

## Упрощенная обобщенная модель пневматика

Обобщен ряд работ в области механики шин и описана упрощенная аналитическая модель катящегося с уводом пневматика. Выходными результатами модели являются зависимости поперечной составляющей силы трения и момента вращения от угла увода. Модель справедлива для широкого диапазона режимов установившегося качения пневматика, а также при его поперечных колебаниях.  
**пневматик, сила трения, момент сил трения, пневмоколесная машина, модель**

1. Введение. Проблемы теоретического изучения динамики пневмоколесных машин невозможно решить без построения механико-математической модели пневматика. Существует отрасль механики (механика шин), объектом изучения которой является колесо, снаряженное пневматической шиной, или коротко - пневматик.

В данной работе рассматривается катящийся с углом увода  $U$  пневматик (рис.1). (Движение с уводом возникает при действии на пневматик силы, направленной по оси  $C\xi$ ). В ходе движения со стороны дорожного покрытия на пневматик действует система распределенных сил. Будем изучать проекцию равнодействующей этих сил на ось  $C\xi$  (или поперечную силу трения  $\vec{F}$ ) и момент  $M$  вокруг вертикальной оси  $C\eta$ , который называют восстанавливающим.

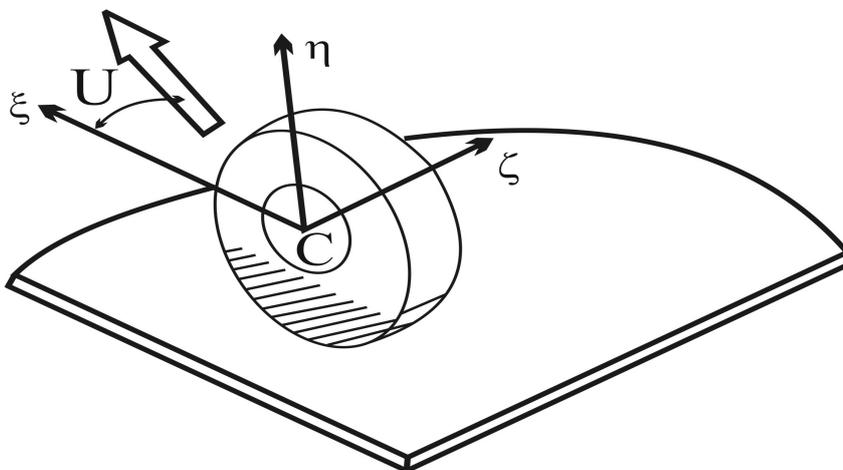


Рисунок 1- Катящийся с уводом пневматик

Движение с уводом может быть установившимся, т.е.  $U(t) = const$ , где  $t$  – время, и неустановившимся -  $U(t) \neq const$ . В частности, функция  $U(t)$  может быть периодической вида

$$U = U_0 + \sin(\omega t + \vartheta),$$

где  $U_0, \omega, \vartheta$  – постоянные величины. В таком случае будем говорить об уводе при колебаниях. При движении с уводом может возникать продольная сила трения. При ее отсутствии качение называют свободным.

В статье на основе идей и результатов работ [1-10] описана упрощенная аналитическая модель пневматика, выходными данными которой являются зависимости поперечной силы трения и восстанавливающего момента от угла увода. Модель справедлива при установившемся уводе и уводе при поперечных гармонических колебаниях диска колеса, при свободном качении и при наличии продольной силы трения.

Уточним обозначения и дадим некоторые определения. Угол увода, поперечную силу трения и восстанавливающий момент при установившемся уводе обозначим, как и выше, через  $U, F, M$ , а при колебаниях - через  $\tilde{U}, \tilde{F}, \tilde{M}$ . Приведем формулы для определения углов  $U, \tilde{U}$ . С этой целью введем обозначения:  $V$  – проекция вектора скорости точки  $C$  на ось  $C\xi$ ;  $W$  – проекция вектора скорости точки  $C$  на ось  $C\zeta$ ;  $w$  – проекция вектора скорости центра масс нижней (заштрихованной на рис.1) части пневматика на ось  $C\zeta$ . Будем иметь:

$$U = \arctg(W/V), \tilde{U} = \arctg(w/V).$$

2. Зависимости  $F(U), M(U)$ . Выделим три схемы образования поперечной силы трения (рис.2).

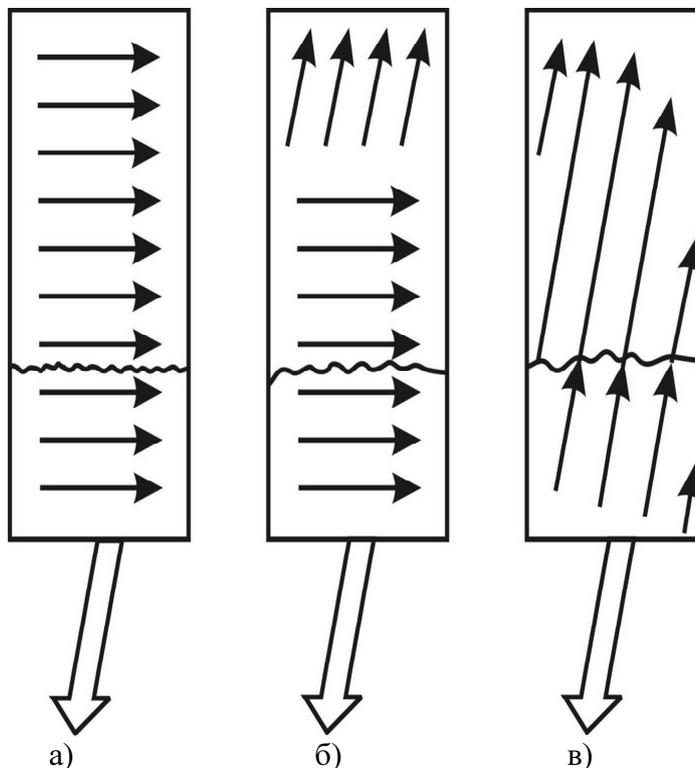


Рисунок 2- Схемы образования поперечной силы трения

Волнистая линия разделяет участки адгезии (он прилегает к передней кромке) и скольжения. На фрагменте а) показан чистый увод, когда продольная сила трения отсутствует; на фрагменте в) - увод с продольным скольжением, занимающим всю зону контакта пневматика с полотном дороги; на фрагменте б) – комбинированный случай, когда имеется некоторый участок полного, т.е. и продольного и поперечного, скольжения. Обозначим всю длину контакта  $L$ , длину участка скольжения  $X$ , длину участка лишь поперечного скольжения  $x_1$ , длину участка полного скольжения  $x_2$  и введем в рассмотрение параметр продольного скольжения  $\tilde{x} = x_2 / X, \tilde{x} \in [0;1]$ . Понятно, если  $\tilde{x} = 0$ , то имеет место чистый увод, а если  $\tilde{x} = 1$ , то – увод с продольным

скольжением. Длина участка скольжения зависит от угла увода и при  $U \geq U_{кр}$  охватывает всю зону контакта. Случай  $\tilde{x} = 1$  при  $U \geq U_{кр}$  называют юзом.

Используя результаты и методики работ [1,2,7,9], с учетом описанных обозначений запишем искомые зависимости:

$$0 \leq \tilde{x} < 1: \quad F = \begin{cases} \mu_* N f_f(u, \tilde{x}), u \in [0;1] \\ \mu_* N \varphi_f(u, \tilde{x}), u > 1 \end{cases}, \quad (1)$$

$$\tilde{x} = 1: \quad F = \begin{cases} \mu_* N f_f(u, \tilde{x} = 0) U_{кр} u, u \in [0;1] \\ \mu_* [1 + \tilde{\alpha}(1-u)] N U_{кр} u, u > 1 \end{cases}, \quad (2)$$

и

$$0 \leq \tilde{x} < 1: \quad M = \frac{1}{2} \mu_* N L f_m(u, \tilde{x}), u \in [0;1], \quad (3)$$

$$\tilde{x} = 1: \quad M = \frac{1}{2} \mu_* N L f_m(u, \tilde{x} = 0) U_{кр} u, u \in [0;1], \quad (4)$$

где функции  $f_f, f_m, \varphi_f$  зависят от двух переменных  $u, \tilde{x}$  и описываются выражениями:

$$f_f = \sum_i^4 f_i u^i, \quad (5)$$

и

$$f_m(u) = \sum_i^5 m_i u^i, \quad (6)$$

где

$$f_1 = 3, f_2 = -3 - 3\tilde{x}^2, f_3 = 1 + 3U_{кр}\tilde{x}^2 + 2\tilde{x}^3, f_4 = -2U_{кр}\tilde{x}^3;$$

$$m_1 = 1, m_2 = -3 - 3\tilde{x}^2, m_3 = 3 + 3U_{кр}\tilde{x}^2 + 6\tilde{x}^3,$$

$$m_4 = -1 - 6U_{кр}\tilde{x}^3 - 3\tilde{x}^4, m_5 = 3U_{кр}\tilde{x}^4.$$

$$\varphi_f(u) = \varphi_0 + \varphi_1 u + \varphi_2 u^2,$$

$$\varphi_0 = (1 + \tilde{\alpha})(1 - \chi), \varphi_1 = (1 + \tilde{\alpha})\chi U_{кр} - \tilde{\alpha}(1 - \chi), \varphi_2 = -\tilde{\alpha}\chi U_{кр}$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha / \mu_*, \chi = \chi(\tilde{x}) = 3\tilde{x}^2 - 2\tilde{x}^3.$$

Здесь  $u = U / U_{кр}$  – относительный угол увода;

$N$  – нормальная реакция полотна дороги;

$\mu_*, \alpha$  – параметры зависимости коэффициента трения  $\mu$  от относительного угла увода:

$$\mu(u) = \mu_* + tg\alpha(1 - u).$$

Графики зависимостей (5) и (6) приведены в [7]. Подчеркнем, что:

- зависимости (1)-(4) справедливы для всех выше описанных случаев (т.е для чистого, комбинированного увода и увода с продольным скольжением);

- сопоставление упомянутых зависимостей с зависимостями, полученными в [2], дает возможность выяснить физический смысл сложного аргумента формул [2].

3. Увод при колебаниях- зависимость  $\tilde{F}(\tilde{U})$ . В [8] для малых углов увода, при которых обсуждаемая зависимость линейна, показано, что зависимости (1), (2) можно распространить на случай колебаний, если в выше приведенных формулах (1), (2), (5) вместо  $U$  использовать  $\tilde{U}$ . Распространить такой подход на случай немалых углов увода дают основание результаты работы [5].

4. Выводы и заключение. Описана упрощенная аналитическая модель пневматика, с помощью которой можно описать силы и моменты взаимодействия

катящегося с уводом пневматика с полотном дороги. Модель справедлива для различных (описанных в статье) режимов качения. Построена модель на основании результатов и подходов работ, приведенных в списке литературы. Модель пригодна при математическом моделировании движения пневмоколесных машин любого назначения.

### Список литературы

1. Gim G., Nikravesh P.E. An analytic model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips. Int. J. of Vehicle Design, v. 11, No 6, 1990, pp. 589-618.
2. Pacejka H.B., Sharp R.S. Shear force development by pneumatic tires in steady-state conditions. A review of modeling aspects// Vehicle system dynamics. - 1991. - V. 20, № 3-4. - P. 121-176.
3. Apetaur M. Modelling of transient nonlinear tire responses// Tire models for vehicle dynamics analysis: Proc. Of 1-st international colloquium on tire models. Delft, oc. 21-22, 1991. P. 116-126.
4. Кручинин П.А., Магомедов М.Х., Новожилов И.В. Математическая модель автомобильного колеса на антиблокировочных режимах движения // Изв. РАН «Механика твердого тела», №6, 2001. С. 63-69.
5. Clover C.L., Bernard J.E. Longitudinal tire dynamics// Vehicle System Dynamics. V. 29, 1998. - P. 231-259.
6. Кручинин П.А., Магомедов М.Х., Макаров Л.М. Активное подавление паразитных колебаний при работе пневматической антиблокировочной системы//Вестн. моск. университета, серия I «Математика, механика». - 2003. - №5. - С. 25-29.
7. Шифрин Б.М. К теории качения пневматика. Зб. наукових праць Кіровоградського національного технічного університету „Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація”. Вип. 17. 2006. - С. 370-377.
8. Плахтієнко М.П., Шифрин Б.М. Модель відведення пневматика при вимушених коливаннях. Український міжвідомчий науково-технічний збірник „Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні”, №40, 2006, С. 190-195.
9. Плахтиенко Н.П., Шифрин Б.М. „Одностепенная модель колебаний опоры шасси самолета”//Техн. механика. - 2006. - №1, - С. 16-25.
10. Рокар И. Неустойчивость в механике: автомобили, самолеты, всякие мосты. – М.: Изд. иностр. лит. 1959. – 287 с.

Узагальнений ряд робіт у області механіки шин і описана спрощена аналітична модель пневматика, що котиться з відведенням. Вихідними результатами моделі є залежності поперечної сили тертя і моменту того, що вертить від кута відведення, що становить. Модель справедлива для широкого діапазону режимів сталого кочення пневматика, а також при його поперечних коливаннях.

The row of works is generalized in area of mechanics of tires and the simplified analytical model of pneumatic tires rolling with a withdrawal is described. Dependences of transversal making force of friction and moment of turning from the corner of withdrawal are the outputs results of model. A model is just for the wide range of the modes of set running of pneumatic tires, and also at his transversal vibrations.

*Получено 05.11.06*