

УДК 62-755: 62-752

Г.Б. Філімоніхін, проф., д-р техн. наук, І.І. Філімоніхіна, доц., канд. физ.-мат. наук
Кіровоградський національний технічний університет

К.В. Стебліна, канд. техн. наук
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Визначення енергетичним методом необхідних умов зрівноваження кульовим автобалансиром ротора, що здійснює плоский рух

Із застосуванням енергетичного методу, заснованого на застосуванні функції Гамільтона, визначені необхідні умови настання автобалансування при зрівноваженні кульовим (маятниковим чи роликовим) автобалансиром ротора, що здійснює плоский рух і встановлений на осесиметричні опори. При цьому знайдені усталені рухи роторної системи й необхідні умови їх стійкості (достатні умови нестійкості). Встановлено, що у ротора існує єдина резонансна швидкість обертання і на зарезонансних швидкостях обертання ротора можуть бути стійкі тільки основні рухи системи – на яких ротор найбільш зрівноважений.

автобалансир, ротор, дисбаланс, функція Гамільтона, стійкість

Г.Б. Филимоныхин, проф., д-р техн. наук, И.И. Филимоныхина, доц., канд. физ.-мат. наук

Кировоградский национальный технический университет

К.В. Стеблина, канд. техн. наук
Черновицкий национальный университет имени Юрия Федьковича

Определение энергетическим методом необходимых условий уравнивания шаровым автобалансиром ротора, совершающего плоское движение

С применением энергетического метода, основанного на применении функции Гамильтона, определены необходимые условия наступления автобалансировки при уравнивании шариковым (маятниковым или роликовым) автобалансиром ротора, совершающего плоское движение и установленного на осесимметричные опоры. При этом найдены установившиеся движения роторной системы и необходимые условия их устойчивости (достаточные условия неустойчивости). Установлено, что у ротора существует единственная резонансная скорость вращения и на зарезонансных скоростях вращения ротора могут быть устойчивыми только основные движения системы - на которых ротор наиболее уравновешен.

автобалансир, ротор, дисбаланс, функция Гамильтона, устойчивость

Постановка проблеми. Для зрівноважування на ходу роторів, що швидко обертаються, застосовуються пасивні автобалансири (АБ), такі як кульові, кільцеві, маятникові, роликові тощо [1-4]. В них коригувальні вантажі (КВ) за певних умов з часом самі приходять в положення, в якому зрівноважують ротор і потім обертаються разом з ним як одне ціле, поки не почне змінюватися дисбаланс, кутова швидкість обертання ротора, чи не з'являться збурення іншого походження.

Процес визначення умов настання автобалансування ускладнює велика кількість усталених рухів, які теоретично може здійснювати система. На практиці будуть здійснюватися тільки ті рухи, які стійкі. В зв'язку з цим необхідним етапом визначення

умов настання автобалансування є пошук всіх усталених рухів системи ротор-АБ і оцінка їх стійкості.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Найбільш повний огляд основних методів і результатів з розв'язання цієї задачі наведений у роботі [4]. Відповідно до огляду, для визначення умов настання автобалансування, у абсолютній більшості робіт досліджується стійкість тільки так званих основних рухів – у яких АБ зрівноважує ротор. При цьому неявно припускається, що якщо основний рух стійкий, то всі інші можливі усталені рухи роторної системи, у яких АБ не зрівноважують ротор (побічні рухи) нестійкі. Але вірність цього припущення ніде не доводиться. В роботі [4] із застосуванням першого метода Ляпунова було досліджено стійкість всіх можливих усталених рухів ротора, що здійснює плоский рух і статично зрівноважується багатокульовим (багатороликовим, багатомаятниковим) АБ. Але такі дослідження навіть для плоскої моделі ротора і АБ занадто громіздкі і трудомісткі. Серед всіх методів оцінки стійкості усталених рухів при автобалансуванні виділяється енергетичний метод, застосований Муйжнієком О.І. у роботах [5,6]. Перевагою цього методу є те, що для його реалізації не треба складати диференціальні рівняння руху системи. У методі використовується аналог потенціальної енергії системи. З його допомогою, із застосуванням теореми Лежен-Діріхле, досліджується стійкість всіх усталених рухів системи ротор – двохкульовий АБ. Як було показано у роботі [4], цей підхід був застосований без належного теоретичного обґрунтування і як наслідок були одержані невірні результати про стійкість на закритичних швидкостях обертання ротора побічного руху системи, у якому кулі максимально відхилені у легкий бік ротора. В роботах [7-10] був розвинутий цей енергетичний підхід. Він заснований на використанні функції Гамільтона до дослідження кількості, умов існування і стійкості усталених рухів системи ротор-АБ. З його застосуванням було знайдено необхідні умови настання автобалансування при зрівноваженні пасивними автобалансирами будь-якого типу ротора, що має нерухому точку, чи здійснює просторовий рух [7-10]. Але при цьому досліджувалась стійкість тільки основних рухів.

Мета цієї роботи – визначити енергетичним методом необхідні умови зрівноваження багатокульовим (багатомаятниковим чи багатороликовим) АБ ротора, що встановлений на осесиметричні опори і здійснює плоский рух, та показати ефективність енергетичного методу при виділенні всіх усталених рухів роторної системи з АБ і оцінки їх стійкості.

Методи досліджень. Енергетичний метод застосований до роторів, встановлених на осесиметричні пружні опори при зрівноваженні їх пасивними АБ з твердими КВ [7-10]. В таких системах руху КВ відносно ротора перешкоджають сили в'язкого опору. Нехай рух ротора визначають узагальнені координати q_j / $j = \overline{1, k}$ / , а рух КВ відносно ротора – φ_i , / $i = \overline{1, n}$ / . Використовуємо функцію Гамільтона, виражену через узагальнені координати і швидкості

$$H^* = T_2 + \Pi - T_0, \quad (1)$$

де Π – потенціальна енергія системи;

T_2, T_0 – складові кінетичної енергії, які є відповідно квадратичною формою узагальнених швидкостей, і незалежною від цих швидкостей функцією.

Для пошуку усталених рухів системи треба використовувати функцію Гамільтона при нульових значеннях узагальнених швидкостей

$$\tilde{H}^* = \Pi - T_0. \quad (2)$$

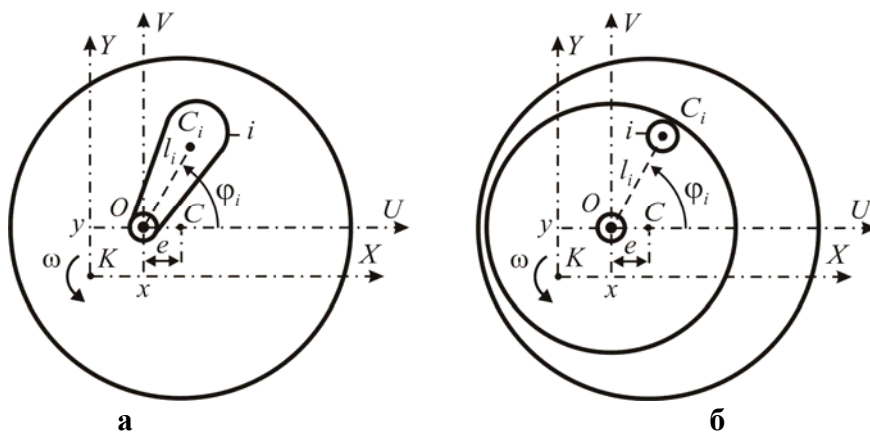
Рівняння усталених рухів мають вигляд

$$\frac{\partial \tilde{H}^*}{\partial q_j} = 0, \quad /j = \overline{1, k}/; \quad \frac{\partial \tilde{H}^*}{\partial \varphi_i} = 0, \quad /i = \overline{1, n}/. \quad (3)$$

Необхідною умовою стійкості певного усталеного руху є наявність умовного мінімуму на цьому русі функції Гамільтона (2) при виконанні рівнянь усталеного руху, складених для узагальнених координат ротора. Достатньою умовою нестійкості певного усталеного руху є відсутність навіть умовного неізольованого мінімуму функції Гамільтона (2) при виконанні зазначених рівнянь усталеного руху.

Матеріали досліджень.

1. Опис роторної системи. Для дослідження динаміки системи прийнята так звана плоска модель ротора й АБ. У її рамках ротор – симетричний плоский диск маси M , насаджений з ексцентриситетом e на абсолютно жорсткий вал, перпендикулярний його площині (рис. 1). Ротор розташований вертикально, рухається плоскопаралельно в горизонтальній площині і обертається із сталою кутовою швидкістю ω . У випадку маятничового АБ (рис. 1, а) на вал ротора насаджено n маятників маси m_i , фізичної довжини l_i з осьовим моментом інерції J_{O_i} відносно осі, на яку насаджено, $/i = \overline{1, n}/$. У випадку кульового (роликового) АБ (рис. 1, б) n куль (роликів), масою m_i рухаються по кільцевих доріжках так, що відстань від осі вала ротора до центра кулі (подовжньої осі ролика) – l_i , причому кулі (ролики) мають скінчений радіус і осьовий момент інерції кулі (ролика) відносно осі вала ротора J_{O_i} , $/i = \overline{1, n}/$.



а – маятничовий АБ, б – кульовий (роликовий) АБ

Рисунок 1 – Плоска модель ротора і АБ

Зв'яжемо з ротором допоміжну рухому систему координат – осі U, V . Перша вісь U проходить через вал – точку O і центр мас ротора – точку C . Друга вісь V проходить через точку O і перпендикулярна осі U . Положення маятників відносно ротора визначаються кутами φ_i , що відраховуються від осі U до лінії, що виходить з осі вала ротора і спрямована у бік центра мас KB . Положення вала визначається координатами x, y відносно осей X, Y , що виходять з осі обертання – точки K і співнапрямлені відповідно з осями U, V . При русі маятника, ролика чи кулі номер i відносно ротора на них діють сили в'язкого опору, що перешкоджають відносному руху. При нерухомому роторі вал суміщений з віссю обертання. У процесі руху вал (точка O) відхиляється від осі обертання (точки K) і на нього починають діяти оновлююча сила $-c\vec{r}$, де $\vec{r} = \overline{KO}$.

2. Функція Гамільтона на усталеному русі. Для розглянутої системи

$$P = \frac{1}{2}c(x^2 + y^2). \quad (4)$$

В усталених рухах відносний рух КВ припиняється і тому похідні дорівнюють нулеві. Система поводить ся як абсолютно тверде тіло, що обертається зі сталою кутовою швидкістю ω . Її кінетична енергія не містить узагальнених швидкостей і може бути подана у вигляді

$$T_0 = J_K \omega^2 / 2, \quad (5)$$

де J_K – осьовий момент інерції системи відносно осі обертання.

У свою чергу

$$J_K = J_O + \sum_{i=1}^n J_{O_i} + M_{\Sigma}(x^2 + y^2) + 2xs_x + 2ys_y, \quad (6)$$

де: $M_{\Sigma} = M + \sum_{i=1}^n m_i$ – маса всієї системи;

$s_x = \sum_{i=1}^n m_i l_i \cos \varphi_i + Me$; $s_y = \sum_{i=1}^n m_i l_i \sin \varphi_i$ – проекції сумарного статичного

дисбалансу ротора і АБ на осі X і Y відповідно.

Тоді функція Гамільтона на усталеному русі має вигляд:

$$2\tilde{H}^* = (c - M_{\Sigma}\omega^2)(x^2 + y^2) - \omega^2 \left[J_O + \sum_{i=1}^n J_{O_i} \right] - 2x\omega^2 s_x - 2y\omega^2 s_y. \quad (7)$$

Ця функція узагальнює аналог потенціальної енергії, одержаної у роботах [5,6] і розповсюджує її на випадок АБ з довільною кількістю різних КВ – маятників, роликів, куль.

3. Рівняння усталених рухів системи. Рівняння усталених рухів системи мають вигляд

$$\frac{\partial \tilde{H}^*}{\partial x} = (c - M_{\Sigma}\omega^2)x - \omega^2 s_x = 0, \quad \frac{\partial \tilde{H}^*}{\partial y} = (c - M_{\Sigma}\omega^2)y - \omega^2 s_y = 0, \\ \frac{\partial \tilde{H}^*}{\partial \varphi_i} = m_i l_i \omega^2 (x \sin \varphi_i - y \cos \varphi_i) = 0, \quad /i = \overline{1, n}/. \quad (8)$$

Це система $(n+2)$ нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно $(n+2)$ невідомих $x, y, \varphi_i, /i = \overline{1, n}/$.

4. Усталені рухи системи. Усталені рухи є розв'язками системи алгебраїчних рівнянь (8).

4.1. Випадок, коли балансувальної ємності АБ вистачає для зрівноваження статичного дисбалансу ротора ($\sum_{i=1}^n m_i l_i \geq Me$). Припускається, що параметри КВ такі, що рівняння $s_x = 0, s_y = 0$ мають розв'язки. Тоді роторна система має такі усталені рухи.

1) Сім'я основних рухів (при $n \geq 3$), на яких АБ зрівноважує статичний дисбаланс ротора і відсутнє відхилення вала ротора від осі обертання

$$x = 0, y = 0, s_x = \sum_{i=1}^n m_i l_i \cos \varphi_i + Me = 0, s_y = \sum_{i=1}^n m_i l_i \sin \varphi_i = 0. \quad (9)$$

2) Побічні рухи, на яких АБ не зрівноважує статичний дисбаланс ротора і є відхилення вала ротора від осі обертання

$$\varphi_i = \pi k_i, \quad /i = \overline{1, n}/, \quad y(k) = 0, \quad x(k) = \frac{\omega^2 [Me + s_{AB}(k)]}{c - M_\Sigma \omega^2}, \quad s_{AB}(k) = \sum_{i=1}^n m_i l_i (-1)^{k_i}, \quad (10)$$

де $k_i \in \{0, 1\}$, причому коли $k_i = 0$, то КВ i відхилений у бік центра мас ротора, а коли $k_i = 1$ – то у протилежний бік; k десяткове число, яке на одиницю більше за двійкове число $k_1 k_2 k_3 \dots k_n$. Усього таких рухів 2^n .

На першому усталеному русі всі КВ відхилені у бік вектора статичного дисбалансу ротора, через що сумарний дисбаланс ротора і АБ найбільший

$$s_{\max} = Me + \sum_{i=1}^n m_i l_i.$$

4.2. Випадок, коли балансувальної ємності АБ не вистачає для зрівноваження статичного дисбалансу ротора ($\sum_{i=1}^n m_i l_i < Me$). Тоді рівняння $s_x = 0$ не має розв'язків і роторна система має усталені рухи (10).

На останньому усталеному русі всі КВ відхилені протилежно вектору статичного дисбалансу ротора, через що сумарний дисбаланс ротора і АБ найменший

$$s_{\min} = Me - \sum_{i=1}^n m_i l_i.$$

Тому це основний усталений рух, а решта є побічними.

5. Умови стійкості усталених рухів.

Дослідимо \tilde{H}^* на умовний екстремум. Припускаємо, що виконуються перших два рівняння усталених рухів системи (8). Тоді функція \tilde{H}^* приводиться до вигляду:

$$\tilde{H}^* = -\frac{\omega^4}{c - M_\Sigma \omega^2} \cdot \frac{s^2}{2}, \quad (11)$$

де $s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$ – модуль сумарного статичного дисбалансу ротора і АБ.

З вигляду (11) можна зробити такі висновки про стійкість рухів:

1) якщо на усталеному русі s має мінімум (основний рух), то цей рух може бути стійким на зарезонансних швидкостях обертання ротора ($\omega > \omega_p = \sqrt{c / M_\Sigma}$);

2) якщо s має максимум (побічний рух, що відповідає найбільшому сумарному статичному дисбалансу ротора і АБ), то цей рух може бути стійким на дорезонансних швидкостях обертання ротора ($\omega < \omega_p = \sqrt{c / M_\Sigma}$);

3) якщо s має неекстремальне (не мінімум і не максимум) значення (певний побічний усталений рух, у якому сумарний статичний дисбаланс ротора і АБ не приймає максимального значення), то рух нестійкий на будь-яких швидкостях обертання ротора.

Висновки.

1. Метод використання функції Гамільтона, як функції узагальнених координат і швидкостей ефективний для визначення необхідних умов зрівноваження пасивними автобалансирами роторів на осесиметричних пружних опорах.

2. Він дозволяє без складання диференціальних рівнянь руху системи визначати її усталені рухи і оцінювати їх стійкість.

3. При зрівноваженні кульовим (маятниковим чи роликовим) автобалансиrom ротора, що здійснює плоский рух і встановлений на осесиметричні опори у ротора існує єдина резонансна швидкість обертання і:

- на дорезонансних швидкостях обертання ротора стійким може бути тільки той побічний рух, у якому всі коригувальні вантажі відхилені у важкий бік ротора;

- на зарезонансних швидкостях стійкими можуть бути тільки основні рухи (у яких ротор найбільше зрівноважений);
- автобалансування можливе тільки на зарезонансних швидкостях обертання ротора.

Список літератури

1. Thearle E. L. Automatic dynamic balancers Part 1 – Leblanc balancers / E. L. Thearle // Machine Design, 1950a, Vol. 22 No 9, pp. 119-124.
2. Thearle E. L. Automatic dynamic balancers Part 2 – Ring, pendulum and ball balancers / E. L. Thearle // Machine Design, 1950b, Vol. 22 No 10, pp. 103-106.
3. Гусаров, А. А. Автобалансирующие устройства прямого действия / А. А. Гусаров – М.: Наука, 2002. – 119 с.
4. Філімоніхін, Г. Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами / Г. Б. Філімоніхін – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352 с.
5. Муйжниек А.И. Исследование устойчивости автоматического динамического балансирующего / А.И. Муйжниек // Ученые записки Рижского политехнического института. 1959. -1. Вып. 1. - С. 155-170.
6. Муйжниек А.И. Некоторые вопросы теории автоматической динамической балансировки / А.И. Муйжниек // Вопросы динамики и прочности. Вып. -6. Рига: Изд-во АН ЛатССР, 1959. - С. 123-145.
7. Філімоніхіна І.І. Застосування функції Гамільтона до визначення умов настання автобалансування ротора з нерухою точкою / І.І.Філімоніхіна // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник "Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин", 2006. Вип.№36, С. 241-246.
8. Філімоніхіна І.І. Застосування функції Гамільтона до визначення умов зрівноваження автобалансирами ротора, здійснюючого просторовий рух / І.І.Філімоніхіна // Збірник наукових праць КНТУ, 2007. Вип. №18, С. 34-41.
9. Філімоніхін Г.Б. До визначення умов зрівноваження швидкообертючих роторів сільськогосподарських машин пасивними автобалансирами / Г.Б.Філімоніхін, І.І.Філімоніхіна // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник "Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин", 2012. Вип. 42, частина I – С. 34 – 41.
10. Філімоніхіна І.І. Застосування енергетичного методу до визначення умов зрівноваження автобалансирами швидкообертючих роторів / І.І. Філімоніхіна, Г.Б.Філімоніхін // 3-я міжнародна науково-технічна конференція "Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій". Тези доповідей. Національний університет "Львівська політехніка", Львів. - 2012. С. 135-136.

Gennady Filimonikhin, Irina Filimonikhina

Kirovograd National Technical University

Katerina Steblina

Chernivtsi National University named after Yuriy Fedkovych

Determination by the energy method of the necessary conditions of balancing by ball auto-balancer of rotor which makes plane motion

The purpose of the article is to determine by the energy method of the necessary conditions of balancing by ball auto-balancer of rotor on axisymmetric bearings which makes plane motion.

With the use of the energy method which is based on the use of the Hamiltonian function:

- were found steady-state movements of the rotor system (the basic, in which the rotor is balanced and the side, in which the rotor is not balanced) and the conditions of their existence;
- were investigate the stability of steady motions;
- were found necessary conditions of their stability (sufficient conditions of instability);
- were found the conditions of offensive of autobalancing (stability of the basic and instability of the side movements).

Conclusions: rotor have only one resonant speed of rotation and autobalancing can occur only at the speeds of rotation of rotor above the resonance one.

auto-balancer, rotor imbalance, Hamiltonian function, stability

Одержано 28.05.14