1 та 2-2 через h_m . Тоді дану втрату можна визначити як різницю повних питомих енергій в перерізах 1-1 та 2-2.

$$h_T = \left(z + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} \right) - \left(z + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} \right),$$

звідки

$$z + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_T.$$

Останнє рівняння є рівнянням Бернуллі для елементарної струминки в'язкої рідини.

На рис. 4.5 а представлена схема елементарної струминки реальної рідини, по вісі якої в трьох перерізах встановлені трубки Піто, і якби дана струминка була ідеальною рідиною то рівні в трубках Піто лежали б в напірній площині на висоті повного напору.

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = const.$$

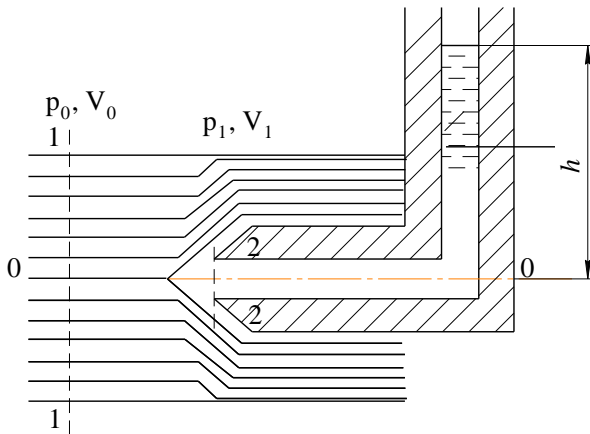


Рисунок 4.5 – Принцип роботи трубки Піто для вимірювання швидкісного напору.

На рис. 4.5 б бачимо, що трубка Піто являє собою Г-подібну трубку, яку встановлюють назустріч потоку рідини. Так, в перерізі 1-1 величини швидкості та гідродинамічного тиску дорівнюють початковим значенням V_0 , P_0 , а в перерізі 2-2 вже V_1 , P_1 , завдяки чому рівень рідини буде вищим ніж в п'єзометрі на величину швидкісного напору.

З геометричної точки зору:

z – геометрична висота;

$\frac{p}{\rho g}$ – п'єзометрична висота, котра дорівнює висоті піднімання рідини в

п'єзометрі;

$\frac{u^2}{2g}$ – швидкісна висота, котра дорівнює різниці рівнів рідини в трубці

Піто і п'єзометрі.

І для ідеальної рідини сума трьох висот – геометричної, п'єзометричної і швидкісної для будь-якої частки рідини завжди стала величина.

Щоб визначити фізичний зміст рівняння Бернуллі помножимо його на секундну вагову витрату

$$\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} \right) \rho g dQ \cdot l = l.$$

З фізичної точки зору:

z – геометричний напір;

$\frac{p}{\rho g}$ – питома потенційна енергія тиску;

$\frac{u^2}{2g}$ – питома кінетична енергія.

Тоді, сума питомої потенційної та кінетичної енергії для будь якої рухомої частки ідеальної рідини завжди стала величина, тобто рівняння Бернуллі є рівнянням збереження енергії.

4.4 Плавно змінний рух

Рівняння Бернуллі для цілого потоку реальної рідини виводиться і є вірним при умові плавно змінного руху.

Це такий рух рідини, при якому лінії течії майже паралельні між собою тобто кут розходження між ними дуже малий

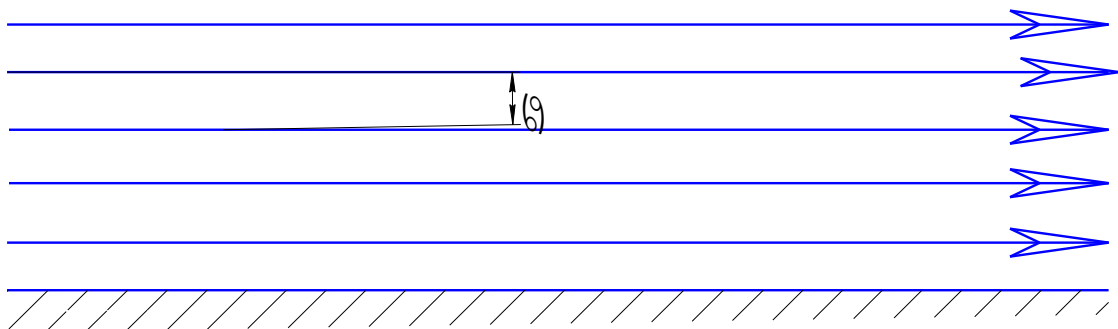


Рисунок 4.6. – Лінії течії при плавнозмінному русі.

Такий рух має деякі особливості:

1. Лінії течії можна вважати прямими лініями.

Для такого руху $u_x = u$, $u_y = 0$, $u_z = 0$

Внаслідок чого рівняння руху рідини:

$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X = \frac{du_x}{dt} \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + Y = 0 \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + Z = 0 \end{cases}$$

Аналізуючи рівняння руху бачимо, що 2 і 3 рівняння співпадають з рівнянням спокою рідини, а це означає, що в площині zoy (поперечний переріз) тиск змінюється за гідростатичними законами.

Тобто, виконується основне рівняння гідростатики:

$$z + \frac{p}{\rho g} = const \text{ або } p = p_0 + \rho gh.$$

4.5 Рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини

Далі будемо розглядати плавно змінний потік в'язкої рідини, що складається із сукупності елементарних струминок. Для того щоб визначити енергію потоку рідини, потрібно скласти повну енергію всіх елементарних струминок, що складають потік.

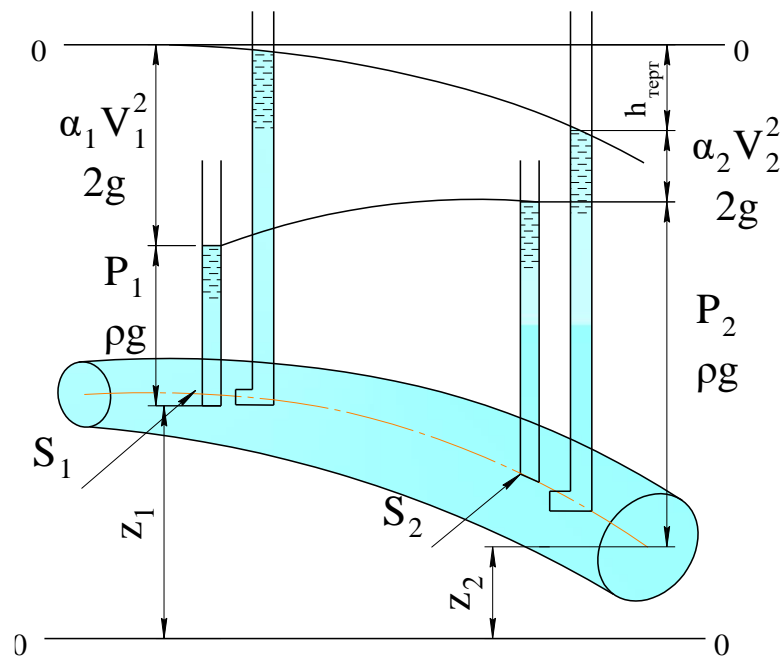


Рисунок 4.7.– Геометричне тлумачення рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини.

Повна енергія струминки в перерізах 1-1 та 2-2:

$$\left(\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 \rho g \right) dQ = \left(\frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_T \rho g \right) dQ$$

Отже, кінетична енергія струминки:

$$e_k = \frac{u^2}{2g} \rho g dQ - \frac{u^2}{2g} \rho u dS = \frac{\rho}{2} u^3 ds$$

Тоді, дійсна кінетична енергія для потоку рідини: $E_\delta = \frac{\rho}{2} \int_s u^3 ds$

Для того, щоб визначити „умовну” кінетичну енергію E_y потрібно знати закон зміни швидкості по живому перерізу потоку. Оскільки, він частіше всього невідомий, тому замість дійсної кінетичної енергії визначаємо умовну, що рухається із середньою швидкістю V .

$$E_y = \frac{\rho}{2} \int_s V^3 ds = \frac{\rho V^2 Q}{2}.$$

Поділивши вираз для дійсної кінетичної енергії на вираз для умовної кінетичної енергії, отримаємо коефіцієнт α , що називається коефіцієнтом нерівномірності розподілу швидкостей по живому перерізу потоку.

$$\alpha = \frac{E_\delta}{E_y}.$$

Даний коефіцієнт залежить від режиму течії рідини і визначається експериментально. Для турбулентного режиму середнє значення коефіцієнта нерівномірності приймається рівним 1,05...1,10, а для ламінарного дорівнює 2.

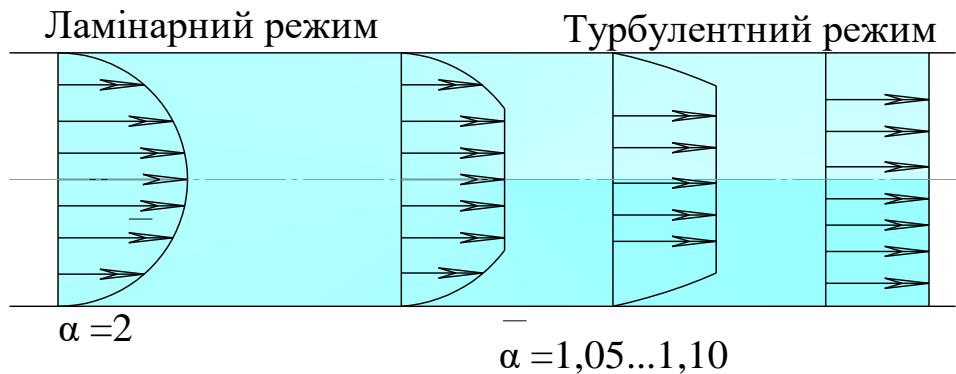


Рисунок 4.8 – Режимы течії рідини.

Тоді остаточно рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини буде мати вигляд:

$$z + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_T.$$

4.6 Методика використання рівняння Д. Бернуллі при розв'язанні задач

Записати рівняння Д.Бернуллі у загальному вигляді:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\omega_{1-2}}.$$

Аналізуючи гідравлічну схему, обрати два конкретні перерізи, для яких відома найбільша кількість гідравлічних елементів. Обираючи перерізи можна користуватись такими порадами:

- якщо в системі є бак з рідиною, то в якості одного з перерізів можна вибрати вільну поверхню рідини в баку тому, що швидкістю руху рідини в баку можна знехтувати, а тиск на вільній поверхні майже завжди відомий - частіше всього дорівнює атмосферному тискові;
- якщо в системі кінцевий переріз трубопроводу виходить в атмосферу, то в цьому перерізі абсолютний тиск дорівнює атмосферному, або надлишковий тиск дорівнює нулю;
- переріз, де розташований той чи інший прилад для вимірювання тиску: манометр, вакуумметр, п'єзометр;
- нерухоме повітря перед входом в трубу, в яку всмоктується повітря з атмосфери.

Пронумерувати перерізи за шляхом руху рідин (але не навпаки) і позначити їх на гідравлічній схемі.

Вибрати площину відліку. Вона завжди горизонтальна і рекомендується проводити її через центр ваги нижчого з перерізів. Тоді, одна координата z буде дорівнювати нулю, а інші координати z будуть величинами додатними. Якщо трубопровід горизонтальний, то краще площину відліку провести через вісь трубопроводу. Потрібно пам'ятати, що вертикальна координата z завжди відлічується від площини відліку верх.

Показати площину(лінію) відліку на гідравлічній схемі, позначивши її цифрами 0-0.

Тиск p , що входить в праву і ліву частини рівняння, повинен бути заданий в одній системі відліку(абсолютній або надлишковій).

Сумарні втрати напору завжди записуються в правій частині рівняння Д. Бернуллі зі знаком "+".

8. Якщо рідина вважається ідеальною, то втратами напору нехтують, а коефіцієнти Коріоліса $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.

9. Для обраних перерізів записати конкретні значення гідравлічних параметрів і підставити в рівняння Д. Бернуллі і розв'язати задачу.

10. Якщо після підстановки в рівнянні Д. Бернуллі залишилось дві невідомі величини, то потрібно скористатися рівнянням нерозривності у

одному з виглядів:

$$v_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = v_2 \frac{\pi d_2^2}{4}, \quad \text{або} \quad v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2}, v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2},$$

і розв'язати задачу.

4.7 Інші форми запису рівняння Бернуллі

В одиницях тиску рівняння Бернуллі має вигляд:

$$\rho g z_1 + P_1 + \rho \frac{\alpha_1 V_1^2}{2} = \rho g z_2 + P_2 + \rho \frac{\alpha_2 V_2^2}{2} + \Delta P_{1-2} \text{ [Па];}$$

Для повітря дуже часто величиною ρdz – нехтують, тому рівняння Бернуллі має вигляд:

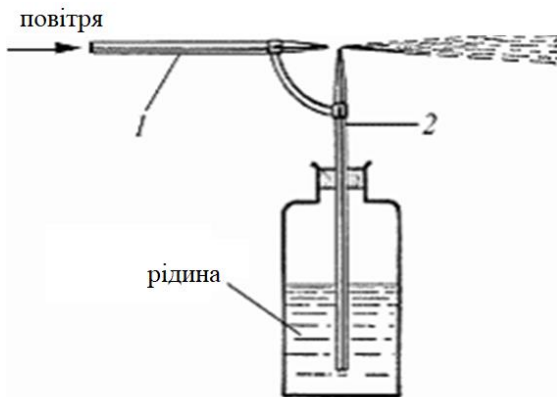
$$P_1 + \rho \frac{\alpha_1 V_1^2}{2} = P_2 + \rho \frac{\alpha_2 V_2^2}{2} + \Delta P_{1-2}.$$

Для рівномірного руху рідини, тобто в трубі постійного діаметру рівняння Бернуллі має вигляд:

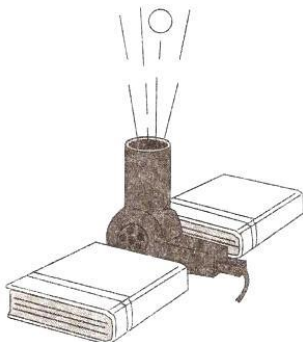
$$\rho g z_1 + P_1 = \rho g z_2 + P_2 + \Delta P_{1-2} \text{ так як } V_1 = V_2.$$

Увага, всі ці формули можна використовувати лише для усталеного руху рідини.

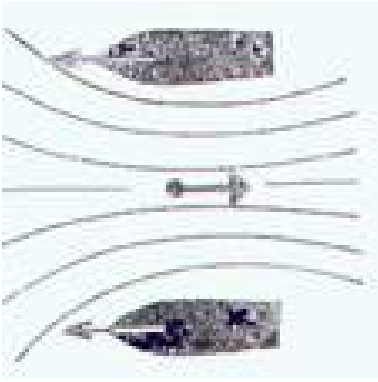
4.8 Приклади дії закону Бернуллі



В пульверизаторі застосовується головний наслідок закону Бернуллі: із зростанням швидкості відбувається зростання динамічного тиску та падіння статичного тиску. В капіляр пульверизатора вдувається повітря або пара. Вдування знижує атмосферний тиск в капілярі, і рідина з балону пульверизатора під дією більшого атмосферного тиску піднімається в капілярі. Після чого вона розпилюється струменем повітря.

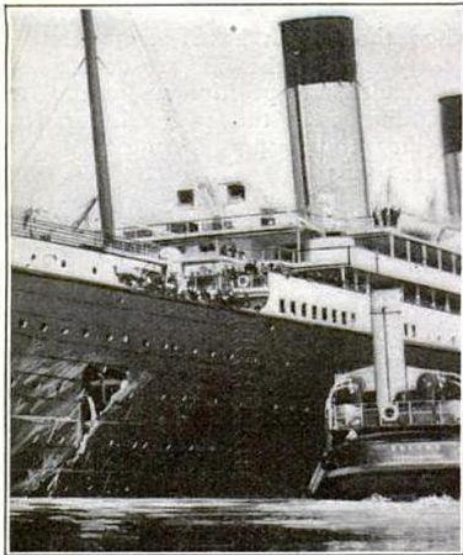


Кулька для пінг-понгу стійко утримується у вертикальному струмені повітря, так як тиск в струмені менше атмосферного, який і притискає її до струменя, не даючи йому впасти.



Судна, що йдуть паралельним курсом, притягуються один до одного, що є причиною багатьох морських катастроф

Це пояснюється зниженням тиску між судами через більшу швидкості води у звуженому просторі між ними. Восени 1912 р. океанський корабель «Олімпік» плив у відкритому морі, а майже паралельно йому, на відстані сотні метрів, броненосний крейсер «Гаук». Раптом він, не слухаючись руля, рушив прямо на «Олімпік». Відбулося зіткнення. «Гаук» проробив у борті «Олімпіка» велику пробоїну рис. 4.9.



The Hole in the "Olympic," the Damage Below the Waterline being Much Greater Than That Above



The Bow of the "Hawke," the Damage being so Great That the Ram Has Been Mashed Flat

Рисунок 4.9.– Пошкодження отримані човнами «Гаук» та «Олімпік».



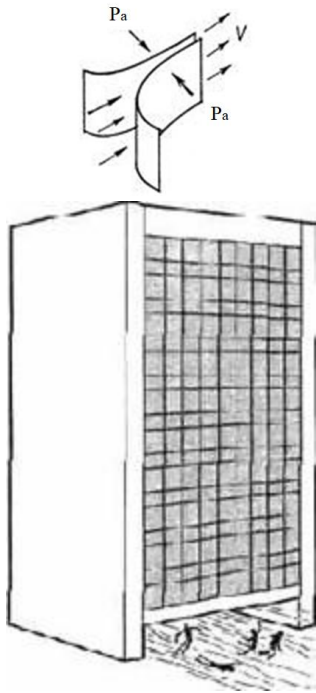
Якщо дути на лист паперу вздовж його поверхні, можна побачити, що папір стане підніматися вгору.

Це відбувається через зниження тиску в струмені повітря над папером

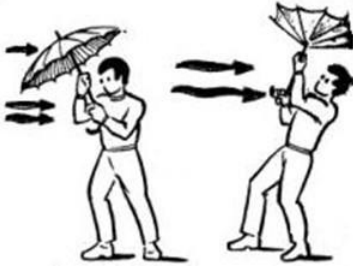
Якщо подути між двома аркушами паперу, що дотикаються один одного, то вони не розійдуться, як здавалося б, а навпаки, притуляться один до одного.

Коли ми вдуваємо повітря між листками, тиск

що утворюється між ними буде меншим ніж атмосферний, тому цим тиском аркуші зведе разом.

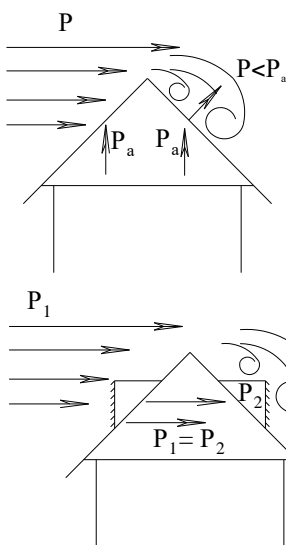


Вітер під будівлею. У США був запропонований проект житлового будинку, в якому під житловими поверхами, був залишений простір. Зовні такий будинок виглядає вельми привабливо, але він виявився абсолютно непридатним для вітряних районів. Одна з таких будівель була збудована на території Массачусетського технологічного інституту. І от коли подули весняні вітри, швидкість вітру під будівлею досягла 160 км/год.



У дощову вітряну погоду, кожен з нас помічав, що розкриті парасольки іноді вивертаються навиворіт "Чому це відбувається? Аналогічну дію має на дахи будинків сильний ураган

Потік повітря, що набігає на вигнуту поверхню парасольки, рухається своєрідною трубою, яка звужується з більшою швидкістю, ніж повітря в нижній частині, отже тиск знизу більше, ніж вгорі, і зонт вивертається.



При обтіканні даху потоками повітря, із зворотного боку, в зоні вихору, неминуче буде утворюватися зона низького тиску. В даній зоні тиск може бути значно меншим за атмосферний. Тиск, що знаходиться в середині будівлі, буде створювати підйомну силу, через що покрівля почне «спливати», а потоки повітря, що набігають зсунуть дах з будівлі.

Для запобігання такому явищу, на даху влаштовують «слухові вікна» (на ім'я інженера Слухова) які без перешкод пропускають потоки повітря в середину і тим самим вирівнюється тиск ззовні та в середині будівлі.

4.9 Приклади вирішення задач (до п. 4.1-4.8)

Приклад 1. Визначити тиск p_{1-1} в перерізі 1-1 горизонтально розташованого сопла гідромонітора (див. рис.), що необхідний для придання швидкості води в перерізі 2-2 $V_{2-2} = 40$ м/с, якщо швидкість води в перерізі 1-1 становить $V_{1-1} = 3$ м/с

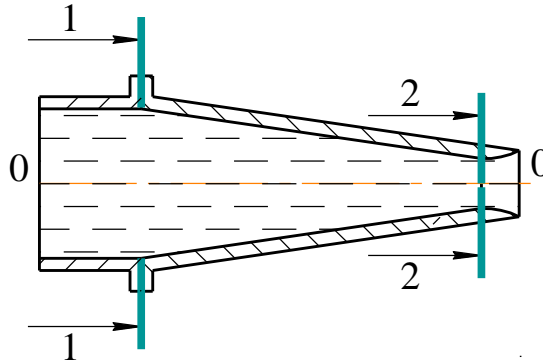


Рисунок 4.10.

Рішення. Приймаємо тиск в перерізі 2-2 рівному атмосферному. Площину порівняння проведемо по осі сопла, тоді питома енергія $z_1 = z_2 = 0$, в цьому випадку рівняння Бернуллі прийме вигляд:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$p_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}(V_2^2 - V_1^2) = 101300 + \frac{1000}{2}(40^2 - 3^2) = 896800 \text{ Па} = 9,14 \text{ кгс/см}^2$$

Приклад 2. Визначити діаметр d звуженої частини горизонтального трубопроводу, при якому вода підніметься на висоту $h=3,5$ м. При цьому витрата води становить $Q=6$ л/с, діаметр широкої частини трубопроводу $D=10$ см.

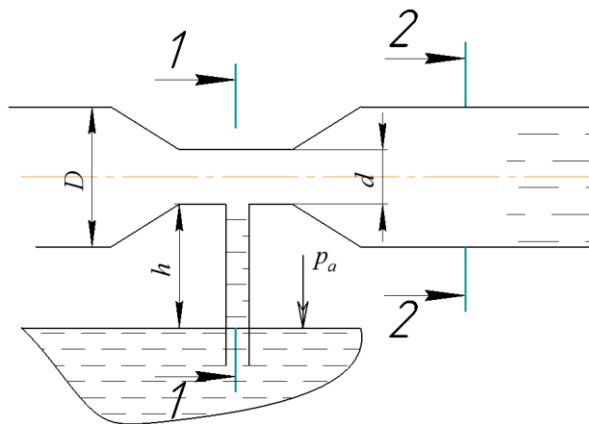


Рисунок 4.11.

Рішення. Прийmemo переріз 1-1 у вузькій частині труби, переріз 2-2 на виході з широкої частини трубопроводу, де тиск дорівнює атмосферному ($p_2 = p_a$). Площину порівняння поєднаємо з віссю труби, тоді $z_1 = z_2 = 0$. З врахуванням

цього рівняння Бернуллі прийме вигляд

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}.$$

Для того щоб вода піднімалась з ємності на висоту h , питома енергія тиску на поверхні води в ємності $\frac{p}{\rho g}$ повинна бути більше на величину h , ніж питома енергія в перерізі 1-1

$$\frac{p_a}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + h.$$

Якщо розв'язати ці рівняння разом, то отримаємо:

$$\frac{V_1^2}{2g} = h + \frac{V_2^2}{2g}.$$

Використовуючи рівняння нерозривності та рівняння для визначення середньої швидкості, отримаємо:

$$V_1 = \frac{4Q}{\pi d^2}, \quad V_2 = \frac{4Q}{\pi D^2}.$$

Підставимо ці величини в останнє рівняння, та вирішимо його відносно діаметра звуженої частини, отримаємо:

$$d = \frac{D\sqrt{2QghD^2\pi + 4Q^2}}{ghD^2\pi + 2Q} = \frac{0,1\sqrt{2 \cdot 0,006 \cdot 9,81 \cdot 3,5 \cdot 0,1^2 \cdot 3,14 + 4 \cdot 0,006^2}}{9,81 \cdot 3,5 \cdot 0,1^2 \cdot 3,14 + 2 \cdot 0,006} = \frac{0,0114}{1,09} = 0,01$$

м.

Приклад 3. За допомогою водоміра Вентурі визначити витрату води Q , яка протікає по трубі діаметром $D=150$ мм, якщо діаметр вставки $d=100$ мм, а різниця п'єзометричних висот $H=760$ мм.

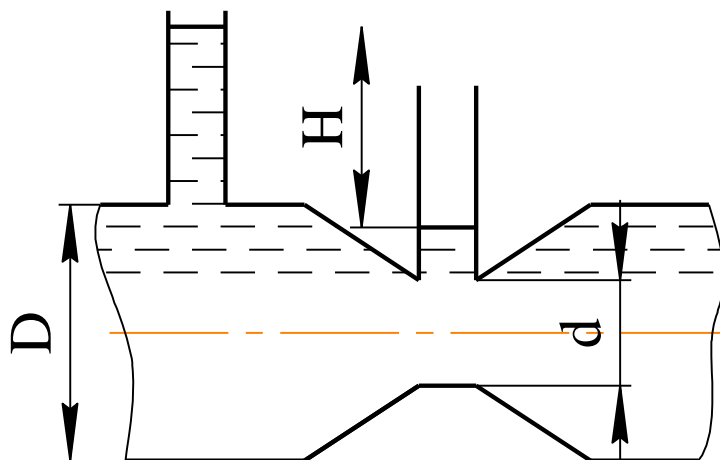


Рисунок 4.12.

Рішення. Для визначення витрати води скористаємось рівнянням Бернуллі для двох перерізів:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{\omega_{1-2}}.$$

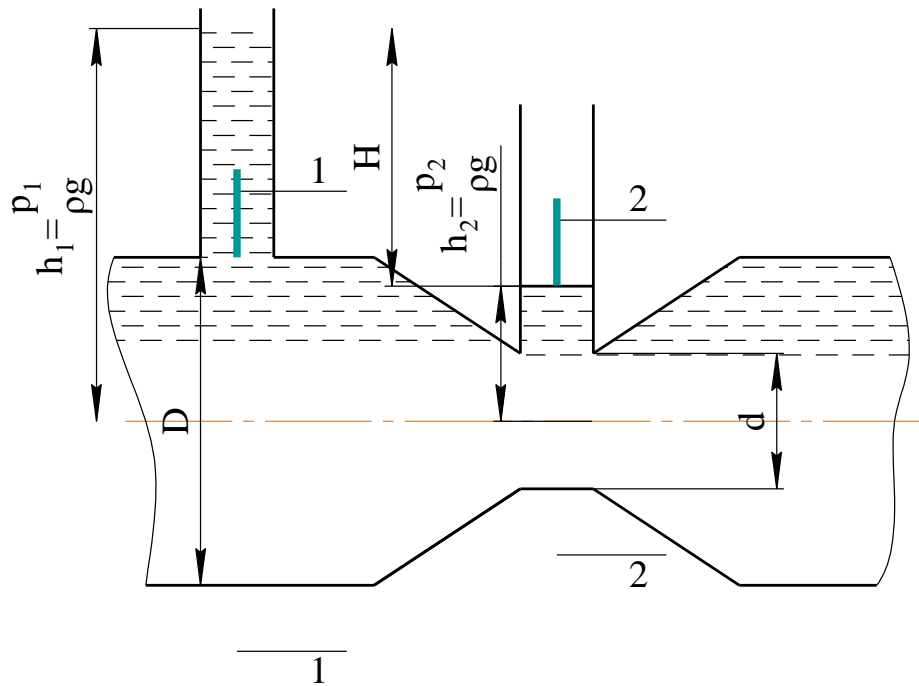


Рисунок 4.13.

Через малу відстань між перерізами 1-1 та 2-2 втратами енергії можна знехтувати. Для горизонтальної ділянки $z_1 = z_2$ коефіцієнт $\alpha = 1$.

Тоді, $\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$, або $\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}$

Використовуючи рівняння нерозривності

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{d^2}{D^2} \text{ та покази п'єзометрів } h_1 = \frac{p_1}{\rho g}, h_2 = \frac{p_2}{\rho g},$$

$$H = h_1 - h_2 = \frac{V_2^2}{2g} \left(1 - \frac{V_1^2}{V_2^2} \right) = \frac{V_2^2}{2g} \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right).$$

Оскільки $V_2 = \frac{Q}{S_2}$, можна записати $H = \frac{Q^2}{2gS_2^2} \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right)$ звідки

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{d^4}{D^4}}}$$

Так як фактична витрата буде дещо меншою, ніж теоретична, внаслідок втрат енергії, тоді

$$Q = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{d^4}{D^4}}}$$

де μ - поправочний коефіцієнт, $\mu=0,95\dots0,97$.

$$Q = 0,95 \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,76}{1 - \frac{0,1^4}{0,15^4}}} = 0,074 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Приклад 4. Визначити вагову та об'ємну витрату повітря в трубі з плавно звуженим входом і циліндричною частиною діаметром $D=200$ мм, якщо показання вакуумметра у вигляді вертикальної трубки, що опущена в ємність з водою, $h=250$ мм. Густина повітря $\rho=1,25$ кг/м³.

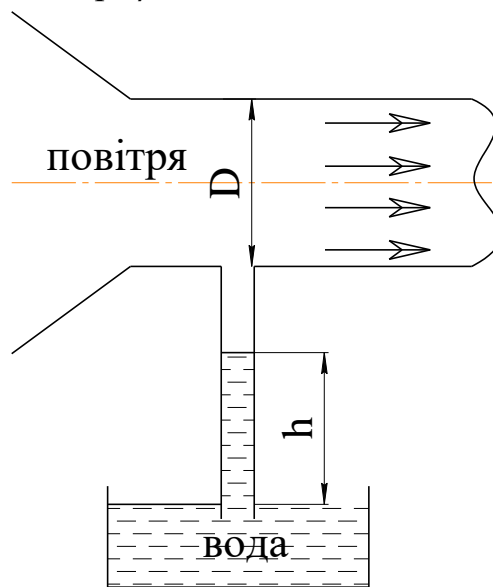


Рисунок – 4.14.

Рішення. Складемо рівняння Бернуллі для двох перерізів. Перший переріз виберемо на певній відстані від входу в конфузюр де швидкість повітря $V_1=0$, а тиск дорівнює атмосферному $p_1=p_a$. Другий переріз в місці приєднання вакуумметра, в якому $V=V_2$, тиск дорівнює $\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = h$.

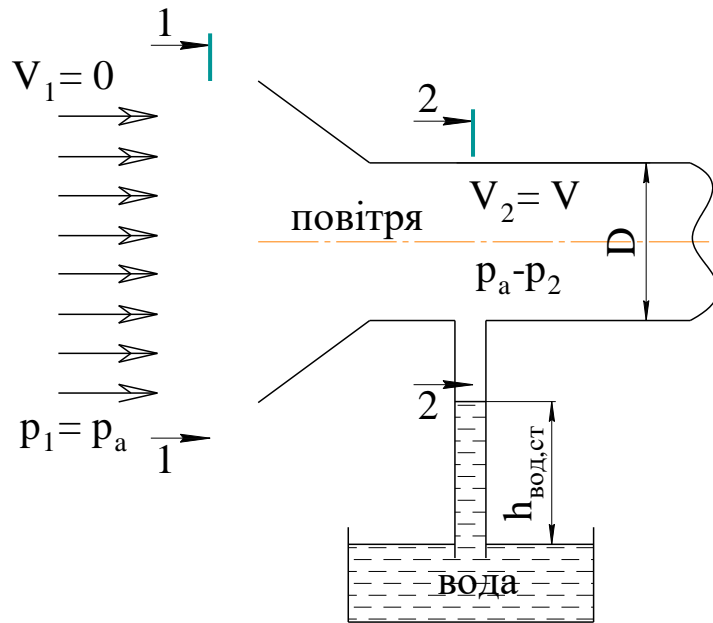


Рисунок 4.15.

Оскільки труба горизонтальна, то $z_1 = z_2$, то початкове рівняння Бернуллі

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}.$$

Прийме вигляд:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = h = \frac{V_2^2}{2g}.$$

Звідки V_2

$$V_2 = \sqrt{2g \cdot h_{нов}}.$$

Оскільки вакуумметр рідинний, та показує висоту підняття водяного стовпа, при умову, що в трубі рухається повітря, тому слід тиск водяного стовпа виразити в значенні повітряного стовпа.

$$\rho_{вод} g \cdot h_{вод} = \rho_{нов} g \cdot h_{нов},$$

Звідки

$$h_{нов} = \frac{\rho_{вод} \cdot h_{вод}}{\rho_{нов}} = \frac{1000 \cdot 0,25}{1,25} = 200 \text{ м. пов. стовп.}$$

Тоді швидкість повітря в трубі:

$$V_2 = \sqrt{2g \cdot h_{нов}} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 200} = 62,64 \text{ м/с.}$$

Об'ємна витрата повітря складе:

$$Q = V \cdot S_{mp} = \frac{V \cdot \pi \cdot d^2}{4} = \frac{62,64 \cdot 3,14 \cdot 0,2^2}{4} = 1,96 \text{ м}^3/\text{с.}$$

Вагова витрата

$$G = \rho \cdot g \cdot Q = 1,25 \cdot 9,81 \cdot 1,96 = 24,0 \text{ Н/с.}$$

4.10 Режими руху рідин

В інженерній практиці зустрічаються два режими руху рідин: ламінарний (від лат. lamina – шар) – рідина рухається окремими шарами (струминками) без перемішування, і турбулентний (від лат. turbulentus – безладний) – рідина рухається з перемішуванням частинок рідини, струминність потоку порушується. Прикладами ламінарного руху рідин є рух рідин з великою в'язкістю, а саме: нафти, мазуту, рух підземних вод у порах водоносних пластів і т. ін. Турбулентний режим руху рідин має місце при русі, наприклад, води в каналах, трубопроводах. Це явище було проілюстроване в 1883 р. англійським фізиком О. Рейнольдсом (*Osborne Reynolds*) на спеціальній установці (рис. 4.16).

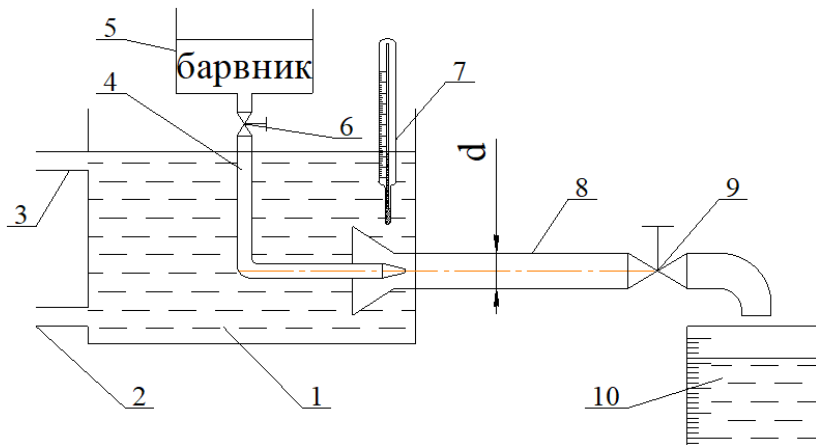


Рисунок 4.16. – Схема установки для дослідження режимів течії рідини.

Установка для дослідження режимів течії рідини складається з резервуару 1, скляної трубки 8 з краном 9 для регулювання швидкості течії води. Зливна труба 3, яка встановлюється для підтримання сталого рівня в резервуарі 1. Щоб рух рідини можна було спостерігати візуально, в трубу крізь капілярну трубку 4 додають розчину фарби. Витрата рідини в трубці 8 вимірюється за допомогою мірного пристрою 10. Температура води вимірюється термометром 7.

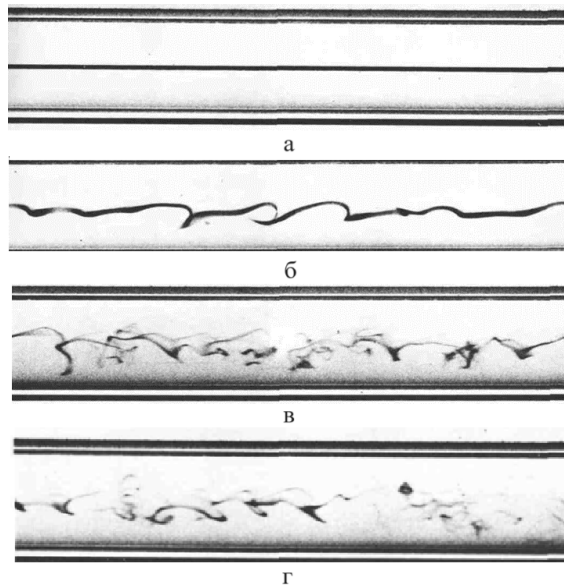


Рисунок 4.17. – Вигляд лінії течії при ламінарному та турбулентному режимі.

При малому відкритті крана 9 потік у трубі 8 буде рухатися з малою швидкістю, і якщо в нього по трубі 4 пустити барвник, то він утворить прямолінійну струминку, яка не буде змішуватися з оточуючою рідиною.

Такий рух називається ламінарним (рис. 4.17 а). При подальшому відкритті крана струмина барвника стане хвилеподібною (рис. 4.17 б), при ще більшому відкритті крана швидкість збільшиться, і в струминці з'являться розриви (рис. 4.17 в), а потім настане і повне руйнування струминки барвника, тобто барвник повністю змішається з рідиною в трубі 8 (рис. 4.17 г). Такий рух називається турбулентним.

Швидкість, при якій змінюється режим руху, називається критичною. Шляхом досліджень встановлено, що режим руху рідин характеризується числовим значенням безрозмірного параметра, який називається числом Рейнольдса Re .

Для круглих перерізів воно визначається рівнянням:

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu}$$

де V – середня швидкість руху рідини;

d – діаметр трубопроводу;

μ – динамічний коефіцієнт в'язкості.

З урахуванням співвідношення між динамічним μ та кінематичним ν коефіцієнтами в'язкості, вираз набере вигляду:

$$Re = \frac{V d}{\nu}$$

де ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини.

Для не круглих перерізів при напірній течії та круглих труб при безнапірній течії

$$Re = \frac{VD_2}{\nu}$$

де D_2 – гідравлічний діаметр.

У своїх дослідженнях Рейнольдс прийшов до висновку, що існує деяке критичне значення числа Re , яке відмежовує ламінарний режим руху від турбулентного. Це число для труб $Re_{кр.} = 2320$.

Якщо поступово збільшувати швидкість руху рідини, то при досягненні деякого числа Re режим буде залишатись ламінарним, але варто перетнути таку межу, режим течії стає турбулентним. Таке число називають верхнім критичним числом Рейнольдса $Re_{кр.в.}$.

Якщо поступово зменшувати швидкість руху рідини, тобто рухатись від турбулентного до ламінарного, то перехід відбувається при інших значеннях Re , більшим ніж $Re_{кр.}$. Таке число називають критичним нижнім числом Рейнольдса $Re_{кр.н.}$.

Якщо спостерігати перехід від ламінарного руху до турбулентного, виявляється, що верхня межа може доходити до $Re_{кр.} = 3800$. На практиці використовують нижнє число Re .



Рисунок 4.18. – Схема розташування режимів течії рідини.

Отже, для встановлення режиму руху рідини необхідно співставити фактичне число Рейнольдса, з критичним: якщо фактичне $Re < Re_{кр.}$, то рух ламінарний, якщо ж $Re > Re_{кр.}$ – рух рідини турбулентний.

У діапазоні $Re_{кр.н.} < Re < Re_{кр.в.}$ може існувати, як ламінарний(але нестійкий), так і турбулентний (але стійкий)

Основні ознаки режимів руху рідини можна наступні:

Ламінарний рух легше отримати коли:

- менша швидкість руху рідини
- великий діаметр труби;
- більша в'язкість рідини;
- великий густині рідини.

Турбулентний рух виникає при:

- великій швидкості руху рідини;
- менший діаметр труби;
- малій в'язкості рідини;
- меншій густині рідини.

Гідравлічний радіус – відношення площі живого перерізу потоку S до змоченого периметру χ .

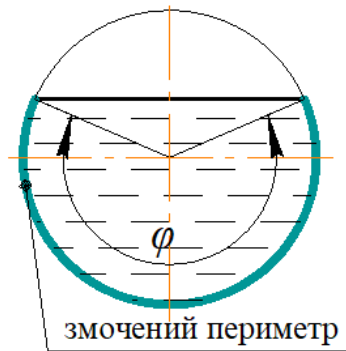


Рисунок 4.19.– Змочений периметр.

$$R_2 = \frac{S}{\chi}$$

Змоченим периметром називають протяжність твердих границь живого перерізу.

$$\chi = \pi \cdot D \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{D\varphi}{2} \text{ або } \chi = \pi \cdot D \frac{\varphi}{360}$$

Для напірної труби діаметром d , що працює повним перерізом:

$$R_2 = \frac{S}{\chi} = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4}$$

Гідравлічний радіус використовують при розрахунках руслових потоків.

Гідравлічний або еквівалентний діаметр – можна розглядати, як діаметр умовно круглої труби яка при тій же довжині і тій же витраті рідини, що і не в круглій трубі, дає однаковий з нею гідравлічний опір

$$D_2 = \frac{4S}{\chi}$$

Для круглої труби $D_2 = \frac{4 \frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = d$.

Гідравлічний діаметр вводиться для розрахунку течії у не круглих трубопроводах і в трубопроводах зі складною конфігурацією поперечного перерізу (вентиляційний трубопровід).

Визначення режиму руху рідини мають місце різні залежності між втратами енергії і середніми швидкостями руху. При ламінарному режимі втрати енергії по довжині пропорційні першій ступені швидкості, а при

турбулентному режимі руху знаходяться в межах від 1,75...2. Якщо позначити втрати енергії по довжині трубопроводу як h_d , то можна записати:

– при ламінарному режимі $h_d = bV^{m=1}$

– при турбулентному режимі $h_d = bV^{m=1,75...2}$

де b коефіцієнт пропорційності, який враховує вплив розмірів трубопроводу, роду рідини, та властивостей стінок;

m – враховує вплив швидкості руху рідини на втрати енергії потоку.

4.11 Приклади вирішення задач (до п. 4.10)

Приклад 1. Визначити режим течії рідини (повітря) у вентиляційній мережі, якщо переріз повітропроводу прямокутний і має сторони: $a=500$ мм , $b=250$ мм, $\nu = 15$ сСт; $V = 25$ м/с.

Рішення.

$$Re = \frac{VD_e}{\nu} = \frac{25 \cdot 0,5 \cdot 0,25}{15 \cdot 10^{-6}} = 125000$$

$Re=125000$ відповідає турбулентному режиму течії.

Приклад 2. Визначити при якій швидкості ламінарний режим перейде в турбулентний, якщо $d=50$ мм, $\nu= 25$ сСт.

Рішення.

Оскільки число Рейнольдса для турбулентного режиму $Re=13800$, то

$$Re = \frac{Vd}{\nu} \rightarrow V = \frac{Re \cdot \nu}{d} = \frac{13800 \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{0,05} = 6,9 \text{ м/с}$$

Приклад 3. Витрата рідини $Q = 180$ л/хвил, діаметр труби $d = 25$ мм, динамічний коефіцієнт в'язкості $\mu = 30$ сП, густина рідини $0,9$ г/см³. Визначити режим течії рідини.

Рішення.

Визначимо швидкість руху рідини:

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,003}{3,14 \cdot 0,025^2} = 6,11 \text{ м/с.}$$

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{900 \cdot 6,11 \cdot 0,025}{30 \cdot 10^{-3}} = 4582$$

$Re=4582$ відповідає турбулентному режиму течії.

4.12 Задачі для самостійного розв'язку

Задача 1. Визначити при якій швидкості турбулентний режим перейде в ламінарний, якщо діаметр труби $d = 100$ мм, а кінематична в'язкість $\nu = 15$ сСт.

Задача 2. Визначити при якій витраті ламінарний режим перейде в турбулентний, якщо $d = 150$ мм, $\nu = 2,5$ сСт.

Задача 3. Визначити при якій витраті турбулентний режим переохоче в ламінарний, якщо діаметр труби $d = 200$ мм, а кінематична в'язкість $\nu = 1,5$ сСт.

Задача 4. Визначити режим течії рідини в трубi квадратного перерізу, якщо сторона квадрата $a = 250$ мм, рідина – повітря, в'язкість повітря $\nu = 15$ сСт, швидкість повітря $V = 50$ м/с. Якою буде об'ємна витрата повітря?

Задача 5. Число Рейнольдса при русі повітря в трубi круглого перерізу $Re = 425600$, в'язкість повітря $\nu = 7$ сСт, діаметр повітропроводу $d = 400$ мм. Якою буде швидкість повітря?

Задача 6. Витрата води у водопровідній мережі $Q = 15$ л/с. Діаметр труби $d = 200$ мм. В'язкість води $\mu = 1,3$ сП. Густина води $\rho = 1000$ кг/м³. Визначити режим течії рідини.

Задача 7. Витрата робочої рідини $Q = 320$ л/хвил, швидкість рідини $V = 6$ м/с, Число Рейнольдса $Re = 25600$. Визначити діаметр труби.

Задача 8. Яким повинен бути діаметр труби, щоб ламінарний режим перейшов у турбулентний, якщо витрата рідини $Q = 120$ л/хвил, а $\nu = 7$ сСт?

Задача 9. Яким повинен бути діаметр труби, щоб турбулентний режим перейшов у ламінарний, якщо витрата рідини $Q = 180$ л/хвил, а $\nu = 10$ сСт.

Задача 10. З напірного баку вода тече по трубi (рис. 4.20) діаметром $d_1 = 20$ мм, а потім витікає в атмосферу через насадок діаметром $d_2 = 10$ мм. Надлишковий тиск повітря в ємності $p_0 = 0,18$ МПа; рівень води в ємності $H = 1,6$ м. Нехтуючи втратами енергії, визначити швидкість води в трубi v_1 і на виході з насадки v_2 .

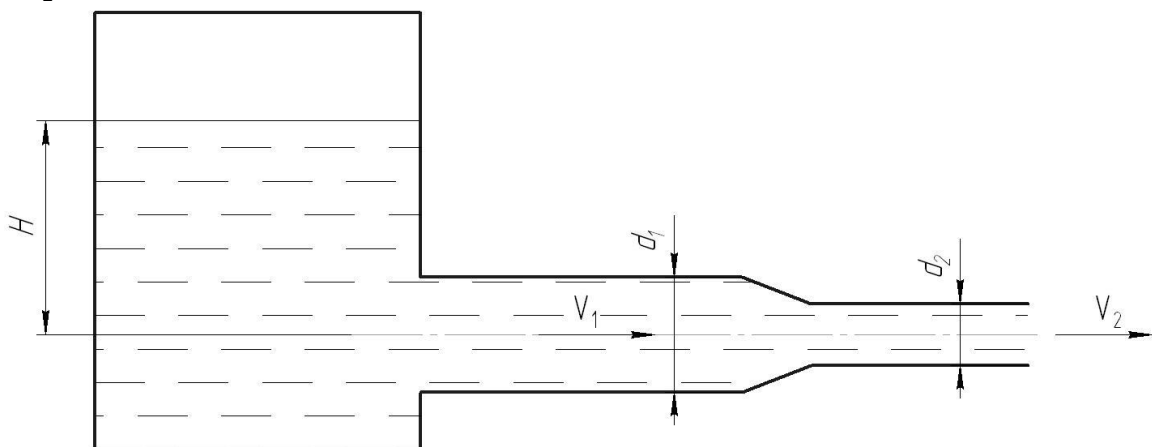


Рисунок 4.20.

Задача 11. Визначити тиск у перерізі 2-2, якщо $Q = 180$ л/хв; $d_1 = 40$ мм; $d_2 = 20$ мм; $p_1 = 180$ кПа; $H = 1,5$ м; $\rho = 900$ кг/м³. Втрати не враховувати.

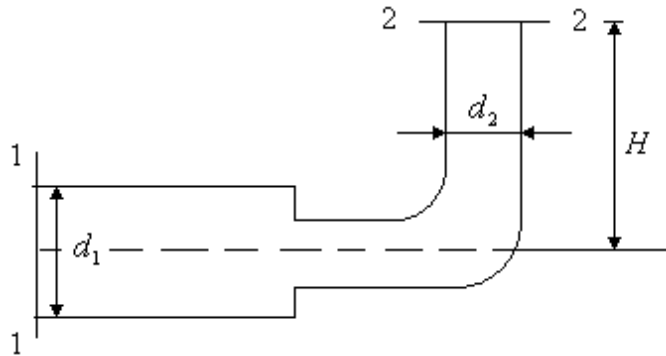


Рисунок 4.21.

Задача 12. На яку висоту може всмоктуватись вода з резервуару по трубопроводу, який приєднано до вузького перерізу горизонтального трубопроводу, якщо: $Q = 1$ л/с; $p_1 = 10$ кПа; $d_2 = 10$ мм; $d_1 = 40$ мм.

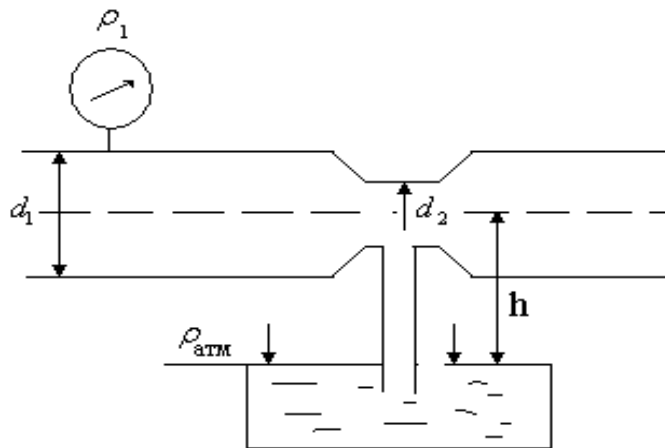


Рисунок 4.22

Задача 13. Визначити витрату води, якщо різниця рівнів води в п'езометричних трубках $h = 1,5$ м; діаметри трубопроводу $D = 40$ мм; $d = 20$ мм. Втрати напору не враховувати.

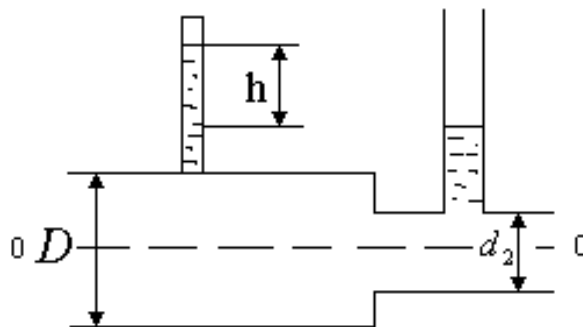


Рисунок 4.23.

Задача 14. Визначити витрату води, якщо: $p_1 = 39240$ Па; $d_1 = 200$ мм;

$$\frac{P_{2\text{вак}}}{\rho g} = 3 \text{ м водного стовпчика – вакуум; } d_2 = 100 \text{ мм.}$$

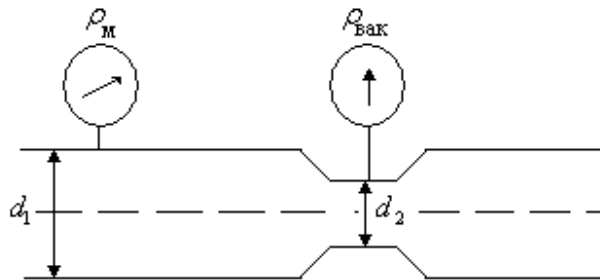


Рисунок 4.24.

4.13 Тестові завдання (до п. 4.1-4.10)

1. Виберіть із перелічуваних властивостей ті, які належать плавномірному руху:

- 1) лінії течії є криволінійними лініями;
- 2) лінії течії майже паралельні між собою і є майже прямими лініями;
- 3) живі перерізи плоскої поверхні;
- 4) живі перерізи криволінійні поверхні;
- 5) тиск в живих перерізах змінюється за гідростатичним законом;
- 6) тиск в живих перерізах змінюється за криволінійним законом.

2. Рівняння Д. Бернуллі для нестисливої рідини $z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_w$ використовують:

- 1) для слабо деформованого, неусталеного потоку;
- 2) для слабо деформованого, усталеного потоку;
- 3) сильно деформованого, неусталеного потоку;
- 4) сильно деформованого, усталеного потоку;
- 5) усі відповіді невірні.

3. Геометричний напір в рівнянні Д.Бернуллі має вираз:

- 1) $\rho g z$; 2) $p/\rho g$; 3) $z + p/\rho$; 4) $z + p/\rho g$; 5) $p + \rho g z$; 6) z .

4. Усі члени рівняння Д. Бернуллі для нестисливої рідини можуть мати розмірності:

- 1) тиску; 2) швидкості; 3) прискорення; 4) довжини; 5) безрозмірні параметри.

5. Виберіть елементи, які відрізняють рівняння Д. Бернуллі для потоку реальної рідини від рівняння Д. Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини:

- 1) наявністю коефіцієнта Коріоліса і наявністю середньої швидкості замість

місцевої;

- 2) наявністю члена рівняння, який враховує втрати енергії;
- 3) наявністю коефіцієнта Коріоліса і члена, який враховує втрати енергії;
- 4) має такий же вигляд, як і для ідеальної рідини.

6. Рівняння Д. Бернуллі можна використовувати (указати невірне ствердження):

- 1) при усталеному русі рідини;
- 2) при будь-яких швидкостях як для нестисливої так і стисливої рідини;
- 3) для перерізів, в яких потік рідини слабо деформований;
- 4) при русі реальної рідини;
- 5) для одновимірного потоку рідини.

7. Питома кінетична енергія в рівнянні Д. Бернуллі для нестисливої рідини визначається членами

- 1) z ;
- 2) $p/\rho g$;
- 3) $z+p/\rho g$;
- 4) $u^2/2g$;
- 5) $p/\rho g + u^2/2g$.

8. Питома кінетична енергія в рівнянні Д. Бернуллі для стисливої рідини визначається членами:

- 1) z ;
- 2) $p/\rho g$;
- 3) $z+p/\rho g$;
- 4) $\rho u^2/2$;
- 5) $p/\rho g + u^2/2g$;
- 6) $p+\rho u^2/2$;
- 7) $z+ \rho u^2/2$.

9. П'єзометричний напір має вираз:

- 1) $\rho g z$;
- 2) $p/\rho g$;
- 3) $z+ p/\rho$;
- 4) $z+p/\rho g$;
- 5) $p+ \rho g z$.

10. Усі члени рівняння Д. Бернуллі мають розмірність:

- 1) тиску;
- 2) швидкості;
- 3) прискорення;
- 4) довжини.

11. Рівняння Д. Бернуллі для потоку реальної рідини відрізняється від рівняння Д. Бернуллі для елементарної струминки реальної рідин:

- 1) тільки наявністю коефіцієнта Коріоліса;
- 2) тільки наявністю середньої швидкості замість місцевої;
- 3) тільки наявністю члена рівняння, який враховує втрати енергії;
- 4) наявністю коефіцієнта Коріоліса і середньої швидкості.

12. Рівняння Д. Бернуллі для струминки реальної рідини відрізняється від рівняння Д. Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідин:

- 1) тільки наявністю коефіцієнта Коріоліса;
- 2) тільки наявністю середньої швидкості замість місцевої;
- 3) тільки наявністю члена рівняння, який враховує втрати енергії;
- 4) наявністю коефіцієнта Коріоліса і члена, який враховує втрати енергії.

13. До якої фізичної величини віднесені члени рівняння Д. Бернуллі у вигляді $z + p/\rho g + u^2/2g = const.$

- 1) до одиниці об'єму рідини;
- 2) до одиниці ваги рідини;
- 3) до одиниці довжини потоку;
- 4) до одиниці маси рідини;
- 5) до одиниці площі живого перерізу.

14. Лінія п'єзометричного напору по напрямку руху реальної рідини в трубці змінного перерізу

- 1) обов'язково опускається;
- 2) обов'язково піднімається;
- 3) на одних ділянках потоку може опускатися, на других підніматися;
- 4) залишається на одному рівні.
- 5) обов'язково паралельна вісі потоку.

15. Лінія повного напору по напрямку руху реальної рідини в трубці змінного перерізу

- 1) обов'язково опускається;
- 2) обов'язково піднімається;
- 3) на одних ділянках потоку може опускатися, на других-підніматися;
- 4) залишається на одному рівні;
- 5) обов'язково паралельна вісі потоку.

16. В умовах усталеного руху в'язкої стисливої рідини лінія енергії і п'єзометрична лінія можуть мати однаковий ухил у випадку:

- 1) потоку рідин, що звужується;
- 2) потоку рідини, що розширюється;
- 3) потоку довільного змінного перерізу;
- 4) циліндричного потоку;
- 5) жодна відповідь невірна.

17. Коефіцієнт Коріоліса α - це коефіцієнт, який показує:

- 1) відношення кінетичної енергії потоку до потенціальної;
- 2) характеризує втрати енергії в потоці;
- 3) показує відношення дійсної кінетичної енергії до умовної кінетичної енергії;
- 4) показує втрати кінетичної енергії в потоці;
- 5) показує відношення кінетичної енергії потоку до повної енергії.

18. Коефіцієнт Коріоліса залежить тільки від:

- 1) форми живого перерізу потоку;

- 2) форми епюри осереднених швидкостей;
- 3) значення середньої швидкості;
- 4) абсолютного значення місцевих осереднених швидкостей;
- 5) суми потенціальної і кінетичної енергії потоку.

19. За допомогою трубки Піто вимірюють:

- 1) п'єзометричний напір;
- 2) геометричний напір;
- 3) повний напір;
- 4) швидкісний напір.

20. Повний гідродинамічний напір це:

- 1) z ;
- 2) $z + p/\gamma$;
- 3) $z + p/\gamma + u^2/2g$;
- 4) $z + u^2/2g$.

4.14 Питання для самоконтролю (до п. 4.1-4.10)

1. Які існують методи описання руху рідини? У чому полягає їх основна відмінність?
2. Які існують режими течії рідини? Як визначити режим течії рідини в круглих і не круглих трубах?
3. Який фізичний сенс має число Рейнольдса? Чому дорівнює нижнє критичне число Рейнольда для круглих труб?
4. Як втрати енергії залежать від режиму течії рідини?
5. Чим відрізняються диференціальні рівняння руху ідеальної рідини від аналогічних рівнянь спокою рідини?
6. Який геометричний сенс має рівняння Д. Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини ?
7. Який фізичний і геометричний сенс має рівняння Д.Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини.
8. Чим відрізняється рівняння Д. Бернуллі для струминки реальної рідини від аналогічного рівняння для ідеальної рідини?
9. Що називають повним гідродинамічним напором?
10. Який рух рідини вважають плавно змінним? Які він має особливості?
12. Який фізичний сенс коефіцієнта Коріоліса? Від чого залежить значення цього коефіцієнта?
13. Що називають напірною і п'єзометричною лініями?

4.15 Загальні відомості про втрати напору (тиску)

Потрібно розуміти, що турбулентний режим рідини ні при яких умовах не може бути встановленим рухом, тому що навіть при постійній витраті рідини при турбулентному режимі рідини завжди є пульсації швидкості і тиску.

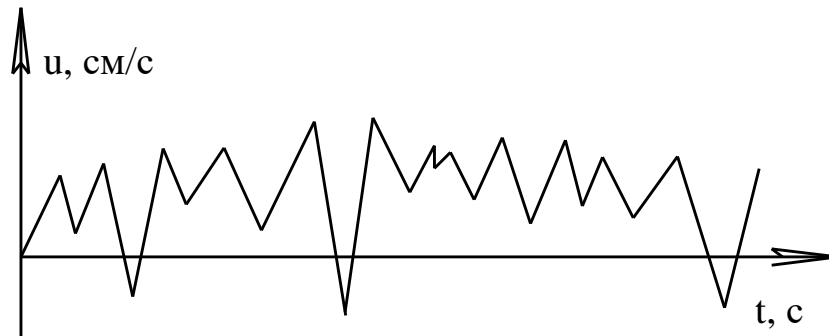


Рисунок 4.25.– Пульсації швидкості при турбулентному режимі.

Грунтуючись на результатах експериментальних досліджень і теоретичних роботах Прандля та Нікурадзе вважається, що в потоках, що знаходяться в умовах турбулентного режиму, на границі поверхні труби, стінок каналів знаходиться невеликий тонкий шар рідини з ламінарним режимом течії, який в свою чергу складається з ламінарної плівки та перехідної зони від ламінарного до турбулентного режиму. Товщина ламінарної плівки вимірюється долями міліметрів. Таким чином, суворо кажучи, турбулентного руху в чистому вигляді не існує.



Рисунок 4.26. – Поперечний переріз трубопроводу з турбулентним режимом руху.

Така особливість турбулентного режиму руху рідини дали можливість розробити теорію втрат енергії.

4.16 Класифікація втрат напору

Причиною втрат енергії при русі рідини завжди є в'язкість. І, виходячи з цього, положення з фізичної точки зору класифікувати втрати енергії не можливо, але в гідравлічних розрахунках дуже зручно поділити втрати енергії на два типи, а саме:

- втрати напору (тиску) по довжині потоку;
- втрати напору на окремих ділянках потоку, а саме місцеві втрати.

Втрати напору по довжині. Втрати напору по довжині виникають на прямолінійних ділянках трубопроводу з постійним діаметром, які обумовлюються саме в'язкістю рідини. Так як чим більша довжина труби, то тим більші втрати напору. Їх і називають втратами по довжині (повздожні втрати).

Втрати напору по довжині залежать від багатьох факторів, а саме:

- 1) довжини труби;
- 2) діаметру;
- 3) поперечного перерізу;
- 4) фізичних властивостей рідини
 - в'язкості,
 - густини.
- 5) середньої швидкості або витрати рідини;
- 6) режиму течії рідини;
- 7) матеріалу труби і часу експлуатації.

Всі ці параметри об'єднуються в два безрозмірні параметри, а саме:

– число Рейнольдса;

– відносну шорсткість $\Delta_u = \frac{\Delta}{d}$

та обернену величину - відносну гладкість $\Delta_e = \frac{d}{\Delta}$.

Аналіз руху рідини в пристінному шарі вказує на те, що втрати енергії залежать від стану стінки, тобто ступеню її шорсткості.

В гідравліці умовно розрізняють гідравлічно гладкі та шорсткі поверхні.

Якщо товщина в'язкого шару δ_{nl} більша абсолютної висоти виступів шорсткості Δ , то такі поверхні називають гідравлічно гладкими.

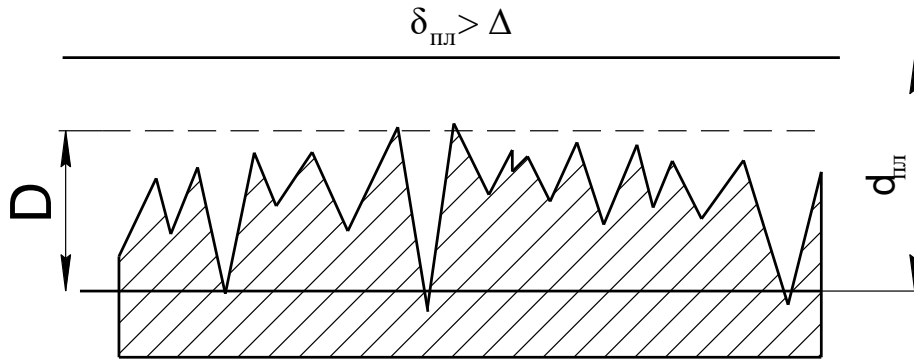


Рисунок 4.27. – Гідравлічно гладка поверхня.

В даному випадку виступи повністю покриті в'язким шаром рідини і втрати енергії по довжині практично не залежать від шорсткості стінок.

Якщо товщина в'язкого шару $\delta_{пл}$ менша висоти Δ , то поверхню називають гідравлічно шорсткою.

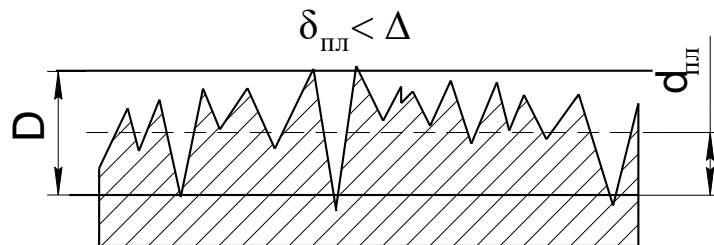


Рисунок 4.28. – Гідравлічно шорстка поверхня.

Втрати напору будуть в значній мірі залежати від шорсткості поверхні, так як в даному випадку тертя рідини відбувається об шорстку поверхню, що не зглажена плівкою.

Якщо товщина в'язкого шару $\delta_{пл}$ дорівнює висоті Δ , то поверхню називають перехідною.

Таким чином, товщина в'язкого підшару $\delta_{пл}$ зменшується із збільшенням числа Рейнольдса. Тобто, із збільшенням швидкості турбулентного потоку товщина $\delta_{пл}$ може зменшитись на стільки, що виступи шорсткості „проріжуть” даний в'язкий підшар. Тоді, рух потоку буде відбуватись вже в перехідній зоні, в якій опір руху рідини ще залежить від числа Рейнольдса, але вже починає впливати висота виступів Δ .

При подальшому збільшенні числа Рейнольдса товщина плівки ще більше зменшується (навіть може зникнути). В даному випадку втрати на тертя залежать від шорсткості стінок і не залежать від числа Рейнольдса.

Таким чином, загальні втрати напору визначаються за формулою:

$$h_w = h_d + h_m.$$

Втрати напору по довжині трубопроводу обумовлюються роботою сил тертя. При русі рідини вони розподіляються рівномірно по довжині трубопроводу постійного перерізу й збільшуються пропорційно до довжини труби. Згідно рівняння Д. Бернуллі втрати напору по довжині визначаються таким чином:

$$h_o = \left(Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} \right) - \left(Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} \right)$$

Для горизонтальної труби постійного перерізу при $z=const$ і $V=const$ спрощується й приймає вигляд:

$$h_o = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g} .$$

За обґрунтованими висновками Дарсі та Вейсбаха, втрати напору по довжині при русі рідини в трубах визначаються за формулою:

$$h_o = \lambda \frac{L V^2}{d 2g}$$

де λ – коефіцієнт Дарсі (коефіцієнт гідравлічного тертя);

L – довжина ділянки труби;

d – діаметр трубопроводу;

V – середня швидкість потоку;

g – прискорення вільного падіння.

Ця формула застосовується для ламінарного й турбулентного режимів руху. Точність розрахунків залежить від правильного вибору формули для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя. Таким чином, при визначенні втрат напору коефіцієнт λ набуває досить важливого значення. Тому, визначення фізичних факторів, що впливають на його значення, і встановлення методів його визначення було на протязі довгого часу предметом широких теоретичних та експериментальних досліджень.

Сучасні розрахункові формули для визначення коефіцієнта λ передбачають його залежність у загальному випадку від шорсткості стінок труби та числа Рейнольдса.

Для вивчення факторів, що впливають на значення коефіцієнта λ , і розробки теорії руху рідини в трубопроводах суттєве значення мали роботи Прандтля, Кармана, Нікурадзе та інші.

Систематичні експерименти Нікурадзе, що проводились у 1933 році, по дослідженню руху води в трубах із штучною рівномірно зернистою шорсткістю із кварцового піску, були узагальнені як залежність λ від певних параметрів

$$\lambda = f\left(Re; \frac{k_e}{d}\right)$$

Аналізуючи графіки Нікурадзе (рис. 4.29) можна виділити характерні області (1, 2, 3, 4), у межах кожної з яких залежність коефіцієнта λ від числа Рейнольдса та відносної еквівалентної шорсткості носить свій особливий характер.

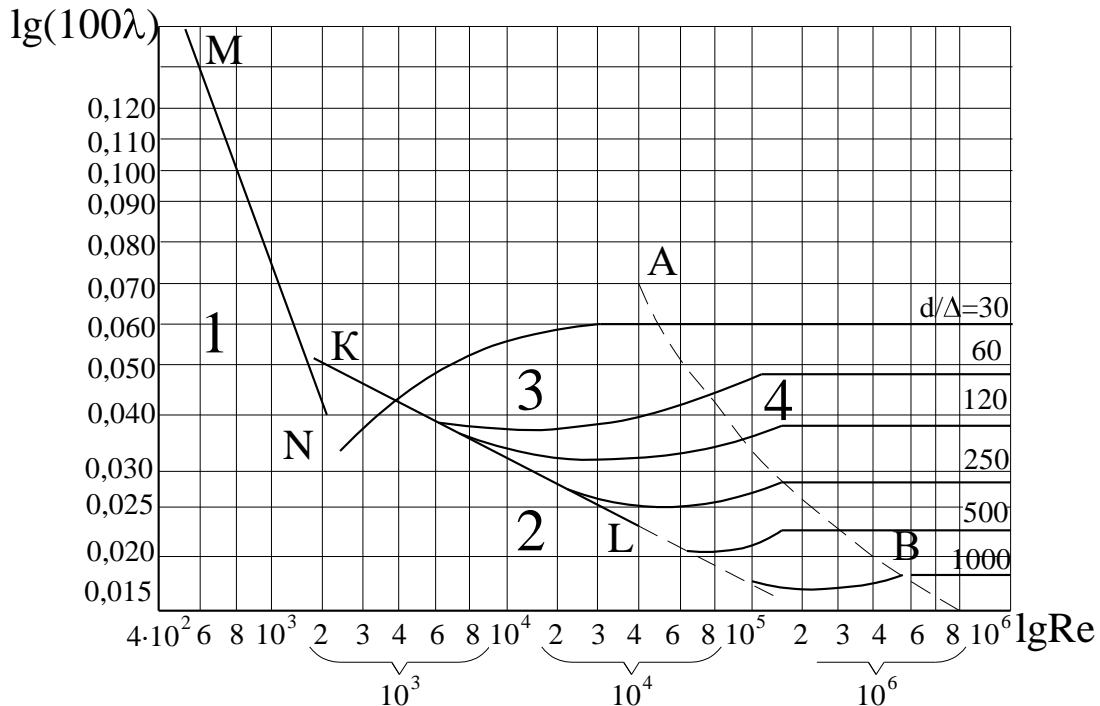


Рисунок 4.29. – Графік Нікурадзе.

1 – область між прямою MN і початком координат – область ламінарного режиму руху ($Re < 2320$). Коефіцієнт λ у цій області обумовлюється силами в'язкості рідини й не залежить від шорсткості стінок труби, його величина визначається за формулою Пуазейля

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Межею цієї області є число $Re = 2320$.

Визначення коефіцієнта гідравлічного тертя за рекомендацією Т.М. Башти слід використовувати формулу

$$\lambda = \frac{75}{Re}$$

2 – область між лініями MN і KL – область гідравлічно-гладких труб. Потік рідини тут вже знаходиться в умовах турбулентного режиму руху ($Re > 2320$), однак, поблизу стінок у в'язкому прошарку зберігається нерухома ламінарна плівка, що покриває виступи шорсткості стінок труби, і потік

рухається немовби по гідравлічно-гладкому трубопроводу (по рідинному нерухомому шару). Реалізується така течія при числі Рейнольдса, що знаходиться в межах $2320 < Re < 40 \cdot 10^3$. Величина λ у цій області визначається за формулою Блазіуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

Втрати напору для гідравлічно-гладких труб пропорційні швидкості в ступені 1,75.

3 – область між лініями KL і АВ – *перехідна область*. У цій області в міру збільшення швидкості товщина ламінарної плівки на стінці труби зменшується, частково відкриваючи виступи шорсткості. На цих відкритих виступах спостерігаються зриви потоку й утворюються вихрові ядра. У такому потоці втрати напору обумовлюються як шорсткістю стінок труби, так і силами в'язкості рідини, тобто числом Рейнольдса.

Межі цієї області визначаються наступним виразом $40 \cdot 10^3 < Re < 10^4$.

Для перехідної області найбільшого поширення у вітчизняній практиці по визначенню коефіцієнта λ одержана універсальна формула А.Д. Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{k_e}{d} \right)^{0,25}$$

де k_e – висота еквівалентної шорсткості;

d – діаметр трубопроводу.

В цій області втрати напору пропорційні швидкості в ступені від 1,75 до 2.

4 – область праворуч від лінії АВ – *область квадратичного опору або зона шорстких труб*.

Швидкість потоку рідини досягає значення, при якому втрати напору не залежать від числа Рейнольдса, а зумовлюються лише силами тертя потоку об стінки трубопроводу. Визначальним параметром тут є відносна еквівалентна шорсткість. Пристінна ламінарна плівка повністю руйнується, в'язкісний прошарок зникає, і потоком омиваються всі виступи шорсткості по всій їх висоті. На них утворюється поле дрібномасштабних вихорів, яке поширюється по всьому потоку.

Нижньою межею цієї області є $Re > 500 \frac{d}{k_e}$.

Універсальна формула для цієї області перетворюється в формулу Шифрінсона

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{k_e}{d} \right)^{0,25}$$

Відомо, що в процесі експлуатації трубопроводів шорсткість труб зростає в 2-3 і більше разів, що призводить до значного зростання втрати штору у трубопроводах. Внаслідок цього зменшується пропускна здатність та ККД гідросистем.

Тоді, втрати напору по довжині визначаються за формулою Дарсі-Вейсбаха:

$$h_{\partial} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}, \text{ м;}$$

$$\Delta P_{\partial} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{V^2}{2}, \text{ Па.}$$

де λ – коефіцієнт Дарсі або коефіцієнт гідравлічного тертя.

l – довжина труби;

d – діаметр труби;

V – середня швидкість в трубі.

Добуток $\lambda \frac{l}{d}$ безрозмірна величина.

Для не круглих труб для визначення втрат напору по довжині використовують формулу Дарсі-Вейсбаха, але замість діаметра труби використовують гідравлічний радіус R_z .

$$h_{\partial} = \lambda \frac{l}{R_z} \frac{V^2}{2g}$$

$$\Delta P_{\partial} = \lambda \frac{l}{R_z} \rho \frac{V^2}{2}$$

Так як фізичні процеси, пов'язані з в'язкістю дуже складні, то до сьогодення часу не вдалось встановити єдиної теоретичної залежності для коефіцієнта гідравлічного тертя λ .

В загальному випадку експериментально встановлено, що λ залежить від

- числа Рейнольдса;

- відносної шорсткості $\Delta_{ur} = \frac{\Delta}{d}$.

Але, є області течії рідини, де λ залежить лише від числа Рейнольдса, або відносної шорсткості.

В процесі експлуатації трубопроводів шорсткість труб зростає в 2-3 і більше разів, що призводить до значного зростання втрати напору у

трубопроводах. Внаслідок цього, зменшується пропускна здатність та ККД гідросистем.

В гідравлічних розрахунках використовують шорсткість труб залежно від строку експлуатації. Так, для сталевих труб прийняти наступні значення:

- сталеві нові – $k_e = 0,02...0,05$ мм;
- сталеві після декількох років експлуатації – $k_e = 0,15...0,3$ мм;
- сталеві заіржавлені – $k_e = 0,3...0,7$ мм;
- сталеві дуже заіржавлені – $k_e = 0,8... 1,5$ мм;
- сталеві заіржавлені з великими відкладеннями – $k_e = 2...4$ мм.

Підсумовуючи наведене вище, розрахунок втрат енергії по довжині можна представити у вигляді блок-схеми (рис. 4.29):

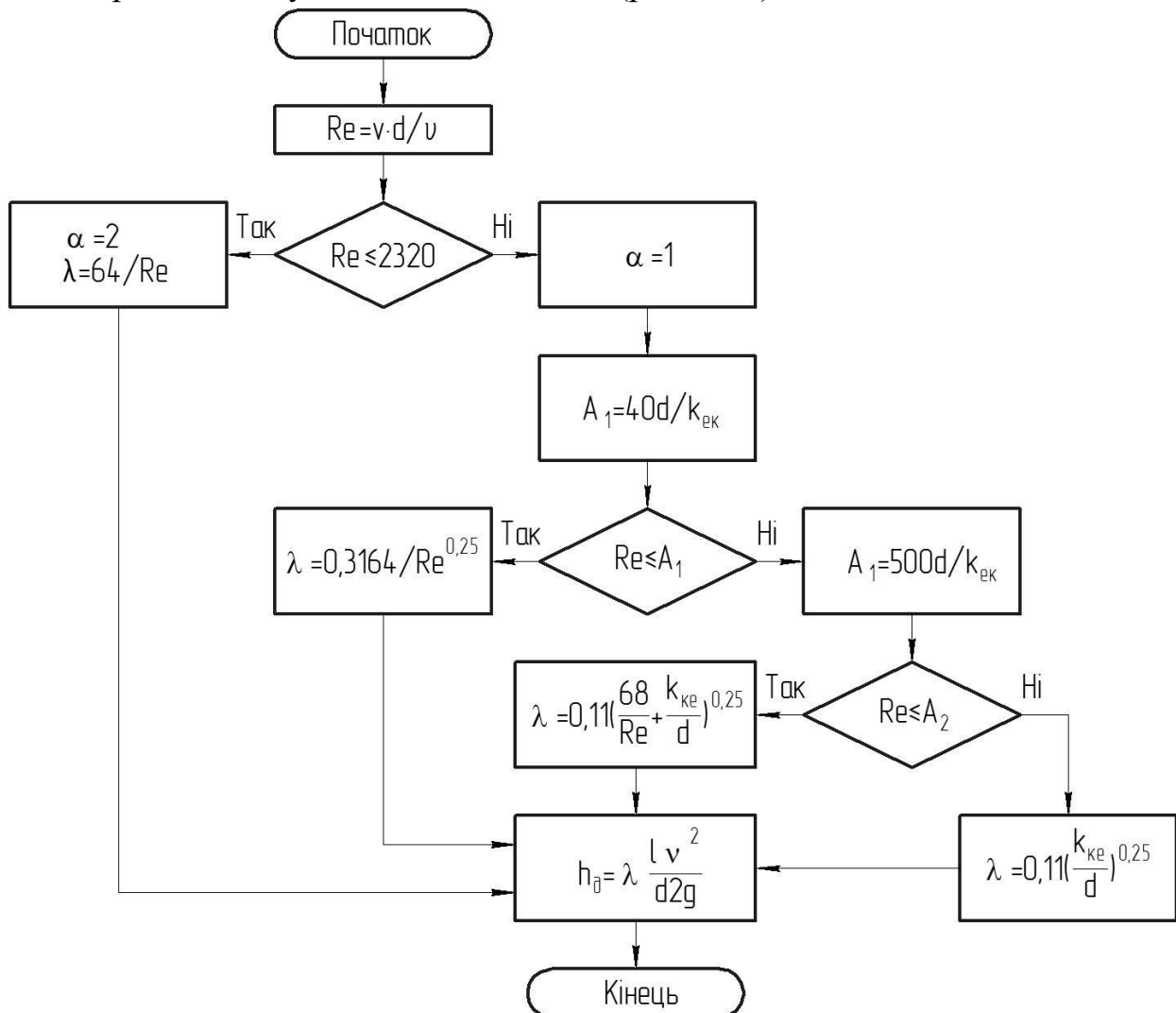


Рисунок 4.30 - Блок-схема алгоритму розрахунку втрат напору по довжині.

4.17 Гідродинамічна подібність

Гідродинамічна подібність - це подібність потоків рідини, що не стискається та включає в себе геометричну, кінематичну і динамічну подібність.

З геометрії відомо, що **геометрична подібність** означає пропорційність подібних розмірів та рівність відповідних кутів. У гідравліці геометрична подібність означає подібність трубопроводів, якими тече рідина.

Кінематична подібність це подібність ліній току та пропорційність подібних швидкостей. Це означає, що з кінематичної подібності потоків потрібне дотримання геометричної подібності.

Динамічна подібність полягає у пропорційності сил, що діють на подібні елементи кінематично та геометрично подібних потоків, а також рівність кутів, що характеризують напрям дії сил.

В потоках рідини зазвичай діють різні сили - сили тиску, сили в'язкого тертя, сили тяжіння, інерційні сили. Дотримання пропорційності всіх сил, що діють у потоці означає повну гідродинамічну подібність.

Насправді повна гідродинамічна подібність досягається рідко, тому зазвичай доводиться обмежуватися частковою (неповною) гідродинамічною подібністю, в якому є пропорційність лише основних сил.

Записується подібність таким чином: пропорційність сил тиску P і сил тертя T , які діють потоках 1 і 2, можна записати у вигляді

$$\left(\frac{P}{T}\right)_1 = \left(\frac{P}{T}\right)_2.$$

4.18. Приклади вирішення задач (до п. 4.15-4.17)

Приклад 1. Відцентровий насос відкачує воду з колодязя в ємність з постійним рівнем води 12м, по трубопроводам розміри яких становлять $l_1=14$ м, $d_1=150$ мм. $l_2=15$ м, $d_2=125$ мм. Еквівалентна шорсткість поверхні труби $\Delta=0,9$, густина води $\rho = 1000$ кг/м³, кінематична в'язкість $\nu = 0,01$ см²/с, відстань $a=1$ м.

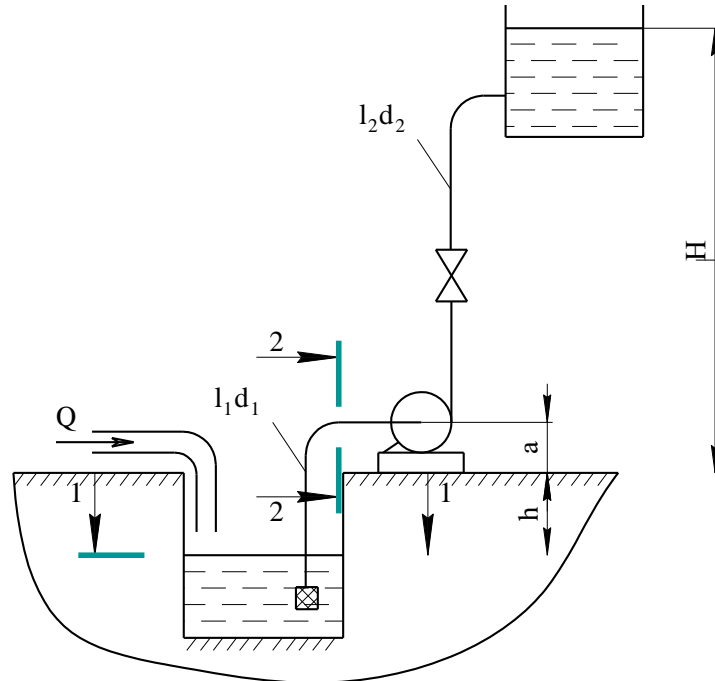
Характеристика насоса має наступні параметри:

$Q, \frac{\text{л}}{\text{с}}$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$H_H, \text{м}$	45	47,5	48,5	48	47	45	40	35	30	22,5	15
$H_{\text{вак}}, \text{м}$	-	-	8,2	8	7,6	7	6,6	6	5,5	4,75	4

При розрахунках приймаємо сумарні коефіцієнти місцевих опорів на лінії всмоктування $\zeta_1 = 10$, на напірній лінії $\zeta_2 = 6$.

Необхідно визначити:

1. На якій глибині h встановиться рівень води в колодязі, якщо притік становить $Q = 20$ л/с.
2. Вакуумметрична висота всмоктування при вході в насос $H_{\text{вас}}$ виразити в м. вод. ст.
3. Максимально допустиму геометричну висоту всмоктування при заданій витраті.



Рішення. Визначимо швидкість руху води в трубопроводах тоді:

$$V_1 = \frac{4Q}{\pi \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,15^2} = 1,13 \text{ м/с};$$

$$V_2 = \frac{4Q}{\pi \cdot d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,125^2} = 1,63 \text{ м/с}.$$

Тоді число Рейнольдса складе:

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu} = \frac{1,13 \cdot 0,15}{10^{-6}} = 16950 ;$$

$$Re = \frac{V_2 \cdot d_2}{\nu} = \frac{1,63 \cdot 0,125}{10^{-6}} = 20375 .$$

Для двох трубопроводів число Рейнольдса знаходиться в квадратичній зоні, тому гідравлічний коефіцієнт тертя знайдемо за формулою Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}$$

для першого трубопровода:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d_1} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,0009}{0,15} + \frac{68}{16950} \right)^{0,25} = 0,035 ;$$

для другого трубопровода:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d_2} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,0009}{0,125} + \frac{68}{20375} \right)^{0,25} = 0,026 .$$

Втрати тиску по довжині визначимо за формулою Дарсі-Вейсбаха:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

для першого трубопровода:

$$h_{l1} = \lambda \frac{l}{d_1} \cdot \frac{V_1^2}{2g} = 0,035 \frac{14}{0,15} \cdot \frac{1,13^2}{2 \cdot 9,81} = 0,21 ;$$

для другого трубопровода:

$$h_{l2} = \lambda \frac{l}{d_2} \cdot \frac{V_2^2}{2g} = 0,026 \frac{15}{0,125} \cdot \frac{1,63^2}{2 \cdot 9,81} = 0,42 \text{ м.}$$

Втрати тиску в місцевих опорах, складуть:

$$h_m = \zeta \cdot \frac{V^2}{2g}$$

для першого трубопроводу:

$$h_{m1} = \zeta_1 \cdot \frac{V_1^2}{2g} = 10 \cdot \frac{1,13^2}{2 \cdot 9,81} = 0,65 \text{ м;}$$

для другого трубопроводу:

$$h_{m2} = \zeta_2 \cdot \frac{V_2^2}{2g} = 6 \cdot \frac{1,63^2}{2 \cdot 9,81} = 0,81 \text{ м.}$$

Тоді сумарні втрати у всмоктуючому та напірному трубопроводі складуть:

$$h_1 = h_{l1} + h_{m1} = 0,21 + 0,65 = 0,86 \text{ м.}$$

$$h_2 = h_{l2} + h_{m2} = 0,42 + 0,81 = 1,23 \text{ м.}$$

З характеристик насоса при $Q = 20$ л/с напір, що створює насос складе $H_H = 15$ м.

Тоді глибина рівня води буде:

$$h = H_H - H - h_1 - h_2 = 15 - 12 - 0,86 - 1,23 = 0,91 \text{ м.}$$

Вакуумметрична висота всмоктування при вході в насос визначається з рівняння Бернуллі:

$$\frac{P_{атм}}{\rho \cdot g} = H_{вак} + \frac{P_{нар}}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot V_1^2}{2g} + h_w$$

При $t=20^{\circ}\text{C}$ $\frac{P_{нар}}{\rho \cdot g} = 0,24$ м;

$\alpha=1,1$ коефіцієнт Кориоліса при турбулентному режимі.

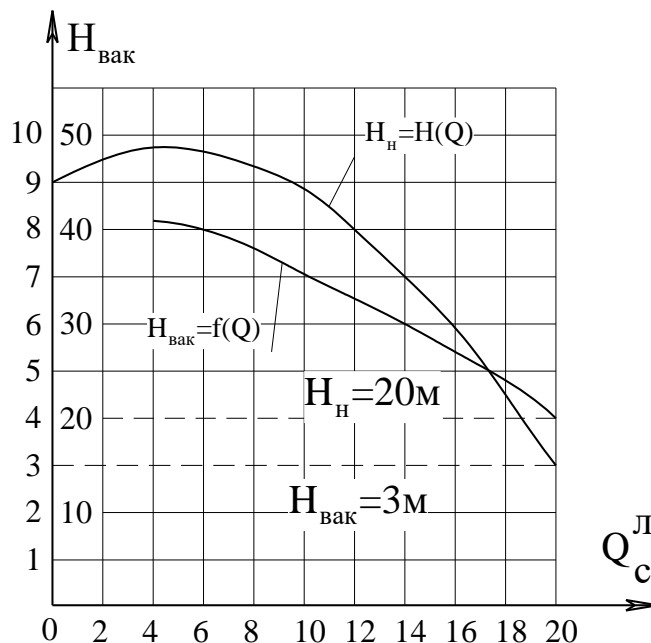
Тоді, $H_{вак} = \frac{P_{атм}}{\rho \cdot g} - \frac{P_{нар}}{\rho \cdot g} - \frac{\alpha \cdot V_1^2}{2g} - h_1 = 10 - 0,24 - \frac{1,1 \cdot 1,13^2}{2 \cdot 9,81} - 0,86 = 8,82$ м.

При умові виникнення кавітації тиск на вході в насос приймаємо як тиск пароутворення при визначеній температурі.

$$H_{вак} - \frac{\alpha \cdot V_1^2}{2g} - h_1$$

з графіка $H_{вак} = 4$ м.

$$H_{з.в} = 4 - \frac{1,1 \cdot 1,13^2}{2 \cdot 9,81} - 0,86 = 3,07$$
 м.



Приклад 2. Визначити режим течії рідини і втрати напору при таких умовах: $Q = 240$ л/хвил; $d = 60$ мм; $\nu = 20$ сСт; $l = 50$ м; $K_e = 0,06$ мм.

Рішення. Визначимо швидкість руху рідини:

$$V = \frac{4Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,004}{3,14 \cdot 0,06^2} = 1,41$$
 м/с.

Тоді, число Рейнольдса:

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu} = \frac{1,41 \cdot 0,06}{20 \cdot 10^{-6}} = 4230$$

Таким чином, бачимо, що втрати тиску лежать в області гідравлічно-гладких труб. Коефіцієнт Дарсі у цій області визначається за формулою Блазіуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} = \frac{0,3164}{4320^{0,25}} = 0,039$$

Втрати тиску по довжині визначимо за формулою Дарсі-Вейсбаха:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} = 0,039 \frac{50 \cdot 1,41^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,06} = 3,29 \text{ м.}$$

4.19 Задачі для самостійного розв'язку до розділу (4.15 - 4.17)

Задача 1. Визначити втрати напору в трубі з діаметром $d = 50$ мм, якщо $Q = 240$ л/хвил, $\mu = 25$ сП, $\rho = 900$ кг/м³, $K_e = 1$ мм, довжина труби $l = 5$

м.

Задача 2. Визначити втрати напору якщо: $d = 120$ мм; $l = 150$ м; $M = 36000$ кг/год; $\rho_{\text{рід}} = 900$ кг/м³; $\mu = 0,08$ Па·с; $K_e = 0,1$ мм.

Задача 3. Визначити режим течії рідини і втрати напору при таких умовах: $Q = 180$ л/хвил; $d = 30$ мм; $\nu = 20$ сСт; $l = 80$ м; $K_e = 0,6$ мм.

Задача 4. В трубі діаметром $d = 150$ мм тече масло $\nu = 1,6$ сСт, $\rho = 900$ кг/м³, витрата рідини $Q = 30$ л/с, який режим течії масла і які втрати тиску на 1м труби. $K_e = 0,6$ мм?

4.20 Тестові завдання (до п. 4.15-4.17)

1. При ламінарному режимі течії рідини в круглій трубі місцеві швидкості в поперечному перерізі розподіляються по

- 1) логарифмічному закону;
- 2) по закону прямокутника;
- 3) по параболічному закону;
- 4) по закону трикутника;
- 5) по закону випадкових величин.

2. При турбулентному режимі течії рідини в круглій трубі місцеві осереднені швидкості в турбулентнім ядрі розподіляються по

- 1) логарифмічному закону;
- 2) по закону прямокутника;
- 3) по параболічному закону;
- 4) по закону трикутника;
- 5) по закону випадкових величин.

3. Величина втрат напору по довжині потоку нестисливої рідини залежить від наступних факторів:

1. діаметра труби;
- 2) абсолютного тиску в трубі;
- 3) довжини труби;
- 4) шорсткості труби;
- 5) швидкості руху рідини;
- 6) густини рідини;
- 7) в'язкості рідини.

Указати від якої з перелічених величин втрати напору не залежать.

4. Величина втрат тиску по довжині потоку нестисливої рідини залежить від наступних факторів:

- 1) діаметра труби;
- 2) абсолютного тиску в трубі;
- 3) довжини труби;
- 4) шорсткості труби;
- 5) швидкості руху рідини;
- 6) густини рідини;
- 7) в'язкості рідини;
- 8) надлишкового тиску в трубі;
- 9) коефіцієнта гідравлічного тертя.

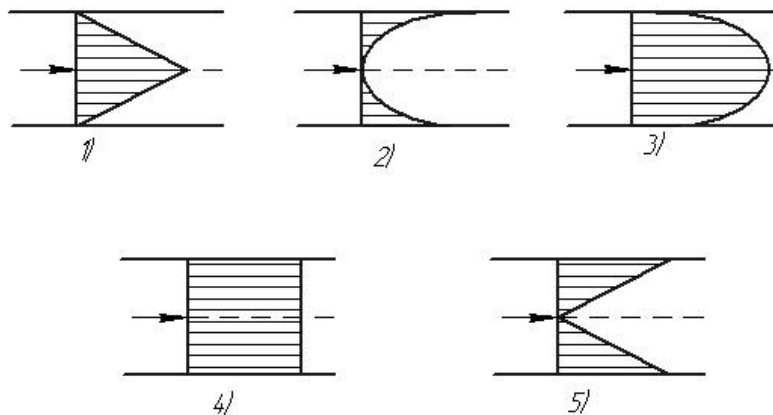
5. Щоб встановити зону опору при турбулентному режимі течії рідини в круглій трубі потрібно знати:

- 1) величину втрат напору по довжині;
- 2) значення числа Рейнольдса;
- 3) відносну шорсткість Δ/d ;
- 4) значення числа Рейнольдса і Δ/d ;
- 5) потрібно знати як число Рейнольдса і Δ/d , так і величину втрат напору.

6. Коефіцієнт гідравлічного тертя λ для круглих труб в загальному випадку залежить:

- 1) тільки від числа Рейнольдса;
- 2) тільки від відносної шорсткості;
- 3) від числа Рейнольда і відносної шорсткості;
- 4) від швидкості руху рідини і втрат напору по довжині.

7. На якій схемі указано правильний закон зміни дотичних напружень



8. Втрати напору по довжині пропорційні квадрату середньої швидкості:

- 1) завжди;
- 2) при ламінарному режимі;
- 3) при турбулентному режимі;
- 4) в перехідній зоні опору;
- 5) вірної відповіді немає.

9. В зоні гладких труб коефіцієнт гідравлічного тертя λ не залежить від відносної шорсткості тому, що

- 1) висота виступів шорсткості дуже мала;
- 2) в трубі ламінарний режим течії рідини;
- 3) товщина ламінарного шару більше висоти виступів шорсткості;
- 4) в трубі турбулентний режим течії рідини.

10. При ламінарному режимі втрати напору по довжині пропорційні середньої швидкості в ступені:

- 1) $\sim 1,75$; 2) 2,0; 3) 1,75...2,0; 4) 1.
5) в залежності від значення числа Рейнольдса показник ступеня може змінюватись.

11. Якщо число Рейнольдса при ламінарному русі зростає, то коефіцієнт гідравлічного тертя λ :

- 1) не змінюється; 2) монотонно зменшується; 3) монотонно зростає;
4) при деякому значенні числа Рейнольдса має мінімальне значення;
5) при деякому значенні числа Рейнольдса має максимальне значення.

12. Якщо число Рейнольдса при ламінарному русі зменшується, то коефіцієнт гідравлічного тертя λ :

- 1) не змінюється; 2) монотонно зменшується; 3) монотонно зростає;
4) при деяким значенні числа Рейнольдса має мінімальне значення ;
5) при деяким значенні числа Рейнольда має максимальне значення.

Питання для самоконтролю

1. Чому в реальних рідинах виникають втрати напору? Які існують втрати напору?
2. Як обчислюються втрати напору по довжині при ламінарному русі?
3. Які існують зони опору при турбулентному русі?
4. Чим відрізняються області гладкостінного, доквадратичного та квадратичного опору одна від одної та як в цих областях обчислюється коефіцієнт Дарсі?
5. Які втрати напору називають місцевими? Як визначаються втрати напору в місцевих опорах в квадратичній області опору?
6. Причини виникнення місцевих втрат.
7. Що таке принцип суперпозиції втрат?
8. Які трубопроводи називають простими?
9. Що називають кривою потрібного напору і характеристикою трубопроводу? Коли вони співпадають?
10. Як вирішуються три основні задачі по розрахунку простих коротких трубопроводів?
11. В чому полягає графоаналітичний метод розрахунку трубопроводів?
12. Коли можна використовувати формулу Шезі?

4.21 Місцеві втрати напору. Класифікація місцевих опорів

На окремих ділянках трубопроводів, які мають невелику довжину виникають особливі втрати напору, які обумовлені додатковими причинами, а саме:

- розривом елементарних струминок;
- утворенням вихорів, застійних зон;
- наявністю додаткових сил.

Найпростіші місцеві гідравлічні опори можна розділити на розширення, звуження та повороти, кожне з яких може бути раптовим чи поступовим. Більш складні випадки місцевого опору є комбінацією перерахованих простих опорів.

Розглянемо прості місцеві опори при турбулентному режимі.

1. Раптове розширення.

Втрата енергії при раптовому розширенні витрачається на вихороутворення, пов'язане з відривом потоку від стінок та появою інверсійних струменів з безперервним обертанням (рис. 4.31).

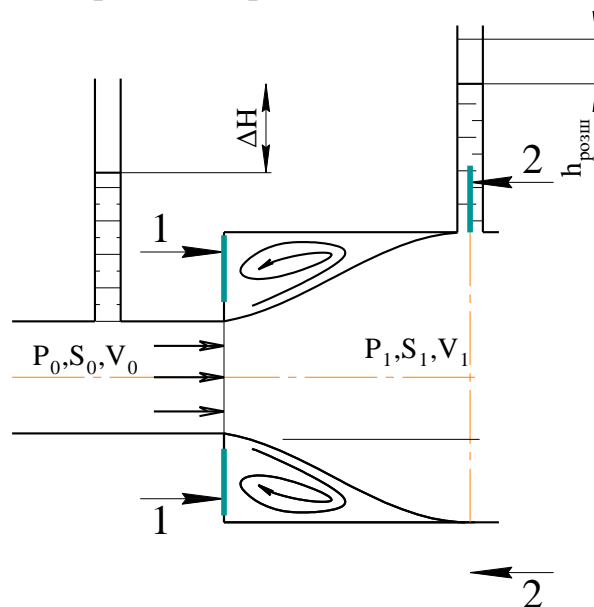


Рисунок 4.31. – Раптове розширення трубопроводу.

При раптовому розширенні трубопроводу потік зривається з кута не раптово, як сам трубопровід, а поступово, причому в поперечному перерізі між потоком і стінкою труби утворюються вихори, які і є причиною втрат енергії.

Розглянемо два перерізи потоку 1-1 у вузькій частині потоку та 2-2 в місці де потік після розширення повністю заповнив весь переріз широкої частини. Так як потік між розглянутими перерізами розширюється, то швидкість його зменшується, а тиск навпаки збільшується. Тому, другий п'езометр показує тиск на ΔH більший ніж перший, однак, як би втрат напору в даному місці не було, то другий п'езометр піднявся б на висоту $h_{розш}$. Ця висота і є місцевою

втратою тиску при раптовому розширенні, яка може бути обрахована за формулою:

$$h_{розш} = \left(1 - \frac{S_0}{S_1}\right)^2 \frac{V_0^2}{2g}$$

де S_0, S_1 – площа поперечних перерізів 1-1 та 2-2.

Даний вираз є наслідком теореми Борда, з якої слідує, що втрата тиску при раптовому розширенні дорівнює швидкісному напору, який визначений з різниці швидкостей.

$$h_{розш} = \left(\frac{V_0 - V_1}{2g}\right)^2$$

Вираз $\left(1 - \frac{S_0}{S_1}\right)^2$ позначається буквою ζ (дзета) і називається коефіцієнтом втрат, і визначається за формулою Вейсбаха:

$$h_{розш} = \zeta \frac{V_0^2}{2g}, \text{ м,}$$

$$\Delta P_{розш} = \zeta \rho \frac{V_0^2}{2}, \text{ Па.}$$

де ζ – коефіцієнт місцевого опору

$\frac{V^2}{2g}$ – швидкісний напір.

2. Поступове розширення.

Трубопровід, що поступово розширюється називається дифузором (рис. 4.32). Рух рідини в дифузорі супроводжується зменшенням швидкості та збільшенням тиску, і, як наслідок, перетворенням кінетичної енергії рідини в потенційну енергію тиску. В трубопроводі з поступовим розширенням, так само як і в умовах раптового розширення відбувається розрив потоку та вихороутворення. Інтенсивність таких явищ збільшується із збільшенням кута розширення дифузора α .

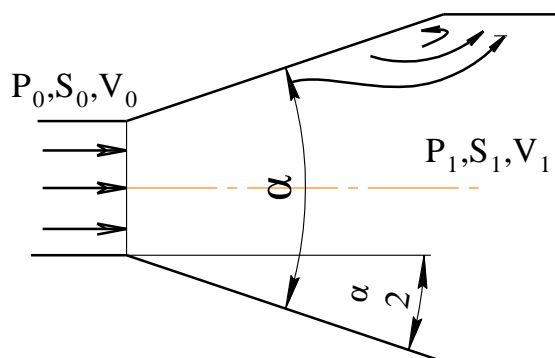


Рисунок 4.32. – Поступове розширення трубопроводу.

Окрім того, в дифузорі має місце не тільки втрати напору при розширенні потоку, а і втрати по довжині. Тому, повну втрату тиску в дифузорі розглядають як суму двох:

$$h_{\text{пост.роз}} = h_{\text{д}} + h_{\text{розши}}$$

де $h_{\text{д}}$, $h_{\text{розши}}$ - втрати напору по довжині та розширення (вихороутворення).

$$h_{\text{д}} = \frac{\lambda}{8 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{V_0^2}{2g}$$

де $n = \frac{S_1}{S_0} = \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2$ ступінь розширення дифузора.

Втрата напору при розширенні $h_{\text{розши}}$ має таку ж природу, що і при раптовому розширенні, тому визначається за формулою Борда з поправочним коефіцієнтом k меншим одиниці.

$$h_{\text{розши}} = \left(1 - \frac{S_1}{S_0}\right)^2 k \frac{V_0^2}{2g}$$

де k – поправочний коефіцієнт, при $\alpha = 5 \dots 20^\circ$, $k = \sin \alpha$

Тоді, повну втрату тиску при поступовому розширенні можна представити у вигляді:

$$h_{\text{пост.розши}} = \left[\frac{\lambda}{8 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + k \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \right] \frac{V_0^2}{2g} = \zeta_{\text{пост.роз}} \frac{V_0^2}{2g}$$

Звідки коефіцієнт опору поступового розширення можна виразити залежністю, графічна інтерпретація якого показана на рис. 4.33:

$$\zeta_{\text{пост.роз}} = \frac{\lambda}{8 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2$$

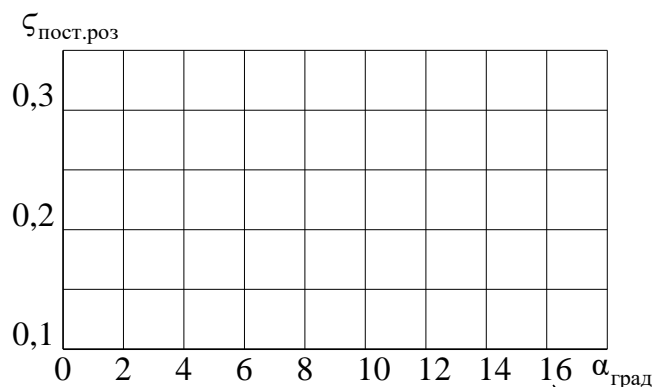


Рисунок 4.33. – Залежність $\zeta_{\text{пост.розши}}$ від кута розширення.

Функція $\zeta_{\text{пост.роз}} = f(\alpha)$ має мінімум при деякім оптимальним значенні кута α , оптимальне значення якого можна визначити з залежності:

$$\alpha_{\text{оптим}} = \arcsin \sqrt{\frac{n+1}{n-1} \cdot \frac{\lambda}{4}}.$$

Якщо підставити в залежність $\lambda=0,015\dots 0,025$ та $n=2\dots 4$ отримаємо $\alpha_{\text{оптим}} = 6$. Для скорочення довжини при заданому n зазвичай приймають дещо більші кути, а саме $7\dots 9^\circ$. Такі значення кута можна рекомендувати і для прямокутних дифузорів.

3. Раптове звуження потоку

В даному випадку втрати тиску будуть обумовлені тертям потоку при вході в більш вузьку частину труби та вихороутворенням, що з'являються кільцевій частині навколо звуженої частини потоку (рис. 4.34).

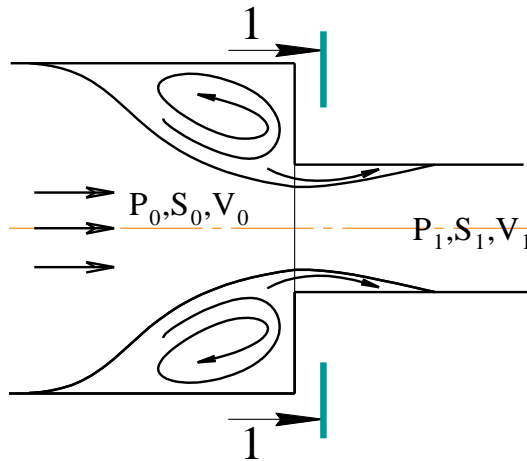


Рисунок 4.34. – Раптове звуження трубопроводу.

Повна втрата напору визначається за формулою:

$$h_{\text{звуж}} = \zeta_{\text{звуж}} \frac{V_1^2}{2g}, \text{ м,}$$

де $\zeta_{\text{звуж}}$ коефіцієнт опору звуження за напівемпіричною залежністю І.Е.

Ідельчика:

$$\zeta_{\text{звуж}} = 0,5 \left(1 - \frac{S_1}{S_0} \right) = 0,5 \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

в якому $n = \frac{S_0}{S_1}$ - ступінь звуження.

При виході труби з резервуара великих розмірів, коли можливо вважати, що $S_1/S_0 = 0$, а також при відсутності заокруглення вхідного кута, коефіцієнт опору $\zeta_{\text{звуж}} = 0,5$.

4. Поступове звуження трубопроводу.

Даний вид місцевого опору являє собою конічний збіжний трубопровід (конфузор) (рис. 4.35).

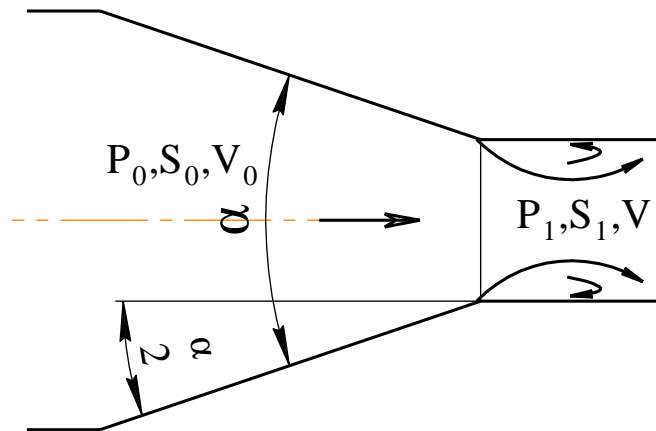


Рисунок 4.35. – Поступове звуження трубопроводу.

Рух рідини при поступовому звуженні потоку супроводжується збільшенням швидкості і зниженням тиску. В даному випадку має місце лише втрати на тертя.

$$h_{\text{пост.звуж}} = \frac{\lambda}{8 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{V_1^2}{2g},$$

де коефіцієнт опору визначається за формулою:

$$\zeta_{\text{пост.звуж}} = \frac{\lambda}{8 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

в якому ступінь звуження: $n = \frac{S_0}{S_1}$.

Невелике вихороутворення і відривання потоку від стінок з одночасним стисненням потоку, виникає лише на виході з конфузора в місці приєднання конічної насадки з циліндричною частиною трубопроводу. Заокругленням вхідного кута можна значно зменшити втрати тиску при вході в трубу. Конфузор з плавно звуженою циліндричною частиною називають соплом (рис. 4.36).

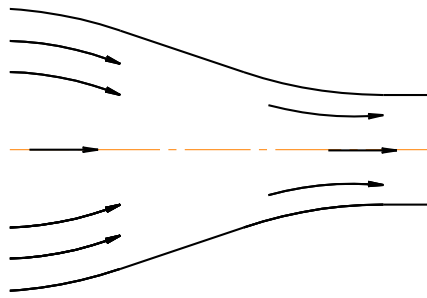


Рисунок 4.36. – Сопло.

5. Раптовий поворот (коліно).

Даний вид місцевого опору викликає значні втрати напору так як в ньому відбувається відрив потоку та вихроутворення (рис. 4.37). Втрати енергії в умовах раптового повороту тим більші, чим більший кут повороту δ .

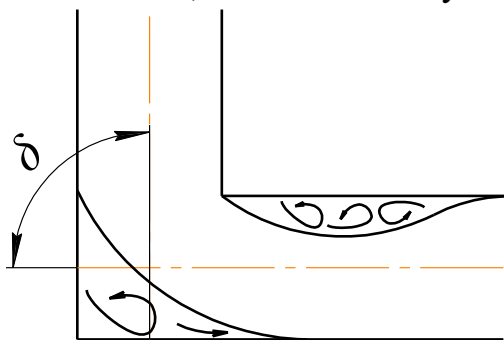


Рисунок 4.37. – Поворот раптовий (коліно).

Втрату енергії розраховують за формулою:

$$h_{нов.} = \zeta_{повор} \frac{V^2}{2g}, \text{ м,}$$

де $\zeta_{повор}$ - коефіцієнт опору, який визначається з графіку (рис. 4.38).

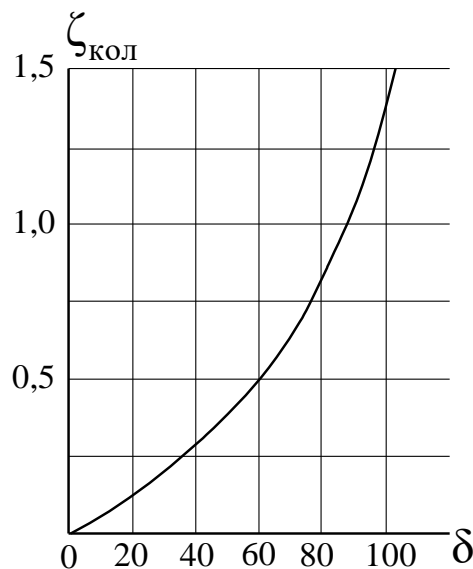


Рисунок 4.38. – Залежність $\zeta_{повор}$ від кута δ .

6. Поступовий поворот трубопроводу.

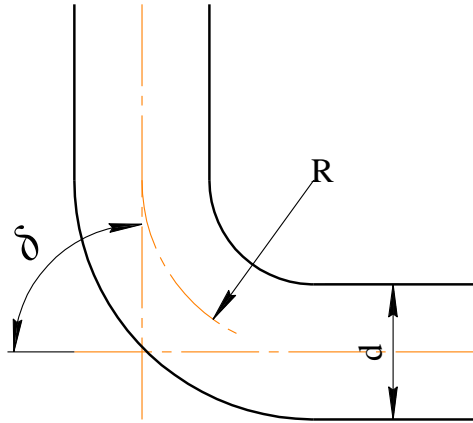


Рисунок 4.39. – Поступовий поворот.

Плавність повороту значно зменшує інтенсивність вихороутворення і відповідно опір порівняно з раптовим поворотом. Зменшення опору буде більшим, чим більший радіус повороту $\frac{R}{d}$. Коефіцієнт опору поступового повороту $\zeta_{пост.повор}$ залежить від співвідношення $\frac{R}{d}$ та кута δ , а також форми поперечного перерізу труби. Для поступового повороту з круглим перерізом і кутом $\delta=90$, $\frac{R}{d} \geq 1$ можна скористатись емпіричною формулою:

$$\zeta'_{пост.пов} = 0,051 + \frac{0,19d}{R}$$

для кута $\delta \leq 70$ коефіцієнт опору:

$$\zeta_{пост.пов} = 0,9\zeta'_{пост.звуж} \sin \delta$$

для кута $\delta \leq 100$ коефіцієнт опору:

$$\zeta_{пост.пов} = \left(0,7 + \frac{\delta}{90} 0,35 \right) \zeta'_{пост.звуж}.$$

Втрату тиску в поступовому повороті можна визначити з залежності:

$$h_{пост.пов.} = \zeta_{пост.повор} \frac{V^2}{2g}, \text{ м,}$$

Теоретично втрати напору в місцевих опорах можна обчислити тільки для раптового розширення і звуження потоку. В усіх інших випадках коефіцієнт місцевих опорів визначають експериментально, а значення їх приведені в довідниковій літературі.

Користуючись довідником потрібно пам'ятати, що:

1) усі коефіцієнти місцевих опорів визначаються для квадратичної зони

опору турбулентного режиму течії рідини, тому для ламінарного режиму в чистому вигляді їх використовувати не можна.

2) обов'язково звертати увагу до якого швидкісного напору відноситься значення ζ , тому що для деяких місцевих опорів це має принципове значення.

4.22 Взаємний вплив місцевих опорів

Якщо в трубопроводі є декілька місцевих опорів, то може виникнути така ситуація, що вони будуть впливати один на один і тоді звичайні розрахунки будуть давати велику помилку.

Взаємний вплив місцевих опорів майже не вивчений і є дані лише для декількох випадків, тому розташовувати місцеві опори потрібно таким чином щоб вони не впливали один на одного.

Орієнтовно можна вважати, що місцеві опори не впливають один на одного, якщо відстань між ними дорівнює $L \dots L_{\text{внл}} \approx (40 \dots 60)d$.

4.23 Місцеві опори при ламінарному режимі

Приведені вище дані відносяться до розвинутого турбулентного режиму руху з великими числами Рейнольдса, при яких вплив в'язкості на коефіцієнти місцевих опорів незначний.

При ламінарному режимі коефіцієнти місцевих опорів залежать не лише від виду опору, але й від числа Рейнольдса. При малих числах Рейнольдса їх вплив враховується по формулі Альтшуля.

$$\zeta = \zeta_{\text{в.м}} + \frac{B}{Re}$$

де $Z_{\text{в.м}}$ – вид місцевого опору;

B – коефіцієнт який залежить від виду опору. Даний коефіцієнт визначається з довідникової літератури.

При послідовному розміщенні декількох місцевих опорів, якщо відстані між ними менше ніж $L \dots L_{\text{внл}} \approx (40 \dots 60)d$ сумарні коефіцієнти місцевих опорів втрат напору в них додаються. Оскільки при близькому розташуванні через переформування епюр розподілу місцевих швидкостей по перерізу дійсні втрати напору можуть відрізнитись від суми даних втрат. Це пояснюється тим, що розподіл місцевих осереднених швидкостей після попереднього опору не встигають стабілізуватись на ділянці послідууючого. Тому, на відстані меншій ніж $L_{\text{внл}}$ сумарний коефіцієнт наприклад двох місцевих опорів може бути вирахований по залежності

$$\zeta_{1-2} = (\zeta_1 + \zeta_2)K$$

де K – коефіцієнт, який визначається дослідним шляхом.

4.24 Витікання рідини з отворів та насадків

Витікання рідини з отворів характеризується тим, що в цьому процесі потенційна енергія рідини на дуже короткій відстані і за дуже короткий час перетворюється в кінетичну енергію струменя. Отвором в тонкій стінці називається такий круглий отвір, товщина стінок якого складає не більше чверті його діаметра, а вхідна кромка скошена (рис. 4.40).

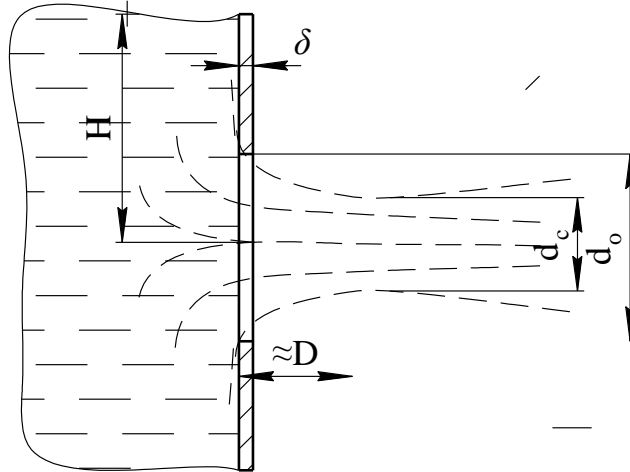


Рисунок 4.40. – Ємність з тонкою стінкою.

При витіканні рідини з ємності через отвір у тонкій стінці, діаметр якого значно менший розмірів резервуара, діаметр струменя, що витікає, буде меншим розмірів діаметра отвору. Це відбувається тому, що рідина потрапляє в отвір з усіх напрямків, а після проходження отвору напрям руху всіх частинок рідини стає однаковим. Зміна напрямку руху частинок рідини через їх інерційність миттєво змінитись не може. Тому, стиснення струменя обумовлено необхідністю поступової зміни напрямку руху рідини при проходженні отвору. Так як розміри резервуара набагато більші розмірів отвору, бічні поверхні і вільна поверхня не можуть впливати на напрям входу рідини в отвір $H \gg d_o$, то в цьому випадку спостерігається **досконале стиснення струменя**. Таке стиснення є найбільшим, і воно досягається на відстані приблизно рівній діаметру отвору. Ступінь стиснення характеризується коефіцієнтом стиснення ε :

$$\varepsilon = \frac{S_c}{S_o} = \left(\frac{d_c}{d_o} \right)^2,$$

де S_o, d_o - площа і діаметр отвору,

S_c, d_c - площа і діаметр стиснутого струменя.

Якщо при витіканні рідини з резервуара його стінки впливають на траєкторію руху частинок, то спостерігається **недосконале стиснення**

струменя. Внаслідок того, що струмінь після отвору стискається менше, ніж при витіканні з резервуара, змінюється коефіцієнт стиснення струменя. Формули визначення такого стиснення для різних рідин і різних умов є емпіричними. Наприклад, для круглого отвору в тонкій торцевій стінці труби та для малов'язких рідин коефіцієнт стиснення ε_1 можна знайти за емпіричною формулою в частках від коефіцієнта стиснення ε при досконалому стисненні струменя:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 1 + \frac{0,37}{\varepsilon} n^2$$

де

$$n = \frac{S_0}{S_{\text{смн}}}$$

S_0 - площа отвору,

$S_{\text{смн}}$ - площа поперечного перерізу ємності (труби).

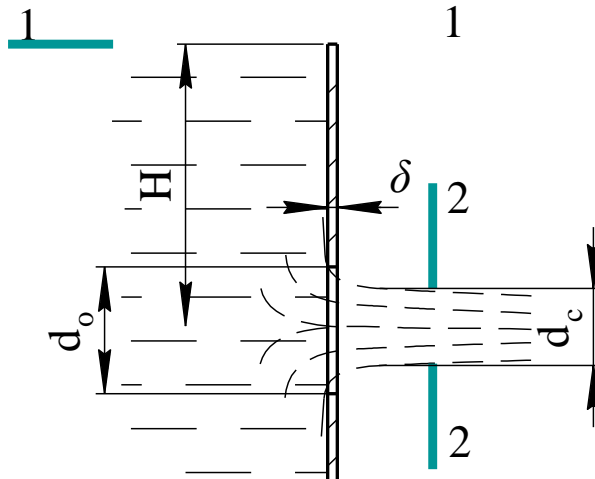


Рисунок 4.41. – Ємність з малим отвором в тонкій стінці.

Розглянемо ємність з рідиною, з якої через малий отвір у бічній стінці витікає струмінка при постійному тиску. Розглянемо два перерізи у ємності 1-1 та 2-2. Складемо рівняння Бернуллі для цих умов:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{\xi V_2^2}{2g}.$$

Для описаних умов можна вважати, що руху рідини в перерізі 1-1 немає, отже, швидкісний напір дорівнює нулю. Різницею геометричних висот, через їх малий вплив можна знехтувати. Коефіцієнтом ξ (ксі) позначено опір отвору. Цей коефіцієнт враховує втрати енергії рідини на стиснення струменя та тертя струмінки рідини поблизу отвору її формуванні. З урахуванням цього рівняння набуває вигляду:

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{\xi V_2^2}{2g}.$$

Після перестановки отримаємо:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = (\alpha_2 + \xi) + \frac{V_2^2}{2g}.$$

Звідки швидкість:

$$V_2 = \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\rho g (\alpha_2 + \xi)} \cdot 2g}.$$

Замінімо швидкість відношенням витрати до площі живого перерізу потоку

$$Q_2 = S_2 \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\rho g (\alpha_2 + \xi)} \cdot 2g} = \frac{1}{\sqrt{(\alpha_2 + \xi)}} S_2 \sqrt{\frac{2g}{\rho g} (p_1 - p_2)}.$$

Величина $\frac{1}{\sqrt{(\alpha_2 + \xi)}} = \varphi$ називається **коефіцієнтом швидкості**.

Отже, фізичний зміст коефіцієнта швидкості виражає відношення дійсної витрати через живий переріз до теоретичної витрати. Теоретична витрата це та, що могла б протікати через живий переріз при відсутності втрат.

$$S_2 = S_0 \varepsilon$$

де ε – коефіцієнт стиснення струминки.

Після підставлення отримаємо:

$$\frac{1}{\sqrt{(\alpha_2 + \xi)}} S_2 = \varphi \cdot S_1 \cdot \varepsilon.$$

Добуток $\varphi \cdot \varepsilon = \mu$ називається коефіцієнтом витрати.

Тоді, остаточно отримаємо:

$$Q = S_1 \mu \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}.$$

Або, при умові $\rho g = \gamma$:

$$Q = S_1 \mu \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \Delta p}.$$

У цих формулах Δp - різниця тисків до отвору та після нього. За допомогою отриманого виразу вирішується завдання визначення витрати рідини під впливом різниці тисків. Причиною витікання рідини є різниця тисків. Рідина завжди рухається з області високого тиску до області низького тиску. Наведений вираз можна вважати інженерною формою рівняння Бернуллі. В техніці витікання рідини через малий отвір називають дроселюванням. Гідравлічний апарат, призначений для дроселювання,

називається дроселем, а отвір у цьому гідроапараті називається прохідним перерізом. Найбільш складним завданням практичного застосування цього рівняння є визначення коефіцієнта μ . Цей коефіцієнт визначається експериментально, та залежить від числа Рейнольдса. Ці залежності можна представити у вигляді графіка (рис. 4.42).

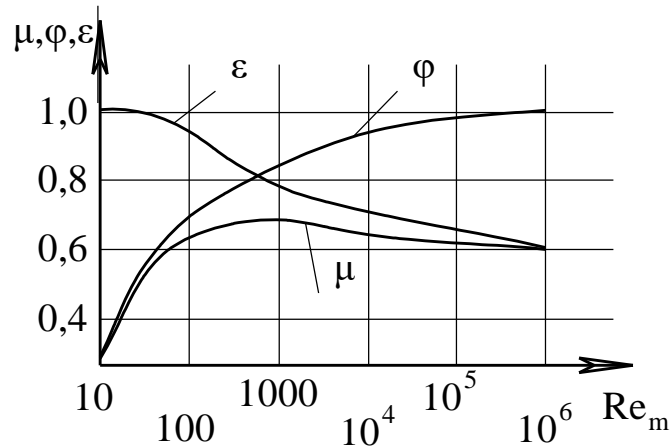


Рисунок 4.42. – Графік залежності коефіцієнта витрати, коефіцієнта швидкості, коефіцієнта стиснення від числа Рейнольдса.

На графіку Re_m позначене число Рейнольдса, що розраховане за теоретичною швидкістю, що відповідає теоретичній витраті.

Із збільшенням швидкості витікання та збільшенням Re_m коефіцієнт швидкості φ швидко наростає і наближається до значення $\varphi=1,0$. Це свідчить про значне зменшення гідравлічного опору отвору за рахунок зниження впливу в'язкості.

Тільки за рахунок коефіцієнта μ величина витрати зменшується на 30 – 40 % відносно теоретичної.

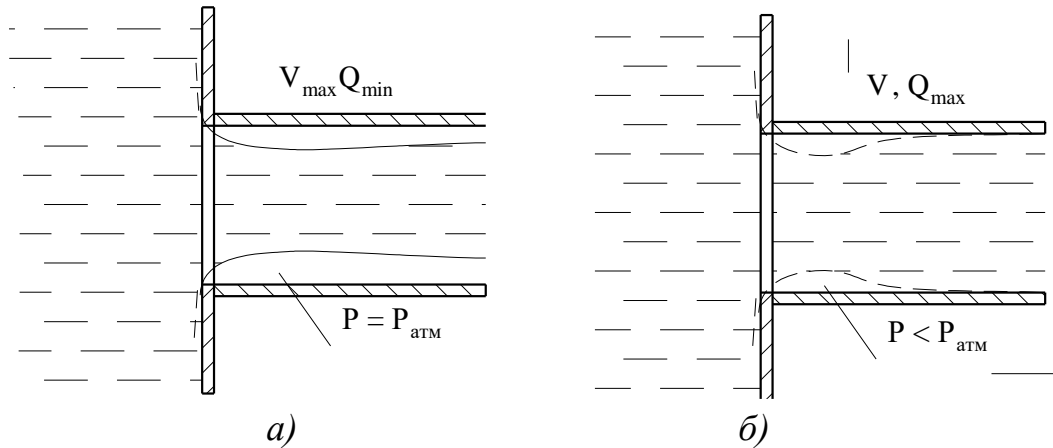
4.25 Витікання рідини з насадок

Насадкою називається коротка труба довжиною від 3 до $8d$. Насадки поділяються на такі типи: циліндричні: внутрішні та зовнішні, конічнозбіжні, конічнорозбіжні, коноїдальні та інші.

В насадці струмінь спочатку стискається, а потім розширюється, заповнюючи весь переріз. Розрахунковим тут вважається переріз на виході, для якого коефіцієнт стиснення дорівнює одиниці.

Найпростішою насадкою є циліндрична насадка, рух рідини в якій може відбуватися у двох різних режимах. В першому випадку на гострих входних кромках насадки відбувається досконале стиснення струменя і далі вона рухається, не торкаючись стінок насадки. Швидкість при цьому доволі висока, а витрата мінімальна. В другому випадку, струмінь рідини спочатку

стискається утворюючи вихрову зону, тиск в цьому перерізі струменя є меншим атмосферного. Далі потік поступово розширюється та заповнює весь переріз насадки. Коефіцієнт витрати через такий насадок дорівнює $\mu = \varphi = 0,8$.



a – з відривом від насадки; *б* – без відриву від насадки.

Рисунок 4.43. – Витікання рідини через зовнішню циліндричну насадку.

Аналогічно до витікання рідини з малого отвору швидкість та витрата при витіканні з насадок при сталому напорі визначається за формулами:

$$V = \varphi \sqrt{2gH} ;$$

$$Q = \mu S \sqrt{2gH} .$$

Зовнішню циліндричну насадку слід використовувати, коли є потреба у швидкому випорожненні ємності без необхідності отримання великої швидкості руху рідини.

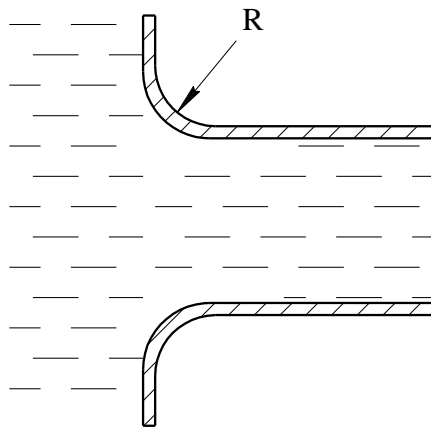


Рисунок 4.44 - Тороїдальна насадка.

Більш якісні умови витікання спостерігаються крізь **тороїдальна** насадка, яка забезпечує більш високий коефіцієнт витрати. Його значення, в залежності від радіуса заокруглення може сягати $\mu = 0,96$.

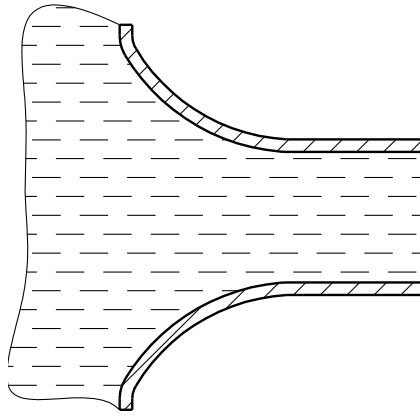


Рисунок 4.45. - Коноїдальна насадка.

Коли радіус кривизни становить більше довжини насадки, насадка стає **коноїдальною**. Коефіцієнт витрати для даного типу може бути $\mu=0,98$.

Конічні збіжні та коноїдальні насадки забезпечують максимальну витрату при великій швидкості і відповідно і великій кінетичній енергії струменя (пожежні брандспойти, фонтани)

При використанні конічних розбіжних насадок кут розходження обмежений. При великому куті розходження струмінь не заповнить насадку і витікання буде відбуватись як і при звичайному отворі в тонкій стінці. Середні значення коефіцієнтів витрати, швидкості, та стиснення для найбільш розповсюджених насадків наведені в табл. 4.1 .

Таблиця 4.1 Середні значення коефіцієнтів витрати, швидкості, та стиснення для найбільш розповсюджених насадок

Тип насадки	Коефіцієнти		
	швидкості φ	стиснення ε	витрати μ
Зовнішня циліндрична насадка за умови $L=(3...4)d$ $L=20d$	0,82	1	0,82
	0,73	1	0,73
Внутрішня циліндрична насадка за умови $L=0,5d$ $L=(3...4)d$	0,98	0,52	0,51
	0,71	1	0,71
Конічна збіжна насадка при куті сходження 13°	0,92	1	0,945
Конічна розбіжна насадка при куті розходження $5^\circ...7^\circ$	0,48	1	0,5
Коноїдальна насадка	0,96	1	0,96

4.26 Експериментальне визначення коефіцієнтів, що характеризують рух рідини в отворах та насадках

Установка для експериментального визначення коефіцієнтів швидкості φ , стиснення ε , витрати μ складається з (рис. 4.46) відцентрового насоса 1 та напірного трубопровода 2, з якого вода подається у напірний бак 6 з площиною поперечного перерізу Q , у стінці якого є отвір. На стінці бака розташована турель 7 з насадками: конічно-збіжною, конічно-розбіжною та циліндричною. Обертаючи турель, до отвору приєднують будь-яку з насадок. Витрату води регулюють вентилем 4. Для утримання в ємності 6 сталого рівня використовують зливну трубу 5, а для вимірювання рівня – п'єзометр 3. Для вимірювання координат центра ваги будь-якого перерізу струменя використовують координатну сітку 8. Довжина сторони комірки дорівнює 5 см. Дійсну витрату вимірюють за допомогою мірного баку 9. Прибавку рівня рідини в мірному баку вимірюють п'єзометром 10 при закритому пробковому крані 11.

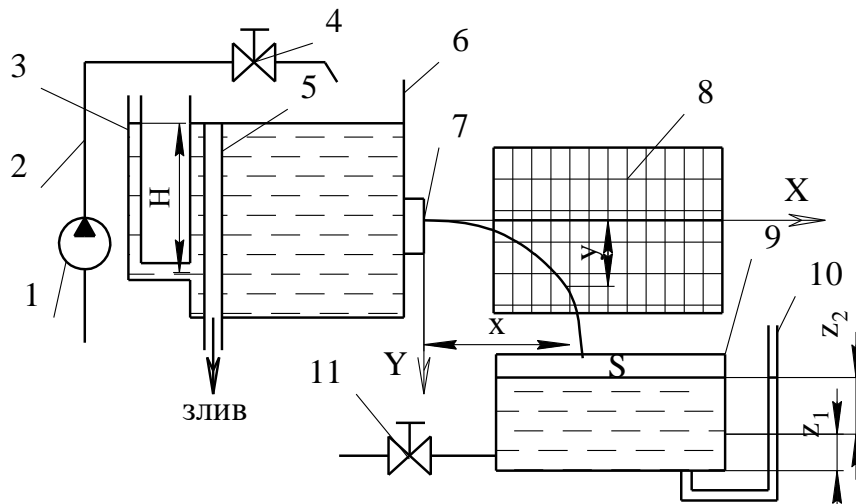


Рисунок 4.46 – Установка для експериментального визначення коефіцієнтів швидкості φ , стиснення ε , витрати μ .

Якщо площа марного баку S , то об'єм води, що надходить в бак:

$$V = S(z_2 - z_1)$$

де z_1 , z_2 – початкове та кінцеве значення води в мірній ємності.

$$Q = \frac{V}{T}$$

де T – час за який вода підніметься від початкового до кінцевого рівня.

Знаючи площу живого перерізу круглого отвору, коефіцієнт витрати знайдемо з залежності:

$$\mu = \frac{Q}{s_{кр.отв} \sqrt{2gH}}$$

Оскільки площа стиснутого перерізу $s = s_{кр.отв} \cdot \varepsilon$, коефіцієнт стиснення струменя:

$$\varepsilon = \left(\frac{d_c}{d} \right)^2.$$

Враховуючи координати:

$$x = V \cdot t,$$
$$y = \frac{gt^2}{2},$$

отримаємо час:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

і швидкість

$$V = \frac{x}{t} = x \sqrt{\frac{g}{2y}}.$$

Оскільки швидкість витікання води з отвору чи насадки при сталому напорі:

$$V = \varphi \sqrt{2gH},$$

то за результатами експериментального вимірювання коефіцієнт швидкості:

$$\varphi = \frac{x}{2\sqrt{H \cdot y}}.$$

Тоді, коефіцієнт стиснення струменя можна отримати з залежності:

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\varphi}.$$

4.27 Приклади вирішення задач за розділом 4.24

Приклад 1. Витрата води крізь малий отвір в тонкій стінці, що розташований у дні ємності при сталому напорі $H=1,5$ м становить $Q=1,4$ л/с, коефіцієнт витрати $\mu=0,6$. Визначити діаметр отвору.

Скористаємось залежністю для визначення витрати води крізь малий отвір при сталому напорі

$$Q = \mu S \sqrt{2gH}$$

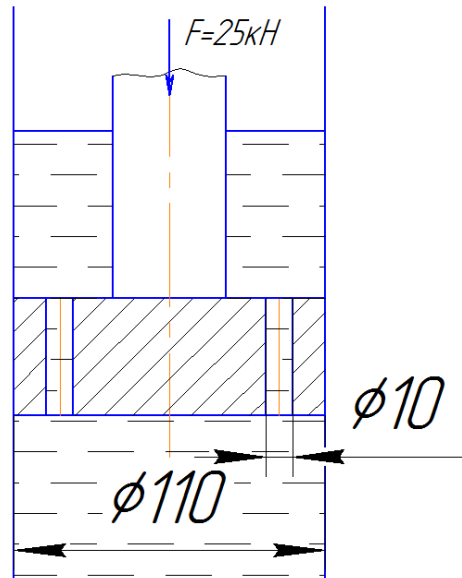
Звідки площа отвору становить:

$$S = \frac{Q \sqrt{2gH}}{2\mu gH} = \frac{0,0014 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5}}{2 \cdot 0,6 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = \frac{0,0075}{17,658} = 0,0004 \text{ м}^2.$$

Тоді, діаметр отвору

$$d = \frac{2\sqrt{\pi \cdot S}}{\pi} = \frac{2\sqrt{3,14 \cdot 0,0004}}{3,14} = 0,023 \text{ м.}$$

Приклад 2. Поршень діаметром 110 мм, має 5 отворів діаметром 10 мм кожен. Отвір розглядають як зовнішню циліндричну насадку з коефіцієнтом витрати $\mu = 0,82$, густина рідини $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$. Визначити швидкість переміщення поршня вниз, якщо до штоку прикладена сила 25 кН.



Визначимо величину тиску під поршнем:

$$p = \frac{4F}{\pi(D^2 - n \cdot d_0^2)} = \frac{4 \cdot 25 \cdot 10^3}{\pi(0,11^2 - 5 \cdot 0,01^2)} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,036} = 2,7 \text{ МПа.}$$

Витрата рідини з одного отвору:

$$Q = \mu \cdot S \sqrt{\frac{2p}{\rho}} = 0,82 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 2,7 \cdot 10^6}{900}} = 4,98 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с,}$$

Тоді сумарна витрата з п'яти отворів:

$$\sum Q = Q \cdot n = 4,98 \cdot 10^{-3} \cdot 5 = 0,0249 \text{ м}^3/\text{с.}$$

Швидкість переміщення поршня:

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{0,0249}{\frac{\pi \cdot 0,11^2}{4}} = 2,62 \text{ м/с.}$$

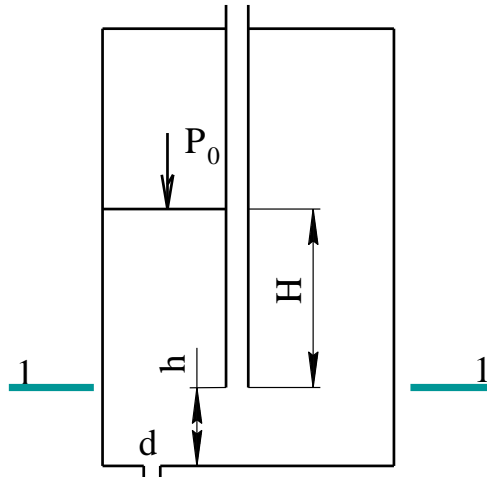
Приклад 3. Притік води в ємність на дні якого є малий отвір діаметром d становить $500 \text{ см}^3/\text{с}$. Розрахувати напір в ємності при $d=15 \text{ мм}$, та $d=20 \text{ мм}$ та коефіцієнті витрати $\mu=0,6$.

$$Q = \mu S \sqrt{2gH},$$

$$H = \frac{Q^2}{2\mu^2 \cdot S^2 \cdot g} = \frac{0,0005^2}{2 \cdot 0,6^2 \cdot 0,00017^2 \cdot 9,81} = 1,22 \text{ м,}$$

$$H = \frac{Q^2}{2\mu^2 \cdot S^2 \cdot g} = \frac{0,0005^2}{2 \cdot 0,6^2 \cdot 0,0003^2 \cdot 9,81} = 0,39 \text{ м.}$$

Приклад 4. З закритої ємності діаметром $D=0,5\text{м}$ в верхній кришці якої встановлена відкрита трубка, вода витікає в атмосферу крізь малий отвір в дні діаметром 15 мм. Визначити час випорожнення ємності при $H=1,2\text{ м}$, $h=0,5\text{ м}$.



При випорожненні ємності тиск на вільній поверхні рідини буде зменшуватись, внаслідок чого рівень рідини швидко досягне перерізу 1-1. З цього моменту повітря почне проникати в ємність і тиск на поверхні стане

$$p_1 = p_0 + \rho g(H - h) = p_a$$

Знайдемо час, за який рідина дійде до перерізу 1-1.

Об'єм рідини складе:

$$V = \frac{\pi \cdot D^2}{4} (H - h) = \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} (1,2 - 0,5) = 0,137 \text{ м}^3.$$

Витрата складе:

$$Q = \mu S \sqrt{2gH} = 0,62 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,015^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,2} = 0,00053 \text{ м}^3/\text{с.}$$

$$t_1 = \frac{V}{Q} = \frac{0,137}{0,00053} = 258 \text{ с.}$$

Час за який витече об'єм води, що залишився:

$$V = \frac{\pi \cdot D^2}{4} h = \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} 0,5 = 0,098 \text{ м}^3.$$

Час повного випорожнення ємності, за умови зміни напору:

$$t_2 = \frac{2V}{Q} = \frac{2 \cdot 0,098}{0,00053} = 370 \text{ с.}$$

Тоді повний час складе:

$$t = t_1 + t_2 = 258 + 370 = 627 \text{ с} = 10,4 \text{ хв.}$$

Приклад 5. Вода витікає з закритої ємності крізь зовнішній циліндричний насадок діаметром 10 мм в атмосферу. Визначити витрату води при напорі 1,5 м і манометричному тиску на вільній поверхні 0,25МПа.

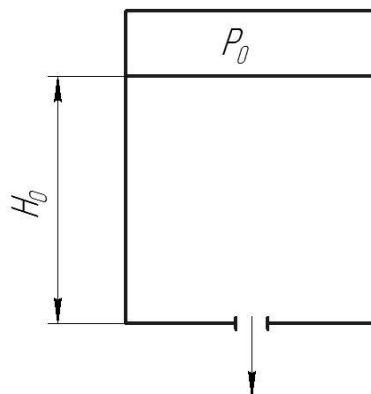
$$Q = \mu S \sqrt{2gH} = 0,82 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,01^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (1,5 + 25)} = 0,0014 \text{ м}^3 / \text{с} = 84 \text{ л/хв.}$$

4.28 Задачі для самостійного розв'язку

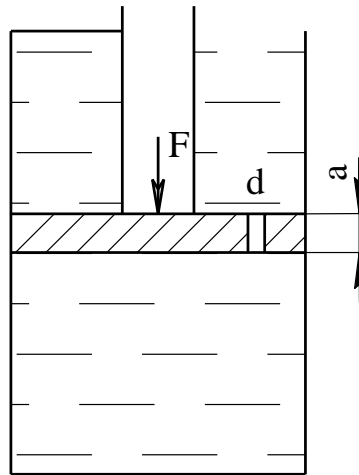
Задача 1. Визначити на скільки відсотків збільшиться витрата води, що витікає крізь малий отвір в дні відкритої ємності, якщо до отвору буди приєднано зовнішню циліндричну насадку, зовнішню конічну, коноїдальну насадку.

Задача 2. Визначити швидкість і витрату рідини при витіканні через малий отвір в тонкій стінці та через циліндричну насадку і на скільки відсотків пропускна спроможність циліндричної насадки більша, ніж при витіканні рідини через круглий отвір та на скільки відсотків швидкість витікання рідини через круглий отвір більша, ніж через насадку. Коефіцієнти швидкості для отвору і циліндричної насадки дорівнюють $\varphi_o = 0,97$; $\varphi_n = 0,82$; коефіцієнти витрати - $\mu_o = 0,62$, $\mu_n = 0,82$. Висота рідини 0,4 м, діаметр отвору та насадки 10 мм.

Задача 3. Визначити витрату рідини, густина якої $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$, що витікає з баку через отвір (рис. 4.51), площа якого $S = 1 \text{ см}^2$. Тиск повітря на вільній поверхні рідини в баці $p_o = 35,7 \text{ кПа}$., висота $H_o = 2 \text{ м}$. Коефіцієнт витрати отвору $\mu_o = 0,60$.

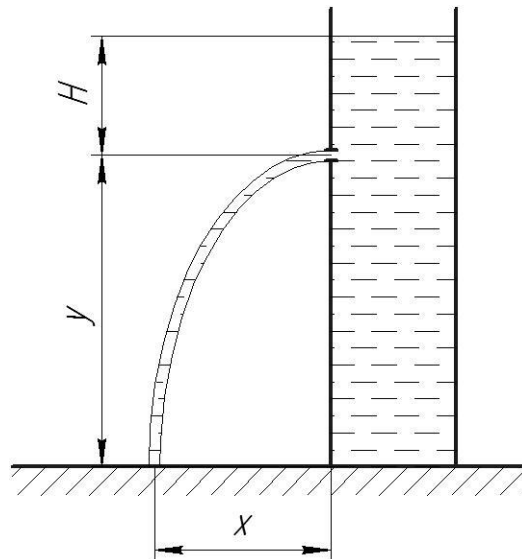


Задача 4. На поршень діаметром 100 мм діє сила 1 кН. Визначити швидкість переміщення поршня при діаметрі отвору в поршні 2 мм та товщині поршня 8 мм, а також силу F при якій поршень буде рухатись із швидкістю 1 мм/с якщо діаметр отвору в поршні 2,5 мм, а товщина поршня 10 мм (тертям поршня о стінки циліндра знехтувати).



Задача 5. Вода витікає з дна закритої ємності через зовнішній циліндричний насадок діаметром 20 мм. Визначити який манометричний тиск необхідно створити на вільній поверхні для пропуску води $Q=2,5$ л/с, якщо глибина води в ємності 2 м.

Задача 6. При витіканні рідини через отвір діаметром $d=10$ мм заміряли наступні величини: відстань $x=5,5$ м, висота $y=4$ м, напір $H=2$ м і витрата рідини $Q=0,305$ л/с. Обчислити коефіцієнти стиснення ε , швидкості φ , витрати μ і опору ζ . Розподіл швидкостей по перерізу струменів вважати рівномірним (рис. 4.53). Опором повітря знехтувати.



4.29 Тестові завдання

1. Витікання рідини через отвори і насадки при сталому напорі відноситься до:
- 1) напірного руху;
 - 2) усталеного руху;
 - 3) неусталеного руху;
 - 4) нерівномірного;
 - 5) напірного, усталеного руху;
 - 6) безнапірного усталеного руху;
 - 7) вільного струменя.

2. Витікання рідини через отвори і насадки при змінному напорі відноситься до:

- 1) напірного руху;
- 2) усталеного руху;
- 3) неусталеного руху;
- 4) нерівномірного;
- 5) напірного, усталеного руху;
- 6) безнапірного усталеного руху;
- 7) вільного струменя;
- 8) рівномірного руху;
- 9) напірного неусталеного руху.

3. Указати формули для визначення коефіцієнта швидкості:

- 1) $\varphi = 1/\sqrt{\alpha + \zeta_{т.с}}$;
- 2) $\varphi = \mu/\varepsilon$;
- 3) $\varphi = v_d/v_T$;
- 4) $\varphi = 1/\sqrt{1 + \zeta_{т.с}}$.

4. Указати значення коефіцієнта швидкості для малого отвору:

- 1) $\varphi = 0,82$;
- 2) $\varphi = 0,96$;
- 3) $\varphi = 0,98$;
- 4) $\varphi = 0,97$;
- 5) $\varphi = 0,707$.

5. Коефіцієнт швидкості залежить:

- 1) від напору рідини H ;
- 2) від геометричних розмірів отвору;
- 3) від геометричної форми отвору;
- 4) від режиму течії рідини;
- 5) від коефіцієнту втрат енергії при витіканні через отвір в тонкій стінці.

6. Швидкість витіканні рідини буде збільшуватись, якщо до отвору приєднати:

- 1) зовнішню циліндричну насадку;
- 2) конічну збіжну насадку;
- 3) конічну розбіжну насадку;
- 4) внутрішню циліндричну насадку.

7. Витрата рідини буде найбільшою при витіканні через:

- 1) зовнішню циліндричну насадку;
- 2) конічну збіжну насадку;
- 3) конічну розбіжну насадку;
- 4) внутрішню циліндричну насадку;
- 5) малий отвір в тонкій стінці.

8. Для одержання значного вакууму при наявності малої швидкості і великої витрати рідини потрібно використовувати:

- 1) зовнішню циліндричну насадку;
- 2) конічну збіжну насадку;
- 3) конічну розбіжну насадку;
- 4) внутрішню циліндричну насадку;
- 5) малий отвір в тонкій стінці;
- 6) коноїдальну насадку.

9. Якщо отвір буде розташовано у дні резервуару, то витрата рідини в порівнянні з отвором в боковій стінці резервуару(при усіх інших однакових умовах):

- 1) залишається однаковою в обох випадках;
- 2) збільшується;
- 3) зменшується.

10. Виберіть для яких насадок коефіцієнти швидкості і витрати однакові:

- 1) зовнішній циліндричний насадок;
- 2) конічний збіжний насадок;
- 3) конічний розбіжний насадок;
- 4) внутрішній циліндричний насадок.

11. Витрати рідини при витіканні через зовнішню циліндричну насадку в порівнянні з отвором такого ж діаметру при усіх інших однакових умовах:

- 1) залишається однаковою;
- 2) збільшується на 33%;
- 3) зменшується на 18%.

12. Швидкість витікання рідини через зовнішню циліндричну насадку в порівнянні з отвором такого ж діаметру при усіх інших однакових умовах:

- 1) залишається однаковою;
- 2) збільшується на 33%;
- 3) зменшується на 18%.

13. Коефіцієнти швидкості для отворів і насадок завжди:

- 1) менше одиниці;
- 2) дорівнюють нулю;
- 3) більше одиниці;
- 4) можуть мати будь-які значення.

14. Коефіцієнти витрати для отворів і насадок завжди:

- 1) менше одиниці;
- 2) дорівнюють нулю;
- 3) більше одиниці;
- 4) можуть мати будь-які значення.

4.30 Питання для самоконтролю за розділом 4.24

1. Які отвори можна вважати отворами у тонкій стінці?
2. Чому при витіканні рідини через маленькій отвір виникає стислий переріз?
3. Чим характеризується досконале стиснення струминки?
4. Як змінюються кількісні показники витікання, коли стиснення струминки буде недосконалим?
5. Від чого залежить теоретична швидкість витікання рідини під час витікання в атмосферу?
6. Чому справжня і теоретична швидкість витікання неоднакові? Яка з них більша?
7. В чому полягає фізичний зміст коефіцієнта швидкості?
8. Як пов'язані між собою коефіцієнти витрати і швидкості?
9. За якої умови витікання рідини крізь отвір у товстій стінці можна вважати витіканням через циліндричну насадку?
10. Чому витрата через циліндричну насадку більша, ніж крізь отвір з таким

самим діаметром?

11. Наведіть класифікації насадок.
12. Чому в насадках виникає вакуум?
13. Як визначити час спорожнення посудини?

4.31 Типи та розрахунок напірних трубопроводів

1. Прості трубопроводи постійного розрізу.
2. Послідовне та паралельне з'єднання трубопроводів.
3. Розгалужені трубопроводи.

При розрахунках напірних трубопроводів основним завданням є визначення витрати, або втрат напору на окремих ділянках, або на всій довжині трубопроводу при заданих умовах. Трубопроводи поділяються на **короткі** та **довгі**. До перших відносять всі трубопроводи, в яких місцеві втрати напору становлять більше 10% втрат напору по довжині. При розрахунках таких трубопроводів обов'язково враховують втрати напору в місцевих опорах. До других відносяться трубопроводи, в яких місцеві втрати менше 10% втрат напору по довжині. Розрахунок ведеться без врахування місцевих втрат. Враховуючи гідравлічну схему роботи довгих трубопроводів, вони поділяються на **прості** та **складні**. Простими називаються послідовно з'єднані трубопроводи одного чи різних перерізів, які не мають ніяких відгалужень. До складних трубопроводів належать системи труб з одним або кількома відгалуженнями, паралельними гілками тощо.

Рідина в трубопроводі рухається завдяки тому, що її енергія на початку трубопроводу більша, ніж в кінці. Цей перепад рівнів енергії створюється роботою насоса, різницею рівнів рідини або тиском газу.

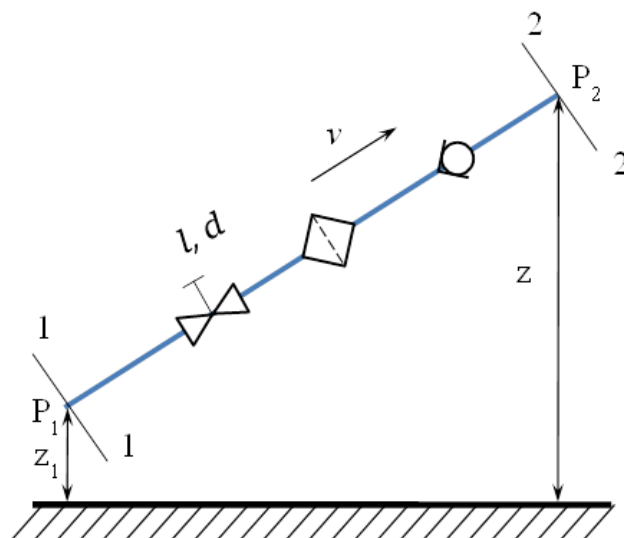


Рисунок 4.47.– Схема простого трубопроводу.

Розглянемо простий трубопровід постійного діаметру (рис. 4.47), який розташований довільно у просторі, який має загальну довжину l та діаметр d , а також містить низку місцевих опорів (вентиль, фільтр та зворотній клапан). В першому перерізі трубопроводу 1-1 геометрична висота дорівнює z_1 і надлишковий тиск P_1 , а в кінцевому перерізі 2-2 - відповідно z_2 і P_2 . Швидкість потоку в цих перерізах внаслідок сталого діаметра труби однакова і дорівнює V . Запишемо рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 та 2-2. Оскільки швидкість в обох перерізах однакова і $\alpha_1 = \alpha_2$, то швидкісний напір можна не враховувати. При цьому отримаємо:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \sum h$$

або

$$\frac{P_1}{\rho g} = z_2 - z_1 + \frac{P_2}{\rho g} + \sum h$$

П'єзометричну висоту, що стоїть у лівій частині рівняння, називають потрібним напором $H_{нотр}$. Якщо п'єзометрична висота задана, то її називають наявним напором $H_{наяв}$. Такий напір складається з геометричної висоти $H_{нотр}$, на яку піднімається рідина, п'єзометричної висоти в кінці трубопроводу та суми всіх втрат енергії в трубопроводі. Сума перших двох доданків називається статичним напором.

$$H_{ст} = \Delta z + \frac{P_2}{\rho g},$$

а останній доданок $\sum h$ – як функція витрати.

$$\sum h = K \cdot Q^m$$

тоді

$$H_{нотр} = H_{ст} + K \cdot Q^m$$

де K – опір трубопроводу;

Q – витрата рідини;

m – показник ступеня, який залежить від режиму течії рідини.

Для ламінарного режиму течії при заміні місцевих опорів еквівалентними довжинами опір трубопроводу дорівнює:

$$K = \frac{128V \cdot l_{роз}}{\pi \cdot g \cdot d^4} \text{ при } m = 1$$

де $l_{роз} = l + l_{екв}$.

Чисельне значення еквівалентних довжин $l_{екв}$ для різних місцевих опорів зазвичай знаходять дослідним шляхом.

Для турбулентного режиму руху, використовують формулу Дарсі –

Вейсбаха

$$K = \left(\sum \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{16}{2\pi^2 \cdot g \cdot d^4} \text{ при } m = 2$$

За цими залежностями можна побудувати криву потрібного тиску залежно від витрати. При ламінарному режимі течії ця крива зображується прямою лінією (рис. 4.48).

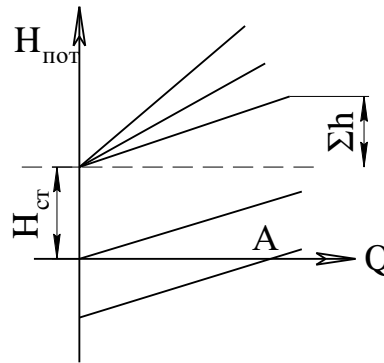


Рисунок 4.48 – Потрібний напір при ламінарному режимі течії.

За умови турбулентного режиму руху рідини крива набуває вигляду параболи (рис. 4.49) при з показником ступеня рівного двом.

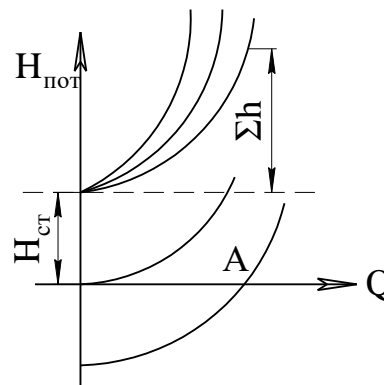


Рисунок 4.49. - Потрібний напір за умови турбулентного режиму течії рідин.

Крутизна кривих необхідного напору залежить від опору трубопроводу K і зростає зі збільшенням довжини трубопроводу та зменшенням діаметра, а також із збільшенням місцевих гідравлічних опорів.

Точка перетину кривої потрібного напору з віссю абсцис (точка А) визначає витрату при русі рідини самопливом. Потрібний напір в такому випадку дорівнює нулю.

Характеристикою трубопроводу називається залежність сумарної втрати напору (або тиску) в трубопроводі від витрати:

$$\sum h = f(Q)$$

Прості трубопроводи можуть з'єднуватись між собою, при цьому їх з'єднання може бути послідовним та паралельним.

Послідовне з'єднання (рис. 4.50).

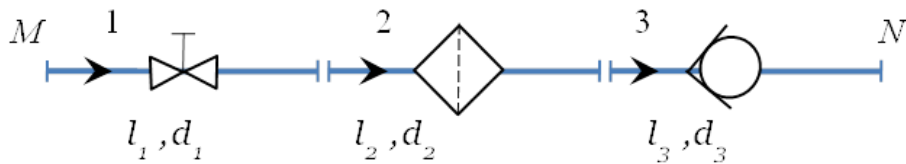


Рисунок 4.50 - Послідовне з'єднання трубопроводів.

При подачі рідини від точки M до точки N витрата рідини Q :

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q,$$

а повна втрата напору між точками $M - N$ дорівнює:

$$\sum h_{MN} = \sum h_1 + \sum h_2 + \sum h_3.$$

Ці рівняння визначають правила побудови характеристик послідовного з'єднання труб. Якщо відомі характеристики кожного трубопроводу, то по ним можна побудувати характеристику всього послідовного з'єднання $M-N$ (рис. 4.51). Для цього потрібно скласти ординати всіх трьох кривих

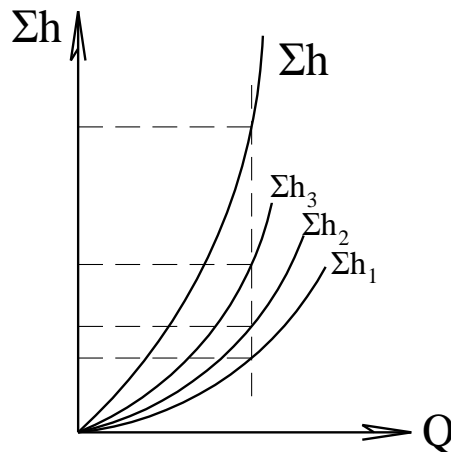


Рисунок 4.51. - Характеристика послідовного з'єднання трубопроводів.

Паралельне з'єднання (рис. 4.52).

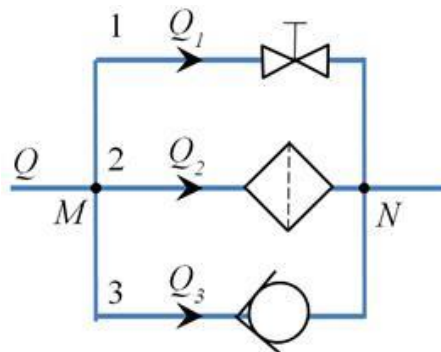


Рисунок 4.52 – Паралельне з'єднання трубопроводів.

Повний напір в точках M і N відповідно H_M і H_N , витрата в основній магістралі (до розгалуження та після злиття) - Q , а в паралельних трубопроводах Q_1 , Q_2 і Q_3 ; сумарні втрати в цих трубопроводах Σh_1 , Σh_2 і Σh_3 .

Витрата рідини в основній магістралі:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Втрати напору в кожному трубопроводі через повні напори в точках M і N :

$$\Sigma h_1 = H_M - H_N; \Sigma h_2 = H_M - H_N; \Sigma h_3 = H_M - H_N$$

Звідки:

$$\Sigma h_1 = \Sigma h_2 = \Sigma h_3 .$$

Втрати напору в паралельних трубопроводах рівні між собою. Їх можливо представити в загальному вигляді через відповідні витрати:

$$\Sigma h_1 = K_1 \cdot Q_1^m, \quad \Sigma h_2 = K_2 \cdot Q_2^m, \quad \Sigma h_3 = K_3 \cdot Q_3^m,$$

де K і m – приймається залежно від режиму течії рідини.

З двох останніх рівнянь випливає таке правило: для побудови характеристики паралельного з'єднання кількох трубопроводів необхідно скласти абсциси (витрати) характеристик цих трубопроводів за однакових ординат (Σh) (рис. 4.53).

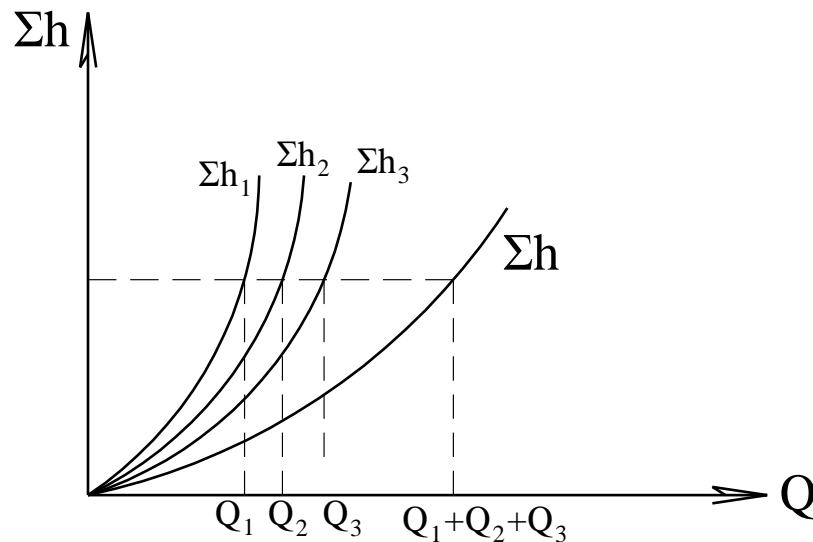


Рисунок 4.53 - Характеристика паралельного з'єднання трубопроводів.

Розгалужене з'єднання трубопроводів (рис. 4.54).

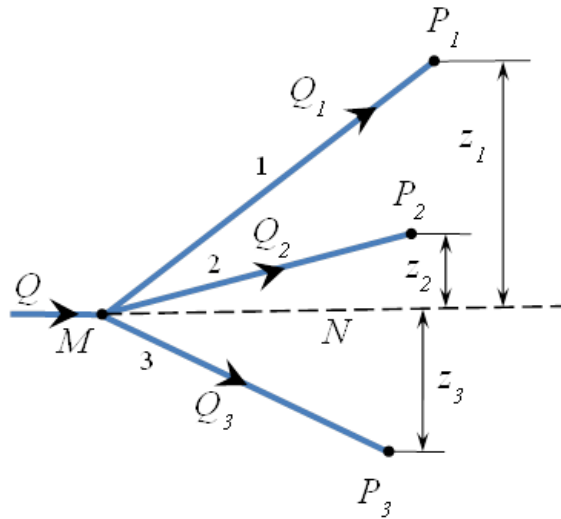


Рисунок 4.54 - Розгалужений трубопровід.

Так як і для паралельних трубопроводів, загальна витрата в основному трубопроводі буде дорівнювати:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Запишемо рівняння Бернуллі для перерізу $M-M$ і кінцевого перерізу, наприклад першого, отримаємо

$$H_M = z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \sum h_1.$$

Оскільки $H_{cm} = z_1 + \frac{P_1}{\rho g}$, то:

$$H_M = H_{cm1} + K \cdot Q_1^m.$$

Аналогічно для інших трубопроводів:

$$H_M = H_{cm2} + K \cdot Q_2^m,$$

$$H_M = H_{cm3} + K \cdot Q_3^m.$$

Таким чином, отримана система рівнянь з чотирма невідомими: Q_1 , Q_2 , Q_3 та H_M .

Побудова кривої потрібного напору для розгалуженого трубопроводу виконується додаванням кривих потрібних напорів для гілок за правилом складання характеристик паралельних трубопроводів - додаванням абсцис (Q) при однакових ординатах (H_M). Криві потрібних напорів для гілок позначені цифрами 1, 2 і 3, а сумарна крива потрібного напору для розгалуження позначена літерами $ABCD$. Умовою подачі рідини у всі гілки є нерівність $H_M > H_{cm1}$.

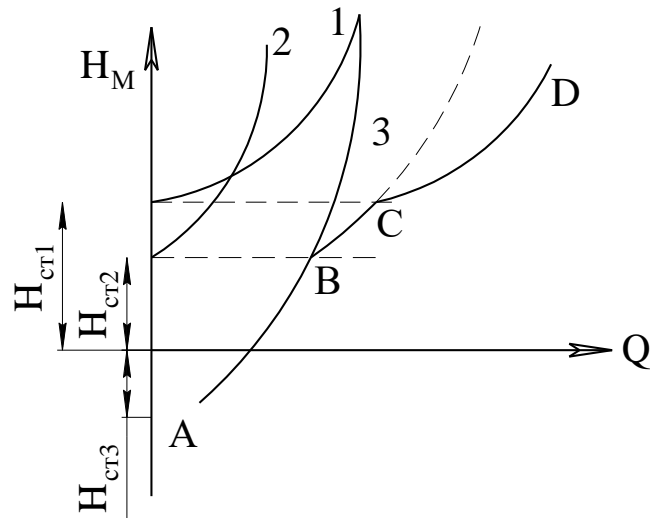


Рисунок 4.55 - Характеристика розгалуженого трубопроводу.

Складний трубопровід, в загальному випадку складається з простих трубопроводів з послідовним та паралельним з'єднанням або з розгалуженнями (рис. 4.56).

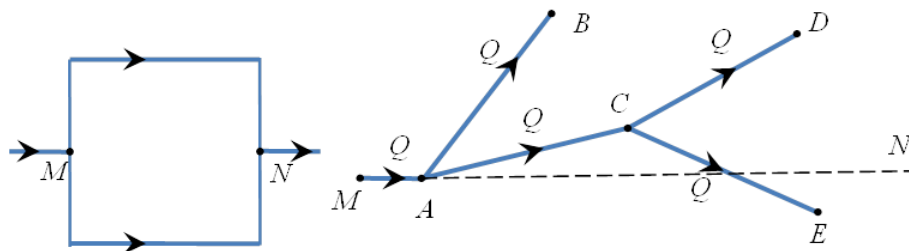


Рисунок 4.56 - Схеми складних трубопроводів.

Складний кільцевий трубопровід (рис.4.57).

Кільцевий трубопровід є системою суміжних замкнутих контурів, з відбором рідини в вузлових точках або з безперервною роздачею рідини на окремих ділянках.

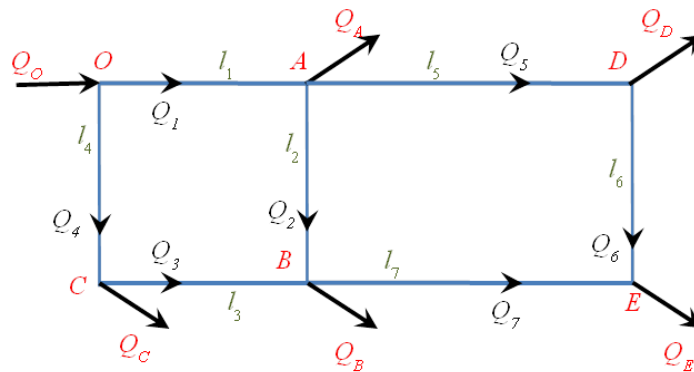
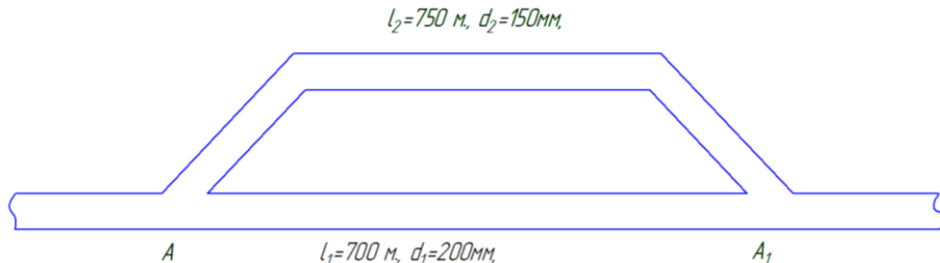


Рисунок 4.57 - Схема складного кільцевого трубопроводу.

4.32 Приклади до розділу 4.31

Приклад 1. До системи, яка складається з двох паралельно з'єднаних трубопроводів, що мають довжини відповідно 700 м і 750 м і діаметри 200 мм і 150 мм (коефіцієнт шорсткості $n=0,012$), підводиться до точки A вода, витрата якої складає 51 л/с. Потрібно визначити втрату напору на ділянці $A-A_1$ і величини витрат води на кожній ділянці.



Визначимо площу живого перерізу трубопроводів:

1. Площа живого перерізу для трубопроводу $d_1=200$ мм:

$$S_{mp1} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} = 0,0314 \text{ м}^2.$$

2. Площа живого перерізу для трубопроводу $d_1=150$ мм:

$$S_{mp2} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} = 0,0177 \text{ м}^2.$$

3. Тоді змочений периметр трубопроводів складе:

1. Змочений периметр для трубопроводу $d_1=200$ мм:

$$\chi_1 = \pi \cdot d = 3,14 \cdot 0,2 = 0,628 \text{ м.}$$

2. Змочений периметр для трубопроводу $d_1=150$ мм:

$$\chi_2 = \pi \cdot d = 3,14 \cdot 0,15 = 0,471 \text{ м.}$$

Гідравлічний радіус трубопроводів визначимо діленням площі живого перерізу трубопроводу на змочений периметр:

$$R_1 = \frac{S_{mp1}}{\chi_1} = \frac{0,0314}{0,628} = 0,05 \text{ м,}$$

$$R_2 = \frac{S_{mp2}}{\chi_2} = \frac{0,0177}{0,471} = 0,038 \text{ м.}$$

Тоді коефіцієнт Шези складе:

$$C_1 = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{0,012} \cdot 0,05^{\frac{1}{6}} = 50,58;$$

$$C_2 = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{0,012} \cdot 0,038^{\frac{1}{6}} = 48,32.$$

Знаючи площу живого перерізу, змочений периметр і гідравлічний радіус,

визначимо модулі витрат для першого і другого трубопроводів.

$$K_1 = S_{mp1} \cdot C_1 \sqrt{R} = 0,0314 \cdot 50,58 \sqrt{0,05} = 0,355;$$

$$K_2 = S_{mp2} \cdot C_2 \sqrt{R} = 0,0177 \cdot 48,32 \sqrt{0,038} = 0,167.$$

Визначимо втрату напору на ділянці AA₁:

$$h_l = \frac{Q^2}{\left(\frac{K_1}{\sqrt{l_1}} + \frac{K_2}{\sqrt{l_2}}\right)^2} = \frac{0,051^2}{\left(\frac{0,355}{\sqrt{700}} + \frac{0,167}{\sqrt{750}}\right)^2} = 6,83 \text{ м.}$$

тоді витрати в трубопроводах складуть:

$$Q_1 = K_1 \sqrt{\frac{h_l}{l_1}} = 0,355 \sqrt{\frac{6,83}{700}} = 0,035 \text{ м}^3/\text{с},$$

$$Q_2 = Q - Q_1 = 0,051 - 0,035 = 0,016 \text{ м}^3/\text{с}.$$

4.33 Тестові завдання

1. Простим трубопроводом називають:

- 1) трубопровід, який складається з труб одного діаметру;
- 2) трубопровід, який складається з труби одного діаметру;
- 3) трубопровід, який складається з труб одного діаметру і не має жодного відгалуження;
- 4) трубопровід, який складається з труби одного діаметру і має одне відгалуження.

2. Статичний напір може бути тільки:

- 1) від'ємною величиною;
- 2) додатною величиною;
- 3) приймати будь-які значення;
- 4) дорівнювати нулю.

3. Крива потрібного напору співпадає з характеристикою трубопроводу, якщо:

- 1) статичний напір додатній;
- 2) статичний напір від'ємний;
- 3) статичний напір дорівнює нулю;
- 4) в будь-якому випадку.

4. Для визначення витрати рідини при розрахунку простих коротких трубопроводів використовують: (вказати невірну відповідь)

- 1) аналітичний метод;
- 2) метод послідовних наближень;
- 3) графоаналітичний метод.

5. Для визначення діаметра труби при розрахунку простих коротких трубопроводів використовують (вказати невірну відповідь)

Частіше всього гідроудар виникає при миттєвому закритті засувки, при ввімкненні насоса або його виключенні.

Розглянемо класичну теорію гідравлічного удару розроблену М.Є. Жуковським в 1898 р.

Він прийшов до висновку, що в зв'язку із швидким закриттям засувки на водопровідній мережі і різким зменшенням швидкості до нуля відбувається перехід кінетичної енергії, потоку який рухається в трубопроводі, в потенційну, яка витрачається на роботу по деформуванню стінок трубопроводу і по стисканню води. Виникаючий в момент гідравлічного удару додатковий тиск в трубопроводі збільшується приблизно на 1-1,2 МПа на кожний 1м/с втраченої швидкості.

Розглянемо резервуар з рідиною, до якого приєднано трубопровід, в кінці трубопроводу знаходиться засувка (рис. 4.58). Розміри резервуару такі, що будь які процеси, які виникають в трубі на рідину в резервуарі не діють.

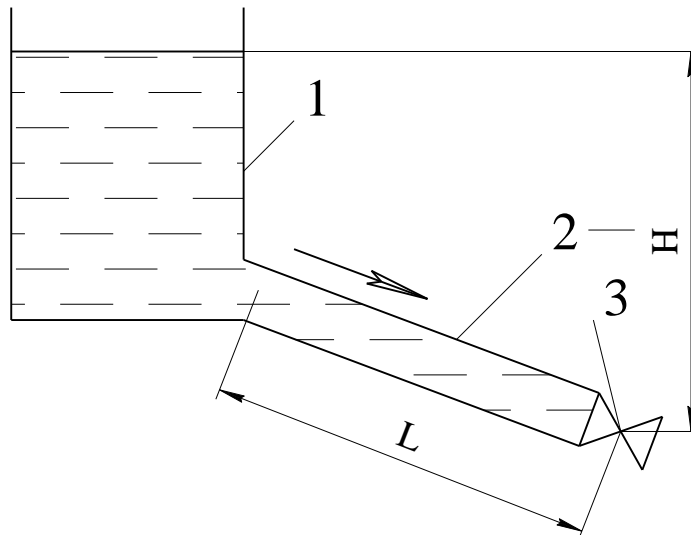


Рисунок 4.58 – Схема для тлумачення прямого гідравлічного удару.

На даний момент часу засувка відкрита і рідина витікає (V_0, P_0).

Раптом засувку закриваємо шари рідини, що набігають на засувку раптово зупиняються і їх кінетична енергія перетворюється в роботу деформації стінок труби і рідини.

В шарах рідини, що зупинились тиск збільшується і прийнявши значення $P_0 + \Delta P_{y\delta}$, рідина стискається і стінки труби розширюються. Зона підвищення тиску називається ударною хвилею, яка із швидкістю a починає розповсюджуватись по трубі в бік резервуару, і в момент часу $\frac{L}{a}$ вся рідина в трубі зупиниться. Стінки труби будуть розширені тиск в трубі буде дорівнювати $P_0 + \Delta P_{y\delta}$, а сама рідина стиснута.

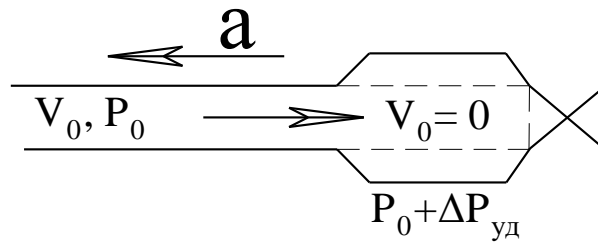


Рисунок 4.59 – Перша фаза гідравлічного удару.

Так як в резервуарі тиск буде менший ніж трубі, то рідина з труби почне перетікати в резервуар і до моменту часу $\frac{2L}{a}$ вся рідина в трубі буде мати швидкість V_0 , але спрямована в бік резервуару, тиск стане P_0 , стінки труби займуть початкове положення.

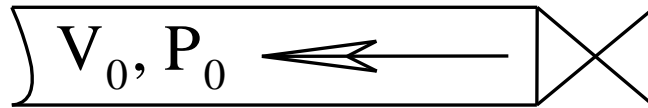


Рисунок 4.60 – Друга фаза гідравлічного удару.

Але на цьому процес не зупиняється, рідина прямує від резервуару і від стінок засувки, внаслідок чого біля засувки утворюється зворотна ударна хвиля в якій швидкість рідини швидкість рідини дорівнює нулю, а тиск дорівнює $P_0 - \Delta P_{уд}$ і до моменту часу $\frac{3L}{a}$ рідина в трубі зупиниться, тиск дорівнює $P_0 - \Delta P_{уд}$ рідина розширена, а стінки труби стиснуті.

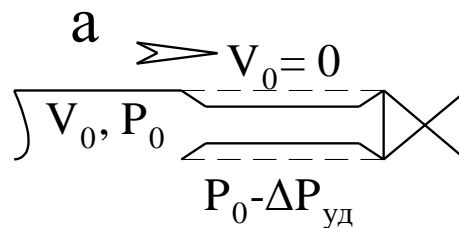


Рисунок 4.61 – Третя фаза гідравлічного удару

Так як на цей момент часу тиск в резервуарі буде більшим ніж в трубі, то рідина з резервуару почне знову поступати в трубу, і в момент часу $\frac{4L}{a}$ стан рідини в трубі буде початковим, тобто швидкість V_0 , тиск P_0 , а так як засувка залишається закритою, то гідроудар повторюється знову.

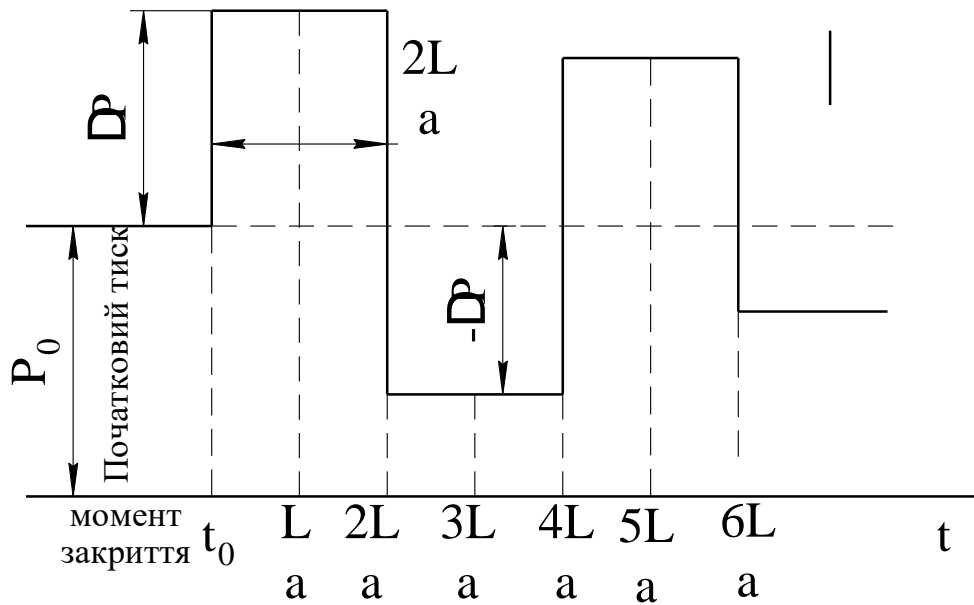


Рисунок 4.62 – Графік зміни ударного тиску від часу

Для характеристики гідравлічного удару використовують поняття фази удару. Половину періоду гідравлічного удару визначають формулою:

$$T = \frac{2L}{a}$$

де L – відстань до резервуару;

a – швидкість розповсюдження ударної хвилі в трубопроводі.

Звідки швидкість ударної хвилі:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{k}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{kd}{E\delta}}}$$

k – об'ємний модуль пружності;

d – внутрішній діаметр труби;

E – модуль Юнга;

δ – товщина стінки труби

Так для води швидкість розповсюдження ударної хвилі становить 1425м/с.

4.35 Формула Жуковського для визначення ударного тиску

Рідину вважаємо ідеальною, а стінки труби абсолютно жорсткими.

За якийсь час dt рідина зупиниться на ділянці труби, що прилягає до засувки dl .

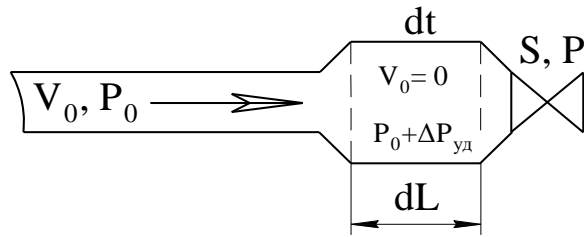


Рисунок 4.63 – Схема для визначення ударного тиску.

Оскільки сила, згідно другого закону Ньютона, дорівнює масі помноженій на прискорення, тоді, маса рідини може бути визначена з залежності:

$$m = \rho S d l,$$

а максимальний тиск при гідравлічному ударі має місце у випадку зменшення швидкості рідини до нуля, тобто $V = 0$

$$\rho S d L (V_0 - 0) = [(P_0 + \Delta P_{уд}) S - P_0 S] dt$$

$$\rho S d L V_0 = \Delta P_{уд} S dt$$

Після скорочень отримаємо:

$$\Delta P_{уд} = \rho V_0 \frac{dL}{dt}$$

а оскільки $\frac{dL}{dt} = a$ тоді остаточно максимальний тиск при гідравлічному ударі

$$\Delta P_{уд} = \rho V_0 a - \text{формула Жуковського.}$$

Приклад 1. Визначити фазу гідравлічного удару та збільшення ударного тиску, якщо довжина трубопроводу становить 10 м, швидкість руху рідини становить 2м/с, а швидкість розповсюдження ударної хвилі становить 1000 м/с

$$T = \frac{2L}{a} = \frac{2 \cdot 10}{1000} = 0.02 \text{ с.}$$

Тоді збільшення ударного тиску:

$$\Delta P_{уд} = \rho V_0 a$$

$$\Delta P_{уд} = 900 \cdot 2 \cdot 1000 = 18 \cdot 10^5 = 1,8 \text{ МПа.}$$

4.36 Види гідравлічного удару

Удар, який виник при миттєвому закритті засувки називають прямим гідравлічним ударом. Всі розрахункові формули отримані саме для нього. Але існують такі випадки, коли засувка закривається не миттєво. І, якщо час закриття засувки $T_{зак}$ більший фази гідравлічного удару, то удар, який виник при цьому, називають непрямым.

$$T_{зак} \gg T$$

І, якщо закон зміни ступеня закриття засувки є лінійним від часу, то ударний тиск можна визначити за формулою:

$$\Delta P_{уд}^{непр} = \rho V_0 a \frac{T}{T_{зак}},$$

де T – тривалість фази удару;

$T_{зак}$ – час закриття засувки, с

Коли швидкість змінюється раптово, але не регулярно, тоді виникає гідравлічний удар який називають неповним.

Для неповного гідравлічного удару зміна тиску становить:

$$\Delta P_{уд}^{непов} = \rho \Delta V_0 a.$$

4.37 Методи боротьби з гідравлічним ударом

Потрібно пам'ятати, що методи боротьби з гідравлічним ударом вибираються для кожної гідравлічної системи окремо.

Універсальним методом боротьби є застосування в системах запобіжних клапанів. При надмірному стисканні частина рідини вільно перетікає в бак і таким чином система захищається від гідравлічного удару.

Збільшення часу спрацювання регулюючої апаратури, це сприяє виникненню непрямого гідравлічного удару і зменшенню ударного тиску.

Використання пневмо та гідро акумуляторів (повітряних ковпаків) також захищають систему від зростання тиску при гідравлічному ударі.

Іноді достатньо збільшити міцність елементів гідросистеми.

4.38 Використання явища гідравлічного удару в корисних цілях

Так явище гідравлічного удару може бути використане для піднімання води спеціальним пристроєм, що називається гідравлічним тараном.

Він складається з трубопроводу, звичайно невеликої довжини, робочий бак з двома клапанами C , D та повітряного ковпака з нагнітальним трубопроводом.

Працює він наступним чином.

Ударний клапан C (рис.4.64) відкривається під дією власної ваги. При його відкритті через підвідний трубопровід під невеликим напором H_1 починає надходити вода, яка витікає через відкритий клапан C . Через збільшення сили, яка виникає при витіканні води з наростаючою силою на ударний клапан, він закриється і швидкість води зменшиться до нуля. Через миттєву зупинку в баку виникне гідравлічний удар з різким збільшенням тиску. Під дією цього тиску відкриється нагнітальний клапан D і частина рідини надійде в повітряний ковпак, стискуючи при цьому повітря, який в свою чергу витіснить частину

води в напірний трубопровід підняв її на висоту H_2 . Після переходу частини рідини в повітряний ковпак ударний клапан знов відкривається і відбудеться повторення процесу.

Напір H_1 звичайно становить 1,5...5 м, а висота нагнітання H_2 від 15 до 40 метрів. При цьому, подача $Q_2 = (0,4...0,07)Q$, а коефіцієнт корисної дії лежить в межах 0,85...0,4.

Гідравлічні тарани, здатні піднімати воду на висоту 60 м з витратою 20-25 л/хв. Однак, існують і потужні тарани продуктивність яких досягає 150л/с.

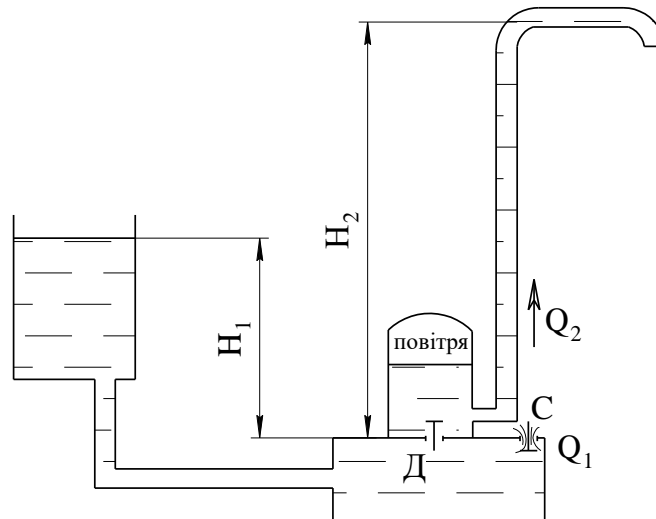


Рисунок 4.64 - Гідравлічний таран.

4.39 Тестові завдання до розділу

- Гідравлічний удар виникає:
 - в безнапірних потоках з краплинною рідиною;
 - в напірних потоках з газоподібною рідиною;
 - в напірних потоках з краплинною рідиною;
 - у вільних струменях.
- Гідравлічний удар є:
 - повільно плинним процесом;
 - коливальним процесом;
 - адіабатним процесом;
 - ізотермічним процесом.
- При миттєвому закритті засувки виникає:
 - прямий гідравлічний удар;
 - непрямий гідравлічний удар;
 - неповний гідравлічний удар.
- Фазою гідравлічного удару називають:
 - період гідравлічного удару;

- 2) половину періоду гідравлічного удару;
- 3) чверть періоду гідравлічного удару.

5. Гідравлічний удар називається непрямим, якщо:

- 1) час закриття засувки більше фази удару;
- 2) засувка миттєво закривається;
- 3) засувка закривається неповністю;
- 4) час закриття засувки менше фази удару.

6. Гідравлічний удар називається неповним, якщо:

- 1) час закриття засувки більше фази удару;
- 2) засувка миттєво закривається;
- 3) засувка закривається неповністю.

7. Виберіть параметри, від яких залежить швидкість розповсюдження ударної хвилі в необмеженому просторі:

- 1) об'ємного адіабатного модуля пружності;
- 2) об'ємного ізотермічного модуля пружності;
- 3) густини рідини;
- 4) діаметра труби;
- 5) товщини стінок труби;
- 6) модуля пружності матеріалу стінок труби.

8) Виберіть параметри від яких залежить швидкість розповсюдження ударної хвилі в напірному трубопроводі :

- 1) об'ємного адіабатного модуля пружності;
- 2) об'ємного ізотермічного модуля пружності;
- 3) густини рідини, діаметра труби, товщини стінок труби;
- 6) модуля пружності матеріалу стінок труби, шорсткості стінок труби.

9. Ударне підвищення тиску при прямому гідравлічному ударі визначається за формулою:

$$1) \Delta P_{y\delta} = \rho v_0 a; \quad 2) \Delta P_{y\delta} = \rho v_0 a T / t_{zak}; \quad 3) \Delta P_{y\delta} = \rho \Delta v_0 a.$$

10. Ударне підвищення тиску при непрямому гідравлічному ударі визначається за формулою:

$$1) \Delta P_{y\delta} = \rho v_0 a; \quad 2) \Delta P_{y\delta} = \rho v_0 a T / t_{zak}; \quad 3) \Delta P_{y\delta} = \rho \Delta v_0 a.$$

11. Ударне підвищення тиску при неповному гідравлічному ударі визначається за формулою:

$$1) \Delta P_{уд} = \rho v_0 a; \quad 2) \Delta P_{уд} = \rho v_0 a T / t_{зак}; \quad 3) \Delta P_{уд} = \rho \Delta v_0 a.$$

4.40 Задачі до розділу

Задача 1. Визначити підвищення тиску у водопровідній лінії довжиною $L=1000\text{м}$, якщо тривалість закривання запірною пристрою $T_1=1\text{ с}$ і $T_2=3\text{ с}$ діаметр труби $D=125\text{ мм}$, товщина стінок $\delta=6\text{ мм}$, матеріал – сталь, швидкість течії до гідравлічного удару $V_0=1,2\text{ м/с}$. Густина води $\rho=1000\text{ кг/м}^3$. Швидкість поширення ударної хвилі в необмеженому просторі прийняти $a=1425\text{ м/с}$.

Задача 2. Визначити тиск при неповному гідравлічному ударі, якщо швидкість розповсюдження ударної хвилі $a=1250\text{ м/с}$, густина рідини $\rho=900\text{ кг/м}^3$, початкова швидкість руху рідини $V_0=5,6\text{ м/с}$, кінцеве значення швидкості $V=2\text{ м/с}$.

Задача 3. Визначити тип гідравлічного удару і обчислити підвищення тиску при гідравлічному ударі, якщо відомий час спрацювання запірно-регулюючого органу $\tau=0,01\text{с}$, швидкість розповсюдження ударної хвилі $a=1030\text{м/с}$, густина рідини $\rho=875\text{кг/м}^3$ витрата рідини $Q=120\text{ м}^3/\text{хвил}$, довжина гідролінії $L=9\text{м}$. і діаметр гідро лінії $D=25\text{мм}$.

4.41 Питання до самоконтролю

1. Поясніть фізичні передумови виникнення гідравлічного удару.
2. Що називають швидкістю ударної хвилі і як її визначають?
3. Як визначити ударний тиск при прямому гідравлічному ударі?
4. Що називають фазою гідравлічного удару?
5. Коли буде мати місце прямий гідравлічний удар, а в якому випадку він буде непрямым або неповним?
6. Як визначити ударний тиск під час непрямого гідравлічного удару?
7. Як визначити тиск при неповному гідравлічному ударі?

Відповіді до тестових завдань

Відповіді до тестових завдань за розділом 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2, 4	3	2, 3	2	3	2	3	5	2	1
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	3	5	1, 2, 4	2	3	2	1	1, 2	4
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2, 3	2	1,4,5,6	1,3,4,8	4	3,4	5	3	3	3
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1,2,3,7	3	2	3	3	1	2	4	4	3
41	42	43	44						
1	1	3	4						

Відповіді до тестових завдань за розділом 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4,5	2,3,4	3,4,7	1,2,6,8	1	2	4	2	3	1,6
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4,5	2	2	1	4	2	3	2,3,4,5	3	2
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	2,3,5	3,4	2,3	1,5	1	4	2,4	3	1
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
3	2	2	2	2	3	2	1,4,7	2	1,2,3,4
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	3,4	1,5	3,4	5	4	2,3	4	1,2	1
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
3	3	2	4	3	5	4	1	3	1
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
2	3	2	1,2	4	4	2	1	3,4	2
71	72	73	74						
2,3	3	3	1						

Відповіді до тестових завдань за розділом 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1, 2	1	3	1,2,4,5	2	2	2,5,6	2,3,5,6	1,3,5	1,5,6
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	2	4	5	2,3	1,4	2	3	4	3

Відповіді до тестових завдань за розділом 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2,5	2	6	1,4	1,2	2	4	4,6	2	1,4
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	4	3	3	1	1	3	3	4	3

Відповіді до тестових завдань за розділом 4.15

1	2	3	4	5	6
3	2	2	1,3,5,9	5	3
7	8	9	10	11	12
3	3	3	4	3	1

Відповіді до тестових завдань за розділом 4.21

1	2	3	4	5	6	7
5	9	1,3	3	1,3	4	2
8	9	10	11	12	13	14
6	2	1,2	2	2	1	1

Відповіді до тестових завдань за розділом 4.31

1	2	3	4	5	6	7	8
3	3	4	2	2	5,6	1,2,3	1,5

Відповіді до тестових завдань за розділом 4.34-4.39

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	2,3	1	2	1	3	1,3	1,3	1	2	3

Список літератури

1. Левицький, Б. Ф. Гідравліка. Загальний курс / Б. Ф. Левицький, Н. П. Ленін. – Львів : Світ, 1994. – 264 с.
2. Гідравліка і нагнітачі : навч. посібник / О. М. Грабовський, О. М. Щабієв. – Київ : НМКВО, 1992. – 312 с.
3. Кулінченко, В. Р. Гідравліка, гідравлічні машини і гідропривід : підручник / В. Р. Кулінченко. – Київ : ІНКОС, Центр навчальної літератури, 2006. - 616 с.
4. Дідур, В. А. Гідравліка, сільськогосподарське водопостачання та гідропневмопривод / В. А. Дідур, О. Д. Савченко, С. І. Пастушенко, С. І. Мовчан. – Запоріжжя : Прем'єр, 2005. – 464 с.
5. Збірник задач з гідравліки / Глухов Г.М., Чумаков Г.А., Луняка К.В. – Херсон, 2001. - 90 с.
6. Срібнюк, С. М. Зв'язок вакууму з виникненням явища кавітації / С. М. Срібнюк, Л. Л. Зубричева, // Науковий вісник будівництва : зб. наук. пр. / Акад. буд-цтва України. – Х. : ХДТУБА, 2010 – вип. 59. – С. 293 – 297
7. Савченко, Ю. Н. Нестационарные процессы при суперкавитационном движении тел / Ю. Н Савченко, В. Н Семененко, С. М. Путилин // Прикладна гідромеханіка. – 1999. – Т.1, №1. – С.62 – 80.
8. Савченко, Г. Ю. Гідродинамічні характеристики пристінних суперкавітаційних течій. автореф. дис. на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за фахом 01.02.05 – механіка рідин, газу та плазми / Г. Ю. Савченко; Інститут гідромеханіки НАН України. – К., 2008. – 21 с
9. Машинобудівна гідравліка. Задачі та приклади розрахунків / В. І. Мандрус, Н. П. Лещій, В. М. Звягін. – Львів : Світ, 1995. – 264 с
10. Константінов, Ю. М. Технічна механіка рідини і газу / Ю. М. Константінов, О. О. Гіжа. – Київ : Вища школа, 2002. – 358 с.
11. Науменко, І. І. Технічна механіка рідини і газу / І. І. Науменко. – Рівне : Видавництво РДТУ, 2000. – 528 с.
12. Тітов, Ю. П., Яковенко, М. М. Інженерна гідравліка. Навчально-методичний посібник до практичних занять. – Харків : ХНАМГ, 2005 - 91 с.
13. Науменко, І. І. Гідравліка. Підручник / І. І. Науменко. – Рівне : НУВГП, 2005. – 475 с.
14. Буренніков, Ю. А. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи [Текст]: навчальний посібник / Ю. А. Буренніков, І. А. Немировський, Л. Г. Козлов. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 273 с.
15. Орлов, В. О. Сільськогосподарське водопостачання та водовідведення / В.О. Орлов, А.М. Зошук; – Рівне, 2002. – 203 с. 547
16. Кравченко, В. С. Водопостачання та каналізація / В. С. Кравченко ; – К.: Кондор, 2003. – 288 с
17. Гідравліка, гідро та пневмоприводи. Методичні вказівки до лабораторних робіт. Для студентів спеціальностей: 274 / Уклад. : Т. В. Руденко, Н. В. Ковальчук, Ю. В. Кулешков. – Кропивницький : ЦНТУ, 2017.- С. -54.
<https://dspace.kntu.kr.ua/handle/123456789/7660>
18. Машинобудівна гідравліка. Методичні вказівки для індивідуальної роботи студентів спеціальностей: 6.050502 – "Інженерна механіка", 6.050503 - "Машинобудування", 6.070106 - "Автомобільний транспорт" / Уклад. : Л. Г. Мешишена, Н. В. Ковальчук. – Кіровоград : КНТУ, 2011. - 64с.