

Блохин Л.М., Осадчий С.І., Дідик О.К., Віхрова Л.Г., Каліч В.М.

**Технології конструювання сучасних
конкурентоспроможних комплексів
керування стохастичним рухом об'єктів**

**МОНОГРАФІЯ
Під редакцією
доктора технічних наук
С.І. Осадчого**

Кропивницький
Видавець Лисенко В.Ф.
2023

УДК 681.513
Б 70

Рекомендовано до друку Вченою радою Центральноукраїнського національного технічного університету (протокол №2 від 30.10.2023 року)

Блохін Л.М., Осадчий С.І., Дідик О.К., Віхрова Л.Г., Каліч В.М.

Б 70 Технології конструювання сучасних конкурентоспроможних комплексів керування стохастичним рухом об'єктів: монографія під ред. С.І. Осадчого. – Кропивницький: Видавець Лисенко В.Ф., 2023. – 294 с. ISBN"; 9: /839/9: 35/: 6/3

Монографія присвячена систематизованому викладенню математичних засад нових технологій конструювання систем керування рухом складних багатовимірних об'єктів у частотній області при стохастичних впливах. У ній розглянуті технології застосування положень сучасної теорії керування для синтезу оптимальних структур регуляторів у комплексах керування стохастичним рухом об'єктів. Математичну основу технологій складають нові методи та алгоритми оптимального спостереження, ідентифікації, фільтрації, комплексування, синтезу регуляторів та аналізу якості багатовимірних, багатозв'язаних динамічних систем у частотній області при регулярних та випадкових впливах. Зазначені методи відрізняються можливістю використання результатів динамічної атестації сенсорів при проектуванні контролерів.

Монографія призначена для спеціалістів у галузі застосування інформаційних технологій для конструювання комплексів керування, конструкторів, наукових співробітників, а також для викладачів, аспірантів та студентів старших курсів вищих навчальних закладів, які спеціалізуються у сферах автоматизації та приладобудування.

УДК 681.513

Рецензенти:

доктор технічних наук, професор Жученко А.І. Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», завідувач кафедри технічних та програмних засобів автоматизації;

доктор технічних наук, професор Невлюдов І.Ш. Харківський національний університет радіоелектроніки, завідувач кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та робототехніки;

доктор технічних наук, професор Кошовий М.Д. Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", професор кафедри інтелектуальних вимірювальних систем та інженерії якості.

© Блохін Л.М., Осадчий С.І., Дідик О.К.,
Віхрова Л.Г., Каліч В.М., 2023.
© Видавець Лисенко В.Ф., 2023.

ISBN"; 9: /839/9: 35/: 6/3

ЗМІСТ

ВСТУП	12
РОЗДІЛ 1 ПРОБЛЕМИ МАКСИМІЗАЦІЇ ЯКОСТІ (ТОЧНОСТІ) СТОХАСТИЧНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМИМИ ОБ'ЄКТАМИ	18
1.1 Цілі та завдання керування рухомими об'єктами та технологічними процесами	19
1.2 Основні причини необхідності максимізації якості та ефективності комплексів керування.....	19
1.3 Умови, що стримують процес максимізації досяжних рівнів якості та конкурентоспроможності керування	20
1.4 Основні цілі та завдання монографії	21
РОЗДІЛ 2 ОПТИМАЛЬНА ФІЛЬТРАЦІЯ ДЕТЕРМІНОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ	22
2.1 Базові (розрахункові) оптимальні фільтри у багатовимірній лінійній стійкій системі вимірювання детермінованої інформації	23
2.1.1 Вибір структури базового фільтра за однакової розмірності компонентів векторів сигналів спостереження та виходів вимірювальної системи.....	24
2.1.2 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури базового фільтра вимірювальної системи (загальний випадок)	25
2.2 Особливості розв'язання задач оптимальної фільтрації детермінованої інформації у багатовимірних нестійких лінійних розімкнених системах ...	28
2.3 Завдання та алгоритми синтезу оптимальних структур фільтрів у системах вимірювання детермінованої інформації.....	31
2.3.1 Завдання синтезу оптимальної структури фільтра при однаковій розмірності векторів спектрів сигналів спостереження та виходів вимірювальної системи, а також врахування реальних характеристик її елементів.....	31

2.3.2	Завдання синтезу оптимальної структури фільтра при неоднаковій розмірності векторів сигналів спостереження та виходів вимірювальної системи, врахуванні реальних характеристик її елементів	33
2.3.3	Завдання синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра з урахуванням можливих відхилень моделей динаміки елементів вимірювальної системи від базових	36
2.3.4	Завдання та алгоритм синтезу двоканальної оптимальної системи вимірювань при врахуванні реальних моделей динаміки її ланок та сигналів (загальний випадок)	40
2.3.5	Завдання та алгоритм синтезу двоканальної робастної оптимальної системи вимірювань (загальний випадок)	44
2.4	Синтез багатовимірних розімкнених лінійних оптимальних систем керування при детермінованих впливах.....	46
2.4.1	Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в розімкнутій системі стеження при рівності розмірностей векторів сигналів «вхід-вихід» вимірювача, регулятора та всієї системи	46
2.4.2	Метод та алгоритм синтезу оптимальних структур регуляторів у розімкнених багатовимірних системах стеження	50
2.4.3	Приклади розв'язання задач синтезу оптимальних структур фільтрів та регуляторів у розімкнених системах.....	52
РОЗДІЛ 3 ОПТИМАЛЬНА ФІЛЬТРАЦІЯ ВЕКТОРНИХ СТАЦІОНАРНИХ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ У БАГАТОВИМІРНИХ РОЗІМКНЕНИХ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ КЕРУВАННЯ (ВИМІРЮВАНЬ)		57
3.1	Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури базового (розрахункового) фільтра системи вимірювань випадкових сигналів.....	57
3.2	Метод синтезу оптимальної структури фільтра у вимірювальній системі при відомих базових та реальних моделях динаміки її елементів	60
3.3	Активізована оптимальна фільтрація у двоканальній вимірювальній системі з урахуванням базових моделей динаміки її елементів	63

3.4 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра у двоканальній робастній вимірювальній системі при врахуванні реальних та базових моделей динаміки її елементів.....	66
3.5 Приклад вирішення задачі синтезу оптимальної структури корекції фільтра у системі.....	68
3.6 Синтез багатовимірних розімкнених лінійних оптимальних систем стеження при випадкових стаціонарних впливах	70
3.6.1 Метод синтезу багатовимірних розімкнених лінійних стежачих систем.....	71
3.6.2 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в базовій (розрахунковій) системі слідкування.....	74
3.6.3 Завдання синтезу оптимальної структури додаткової корекції регулятора в розімкнутій системі стеження при врахуванні можливих відхилень моделей динаміки елементів системи від базових.....	77
3.6.4 Оптимальне комплексування випадкової стаціонарної інформації у багатовимірній розімкнутій лінійній системі стеження.....	80

РОЗДІЛ 4 ОПТИМАЛЬНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ВЕКТОРА СИГНАЛІВ ВИХОДУ ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ

4.1 Оптимальне спостереження векторів випадкових стаціонарних вихідних сигналів рухомого об'єкта та бортових вимірювальних пристроїв за результатами динамічної атестації	85
4.1.1 Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача вихідного стану рухомого лінійного об'єкта при випадкових стаціонарних впливах та відомих моделях динаміки елементів вимірювальної системи.....	86
4.1.2 Синтез оптимальної структури спостерігача з компенсацією завад вимірювань	89
4.2 Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача стану нестійкого об'єкта при випадкових стаціонарних впливах	91
4.3 Синтез оптимальної структури спостерігача багатовимірного об'єкта із довільністю у динаміці при випадкових впливах	95

4.3.1	Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача вектора вихідних сигналів об'єкта із довільністю у динаміці та без компенсації завад вимірювань	99
4.3.2	Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача за умови компенсації завад вимірювань	101
4.4	Задачі оптимального спостереження векторів детермінованих вихідних сигналів рухомого об'єкта за результатами динамічної атестації	103
4.4.1	Задача синтезу оптимальної структури спостерігача детермінованої інформації на виході багатовимірного стійкого об'єкта, який стабілізується	103
4.4.2	Задача синтезу оптимальної структури спостерігача детермінованих сигналів виходу об'єкта з довільністю у динаміці	106
4.4.3	Задача синтезу оптимальної структури спостерігача вектору детермінованих сигналів на виході об'єкта з довільністю у динаміці за умови компенсації завад вимірювань.....	110
4.4.4	Приклад синтезу оптимальної структури спостерігача вектора детермінованих вихідних сигналів стійкого об'єкта.....	113
РОЗДІЛ 5 СТРУКТУРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЛІНЕАРІ-ЗОВАНИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ БАГАТОВИМІРНИХ ОБ'ЄКТІВ КЕРУВАННЯ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ВЕКТОРІВ ВИПАДКОВИХ СТАЦІОНАРНИХ СИГНАЛІВ «ВХІД-ВИХІД»		117
5.1	Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого рухомого об'єкта за даними «ідеальних» спостережень векторів сигналів його входів і виходів при незалежності векторів керування та збурення	118
5.2	Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки рухомого об'єкта при «покращеному» спостереженні векторів сигналів «вхід-вихід»	121

5.3 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки багатовимірного об'єкта при «ідеальному» спостереженні векторів сигналів «вхід-вихід» та збурення.....	124
5.4 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого лінійного рухомого об'єкта при «неідеальному» вимірі векторів сигналів «вхід-вихід» та випадкових впливах.....	126
5.5 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки рухомого лінійного об'єкта за даними «неідеальних» вимірів його векторів сигналів «вхід-вихід» та збурення.....	130
5.6 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки лінійного рухомого об'єкта за даними оптимального спостереження векторів сигналів «вхід-вихід».....	133
5.6.1 Синтез оптимальних структур G_1 и G_2 вимірювальних трактів входів та виходів об'єкта передбачає розв'язання наступної задачі.....	135
5.6.2 Структурна ідентифікація моделей динаміки лінійного об'єкта за даними його напівнатурних випробувань.....	137
5.7 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки лінійного об'єкта за даними «покращених» оптимальних спостережень векторів сигналів «вхід-вихід».....	139

РОЗДІЛ 6 СТРУКТУРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ БАГАТОВИМІРНОГО ЛІНІЙНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ВПЛИВАХ.....

143

6.1 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого об'єкта при детермінованих впливах та відсутності спостерігачів векторів сигналів «вхід-вихід».....	144
6.2 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого об'єкта при детермінованих впливах та оптимальному спостереженні векторів сигналів «вхід-вихід».....	148

6.3 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації нестійкого об'єкта при детермінованих впливах та без оптимального спостереження векторів сигналів «вхід-вихід»	153
РОЗДІЛ 7 ОСОБЛИВОСТІ ПОСТАНОВКИ ТА АЛГОРИТМИ ВИРІШЕННЯ БАЗОВИХ ЗАВДАНЬ СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ ОБ'ЄКТІВ ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ВПЛИВАХ ЗА ДАНИМИ НАТУРНИХ ТА НАПІВНАТУРНИХ ВИПРОБУВАНЬ ВИРОБІВ	158
7.1 Постановки та стадії вирішення завдань структурної ідентифікації моделей динаміки об'єктів при стохастичних впливах на них	158
7.2 Стадії та алгоритм розв'язання задачі структурної ідентифікації лінійного багатовимірного об'єкта при стохастичних впливах	161
7.2.1 Стадія структурної ідентифікації моделей динаміки тракту об'єкта, що досліджується при дії детермінованих впливів	162
7.2.2 Стадія структурної ідентифікації моделей динаміки тракту досліджуваного лінійного об'єкта при дії випадкових стаціонарних впливів	163
7.3 Постановка та стадії розв'язання задачі структурної ідентифікації моделей об'єкта із довільністю у динаміці	165
7.3.1 Алгоритми вирішення завдань структурної ідентифікації моделей динаміки ланок тракту об'єкта, що враховує лише нестійку частину об'єкта	166
7.3.2 Алгоритми вирішення задачі структурної ідентифікації моделей динаміки ланок тракту об'єкта, що враховує лише стійку частину останнього	168
РОЗДІЛ 8 ЗАМКНЕНІ ТА РОЗІМКНЕНІ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ, УМОВИ ЇХНЬОЇ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНИХ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ВПЛИВАХ	172

8.1 Основні поняття про базові (розрахункові) та реальні системи стабілізації. Еквівалентність аналізованих систем	175
8.2 Завдання та алгоритм синтезу оптимальних робастних замкнених систем стабілізації рухомих об'єктів при випадкових стаціонарних впливах (загальний випадок).....	179
8.3 Синтез оптимальної структури регулятора в замкнутій системі стабілізації лінійного багатовимірного стійкого об'єкта при стохастичних впливах за результатами структурної ідентифікації моделей його динаміки.....	185

РОЗДІЛ 9 ОПТИМАЛЬНІ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ У ПРОСТОРІ ЧИ НА ЗАДАНІЙ ТРАЄКТОРІЇ РУХУ БАГАТОВИМІРНОГО ЛІНІЙНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ВПЛИВАХ.....

9.1 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора багатовимірної системи стабілізації при «ідеальних» сенсорах.....	198
9.2 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в системі стабілізації при вимірі вектору сигналів на виході з похибками .	202
9.3 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в системі стабілізації нестійкого об'єкта при детермінованих впливах з урахуванням перешкод вимірювань	206
9.4 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в системі слідкування за заданою детермінованою траєкторією при детермінованих збуреннях та завадах вимірювання.....	217

РОЗДІЛ 10 ОПТИМАЛЬНІ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ РУХУ БАГАТОВИМІРНОГО ЛІНІЙНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ ВИПАДКОВИХ СТАЦІОНАРНИХ ВПЛИВАХ

10.1 Синтез оптимальної багатовимірної системи стабілізації з оптимальним спостереженням векторів сигналів, що характеризують положення об'єкта відносно заданої траєкторії руху.....	229
10.1.1 Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача \tilde{F}^- у нестійкому тракті системи стабілізації об'єкта.....	232

10.1.2 Приклад, що ілюструє доцільний вибір варіанта розв'язку задачі синтезу оптимальної структури спостерігача нестійких випадкових виходів об'єкта	233
10.1.3 Синтез оптимальної структури спостерігача у стійкому тракті системи стабілізації об'єкта на заданій траєкторії руху	235
10.2 Постановки та алгоритми розв'язання задач синтезу оптимальних структур частин регулятора в системі стабілізації об'єкта	237
10.2.1 Завдання синтезу оптимальної структури W^- частини регулятора в нестійкому тракті системи стабілізації об'єкта	239
10.2.2 Завдання синтезу оптимальної структури W^+ частини регулятора у стійкому тракті системи стабілізації об'єкта	242
10.3 Постановка та алгоритм синтезу оптимальної робастної системи стабілізації об'єкта на заданій траєкторії руху, яка носить випадковий характер	245
10.3.1 Завдання синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}$ спостерігача в системі.....	247
10.3.2 Завдання синтезу структури регулятора у досліджуваній оптимальній системі стабілізації об'єкта.....	248
10.3.3 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної робастної системи стабілізації об'єкта на заданій траєкторії руху	251

РОЗДІЛ 11 ПОСТАНОВКА ТА АЛГОРИТМИ ВИРІШЕННЯ БАЗОВОГО ЗАВДАННЯ СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНИХ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ВПЛИВАХ

11.1 Основні моменти постановок базових завдань синтезу оптимальних структур частин регуляторів у лінійних системах стохастичної стабілізації	256
11.1.1 Алгоритм розв'язання задачі синтезу оптимальної структури частини регулятора \bar{W} , розташованої в детермінованому контурі системи стабілізації об'єкта	260

11.1.2 Алгоритм вирішення задачі синтезу оптимальної структури частини регулятора \tilde{W} , розташованої в контурі системи стабілізації, схильному до випадкових стаціонарних впливів.....	262
11.2 Постановка задачі синтезу оптимальних структур спостерігачів, розташованих у стійкому та нестійкому контурах системи стохастичної стабілізації рухомого об'єкта з довільністю у динаміці.....	265
11.2.1 Алгоритми вирішення задач синтезу оптимальних структур спостерігачів у нестійкому контурі системи стабілізації.....	267
11.2.2 Алгоритм розв'язання задач оптимальних структур спостерігачів, розташованих у стійкому контурі досліджуваної системи стабілізації.....	270
11.3 Постановка задач синтезу оптимальних структур частин регулятора у стійкому та нестійкому контурах досліджуваної системи стабілізації.....	273
11.3.1 Алгоритми вирішення задач синтезу оптимальних структур \bar{W}_- і \tilde{W}_- частин регулятора (нестійкі контури)	274
11.3.2 Алгоритми вирішення задач синтезу оптимальних структур \bar{W}_+ та \tilde{W}_+ (стійкі контури)	279
ВИСНОВКИ	285
СПИСОК ДЖЕРЕЛ	286

ВСТУП

На сучасному етапі створення та експлуатації рухомих об'єктів (РО) різного призначення, механізмів з паралельною кінематикою, ряду складних та відповідальних керованих технологічних процесів, комплексів та систем керування такими об'єктами та процесами на порядку денному постали питання забезпечення конкурентоспроможності виробів, що створюються. Їхня конкурентоспроможність багато в чому визначається ступенем досягнення: найвищої якості та ефективності використання, а також кінцевих цілей функціонування у відповідальних режимах роботи.

Як відомо, наприклад [18, 32, 42, 48], функціонування зазначених виробів супроводжується впливом безлічі різних стохастичних (детермінованих і випадкових) факторів. Вони суттєво ускладнюють процеси досягнення поставлених цілей та підсумкових результатів кожного конкретного відповідального режиму роботи РО. Найкращого пригнічення впливу збурень, у кожному конкретному режимі функціонування, можна досягти шляхом вибору (синтезу) та подальшої реалізації оптимальних структур комплексів або систем керування. При цьому процеси синтезу структур та параметрів оптимального керування в кожному з відповідальних режимів роботи виробу повинні базуватися на новітніх підходах та методах сучасної теорії стохастичного керування, яка сама постійно вдосконалюється.

До останнього часу підходи, методи та алгоритми, які використовуються при вирішенні відповідальних прикладних завдань високоякісного керування динамічними об'єктами, наприклад [1-11, 15-26], виявлялися дуже корисними та ефективними при розв'язанні наступних нетривіальних завдань:

- багатовимірна оптимальна фільтрація векторів стаціонарних центрованих випадкових сигналів на фоні дії випадкових багатовимірних кольорових завад та шумів вимірювання;
- структурна ідентифікація моделей динаміки багатовимірного лінійного об'єкта за випадкових стаціонарних впливів;

- оптимальне спостереження та розімкнене програмне керування багатовимірними лінійними об'єктами в умовах дії векторів стаціонарних випадкових кольорових корисних сигналів, збурень та завад;

- оптимальне замкнене керування (стабілізація або стеження) багатовимірними лінійними об'єктами в умовах дії векторів стаціонарних випадкових кольорових корисних сигналів, збурень та завад;

- синтез оптимальних структур регуляторів у замкнутих багатовимірних та багатоканальних комплексованих системах спостереження або заданого перетворення вектора програмних сигналів, які як і збурюючі фактори, що впливають на об'єкт керування, являють собою випадкові стаціонарні процеси.

- інші додаткові завдання.

Відомо, що сучасні етапи створення та експлуатації РО різного призначення та деяких відповідальних керованих технологічних процесів (КТП) характеризуються спрямованістю на досягнення перемоги у конкуренції з іншими виробниками аналогічних виробів. Це викликає різке підвищення вимог до якості (точності) комплексів керування виробами, які створюються, у відповідальних режимах їх роботи. При цьому прямий шлях до гарантованого досягнення конкурентоспроможних рівнів функціонування, зазначених вище комплексів, обов'язково включає виконання низки стадій наукомістких досліджень.

Базовою стадією таких досліджень слід вважати роботи зі створення зручних для практичного застосування нових методів та алгоритмів (технологій) аналітичного конструювання оптимальних за обраними критеріями точності комплексів керування рухомих (динамічних) об'єктів. Такі технології повинні включати наступні складові:

- методи та алгоритми аналізу якості роботи та синтезу оптимальних структур фільтрів та спостерігачів стохастичної (суми детермінованої та випадкової) інформації в багатовимірних динамічних системах;

- методи та алгоритми структурної ідентифікації моделей динаміки об'єктів керування та стохастичних збурень, що діють на них, у реальних режимах роботи керованих комплексів;

- методи та алгоритми аналізу якості роботи та синтезу оптимальних структур регуляторів у багатовимірних розімкнених динамічних системах при стохастичних впливах;

- методи та алгоритми аналізу якості роботи та синтезу оптимальних структур регуляторів у замкнутих системах стабілізації рухів багатовимірного об'єкта при стохастичних впливах, причому досліджувані системи стабілізації можуть виявитися як одноконтурними, так і багатоконтурними;

- методи та алгоритми аналізу якості роботи та синтезу оптимальних структур регуляторів рухів об'єкта в замкнутих багатовимірних системах стеження та системах заданого перетворення програмних стохастичних сигналів, причому досліджувані системи можуть мати різні структурні побудови;

- методи та алгоритми аналізу якості роботи та синтезу оптимальних структур регуляторів у замкнутих активізованих керуючих системах при стохастичних впливах;

- методи та алгоритми аналізу якості роботи та синтезу оптимальних структур регуляторів у замкнутих робастних керуючих системах при стохастичних впливах;

- методи та алгоритми досліджень мінливості досяжних поверхонь найкращої якості, сконструйованої системи керування об'єктом при варіюванні наборами різних параметрів, що визначають її реальне функціонування;

- інші доцільні методи та алгоритми максимізації якості роботи цікавих динамічних систем.

Після виконання зазначених вище робіт і отримання відповідних технологій повинна слідувати стадія визначення необхідної експериментальної інформації про вектори сигналів «вхід-вихід» об'єкта

керування та інших ланок комплексів керування, які розробляються. Така інформація має бути отримана або в результаті динамічної атестації основних елементів створюваного комплексу, або в результаті натурних випробувань об'єктів керування або найближчих прототипів, проведених у відповідних режимах.

Визначення моделей динаміки векторів стохастичних сигналів «вхід-вихід» об'єкта керування або його прототипу у відповідних режимах роботи комплексу керування, що створюється, дозволяє приступити до стадії структурної ідентифікації моделей динаміки такого об'єкта в досліджуваному режимі його роботи. Застосовувані на практиці методи та алгоритми структурної ідентифікації повинні забезпечувати можливість визначення моделей динаміки як самого об'єкта керування в режимі його роботи, що цікавить, так і неконтрольованих стохастичних збурень, які діють на об'єкт у цих умовах.

Наступна стадія досліджень полягає в синтезі оптимальних структур регуляторів створюваних систем (комплексів) керування та аналізі якості їх функціонування у відповідних режимах рухів об'єкта. Вихідними даними для її виконання є ідентифіковані моделі динаміки об'єкта керування та збурень, які діють на нього, а також технології синтезу оптимальних регуляторів та аналізу якості систем керування.

Результати аналізу створюваної системи керування вже на цій стадії робіт повинні наочно продемонструвати:

- максимально досяжні межі якості її функціонування в режимі, що цікавить;
- факти досягнення нею поставлених цілей;
- забезпечення її конкурентоспроможності.

По досягненню бажаної якості роботи системи необхідно виконати практичну програмно-технічну реалізацію отриманих результатів (оптимальних структур фільтрів, спостерігачів, регуляторів тощо) за

допомогою сучасної мікропроцесорної техніки та розробити модулі, які належним чином монтуються у створювані керовані комплекси (системи).

Після побудови дослідних та експериментальних керованих комплексів (систем) має настати стадія їх статистичних випробувань з оцінками якості роботи та ефективності досягнутих результатів. При позитивному висновку про отримані результати створення експериментальних та дослідних зразків комплексів (систем) керування досліджуваними відповідальними РО доцільно розпочати наступну остаточну стадію робіт – розробку технології виробництва та випуск виробів, макетні зразки яких створені та досліджені.

Мета даної монографії - обґрунтувати та надати зацікавленому читачеві точні, зручні при практичному застосуванні технології синтезу оптимальних структур регуляторів та аналізу якості функціонування комплексів (систем) керування РО, які призначені для функціонування в умовах дії стохастичних збурень. Відмінною рисою цих технологій є наявність високих позитивних оцінок отриманих при практичній модернізації престижної авіакосмічної техніки.

Викладені в монографії постановки необхідного для забезпечення конкурентоздатності набору практичних завдань, методи та алгоритми їх розв'язання є новими розділами в сучасній теорії стохастичного керування. Велика ефективність грамотного застосування навіть відомих положень цієї теорії до розв'язання практичних завдань керування широко відома та добре висвітлена у відповідних літературних джерелах, наприклад [15-26]. У монографії йдеться про низку нових інформаційних технологій створення та аналізу якості функціонування сучасних комплексів (систем) керування. Це методи та алгоритми синтезу оптимальних структур регуляторів, призначених для функціонування при стохастичних впливах, аналізу якості досягнення цілей такого функціонування, ідентифікації та оцінювання моделей динаміки елементів керованих комплексів, фільтрації стохастичної інформації тощо.

Таким чином, методи та алгоритми (технології) розв'язання завдань оптимального синтезу структур регуляторів, аналізу якості роботи,

структурної ідентифікації та оптимального спостереження моделей динаміки багатовимірних комплексів (систем) керування та їх базових ланок, викладені у монографії, на думку авторів складають нові розділи та технології сучасної теорії стохастичного керування. Зазначені технології, при відповідних постановках практичних завдань, дозволяють досягати найвищих рубежів якості стохастичного, в тому числі детермінованого, керування сучасними рухомими об'єктами, забезпечуючи підвищення рівня конкурентоспроможності широкого кола виробів.

РОЗДІЛ 1 ПРОБЛЕМИ МАКСИМІЗАЦІЇ ЯКОСТІ (ТОЧНОСТІ) СТОХАСТИЧНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМИМИ ОБ'ЄКТАМИ

Забезпечення конкурентоспроможності систем керування рухомих об'єктів різного призначення на етапі розробки зазначеної техніки пов'язані з такими основними проблемами. По-перше, з фактом наявності у розпорядженні розробника технологій конструювання оптимальних структур комплексів стохастичного керування рухом досліджуваних об'єктів у призначених їм відповідальних режимах функціонування. По-друге, з наявністю технологій структурної ідентифікації моделей динаміки самих об'єктів та їх базових елементів за даними натурних та напівнатурних випробувань їхніх найближчих прототипів. По-третє, в умінні розробника застосовувати зазначені технології у повсякденній практиці комп'ютерно-інтегрованого проектування, а також користуватись отриманими результатами.

Питання підвищення конкурентоспроможності комплексу керування, до складу якого входять об'єкт, засоби керування та інформаційного забезпечення процесу керування, у реальних умовах функціонування ускладнені дією зовнішніх та внутрішніх стохастичних збурень, моделі динаміки яких, як правило, невідомі. Алгоритми оптимального керування об'єктом у кожному відповідальному режимі його функціонування підлягають визначенню за вказаними вище технологіями. Очевидно, що вихідні дані, необхідні для синтезу оптимальних регуляторів, мають бути отримані внаслідок структурної ідентифікації моделей динаміки об'єкта та впливів.

Таким чином, для забезпечення конкурентоспроможності комплексу керування у відповідальних режимах його функціонування необхідні високотехнологічні системні дослідження та дії, які виконуються за спеціальними програмами та технологіями.

1.1 Цілі та завдання керування рухомими об'єктами та технологічними процесами

Технології аналітичного конструювання керуючих комплексів, що викладаються в монографії, призначені для типів об'єктів, які коротко перераховуються нижче. Насамперед, це літальні апарати різного, зокрема й оборонного, призначення; космічні апарати; різні типи рухомих об'єктів водного базування, наприклад, рухомі човни; різні типи рухомих об'єктів наземного базування, наприклад броньовані машини різного призначення; деякі інші рухомі об'єкти, які повинні рухатися строго заданими траєкторіями. Сюди слід віднести і ряд високотехнологічних процесів, призначених суворо виконувати задані програмні дії.

Основні цілі та завдання керування досліджуваними об'єктами у відповідальних режимах функціонування керованого комплексу визначаються тактико-технічними цілями та завданнями руху керованого об'єкта у кожній конкретній ситуації. Постановки завдань синтезу (вибору) оптимальних структур керування рухом об'єкта у кожному даному випадку повинні враховувати умови позитивного цільового вирішення конкретної ситуації. Синтезовані на основі запропонованих у монографії наукомістких технологій алгоритми керування повинні забезпечувати практичне досягнення найвищих рубежів якості та ефективності досліджуваного руху.

Реалізація синтезованих алгоритмів керування рухом об'єкта в кожній конкретній ситуації при сучасному розвитку засобів обчислювальної техніки не повинна викликати ніяких труднощів.

1.2 Основні причини необхідності максимізації якості та ефективності комплексів керування

Перша основна причина, що спонукає розробників максимізувати якість та ефективність керування рухом об'єктів, що створюються у відповідальних

режимах їх функціонування, пов'язана з жорсткою конкуренцією в сучасних сферах розробок і застосування аналогічних рухомих об'єктів. Тільки використання науково обґрунтованих технологій конструювання комплексів стохастичного керування досліджуваних об'єктів дозволить сподіватися на досягнення найвищих рубежів якості та ефективності зазначених об'єктів у реальних ситуаціях, які виникають під час функціонування.

Друга причина пов'язана з суттєвим зменшенням витрат, необхідних для створення зазначених комплексів за запропонованими наукомісткими технологіями, у порівнянні з технологіями, які традиційно склалися. Відмінна риса більшості традиційних технологій пов'язана з інтуїтивним характером розробок і необхідністю тривалих подальших доведень дослідних і серійних зразків подібних комплексів керування.

Третя основна причина, яка спонукає максимізувати якість та ефективність сучасних комплексів керування – різке скорочення термінів розробки та введення в експлуатацію комплексів, які володіють найвищою якістю та ефективністю при заданому об'єкті керування.

Перелічені причини наочно демонструють доцільність створення досліджуваних комплексів з урахуванням сучасних наукомістких технологій.

1.3 Умови, що стримують процес максимізації досяжних рівнів якості та конкурентоспроможності керування

Головною умовою, яка стримує процес максимізації досяжних рівнів якості та конкурентоспроможності керування складним об'єктом, є відсутність або недостатня популярність на даний момент науково обґрунтованих технологій аналітичного конструювання складних комп'ютерно-інтегрованих багатовимірних комплексів стохастичного керування.

Однак, навіть при відомих технологіях конструювання нерідко обставини складаються так, що розробник, який повинен застосовувати на практиці зазначені технології, знову застосовує традиційні технології та

практично знову розробляє неконкурентоспроможні вироби. Причиною цього є інерція та недостатня готовність до ефективного використання отриманих знання про нові технології створення комплексів керування.

Очевидно, це друга умова створення недосконалих комплексів керування на етапі розвитку зазначеної техніки.

Крім описаних умов, що гальмують процеси досягнення конкурентоспроможності комплексів керування, на практиці розробок зазначених виробів діє ще безліч менш значимих умов стримування, які не є предметом розгляду монографії.

1.4 Основні цілі та завдання монографії

Основними завданнями монографії є наступні:

- розробка нових наукомістких технологій (постановок завдань, методів та алгоритмів їх вирішення) практичного конструювання сучасних конкурентоспроможних комплексів стохастичного керування відповідальними рухомими об'єктами, які по можливості усувають наявні прогалини в теорії та практиці стохастичного керування;

- навчання розробника комплексів керування рухом змісту та практичним навичкам конструювання конкурентоспроможних систем керування.

Мета монографії – послідовний виклад постановок, методів та алгоритмів розв'язання задач синтезу та аналізу оптимальних структур комплексів керування багатовимірними об'єктами, що працюють в умовах стохастичних впливів.

Тут і далі термін стохастичний вплив, за аналогією з книгами [25, 26, 43, 51], визначається як адитивна суміш детермінованого та випадкового сигналів.

РОЗДІЛ 2 ОПТИМАЛЬНА ФІЛЬТРАЦІЯ ДЕТЕРМІНОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ

Як відомо [20, 24, 26, 45] завдання фільтрації, як правило, виникає у вимірювальних системах, у зв'язку з викривленнями, що вносяться в результат вимірювання неідеальними датчиками (сенсорами).

Структурна схема типової багатовимірної лінійної системи вимірювання детермінованої інформації (рис. 2.1) включає низку елементів.

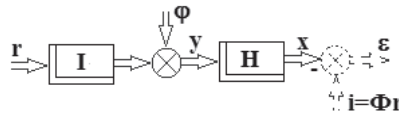


Рис. 2.1. Структурна схема типової лінійної багатовимірної системи вимірювання детермінованої інформації

До них відносяться: стійкий вимірювальний пристрій - блок **I**, динаміку якого характеризує матриця передавальних функцій K розмірності $\nu \times n$; фільтр (спостерігач) у системі - блок **H**, динаміку якого описує матриця передатних функцій G розмірності $n \times \nu$, яка підлягає визначенню після розв'язання відповідного завдання синтезу; матриця передавальних функцій Φ розмірності $n \times n$ визначає бажане перетворення [26] системою n -вимірного вектора програмних сигналів r ; ϕ - вектор зображень Лапласа перешкод вимірювань, що має розмірність $\nu \times 1$; x - вектор зображень вихідних сигналів системи, що має розмірність $n \times 1$; i - вектор зображень бажаних сигналів виходу системи, що має розмірність $n \times 1$; ε - вектор зображень помилок вимірів розмірності $n \times 1$, який з урахуванням рис. 2.1 дорівнює

$$\varepsilon = x - \Phi r; \tag{2.1}$$

y - вектор зображень сигналів спостереження розмірності $v \times 1$. (Надалі для стислості термін зображення вживатися не буде).

Якщо якість виміру в такій системі охарактеризувати за аналогією з роботами [24, 26, 34] сумою зважених інтегральних квадратичних помилок виду

$$\Xi = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\varepsilon \varepsilon^* R) ds, \quad (2.2)$$

де j - комплексна одиниця; tr - знак операції знаходження сліду матриці [30]; $*$ - знак ермітового спряження вектору; R - позитивно визначена вагова матриця розмірності $n \times n$; s – незалежна комплексна змінна ($s=j\omega$), то завдання синтезу оптимального фільтра полягає в тому, щоб знайти структуру та параметри стійкої та фізично реалізованої матриці передавальних функцій G . При цьому повинні бути задані вектори r , φ , а також матриця K .

Присвоєння $K = K_0$ задає відому до вирішення завдання синтезу структури G матрицю передавальних функцій вимірювача, а присвоєння векторів $r = r_0$, $\varphi = \varphi_0$, $y = y_0$, $x = x_0$ та $\varepsilon = \varepsilon_0$ визначають базові (розрахункові) характеристики перерахованих векторів у разі досліджень базових (розрахункових) режимів функціонування системи вимірювань.

На закінчення слід зазначити таку важливу обставину: у цьому розділі досліджуються вимірювальні системи, елементи яких мають стійкі моделі динаміки.

2.1 Базові (розрахункові) оптимальні фільтри у багатовимірній лінійній стійкій системі вимірювання детермінованої інформації

Структурна схема базової (розрахункової) системи вимірювань детермінованої інформації представлена на рисунку 2.2.

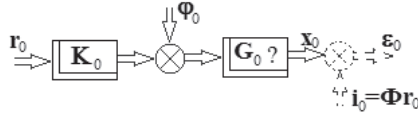


Рис. 2.2. Структурна схема базової вимірювальної системи

Навіть при базових (розрахункових) елементах системи (рис.2.2) доцільно розглянути два варіанти задач синтезу оптимальної структури фільтра G_0 : а) при однаковому $n = v$ та б) при різному $n \geq v$ числі компонентів векторів сигналів спостереження та виходів системи.

2.1.1 Вибір структури базового фільтра за однакової розмірності компонентів векторів сигналів спостереження та виходів вимірювальної системи

Тут і надалі доцільно ввести такі позначення:

$$\begin{aligned} r_0 &= \theta_{r_0} L_{n \times 1}, r_{0*} = L_{1 \times n} \theta_{r_0*}; \varepsilon = \Phi \Gamma - x \\ \varphi_0 &= \theta_{\varphi_0} L_{n \times 1}, \varphi_{0*} = L_{1 \times n} \theta_{\varphi_0*} \end{aligned} \quad (2.1)$$

де θ_{r_0} та θ_{φ_0} - діагональні матриці, складені з компонентів векторів r_0 і φ_0 , $L_{n \times 1}$ і $L_{1 \times n}$ - n -вимірні вектор-стовпець і вектор-рядок відповідно, всі елементи яких дорівнюють одиниці; "*" - символ ермітового спряження.

З урахуванням позначень (2.1) вектори зображень виходів та бажаних сигналів виходу системи слід записати так:

$$\begin{aligned} x &= G_0 (K_0 \theta_{r_0} + \theta_{\varphi_0}) L_{n \times 1}, x_* = L_{1 \times n} (\theta_{r_0*} K_{0*} + \theta_{\varphi_0*}) G_{0*}, \\ i &= \Phi \theta_{r_0} L_{n \times 1}, i_* = L_{1 \times n} \theta_{r_0*} \Phi_* \end{aligned} \quad (2.2)$$

Вектор помилок системи вимірювань у цьому випадку матиме вигляд

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= x_0 - i_0 = \{G_0 (K_0 \theta_{r_0} + \theta_{\varphi_0}) - \Phi \theta_{r_0}\} L_{n \times 1} = \theta_{\varepsilon_0} L_{n \times 1}, \\ \varepsilon_{0*} &= L_{1 \times n} \{(\theta_{r_0*} K_{0*} + \theta_{\varphi_0*}) G_{0*} - \theta_{r_0*} \Phi_{0*}\} = L_{1 \times n} \theta_{\varepsilon_{0*}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

У цьому варіанті завдання синтезу, за умови стійкості всіх заданих моделей динаміки, найкращу структуру фільтра \hat{G}_0 можна знайти з умови

$$\theta_{\varepsilon_0} = O_n,$$

а правило розрахунку матриці передавальних функцій оптимального фільтру \hat{G}_0 матиме вигляд

$$\hat{G}_0 = \Phi \theta_{r_0} (K_0 \theta_{r_0} + \theta_{\varphi_0})^{-1}. \quad (2.4)$$

Очевидно, що в цьому варіанті і інтегрально-квадратичний показник якості вимірювань дорівнюватиме нулю (тобто буде мінімальним).

2.1.2 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури базового фільтра вимірювальної системи (загальний випадок)

Загальний випадок постановки та розв'язання задачі синтезу оптимальної структури базового фільтра вимірювальної системи необхідно робити за умови нерівності числа компонентів векторів спостереження та виходу системи, тобто у разі $n \geq \nu$ (рис 2.2). Тут доцільно ввести такі позначення:

$$r_0 = \theta_{r_0} L_{n \times 1}, r_{0*} = L_{1 \times n} \theta_{r_{0*}}, \varphi_0 = \theta_{\varphi_0} L_{\nu \times 1}, \varphi_{0*} = L_{1 \times \nu} \theta_{\varphi_{0*}};$$

$$K_0 = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{\nu 1} & K_{\nu 2} & K_{\nu 3} & \dots & K_{\nu n} \end{bmatrix}_{(\nu \times n)}; \theta_{r_0} = \begin{bmatrix} \theta_{r_{01}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_{r_{02}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{r_{03}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \theta_{r_{0n}} \end{bmatrix}_{(n \times n)};$$

$$K_0 r_0 = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{\nu 1} & K_{\nu 2} & K_{\nu 3} & \dots & K_{\nu n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{r_{01}} \\ \theta_{r_{02}} \\ \theta_{r_{03}} \\ \dots \\ \theta_{r_{0n}} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} K_{11} \theta_{r_{01}} + K_{12} \theta_{r_{02}} + K_{13} \theta_{r_{03}} + \dots + K_{1n} \theta_{r_{0n}} \\ K_{21} \theta_{r_{01}} + K_{22} \theta_{r_{02}} + K_{23} \theta_{r_{03}} + \dots + K_{2n} \theta_{r_{0n}} \\ K_{31} \theta_{r_{01}} + K_{32} \theta_{r_{02}} + K_{33} \theta_{r_{03}} + \dots + K_{3n} \theta_{r_{0n}} \\ \dots \\ K_{\nu 1} \theta_{r_{01}} + K_{\nu 2} \theta_{r_{02}} + K_{\nu 3} \theta_{r_{03}} + \dots + K_{\nu n} \theta_{r_{0n}} \end{bmatrix} = \zeta_0;$$

$$\zeta_0 = \begin{bmatrix} Q_{\zeta_{01}} \\ Q_{\zeta_{02}} \\ Q_{\zeta_{03}} \\ \dots \\ Q_{\zeta_{0\nu}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\zeta_{01}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_{\zeta_{02}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & Q_{\zeta_{03}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & Q_{\zeta_{0\nu}} \end{bmatrix} L_{\nu \times 1} = Q_{\zeta_0} L_{\nu \times 1} \quad (2.5)$$

$$B_1 = [E_v, O_{v \times (n-v)}], B_2 = \begin{bmatrix} E_v \\ O_{(n-v) \times v} \end{bmatrix}$$

де E_v - одинична матриця [] розмірності $n \times n$; $O_{v \times (n-v)}$ - нульова матриця розмірності $v \times (n-v)$.

З урахуванням позначень (2.5) вектор x_0 зображень вихідних сигналів системи слід записати так:

$$\begin{aligned} x_0 &= G_0(K_0 r_0 + \varphi_0) = G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})L_{v \times 1} = G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1 L_{n \times 1}; \\ x_{0*} &= L_{1 \times n} B_2 (Q_{\zeta_{0*}} + \theta_{\varphi_{0*}}) G_{0*}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

а вектор зображень помилок вимірювань системи ε_0 визначити у вигляді:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= x_0 - i_0 = [G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1 - \Phi \theta_{r_0}]L_{n \times 1} = \theta_{\varepsilon_0} L_{n \times 1}, \\ \varepsilon_{0*} &= L_{1 \times n} [B_2(Q_{\zeta_{0*}} + \theta_{\varphi_{0*}})G_{0*} - \theta_{r_{0*}} \Phi_*] = L_{1 \times n} \theta_{\varepsilon_{0*}}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

При стійкості досліджуваних моделей динаміки всіх елементів системи можна вважати, що матриця зображень вектора помилки дорівнює нулю ($\theta_{\varepsilon_0} = O_n$). Тоді найкраща структура матриці G_0 має визначитися так:

$$G_0 = \Phi \theta_{r_0} [B_1 (Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})]^\#, \quad (2.8)$$

де "#" - символ псевдообертання відповідної матриці.

Очевидно, що в загальному випадку при нестійкості окремих елементів рівняння (2.8) результат обертання може призводити лише до наближеного визначення матриці \tilde{G}_0 .

Можливий інший більш строгий шлях визначення оптимальної структури матриці G_0 . Суть такого підходу до розв'язання завдання полягає у наступному.

Нехай функціонал якості фільтрації детермінованої інформації в системі має вигляд:

$$\bar{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr(\varepsilon_0 \varepsilon_{0*} R) ds, \quad (2.9)$$

тут R - позитивно визначена вагова матриця розмірності $n \times n$, tr - слід матриці; j - комплексна одиниця; * - знак ермітового спряження вектору; s - комплексна змінна (частота) ($s=j\omega$). Підстановка виразів (2.7) до функціоналу (2.9) дозволяє переписати останній у вигляді:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{[G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1 - \Phi\theta_{r_0}]L_n[B_2(Q_{\zeta_0^*} + \theta_{\varphi_0^*})G_{0^*} - \\
& - \theta_{r_0^*}\Phi_*]R\}ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{[G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1L_nB_2(Q_{\zeta_0^*} + \theta_{\varphi_0^*})G_{0^*} - \\
& - G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1L_n\theta_{r_0^*}\Phi_* - \Phi\theta_{r_0}L_nB_2(Q_{\zeta_0^*} + \theta_{\varphi_0^*})G_{0^*} + \\
& + \Phi\theta_{r_0}L_n\theta_{r_0^*}\Phi_*]R\}ds, \tag{2.10}
\end{aligned}$$

де $L_n = L_{n \times 1}L_{1 \times n}$.

Вирішуючи завдання вибору оптимальної структури фільтра G_0 методом Вінера-Колмогорова [9, 35], необхідно визначити першу варіацію функціоналу та умову її тотожної рівності нулю на класі стійких та фізично реалізованих матриць передавальних функцій G_0 . Перша варіація функціоналу (2.10) виглядає так:

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{R[G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1L_nB_2(Q_{\zeta_0^*} + \theta_{\varphi_0^*}) - \Phi\theta_{r_0}L_nB_2(Q_{\zeta_0^*} + \\
& + \theta_{\varphi_0^*})]\delta G_{0^*} + \delta G_0[(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1L_nB_2(Q_{\zeta_0^*} + \theta_{\varphi_0^*})G_{0^*} - (Q_{\zeta_0} + \\
& \theta_{\varphi_0})B_1L_n\theta_{r_0^*}\Phi_*]R\}ds \tag{2.11}
\end{aligned}$$

Доцільно ввести наступні позначення:

$$\begin{aligned}
\Gamma_*\Gamma &= R; B_1L_nB_2 = L_v; \\
DL_vD_* &= (Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})L_v(Q_{\zeta_0^*} + \theta_{\varphi_0^*}); \tag{2.12}
\end{aligned}$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1}\Phi\theta_{r_0}B_1^\#(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})^{-1}D, \tag{2.13}$$

де матриці Γ - результат факторизації [49] вагової матриці праворуч; D - стійка разом із зворотною дробово-раціональна матриця, знайдена в результаті спеціальної факторизації ліворуч [24] добутку матриць у правій частині виразу (2.12); "0", "+" та "-" знаки операції вінерівської сепарації [26] матриці T ; $L_v = L_{v \times 1}L_{1 \times v}$ - матриця з одиниць розміру $v \times v$; $L_{v \times 1}$ - вектор-стовпчик, елементи якого дорівнюють одиниці, а кількість рядків дорівнює v ; символ "#" - знак псевдообертання матриці [30].

З урахуванням позначень (2.12) варіацію (2.11) можна переписати так:

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{\Gamma_*(\Gamma G_0D - T)L_vD_*\delta G_* + \delta GDL_v(D_*G_{0^*}\Gamma_* - \\
& T_*)\Gamma\}ds, \tag{2.14}
\end{aligned}$$

Умова тотожної рівності варіації (2.14) нулю буде такою

$$\Gamma G_0 D = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури фільтра у системі буде наступним:

$$\hat{G}_0 = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}, \quad (2.15)$$

Підставивши матрицю (2.15) у функціонал якості системи (2.10), можна оцінити мінімальну величину (\mathcal{E}_{min}) інтегральної квадратичної помилки вимірювань детермінованої інформації та дослідити мінливість зазначеної величини при можливих варіаціях основних параметрів розімкненої системи.

2.2 Особливості розв'язання задач оптимальної фільтрації детермінованої інформації у багатовимірних нестійких лінійних розімкнених системах

Нестійкість моделей динаміки елементів або наявність трендів, що розходяться, в сигналах багатовимірних лінійних розімкнених вимірювальних систем викликає суттєві труднощі вирішення завдань оптимальної фільтрації детермінованої інформації. Такі труднощі визначені неможливістю безпосереднього забезпечення стійкості системи та мінімізації помилок вимірів за наявності у системі нестійких елементів. Мінімізація помилок такої системи в тривалих режимах її роботи можлива лише за умови компенсації трендів, що зростають нескінченно, в сигналах спостереження.

У загальному випадку при врахуванні положень висловлених у пункті 2.1.2 вектори сигналів, які діють у структурній схемі системи з нестійкими елементами (рис. 2.3), можна подати у вигляді адитивної суміші трьох складових. Перші складові позначені індексом «0» характеризують базові значення відповідних векторів. Другі складові позначені індексом «+» та характеризують обмежені за величиною сигнали. Треті складові позначені індексом «-» та характеризують тренди, які зростають необмежено. Отримання зазначених складових може бути здійснене з допомогою операції

сепарації (розділення) елементів векторів, докладно описаної у підручнику [26] та реалізованої у вигляді функції `stabsep` програмного середовища Matlab.

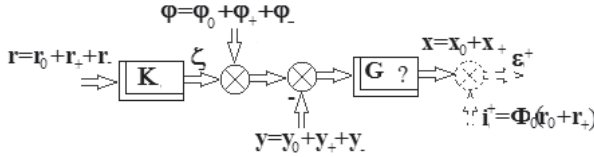


Рис. 2.3. Структурна схема вимірювальної системи із нестійкими елементами

Як і в пункті 2.1.2, тут використовуються аналоги моделей динаміки векторів ζ_0 і φ_0 показаних у виразах (2.5) виду:

$$\zeta = (Q_{\zeta_0} + Q_{\zeta_+} + Q_{\zeta_-})L_{v \times 1}; \quad \varphi = (\theta_{\varphi_0} + \theta_{\varphi_+} + \theta_{\varphi_-})L_{1 \times v};$$

$$B_1 = [E_v, O_{v \times (n-v)}], \quad B_2 = \begin{bmatrix} E_v \\ O_{(n-v) \times v} \end{bmatrix};$$

$$r = r^+ + r^- = (r_0 + r_+) + r_- = (\theta_r^+ + \theta_r^-)L_{n \times 1}, \quad (2.15)$$

За аналогією з виразами (2.6) можна записати стійкі та нестійкі частини зображень сигналів спостереження

$$y^+ = y_0 + y_+ = (Q_{\zeta_0} + Q_{\zeta_+} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\varphi_+})B_1L_{n \times 1} = (Q_{\zeta}^+ + \theta_{\varphi}^+)B_1L_{n \times 1},$$

$$y^- = y_- = (Q_{\zeta_-} + \theta_{\varphi_-})B_1L_{n \times 1} = (Q_{\zeta}^- + \theta_{\varphi}^-)B_1L_{n \times 1}, \quad (2.16)$$

Якщо нестійкі елементи системи відсутні, моделі динаміки стійких вихідних сигналів системи мають вигляд:

$$x^+ = Gy^+ = G(Q_{\zeta}^+ + \theta_{\varphi}^+)B_1L_{n \times 1};$$

$$x_*^+ = y_*^+ G_* = L_{1 \times n} B_2 (Q_{\zeta_*}^+ + \theta_{\varphi_*}^+) G_*,$$

а моделі динаміки векторів помилок вимірювань будуть такими:

$$\varepsilon^+ = x^+ - i^+ = [G(Q_{\zeta}^+ + \theta_{\varphi}^+)B_1 - \Phi_0 \theta_r^+]L_{n \times 1},$$

$$\varepsilon_*^+ = x_*^+ - i_*^+ = L_{1 \times n} [B_2(Q_{\zeta_*}^+ + \theta_{\varphi_*}^+)G_* - \theta_{r_*}^+ \Phi_{0*}]. \quad (2.17)$$

Розв'язання задачі синтезу оптимальної структури G при стійких елементах аналогічне рішення задачі, описаної в пункті 2.1.2 виразами (2.9) – (2.14).

Нехай функціонал якості фільтрації такої стійкої детермінованої інформації у досліджуваній системі має вигляд

$$\Xi^+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\varepsilon^+ \varepsilon_*^+ R) ds. \quad (2.18)$$

Підстановка виразів (2.17) до функціоналу (2.18) перетворює його як представлено нижче

$$\Xi^+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [G(Q_\zeta^+ + \theta_\varphi^+) B_1 L_n B_2 (Q_{\zeta_*}^+ + \theta_{\varphi_*}^+) G_* - G(Q_\zeta^+ + \theta_\varphi^+) B_1 L_n \theta_{r_*}^+ \Phi_{0_*} - \Phi_0 \theta_r^+ L_n B_2 (Q_{\zeta_*}^+ + \theta_{\varphi_*}^+) G_* + \Phi_0 \theta_r^+ L_n \theta_{r_*}^+ \Phi_{0_*}] R \} ds, \quad (2.19)$$

Відповідно до процедури методу Вінера-Колмогорова необхідно визначити першу варіацію функціоналу (2.19) та умову рівності варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій, що варіюються. Якщо в якості функції, яка варіюється, обрано матрицю передавальних функцій G , то перша варіація функціоналу (2.19) має вигляд

$$\delta \Xi^+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ R [G(Q_\zeta^+ + \theta_\varphi^+) B_1 L_n B_2 (Q_{\zeta_*}^+ + \theta_{\varphi_*}^+) - \Phi_0 \theta_r^+ L_n B_2 (Q_{\zeta_*}^+ + \theta_{\varphi_*}^+) + \theta_{\varphi_*}^+] \delta G_* + \delta G [(Q_\zeta^+ + \theta_\varphi^+) B_1 L_n B_2 (Q_{\zeta_*}^+ + \theta_{\varphi_*}^+) G_* - (Q_\zeta^+ + \theta_\varphi^+) B_1 L_n \theta_{r_*}^+ \Phi_{0_*}] R \} ds, \quad (2.20)$$

Доцільно ввести такі позначення

$$\Gamma_* \Gamma = R; DL_\nu D_* = (Q_\zeta^+ + \theta_\varphi^+) L_\nu (Q_{\zeta_*}^+ + \theta_{\varphi_*}^+); B_1 L_n B_2 = L_\nu, \\ T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} \Phi_{r_0} B_1^\# (Q_\zeta^+ + \theta_\varphi^+)^{-1} D. \quad (2.21)$$

З огляду на позначення (2.21) варіацію (2.20) можна представити як

$$\delta \Xi = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma G D - T) L_\nu D_* \delta G_* + \delta G D L_n (D_* G_* \Gamma_* - T_*) \Gamma] ds, \quad (2.22)$$

а умову рівності варіації (2.22) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій G уявити так

$$\Gamma G D = (T_0 + T_+).$$

Тоді алгоритм синтезу оптимальної структури фільтра в досліджуваній системі матиме вигляд

$$\hat{G} = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}, \quad (2.23)$$

Тепер підставивши алгоритм (2.23) у функціонал (2.19) можна оцінити його мінімальну величину \mathcal{E}_{min}^+ і дослідити її мінливість у різних експлуатаційних ситуаціях.

2.3 Завдання та алгоритми синтезу оптимальних структур фільтрів у системах вимірювання детермінованої інформації

Нерідко базові (розрахункові) характеристики елементів вимірювальних систем, що конструюються, їх розробнику невідомі. Орієнтовно відомі лише можливі (реальні) зазначені вище характеристики елементів системи та структурна схема системи, що цікавить, причому можливі різні варіанти побудови структурної схеми створюваної системи, у тому числі багатоконтурні та комбінаторні.

2.3.1 Завдання синтезу оптимальної структури фільтра при однаковій розмірності векторів спектрів сигналів спостереження та виходів вимірювальної системи, а також врахування реальних характеристик її елементів

Структурна схема досліджуваної вимірювальної системи представлена на рисунку 2.4 і має такий вид

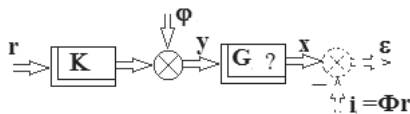


Рис. 2.4. Структурна схема досліджуваної вимірювальної системи

Тут відповідно до малюнка: K стійка матриця передавальних функцій реального вимірювального пристрою в системі; G - матриця передавальних

функції фільтра-спостерігача; Φ - відома матриця бажаних перетворень програми системою; r - вектор зображень реальних програмних сигналів; φ - вектор зображень сигналів реальних перешкод вимірювань; i - вектор зображень бажаних сигналів виходу системи; ε - вектор зображень помилок вимірювання.

У розглянутій задачі покладається однаковість кількостей компонентів векторів спостереження y і виходів системи x ($n = v$) і стійкість всіх моделей динаміки її елементів. Доцільним є введення наступних позначень, аналогічних позначенням (2.1)

$$r = \theta_r L_{n \times 1}, r_* = L_{1 \times n} \theta_{r*}; \varphi = \theta_\varphi L_{n \times 1}, \varphi_* = L_{1 \times n} \theta_{\varphi*}; \quad (2.24)$$

З урахуванням рівностей (2.24) вектор зображень вхідних сигналів системи x слід записати так:

$$x = Gy = G(Kr + \varphi) = G(K\theta_r + \theta_\varphi)L_{n \times 1};$$

а вектор зображень сигналів помилок системи наступним чином

$$\varepsilon = x - i = [G(K\theta_r + \theta_\varphi) - \Phi\theta_r]L_{n \times 1}, \quad (2.25)$$

Якщо моделі K , θ_r і θ_φ відомі і стійкі, то помилку (2.25) можна обнулити, відразу ж отримавши при цьому найкращу структуру фільтра G вигляду

$$G = \Phi\theta_r(K\theta_r + \theta_\varphi)^{-1} \quad (2.26)$$

Нехай функціонал якості вимірювань системою вихідної інформації має вигляд

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\varepsilon \varepsilon_* R) ds, \quad s = j\omega,$$

де R - R позитивно-визначена вагова матриця.

Підставивши позначення (2.25) у цей функціонал перепишемо останній у вигляді

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [G(K\theta_r + \theta_\varphi)] L_n (\theta_{r*} K_* + \theta_{\varphi*}) G_* - G(K\theta_r + \theta_\varphi) L_n \theta_{r*} \Phi_* - \\ & - \Phi \theta_r L_n (\theta_{r*} K_* + \theta_{\varphi*}) G_* + \Phi \theta_r L_n \theta_{r*} \Phi_*] R \} ds \end{aligned} \quad (2.27)$$

Вирішуючи задачу синтезу структури матриці передавальних функцій G методом Вінера-Колмогорова, першу варіацію функціоналу (2.27) слід записати так

$$\delta \mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ R [G (K \theta_r + \theta_\varphi) L_n (\theta_{r^*} K_* + \theta_{\varphi^*}) - \Phi \theta_r L_n (\theta_{r^*} K_* + \theta_{\varphi^*})] \delta G_* + \delta G [(K \theta_r + \theta_\varphi) L_n (\theta_{r^*} K_* + \theta_{\varphi^*}) G_* - (K \theta_r + \theta_\varphi) L_n \theta_{r^*} \Phi_*] R \} ds$$

Доцільно ввести такі позначення:

$$R = \Gamma_* \Gamma; D L_n D_* = (K \theta_r + \theta_\varphi) L_n (\theta_{r^*} K_* + \theta_{\varphi^*});$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} \Phi \theta_r. \quad (2.28)$$

З урахуванням рівнянь (2.28) першу варіацію $\delta \mathcal{E}$ можна переписати як

$$\delta \mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma G D - T) L_n D_* \delta G_* + \delta G D L_n (D_* G_* \Gamma_* - T_*) \Gamma] ds \quad (2.29)$$

Умова тотожної рівності цієї варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій G має вигляд

$$\Gamma G D = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури матриці передатних функцій фільтра G буде таким

$$G = \Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (2.30)$$

Підстановка структури (2.30) у функціонал (2.27) визначить його мінімальне значення \mathcal{E}_{min} .

2.3.2 Завдання синтезу оптимальної структури фільтра при неоднаковій розмірності векторів сигналів спостереження та виходів вимірювальної системи, врахуванні реальних характеристик її елементів

Структурна схема вимірювальної системи, що досліджується у зазначеній вище задачі синтезу, також представлена на рисунку 2.4. Пояснення до позначення елементів, показаних на рисунку 2.4, тут також ідентичні введеним у пункті 2.3.1. Відмінна особливість задачі синтезу, що розглядається нижче від попередньої лише в розмірності векторів сигналів

спостереження і виходів системи (тут $n \geq v$) і деяких позначеннях, показаних нижче.

За аналогією з позначеннями (2.5) для постановки та розв'язання завдання синтезу доцільно запровадити наступні рівняння

$$r = \theta_r L_{n \times 1}, \quad r_* = L_{1 \times n} \theta_{r_*}; \quad \varphi = \theta_\varphi L_{v \times 1}, \quad \varphi_* = L_{1 \times v} \theta_{\varphi_*};$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{v1} & K_{v2} & K_{v3} & \dots & K_{vn} \end{bmatrix}; \quad \theta_r = \begin{bmatrix} \theta_{r_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_{r_2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{r_3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \theta_{r_n} \end{bmatrix};$$

$$\zeta = Kr = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{v1} & K_{v2} & K_{v3} & \dots & K_{vn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{r_1} \\ \theta_{r_2} \\ \theta_{r_3} \\ \dots \\ \theta_{r_n} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} K_{11}\theta_{r_1} + K_{12}\theta_{r_2} + K_{13}\theta_{r_3} + \dots + K_{1n}\theta_{r_n} \\ K_{21}\theta_{r_1} + K_{22}\theta_{r_2} + K_{23}\theta_{r_3} + \dots + K_{2n}\theta_{r_n} \\ K_{31}\theta_{r_1} + K_{32}\theta_{r_2} + K_{33}\theta_{r_3} + \dots + K_{3n}\theta_{r_n} \\ \dots \\ K_{v1}\theta_{r_1} + K_{v2}\theta_{r_2} + K_{v3}\theta_{r_3} + \dots + K_{vn}\theta_{r_n} \end{bmatrix};$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} \theta_{\zeta_1} \\ \theta_{\zeta_2} \\ \theta_{\zeta_3} \\ \dots \\ \theta_{\zeta_v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{\zeta_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_{\zeta_2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{\zeta_3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \theta_{\zeta_v} \end{bmatrix} L_{v \times 1} = Q_\zeta L_{v \times 1}$$

$$B_1 = [E_v, O_{v \times (n-v)}], \quad B_2 = \begin{bmatrix} E_v \\ O_{(n-v) \times v} \end{bmatrix}; \quad (2.31)$$

Враховуючи вигляд матриць (2.31), вектор вихідних сигналів системи слід записати наступним чином

$$x = Gy = G(Kr + \varphi) = G(Q_\zeta + \theta_\varphi)L_{v \times 1} = G(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1L_{n \times 1}, \quad (2.32)$$

а вектор сигналів помилки системи у вигляді

$$\varepsilon = x - i = [G(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1 - \Phi\theta_r]L_{n \times 1}. \quad (2.33)$$

Урахування позначень (2.31) та рівнянь (2.32), (2.33) дозволило представити функціонал якості фільтрації детермінованої інформації у наступній формі:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{\varepsilon\varepsilon^*R\}ds, \quad (2.34)$$

Підстановка векторів (2.33) до функціоналу (2.34) дозволяє визначити, що

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{[G(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1 - \Phi\theta_r]L_n[B_2(Q_{\zeta^*} + \theta_{\varphi^*})G_* - \theta_{r^*}\Phi_*]R\}ds = \\ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{[G(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1L_nB_2(Q_{\zeta^*} + \theta_{\varphi^*})G_* - G(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1L_n\theta_{r^*}\Phi_* - \\ &- \Phi\theta_rL_nB_2(Q_{\zeta^*} + \theta_{\varphi^*})G_* + \Phi\theta_rL_n\theta_{r^*}\Phi_*]R\}ds, \end{aligned} \quad (2.35)$$

де $L_n = L_{n \times 1}L_{1 \times n}$.

Для розв'язання задачі синтезу оптимальної структури матриці передатних функцій фільтру G методом Вінера-Колмогорова необхідно подати першу варіацію функціоналу (2.35) за аналогією з рішенням (2.11), наведеним у пункті 2.1.2, у вигляді

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{E} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{R[G(Q_\zeta + \theta_\varphi)L_v(Q_{\zeta^*} + \theta_{\varphi^*}) - \Phi\theta_r[(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1]^\#(Q_\zeta + \\ &+ \theta_\varphi)L_v(Q_{\zeta^*} + \theta_{\varphi^*})]\delta G_* + \delta G[(Q_\zeta + \theta_\varphi)L_v(Q_{\zeta^*} + \theta_{\varphi^*})G_* - (Q_\zeta + \\ &\theta_\varphi)L_v(Q_{\zeta^*} + \theta_{\varphi^*})][B_2(Q_{\zeta^*} + \\ &\theta_{\varphi^*})]^\#\theta_{r^*}\Phi_*]R\}ds \end{aligned} \quad (2.36)$$

Доцільно ввести такі позначення:

$$\begin{aligned} \Gamma_*\Gamma &= R; DL_vD_* = (Q_\zeta + \theta_\varphi)L_v(Q_{\zeta^*} + \theta_{\varphi^*}); \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1}\Phi\theta_r[(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1]^\#D. \end{aligned} \quad (2.37)$$

З урахуванням позначень (2.37) варіацію (2.36) можна переписати дещо інакше:

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{E} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[\Gamma_*(\Gamma GD - T)L_nD_*\delta G_* + \delta GDL_n(D_*G_*\Gamma_* - \\ &T_*)\Gamma]ds. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Умова тотожної рівності варіації (2.38) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій G має вигляд

$$\Gamma GD = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури G буде таким

$$G = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (2.39)$$

Таким чином, правило (2.39) визначає інформаційну технологію синтезу оптимальної структури фільтра при неоднаковій розмірності векторів сигналів спостереження та виходів вимірювальної системи при детермінованих сигналах.

2.3.3 Завдання синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра з урахуванням можливих відхилень моделей динаміки елементів вимірювальної системи від базових

Зміна умов функціонування розімкненої (вимірювальної) системи досить часто може викликати відхилення реальних характеристик сенсорів та сигналів у контурах керування від номінальних. Якщо ці зміни викликають наступні спотворення характеристик динаміки елементів та сигналів у системі

$$K = K_0 + \hat{K}, \quad r = r_0 + \hat{r}, \quad \varphi = \varphi_0 + \hat{\varphi}, \quad x = x_0 + \hat{x}, \quad i = i_0 + \hat{i},$$

то виникає завдання синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра. Тут індексом «0» позначені базові (розрахункові моделі), а символом « $\hat{}$ » - відхилення від базових значень. Завдання синтезу полягає у наступному. Припустимо, що задана структурна схема вимірювальної системи (рис. 2.5), а також відомі зображення Фур'є векторів r , φ , x , i та матриці передатних функцій системи датчиків (сенсорів) K , а також базового фільтра детермінованої інформації G_0 , необхідно визначити правило розрахунку матриці передатних функцій додаткової корекції G , увімкнення якої до системи за схемою (рис. 2.5) дозволить мінімізувати інтегральну квадратичну похибку системи.

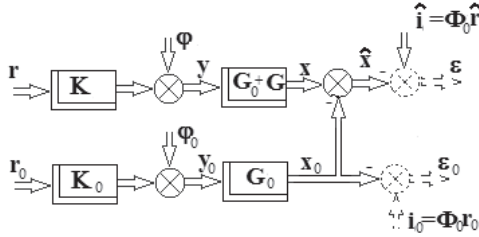


Рис. 2.5 Структурна схема вимірювальної системи з додатковою корекцією

При розв'язанні цього завдання передбачається, що попередньо відомі моделі динаміки всіх ланок і векторів сигналів базової (розрахункової) системи вимірювань (див. Розділ 2.1). Розглядається варіант завдання у загальному випадку (неоднакова кількість координат векторів спектрів сигналів y (y_0) та x (x_0): $n \geq \nu$).

Враховуючи прийняті вище позначення, вектори зображень базових і реальних сигналів виходу системи вимірювань детермінованої інформації (рис. 2.5) можна подати у вигляді

$$\begin{aligned}
 x_0 &= G_0 y_0 = G_0 (K_0 r_0 + \varphi_0) = G_0 (Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0}) B_1 L_{n \times 1}; \\
 x &= G_0 (K_0 r_0 + \varphi_0) + G_0 [(K_0 \hat{r} + \hat{K} r_0 + \hat{K} \hat{r}) + \hat{\varphi}] + G [(K_0 r_0 + K_0 \hat{r} + \hat{K} r_0 + \\
 &\hat{K} \hat{r}) + \varphi_0 + \hat{\varphi}], \tag{2.40}
 \end{aligned}$$

а вектор зображень сигналів відхилень виходів вимірювальної системи від базових значень \hat{x} визначити так

$$\begin{aligned}
 \hat{x} = x - x_0 &= G [(K_0 r_0 + K_0 \hat{r} + \hat{K} r_0 + \hat{K} \hat{r}) + (\varphi_0 + \hat{\varphi})] + \\
 &+ G_0 [(K_0 \hat{r} + \hat{K} r_0 + \hat{K} \hat{r}) + \hat{\varphi}]; \tag{2.41}
 \end{aligned}$$

За аналогією з розділом 2.1 введено декілька додаткових рівнянь:

$$\begin{aligned}
 r_0 &= \theta_{r_0} L_{n \times 1}, \quad r_{0*} = L_{1 \times n} \theta_{r_{0*}}; \\
 \hat{r} &= \theta_{\hat{r}} \hat{L}_{n \times 1}, \quad \hat{r}_* = L_{1 \times n} \theta_{\hat{r}*}; \quad \hat{\varphi} = \theta_{\hat{\varphi}} L_{\nu \times 1}, \quad \hat{\varphi}_* = L_{1 \times \nu} \theta_{\hat{\varphi}*};
 \end{aligned}$$

$$K_0 = \begin{bmatrix} K_{011} & K_{012} & K_{013} & \dots & K_{01n} \\ K_{021} & K_{022} & K_{023} & \dots & K_{02n} \\ K_{031} & K_{032} & K_{033} & \dots & K_{03n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{0v1} & K_{0v2} & K_{0v3} & \dots & K_{0vn} \end{bmatrix}; \hat{K} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{11} & \hat{K}_{12} & \hat{K}_{13} & \dots & \hat{K}_{1n} \\ \hat{K}_{21} & \hat{K}_{22} & \hat{K}_{23} & \dots & \hat{K}_{2n} \\ \hat{K}_{31} & \hat{K}_{32} & \hat{K}_{33} & \dots & \hat{K}_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{K}_{v1} & \hat{K}_{v2} & \hat{K}_{v3} & \dots & \hat{K}_{vn} \end{bmatrix};$$

$$r_0 = \begin{bmatrix} \theta_{r_{01}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_{r_{02}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{r_{03}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \theta_{r_{0n}} \end{bmatrix} L_{n \times 1} = \theta_{r_0} L_{n \times 1};$$

$$\hat{r} = \begin{bmatrix} \theta_{\hat{r}_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_{\hat{r}_2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{\hat{r}_3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \theta_{\hat{r}_n} \end{bmatrix} L_{n \times 1} = \theta_{\hat{r}} L_{n \times 1};$$

$$\varphi_0 = \begin{bmatrix} \theta_{\varphi_{01}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_{\varphi_{02}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{\varphi_{03}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \theta_{\varphi_{0n}} \end{bmatrix} L_{n \times 1} = \theta_{\varphi_0} L_{n \times 1};$$

$$\hat{\varphi} = \begin{bmatrix} \theta_{\hat{\varphi}_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_{\hat{\varphi}_2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{\hat{\varphi}_3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \theta_{\hat{\varphi}_n} \end{bmatrix} L_{n \times 1} = \theta_{\hat{\varphi}} L_{n \times 1}$$

$$B_1 = [E_v, O_{v \times (n-v)}], B_2 = \begin{bmatrix} E_v \\ O_{(n-v) \times v} \end{bmatrix};$$

$$\hat{\zeta}_0 = K_0 r_0 = \begin{bmatrix} K_{011}\theta_{r_{01}} + K_{012}\theta_{r_{02}} + K_{013}\theta_{r_{03}} + \dots + K_{01n}\theta_{r_{0n}} \\ K_{021}\theta_{r_{01}} + K_{022}\theta_{r_{02}} + K_{023}\theta_{r_{03}} + \dots + K_{02n}\theta_{r_{0n}} \\ K_{031}\theta_{r_{01}} + K_{032}\theta_{r_{02}} + K_{033}\theta_{r_{03}} + \dots + K_{03n}\theta_{r_{0n}} \\ \dots \\ K_{0v1}\theta_{r_{01}} + K_{0v2}\theta_{r_{02}} + K_{0v3}\theta_{r_{03}} + \dots + K_{0vn}\theta_{r_{0n}} \end{bmatrix} = Q_{\hat{\zeta}_0} L_{v \times 1};$$

$$\hat{\zeta}_1 = K_0 \hat{r} = \begin{bmatrix} K_{011}\theta_{\hat{r}_1} + K_{012}\theta_{\hat{r}_2} + K_{013}\theta_{\hat{r}_3} + \dots + K_{01n}\theta_{\hat{r}_n} \\ K_{021}\theta_{\hat{r}_1} + K_{022}\theta_{\hat{r}_2} + K_{023}\theta_{\hat{r}_3} + \dots + K_{02n}\theta_{\hat{r}_n} \\ K_{031}\theta_{\hat{r}_1} + K_{032}\theta_{\hat{r}_2} + K_{033}\theta_{\hat{r}_3} + \dots + K_{03n}\theta_{\hat{r}_n} \\ \dots \\ K_{0v1}\theta_{\hat{r}_1} + K_{0v2}\theta_{\hat{r}_2} + K_{0v3}\theta_{\hat{r}_3} + \dots + K_{0vn}\theta_{\hat{r}_n} \end{bmatrix} = Q_{\hat{\zeta}_1} L_{v \times 1};$$

де, як і раніше, $L_n = L_{n \times 1} L_{1 \times n}$ - матриця з одиниць.

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра методом Вінера-Колмогорова за аналогією з виразом (2.11) необхідно визначити першу варіацію функціоналу (2.46):

$$\begin{aligned} \delta \Xi = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}((R\{G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1 L_n B_2 (Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*}) + \\ & + [G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1 - \Phi_0 \theta_{\hat{r}}]L_n B_2 (Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})\}\delta G_* + \delta G\{(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \\ & + \theta_{\hat{\varphi}})B_1 L_n B_2 (Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_* + (Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1 L_n [B_2(Q_{\xi^*} + \\ & \theta_{\hat{\varphi}^*})G_{0^*} - -\theta_{\hat{r}^*}\Phi_{0^*}\}\}R)ds; \end{aligned} \quad (2.47)$$

Доцільно ввести такі позначення:

$$\begin{aligned} \Gamma_* \Gamma &= R; & D L_v D_* &= (Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1 L_n B_2 (Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*}) = \\ & & & (Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})L_v (Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*}); \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = [G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}}) - \Phi_0 \theta_{\hat{r}}(B_1)^\#](Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \\ & & & \theta_{\hat{\varphi}})^{-1} D. \end{aligned} \quad (2.48)$$

З урахуванням виразів (2.48) варіацію (2.47) можна записати так:

$$\delta \Xi = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[\Gamma_* (\Gamma G D + T) L_v D_* \delta G_* + \delta G D L_v (D_* G_* \Gamma_* + T_*) \Gamma] ds,$$

а умови тотожної рівності варіації нулю на класі стійких та фізично реалізованих матриць передатних функцій G записати у вигляді

$$\Gamma G D = -(T_0 + T_+).$$

Правило синтезу оптимальної структури G може бути визначено наступним рівнянням

$$G = -\Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (2.49)$$

Індекси у виразах (2.48) відображають необхідність виконання вінерівських операцій факторизації та сепарації над відповідними матрицями.

2.3.4 Завдання та алгоритм синтезу двоканальної оптимальної системи вимірювань при врахуванні реальних моделей динаміки її ланок та сигналів (загальний випадок)

Завдання синтезу двоканальної оптимальної системи вимірювань виникає при розробці розімкненої системи керування (вимірювань), яка має у

своєму складі дві підсистеми датчиків \mathbf{K} та \mathbf{K}_0 (рис. 2.6). Характеристики сигналів та елементів однієї з них відповідають базовим, а іншої відрізняються від них так, що

$$K = K_0 + \hat{K}, \quad r = r_0 + \hat{r}, \quad \varphi = \varphi_0 + \hat{\varphi}, \quad x = x_0 + \hat{x}, \quad i = i_0 + \hat{i}. \quad (2.50)$$

Необхідно на основі інформації про матриці передавальних функцій \mathbf{K} , \mathbf{K}_0 , Φ_0 та \mathbf{G}_0 , а також про зображення векторів r , r_0 , φ , φ_0 обґрунтувати правило розрахунку матриці передатних функцій \mathbf{G} , увімкнення якої до схеми (рис. 2.6) забезпечить мінімальну інтегральну квадратичну помилку системи.

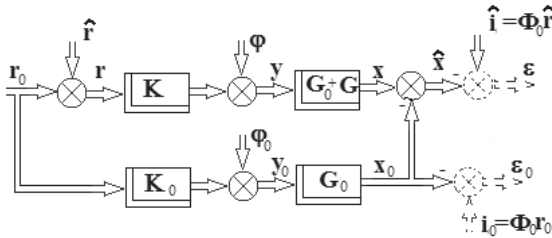


Рис. 2.6. Структурна схема досліджуваної двоканальної вимірювальної системи

За аналогією з пунктом 2.1.2 прийнято, що

$$r_0 = \theta_{r_0} \cdot L_{n \times 1}, \quad r_{0*} = L_{1 \times n} \cdot \theta_{r_{0*}}, \quad \varphi_0 = \theta_{\varphi_0} \cdot L_{v \times 1}, \quad \varphi_{0*} = L_{1 \times v} \cdot \theta_{\varphi_{0*}};$$

$$K_0 r_0 = \begin{bmatrix} K_{11}\theta_{r_{01}} + K_{12}\theta_{r_{02}} + K_{13}\theta_{r_{03}} + \dots + K_{1n}\theta_{r_{0n}} \\ K_{21}\theta_{r_{01}} + K_{22}\theta_{r_{02}} + K_{23}\theta_{r_{03}} + \dots + K_{2n}\theta_{r_{0n}} \\ K_{31}\theta_{r_{01}} + K_{32}\theta_{r_{02}} + K_{33}\theta_{r_{03}} + \dots + K_{3n}\theta_{r_{0n}} \\ \dots \\ K_{v1}\theta_{r_{01}} + K_{v2}\theta_{r_{02}} + K_{v3}\theta_{r_{03}} + \dots + K_{vn}\theta_{r_{0n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\zeta_1} \\ Q_{\zeta_2} \\ Q_{\zeta_3} \\ \vdots \\ Q_{\zeta_v} \end{bmatrix} = Q_{\zeta_0} L_{v \times 1} \quad (2.51)$$

де Q_{ζ_0} – діагональна матриця;

$$B_1 = [E_v, O_{v \times (n-v)}], \quad B_2 = \begin{bmatrix} E_v \\ O_{(n-v) \times v} \end{bmatrix}.$$

З урахуванням позначень (2.51) вектор вихідних сигналів базової системи (2.6) слід подати виразом

$$x_0 = G_0(K_0 r_0 + \varphi_0) = G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})L_{v \times 1} = G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1 L_{n \times 1}, \quad (2.53)$$

а вектор помилок базової системи вимірів (2.7) представити рівнянням

$$\varepsilon_0 = x_0 - i_0 = [G_0(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})B_1 - \Phi_0\theta_{r_0}]L_{n \times 1}.$$

При стійких моделях динаміки елементів оптимальну структуру фільтра в базовій системі вимірювань можна знайти із співвідношення (2.8) та отримати наступний результат

$$G_0 = \Phi_0\theta_{r_0}[B_1(Q_{\zeta_0} + \theta_{\varphi_0})]^\#,$$

де "#" - символ псевдообертання відповідної матриці.

Вектор x моделей реальних вихідних сигналів досліджуваної системи, враховуючи вирази (2.50), (2.51) та (2.8), представляється таким чином

$$x_0 = G_0(K_0r_0 + \varphi_0) + G_0[(K_0\hat{r} + \hat{K}r_0 + \hat{K}\hat{r}) + \hat{\varphi}] + G[(K_0r_0 + K_0\hat{r} + \hat{K}r_0 + \hat{K}\hat{r}) + (\varphi_0 + \hat{\varphi})]. \quad (2.54)$$

Підстановка виразу (2.54) до рівняння (2.41) дозволяє подати різницевий вектор \hat{x} у вигляді

$$\hat{x} = x - x_0 = G[(K_0r_0 + K_0\hat{r} + \hat{K}r_0 + \hat{K}\hat{r}) + (\varphi_0 + \hat{\varphi})] + G_0[(K_0\hat{r} + \hat{K}r_0 + \hat{K}\hat{r}) + \hat{\varphi}].$$

З урахуванням позначень прийнятих у пункті 2.3.3 цього розділу, вектор \hat{x} зображень різницевих вихідних сигналів системи слід записати так

$$\hat{x} = [G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}}) + G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}})]B_1L_{n \times 1}; \quad (2.55)$$

Використовуючи вираз (2.55), можна представити вектор ε сигналів помилок системи (рис.2.6) таким чином:

$$\varepsilon = \hat{x} - \hat{i} = \{[G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}}) + G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}})]B_1 - \Phi_0\theta_{\hat{r}}\}L_{n \times 1}. \quad (2.56)$$

У відповідності до умов завдання функціонал якості вимірювань детермінованої інформації у досліджуваній системі має вигляд

$$E = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr(\varepsilon\varepsilon^*R)ds, \quad (2.57)$$

Підставивши вектор (2.56) у функціонал (2.57) та враховуючи сказане раніше, слід записати останній так

$$\begin{aligned} \Xi = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\{[G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}}) + G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}})]B_1 - \Phi_0\theta_{\hat{r}}\}L_n \times \\ \times \{B_2[(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_* + (Q_{\xi^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_{0^*}] - \theta_{\hat{r}^*}\Phi_{0^*}\}R))ds. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури G корекції фільтра у досліджуваній вимірjuвальній системі із застосуванням процедури методу Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (2.58). Її визначення дозволяє отримати такий результат:

$$\begin{aligned} \delta\Xi = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\{R\{G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})L_v(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*}) + \\ + [G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}}) - \Phi_0\theta_{\hat{r}}B_1^{\#}]B_1L_nB_2(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})\}\delta G_* + \\ + \delta G\{(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1L_nB_2(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_* + (Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \\ + \theta_{\hat{\varphi}})B_1L_nB_2[(Q_{\xi^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_{0^*} - B_2^{\#}\theta_{\hat{r}^*}\Phi_{0^*}]\}\}R))ds. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Тут доцільно ввести такі позначення:

$$\begin{aligned} \Gamma_*\Gamma = R; \quad DLD_* = (Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})L_v(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*}); \\ T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1}[G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}}) - \Phi_0\theta_{\hat{r}}B_1^{\#}][[(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \\ \theta_{\hat{\varphi}})^{-1}]^{\#}D]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

У виразах (2.60) здійснюються операції факторизації та сепарації матриць над елементами виразів (2.60).

З урахуванням позначень (2.60) варіацію (2.59) можна переписати так:

$$\begin{aligned} \delta\Xi = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[\Gamma_*(\Gamma GD + T)L_vD_*\delta G_* + \delta GDL_v(D_*G_*\Gamma_* + \\ T_*)\Gamma]ds. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Умову тотожної рівності варіації (2.59) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій G слід записати так

$$\Gamma GD = -(T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури корекції фільтра у системі подати у вигляді

$$G = -\Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (2.62)$$

Таким чином, поставлена задача синтезу розв'язана та обгрунтоване необхідне правило.

Підстановка матриці передатних функцій (2.62) у функціонал (2.58) дозволяє досліджувати мінливість його величини у функції варійованих параметрів системи відомим способом.

2.3.5 Завдання та алгоритм синтезу двоканальної робастної оптимальної системи вимірювань (загальний випадок)

Структурна схема системи, що підлягає дослідженню у розглянутій задачі синтезу та призначеної для переробки детермінованої інформації, представлена на рисунку 2.6. Прийняті у задачі позначення моделей динаміки елементів (сигналів та ланок) системи не відрізняються від розглянутих у пункті 2.3.4 цієї глави.

Як і в попередній задачі (пункт 2.3.4), тут також розглядається задача синтезу оптимальної структури передатних функцій G фільтра додаткової корекції в системі, але вже шляхом мінімізації нового функціоналу якості вимірювань корисної інформації, що має доданки, які сприяють досягненню робастності синтезованої системи.

Як зазначено вище, у розглянутій задачі також використовуються моделі динаміки елементів (2.50)-(2.56) системи, природа кожного з яких досить зрозуміла зі структурної системи (рис. 2.6), а функція описується виразом типу (2.8).

У задачі, яка розглядається, використовується функціонал якості вимірювань системою детермінованої інформації, який має вигляд:

$$E = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\varepsilon \varepsilon_* R + \Lambda \hat{x} x_{0*} + x_0 \hat{x}_* \Lambda) ds, \quad (2.63)$$

тут R і Λ – позитивно-визначені вагові матриці, а моделі динаміки векторів x_0 , \hat{x} і ε описуються виразами (2.53), (2.55) і (2.56) відповідно. Підстановка перерахованих моделей динаміки у вираз (2.63) дозволяє представити функціонал якості фільтрації як показано нижче

$$\begin{aligned}
\mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left((G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1L_nB_2(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_* + \right. \\
& + G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1L_n[B_2(Q_{\xi_*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_{0^*} - \theta_{\hat{r}^*}\Phi_*] + [G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1 - \\
& - \Phi\theta_{\hat{r}}]L_nB_2(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_* + [G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}})B_1 - \Phi\theta_{\hat{r}}]L_n[B_2(Q_{\xi_*} + \\
& + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_{0^*} - \theta_{\hat{r}^*}\Phi_*])R + \Lambda[G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}}) + G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}})]B_1L_nB_2(Q_{\xi_0^*} + \\
& \theta_{\varphi_0^*})G_{0^*} + G_0(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0})B_1L_nB_2[(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_* + (Q_{\xi_*} + \\
& \theta_{\hat{\varphi}^*})G_{0^*}]\Lambda) \Big) ds. \tag{2.64}
\end{aligned}$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури методом Вінера-Колмогорова і враховуючи вже зазначені особливості матриць, необхідно визначити першу варіацію функціоналу $\delta\mathcal{E}$ і умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій G . Перша варіація $\delta\mathcal{E}$ функціоналу (2.64) має вигляд:

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left((R\{G(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})L_v(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*}) + [(E_n + \right. \\
& R^{-1}\Lambda)G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}}) - \Phi\theta_{\hat{r}}B_1^\#]L_v(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})\} \delta G_* + \delta G\{(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \\
& \theta_{\hat{\varphi}})L_v(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_* + (Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})L_v[(Q_{\xi_*} + \theta_{\hat{\varphi}^*})G_{0^*}(E_n + \\
& + R^{-1}\Lambda) - B_2^\#\theta_{\hat{r}^*}\Phi_*])R) \Big) ds. \tag{2.65}
\end{aligned}$$

Доцільно ввести такі позначення:

$$\begin{aligned}
\Gamma_*\Gamma = & R; DL_nD_* = (Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})L_v(Q_{\xi_0^*} + \theta_{\varphi_0^*} + \theta_{\hat{\varphi}^*}); T = T_0 + T_+ + T_- = \\
= & \Gamma_*^{-1}[(E_n + R^{-1}\Lambda)G_0(Q_{\xi} + \theta_{\hat{\varphi}}) - \Phi\theta_{\hat{r}}B_1^\#][(Q_{\xi_0} + \theta_{\varphi_0} + \theta_{\hat{\varphi}})^{-1}]^\#D. \tag{2.66}
\end{aligned}$$

З урахуванням позначень (2.66) варіацію (2.65) можна переписати у вигляді:

$$\delta\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_*(G\Gamma D + T)L_vD_*\delta G_* + \delta GDL_v(D_*G_*\Gamma_* + T_*)\Gamma] ds,$$

а умову тотожної рівності варіації (2.66) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій G записати так:

$$G\Gamma D = -(T_0 + T_+). \tag{2.67}$$

З умови (2.67) легко визначити алгоритм синтезу оптимальної структури, який матиме вигляд

$$G = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \tag{2.68}$$

Як і раніше, у позначеннях (2.61) використані символи виконання вінерівських операцій факторизації та сепарації відповідних матриць. Підстановка структури G (2.68) у функціонал (2.64) визначить мінімальне значення останнього.

2.4 Синтез багатовимірних розімкнених лінійних оптимальних систем керування при детермінованих впливах

У сучасній теорії автоматичного управління питанням синтезу оптимальних структур регуляторів у розімкнених багатовимірних системах управління, схильних до дії детермінованих збурень і сигналів, приділено недостатню увагу та не обговорюються багато проблемних питань забезпечення якості такого управління. У той же час, проектування та конструювання SCADA-систем вимагають наявності відповідних методів, прийомів та засобів проектування оптимальних структур регуляторів у розімкнених системах. Нижче наведений розділ монографії покликакий заповнити зазначені прогалини та забезпечити виконання даної вимоги.

2.4.1 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в розімкнутій системі стеження при рівності розмірностей векторів сигналів «вхід-вихід» вимірювача, регулятора та всієї системи

Структурна схема типової розімкнутої багатовимірної системи перетворення детермінованої інформації представлена на рисунку 2.7. Тут вважається, що моделі динаміки всіх елементів (ланок та сигналів) системи, крім моделі динаміки (структури) регулятора G , розробнику орієнтовно відомі.

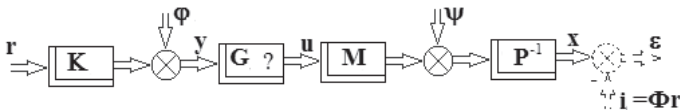


Рис. 2.7 Структурна схема типової розімкнутої системи перетворення детермінованої інформації

На схемі (рис. 2.7) досліджуваної системи, що складається з вимірювального комплексу, регулятора та лінійного багатовимірного об'єкта, прийнято такі позначення: K – матриця передавальних функцій вимірювального комплексу; G – шукана в задачі синтезу матриця передавальних функцій (структура) регулятора; Φ – матриця передавальних функцій бажаного перетворення програми; $r, \varphi, u, \psi, x, \varepsilon$ – зображення векторів сигналів відповідно відстежуваної системою програми r , перешкод вимірювань φ , сигналів спостереження u , сигналів управління об'єктом ψ , сигналів обурень, що діє на об'єкт управління x , вихідних сигналів об'єкта x , сигналів помилок стеження ε . Перетворена за Фур'є система відомих диференціальних рівнянь, що описують рух лінійного об'єкта управління, в режимі роботи, що встановився, має вигляд:

$$Px = Mu + \psi,$$

де P і M – відомі матриці, елементами яких є поліноми комплексної змінної s .

Як впливає із структурної схеми (рис. 2.7), вектор вихідних сигналів системи x має вигляд

$$x = P^{-1}MG(Kr + \varphi) + P^{-1}\psi. \quad (2.69)$$

Вектор сигналів управління системою u і слід записати як

$$u = G(Kr + \varphi). \quad (2.70)$$

Врахування рівняння (2.69) та вектора бажаних сигналів $i = \Phi r$ дозволяє знайти наступний вектор сигналів помилки системи ε

$$\varepsilon = x - i = P^{-1}MG(Kr + \varphi) + P^{-1}\psi - \Phi r. \quad (2.71)$$

Для успішного знаходження структури та параметрів матриці передавальних функцій G доцільно ввести такі позначення:

$$r = \theta_r L_{n \times 1}; \varphi = \theta_\varphi L_{v \times 1}; \psi = \theta_\psi L_{n \times 1}; u = \theta_u L_{m \times 1}; \varepsilon = \theta_\varepsilon L_{n \times 1}; \quad (2.72)$$

де $\theta_r, \theta_\varphi, \theta_\psi, \theta_u, \theta_\varepsilon$ - діагональні матриці, складені зі спектрів компонентів векторів, позначених в індексах; $L_{n \times 1}, L_{v \times 1}, L_{m \times 1}$ - одиничні вектори-стовпці, що мають розмірності відповідних векторів сигналів.

У загальному випадку завдання синтезу кількість компонентів відповідних векторів неоднакові ($n \neq v \neq m$). Але далі у пункті 2.3.1 глави, розглядається лише окремий варіант завдання синтезу за умови однакової розмірності всіх досліджуваних векторів сигналів ($n=v$).

Отже, розв'язуване завдання полягає в наступному. За умови рівності кількості компонентів досліджуваних векторів сигналів ($n=v$) синтезувати оптимальну структуру регулятора G в системі перетворення детермінованої інформації (рис. 2.7) таку, що доставить максимум наступного функціоналу якості:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\varepsilon \varepsilon_* R + uu_* C) ds, \quad (2.73)$$

де R і C - вагові позитивно-визначені матриці, вид яких визначається розробником системи за методикою, викладеною, наприклад, в монографії [34].

Враховуючи введені вище позначення (2.72) та умову рівності числа компонентів досліджуваних векторів ($n=v$), вирази (2.70) та (2.71) можна переписати так:

$$u = G(K\theta_r + \theta_\varphi)L_{n \times 1}, \quad \varepsilon = [P^{-1}MG(K\theta_r + \theta_\varphi) + (P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r)]L_{n \times 1}. \quad (2.74)$$

Після підстановки векторів (2.74) у функціонал (2.73), останній набуде вигляду

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [P^{-1}MG(K\theta_r + \theta_\varphi)L_n(\theta_{r*}K_* + \theta_{\varphi*})G_*M_*P_*^{-1} + \\ & + P^{-1}MG(K\theta_r + \theta_\varphi)L_n(\theta_{\psi*}P_*^{-1} - \theta_{r*}\Phi_*) + (P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r)L_n(\theta_{r*}K_* + \\ & + \theta_{\varphi*})G_*M_*P_*^{-1} + (P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r)L_n(\theta_{\psi*}P_*^{-1} - \theta_{r*}\Phi_*)]R + G(K\theta_r + \\ & + \theta_\varphi)L_n(\theta_{r*}K_* + \theta_{\varphi*})G_*C \} ds, \end{aligned} \quad (2.75)$$

де матриця $L_n = L_{n \times 1}L_{1 \times n}$.

Для мінімізації функціоналу (2.75) методом Вінера-Колмогорова визначено його першу варіацію

$$\begin{aligned} \delta E = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(M_* P_*^{-1} R P^{-1} M + C) G (K \theta_r + \theta_\varphi) L_n (\theta_{r_*} K_* + \theta_{\varphi_*}) + \\ & + M_* P_*^{-1} R (P^{-1} \theta_\psi - \Phi \theta_r) L_n (\theta_{r_*} K_* + \theta_{\varphi_*})] \delta G_* + \delta G [(K \theta_r + \theta_\varphi) L_n (\theta_{r_*} K_* + \\ & + \theta_{\varphi_*}) G_* (M_* P_*^{-1} R P^{-1} M + C) + \\ & (K \theta_r + \theta_\varphi) L_n (\theta_{\psi_*} P_*^{-1} - \theta_{r_*} \Phi_*) R P^{-1} M] \} ds. \end{aligned} \quad (2.76)$$

Для спрощення вигляду варіації (2.76) доцільно ввести наступні позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_* \Gamma = & M_* P_*^{-1} R P^{-1} M + C; D L_n D_* = (K \theta_r + \theta_\varphi) L_n (\theta_{r_*} K_* + \theta_{\varphi_*}); \\ T = & T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} M_* P_*^{-1} R (P^{-1} \theta_\psi - \Phi \theta_r), \end{aligned} \quad (2.77)$$

де використані символи вінерівських операцій факторизації та сепарації матриць, обумовлені раніше.

З огляду на позначення (2.77), варіацію (2.76) слід переписати так:

$$\delta E = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma G D + T) L_n D_* \delta G_* + \delta G D L_n (D_* G_* \Gamma_* + T_*) \Gamma] ds. \quad (2.78)$$

Умова тотожної рівності нулю варіації (2.78) на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій G визначить управління

$$\Gamma G D = -(T_0 + T_+),$$

а алгоритмом синтезу оптимальної структури G матриці передавальних функцій регулятора системи слід вважати такий вираз

$$G = -\Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (2.79)$$

Підстановка матриці G у функціонал (2.75) визначить його мінімальну величину, зміна якої у функції набору параметрів, що варіюються в широких діапазонах, цікавлять розробника досліджуваної системи управління, дозволить побудувати поверхню найкращої досяжної якості (точності) перетворення системою вихідної детермінованої інформації та обрати .

Якщо досліджувані моделі динаміки ланок і векторів сигналів у системі відомі досить точно і стійкі, то в описаному вище варіанті завдання синтезу можливе і таке рішення при якому вектор помилки системи (2.74) дорівнює нулю:

Враховуючи позначення (2.81), вектор сигналів помилки системи ε (2.71) слід переписати як

$$\varepsilon = [P^{-1}MG(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1 + (P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r)]L_{n \times 1}, \quad (2.82)$$

а вектор зображень сигналів керування u (2.70) так

$$u = G(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1L_{n \times 1}. \quad (2.83)$$

Завдання синтезу оптимальної структури регулятора в системі стеження, яке вирішується методом Вінера-Колмогорова, полягає в мінімізації функціоналу якості виду (2.73)

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\varepsilon \varepsilon_* R + uu_* C) ds.$$

Необхідно підставити вектори (2.82) та (2.83) у вказаний функціонал якості перетворення детермінованої інформації, який після підстановки буде таким

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [P^{-1}MG(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1L_nB_2(Q_{\zeta_*} + \theta_{\varphi_*})G_*M_*P_*^{-1} + \\ & + P^{-1}MG(Q_\zeta + \theta_\varphi)B_1L_n(\theta_{\psi_*}P_*^{-1} - \theta_{r_*}\Phi_*) + (P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r)L_nB_2(Q_{\zeta_*} + \\ & + \theta_{\varphi_*})G_*M_*P_*^{-1} + (P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r)L_n(\theta_{\psi_*}P_*^{-1} - \theta_{r_*}\Phi_*)]R + G(Q_\zeta + \\ & + \theta_\varphi)B_1L_nB_2(Q_{\zeta_*} + \theta_{\varphi_*})G_*C \} ds. \end{aligned} \quad (2.84)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури регулятора G методом Вінера-Колмогорова і враховуючи особливості розмірності векторів, що розглядаються, далі слід визначити першу варіацію функціоналу (2.84), яку можна записати так:

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C)G(Q_\zeta + \theta_\varphi)L_\nu(Q_{\zeta_*} + \theta_{\varphi_*}) + \\ & + M_*P_*^{-1}R(P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r)B_1^\#L_\nu(Q_{\zeta_*} + \theta_{\varphi_*})] \delta G_* + \delta G [(Q_\zeta + \theta_\varphi)L_\nu(Q_{\zeta_*} + \\ & + \theta_{\varphi_*})G_*(M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C) + \\ & (Q_\zeta + \theta_\varphi)L_\nu B_2^\#(\theta_{\psi_*}P_*^{-1} - \theta_{r_*}\Phi_*)RP^{-1}M] \} ds, \end{aligned} \quad (2.85)$$

де $B_1L_nB_2 = L_\nu$, $L_\nu = L_{\nu \times 1}L_{1 \times \nu}$.

У варіації (2.85) необхідно ввести такі позначення:

$$\Gamma_*\Gamma = M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C; DL_\nu D_* = (Q_\zeta + \theta_\varphi)L_\nu(Q_{\zeta_*} + \theta_{\varphi_*});$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} M_* P_*^{-1} R (P^{-1} \theta_\psi - \Phi \theta_r) B_1^\# (Q_\zeta + \theta_\varphi)^{-1} D, \quad (2.86)$$

де використано символи винерівських операцій факторизації та сепарації матриць, а також символ «#» псевдозворотного перетворення прямокутної матриці.

Враховуючи позначення (2.86), першу варіацію (2.85) слід переписати так:

$$\delta E = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma G D + T) L_V D_* \delta G_* + \delta G D L_V (D_* G_* \Gamma_* + T_*) \Gamma] ds. \quad (2.87)$$

Умовою тотожної рівності нулю варіації (2.87) на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій G буде рівняння

$$\Gamma G D = -(T_0 + T_+),$$

а алгоритмом синтезу оптимальної структури матриці G вираз

$$G = -\Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (2.88)$$

Таким чином, завдання, поставлене у пункті 2.4.2, вирішено. Запропоновано метод та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в багатовимірній лінійній системі стеження схильної до дії лише детермінованої інформації та при орієнтовному відомих моделях динаміки ланок та сигналів системи.

2.4.3 Приклади розв'язання задач синтезу оптимальних структур фільтрів та регуляторів у розімкнених системах

Приклад №1. Розглядається завдання синтезу оптимальної структури фільтра скалярної вимірювальної системи, схильної до детермінованих впливів. Структурна схема досліджуваної системи представлена на рисунку 2.4. Вважаються відомими передатна функція вимірювача в системі $K = \frac{k}{Ts+1}$, а також зображення Лапласа сигналів програми r та перешкоди вимірювань φ :

$$r = \theta_r = \frac{a}{(\tau s + 1)}, \quad \varphi = \theta_\varphi = \frac{b}{(\mu s + 1)}.$$

Нехай передатна функція бажаного перетворення програми системою буде одиничною ($\Phi = 1, 0$).

Враховуючи вихідні дані, зображення сигналу помилки вимірювань системи ε згідно з виразом (2.25) буде дорівнювати

$$\varepsilon = a \frac{G[\tau T \gamma s^2 + (T \gamma + \tau \gamma + \mu k)s + (\gamma + k)] - [\mu T s^2 + (\mu + T)s + 1]}{(T s + 1)(\tau s + 1)(\mu s + 1)},$$

де $\gamma = \frac{b}{a}$.

Вважаючи ваговий коефіцієнт R у функціоналі (2.27) одиничним, далі доцільно визначити вирази (2.28), які в цьому випадку дорівнюватимуть:

$$\Gamma_* = \Gamma = 1.0; D = \left[\frac{k}{(T s + 1)} \frac{a}{(\tau s + 1)} + \frac{b}{(\mu s + 1)} \right] = a \frac{[\tau T \gamma s^2 + (\tau + T)\gamma + \mu k]s + (\gamma + k)}{(T s + 1)(\tau s + 1)(\mu s + 1)},$$

$$D_* = a \frac{\tau T \gamma s^2 - [(\tau + T)\gamma + \mu k]s + (\gamma + k)}{(-T s + 1)(-\tau s + 1)(-\mu s + 1)}; T = T_0 + T_+ + T_- = 1\theta_r = \frac{a}{(\tau s + 1)} =$$

$$T_0 + T_+. \quad (2.89)$$

Підстановка виразів (2.89) в алгоритм (2.30) визначає оптимальну структуру фільтра, що шукається.

$$G = \frac{(T s + 1)(\mu s + 1)}{\tau T \gamma s^2 + [(\tau + T)\gamma + \mu k]s + (\gamma + k)} \quad (2.90)$$

Неважко помітити, що оскільки всі досліджувані моделі динаміки стійкі та розмірності векторів сигналів, програми та спостереження однакові, найкращу структуру фільтра можна визначити безпосередньо за формулою (2.4) і ця структура не відрізняється від структури (2.90).

Приклад №2. Цей приклад ілюструє результати розв'язання задачі, описаної у пункті 2.4.2. Вихідні дані прикладу такі:

$$K = \left(\frac{k_1}{T_1 s + 1}, \frac{k_2}{T_2 s + 1} \right); M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; P = \begin{bmatrix} (\tau_1 s + 1) & 0 \\ 0 & (\tau_2 s + 1) \end{bmatrix};$$

$$r = \begin{bmatrix} \frac{n_1}{(\mu_1 s + 1)} \\ \frac{n_2}{(\mu_2 s + 1)} \end{bmatrix}; \varphi = \theta_\varphi = \frac{b}{(\nu s + 1)}; \psi = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{(\eta_1 s + 1)} \\ \frac{l_2}{(\eta_2 s + 1)} \end{bmatrix}; B_1 = (1, 0), B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\theta_r = \begin{bmatrix} \frac{n_1}{(\mu_1 s + 1)} & 0 \\ 0 & \frac{n_2}{(\mu_2 s + 1)} \end{bmatrix}; \theta_\psi = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{(\eta_1 s + 1)} & 0 \\ 0 & \frac{l_2}{(\eta_2 s + 1)} \end{bmatrix}; R = \Phi = E_2; B =$$

$$\lambda^2 E_2. \quad (2.91)$$

$$\begin{aligned}
Q_\zeta &= Kr = \left[\frac{k_1}{(T_1s+1)}, \frac{k_2}{(T_2s+1)} \right] \begin{bmatrix} \frac{n_1}{(\mu_1s+1)} \\ \frac{n_2}{(\mu_2s+1)} \end{bmatrix} = \frac{k_1n_1}{(T_1s+1)(\mu_1s+1)} + \frac{k_2n_2}{(T_2s+1)(\mu_2s+1)} = \\
&= \frac{k_1n_1[T_2\mu_2s^2 + (T_2 + \mu_2)s + 1] + k_2n_2[T_1\mu_1s^2 + (T_1 + \mu_1)s + 1]}{(T_1s+1)(T_2s+1)(\mu_1s+1)(\mu_2s+1)}; \\
Q_\zeta + Q_\varphi &= \frac{k_1n_1[T_2\mu_2s^2 + (T_2 + \mu_2)s + 1] + k_2n_2[T_1\mu_1s^2 + (T_1 + \mu_1)s + 1]}{(T_1s+1)(T_2s+1)(\mu_1s+1)(\mu_2s+1)} + \frac{b}{(vs+1)} = \\
&= \frac{d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0}{(T_1s+1)(T_2s+1)(\mu_1s+1)(\mu_2s+1)(vs+1)}, \tag{2.92}
\end{aligned}$$

де $d_4 = T_1T_2\mu_1\mu_2b$,

$$d_3 = k_1n_1T_2\mu_2v + k_2n_2T_1\mu_1v + b[T_1T_2(\mu_1 + \mu_2) + (T_1 + T_2)\mu_1\mu_2],$$

$$d_2 = k_1n_1(T_2 + \mu_2)v + k_2n_2(T_1 + \mu_1)v + b[T_1T_2 + \mu_1\mu_2 + (T_1 + T_2)(\mu_1 + \mu_2)],$$

$$d_1 = k_1n_1(T_2 + \mu_2 + v) + k_2n_2(T_1 + \mu_1 + v) + b(T_1 + T_2 + \mu_1 + \mu_2),$$

$$d_0 = k_1n_1 + k_2n_2 + b.$$

$$P^{-1}M = \begin{bmatrix} \frac{m_1}{(\tau_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{m_2}{(\tau_2s+1)} \end{bmatrix}, M_*P_*^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{m_1}{(-\tau_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{m_2}{(-\tau_2s+1)} \end{bmatrix}. \tag{2.93}$$

$$P^{-1}\theta_\psi = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{(\tau_1s+1)(\eta_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{l_2}{(\tau_2s+1)(\eta_2s+1)} \end{bmatrix}; \Phi\theta_r = E_n\theta_r;$$

$$\begin{aligned}
P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r &= \begin{bmatrix} \frac{l_1}{(\tau_1s+1)(\eta_1s+1)} - \frac{n_1}{(\mu_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{l_2}{(\tau_2s+1)(\eta_2s+1)} - \frac{n_2}{(\mu_2s+1)} \end{bmatrix} = \\
&= \\
&- \begin{bmatrix} \frac{n_1\tau_1\eta_1s^2 + (n_1\tau_1 + n_1\eta_1 - \mu_1l_1)s + (n_1 - l_1)}{(\tau_1s+1)(\eta_1s+1)(\mu_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{n_2\tau_2\eta_2s^2 + (n_2\tau_2 + n_2\eta_2 - \mu_2l_2)s + (n_2 - l_2)}{(\tau_2s+1)(\eta_2s+1)(\mu_2s+1)} \end{bmatrix}. \tag{2.94}
\end{aligned}$$

Підставивши вирази (2.91)-(2.94) у співвідношення (2.86), можна визначити необхідні складові алгоритму (2.89) у такому вигляді:

$$\Gamma_*\Gamma = M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + B = \begin{bmatrix} \frac{m_1^2}{(\tau_1s+1)^2} & 0 \\ 0 & \frac{m_2^2}{(\tau_2s+1)^2} \end{bmatrix} + \lambda^2 E_2 =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-\lambda^2\tau_1^2s^2 + (\lambda^2 + m_1^2)}{(\tau_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{-\lambda^2\tau_2^2s^2 + (\lambda^2 + m_2^2)}{(\tau_2s+1)} \end{bmatrix}, \quad (2.95)$$

$$\text{откуда } \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{\lambda\tau_1s + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2}}{(\tau_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda\tau_2s + \sqrt{\lambda^2 + m_2^2}}{(\tau_2s+1)} \end{bmatrix}, \Gamma_* = \begin{bmatrix} \frac{-\lambda\tau_1s + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2}}{(\tau_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{-\lambda\tau_2s + \sqrt{\lambda^2 + m_2^2}}{(\tau_2s+1)} \end{bmatrix};$$

$$D = \frac{d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0}{(T_1s+1)(T_2s+1)(\mu_1s+1)(\mu_2s+1)(\nu s+1)'}$$

$$D_* = \frac{d_4s^4 - d_3s^3 + d_2s^2 - d_1s + d_0}{(-T_1s+1)(-T_2s+1)(-\mu_1s+1)(-\mu_2s+1)(-\nu s+1)}; \quad (2.96)$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1}M_*P_*^{-1}R(P^{-1}\theta_\psi - \Phi\theta_r)B_1^\# =$$

$$= - \begin{bmatrix} \frac{-\tau_1s+1}{-\lambda\tau_1s + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2}} & 0 \\ 0 & \frac{-\tau_2s+1}{-\lambda\tau_2s + \sqrt{\lambda^2 + m_2^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{m_1}{-\tau_1s+1} & 0 \\ 0 & \frac{m_2}{-\tau_2s+1} \end{bmatrix} E_2 \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{n_1\tau_1\eta_1s^2 + (n_1\tau_1 + n_1\eta_1 - \mu_1l_1)s + (n_1 - l_1)}{(\tau_1s+1)(\eta_1s+1)(\mu_1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{n_2\tau_2\eta_2s^2 + (n_2\tau_2 + n_2\eta_2 - \mu_2l_2)s +}{(\tau_2s+1)(\eta_2s+1)(\mu_2s+1)} \end{bmatrix}$$

=

$$= - \begin{bmatrix} \frac{m_1}{-\lambda\tau_1s + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2}} & 0 \\ 0 & \frac{m_2}{-\lambda\tau_2s + \sqrt{\lambda^2 + m_2^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{n_1\tau_1\eta_1s^2 + (n_1\tau_1 + n_1\eta_1 - \mu_1l_1)s + (n_1 - l_1)}{(\tau_1s+1)(\eta_1s+1)(\mu_1s+1)} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= - \begin{bmatrix} \frac{m_1}{-\lambda\tau_1s + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2}} \frac{[n_1\tau_1\eta_1s^2 + (n_1\tau_1 + n_1\eta_1 - \mu_1l_1)s + (n_1 - l_1)]}{(\tau_1s+1)(\eta_1s+1)(\mu_1s+1)} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.97)$$

Вид матриці (2.97) дозволяє визначити необхідні для вирішення задачі синтезу складові, а саме:

$$T_0 = 0; T_+ \approx - \left[\frac{A_1}{(\tau_1 s + 1)} + \frac{A_2}{(\eta_1 s + 1)} + \frac{A_3}{(\mu_1 s + 1)} \right],$$

$$1) \text{ з умови } s = -\frac{1}{\tau_1} \text{ коефіцієнт } A_1 = -\frac{m_1 l_1 \tau_1}{\left(\lambda + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2} \right) (\tau_1 - \eta_1)};$$

$$2) \text{ з умови } s = -\frac{1}{\mu_1} \text{ коефіцієнт } A_2 = \frac{m_1 \eta_1}{\left(\lambda \frac{\tau_1}{\mu_1} + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2} \right)};$$

$$3) \text{ з умови } s = -\frac{1}{\eta_1} \text{ коефіцієнт } A_3 = -\frac{m_1 l_1 \eta_1}{\left(\lambda \frac{\tau_1}{\eta_1} + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2} \right) (\eta_1 - \eta_1)}.$$

Таким чином, матриця T_+ буде мати вид:

$$T_+ \approx - \left[\frac{(\eta_1 \mu_1 A_1 + \tau_1 \mu_1 A_2 + \tau_1 \eta_1 A_3) s^2 + [(\eta_1 + \mu_1) A_1 + (\tau_1 + \mu_1) A_2 + (\tau_1 + \eta_1) A_3] s + (A_1 + A_2 + A_3)}{(\tau_1 s + 1)(\eta_1 s + 1)(\mu_1 s + 1)} \right]. \quad (2.98)$$

Підставивши матрицю (2.98) в алгоритм (2.88) можна визначити шукану в прикладі структуру регулятора G

$$G = -\Gamma^{-1} T_+ D^{-1} \approx \begin{bmatrix} \frac{\tau_1 s + 1}{\lambda \tau_1 s + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2}} & 0 \\ 0 & \frac{\tau_2 s + 1}{\lambda \tau_2 s + \sqrt{\lambda^2 + m_2^2}} \end{bmatrix} \times \\ \times \left[\frac{(a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}{(\tau_1 s + 1)(\eta_1 s + 1)(\mu_1 s + 1)} \right] \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(\mu_1 s + 1)(\mu_2 s + 1)(v s + 1)}{d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0} = \\ = \begin{bmatrix} \frac{(a_2 s^2 + a_1 s + a_0)(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(\mu_2 s + 1)(v s + 1)}{(\eta_1 s + 1)(\lambda \tau_1 s + \sqrt{\lambda^2 + m_1^2})(d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.99)$$

$$\begin{aligned} \text{де } a_2 &= (\eta_1 \mu_1 A_1 + \tau_1 \mu_1 A_2 + \tau_1 \eta_1 A_3); \\ a_1 &= (\eta_1 + \mu_1) A_1 + (\tau_1 + \mu_1) A_2 + (\tau_1 + \eta_1) A_3; \\ a_0 &= A_1 + A_2 + A_3. \end{aligned}$$

Підставляючи оптимальну структуру G (2.99) у функціонал (2.84) та обчисливши його значення, можна визначити величину \mathcal{E}_{min} та дослідити її, тобто оцінити зміну поверхні максимальної якості управління системою при можливих змінах реальних параметрів моделей динаміки ланок та сигналів у досліджуваній системі управління.

РОЗДІЛ 3 ОПТИМАЛЬНА ФІЛЬТРАЦІЯ ВЕКТОРНИХ СТАЦІОНАРНИХ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ У БАГАТОВИМІРНИХ РОЗІМКНЕНИХ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ КЕРУВАННЯ (ВИМІРЮВАНЬ)

Як відомо, у складних стохастичних керованих системах на об'єкти управління, а також на результати вимірювань векторів спостереження впливають як детерміновані, так і випадкові збурення та завади. У тривалих стаціонарних режимах роботи систем сенсорів, а тим паче складних систем керування, коли моделі динаміки базових ланок, що складають досліджувані системи, припустимо вважати лінійними, у відповідності з теоремою розділення можна окремо досліджувати вплив на кінцеві результати функціонування цих систем детермінованих та стаціонарних випадкових корисних сигналів, збурень та завад.

У цьому розділі розглядається ряд важливих аспектів впливу стаціонарних випадкових збурень або інших експлуатаційних факторів на якість (точність) функціонування багатовимірних розімкнених систем керування, у тому числі і систем вимірювання в усталених та тривалих режимах.

3.1 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури базового (розрахункового) фільтра системи вимірювань випадкових сигналів

Нехай структурна схема відомої (базової) системи вимірювань випадкової стаціонарної інформації (рис. 3.1) складається з багатовимірного вимірювального пристрою з відомою матрицею передавальних функцій K_0 та фільтра з матрицею передавальних функцій G_0 . Як видно зі схеми на рис. 3.1

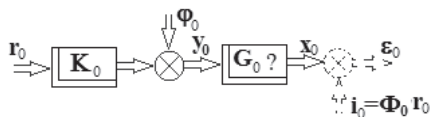


Рис. 3.1. Структурна схема відомої (розрахункової) системи вимірювань випадкової стаціонарної інформації

на вході вимірювального пристрою діє n -вимірний вектор центрованих стаціонарних випадкових сигналів r_0 з відомою матрицею спектральних щільностей $S_{r_0 r_0}$. На виході цього пристрою діє ν -вимірний вектор центрованих стаціонарних завад φ_0 з відомою матрицею спектральних $S_{\varphi_0 \varphi_0}$. Взаємний вплив між цими векторами характеризують відомі матриці спектральних щільностей $S_{r_0 \varphi_0}$ і $S_{\varphi_0 r_0}$. На вхід фільтра G_0 діє ν -вимірний вектор сигналів спостереження y_0 . Під дією цього сигналу на виході фільтра формується n -вимірний вектор вихідних сигналів системи вимірювань x_0 .

Завдання синтезу полягає у тому, щоб за відомими матрицями передавальних функцій та спектральних щільностей, представленими вище, знайти алгоритм розрахунку матриці передавальних функцій фільтру G_0 , робота якого найкраще наближає вектор x_0 до n -вимірного вектору бажаних вихідних сигналів системи i_0 (рис. 3.1). Бажане перетворення вектору входних сигналів системи r_0 до вектору i_0 характеризує матриця передавальних функцій бажаного перетворення Φ_0 .

Очевидно, що якість роботи такої системи може характеризувати n -вимірний вектор помилок вимірювань ε_0 (рис. 3.1). Оскільки усі сигнали в системі (рис. 3.1) є центрованими стаціонарними випадковими процесами, то показником якості її роботи у відповідності до [26] є сума визначеним чином зважених дисперсій компонентів вектору помилок вимірювань

$$e = \langle \varepsilon_0^T R \varepsilon_0 \rangle,$$

де символ $\langle \rangle$ позначає пошук математичного сподівання від добутку у дужках.

З урахуванням структурної схеми досліджуваної системи (рис.3.1) та зазначених вище позначень нескладно записати вектор вихідних сигналів системи як:

$$x_0 = G_0 y_0 = G_0 (K_0 r_0 + \varphi_0). \quad (3.1)$$

Вираз (3.1) дозволяє записати вектор сигналів помилок вимірювань ε_0 системи таким чином

$$\varepsilon_0 = x_0 - i_0 = G_0 (K_0 r_0 + \varphi_0) - \Phi_0 r_0, \quad (3.2)$$

а його транспоновану матрицю спектральних щільностей з урахуванням вектора (3.2) та теореми Вінера-Хінчина [26] представити у вигляді

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0} = & G_0 (K_0 S'_{r_0 r_0} K_0^* + K_0 S'_{\varphi_0 r_0} + S'_{r_0 \varphi_0} K_0^* + S'_{\varphi_0 \varphi_0}) G_0^* - \\ & - G_0 (K_0 S'_{r_0 r_0} + S'_{r_0 \varphi_0}) \Phi_0^* - \Phi_0 (S'_{r_0 r_0} K_0^* + S'_{\varphi_0 r_0}) G_0^* + \Phi_0 S'_{r_0 r_0} \Phi_0^*. \end{aligned} \quad (3.3)$$

У частотній області показник якості набуває вигляду функціоналу якості вимірювань системою вектору вхідних сигналів системи r_0 від матриці передавальних функцій G_0 фільтра, а саме

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0} R) ds, \quad s = j\omega, \quad (3.4)$$

де R - позитивно визначена вагова матриця.

Пошук матриці передавальних функцій G_0 здійснено методом Вінера-Колмогорова [7, 9, 35]. У відповідності до такого методу спочатку необхідно визначити першу варіацію функціоналу (3.4), а потім - відшукати умову тотожної рівності цієї варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць варійованих передатних функцій G_0 . Першу варіацію функціоналу (3.4) слід записати таким чином

$$\begin{aligned} \delta e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{R [G_0 (K_0 S'_{r_0 r_0} K_0^* + K_0 S'_{\varphi_0 r_0} + S'_{r_0 \varphi_0} K_0^* + \\ & S'_{\varphi_0 \varphi_0}) - \Phi_0 (S'_{r_0 r_0} K_0^* + S'_{\varphi_0 r_0})] \delta G_0^* + \delta G_0 [(K_0 S'_{r_0 r_0} K_0^* + K_0 S'_{\varphi_0 r_0} + \\ & + S'_{r_0 \varphi_0} K_0^* + S'_{\varphi_0 \varphi_0}) G_0^* - (K_0 S'_{r_0 r_0} + S'_{r_0 \varphi_0}) \Phi_0^*] R\} ds. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Якщо за аналогією з главою два ввести наступні позначення:

$$R = \Gamma_* \Gamma; \quad K_0 S'_{r_0 r_0} K_{0*} + K_0 S'_{\varphi_0 r_0} + S'_{r_0 \varphi_0} K_{0*} + S'_{\varphi_0 \varphi_0} = DD_*;$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma \Phi_0 (S'_{r_0 r_0} K_{0*} + S'_{\varphi_0 r_0}) D_*^{-1}, \quad (3.6)$$

де символ "*" - визначає вінерівську операцію факторизації матриць [49], символи "0", "+" і "-" - відображають необхідність виконання вінерівської операції сепарації відповідної матриці [9], то варіація (3.5) легко перетворюється до вигляду

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma G_0 D - T) D_* \delta G_{0*} + \delta G_0 D (D_* G_{0*} \Gamma_* - T_*)] ds, \quad (3.7)$$

а умова тотожної рівності нулю варіації (3.7) на класі стійких і фізично реалізованих матриць варійованих передатних функцій G_0 представляється як

$$\Gamma G_0 D = (T_0 + T_+). \quad (3.8)$$

Рівняння (3.8) дозволяє записати вираз для розрахунку оптимальної структури та параметрів матриці передавальних функцій фільтра системи

$$G_0 = \Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (3.9)$$

Підстановка структури (3.9) у функціонал (3.4) визначить його мінімальне значення e_{min} . Це значення визначає межу підвищення якості вимірювань вектору випадкових сигналів. Якщо ж передбачаються можливі коливання базових параметрів моделей динаміки заданих елементів і сигналів системи, то можлива побудова поверхонь залежності найкращої якості вимірювань системи від таких параметрів.

3.2 Метод синтезу оптимальної структури фільтра у вимірювальній системі при відомих базових та реальних моделях динаміки її елементів

Як зазначено у главі 2 зміна умов функціонування розімкненої (вимірювальної) системи досить часто може викликати відхилення реальних характеристик сенсорів та сигналів у трактах керування від номінальних. Якщо ці зміни викликають наступні спотворення характеристик динаміки елементів та сигналів у системі

$$K = K_0 + \widehat{K}, \quad r = r_0 + \widehat{r}, \quad \varphi = \varphi_0 + \widehat{\varphi}, \quad x = x_0 + \widehat{x}, \quad i = i_0 + \widehat{i},$$

то виникає завдання синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра, а структурна схема системи (рис. 3.2) дещо змінюється у порівнянні з рис. 3.1

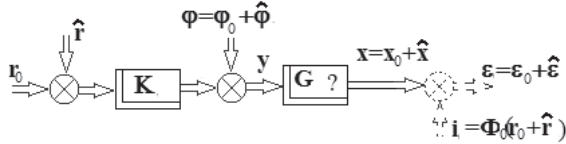


Рис.3.2. Структурна схема вимірювальної системи з урахуванням можливих відмінностей реальних моделей динаміки її елементів від базових (розрахункових).

Моделі динаміки елементів досліджуваної системи, представлені на рисунку 3.2 і позначені індексом «0», такі самі, як і прийнято пункті 3.1 (рис.3.1). Моделі динаміки елементів системи, позначені індексом "^", визначають можливі відхилення реальних моделей динаміки від базових. Нехай, як і на схемі (рис.3.1), розмірності векторів \hat{r} , $\hat{\varphi}$, \hat{i} і $\hat{\varepsilon}$ ідентичні вже відомим, а матриця G дорівнює

$$G = G_0 + \hat{G},$$

де G_0 – матриця передавальних функцій, яка визначена на основі алгоритму (3.9); \hat{G} - матриця передавальних додаткової корекції фільтра в системі.

З урахуванням сказаного та відповідно до схеми (рис.3.2) вектор вихідних випадкових стаціонарних сигналів системи x слід записати так

$$x = x_0 + \hat{x} = G(Kr + \varphi) = (G_0 + \hat{G})[(K_0 + \hat{K})(r_0 + \hat{r}) + (\varphi_0 + \hat{\varphi})]. \quad (3.10)$$

Враховуючи вираз (3.10), вектор сигналів помилок вимірювань системи буде мати вид:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \hat{\varepsilon} = [G_0(K_0 r_0 + \varphi_0) - \Phi_0 r_0] - \hat{G} \xi + (G_0 \zeta - \Phi_0 \hat{r}), \quad (3.11)$$

где $\xi = (K_0 + \hat{K})(r_0 + \hat{r}) + (\varphi_0 + \hat{\varphi})$, $\zeta = K_0 \hat{r} + \hat{K}(r_0 + \hat{r}) + \hat{\varphi}$,

$$\varepsilon_0 = G_0(K_0 r_0 + \varphi_0) - \Phi_0 r_0$$

Таким чином, додатковий вектор сигналів помилок системи з урахуванням вектора ε_0 можна визначити з виразу (3.11) так:

$$\hat{\varepsilon} = \hat{G}\xi + (G_0\zeta - \Phi_0\hat{r}). \quad (3.12)$$

В такому разі, завдання синтезу додаткової корекції полягає у тому, щоб знайти алгоритм розрахунку такої матриці передавальних функцій \hat{G} , увімкнення якої до системи забезпечить мінімум наступному показнику якості

$$\hat{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr(S'_{\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}}\hat{R})ds, \quad (3.13)$$

де $S'_{\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}}$ - транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\hat{\varepsilon}$.

З урахуванням теореми Вінера-Хінчина, наприклад [26], та вектора (3.12) матрицю $S'_{\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}}$ можна визначити так:

$$\begin{aligned} S'_{\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}} = & \hat{G}S'_{\xi\xi}\hat{G}_* + \hat{G}(S'_{\zeta\xi}G_{0*} - S'_{r\xi}\Phi_{0*}) + (G_0S'_{\xi\xi} - \Phi_0S'_{\xi r})\hat{G}_* + \\ & (G_0S'_{\zeta\xi}G_{0*} - G_0S'_{r\xi}\Phi_{0*} - \Phi_0S'_{\zeta r}G_{0*} + \Phi_0S'_{r r}\Phi_{0*}). \end{aligned} \quad (3.14)$$

З урахуванням матриці (3.14) перша варіація функціоналу (3.13) перетворена до вигляду

$$\begin{aligned} \delta\hat{e} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr\{\hat{R}[\hat{G}S'_{\xi\xi} + (G_0S'_{\xi\xi} - \Phi_0S'_{\xi r})]\delta\hat{G}_* + \\ & + \delta\hat{G}[S'_{\xi\xi}\hat{G}_* + (S'_{\zeta\xi}G_{0*} - S'_{r\xi}\Phi_{0*})]\hat{R}\}ds. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Якщо ввести наступні позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_*\hat{\Gamma} = \hat{R}; \quad \hat{D}\hat{D}_* = S'_{\xi\xi}; \\ \hat{T} = \hat{T}_0 + \hat{T}_+ + \hat{T}_- = \hat{\Gamma}(G_0S'_{\xi\xi} - \Phi_0S'_{\xi r})\hat{D}_*^{-1}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

де символи «*», «0», «+», «-» знаки вінерівських операцій факторизації та сепарації відповідних матриць, то варіація (3.15) виглядає як

$$\delta\hat{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr[\hat{\Gamma}_*(\hat{\Gamma}\hat{G}\hat{D} - \hat{T})\hat{D}_*\delta\hat{G} + \delta\hat{G}\hat{D}(\hat{D}_*\hat{G}_*\hat{\Gamma}_* - \hat{T}_*)\hat{\Gamma}]ds, \quad (3.17)$$

а умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій \hat{G} , що варіюються, слід записати так

$$\hat{\Gamma}\hat{G}\hat{D} = (\hat{T}_0 + \hat{T}_+).$$

З цієї умови випливає алгоритм синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій фільтра додаткової корекції

$$\hat{G} = \hat{\Gamma}^{-1}(\hat{T}_0 + \hat{T}_+) \hat{D}^{-1}. \quad (3.18)$$

Очевидно, що підстановка матриці (3.18) до функціоналу (3.13) визначить його мінімальне значення. Варіюючи параметрами моделей динаміки елементів системи, які змінюються в реальних умовах функціонування, можна побудувати і оцінити досягну максимальну якість системи.

3.3 Активізована оптимальна фільтрація у двоканальній вимірювальній системі з урахуванням базових моделей динаміки її елементів

Нехай необхідно дуже точно оцінити вектор випадкових стаціонарних сигналів при орієнтовно відомих моделях динаміки ланок і сигналів багатовимірної вимірювальної системи та врахування можливих відхилень зазначених моделей у реальних умовах. Відомі базові (розрахункові) моделі динаміки ланок та сигналів, які на структурній схемі системи (рис.3.3) позначені індексом «0». Індексом «^» на цій схемі позначено моделі динаміки можливих відхилень динаміки реальних елементів системи від розрахункових та введено наступні рівняння

$$K = K_0 + \hat{K}; r = r_0 + \hat{r}; \varphi = \varphi_0 + \hat{\varphi}; y = y_0 + \hat{y}; i = i_0 + \hat{i}.$$

Моделі динаміки елементів нижньої базової гілки схеми (рис. 3.3) не відрізняються від таких самих, але описаних у розділі 3.1. Там же визначено алгоритм синтезу (3.9) базової структури фільтра G_0 .

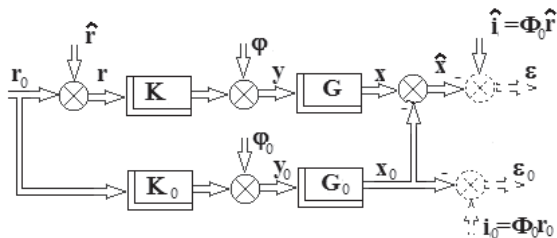


Рис. 3.3 Структурна схема активізованої системи оптимальної фільтрації.

Моделі динаміки елементів верхньої гілки структурної схеми досліджуваної системи практично збігаються з моделями, описаними в розділі 3.2: модель динаміки вхідного вектора гілки x_0 визначається виразом (3.10), а шуканий у задачі вектор помилок вимірювань системи $\hat{\varepsilon}$ з урахуванням вирізів (3.11) слід записати виразом (3.2) вигляду:

$$\hat{\varepsilon} = x - x_0 - \hat{i} = (x_0 + \hat{x}) - x_0 - \hat{i} = \hat{G}\hat{\xi} + (G_0\zeta - \Phi_0\hat{r}).$$

Відповідно до попереднього розділу глави транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\hat{\varepsilon}$ має вигляд (3.14). Транспонована матриця спектральних щільностей вектора помилок системи в розрахунковій ситуації визначається вже відомим виразом (3.3) вигляду

$$S'_{\varepsilon_0\varepsilon_0} = G_0(K_0S'_{r_0r_0}K_{0*} + K_0S'_{\varphi_0r_0} + S'_{r_0\varphi_0}K_{0*} + S'_{\varphi_0\varphi_0}) - G_0(K_0S'_{r_0r_0} + S'_{r_0\varphi_0})\Phi_{0*} - \Phi_0(S'_{r_0r_0}K_{0*} + S'_{\varphi_0r_0})G_{0*} + \Phi_0S'_{r_0r_0}\Phi_{0*}.$$

Завдання синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра у системі полягає у тому, щоб вибором структури та параметрів матриці передавальних функцій \hat{G} забезпечити мінімум наступному показнику якості

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr(S'_{\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}}A + S'_{\varepsilon_0\varepsilon_0}B) ds. \quad (3.19)$$

Розв'язання поставленого завдання також здійснене методом Вінера-Колмогорова. Якщо припустити, що вектори помилок ε і $\hat{\varepsilon}$ незалежні, то

функціонал якості вимірювань двоконтурної активізованої системи представляється у вигляді (3.19), де A і B – позитивно визначені вагові матриці.

Враховуючи матриці (3.3) та (3.14) та вирішуючи поставлене завдання синтезу структури \hat{G} методом Вінера-Колмогорова, першу варіацію функціоналу (3.19) слід записати так

$$\begin{aligned} \delta e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{A[\hat{G}S'_{\xi\xi} + (G_0S'_{\xi\xi} - \Phi_0S'_{\xi\hat{r}})]\delta\hat{G}_* + \\ & + \delta G[S'_{\xi\xi}\hat{G}_* + (S'_{\xi\xi}G_{0*} - S'_{\hat{r}\xi}\Phi_{0*})]A\}ds. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Доцільно ввести наступні позначення:

$$\begin{aligned} \Gamma_*\Gamma &= A; \quad DD_* = S'_{\xi\xi}; \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = \Gamma(G_0S'_{\xi\xi} - \Phi_0S'_{\xi\hat{r}})D_*^{-1}; \end{aligned} \quad (3.21)$$

З урахуванням позначень (3.21) варіація (3.20) набуде вигляду

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[\Gamma_* (\Gamma\hat{G}D - T)D_*\delta\hat{G}_* + \delta\hat{G}D(D_*\hat{G}_*\Gamma_* - T_*)\Gamma]ds,$$

умову її тотожної рівності нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій \hat{G} , що варіюються, слід записати так

$$\Gamma\hat{G}D = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури \hat{G} матриці передатних функцій додаткової корекції фільтра у системі описує наступне рівняння

$$\hat{G} = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (3.22)$$

Підстановка алгоритму (3.22), виразів (3.21) та (3.3) у функціонал (3.19) визначає його мінімальне значення. Варіюючи параметрами системи, що цікавлять, і матрицями A і B можна будувати і оцінювати відповідні зміни поверхонь досяжної якості вимірювань у різних експлуатаційних ситуаціях.

3.4 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра у двоканальній робастній вимірювальній системі при врахуванні реальних та базових моделей динаміки її елементів

Структурна схема досліджуваної системи представлена на рисунку 3.3, моделі динаміки її елементів також збігаються з уже запровадженими у розділі 3.3. Однак з метою забезпечення робастності досліджуваної оптимальної системи фільтрації випадкової стаціонарної інформації в задачі використовується новий функціонал якості вимірювань вигляду

$$e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}}R + \Lambda S'_{\hat{y}\hat{\varepsilon}} + S'_{\hat{\varepsilon}\hat{y}}\Lambda)ds, \quad (3.23)$$

в якому другий та третій доданки визначають вплив змін у динаміці елементів системи та властивостей сигналів на якість вимірювань.

Транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\hat{\varepsilon}$ помилок систем $S'_{\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}}$ представлена виразом (3.14), а транспоновані матриці взаємних спектральних щільностей $S'_{\hat{y}\hat{\varepsilon}}$ і $S'_{\hat{\varepsilon}\hat{y}}$ слід довизначити.

Транспоновані матриці взаємних спектральних щільностей $S'_{\hat{y}\hat{\varepsilon}}$ і $S'_{\hat{\varepsilon}\hat{y}}$, як впливає з теореми Вінера-Хінчина та виразів (3.10) та (3.11), мають вигляд:

$$\begin{aligned} S'_{\hat{y}\hat{\varepsilon}} &= \hat{G}S'_{\zeta\xi} + (G_0S'_{\zeta\zeta} - \Phi_0S'_{\zeta\hat{r}}), \\ S'_{\hat{\varepsilon}\hat{y}} &= S'_{\xi\zeta}\hat{G}_* + (S'_{\zeta\zeta}G_{0*} - S'_{\hat{r}\zeta}\Phi_{0*}). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Підстановка виразів (3.14) та (3.24) у функціонал (3.23) дозволяє записати його наступним чином

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [\hat{G}S'_{\xi\xi}\hat{G}_* - \hat{G}(-S'_{\zeta\zeta}G_{0*} + S'_{\hat{r}\zeta}\Phi_{0*}) - (-G_0S'_{\xi\zeta} + \\ &+ \Phi_0S'_{\xi\hat{r}})\hat{G}_* + (G_0S'_{\zeta\zeta}G_{0*} - G_0S'_{\hat{r}\zeta}\Phi_{0*} - \Phi_0S'_{\zeta\hat{r}} + \Phi_0S'_{\hat{r}\hat{r}}\Phi_{0*})R + \\ &+ \Lambda[\hat{G}S'_{\zeta\xi} + (G_0S'_{\zeta\zeta} - \Phi_0S'_{\zeta\hat{r}}) + [S'_{\xi\zeta}\hat{G}_* + (S'_{\zeta\zeta}G_{0*} - \\ &S'_{\hat{r}\zeta}\Phi_{0*})]\Lambda] \} ds \end{aligned} \quad (3.25)$$

Вирішуючи зазначену в пункті 3.4 задачу синтезу методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (3.25) та умову тотожної рівності варіації до нуля на класі стійких і фізично реалізованих матриць варіюваних передавальних функцій \hat{G} . Перша варіація функціоналу (3.25) має вигляд

$$\begin{aligned} \delta e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr\{R[\hat{G}S'_{\xi\xi} - (\Phi_0 S'_{\xi\hat{r}} - G_0 S'_{\xi\xi} - R^{-1}AS'_{\xi\xi})]\delta\hat{G}_* + \\ & \delta\hat{G}[S'_{\xi\xi}\hat{G}_* - (S'_{\hat{r}\xi}\Phi_{0*} - S'_{\xi\xi}G_{0*} - S'_{\xi\xi}AR^{-1})]R\}ds, \end{aligned} \quad (3.26)$$

Доцільно ввести наступні позначення:

$$\begin{aligned} \Gamma_*\Gamma &= R; \quad DD_* = S'_{\xi\xi}; \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1}(S'_{\hat{r}\xi}\Phi_{0*} - S'_{\xi\xi}G_{0*} - S'_{\xi\xi}AR^{-1})D_*^{-1}; \end{aligned} \quad (3.27)$$

З урахуванням позначень (3.27) варіацію (3.26) слід переписати так

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr[\Gamma_*(\Gamma\hat{G}D) - T]D_*\delta\hat{G}_* + \delta\hat{G}D(D_*\hat{G}_*\Gamma_* - T_*)\Gamma]ds,$$

умова тотожної рівності варіації (3.27) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій, що варіюються, матиме вигляд

$$\Gamma\hat{G}D = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури додаткової корекції фільтра \hat{G} в системі представлений виразом

$$\hat{G} = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}, \quad (3.28)$$

Підстановка матриці \hat{G} (3.28) у функціонал (3.25) визначить мінімальну величину останнього e_{min} .

Варіюючи ваговими матрицями R і A , а також збільшенням матриці K , векторів програми і перешкод (природи позначені індексом "^^") в допустимих межах можливо відомим методом побудувати поверхні досяжної максимальної якості (мінімальна величина e_{min}) фільтрації в досліджуваній системі.

3.5 Приклад вирішення задачі синтезу оптимальної структури корекції фільтра у системі

Тут наведено приклад синтезу оптимальної структури корекції фільтра вимірювальної скалярної системи з урахуванням базових і реальних моделей динаміки її елементів. Структурна схема досліджуваної системи не відрізняється від наведеної на рисунку 2.3. З урахуванням теореми Вінера-Хінчина, виразів (3.11), а також заданих частин моделей динаміки елементів системи нижче складаються моделі динаміки всіх сигналів у системі. Вважається, що сигнали $r_0, \hat{r}, \varphi_0, \hat{\varphi}$ між собою не корельовані.

Нижче надаються необхідні в задачі моделі динаміки елементів системи в такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 K_0 &= 1.0; \hat{K} = \frac{k}{Ts+1}; \Phi_0 = 1; R=1.0; \hat{R}=1.0; \\
 S_{\xi\xi} &= (K_0 + \hat{K})(S_{r_0 r_0} + S_{\hat{r}\hat{r}})(K_{0*} + \hat{K}_*) + (S_{\varphi_0 \varphi_0} + S_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}}) = \\
 &= \left| \frac{Ts+(1+k)}{Ts+1} \right|^2 \left[\frac{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}{\pi |\tau_0 s+1|^2} + \frac{\sigma_{\hat{r}}^2 a^2}{\pi |Ts+1|^2} \right] + \left(\frac{\sigma_{\varphi_0}^2 b_0^2}{\pi |v_0 s+1|^2} + \frac{\sigma_{\hat{\varphi}}^2 b^2}{\pi |vs+1|^2} \right) = \\
 &= \frac{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}{\pi} \left\{ \left| \frac{Ts+(1+k)}{Ts+1} \right|^2 \left[\frac{1}{(-\tau_0^2 s^2+1)} + \frac{\gamma^2}{(-\tau^2 s^2+1)} \right] + \right. \\
 & \left. \left[\frac{\eta_0^2}{(-v_0^2 s^2+1)} \frac{\eta^2}{(-v^2 s^2+1)} \right] \right\} = \frac{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}{\pi} \left[\frac{|Ts+(1+k)|^2 \left| \sqrt{(\tau^2+\gamma^2\tau_0^2)s+\sqrt{1+\gamma^2}} \right|^2}{|(Ts+1)(\tau_0 s+1)(\tau s+1)|^2} + \right. \\
 & \left. \frac{\left| \sqrt{(\eta_0^2 v^2 + \eta^2 v_0^2)s + \sqrt{\eta_0^2 + \eta^2}} \right|^2}{|(v_0 s+1)(v s+1)|^2} \right], \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{где } \gamma^2 &= \frac{\sigma_{\hat{r}}^2 a^2}{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}, \quad \eta_0^2 = \frac{\sigma_{\varphi_0}^2 b_0^2}{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}, \quad \eta^2 = \frac{\sigma_{\hat{\varphi}}^2 b^2}{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}; \\
 S_{\zeta\zeta} &= (K_0 + \hat{K})S_{\hat{r}\hat{r}}(K_{0*} + \hat{R}_*) + (\hat{R}S_{r_0 r_0} \hat{R}_* + S_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}}) = \\
 &= \frac{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}{\pi} \left[\left| \frac{Ts+(1+k)}{Ts+1} \right|^2 \frac{\gamma^2}{|\tau s+1|^2} + \frac{k^2}{|(Ts+1)(\tau_0 s+1)|^2} + \frac{\eta^2}{|vs+1|^2} \right]; \quad (3.30) \\
 S_{\xi\zeta} &= (K_0 + \hat{K})S_{\hat{r}\hat{r}}(K_{0*} + \hat{R}_*) + \hat{K}S_{r_0 r_0} \hat{R}_*(K_{0*} + \hat{R}_*) + S_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left| \frac{Ts+(1+k)}{Ts+1} \right|^2 \frac{\sigma_r^2}{\pi} \frac{a^2}{|\tau s+1|^2} + \frac{k[-Ts+(1+k)]}{|Ts+1|^2} \frac{\sigma_{r_0}^2}{\pi} \frac{a_0^2}{|\tau_0 s+1|^2} + \frac{\sigma_\phi^2}{\pi} \frac{b^2}{|vs+1|^2} = \\
&= \frac{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}{\pi} \left[\frac{\gamma^2 |Ts+(1+k)|^2}{|(Ts+1)(\tau s+1)|^2} + \frac{k[-Ts+(1+k)]^2}{|(Ts+1)(\tau_0 s+1)|^2} + \frac{\eta^2}{|vs+1|^2} \right]; \tag{3.31}
\end{aligned}$$

$$S_{\xi\hat{r}} = S_{\hat{r}\hat{r}} \frac{[-Ts+(1+k)]}{(-Ts+1)}; \tag{3.32}$$

Функція G_0 відома з виразів (3.9) і (3.6), а саме:

$$\begin{aligned}
\Gamma_* = \Gamma = 1.0; \quad DD_* = S_{r_0 r_0} + S_{\phi_0 \phi_0} &= \frac{\sigma_{r_0}^2}{\pi} \frac{a_0^2}{|\tau_0 s+1|^2} + \frac{\sigma_\phi^2}{\pi} \frac{b^2}{|v_0 s+1|^2} = \\
&= \frac{\sigma_{r_0}^2 a_0^2}{\pi} \left[\frac{1}{(-\tau_0^2 s^2+1)} + \frac{\eta_0^2}{(-v_0^2 s^2+1)} \right] = \frac{\sigma_{r_0}^2}{\pi} a_0^2 \left| \frac{\sqrt{(v_0^2+\eta^2\tau_0^2)s+\sqrt{1+\eta_0^2}}}{(\tau_0 s+1)(v_0+1)} \right|^2; \\
D &= \frac{\sigma_{r_0}}{\sqrt{\pi}} a_0 \frac{\sqrt{(v_0^2+\eta^2\tau_0^2)s+\sqrt{1+\eta_0^2}}}{(\tau_0 s+1)(v_0+1)}; \quad D_* = \frac{\sigma_{r_0}}{\sqrt{\pi}} a_0 \frac{-\sqrt{(v_0^2+\eta^2\tau_0^2)s+\sqrt{1+\eta_0^2}}}{(-\tau_0 s+1)(v_0+1)}; \tag{3.33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T = T_0 + T_+ + T_- &= 1 \left(\frac{\sigma_{r_0}^2}{\pi} \frac{a_0^2}{|\tau_0 s+1|^2} + 0 \right) \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma_{r_0} a_0} \frac{1}{\left(-\sqrt{v_0^2+\eta^2\tau_0^2}s+\sqrt{1+\eta_0^2} \right)} = \\
&= \frac{\sigma_{r_0}}{\sqrt{\pi}} a_0 \frac{(-v_0 s+1)}{\left(-\sqrt{v_0^2+\eta^2\tau_0^2}s+\sqrt{1+\eta_0^2} \right) (\tau_0 s+1)}; \quad T_0 = 0; \quad T_+ = \frac{\sigma_{r_0} a_0}{\sqrt{\pi}} \frac{A}{(\tau_0 s+1)}; \tag{3.34}
\end{aligned}$$

$$\text{при } s = \frac{-1}{\tau_0}; \quad A = \frac{(1+\frac{v_0}{\tau_0})}{\left(\frac{1}{\tau_0} \sqrt{(v_0^2+\eta^2\tau_0^2)} + \sqrt{1+\eta_0^2} \right)}$$

Використовуючи вирази (3.33) і (3.34) за формулою (3.9) визначиться функція G_0

$$\begin{aligned}
G_0 = T_+ D^{-1} &= \frac{\sigma_{r_0} a_0}{\sqrt{\pi}} \frac{A}{(\tau_0 s+1)} \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma_{r_0} a_0} \frac{(\tau_0 s+1)(v_0 s+1)}{\left(\sqrt{(v_0^2+\eta^2\tau_0^2)s+\sqrt{1+\eta_0^2}} \right)} = \\
&= \frac{A(v_0+1)}{\left(\sqrt{(v_0^2+\eta^2\tau_0^2)s+\sqrt{1+\eta_0^2}} \right)}. \tag{3.35}
\end{aligned}$$

Підстановка виразів (3.31) - (3.35) у рівняння (3.16) дозволяє отримати наступні нові функції

$$\begin{aligned}
\hat{\Gamma} &= 1.0; \quad \widehat{DD}_* = S^+_{\xi\xi} S^-_{\xi\xi}; \quad \widehat{D} - \text{результат факторизації функції (3.29);} \\
\hat{T} &= \hat{T}_0 + \hat{T}_+ + \hat{T}_- = \hat{\Gamma} (G_0 S'_{\xi\xi} - \Phi_0 S'_{\xi\hat{r}}) \widehat{D}_*^{-1}.
\end{aligned}$$

Виконавши операцію сепарації функції \hat{T} відомим методом [9], слід виділити функцію $\hat{T}_0 + \hat{T}_+$ та підставити її в алгоритм (3.18) для визначення оптимальної структури \hat{G} додаткової корекції фільтра, яка буде такою

$$\hat{G} = \hat{\Gamma}^{-1}(\hat{T}_0 + \hat{T}_+)\hat{D}^{-1} = (\hat{T}_0 + \hat{T}_+)(S^+_{\xi\xi})^{-1}. \quad (3.36)$$

Підстановка функції (3.29) і (3.30), а також матриць, знайдених відповідно до виразів (3.35) і (3.36), у функціонал (3.13) та обчислення його величини \hat{e}_{\min} дозволяють встановити чітку залежність мінімального значення функціоналу від цікавлячих розробника змінних параметрів, таких як γ^2 , η_0^2 , η^2 , $\frac{\tau}{\tau_0}$, $\frac{\mu_0}{\tau_0}$, $\frac{\mu}{\tau_0}$ та інших. За результатами подібних досліджень можливо побудувати поверхні зміни мінімальної величини від мінливості параметрів, що варіюються в допустимих діапазонах і визначити доцільні діапазони мінливості параметрів, що варіюються, при яких досягається найвища якість фільтрації в досліджуваній системі.

3.6 Синтез багатовимірних розімкнених лінійних оптимальних систем стеження при випадкових стаціонарних впливах

Методи багатовимірної лінійної оптимальної фільтрації дозволяють знаходити найкращі за критеріями точності структури та параметри матриць передавальних функцій регуляторів у розімкнених багатовимірних системах стеження за випадковими стаціонарними програмними сигналами при врахуванні впливу випадкових стаціонарних факторів, що обурюють. Як правило, наприклад [5, 7, 9], методи зазначених оптимальних фільтрації та управління базуються на ідеях методу Вінера-Колмогорова [15, 35] і являють собою їх деякий розвиток, що дозволяє спростити використання зазначених підходів на практиці.

3.6.1 Метод синтезу багатовимірних розімкнених лінійних стежачих систем

Нехай досліджується процес управління багатовимірним лінійним об'єктом при випадкових стаціонарних впливах, рух якого можна описувати системою звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, перетворених за Фур'є, виду

$$Px = Mu + \psi, \quad (3.37)$$

де P і M – поліноміальні матриці розмірностей $n \times n$ та $n \times m$ відповідно, x – n -вимірний вектор вихідних координат об'єкта, u – m -вимірний вектор управляючих сигналів, ψ – n -вимірний вектор випадкових стаціонарних впливів на об'єкт.

Структурна схема розімкнутої системи стеження представлена на рисунку 3.4.

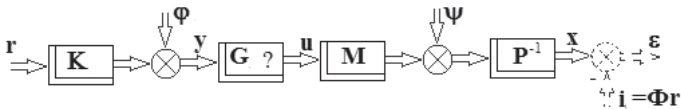


Рис. 3.4. Структурна схема розімкнутої системи стеження за програмним сигналом

На структурній схемі системи представлені такі елементи: K – матриця розмірності $\nu \times n$ передавальних функцій задатчика (або вимірювача) n -вимірного вектора програмних сигналів r ; φ – ν -мірний вектор перешкод завдання (або виміру) програми; G – матриця передавальних функцій регулятора системи розмірності $m \times \nu$; Φ – матриця розмірності $n \times n$ бажаних перетворень системою вектора r ; i – n -вимірний вектор бажаних сигналів на виході системи; ε – n -вимірний вектор сигналів помилок системи. Вектори r , φ і ψ покладаються випадковими стаціонарними процесами з

відомими матрицями спектральних і взаємних спектральних щільностей S_{rr} , $S_{\varphi\varphi}$, $S_{\psi\psi}$, $S_{r\varphi}$, $S_{r\psi}$, $S_{\psi r}$, $S_{\varphi r}$, $S_{\varphi\psi}$, $S_{\psi\varphi}$. У деяких випадках частина або всі ці процеси можуть виявитися некорельованими між собою, тобто, відповідні матриці взаємних спектральних щільностей можуть виявитися нульовими.

Нехай якість управління всією системою можна оцінювати функціоналом виду

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon\varepsilon} R + S'_{uu} C) ds, \quad (3.28)$$

де R і C – вагові розмірності $n \times n$ та $m \times m$ відповідно позитивно визначені матриці, $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ та S'_{uu} – транспоновані матриці спектральних щільностей векторів помилки ε та управління u .

Доцільно більш суворо сформулювати досліджувану задачу синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій регулятора G . Вважається, що рух об'єкта управління є стійким і описується системою управлiнь (3.37). Завдання полягає в тому, щоб вибором структури G мінімізувати функціонал (3.28) на класі лінійних стійких дробно-раціональних функцій (матриць передавальних функцій регулятора) G , які мають аналітичну тільки у лівій на півплощині першу варіацію δG .

Для вирішення поставленої задачі синтезу, перш за все, необхідно виразити матриці спектральних щільностей $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ і S'_{uu} через шукану матрицю G . Вираз для вихідної реакції системи на всі впливи, позначені на її структурній схемі (рис. 3.4) має вигляд

$$x = P^{-1}MG(Kr + \varphi) + P^{-1}\psi, \quad (3.29)$$

а вектор u , що описує сигнали управління, слід записати так

$$u = G(Kr + \varphi), \quad (3.30)$$

де «*» – як і раніше символ ермітового спряження векторів [30].

Вираз вектора помилки системи, враховуючи співвідношення (3.29) та фізичний зміст вектора i , можна записати в наступному вигляді

$$\varepsilon = x - i = P^{-1}MG(Kr + \varphi) - (\Phi r - P^{-1}\psi). \quad (3.31)$$

Використовуючи теорему Вінера-Хінчина, транспоновані матриці спектральних щільностей вектрів ε (3.31) та u (3.30) слід визначити так

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon\varepsilon} = & P^{-1}MG(KS'_{rr}K_* + KS'_{\varphi r} + S'_{r\varphi}K_* + \\ & S'_{\varphi\varphi})G_*M_*P_*^{-1} - P^{-1}MG(KS'_{rr}\Phi_* + KS'_{\psi r}P_*^{-1} + S'_{r\varphi}\Phi_* - S'_{\psi\varphi}P_*^{-1}) - \\ & (\Phi S'_{rr}K_* + \Phi S'_{\varphi r} - P^{-1}S'_{r\psi}K_* - P^{-1}S'_{\varphi\psi})G_*M_*P_*^{-1} + (\Phi S'_{rr}\Phi_* - \\ & \Phi S'_{\psi r}P_*^{-1} - P^{-1}S'_{r\psi}\Phi_* + P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1}); \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$S'_{uu}G(KS'_{rr}K_* + KS'_{\varphi r} + S'_{r\varphi}K_* + S'_{\varphi\varphi})G_*. \quad (3.33)$$

Після підстановки матриць (3.32) і (3.33) у функціонал (3.28) останній набуде вигляду:

$$\begin{aligned} e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr\{[P^{-1}MG(KS'_{rr}K_* + KS'_{\varphi r} + S'_{r\varphi}K_* + S'_{\varphi\varphi})G_*M_*P_*^{-1} - \\ & - P^{-1}MG(KS'_{rr}\Phi_* - KS'_{\psi r}P_*^{-1} + \Phi S'_{r\varphi} - S'_{\psi\varphi}P_*^{-1}) - (\Phi S'_{rr}K_* - \\ & - P^{-1}S'_{r\psi}K_* + \Phi S'_{\varphi r} - P^{-1}S'_{\varphi\psi})G_*M_*P_*^{-1} + (\Phi S'_{rr}\Phi_* - \Phi S'_{\psi r}P_*^{-1} - \\ & - P^{-1}S'_{r\psi}\Phi_* + P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1})]R + G(KS'_{rr}K_* + KS'_{\varphi r} + S'_{r\varphi}K_* + \\ & S'_{\varphi\varphi})G_*C\} ds. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Вирішуючи задачу синтезу структури G методом Вінера-Колмогорова, слід визначити першу варіацію функціоналу (3.34) та умову її тотожної рівності варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій, що варіюються. Перша варіація функціоналу матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \delta e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr\{[(M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C)G(KS'_{rr}K_* + KS'_{\varphi r} + S'_{r\varphi}K_* + \\ & + S'_{\varphi\varphi}) - M_*P_*^{-1}R(\Phi S'_{rr}K_* - P^{-1}S'_{r\psi}K_* + \Phi S'_{\varphi r} - P^{-1}S'_{\varphi\psi})]\delta G_* + \\ & + \delta G[(KS'_{rr}K_* + KS'_{\varphi r} + S'_{r\varphi}K_* + S'_{\varphi\varphi})G_*(M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C) - \\ & (KS'_{rr}\Phi_* - KS'_{\psi r}P_*^{-1} + S'_{r\varphi}\Phi_* - S'_{\psi\varphi}P_*^{-1})RP^{-1}M]\} ds. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Якщо ввести позначення:

$$\begin{aligned} \Gamma_*\Gamma &= M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C, \quad DD_* = KS'_{rr}K_* + KS'_{\varphi r} + S'_{r\varphi}K_* + S'_{\varphi\varphi}; \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1}M_*P_*^{-1}R(\Phi S'_{rr}K_* - P^{-1}S'_{r\psi}K_* + \Phi S'_{\varphi r} - \\ & - P^{-1}S'_{\varphi\psi})D_*^{-1}), \end{aligned} \quad (3.36)$$

то варіацію (3.35) можна записати в вигляді

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[\Gamma_*(\Gamma GD - T)D_*\delta G_* + \delta GD(D_*G_*\Gamma_* - T_*)\Gamma] ds, \quad (3.37)$$

а умова тотожної рівності варіації (3.37) нулю на обраному класі матриць передавальних функцій, що варіюються, буде такою

$$\Gamma GD = (T_0 + T_+),$$

де символи "0", "+" та "-" знаки вінерівської операції сепарації.

Враховуючи умову рівності варіації нулю, рівняння для розрахунку оптимальних структури та параметрів матриць передавальних функцій G регулятора (обчислювача) у досліджуваній системі зводиться до виразу

$$G = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (3.38)$$

Підстановка структури (3.38) у функціонал (3.34) дозволить обчислити його мінімальну величину e_{min} і дослідити її мінливість при варіюванні параметрами системи, що цікавлять, у можливих діапазонах їх змін.

3.6.2 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в базовій (розрахунковій) системі слідкування

За аналогією з рисунком 3.4. на рисунку 3.5. представлена структурна схема базової (розрахункової) системи, що слідкує. Тут вважаються досить точно відомими розробнику моделі динаміки всіх елементів системи, крім шуканої структури регулятора G_0 . Усі вказані моделі динаміки мають індекс "0".



Рис. 3.5. Структурна схема розімкненої лінійної системи стеження з відомими моделями динаміки її елементів.

Прийняті на рис. 3.5 позначення елементів системи відрізняються від аналогічних позначень, прийнятих на рис. 3.4 лише наявністю індексу «0».

Вектор сигналів на виході досліджуваної системи слід визначити таким чином

$$x_0 = P_0^{-1}M_0G_0(K_0r_0 + \varphi_0) + P_0^{-1}\psi_0, \quad (3.39)$$

а вектор помилок стеження ε_0 та сигналів управління u_0 повинні бути подані у вигляді

$$\varepsilon_0 = x_0 - i_0 = P_0^{-1}M_0G_0(K_0r_0 + \varphi_0) - (\Phi_0r_0 - P_0^{-1}\psi_0), \quad (3.40)$$

$$u_0 = G_0(K_0r_0 + \varphi_0). \quad (3.41)$$

Використовуючи рівняння (3.40) і (3.41), за допомогою теореми Вінера-Хінчина можна знайти необхідні у функціоналі транспоновані матриці спектральних щільностей $S'_{\varepsilon_0\varepsilon_0}$ і $S'_{u_0u_0}$ таким чином

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon_0\varepsilon_0} = & P_0^{-1}M_0G_0(K_0S'_{r_0r_0}K_{0*} + K_0S'_{\varphi_0r_0} + S'_{r_0\varphi_0}K_{0*} + \\ & S'_{\varphi_0\varphi_0})G_{0*}M_{0*}P_{0*}^{-1} - P_0^{-1}M_0G_0(K_0S'_{r_0r_0}\Phi_{0*} - K_0S'_{\psi_0r_0}P_{0*}^{-1} + S'_{r_0\varphi_0}\Phi_{0*} - \\ & S'_{\psi_0\varphi_0}P_{0*}^{-1}) - (\Phi_0S'_{r_0r_0}K_{0*} + \Phi_0S'_{\varphi_0r_0} - P_0^{-1}S'_{r_0\psi_0}K_{0*} - \\ & P_0^{-1}S'_{\psi_0\varphi_0})G_{0*}M_{0*}P_{0*}^{-1} + (\Phi_0S'_{r_0r_0}\Phi_{0*} - \Phi_0S'_{\psi_0r_0}P_{0*}^{-1} - P_0^{-1}S'_{r_0\psi_0} + \\ & P_0^{-1}S'_{\psi_0\varphi_0}P_{0*}^{-1}); \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$S'_{u_0u_0} = G_0(K_0S'_{r_0r_0}K_{0*} + K_0S'_{\varphi_0r_0} + S'_{r_0\varphi_0}K_{0*} + S'_{\varphi_0\varphi_0})G_{0*}. \quad (3.44)$$

Після підстановки матриць (3.43) і (3.44) у функціонал (3.42) останній набуває вигляду

$$\begin{aligned} e_0 = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ [P_0^{-1}M_0G_0(K_0S'_{r_0r_0}K_{0*} + K_0S'_{\varphi_0r_0} + S'_{r_0\varphi_0}K_{0*} + \\ & + S'_{\varphi_0\varphi_0})G_{0*}M_{0*}P_{0*}^{-1} - P_0^{-1}M_0G_0(K_0S'_{r_0r_0}\Phi_{0*} - K_0S'_{\psi_0r_0}P_{0*}^{-1} + S'_{r_0\varphi_0}\Phi_{0*} - \\ & - S'_{\psi_0\varphi_0}P_{0*}^{-1}) - (\Phi_0S'_{r_0r_0}K_{0*} + \Phi_0S'_{\varphi_0r_0} - P_0^{-1}S'_{r_0\psi_0} - \\ & - P_0^{-1}S'_{\psi_0\varphi_0})G_{0*}M_{0*}P_{0*}^{-1} + (\Phi_0S'_{r_0r_0}\Phi_{0*} - \Phi_0S'_{\psi_0r_0}P_{0*}^{-1} - P_0^{-1}S'_{r_0\psi_0} + \\ & + P_0^{-1}S'_{\psi_0\varphi_0}P_{0*}^{-1})] R_0 + G_0(K_0S'_{r_0r_0}K_{0*} + K_0S'_{\varphi_0r_0} + S'_{r_0\varphi_0}K_{0*} + \\ & + S'_{\varphi_0\varphi_0})G_{0*}C_0 \} ds. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Вирішуючи завдання синтезу методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (3.45) та умову тотожної рівності її

нулю на класі стійких та фізично реалізованих матриць передатних функцій G_0 .

Перша варіація δe_0 має вигляд

$$\begin{aligned} \delta e_0 = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(M_{0*} P_{0*}^{-1} R_0 P_0^{-1} M_0 + C_0) G_0 (K_0 S'_{r_0 r_0} K_{0*} + K_0 S'_{\varphi_0 r_0} + \\ & + S'_{r_0 \varphi_0} K_{0*} + S'_{\varphi_0 \varphi_0}) - M_{0*} P_{0*}^{-1} R_0 (\Phi_0 S'_{r_0 r_0} K_{0*} + \Phi_0 S'_{\varphi_0 r_0} - \\ & - P_0^{-1} S'_{r_0 \varphi_0} K_{0*} - P^{-1} S'_{\varphi_0 \psi_0})] \delta G_{0*} + \delta G_0 [(K_0 S'_{r_0 r_0} K_{0*} + K_0 S'_{\varphi_0 r_0} + \\ & + S'_{r_0 \varphi_0} K_{0*} + S'_{\varphi_0 \varphi_0}) G_{0*} (M_{0*} P_{0*}^{-1} R_0 P_0^{-1} M_0 + C_0) - (K_0 S'_{r_0 r_0} \Phi_{0*} - \\ & - K_0 S'_{\psi_0 r_0} P_{0*}^{-1} + S'_{r_0 \varphi_0} \Phi_{0*} - S'_{\psi_0 \varphi_0} P_{0*}^{-1}) R_0 P_0^{-1} M_0] \} ds. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Доцільно ввести наступні позначення:

$$\begin{aligned} \Gamma_{0*} \Gamma_0 &= M_{0*} P_{0*}^{-1} R_0 P_0^{-1} M_0 + C_0; \\ D_0 D_{0*} &= K_0 S'_{r_0 r_0} K_{0*} + K_0 S'_{\varphi_0 r_0} + S'_{r_0 \varphi_0} K_{0*} + S'_{\varphi_0 \varphi_0}; \\ T_0 = T_{00} + T_{0+} + T_{0-} &= \Gamma_{0*}^{-1} M_{0*} P_{0*}^{-1} R_0 (\Phi_0 S'_{r_0 r_0} K_{0*} + \Phi_0 S'_{\varphi_0 r_0} - \\ & - P_0^{-1} S'_{r_0 \varphi_0} K_{0*} - P^{-1} S'_{\varphi_0 \psi_0}) D_{0*}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

З урахуванням позначень (3.47) варіацію (3.46) можна записати так:

$$\delta e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_{0*} (\Gamma_0 G_0 D_0 - T_0) D_{0*} \delta G_{0*} + \delta G_0 D_0 (D_{0*} G_{0*} \Gamma_{0*} - T_{0*}) \Gamma_0] ds,$$

умова тотожної рівності варіації (3.46) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій G_0 матиме вигляд:

$$\Gamma_0 G_0 D_0 = (T_{00} + T_{0+}),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури базового регулятора в досліджуваній системі управління є виразом

$$G_0 = \Gamma_0^{-1} (T_{00} + T_{0+}) D_0^{-1}. \quad (3.48)$$

Як і в попередніх випадках, підстановка до функціоналу (3.45) функції (3.48) та обчислення його значення дозволяють оцінити досягнуту якість системи і дослідити її мінливість при варіюванні параметрами системи, що цікавлять, у можливих діапазонах їх змін. Після такого дослідження розробник

встановить гранично досяжні за якістю управління режими функціонування оптимальної системи слідкування.

3.6.3 Завдання синтезу оптимальної структури додаткової корекції регулятора в розімкнутій системі стеження при врахуванні можливих відхилень моделей динаміки елементів системи від базових

Враховуючи основні постановки задачі (розділ 3.2), можна подати структурну схему досліджуваної нижче розімкнutoї лінійної системи управління за аналогією з рисунком 3.2. на рисунку 3.6.

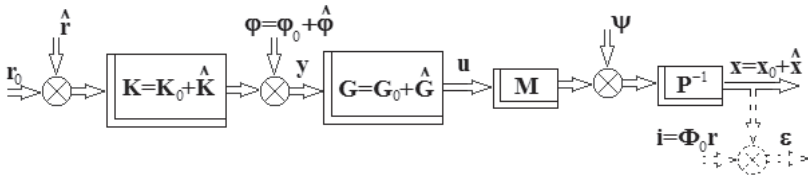


Рис. 3.6. Структурна схема розімкнutoї системи управління з урахуванням можливих відмінностей реальних моделей динаміки елементів системи від базових

У задачі вважається, що реальні моделі динаміки об'єкта управління не відрізняються від базових і рух об'єкта описується відомою системою лінійних диференціальних рівнянь, перетворених за Фур'є, виду

$$Px = Mu + \psi,$$

де ψ – n – мірний вектор випадкових стаціонарних центрованих збурень з відомою матрицею спектральних щільностей $S_{\psi\psi}$, кожна з моделей динаміки елементів системи, що передують об'єкту управління, є сумою базової (розрахункової) частини, позначеної індексом «0», і можливої реальної частини, що виникає в конкретному експлуатаційному режимі роботи системи та позначеної індексом «^». Наявність реальної частини призводить до появи нових векторів y , u , ε таких, що

$$y = y_0 + \hat{y}; u = u_0 + \hat{u}; \varepsilon = \varepsilon_0 + \hat{\varepsilon}.$$

Вважається, що розмірності векторів \hat{r} , $\hat{\varphi}$, $\hat{\varepsilon}$ і $\hat{\lambda}$, а також розмірності матриць \hat{K} і \hat{G} ідентичні. Крім того, з метою спрощення розглянутої задачі передбачається некорельованість векторів \hat{r} , $\hat{\varphi}$, ψ між собою і базовими аналогами. Матриця \hat{G} – оптимальна структура додаткової корекції регулятора в системі.

З урахуванням сказаного вище та відповідно до структурної схеми (рис. 3.6) вектора випадкових стаціонарних сигналів системи $x = x_0 + \hat{x}$, $u = u_0 + \hat{u}$ слід записати так

$$\begin{aligned} x &= P^{-1}MG(Kr + \varphi) + P^{-1}\psi = P^{-1}M(G_0 + \hat{G})[(K_0 + \hat{K})(r_0 + \hat{r}) + \\ &+ (\varphi_0 + \hat{\varphi})] + P^{-1}\psi; \end{aligned} \quad (3.78)$$

$$u = G(Kr + \varphi).$$

Вектор помилок рівняння в системі повинен мати вигляд

$$\begin{aligned} \varepsilon = \varepsilon_0 + \hat{\varepsilon} &= P^{-1}MG(Kr + \varphi) - [\Phi_0(r_0 + \hat{r}) - P^{-1}\psi] = P^{-1}M(G_0 + \hat{G}) \times \\ &\times [(K_0 + \hat{K})(r_0 + \hat{r}) + (\varphi_0 + \hat{\varphi})] - [\Phi_0(r_0 + \hat{r}) - P^{-1}\psi]. \end{aligned} \quad (3.79)$$

Вираз (3.79) доцільно подати так

$$\begin{aligned} \varepsilon = \varepsilon_0 + \hat{\varepsilon} &= [P^{-1}MG_0(K_0r_0 + \varphi_0) - \Phi_0r_0] + P^{-1}M\hat{G}[(K_0 + \hat{K})(r_0 + \hat{r}) + \\ &+ (\varphi_0 + \hat{\varphi})] + P^{-1}MG_0[K_0\hat{r} + \hat{K}(r_0 + \hat{r}) + \hat{\varphi}] - [\Phi_0\hat{r} - P^{-1}\psi] = \varepsilon_0 + \\ &P^{-1}M\hat{G}\xi + (P^{-1}MG_0\zeta - \Phi_0\hat{r} - P^{-1}\psi), \end{aligned} \quad (3.80)$$

де $\varepsilon_0 = P^{-1}MG_0(K_0r_0 + \varphi_0) - \Phi_0r_0$;

$\xi = (K_0 + \hat{K})(r_0 + \hat{r}) + (\varphi_0 + \hat{\varphi})$; $\zeta = K_0\hat{r} + \hat{K}(r_0 + \hat{r}) + \hat{\varphi}$;

а вектор сигналів рівняння, отже, треба записати так

$$u = (G_0 + \hat{G})\xi. \quad (3.81)$$

Оскільки вектори ε_0 та u_0 раніше вже визначені виразами (3.40) і (3.48), у розглянутій задачі представляє інтерес процедура та результати мінімізації функціоналу

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr (S'_{\varepsilon\varepsilon} \hat{R} + S'_{uu} \hat{C}) ds \quad (3.82)$$

Таким чином, вектор $\hat{\varepsilon}$ у даному завданні має вигляд

$$\hat{\varepsilon} = P^{-1}M\hat{G}\xi + (P^{-1}MG_0\zeta - \Phi_0\hat{r} + P^{-1}\psi), \quad (3.83)$$

а вектор

$$u = (G_0 + \hat{G})\xi.$$

Транспоновану матрицю $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ у функціоналі (3.82) можна визначити за допомогою теореми Вінера-Хінчина

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon\varepsilon} = & P^{-1}M\hat{G}S'_{\xi\xi}\hat{G}_*M_*P_*^{-1} + P^{-1}M\hat{G}(S'_{\zeta\xi}G_{0*}M_*P_*^{-1} - S'_{\hat{r}\xi}\Phi_{0*} + S'_{\psi\xi}P_*^{-1}) + \\ & (P^{-1}MG_0S'_{\xi\xi} - \Phi_0S'_{\xi\hat{r}} + P^{-1}S'_{\xi\psi})\hat{G}_*M_*P_*^{-1} + (P^{-1}MG_0S'_{\zeta\xi}G_{0*}M_*P_*^{-1} - \\ & P^{-1}MG_0S'_{\hat{r}\xi}\Phi_{0*} + P^{-1}MG_0S'_{\psi\xi}P_*^{-1} - \Phi_0S'_{\zeta\hat{r}}G_{0*}M_*P_*^{-1} + \Phi_0S'_{\hat{r}\psi}\Phi_{0*} - \\ & \Phi_0S'_{\psi\hat{r}}P_*^{-1} + P^{-1}S'_{\zeta\psi}G_{0*}M_*P_*^{-1} - P^{-1}S'_{\hat{r}\psi}\Phi_{0*} + P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1}), \end{aligned} \quad (3.84)$$

а транспоновану матрицю спектральних щільностей вектора рівняння S'_{uu} записати у вигляді

$$S'_{uu} = (G_0 + \hat{G})S'_{\xi\xi}(G_{0*} + \hat{G}_*), \quad (3.85)$$

Після підстановки матриць (3.84) і (3.85) у функціонал (3.83) останній набуде наступного вигляду

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [P^{-1}M\hat{G}S'_{\xi\xi}\hat{G}_*M_*P_*^{-1} + P^{-1}M\hat{G}(S'_{\zeta\xi}G_{0*}M_*P_*^{-1} - S'_{\hat{r}\xi}\Phi_{0*} + \\ & + S'_{\psi\xi}P_*^{-1}) + (P^{-1}MG_0S'_{\xi\xi} - \Phi_0S'_{\xi\hat{r}} + P^{-1}S'_{\xi\psi})\hat{G}_*M_*P_*^{-1} + \\ & + (P^{-1}MG_0S'_{\zeta\xi}G_{0*}M_*P_*^{-1} - P^{-1}MG_0S'_{\hat{r}\xi}\Phi_{0*} + P^{-1}MG_0S'_{\psi\xi}P_*^{-1} - \\ & - \Phi_0S'_{\zeta\hat{r}}G_{0*}M_*P_*^{-1} + \Phi_0S'_{\hat{r}\psi}\Phi_{0*} - \Phi_0S'_{\psi\hat{r}}P_*^{-1} + P^{-1}S'_{\zeta\psi}G_{0*}M_*P_*^{-1} - \\ & - P^{-1}S'_{\hat{r}\psi}\Phi_{0*} + P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1})] \hat{R} + (G_0 + \hat{G})S'_{\xi\xi}(G_{0*} + \hat{G}_*)\hat{C} \} ds, \end{aligned} \quad (3.86)$$

Вирішуючи поставлене завдання синтезу оптимальної структури додаткової корекції регулятора \hat{G} в системі управління, спочатку визначимо першу варіацію функціоналу (3.86) таким чином

$$\begin{aligned} \delta\hat{\varepsilon} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(M_*P_*^{-1}\hat{R}P_*^{-1}M + \hat{C})\hat{G}S'_{\xi\xi} + \hat{C}G_0S'_{\xi\xi} + \\ & + M_*P_*^{-1}\hat{R}(P^{-1}MG_0S'_{\xi\xi} - \Phi_0S'_{\xi\hat{r}} + P^{-1}S'_{\xi\psi})] \delta\hat{G}_* + \delta\hat{G}[S'_{\xi\xi}G_{0*}\hat{C} + \\ & + S'_{\xi\xi}\hat{G}_*(M_*P_*^{-1}\hat{R}P_*^{-1}M + \hat{C}) + (S'_{\xi\xi}G_{0*}M_*P_*^{-1} - S'_{\hat{r}\xi}\Phi_{0*} + S'_{\psi\xi}P_*^{-1})] \} ds, \end{aligned} \quad (3.87)$$

Необхідно ввести такі позначення

$$\hat{\Gamma}_*\hat{\Gamma} = M_*P_*^{-1}\hat{R}P_*^{-1}M + \hat{C}; \quad \hat{D}\hat{D}_* = S'_{\xi\xi};$$

$$\hat{T} = \hat{T}_0 + \hat{T}_+ + \hat{T}_- = \Gamma_*^{-1} \hat{C} G_0 \hat{D} + \Gamma_*^{-1} M_* P_*^{-1} \hat{R} \left(P^{-1} M G_0 \hat{D} - \Phi_0 S'_{\xi \hat{r}} \hat{D}_*^{-1} + P^{-1} S'_{\xi \psi} \hat{D}_*^{-1} \right) = \hat{\Gamma} G_0 \hat{D} - \Gamma_*^{-1} M_* P_*^{-1} \hat{R} (\Phi S'_{\xi \hat{r}} - P^{-1} S'_{\xi \psi}) \hat{D}_*^{-1}, \quad (3.88)$$

З урахуванням позначень (3.88) варіацію (3.87) слід переписати у вигляді

$$\delta \hat{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left[\hat{\Gamma}_* (\hat{\Gamma} \hat{G} \hat{D} + \hat{T}) \hat{D}_* \delta \hat{G}_* + \delta \hat{G} \hat{D} (\hat{D}_* \hat{G}_* \hat{\Gamma}_* + \hat{T}_*) \hat{\Gamma} \right] ds,$$

умову тотожної рівності варіації $\delta \hat{e}$ нулю записати так

$$\hat{\Gamma} \hat{G} \hat{D} = -(\hat{T}_0 + \hat{T}_+).$$

Алгоритм синтезу оптимальної структури додаткової корекції регулятора системи управління матиме вигляд

$$\hat{G} = -\Gamma^{-1} (\hat{T}_0 + \hat{T}_+) D^{-1}. \quad (3.89)$$

Підстановка виразів (3.89) і (3.48) у функціонал (3.86) та обчислення останнього визначає мінімальне значення функціоналу \hat{e}_{\min} , а також мінливість цієї величини при варіюваннях реальними параметрами елементів системи у можливих діапазонах їх змін.

3.6.4 Оптимальне комплексування випадкової стаціонарної інформації у багатовимірній розімкнутій лінійній системі стеження

Вважається, що в досліджуваній системі управління обробляється вхідна випадкова інформація, що надходить з набору вимірювальних пристроїв, що видають інформацію про різні координати вектора спостережень вхідних сигналів системи. Структурна схема такої комплексної системи управління представлена на рисунку 3.7. На структурній схемі системи індексом «0» позначений базовий (основний) канал виміру випадкової стаціонарної інформації, інші q каналів упорядковані та мають свою нумерацію ($i = \overline{1, q}$). Матриці K_0 і K_i передатних функцій використовуваних вимірювальних пристроїв упорядковані та мають такі розмірності $K_0 n \times n$, $K_1 v_1 \times n$, $K_2 v_2 \times n$, ..., $K_i v_i \times n$, ..., $K_q v_q \times n$, причому $\sum_{i=1}^q v_i = Y$, а згруповані матриці передавальних функцій вимірювачів доцільно записати таким чином

$$y_i = L_i r + \varphi_i, \quad L_i = [K_i, O_{v_i \times (n-v_i)}], \quad i = \overline{1, q},$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_0 \\ L \end{bmatrix}_{(v_0+v) \times n}, L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_q \end{bmatrix}_{v \times n}; n \geq v_1 \geq v_2 \geq \dots \geq v_i \geq \dots \geq v_q \geq 1. \quad (3.90)$$

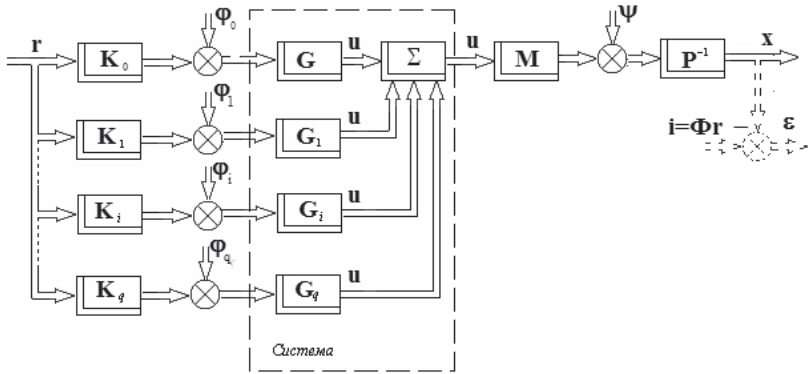


Рис. 3.7. Структурна схема комплексної розімкненої багатовимірної лінійної системи управління.

Згрупований вектор перешкод вимірювань $\bar{\varphi}$ записано так

$$\bar{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_0 \\ \xi \end{bmatrix}, \xi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_q \end{bmatrix}_{v \times 1}, \varphi_0 n \times 1. \quad (3.91)$$

Згрупована структура регулятора в комплексованій системі має бути представлена наступним чином

$$\bar{G} = (G_0, G_1, G_2, \dots, G_i, \dots, G_q)_{m \times (v_0+v)}. \quad (3.92)$$

Вектор сигналів керування досліджуваною системою має вигляд

$$u = \bar{G}(\bar{K}r + \bar{\varphi}); \quad (3.93)$$

вектор вихідних сигналів системи виглядає так

$$x = P^{-1}M\bar{G}(\bar{K}r + \bar{\varphi}) + P^{-1}\psi, \quad (3.94)$$

а вектор сигналів помилки цієї системи слід записати наступним чином

$$\varepsilon = x - i = P^{-1}M\bar{G}(\bar{K}r + \bar{\varphi}) - (\Phi r - P^{-1}\psi), \quad (3.95)$$

де вектор бажаних сигналів системи $i = \Phi r$, r - n -вимірний вектор програмних відомих випадкових стаціонарних сигналів системи, $\Phi_{n \times n}$ - матриця бажаних перетворень системою вектора програмних сигналів r .

Вважається також, що рух об'єкта управління описується відомою системою лінійних диференціальних рівнянь, перетвореною за Фур'є і має вигляд

$$Px = Mu + \psi,$$

де ψ - n -вимірний вектор випадкових стаціонарних центрованих впливів з відомою матрицею спектральних щільностей.

Функціонал якості управління досліджуваною системою належить вираз виду

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon\varepsilon} R + S'_{uu} C) ds, \quad s = j\omega, \quad (3.96)$$

де $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ і S'_{uu} - транспоновані матриці спектральних щільностей векторів сигналів помилки та управління системи, R і C - позитивно-визначені вагові матриці.

Знаючи вирази (3.93) та (3.95), за допомогою теореми Вінера-Хінчина можна визначити необхідні матриці $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ і S'_{uu} . Матриця $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ представляється таким чином

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon\varepsilon} P^{-1} M \bar{G} & (\bar{K} S'_{rr} \bar{K}_* + \bar{K} S'_{\bar{\varphi}r} + S'_{r\bar{\varphi}} \bar{K}_* + S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}}) \bar{G}_* M_* P_*^{-1} - \\ & - P^{-1} M \bar{G} (\bar{K} S'_{rr} \Phi_* - \bar{K} S'_{\psi r} P_*^{-1} + S'_{r\bar{\varphi}} \Phi_* - S'_{\psi\bar{\varphi}} P_*^{-1}) - (\Phi S'_{rr} \bar{K}_* + \\ & + \Phi S'_{\bar{\varphi}r} - P^{-1} S'_{r\psi} \bar{K}_* - P^{-1} S'_{\bar{\varphi}\psi}) \bar{G}_* M_* P_*^{-1} + (\Phi S'_{rr} \Phi_* - \Phi S'_{\psi r} P_*^{-1} - \\ & - P^{-1} S'_{r\psi} \Phi_* + P^{-1} S'_{\psi\psi} P_*^{-1}), \end{aligned} \quad (3.97)$$

а матрицю S'_{uu} слід визначити як

$$S'_{uu} = \bar{G} (\bar{K} S'_{rr} \bar{K}_* + \bar{K} S'_{\bar{\varphi}r} + S'_{r\bar{\varphi}} \bar{K}_* + S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}}) \bar{G}_*. \quad (3.98)$$

Після підстановки матриць (3.97) і (3.98) у функціонал (3.96) останній набуває вигляду

$$\begin{aligned} e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ & [P^{-1} M \bar{G} (\bar{K} S'_{rr} \bar{K}_* + \bar{K} S'_{\bar{\varphi}r} + S'_{r\bar{\varphi}} \bar{K}_* + S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}}) \bar{G}_* M_* P_*^{-1} - \\ & - P^{-1} M \bar{G} (\bar{K} S'_{rr} \Phi_* - \bar{K} S'_{\psi r} P_*^{-1} + S'_{r\bar{\varphi}} \Phi_* - S'_{\psi\bar{\varphi}} P_*^{-1}) - (\Phi S'_{rr} \bar{K}_* + \Phi S'_{\bar{\varphi}r} - \\ & - P^{-1} S'_{r\psi} \bar{K}_* - P^{-1} S'_{\bar{\varphi}\psi}) \bar{G}_* M_* P_*^{-1} + (\Phi S'_{rr} \Phi_* - \Phi S'_{\psi r} P_*^{-1} - \\ & - P^{-1} S'_{r\psi} \Phi_* + P^{-1} S'_{\psi\psi} P_*^{-1})] \} \end{aligned}$$

$$-P^{-1}S'_{r\psi}\bar{K}_* - P^{-1}S'_{\bar{\varphi}\psi})\bar{G}_*M_*P_*^{-1} + (\Phi S'_{r\Gamma}\Phi_* - \Phi S'_{\psi\Gamma}P_*^{-1} - P^{-1}S'_{r\psi}\Phi_* + P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1})R + \bar{G}(\bar{K}'_{r\Gamma}\bar{K}_* + \bar{K}'_{\bar{\varphi}\Gamma} + S'_{r\bar{\varphi}}\bar{K}_* + S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}})\bar{G}_*C \} ds. \quad (3.99)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури регулятора в комплексованій системі управління методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (3.99) та умову тотожної рівності варіації нулю. Перша варіація функціоналу (3.99) матиме вигляд

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C)\bar{G}(\bar{K}'_{r\Gamma}\bar{K}_* + \bar{K}'_{\bar{\varphi}\Gamma} + S'_{r\bar{\varphi}}K_* + S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}}) - M_*P_*^{-1}R(\Phi S'_{r\Gamma}\bar{K}_* + \Phi S'_{\bar{\varphi}\Gamma} - P^{-1}S'_{r\psi}K_* - P^{-1}S'_{\bar{\varphi}\psi})]\delta\bar{G}_* + \delta G [(\bar{K}'_{r\Gamma}\bar{K}_* + \bar{K}'_{\bar{\varphi}\Gamma} + S'_{r\bar{\varphi}}K_* + S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}})\bar{G}_*(M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C) - (\bar{K}'_{r\Gamma}\bar{\Phi}_* + S'_{r\bar{\varphi}}\Phi_* - \bar{K}'_{\psi\Gamma}P_*^{-1} - S'_{\psi\bar{\varphi}}P_*^{-1})RP^{-1}M]\} ds. \quad (3.100)$$

Доцільне введення наступних позначень

$$\begin{aligned} \Gamma_*\Gamma &= M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C; \quad DD_* = \bar{K}'_{r\Gamma}\bar{K}_* + \bar{K}'_{\bar{\varphi}\Gamma} + S'_{r\bar{\varphi}}K_* + S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}}; \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1}M_*P_*^{-1}R(\Phi S'_{r\Gamma}\bar{K}_* + \\ &+ \Phi S'_{\bar{\varphi}\Gamma} + P^{-1}S'_{r\psi}\bar{K}_* - P^{-1}S'_{\bar{\varphi}\psi})D_*^{-1}. \end{aligned} \quad (3.101)$$

З урахуванням позначень (3.101) варіацію (3.100) слід переписати таким чином

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_*(\Gamma\bar{G}D - T)D_*\delta\bar{G}_* + \delta\bar{G}D(D_*\bar{G}_*\Gamma_* - T_*)\Gamma] ds,$$

а умова тотожної рівності нулю матиме вигляд

$$\Gamma\bar{G}D = (T_0 + T_+).$$

Алгоритм синтезу оптимальної структури \bar{G} регулятора в комплексованій системі керування слід записати так

$$\bar{G} = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (3.102)$$

Підстановка функції (3.102) у функціонал (3.99) та обрахунок функціоналу визначить мінімальну величину останнього e_{\min} , знаючи яку відомими методами можна оцінити її мінливість від варіацій параметрів системи у можливих діапазонах їх змін, які цікавлять розробника.

РОЗДІЛ 4 ОПТИМАЛЬНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ВЕКТОРА СИГНАЛІВ ВИХОДУ ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ

Ефективне розв'язання різних завдань аналізу та синтезу оптимальних структур фільтрів і регуляторів у складних системах отримання інформації в результаті вимірювання стохастичної сигналів або керування рухомими об'єктами вимагає наявності певних апріорних знань. До їх складу належать відомості про моделі динаміки усіх ланок зазначених систем, а також векторів корисних сигналів, збурень та завад.

Оскільки передбачається використовувати зручні у практиці методи аналізу та синтезу динамічних систем у частотній області, то під необхідними апріорними знаннями розуміються отримані в конкретних режимах рухів і систематизовані за результатами кількох випробувань моделі динаміки (системи звичайних диференціальних рівнянь, матриці передавальних функцій, матриці спектральних та взаємних спектральних щільностей векторів випадкових стаціонарних сигналів і т.д.) ланок та елементів систем керування, бортових кібернетичних комплексів різного призначення, основних впливів та завад, що мають місце у досліджуваних системах. Збір необхідних знань передбачається вести декількома способами. Перший спосіб передбачає отримання необхідних даних в режимах динамічної атестації [6, 16, 42] виробів у лабораторних умовах з допомогою засобів імітації рухів об'єктів. Як відомо [7], під динамічною атестацією пристрою розуміються процеси визначення матриць його передавальних функцій, спектральних та взаємних спектральних щільностей векторів випадкових сигналів та завад, що мають місце у конкретних реальних режимах руху об'єкта. Другий спосіб, суть якого викладена у джерелах [4, 16, 23], полягає у проведенні напівнатурних випробувань прототипів виробів з метою отримання необхідних даних. Третій спосіб заснований на проведенні натурних випробувань дослідних зразків виробів. Досить часто збір вимірювальної інформації обмежений

можливостями вимірювальної апаратури, тому дозволяє отримати дані лише про частину сигналів, які необхідні для ідентифікації моделей зазначених вище. Окрім цього, вимірювання будь-якої фізичної величини супроводжується похибками. Похибки мають різне походження та характер зміни, однак усі вони спотворюють результати вимірювання.

Подолання таких недоліків, як зазначено у джерелах [5, 7], можливе у певних умовах за рахунок використання спеціальних комп'ютерно-інтегрованих систем статистичної обробки експериментальних даних. Зазначені системи отримали назву спостерігачі [7].

Структура та параметри спостерігачів залежать від багатьох факторів. Даний розділ монографії присвячено визначенню правил знаходження структури та параметрів спостерігача, який найбільш точно дозволяє оцінювати значення сигналів об'єкта дослідження за результатами виміру обмеженої кількості параметрів з допомогою неідеальних сенсорів.

4.1. Оптимальне спостереження векторів випадкових стаціонарних вихідних сигналів рухомого об'єкта та бортових вимірювальних пристроїв за результатами динамічної атестації

В даний час склалася суперечлива ситуація з атестацією моделей динаміки бортових вимірювальних пристроїв та комплексів (гіроприладів, вимірювачів швидкостей та прискорень, висотомірів, а також стабілізованих бортових платформ спеціального призначення тощо), призначених для керування та навігації. Переважна більшість перерахованих вище пристроїв *атестується у статичних умовах, а функціонує у динаміці.*

Лише в деяких випадках для цілей атестації використовуються спеціальні динамічні стенди, що імітують штучні рухи, як правило, мало подібні з реальними стохастичними рухами досліджуваних об'єктів. Як правило зазначені об'єкти володіють нелінійними властивостями, тому отримання лінеаризованих моделей повинно відбуватися в умовах

наближених до реальних. Тільки за умови точного відтворення на стендах реальних динамічних умов у досліджуваних режимах керування об'єктом можна достатньо точно оцінити шукані моделі динаміки елементів систем керування, придатні для розв'язання завдань оптимізації процесів керування.

До теперішнього часу відома і вирішена достатня кількість різних завдань оцінювання (спостереження) векторів «вхід-вихід» рухомих об'єктів та бортових пристроїв при випадкових або детермінованих впливах. До таких завдань слід віднести насамперед наступні:

- а) спостереження вихідного стану стійкого рухомого об'єкта при випадкових збуреннях та неповних вимірах;
- б) оцінювання стану рухомого об'єкта при випадкових впливах та неповних вимірах нестійкою системою;
- в) оцінювання стану стійкого рухомого об'єкта при детермінованих впливах та неповних вимірах;
- г) деякі інші завдання.

З метою наблизити алгоритми розв'язання подібних завдань спостереження до практичних потреб нижче в розділі наведено нові формулювання та результати виконання низки завдань спостереження, які враховують деякі практично значущі положення.

4.1.1. Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача вихідного стану рухомого лінійного об'єкта при випадкових стаціонарних впливах та відомих моделях динаміки елементів вимірювальної системи

Нехай за результатами динамічної атестації вимірювальної системи відомі матриця передавальних функцій вимірювального пристрою K розмірності $v \times n$, моделі динаміки v -вимірного вектора спостереження y , вектора вихідних координат об'єкта x , що має n компонент, та вектора завад вимірювань φ , розмірності $v \times 1$ (рис. 4.1). Будемо вважати також, що усі вектори на схемі (рис. 4.1) належать до центрованих стаціонарних випадкових процесів.

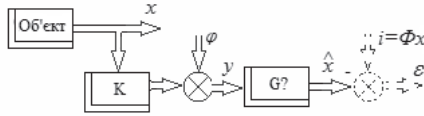


Рис. 4.1 Структурна схема системи спостереження вихідного стану об'єкта керування

Необхідно знайти матрицю передавальних функцій спостерігача G , при використанні якої сума зважених дисперсій вектору похибок спостереження ε є мінімальною. На структурній схемі (рис. 4.1) показані також матриця бажаного перетворення Φ розмірності $n \times n$ n -мірного вектора x вихідних сигналів рухомого об'єкта, n -мірний вектор сигналів помилок спостереження ε , а також n -мірний вектор оцінок сигналів на виході системи \hat{x} .

Оскільки за результатами динамічної атестації вимірювальної системи відомі моделі динаміки вимірювача K та векторів спостереження y і завад вимірювання φ , то можливо визначити вектор x як

$$x = K^{-1}(y - \varphi), \quad (4.1)$$

а вектор оцінок \hat{x} , що спостерігається системою, подати таким чином

$$\hat{x} = Gy. \quad (4.2)$$

Вектор похибок спостереження вихідного стану рухомого об'єкта з урахуванням виразів (4.1) та (4.2) матиме вигляд

$$\varepsilon = x - \hat{x} = Gy - \Phi K^{-1}(y - \varphi), \quad (4.3)$$

а ермітово спряжений до нього вектор дорівнюватиме

$$\varepsilon_* = y_* G_* - (y_* - \varphi_*) K_*^{-1} \Phi_*,$$

де i - вектор бажаних сигналів на виході спостерігача (рис. 4.1); * - знак ермітового спряження векторів.

Функціонал якості спостереження вихідного стану об'єкта, як і раніше, має вигляд

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon\varepsilon} R) ds, \quad (4.4)$$

де $S_{\varepsilon\varepsilon}'$ - транспонована матриця спектральних щільностей вектора ε ; R - додатно визначена вагова матриця.

Враховуючи вираз (4.3), матрицю $S_{\varepsilon\varepsilon}'$ за допомогою теореми Вінера-Хінчина можна записати так

$$\begin{aligned} S_{\varepsilon\varepsilon}' &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle \varepsilon_T \varepsilon_T^* \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle [G y_T - \Phi K^{-1} (y_T - \varphi_T)] \mathbb{1}_{y_T^*} G_* - (y_T^* - \varphi_T^*) K_*^{-1} \Phi_* \rangle = \\ &= G S_{yy}' G_* - G (S_{yy}' - S_{y\varphi}') K_*^{-1} \Phi_* - \Phi K^{-1} (S_{yy}' - S_{y\varphi}') G_* + \Phi K^{-1} (S_{yy}' - S_{y\varphi}' - S_{y\varphi}' + S_{\varphi\varphi}') K_*^{-1} \Phi_* \end{aligned} \quad (4.5)$$

де ε_T , y_T , φ_T - вектори зображень Фур'є реалізацій відповідних центрованих стаціонарних випадкових процесів довжиною T секунд; T - час спостереження.

Після підстановки матриці (4.5) у функціонал (4.4) останній набуває вигляду

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ [G S_{yy}' G_* - G (S_{yy}' - S_{y\varphi}') K_*^{-1} \Phi_* - \Phi K^{-1} (S_{yy}' - S_{y\varphi}') G_* + \\ &+ \Phi K^{-1} (S_{yy}' - S_{y\varphi}' - S_{y\varphi}' + S_{\varphi\varphi}') K_*^{-1} \Phi_*] R \} ds \end{aligned} \quad (4.6)$$

Завдання синтезу оптимальної структури G будемо, як і в попередніх розділах, вирішувати методом Вінера-Колмогорова в частотній області. Перша варіація функціоналу (4.6) матиме вигляд

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ R [G \delta S_{yy}' - \Phi K^{-1} (S_{yy}' - S_{y\varphi}') \delta G_* + \delta G [S_{yy}' G_* - (S_{yy}' - S_{y\varphi}') K_*^{-1} \Phi_*] R \} ds \quad (4.7)$$

Доцільно ввести такі позначення:

$$\Gamma_* \Gamma = R; \quad D D_* = S_{yy}'; \quad T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma \Phi K^{-1} (D - S_{y\varphi}' D_*^{-1}) \quad (4.8)$$

З урахуванням позначень (4.8) варіацію (4.7) можна переписати як

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ \Gamma_* (\Gamma G D - T) D_* \delta G_* + \delta G D (D_* G_* \Gamma_* - T_*) \Gamma \} ds$$

а умову тотожної рівності нулю цієї варіації на класі стійких і фізично реалізованих матриць варійованих передавальних функцій G слід записати так

$$\Gamma G D = T_0 + T_+$$

тоді алгоритм синтезу оптимальної структури спостерігача G описує рівняння

$$G = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1} \quad (4.9)$$

Підстановка матриці G з рівняння (4.9) у функціонал (4.6) дозволяє оцінити мінімальну величину останнього e_{min} і досліджувати її мінливість при варіюванні параметрами, що цікавлять розробника системи спостереження та змінюваних в допустимих діапазонах.

4.1.2. Синтез оптимальної структури спостерігача з компенсацією завад вимірювань

Очевидно, що якість оптимального спостереження вихідного стану рухомого об'єкта за сигналами від динамічно атестованої вимірювальної системи можна підвищити шляхом компенсації впливу завад вимірювань. Структурна схема системи, що реалізує компенсацію (рис. 4.2), містить додаткову ланку компенсації завад вимірювання у порівнянні зі схемою на рис. 4.1.

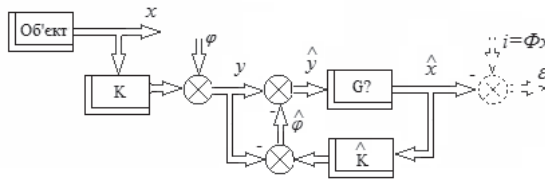


Рис. 4.2. Структурна схема системи оптимального спостереження, що має контур компенсації завад вимірювань

Відповідно до структурної схеми (рис. 4.2) вектор компенсації впливу завад вимірювань $\hat{\varphi}$ пов'язаний з векторами сигналів на виході вимірювачів у та оцінки вихідних станів \hat{x} наступним співвідношенням

$$-\hat{\varphi} = -Kx - \varphi + \hat{K}\hat{x} \quad (4.10)$$

де \hat{K} - модель матриці передавальних функцій вимірювачів K відтворена в спостерігачі за результатом динамічної атестації; \hat{x} - оптимальна оцінка вектора x в режимі його функціонування у процесі динамічної атестації, тобто

$$\hat{K}\hat{x} \approx Kx$$

Таким чином, врахування умови (4.10) і структурної схеми системи (рис. 4.2) дозволяє представити оцінку вектора \hat{x} , що спостерігається в досліджуваному випадку, у вигляді

$$\bar{x} = G\bar{y} = G(y - \bar{\varphi}), \quad (4.11)$$

а вектор похибок спостереження ε_1 та ермітово спряжений з ним вектор ε_1^* наступним чином

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \bar{x} - i = G(y - \bar{\varphi}) - \Phi x = G(y - \bar{\varphi}) - \Phi K^{-1}(y - \bar{\varphi}), \\ \varepsilon_1^* &= \bar{x}^* - i^* = (y^* - \bar{\varphi}^*)G^* - x^* \Phi^* = (y^* - \bar{\varphi}^*) - (y^* - \bar{\varphi}^*)\Phi^* K_*^{-1}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Як і у попередньому завданні оптимального спостереження (пункт 4.1.1) якість виконання цієї операції характеризується показником:

$$e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon_1 \varepsilon_1} R_1) ds, \quad (4.13)$$

де $S'_{\varepsilon_1 \varepsilon_1}$ - транспонована матриця спектральних щільностей вектора ε_1 , R_1 - вагова матриця.

За допомогою теореми Вінера-Хінчина [26] транспоновану матрицю спектральних щільностей похибок спостереження можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon_1 \varepsilon_1} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle \varepsilon_{1T} \varepsilon_{1T}^* \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle [G(y_{T^*} - \bar{\varphi}_{T^*}) - \Phi K^{-1}(y_T - \bar{\varphi}_T)] [(y_{T^*} - \bar{\varphi}_{T^*})G^* - (y_T - \bar{\varphi}_T)K_*^{-1}\Phi^*] \rangle = \\ &= GS_{CC}G^* - GS_{CC}K_*^{-1}\Phi^* - \Phi K^{-1}S_{CC}G^* + \Phi K^{-1}S_{CC}K_*^{-1}\Phi^*, \end{aligned} \quad (4.14)$$

де S_{CC} —сума транспонованих матриць спектральних та взаємних спектральних щільностей

$$S_{CC} = S'_{yy} - S'_{y\varphi} - S'_{y\varphi} + S'_{\varphi\varphi}.$$

Підстановка матриці (4.14) у функціонал (4.13) представляє останній у виді

$$e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [GS_{CC}G^* - GS_{CC}K_*^{-1}\Phi^* - \Phi K^{-1}S_{CC}G^* + \Phi K^{-1}S_{CC}K_*^{-1}\Phi^*] R_1 \} ds. \quad (4.15)$$

Вирішуючи завдання синтезу оптимальної структури спостерігача у системі методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (4.15) так

$$\delta e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [R_1 (G S_{CC} - \Phi K^{-1} S_{CC}) \delta G_* + \delta G (S_{CC} G_* - S_{CC} K_*^{-1} \Phi_*) R_1] ds \quad (4.16)$$

Якщо за аналогією з главою два ввести наступні позначення:

$$\Gamma_{1*} \Gamma_1 = R_1; \quad D_1 D_{1*} = S_{yy}' - S_{\varphi\varphi}' - S_{y\varphi}' + S_{\varphi y}'; \quad T_1 = T_{10} + T_{1+} + T_{1-} = \Gamma_{1*}^{-1} \Phi K^{-1} D_1,$$

де символ "*" - визначає вінерівську операцію факторизації матриць [49], символи "0", "+" і "-" - відображають виконання вінерівської операції сепарації відповідної матриці [9], то варіація (4.16) легко перетворюється до вигляду

$$\delta e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_{1*} (\Gamma_1 G D_1 - T_1) D_{1*} \delta G_* + \delta G D_1 (D_{1*} G_* \Gamma_{1*} - T_{1*}) \Gamma_1] ds$$

Отже, умова тотожної рівності нулю варіації (4.16) на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій, що варіюються G , визначається рівнянням

$$G D_1 = T_{10} + T_{1+} \quad (4.17)$$

З рівняння (4.17) визнено алгоритм синтезу оптимальної структури спостерігача у формі наступного співвідношення

$$G = \Gamma_{1*}^{-1} (T_{10} + T_{1+}) D_1^{-1} \quad (4.18)$$

4.2. Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача стану нестійкого об'єкта при випадкових стаціонарних впливах

Синтез спостерігача стану нестійкого об'єкта ускладнений тим, що вектор сигналів на виході системи (вектор станів) неможливо вважати центрованим стаціонарним випадковим процесом. Причина цього полягає у наявності двох складових цього вектору. Одна з таких складових належить до сигналу величина якого зростає необмежено. Зазначена особливість вимагає нової постановки завдання синтезу оптимальної структури спостерігача.

Вважається, що необхідна інформація про моделі динаміки сенсорів (K), векторів виходів вимірювача y і завод φ , що спостерігаються, вже отримана в результаті натурних випробувань і динамічної атестації досліджуваного рухомого нестійкого об'єкта. При відповідній обробці наявної

інформації можна синтезувати оптимальну структуру та параметри матриці передавальних функцій спостерігача G , який оцінює вектор станів об'єкта x з найкращою якістю (точністю).

Структурну схему досліджуваної системи спостереження станів об'єкта наведено на рис. 4.3.

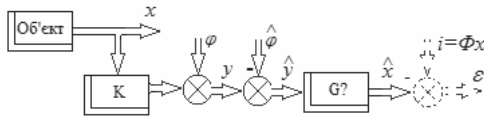


Рис. 4.3. Структурна схема спостереження стану нестійкого об'єкта

На рис. 4.3 прийнято такі позначення: K – відома матриця передавальних функцій вимірювачів розмірності $v \times n$; x - n -вимірний вектор станів об'єкта; y та \hat{y} - v -вимірні відомі вектори вихідних сигналів вимірювачів, причому \hat{y} - вектор сигналів вимірювачів, очищений від завад вимірювань (вектор) відповідно до процедури, викладеної в п.п. 4.1.2, φ і $\hat{\varphi}$ - відомі вектори завад вимірювань (реальних та компенсуючих); G – шукана матриця передавальних функцій спостерігача розмірності $n \times v$; Φ – відома матриця бажаних передавальних функцій сигналів об'єкта системи спостереження; \hat{x} - n -мірний вектор оцінок сигналів на виході об'єкта; ε_1 - n -вимірний вектор помилок спостереження системою стану об'єкта.

Передбачається, що при нестійкому об'єкті вектор сигналів x складається з двох складових (стійкої x_+ і нестійкої x_-):

$$x = x_+ + x_-$$

та його можна вира значити так

$$x = K^\#(y - \varphi) = K^\#(y_+ + y_- - \varphi), \quad (4.19)$$

де y_+ та y_- - стійка та нестійка частини вектора спостереження y ; $K^\#$ - псевдо обернена матриця передавальних функцій вимірювачів.

Доцільно нестійку частину вектора спостереження y_- представити співвідношенням

$$y_- = B_*^{-1}l, \quad (4.20)$$

де діагональна матриця B_*^{-1} розмірності $\nu \times \nu$ включає всі нестійкі полюси вектора y_- , а вектор l виявляється ν -вимірним відомим вектором з одиниць.

Доцільно також припустити наступну структуру шуканої матриці передавальних функцій спостерігача

$$G = VB_* + A, \quad (4.21)$$

де V - варійована при вирішенні задачі синтезу структури G матриця передавальних функцій; матриця A повинна однозначно визначатися під час виконання зазначеної процедури синтезу.

З урахуванням виразів (4.19), (4.20), (4.21) та рівняння

$$\bar{y} = y - \hat{\varphi} = y_+ + B_*^{-1}l - \hat{\varphi}$$

оцінку вектора стану об'єкта \hat{x} , що спостерігається, слід подати як суму добутоків

$$\hat{x} = G\bar{y} = VB_*y_+ + Vl + Ay_+ + AB_*^{-1}l - VB_*\hat{\varphi} - A\hat{\varphi}. \quad (4.22)$$

Вектор бажаних сигналів спостереження i має вигляд

$$i = \Phi x = \Phi K^\# (y_+ + B_*^{-1}l - \varphi), \quad (4.23)$$

а вектор сигналів похибок спостереження вихідного стану об'єкта ε з урахуванням виразів (4.22), (4.23) і структурної схеми рис. 4.3 слід подати так

$$\varepsilon_1 = VB_*y_+ + Vl - VB_*\hat{\varphi} + AB_*^{-1}l - A\hat{\varphi} + Ay_+ - \Phi K^\# y_+ - \Phi K^\# B_*^{-1}l + \Phi K^\# \varphi. \quad (4.24)$$

Якщо матрицю A обрати такою, яка дорівнює добутку $\Phi K^\#$

$$A = \Phi K^\#,$$

то забезпечується відсутність розбіжних складових у векторі сигналів похибки спостереження ε_1 вихідного стану нестійкого об'єкта. В такому разі цей вектор дорівнює

$$\varepsilon_1 = V[B_*(y_+ - \hat{\varphi}) + l] + \Phi K^\# (\varphi - \hat{\varphi}), \quad (4.25)$$

а транспонована матриця його спектральних щільностей, знайдена за допомогою теореми Вінера-Хінчина, набуває вигляду

$$\begin{aligned}
S'_{\varepsilon\varepsilon} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle \varepsilon_{1T}, \varepsilon_{1T^*} \rangle = & V[B_*(S'_{y+y^*} - S'_{\varphi y^*} - S'_{y+\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + B_*(S'_{ly^*} - S'_{l\varphi}) + (S'_{y+l} - S'_{\varphi l})B + S'_{ll}]V_* + \\
& + V[B_*(S'_{\varphi y^*} - S'_{\varphi y^*} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi}) + (S'_{\varphi l} - S'_{\varphi l})]K_*^\# \Phi_* + \Phi K^\# [(S'_{y+\varphi} - S'_{y+\varphi} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + (S'_{l\varphi} - S'_{l\varphi})]V_* + \\
& + \Phi K^\# (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi})K_*^\# \Phi_*. \tag{4.26}
\end{aligned}$$

Критерій якості спостереження вихідних сигналів нестійкого об'єкта дорівнює

$$e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon_1 \varepsilon_1} R_1) ds \tag{4.27}$$

Підстановка рівняння (4.26) до виразу (4.27) перетворює критерій на функціонал від варійованої матриці передавальних функцій V

$$\begin{aligned}
e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \| & V[B_*(S'_{y+y^*} - S'_{\varphi y^*} - S'_{y+\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + B_*(S'_{ly^*} - S'_{l\varphi}) + (S'_{y+l} - S'_{\varphi l})B + S'_{ll}]V_* + \\
& + V[B_*(S'_{\varphi y^*} - S'_{\varphi y^*} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi}) + (S'_{\varphi l} - S'_{\varphi l})]K_*^\# \Phi_* + \Phi K^\# [(S'_{y+\varphi} - S'_{y+\varphi} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + (S'_{l\varphi} - S'_{l\varphi})]V_* + \\
& + \Phi K^\# (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi})K_*^\# \Phi_* \} R_1 \| ds. \tag{4.28}
\end{aligned}$$

Синтез оптимальної матриці V за методом Вінера-Колмогорова передбачає визначення першої варіації функціоналу (4.28) та обґрунтування умови тотожної рівності її нулю. Перша варіація функціоналу (4.28)

$$\begin{aligned}
\delta e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \| & R_1 \{ V[B_*(S'_{y+y^*} - S'_{\varphi y^*} - S'_{y+\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + B_*(S'_{ly^*} - S'_{l\varphi}) + (S'_{y+l} - S'_{\varphi l})B + S'_{ll}] + \Phi K^\# [(S'_{y+\varphi} - \\
& - S'_{y+\varphi} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + (S'_{l\varphi} - S'_{l\varphi})] \} \delta V_* + \delta V_* \{ [B_*(S'_{y+y^*} - S'_{\varphi y^*} - S'_{y+\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + (S'_{y+l} - S'_{\varphi l})B + \\
& + B_*(S'_{ly^*} - S'_{l\varphi}) + S'_{ll}]V_* + [(S'_{\varphi y^*} - S'_{\varphi y^*} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B_* + (S'_{\varphi l} - S'_{\varphi l})]K_*^\# \Phi_* \} R_1 \| ds. \tag{4.29}
\end{aligned}$$

Якщо виконати операції факторизації відповідних матриць та сепарації, то можна досягти виконання наступних рівнянь

$$\begin{aligned}
D_1 D_{1^*} = & B_*(S'_{y+y^*} - S'_{\varphi y^*} - S'_{y+\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + B_*(S'_{ly^*} - S'_{l\varphi}) + (S'_{y+l} - S'_{\varphi l})B + S'_{ll}, \quad \Gamma_1^* \Gamma_1 = R_1; \\
T_1 = & T_{10} + T_{1^*} + T_{1^-} = \Gamma_1^{-1} \Phi K^\# [(S'_{y+\varphi} - S'_{y+\varphi} - S'_{\varphi\varphi} + S'_{\varphi\varphi})B + S'_{l\varphi} - S'_{l\varphi}] D_{1^*}^{-1}, \tag{4.30}
\end{aligned}$$

де символ "*" - визначає вінерівську операцію факторизації матриць [49], символи "0", "+" та "-" - відображають виконання вінерівської операції сепарації відповідної матриці [9]. В такому разі першу варіацію (4.29) слід переписати так

$$\delta e_1 = \frac{1}{j} \int tr[\Gamma_{1*}(\Gamma_1 V D_1 + T_1) D_{1*} \delta V_* + \delta V D_1 (D_{1*} V_* \Gamma_{1*} + T_{1*}) \Gamma_1] ds, \quad (4.31)$$

Умова тотожної рівності нулю варіації (4.31) на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій V , що варіюються, при цьому матиме вигляд

$$\Gamma_1 V D_1 = -(T_{10} + T_{1*}),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури варійованої матриці V звідси визначається як

$$V = -\Gamma_1^{-1} (T_{10} + T_{1*}) D_1^{-1}. \quad (4.32)$$

Враховуючи отриману за допомогою формули (4.32) матрицю V , оптимальна структура матриці передавальних функцій спостерігача в досліджуваній системі (4.21) може бути розрахована за правилом

$$G = VB_* + \Phi K^\# . \quad (4.33)$$

Врахування отриманої структури (4.32), виразів (4.22) і вигляду матриці A дозволяє визначити стійку \hat{x}_+ та нестійку \hat{x}_- - частини вектора оцінок станів системи спостереження

$$\hat{x}_+ = V[B_*(y_+ - \hat{\varphi}) + l] + \Phi K^\# (y_+ - \hat{\varphi}), \quad \hat{x}_- = \Phi K^\# B_*^{-1} l. \quad (4.34)$$

4.3 Синтез оптимальної структури спостерігача багатовимірного об'єкта із довільністю у динаміці при випадкових впливах

Під довільністю у динаміці в подальшому розуміємо наявність нестійких особливостей у моделі динаміки об'єкта керування. Припустимо, що динаміка руху зазначеного об'єкта керування характеризується наступною

системою лінеаризованих звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, перетвореною за Лапласом при нульових початкових умовах:

$$Px = Mu + \psi, \quad (4.35)$$

де x , як і у розділі 3, P і M – поліноміальні матриці розмірностей $n \times n$ та $n \times m$ відповідно, причому визначник матриці P може мати корені з додатною дійсною частиною; x – n -вимірний вектор вихідних координат об'єкта, u – m -вимірний вектор сигналів керування, ψ – n -вимірний вектор випадкових стаціонарних впливів на об'єкт з відомою матрицею спектральних щільностей $S_{\psi\psi}$.

Передбачається, що при натурних (напівнатурних) випробуваннях рухомого об'єкта (4.35) виявлено і відповідним чином зафіксовано довільність (нестійкість) у його динаміці, а також в результаті динамічної атестації визначено моделі динаміки вимірювального комплексу (системи сенсорів), матрицю K , та завод вимірювань φ , матриця $S'_{\varphi\varphi}$.

Таким чином, як вихідна інформація відомі: матриці P і M ; модель динаміки вектора випадкових стаціонарних впливів ψ розмірності $n \times 1$, що діють на об'єкт у досліджуваному режимі його функціонування; матриця передавальних функцій вимірювального комплексу K розмірності $v \times n$ модель динаміки v -вимірного вектора φ стаціонарних центрованих випадкових завод вимірювань (матриця спектральних щільностей завод). Отже, структурна схема досліджуваної системи спостереження має вигляд представлений на рис. 4.4.

Необхідно знайти правило (алгоритм) розрахунку матриці передавальних функцій спостерігача G (рис. 4.4), який забезпечує мінімум суми зважених дисперсій компонентів вектору ε .

Для розв'язання цієї задачі необхідно знання моделі динаміки вектора сигналів керування об'єкта. Будемо вважати за аналогією з монографією [7], що ($u=0$).

Згідно рис. 4.4 вектор x вихідних сигналів об'єкта, що спостерігається, визначається виразом

$$x = P^{-1}\psi, \quad (4.36)$$

причому матриця P^{-1} має особливості як у лівій, так і в правій напівплощинах комплексного змінного $s = j\omega$.

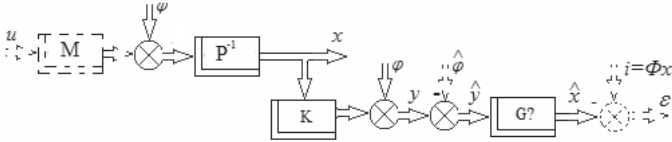


Рис. 4.4. Структурна схема системи спостереження

В результаті винесення нестійких полюсів ліворуч[49] матрицю P^{-1} можна подати в такому вигляді

$$P^{-1} = B_*^{-1}\theta, \quad (4.37)$$

де B_* – діагональна поліноміальна матриця розмірності $n \times n$, полюси визначника якої збігаються з нестійкими полюсами визначника матриці P , а матриця θ – матриця дробно-раціональних функцій, полюси яких – стійкі.

З урахуванням виразу (4.37) рівняння (4.36) слід переписати так

$$x = B_*^{-1}\theta\psi. \quad (4.38)$$

У варіанті завдання синтезу оптимальної структури спостерігача без компенсації завад вимірювань v -вимірний вектор сигналів спостереження виходів об'єкта y з урахуванням виразу (4.21) матиме вигляд

$$y = Kx + \varphi = KP^{-1}\psi + \varphi = KB_*^{-1}\theta\psi + \varphi, \quad (4.39)$$

а в тій же задачі синтезу, але з компенсацією завад вимірювань, де компенсація виконується за процедурою пункту 4.1.2, вектор спостереження виходу об'єкта дорівнюватиме

$$\hat{y} = Kx + (\varphi - \hat{\varphi}) = KB_*^{-1}\theta\psi + \varphi - \hat{\varphi}. \quad (4.40)$$

Нестійкість об'єкта призводить до необхідності формування структури шуканої матриці передавальних функцій оптимального спостерігача G розмірності $n \times v$ на основі наступного правила

$$G = FB_*K^\# + A, \quad (4.41)$$

де F – варійована матриця передавальних функцій розмірності $v \times n$, A – певним чином обрана при синтезі поліноміальна матриця розмірності $v \times n$, символ « $\#$ » – знак псевдообертання прямокутних матриць.

Очевидно, що результат спостереження вектора станів об'єкта (вектор оцінок \hat{x}) при довільності в динаміці об'єкта і без компенсації завад вимірювань повинен містити стійку \hat{x}^+ та нестійку \hat{x}^- частини. Причому

$$\hat{x} = \hat{x}^+ + \hat{x}^-.$$

З урахуванням виразів (4.40), (4.39) та (4.41) вектор \hat{x} можна представити як

$$\hat{x} = Gy = [F(\theta\psi + B_*K^\#\varphi) + A\varphi]^+ + [AKB_*^{-1}\theta\psi]^-. \quad (4.42)$$

Якщо визначити вектор бажаних сигналів спостереження i як

$$i = \Phi x = \Phi B_*^{-1}\theta\psi, \quad (4.43)$$

то вектор сигналів помилок спостереження ε слід записати так

$$\varepsilon = \hat{x} - i = F(\theta\psi + B_*K^\#\varphi) + A\varphi + AKB_*^{-1}\theta\psi - \Phi B_*^{-1}\theta\psi. \quad (4.44)$$

Для того, щоб вектор (4.44) не мав трендів, що розходяться, обумовлених нестійкістю об'єкта спостереження, необхідно матрицю A у виразі (4.44) обрати рівною добутку $\Phi K^\#$. У такому разі вектор ε стає дорівнювати

$$\varepsilon = F(\theta\psi + B_*K^\#\varphi) + \Phi K^\#\varphi, \quad (4.45)$$

а обидві частини (стійка та нестійка) вектора оцінок (4.42) записується так

$$\hat{x} = Gy = [F(\theta\psi + B_*K^\#\varphi) + \Phi K^\#\varphi]^+ + [\Phi B_*^{-1}\theta\psi]^-. \quad (4.46)$$

У варіанті завдання синтезу оптимальної структури спостерігача з компенсацією завад вимірювань вектор сигналів оцінок \hat{x} , що спостерігається, з урахуванням виразів (4.37), (4.40) та (4.44) буде мати вигляд

$$\hat{x} = G\bar{y} = \{F[\theta\psi + B_*K^\#(\varphi - \bar{\varphi})] + A(\varphi - \bar{\varphi})\}^+ + \{AKB_*^{-1}\theta\psi\}^-, \quad (4.47)$$

а вектор бажаних сигналів спостереження i має бути описаний рівнянням (4.43). Тоді, з урахуванням співвідношень (4.43) і (4.47), вектор сигналів помилок спостереження визначається так

$$\bar{\varepsilon} = \{F[\theta\psi + B_*K^\#(\varphi - \bar{\varphi})] + A(\varphi - \bar{\varphi})\}^+ + \{AKB_*^{-1}\theta\psi\}^- - \Phi B_*^{-1}\theta\psi.$$

При відповідному виборі матриці A в рівнянні (4.38) вектор рівності $\bar{\varepsilon}$ не має трендів, що розходяться, і може бути переписаний як

$$\bar{\varepsilon} = F[A\psi + B_*K^\#(\varphi - \bar{\varphi})] + \Phi K^\#(\varphi - \bar{\varphi}). \quad (4.48)$$

Для подальшого вирішення поставлених завдань синтезу структур оптимальних матриць передавальних функцій спостерігача доцільно визначити транспоновані матриці спектральних щільностей помилок спостереження $S_{\varepsilon\varepsilon}^/$ і $S_{\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}}^/$. Скориставшись теоремою Вінера-Хінчина у векторній формі [26] та рівнянням (4.48), шукаємо транспоновану матрицю $S_{\varepsilon\varepsilon}^/$ слід визначити у вигляді

$$\begin{aligned} S_{\varepsilon\varepsilon}^/ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle \varepsilon_T \varepsilon_T^* \rangle = F(\theta S_{\psi\psi}^/ \theta_* + \theta S_{\varphi\psi}^/ K_*^\# B + B_* K^\# S_{\psi\varphi}^/ \theta_* + B_* K^\# S_{\varphi\varphi}^/ K_*^\# B) F_* + F(\theta S_{\varphi\psi}^/ + B_* K S_{\varphi\varphi}^/) K_*^\# \Phi_* + \\ &+ \Phi K^\# (S_{\psi\varphi}^/ + S_{\varphi\varphi}^/ K_*^\# B) F_* + \Phi K^\# S_{\varphi\varphi}^/ K_*^\# \Phi_*. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Враховуючи вираз (4.48), на підставі теореми Вінера – Хінчина рівняння для пошуку матриці $S_{\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}}^/$ представлено як

$$\begin{aligned} S_{\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}}^/ &= F[\theta S_{\psi\psi}^/ \theta_* + \theta (S_{\varphi\psi}^/ - S_{\psi\varphi}^/) K_*^\# B + B_* K^\# (S_{\psi\varphi}^/ - S_{\varphi\psi}^/) \theta_* + B_* K^\# (S_{\varphi\varphi}^/ - S_{\varphi\varphi}^/ - S_{\varphi\varphi}^/ + S_{\varphi\varphi}^/) K_*^\# B] F_* + \\ &+ F[\theta (S_{\varphi\psi}^/ - S_{\psi\varphi}^/) + B_* K^\# (S_{\varphi\varphi}^/ - S_{\varphi\varphi}^/ - S_{\varphi\varphi}^/ + S_{\varphi\varphi}^/)] K_*^\# \Phi_* + \Phi K^\# [(S_{\psi\varphi}^/ - S_{\varphi\psi}^/) \theta_* + (S_{\varphi\varphi}^/ - S_{\varphi\varphi}^/ - S_{\varphi\varphi}^/ + S_{\varphi\varphi}^/) K_*^\# B] \times \\ &\times F_* + \Phi K^\# (S_{\varphi\varphi}^/ - S_{\varphi\varphi}^/ - S_{\varphi\varphi}^/ + S_{\varphi\varphi}^/) K_*^\# \Phi_*. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Отримані таким чином співвідношення (4.49), (4.50) дозволяють перейти до вирішення поставлених задач синтезу в частотній області.

4.3.1. Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача вектора вихідних сигналів об'єкта із довільністю у динаміці та без компенсації завад вимірювань

Функціонал якості спостереження вектора вихідних сигналів об'єкта з урахуванням виразів (4.4) та (4.49) матиме вигляд

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \{ \text{tr} [F(\theta S_{\psi\psi}^/ \theta_* + \theta S_{\varphi\psi}^/ K_*^\# B + B_* K^\# S_{\psi\varphi}^/ \theta_* + B_* K^\# S_{\varphi\varphi}^/ K_*^\# B) F_* + F(\theta S_{\varphi\psi}^/ + B_* K S_{\varphi\varphi}^/) K_*^\# \Phi_* + \\ &+ \Phi K^\# (S_{\psi\varphi}^/ + S_{\varphi\varphi}^/ K_*^\# B) F_* + \Phi K^\# S_{\varphi\varphi}^/ K_*^\# \Phi_*] R \} ds \end{aligned} \quad (4.51)$$

Завдання синтезу полягає у тому, щоб вибором матриці дробово-раціональних функцій F , яка належить до множини фізично-реалізованих матриць, забезпечити мінімум функціоналу (4.51).

Для вирішення поставленої вище задачі синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій спостерігача G необхідно знайти матрицю передатних функцій F , що варіюються, яка була б стійка разом зі зворотною і доставляла мінімум функціоналу (4.51). Відповідно до методу Вінера-Колмогорова для пошуку такої матриці необхідно знайти першу варіацію функціоналу (4.51) та умову тотожної рівності її нулю. Перша варіація функціоналу (4.51) дорівнює

$$\delta\mathcal{E} = \frac{1}{j} \int_{-\infty}^{j\infty} tr \{ R [F (\theta S'_{\psi\psi} \theta_* + \theta S'_{\psi\psi} K_*^\# B + B_* K^\# S'_{\psi\psi} \theta_* + B_* K^\# S'_{\psi\psi} K_*^\# B) + \Phi K^\# (S'_{\psi\psi} \theta_* + S'_{\psi\psi} K_*^\# B)] \delta F_* + \delta F [(\theta S'_{\psi\psi} \theta_* + \theta S'_{\psi\psi} K_*^\# B + B_* K^\# S'_{\psi\psi} \theta_* + B_* K^\# S'_{\psi\psi} K_*^\# B) F_* + (\theta S'_{\psi\psi} + B_* K S'_{\psi\psi}) K_*^\# \Phi_*] R \} ds. \quad (4.52)$$

Для знаходження умови тотожної рівності її нулю необхідно здійснити факторизацію праворуч вагової матриці R

$$\Gamma_* \Gamma = R, \quad (4.53)$$

факторизацію праворуч наступної суми матриць

$$DD_* = \theta S'_{\psi\psi} \theta_* + \theta S'_{\psi\psi} K_*^\# B + B_* K^\# S'_{\psi\psi} \theta_* + B_* K^\# S'_{\psi\psi} K_*^\# B, \quad (4.54)$$

та сепарацію (розщеплення) добутку

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma \Phi K^\# (S'_{\psi\psi} \theta_* + S'_{\psi\psi} K_*^\# B) D_*^{-1}. \quad (4.55)$$

Підстановка результатів (4.53)-(4.55) до варіації (4.52) дозволила визначити, що

$$\delta\mathcal{E} = \frac{1}{j} \int_{-\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_* (TFD + T) D_* \delta F_* + \delta F D (D_* F_* \Gamma_* + T_*) \Gamma] ds,$$

а умова тотожної рівності цієї варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць варійованих передавальних функцій F має вигляд

$$TFD = -(T_0 + T_+)$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури стійкої дробно-раціональної матриці F – наступним чином

$$F = -\Gamma^{-1}(T_0 + T_*)D^{-1} \quad (4.56)$$

Після підстановки структури (4.56) до виразу (4.41) з урахуванням умови формування матриці A алгоритм обчислення оптимальної матриці передавальних функцій спостерігача набуває вигляду

$$G = FB_*K^\# + \Phi K^\# \quad (4.57)$$

Підстановка матриці (4.56) у функціонал (4.48) визначає його мінімальну величину ϵ_{\min} , зміну якої при зміні параметрів системи, які цікавлять розробника, можна дослідити вже за відомою процедурою.

4.3.2 Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача за умови компенсації завад вимірювань

Функціонал якості спостереження вектора вихідних сигналів об'єкта із довільністю у динаміці з урахуванням виразів (4.48) та (4.47) має вигляд

$$\hat{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr(S'_{\hat{e}\hat{e}} R) ds$$

який після підстановки матриці (4.47) представляється як

$$\begin{aligned} \hat{e} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ F \left[\theta S'_{\nu\nu} \theta_* + \theta (S'_{\varphi\nu} - S'_{\varphi\nu}) K^\#_* B + B_* K^\# (S'_{\nu\varphi} - S'_{\nu\varphi}) \theta_* + B_* K^\# (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\bar{\varphi}} + S'_{\bar{\varphi}\varphi}) K^\#_* B \right] F_* + \right. \\ & + F \left[\theta (S'_{\varphi\nu} - S'_{\varphi\nu}) + B_* K^\# (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\bar{\varphi}} - S'_{\bar{\varphi}\varphi} + S'_{\bar{\varphi}\varphi}) \right] K^\#_* \Phi_* + \Phi K^\# \left[(S'_{\nu\varphi} - S'_{\nu\varphi}) \theta_* + (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\bar{\varphi}} + S'_{\bar{\varphi}\varphi}) K^\#_* B \right] \times \\ & \left. \times F_* + \Phi K^\# (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\varphi} - S'_{\varphi\bar{\varphi}} + S'_{\bar{\varphi}\varphi}) K^\#_* \Phi_* \right] R \Big\} ds \quad (4.58) \end{aligned}$$

Задача синтезу знову ж таки полягає у тому, щоб вибором матриці дробово-раціональних функцій F , яка належить до множини фізично-реалізованих матриць, забезпечити мінімум функціоналу (4.58).

Для розв'язання поставленої задачі синтезу за методом Вінера-Колмогорова необхідно знайти першу варіацію функціоналу (4.58) та умову її тотожної рівності нулю на класі стійких і фізично реалізованих дробно-раціональних матриць F , що варіюються.

Перша варіація функціоналу (4.58), як показано в монографії [9], має вигляд

$$\delta\tilde{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(RQ\delta F_* + \delta F Q_* R) ds, \quad (4.59)$$

де Q – дробово-раціональна матриця відповідного розміру, яка дорівнює наступній сумі добутків

$$Q = F \left[\theta S'_{\psi\psi} \theta_* + \theta (S'_{\varphi\psi} - S'_{\psi\varphi}) K_*^\# B + B_* K^\# (S'_{\psi\varphi} - S'_{\varphi\psi}) \theta_* + B_* K^\# (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\psi\psi} - S'_{\psi\varphi} + S'_{\varphi\psi}) K_*^\# B \right] + \Phi K^\# \left[(S'_{\psi\psi} - S'_{\varphi\varphi}) \theta_* + (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\psi\psi} - S'_{\psi\varphi} + S'_{\varphi\psi}) K_*^\# B \right].$$

За аналогією з попередньою задачею виконано факторизації та сепарацію та отримано наступні матриці:

$$\begin{aligned} \Gamma_* \Gamma &= R, \\ DD_* &= \theta S'_{\psi\psi} \theta_* + \theta (S'_{\varphi\psi} - S'_{\psi\varphi}) K_*^\# B + B_* K^\# (S'_{\psi\varphi} - S'_{\varphi\psi}) \theta_* + B_* K^\# (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\psi\psi} - S'_{\psi\varphi} + S'_{\varphi\psi}) K_*^\# B, \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = \Gamma \Phi K^\# \left[(S'_{\psi\psi} - S'_{\varphi\varphi}) \theta_* + (S'_{\varphi\varphi} - S'_{\psi\psi} - S'_{\psi\varphi} + S'_{\varphi\psi}) K_*^\# B \right]. \end{aligned} \quad (4.60)$$

З урахуванням виразів (4.60) варіація (4.59) набуде вигляду

$$\delta\tilde{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[\Gamma_* (\Gamma \Phi D + T) D_* \delta F_* + \delta F D (D_* \Phi_* \Gamma_* + T_*) \Gamma] ds,$$

умову рівності першої варіації (4.59) нулю на класі стійких варійованих матриць передавальних функцій F слід записати так

$$\Gamma \Phi D = -(T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури дробно-раціональної стійкої матриці F визначити наступним чином

$$F = -\Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (4.61)$$

Після підстановки структури (4.61) до рівняння (4.47) з урахуванням відомої рівності

$$A = \Phi K^\#$$

Матриця передавальних функцій оптимального спостерігача в досліджуваному варіанті завдання синтезу набуде вигляду

$$G = FB_* K^\# + \Phi K^\# \quad (4.62)$$

Підстановка матриці (4.62) у функціонал (4.58) визначить його мінімальну величину, мінливість якої функції від параметрів системи, що цікавлять, можна простежити за відомою вже процедурою.

4.4. Задачі оптимального спостереження векторів детермінованих вихідних сигналів рухомого об'єкта за результатами динамічної атестації

Базові положення, що характеризують процеси спостереження вихідного стану рухомого об'єкта за даними його динамічної атестації, досить повно викладені у вступних положеннях до глави 4. Там же обговорюються і особливості ідентифікації моделей динаміки рухомого об'єкта за даними натурних випробувань його прототипів. Особливості зручних для практичного використання моделей динаміки як самих об'єктів, їх базових ланок, а також впливів і збурень в режимах функціонування об'єктів, що цікавлять, досить повно пояснені в перших трьох розділах цієї монографії. Нижче в узагальненому вигляді наведені лише деякі задачі оптимального спостереження детермінованих сигналів на виході рухомих об'єктів, які базуються на відомих з попереднього викладу фактах.

4.4.1. Задача синтезу оптимальної структури спостерігача детермінованої інформації на виході багатовимірної стійкого об'єкта, який стабілізується

Вважається, що за даними динамічної атестації та натурних випробувань розробник системи спостереження знає оцінки необхідних моделей динаміки ланок та векторів сигналів вимірювальної частини системи, яка розробляється.

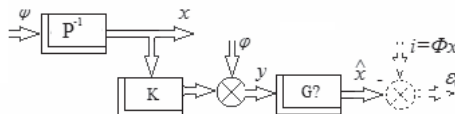


Рис. 4.5 Структурна схема системи спостереження вихідних сигналів об'єкта при детермінованих впливах

На рис. 4.5 показано: модель динаміки об'єкта, дробово-раціональна матриця P^{-1} розмірності $n \times n$ системи рівнянь (4.35), матриця передавальних функцій вимірювачів K розмірності $v \times n$, v -вимірні вектори сигналів спостереження виходу y та завад вимірювань φ , шукана матриця передавальних функцій розроблюваного спостерігача G розмірності $n \times v$, матриця передавальних функцій Φ розмірності $n \times n$ бажаного перетворення n -вимірний вектора вихідних сигналів об'єкта x , оцінка \hat{x} вектора сигналів виходу об'єкта за допомогою системи спостереження, n -вимірний вектор сигналів помилок спостереження системою вихідних сигналів об'єкта ε_0 .

Моделі динаміки векторів детермінованих сигналів доцільно подати у вигляді наступних добутків

$$\psi = \theta_\psi L_{n \times 1}, \quad y = \theta_y L_{v \times 1}, \quad \varphi = \theta_\varphi L_{v \times 1}, \quad x = P^{-1} \theta_\psi L_{n \times 1},$$

де $\theta_\psi, \theta_y, \theta_\varphi$ – діагональні матриці, складені із компонентів векторів, зазначених в індексах; $L_{n \times 1}, L_{v \times 1}$ – одиничні вектори, зазначені в індексах розмірностей.

Задача синтезу полягає у тому, щоб за заданими матрицями $P, K, \theta_\psi, \theta_\varphi$ знайти алгоритм розрахунку матриці G , при використанні якої досягається мінімальна інтегральна квадратична похибка системи (рис. 4.5).

Якщо уявити одиничний вектор $L_{v \times 1}$ як

$$L_{v \times 1} = \begin{bmatrix} E_v & O_{v \times (n-v)} \end{bmatrix} L_{n \times 1}$$

то вектор сигналів спостереження виходів вимірювачів y (рис. 4.5) можна визначити так

$$y = Kx + \varphi = \theta_{kx} L_{n \times 1} + \theta_\varphi L_{v \times 1} = (\theta_{kx} + \theta_\varphi \Omega_1) L_{n \times 1}, \quad (4.63)$$

де θ_{kx} – дробно-раціональна матриця розмірності $v \times n$, яка дорівнює

$$\theta_{kx} = KP^{-1} \theta_\psi;$$

Ω_1 – числова матриця, що має наступну структуру

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} E_v & O_{v \times (n-v)} \end{bmatrix},$$

$O_{v \times (n-v)}$ – нульова матриця розмірності $v \times (n-v)$.

Вектор оцінок вихідних сигналів об'єкта \hat{x} у такому разі набуває вигляду

$$\hat{x} = Gy = G(\theta_{kx} + \theta_{\varphi} \Omega_1) L_{n \times 1}, \quad (4.64)$$

а вектор сигналів помилок спостереження представляється так

$$\varepsilon_0 = \hat{x} - i = [G(\theta_{kx} - \theta_{\varphi} \Omega_1) - \Phi P^{-1} \theta_{\psi}] L_{n \times 1} = [G(\theta_{kx} - \theta_{\varphi} \Omega_1) - \Phi Q] L_{n \times 1}, \quad (4.65)$$

де

$$Q = P^{-1} \theta_{\psi}.$$

Функціонал якості спостереження виходів об'єкта в розглянутій задачі має такий вигляд

$$I_0 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\varepsilon_0 \varepsilon_0^* R) ds \quad (4.66)$$

Після підстановки виразу (4.60) у функціонал (4.66) останній має бути переписаний у вигляді

$$I_0 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [G(\theta_{kx} + \theta_{\varphi} \Omega_1) - \Phi Q] L_n [(\theta_{kx}^* + \Omega_{1\varphi} \theta_{\varphi}^*) G_* - Q_* \Phi_*] R \} ds, \quad (4.67)$$

де L_n – матриця розмірності $n \times n$, всі елементи якої дорівнюють одиниці.

Для розв'язання задачі синтезу оптимальної структури спостерігача в системі (рис. 4.5) методом Вінера-Колмогорова, слід визначити першу варіацію функціоналу (4.67) і умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій G . Перша варіація функціоналу (4.67) дорівнює:

$$\begin{aligned} \delta I_0 = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ R [G(\theta_{kx} + \theta_{\varphi} \Omega_1) - \Phi Q] L_n (\theta_{kx}^* + \Omega_{1\varphi} \theta_{\varphi}^*) \delta G_* + \\ & + \delta G(\theta_{kx} + \theta_{\varphi} \Omega_1) L_n [(\theta_{kx}^* + \Omega_{1\varphi} \theta_{\varphi}^*) G_* - Q_* \Phi_*] R \} ds. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Якщо дослідження динаміки матриці D_0 , яка дорівнює сумі

$$D_0 = \theta_{kx} + \theta_{\varphi} \Omega_1,$$

дозволить зробити висновок про відсутність нестійких полюсів у її елементах, а також вірним є твердження про стійкість елементів псевдозворотної матриці $D_0^\#$, то для визначення умови її тотожного дорівнювання нулю необхідно за аналогією з попередніми розділами виконати наступні дії:

$$\Gamma_* \Gamma = R, \quad D_0 L_n D_{0*} = (\theta_{kx} + \theta_{\varphi} \Omega_1) L_n (\theta_{kx*} + \theta_{\varphi*} \Omega_1^*), \quad T_0 = T_{00} + T_{0+} + T_{0-} = \Gamma \Phi Q \quad (4.69)$$

та знайти матриці Γ , D_0 та T_0 .

З урахуванням виразів (4.69) варіацію (4.68) слід перетворити на форму

$$\delta J_0 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma G D_0 - T_0) L_n D_{0*} \delta G_* + \delta G D_0 L_n (D_{0*} G_* \Gamma_* - T_{0*}) \Gamma] ds$$

а умову тотожної рівності її нулю на певному класі матриць G визначити так

$$\Gamma G D_0 = T_{00} + T_{0+}$$

Отже, алгоритм синтезу оптимальної структури спостерігача у системі визначається рівнянням:

$$G = \Gamma^{-1} (T_{00} + T_{0+}) D^\# \quad (4.70)$$

де символ $\#$ - знак псевдообігу матриць.

Підстановка матриці передавальних функцій (4.70) у функціонал (4.67) дозволяє визначити його мінімальну величину $J_{0\min}$ та досліджувати її мінливість відомими процедурами аналізу.

Слід зазначити, що у загальному випадку псевдообіг матриці процес неоднозначний. Один із прийомів зручного визначення псевдозворотної матриці буде показаний у прикладі синтезу оптимальної структури спостерігача детермінованої інформації виходів об'єкта (пункт 4.4.4).

4.4.2 Задача синтезу оптимальної структури спостерігача детермінованих сигналів виходу об'єкта з довільністю у динаміці

При вирішенні даної задачі покладається, що розробнику системи спостереження вже відомі оцінки моделей динаміки як самого об'єкта і діючого на нього в режимі функціонування вектора детермінованих сигналів, так і оцінки моделей динаміки спостережних векторів сигналів виходів вимірювача в цікавлячому режимі роботи об'єкта і використовуваного вимірювального пристрою. Структурна схема досліджуваної системи спостереження має вигляд аналогічний рис. 4.5. Як і раніше в задачі спостереження (пункт 4.4.1) вектор сигналів керування рухом об'єкта u

вважається нульовим, а вектор сигналів виходу об'єкта приймається таким, що дорівнює

$$x = P^{-1}\psi,$$

де ψ - n -вимірний вектор детермінованих впливів на об'єкт керування. Як і в попередньому пункті K – матриця передавальних функцій вимірювача розмірності $v \times n$, шукана матриця передавальних функцій спостерігача G розмірності $n \times v$, матриця бажаних спостережень вектора сигналів Φ розмірності $n \times n$. Крім того, на структурній схемі показані v -вимірні детерміновані вектори спостереження y і завад вимірювання φ , n -вимірний вектор сигналів оцінювання виходу об'єкта за результатами спостереження \hat{x} , n -мірні вектори бажаних сигналів спостереження i та помилок спостереження ε .

Скориставшись поданням моделей векторів сигналів x , y , ψ , φ та перетвореннями (4.63)-(4.65), доцільно визначити вектор сигналів оцінок виходів об'єкта у вигляді

$$\hat{x} = Gy = G(\theta_{kx} + \theta_{\varphi}\Omega_1)L_{n \times 1}, \quad (4.71)$$

а вектор помилок спостереження так

$$\varepsilon = \hat{x} - i = [G(\theta_{kx} - \theta_{\varphi}\Omega_1) - \Phi P^{-1}\theta_{\varphi}]L_{n \times 1} = [G(\theta_{kx} - \theta_{\varphi}\Omega_1) - \Phi Q]L_{n \times 1}. \quad (4.72)$$

Якщо об'єкт керування має довільність у динаміці, а саме частина його полюсів нестійка, тобто

$$P^{-1} = P_+^{-1} + P_-^{-1}$$

де символ «+» свідчить про стійку, а символ «-» - на нестійку частини моделі динаміки об'єкта, то потрібні істотні зміни у рівняннях (4.71), (4.72). У цьому випадку добуток матриць KP^{-1} зручно уявити так:

$$KP^{-1} = KP_+^{-1} + B_*^{-1}N, \quad (4.73)$$

де B_*^{-1} – діагональна матриця, отримана внаслідок лівостороннього видалення нестійких полюсів добутку KP^{-1}

$$B_*^{-1}N = KP_-^{-1}$$

N – дробово-раціональна матриця, елементи якої містять лише стійкі полюси.
 З урахуванням прийнятих позначень вектор \hat{x} сигналів оцінок спостереження (4.71) набуде вигляду

$$\hat{x} = \hat{x}_+ + \hat{x}_- = G \left[(\theta_{kx}^+ + \theta_{\varphi} \Omega_1) + B_*^{-1} Q_{kx} \right], \quad (4.74)$$

де θ_{kx}^+ , Q_{kx} – дробово-раціональні матриці, які знайдені за допомогою співвідношень

$$\theta_{kx}^+ = K P_v^{-1} \theta_v; \quad Q_{kx} = N \theta_v.$$

Доцільно також подати матрицю G так:

$$G = F B_* + A, \quad (4.75)$$

де F – варійована матриця передавальних функцій, A – службова матриця, яка відповідним чином призначається при складанні вектора сигналів помилок спостереження ε .

Вектор бажаних сигналів спостереження i слід записати як

$$i = \Phi x = \Phi K^{\#} (\theta_{kx}^+ + B_*^{-1} Q_{kx}) L_{n \times 1}. \quad (4.76)$$

З урахуванням виразів (4.69), (4.75) і (4.76) вектор сигналів помилок спостереження в задачі синтезу, що розглядається, буде мати вигляд

$$\varepsilon = [F B_* (\theta_{kx}^+ + \theta_{\varphi} \Omega_1) + F Q_{kx} + A (\theta_{kx}^+ + \theta_{\varphi} \Omega_1) + A B_*^{-1} Q_{kx} - \Phi K^{\#} (\theta_{kx}^+ + B_*^{-1} Q_{kx})] L_{n \times 1}. \quad (4.77)$$

Якщо у виразі (4.77) вільно обираємо матрицю A визначити як

$$A = \Phi K^{\#}$$

то вектор вже стійких сигналів помилок спостереження має бути переписаний наступним чином

$$\varepsilon = \left\{ F [B_* (\theta_{kx}^+ + \theta_{\varphi} \Omega_1) + Q_{kx}] + \Phi K^{\#} \theta_{\varphi} \Omega_1 \right\} L_{n \times 1}. \quad (4.78)$$

Очевидно, що функціонал якості (точності) спостереження вихідних координат об'єкта в задачі синтезу оптимальної структури спостерігача, що розглядається, має вигляд

$$I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\varepsilon \varepsilon^* R) ds, \quad (4.79)$$

де R - призначається розробником та є позитивно визначеною ваговою матрицею розмірності $n \times n$. Після підстановки вектора (4.78) до функціоналу (4.79) останній можна переписати у вигляді

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ [FB_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx} + \Phi K^\# \theta_\varphi \Omega_1] L_n [(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\varphi*}) B F_* + \underline{Q}_{kx*} F_* + \Omega_{1*} \theta_{\varphi*} K_*^\# \Phi_*] R \right\} ds = \\
 &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ F [B_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx}] L_n [(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\varphi*}) B + \underline{Q}_{kx*}] F_* R + F [B_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx}] L_n \Omega_{1*} \theta_{\varphi*} \times \right. \\
 &\quad \left. \times K_*^\# \Phi_* R + \Phi K^\# \theta_\varphi \Omega_1 L_n [(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\varphi*}) B + \underline{Q}_{kx*}] F_* R + \Phi K^\# \theta_\varphi \Omega_1 L_n \Omega_{1*} \theta_{\varphi*} K_*^\# \Phi_* R \right\} ds
 \end{aligned} \tag{4.80}$$

Алгоритм пошуку варійованої матриці F необхідно знаходити методом Вінера-Колмогорова, тобто, визначити першу варіацію функціоналу (4.80) за функцією F та умову її тотожної рівності нулю. Перша варіація функціоналу (4.80) дорівнює

$$\begin{aligned}
 \delta I &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ R \left[F [B_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx}] L_n [(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\varphi*}) B + \underline{Q}_{kx*}] + \Phi K^\# \theta_\varphi \Omega_1 L_n [(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\varphi*}) B + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \underline{Q}_{kx*} \right] \delta F_* + \delta F [B_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx}] L_n [(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\varphi*}) B + \underline{Q}_{kx*}] F_* + [B_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx}] L_n \Omega_{1*} \theta_{\varphi*} \times \right. \\
 &\quad \left. \times K_*^\# \Phi_* \right\} ds
 \end{aligned} \tag{4.81}$$

Позначимо

$$\Gamma_* \Gamma = R, \quad DLD_* = [B_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx}] L_n [(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\varphi*}) B + \underline{Q}_{kx*}] \tag{4.82}$$

В умовах, коли компоненти векторів ψ і φ є обмеженими детермінованими функціями, а матриці Ω_1 , B_* , θ_{kx}^+ , \underline{Q}_{kx} сформовані відповідно до виразів (4.78) та (4.79), полюси матриці

$$V = B_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx}$$

є стійкими. Якщо полюси елементів псевдо оберненої матриці $V^\#$ також стійкі, можна виразити матриці D і L з рівняння (4.82) як

$$D = B_*(\theta_{kx}^+ + \theta_\varphi \Omega_1) + \underline{Q}_{kx}, \quad L = L_n \tag{4.83}$$

Якщо при цьому ввести здійснити таку сепарацію

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma \Phi K^\# \theta_\varphi \Omega_1, \tag{4.84}$$

то варіацію (4.81) слід переписати так

$$\delta I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (IFD + T) L_n D_* \delta F_* + \delta F D L_n (\Gamma_* F_* D_* + T_*) \Gamma] ds.$$

Таким чином, умова тотожної рівності нулю першої варіації функціоналу (4.80) на класі стійких і фізично реалізованих матриць F має вигляд

$$IFD = -(T_0 + T_+)$$

а алгоритм синтезу структури оптимальної матриці, що варіюється, зводиться до знаходження добутку

$$F = -\Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^\# \quad (4.85)$$

Підстановка структури (4.85) і значення допоможної матриці A у вираз (4.75) визначить оптимальну матрицю передавальних функцій спостерігача G так

$$G = FB_* + \Phi K^\# \quad (4.86)$$

Підстановка матриці (4.85) у функціонал (4.80) визначає його мінімальне значення I_{\min} . Розробник системи за допомогою вже відомої процедури може досліджувати мінливість величини I_{\min} у реальних динамічних умовах зміни параметрів системи спостереження, що цікавлять, і сигналів, що діють у її трактах.

4.4.3 Задача синтезу оптимальної структури спостерігача вектору детермінованих сигналів на виході об'єкта з довільністю у динаміці за умови компенсації завод вимірювань

Задача синтезу, яка підлягає вирішенню, мало чим відрізняється від задачі, розглянутої в пункті 4.4.2. Відмінність задачі полягає в тому, що замість вектора сигналів детермінованих завод вимірювань φ на вході спостерігача діє близький до нуля різницевий вектор сигналів завод вимірювань Δ

$$\Delta = \varphi - \hat{\varphi}$$

Процедура введення в дію компенсаційного вектору завод $\hat{\varphi}$ не відрізняється від розглянутої в пункті 4.3.2.

Структурна схема системи спостереження вектора детермінованих сигналів на виході об'єкта з довільністю у динаміці за умови компенсації завад представлена на рисунку 4.6. На цій схемі збережені усі основні позначення, введені раніше. Нехай як і в попередній задачі матриця P^{-1} представлена у вигляді суми

$$P^{-1} = P_+^{-1} + P_-^{-1}$$

тобто об'єкт має стійку P_+^{-1} та нестійку P_-^{-1} частини, а добуток матриць KP^{-1} представлено у вигляді суми

$$KP^{-1} = KP_+^{-1} + B_*^{-1}N \quad (4.87)$$

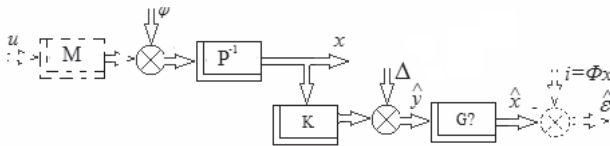


Рис. 4.6 Структурна схема спостереження вихідної детермінованої інформації об'єкта з компенсацією завад вимірювань

Представивши вектор Δ як добуток двох матриць

$$\Delta = \theta_A L_{v \times 1}$$

та враховуючи позначення (4.72) та (4.74), вектор оцінок спостереження вихідних сигналів об'єкта \hat{x} (рис. 4.6) слід записати так

$$\hat{x} = G\hat{y} = G[(\theta_{kx}^+ + \theta_A \Omega_1) + B_*^{-1}Q_{kx}]L_{n \times 1} = \hat{x}_+ + \hat{x}_- \quad (4.88)$$

Вектор бажаних сигналів спостереження i , як і раніше, слід визначити виразом (4.76), а шукану структуру матриці передавальних функцій спостерігача G формулою (4.75).

З урахуванням виразів (4.75), (4.76) і (4.88) вектор сигналів помилок спостереження $\hat{\varepsilon}$ в задачі синтезу структури G матиме вигляд

$$\hat{\varepsilon} = \hat{x} - i = [FB_*(\theta_{kx}^+ + \theta_A \Omega_1) + FQ_{kx} + A(\theta_{kx}^+ + \theta_A \Omega_1) + AB_*^{-1}Q_{kx} - \Phi K^* (\theta_{kx}^+ + B_*^{-1}Q_{kx})]L_{n \times 1} \quad (4.89)$$

Якщо у виразі (4.89) вільно варійовану матрицю A подати як добуток

$$A = \Phi K^{\#}$$

то вектор вже обмежених сигналів помилок спостереження має бути представлений у вигляді

$$\widehat{\varepsilon} = \left\{ F \left[B_* (\theta_{kx}^+ + \theta_{\Delta} \Omega_1) + Q_{kx} \right] + \Phi K^{\#} \theta_{\Delta} \Omega_1 \right\} L_{n \times 1} \quad (4.90)$$

Функціонал якості спостереження вектора вихідних сигналів об'єкта в даному випадку має вигляд

$$I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\widehat{\varepsilon} \widehat{\varepsilon}^* R) ds \quad (4.91)$$

який аналогічний функціоналу (4.79).

Після підстановки вектора (4.90) у вираз (4.91) останє стає таким

$$I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ \left\{ F \left[B_* (\theta_{kx}^+ + \theta_{\Delta} \Omega_1) + Q_{kx} \right] L_n \left[(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\Delta*}) B + Q_{kx*} \right] F_* + F \left[B_* (\theta_{kx}^+ + \theta_{\Delta} \Omega_1) + Q_{kx} \right] L_n \Omega_{1*} \theta_{\Delta*} K_*^{\#} \Phi_* + \right. \right. \\ \left. \left. + \Phi K^{\#} \theta_{\Delta} \Omega_1 L_n \left[(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\Delta*}) B + Q_{kx*} \right] F_* + \Phi K^{\#} \theta_{\Delta} \Omega_1 L_n \Omega_{1*} \theta_{\Delta*} K_*^{\#} \Phi_* \right\} R \right\} ds \quad (4.92)$$

Оскільки функціонал (4.92) визначено в частотній області, то для обґрунтування алгоритму пошуку оптимальної матриці функцій F , що варіюються, доцільно використовувати метод Вінера-Колмогорова. Відповідно до цього методу необхідно визначити першу варіацію цього функціоналу F , а потім сформулювати умову тотожної рівності нулю цієї варіації на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій F .

Перша варіація функціоналу (4.92) має вигляд

$$\delta I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ R \left\{ F \left[B_* (\theta_{kx}^+ + \theta_{\Delta} \Omega_1) + Q_{kx} \right] L_n \left[(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\Delta*}) B + Q_{kx*} \right] + \Phi K^{\#} \theta_{\Delta} \Omega_1 L_n \left[(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\Delta*}) B + Q_{kx*} \right] \right\} \times \right. \\ \times \delta F_* + \delta F \left\{ B_* (\theta_{kx}^+ + \theta_{\Delta} \Omega_1) + Q_{kx} \right\} L_n \left[(\theta_{kx}^+ + \Omega_{1*} \theta_{\Delta*}) B + Q_{kx*} \right] F_* + \left[B_* (\theta_{kx}^+ + \theta_{\Delta} \Omega_1) + \right. \\ \left. + Q_{kx} \right] L_n \Omega_{1*} \theta_{\Delta*} \Phi_* \left. \right\} R \right\} ds \quad (4.93)$$

В умовах, коли компоненти векторів ψ і Δ є обмеженими детермінованими функціями, а матриці Ω_1 , B_* , θ_{kx}^+ , Q_{kx} сформовані відповідно до виразів (4.63), (4.73) та (4.74), полюси матриці

$$V = B_s(\theta_{kx}^+ + \theta_{\varphi} \Omega_1) + Q_{kx}$$

є стійкими. Якщо полюси елементів псевдооборотної матриці $V^{\#}$ також стійкі, доцільно ввести такі позначення:

$$\Gamma_* \Gamma = R; \quad D = V; \quad T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma \Phi K^{\#} \theta_{\Delta} \Omega_1. \quad (4.94)$$

З урахуванням позначень (4.94) варіація (4.93) матиме вигляд

$$\delta \mathcal{I} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr[\Gamma_* (\Gamma F D + T) L_n D_* \delta F_* + \delta F D L_n (D_* F_* \Gamma_* + T_*) \Gamma] ds$$

умова тотожної рівності варіації (4.93) нулю, визначену на класі стійких і фізично реалізованих матриць, що варіюються, буде представлено рівнянням:

$$\Gamma F D = -(T_0 + T_+)$$

а алгоритм синтезу оптимальної матриці F має бути виражений формулою

$$F = -\Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{\#}. \quad (4.95)$$

Підстановка дробово-раціональної матриці (4.95) у функціонал (4.92) визначає його мінімальне значення I_{\min} , а вираз (4.75) визначає наступний алгоритм синтезу оптимальної структури спостерігача:

$$G = F B_* + \Phi K^{\#}. \quad (4.96)$$

При необхідності розробник системи спостереження може досліджувати мінливість величини I_{\min} при зміні параметрів створюваної системи, що цікавлять його, у можливих діапазонах.

4.4.4 Приклад синтезу оптимальної структури спостерігача вектора детермінованих вихідних сигналів стійкого об'єкта

Припустимо, що задані структурна схема стійкого об'єкта керування зі спостерігачем, аналогічна рис. 4.5 та відомі наступні моделі динаміки її елементів: об'єкт керування

$$P = \begin{bmatrix} T_1 s + 1 & 0 \\ 0 & T_2 s + 1 \end{bmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_1 s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_2 s + 1} \end{bmatrix},$$

вимірювальний пристрій

$$K = \left[\begin{array}{cc} \frac{k_1}{\mu_1 s + 1} & \frac{k_2}{\mu_2 s + 1} \end{array} \right],$$

зображення Лапласа вектора збурення, що діє на вході об'єкта

$$\psi = \left[\begin{array}{c} \frac{a_1}{\tau_1 s + 1} \\ \frac{a_2}{\tau_2 s + 1} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} \frac{a_1}{\tau_1 s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{a_2}{\tau_2 s + 1} \end{array} \right] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

зображення Лапласа завад вимірювань, які виникають на виході вимірювачів

$$\varphi = \frac{b}{\eta s + 1}$$

матриця бажаних перетворень вихідних сигналів об'єкта

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ваговий коефіцієнт $R=1$.

Необхідно знайти матрицю передатних функцій спостерігача G , при якому показник якості (4.80) досягає мінімуму.

Для вирішення задачі використовуємо співвідношення (4.63), (4.65), (4.69), (4.70). Підстановка початкових даних у рівняння (4.63), (4.65) дозволяє знайти допоміжні матриці Ω_1 , θ_{kx} и Q

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \theta_{kx} = \left[\begin{array}{cc} \frac{k_1 a_1}{(\mu_1 s + 1)(T_1 s + 1)(\tau_1 s + 1)} & \frac{k_2 a_2}{(\mu_2 s + 1)(T_2 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \end{array} \right];$$

$$Q = \left[\begin{array}{cc} \frac{a_1}{(T_1 s + 1)(\tau_1 s + 1)} & 0 \\ 0 & \frac{a_2}{(T_2 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \end{array} \right].$$

Отримані таким чином матриці дозволяють записати наступне подання вектора D_0 з рівняння (4.69):

$$D_0 = \left[\begin{array}{cc} \frac{l_3 s^3 + l_2 s^2 + l_1 s + l_0}{(T_1 s + 1)(\tau_1 s + 1)(\mu_1 s + 1)(\eta s + 1)} & \frac{k_2 a_2}{(T_2 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\mu_2 s + 1)} \end{array} \right], \quad (4.97)$$

де

$$l_3 = b\tau\mu_1 T_1; \quad l_2 = b(\tau T_1 + \mu_1 T_1 + \mu_1 \tau_1); \quad l_1 = b(\tau_1 + \mu_1 + T_1) + a_1 k_1 \eta; \quad l_0 = b + a_1 k_1.$$

Знаходження псевдооборотної матриці $D_0^\#$ представляє серйозні труднощі і може виявитися лише наближеним та неоднозначним. У цьому прикладі пропонується наступний прийом пошуку $D_0^\#$. Очевидно, що псевдообернена матриця повинна задовольняти умову [30]

$$D_0 D_0^\# = 1,$$

тому її структура повинна мати такой вигляд

$$D_0^\# = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix},$$

де ξ_1, ξ_2 – поліноми відповідної степені. Таким чином, неважко впевнитися, що

$$\xi_1 = 0.5 \frac{(T_1 s + 1)(\tau_1 s + 1)(\mu_1 s + 1)(\eta s + 1)}{l_3 s^3 + l_2 s^2 + l_1 s + l_0}, \quad \xi_2 = 0.5 \frac{(T_2 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\mu_2 s + 1)}{k_2 a_2}. \quad (4.98)$$

Розгляд виразу (4.97) показав, що при позитивних постійних часу нестійкі полюси в елементах матриці D_0 відсутні. Елемент ξ_2 матриці $D_0^\#$ також не має полюсів у правій напівплощині комплексної змінної s . Скориставшись критерієм стійкості Гурвіца, отримано таку умову відсутності нестійких полюсів у дробно-раціональній функції ξ_1

$$\left[(\mu_1 + T_1 + \tau_1) b^2 \mu_1 + b^2 T_1 \tau_1 \right] (T_1 + \tau_1) + b \mu_1 k_1 a_1 (T_1 \eta + \tau_1 \eta - T_1 \tau_1) + b T_1 \tau_1 k_1 a_1 \eta > 0.$$

Підстановка отриманих даних у формулу (4.84) дозволила знайти вираз для матриці T_0

$$T_0 = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{(T_1 s + 1)(\tau_1 s + 1)} & 0 \\ 0 & \frac{a_2}{(T_2 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \end{bmatrix}. \quad (4.99)$$

Оскільки всі полюси елементів матриці (4.99) знаходяться в лівій напівплощині комплексної змінної s , то як відомо з [9] результат сепарації дорівнює

$$T_{00} + T_{0+} = T_0. \quad (4.100)$$

Враховуючи отримані матриці (4.97)-(4.100) та використовуючи співвідношення (4.85) рішення поставленої задачі: матриці передавальних функцій спостерігача представляються як

$$G = 0.5 \left[\frac{a_1(\mu_1 s + 1)(\eta s + 1)}{l_3 s^3 + l_2 s^2 + l_1 s + l_0} \frac{(\mu_2 s + 1)}{k_2} \right]. \quad (4.101)$$

Підстановка матриці передавальних функцій (4.101) у функціонал (4.92) дозволяє визначити його мінімальну величину та дослідити її зміну за відомою методикою.

РОЗДІЛ 5 СТРУКТУРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЛІНЕАРИЗОВАНИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ БАГАТОВИМІРНИХ ОБ'ЄКТІВ КЕРУВАННЯ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ВЕКТОРІВ ВИПАДКОВИХ СТАЦІОНАРНИХ СИГНАЛІВ «ВХІД-ВИХІД»

Як відомо, наприклад [1, 7, 9, 11, 18] створення оптимальних стабілізованих рухомих комплексів різного призначення має базуватися на сучасних методах синтезу оптимальних керованих систем. Але лише наявності відповідного методу недостатньо для вирішення зазначених завдань. Необхідна по можливості більш повна інформація про реальні динамічні характеристики, як самих об'єктів керування, так і про моделі динаміки впливів, сигналів і перешкод, що мають місце в досліджуваному контурі керування в кожному режимі його роботи.

Крім того, потрібно призначити бажані виходи системи керування (стабілізації) і однозначно визначитися з вибором критеріїв якості роботи всієї системита окремих її ланок. Вся ця інформація має бути підготовлена до початку динамічного проектування [7] оптимальної системи. Знання моделей динаміки заданої частини синтезованої системи, сигналів і перешкод, що діють в реальних режимах її роботи, є визначальним моментом ефективного проведення етапу динамічного проектування стабілізованого рухомого комплексу. Більш точним знанням сприяє систематичне накопичення інформації про моделі динаміки системи та її елементів, отриманих в результаті виконання ідентифікації.

Ідентифікація моделей динаміки багатовимірних рухомих об'єктів можлива за наявності відповідних алгоритмів технологій ідентифікації, особливо структурної. Результати ідентифікації існуючих рухомих об'єктів у штатних режимах їхнього функціонування могли б скласти вичерпну інформацію для ефективного проведення синтезу нових та оптимальної корекції існуючих комплексів керування не тільки рухомими об'єктами, але й іншими багатовимірними технологічними об'єктами.

5.1 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого рухомого об'єкта за даними «ідеальних» спостережень векторів сигналів його входів і виходів при незалежності векторів керування та збурення

Припустимо, що на входах структурної схеми системи ідентифікації динаміки багатовимірного стійкого лінійного об'єкта ідентифікації **OI** (рис. 5.1) діє вектор управлень u розмірності $m \times 1$ та вектор «білих» шумів Δ розмірності $n \times 1$. Дія цих векторів вхідних сигналів викликає зміну вектору вихідних координат об'єкта x розмірності $n \times 1$.

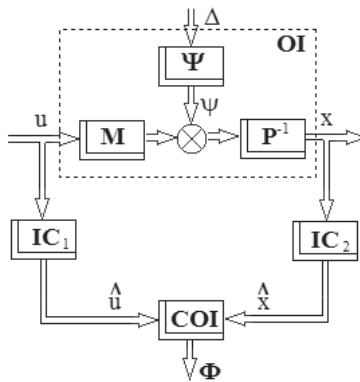


Рис.5.1 Структурна схема «ідеально» рухомого об'єкта, що спостерігається

Зв'язок між векторами u , Δ , x , як і раніше, описується наступною системою звичайних лінійних диференціальних рівнянь перетворених за Фур'є при нульових початкових умовах

$$Px = Mu + \psi = Mu + \Psi\Delta, \quad (5.1)$$

де $\psi = \Psi\Delta$ - вектор неконтрольованих випадкових впливів на об'єкт керування, Ψ - матриця розмірності $n \times n$, що формує вектор ψ з вектора «білих» шумів Δ . Вектор управлень та вектор вихідних координат подаються на входи ідеальних спостерігачів **IC**₁ та **IC**₂ відповідно. Вони формують вектори оцінок \hat{u} та \hat{x} компонентів векторів u та x . Отримані таким чином оцінки діють на входах системи обробки інформації **COI**. **COI** призначена для

ідентифікації матриць передавальних функцій **OI** від вектору сигналів управління до вектору вихідних координат

$$\Phi_{11} = P^{-1}M$$

та від вектору білих шумів до вектору вихідних координат

$$\Phi_{12} = P^{-1}\Psi.$$

Отже на виході **COI** формується матриця ідентифікованих передавальних функцій **\Phi** (рис. 5.1) вигляду

$$\Phi = (\Phi_{11} \quad \Phi_{12}).$$

Якщо прийняти до уваги наведене вище та визначити розширений вектор вхідних сигналів системи ідентифікації *f* як

$$f = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \Delta \end{pmatrix},$$

то рівняння (5.1) можливо переписати у вигляді

$$x = (P^{-1}M, P^{-1}\Psi)f = \Phi f, \quad (5.2)$$

а вектор помилок ідентифікації визначити так

$$\varepsilon = x - \hat{x} = \Phi f - \hat{x}, \quad (5.3)$$

Якість роботи системи ідентифікації (рис. 5.1) можливо оцінити за дисперсією вектору (5.3), яка у частотній області визначається наступним виразом [Блох]

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon\varepsilon} R) ds, \quad (5.4)$$

де $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ - це транспонована матриця спектральних щільностей вектора помилок ε . Згідно з теоремою Вінера-Хінчина транспонована матриця $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ матиме вигляд

$$S'_{\varepsilon\varepsilon} = \Phi S'_{ff} \Phi_* - \Phi S'_{xf} - S'_{fx} \Phi_* + S'_{xx} \quad (5.5)$$

В такому разі, завдання структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого рухомого об'єкта за даними «ідеальних» спостережень векторів сигналів його входів і виходів полягає у тому, щоб сформулювати таке правило визначення елементів матриці Φ , при використанні якого показник якості (5.4) стає мінімальним.

У функціоналі (5.4) матриця R вагова, позитивно визначена; матриця S'_{ff} з урахуванням умови некорельованості векторів u і Δ буде дорівнювати

$$S'_{ff} = \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{pmatrix}; \quad (5.6)$$

А матриці $S'_{\hat{x}f}$ і $S'_{f\hat{x}}$ повинні мати вид

$$S'_{\hat{x}f} = \begin{pmatrix} S'_{\hat{x}\hat{u}} \\ S'_{\hat{x}\Delta} \end{pmatrix}, \quad S'_{f\hat{x}} = (S'_{\hat{u}\hat{x}}, S'_{\Delta\hat{x}}). \quad (5.7)$$

Підставивши матрицю (5.5) у рівняння (5.4) та враховуючи вирази (5.6) та (5.7), показник якості ідентифікації (5.4) представлено у вигляді функціоналу

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(\Phi S'_{ff} \Phi_* - \Phi S'_{\hat{x}f} - S'_{f\hat{x}} \Phi_* + S'_{\hat{x}\Delta}) R] ds. \quad (5.8)$$

Завдання ідентифікації структури Φ доцільно вирішувати методом Вінера-Колмогорова. Відповідно до цього методу необхідно визначити першу варіацію функціоналу (5.8) та умову тотожної рівності варіації нулю на класі стійких разом з оберненими матриць Φ . Перша варіація функціоналу (5.8) має вигляд

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [R(\Phi S'_{ff} - S'_{f\hat{x}}) \delta \Phi_* + \delta \Phi (S'_{ff} \Phi_* - S'_{\hat{x}f}) R] ds \quad (5.9)$$

За аналогією з попередніми розділами введені наступні позначення

$$\Gamma_* \Gamma = R; \quad DD_* = S'_{ff}; \quad T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma S'_{f\hat{x}} D_*^{-1}. \quad (5.10)$$

Враховуючи позначення (5.10) варіацію (5.9) приведено до вигляду

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma \Phi D - T) D_* \delta \Phi_* + \delta \Phi D (D_* \Phi_* \Gamma_* - T_*) \Gamma] ds.$$

Отже, умова тотожної рівності варіації (5.9) нулю зведена до виконання рівняння

$$\Gamma \Phi D = (T_0 + T_+),$$

а правило ідентифікації структури матриці Φ полягає у знаходженні такого добутку:

$$\hat{\Phi} = \Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (5.11)$$

У виразах (5.10), (5.11), як і раніше, використані символи операцій факторизації та сепарації матриць спектральних щільностей.

Таким чином, поставлене у розділі завдання структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого рухомого об'єкта за даними «ідеальних» спостережень векторів сигналів його входів і виходів при незалежності векторів керування та збурення розв'язане повністю.

5.2 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки рухомого об'єкта при «покращеному» спостереженні векторів сигналів «вхід-вихід»

Нехай «покрашені» спостереження відрізняються від спостережень, описаних у розділі 5.1, лише урахуванням вимірюваних перешкод при спостереженні кожного з векторів сигналів, що цікавлять. Ця відмінність відображена на рис. 5.2 введенням векторів оцінок перешкод $\hat{\phi}_1$ та $\hat{\phi}_2$.

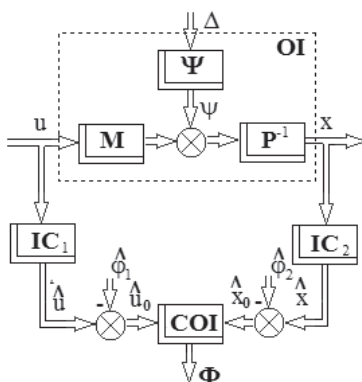


Рис. 5.2. Структурна схема системи при «покрашених» спостереженнях

Як і раніше, рух об'єкта описується рівняннями (5.2), де вектор f має вигляд

$$f = \begin{pmatrix} \hat{u} - \hat{\varphi}_1 \\ \Delta \end{pmatrix},$$

оцінки векторів сигналів керування \hat{u}_0 та вихідних координат об'єкта \hat{x}_0 дорівнюють

$$\hat{u}_0 = \hat{u} - \hat{\varphi}_1, \hat{x}_0 = \hat{x} - \hat{\varphi}_2, \quad (5.12)$$

а вектор сигналів помилок ідентифікації моделі динаміки об'єкта ε_0 представлено як

$$\varepsilon_0 = x - \hat{x}_0 = \Phi \begin{pmatrix} \hat{u} - \hat{\varphi}_1 \\ \Delta \end{pmatrix} - (\hat{x} - \hat{\varphi}_2). \quad (5.13)$$

За теоремою Вінера-Хінчина транспонована матриця спектральних щільностей вектора ε_0 , матиме вигляд

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0} = & \Phi \begin{bmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{bmatrix} \Phi_* - \\ & - \Phi \begin{bmatrix} S'_{\hat{x}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_2\hat{u}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\varphi}_1} \\ O_{n \times n} \end{bmatrix} - [S'_{\hat{u}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{x}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_2}, O_{n \times n}] \Phi_* + \\ & + (S'_{\hat{x}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_2\hat{x}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\varphi}_2}); \end{aligned} \quad (5.14)$$

Функціонал якості ідентифікації структури Φ у розглянутому завданні буде

$$e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0} R) ds.$$

Після підстановки в цей функціонал матриці (5.14) останній набуває вигляду

$$\begin{aligned} e_0 = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(\left\{ \Phi \begin{bmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{bmatrix} \Phi_* - \right. \right. \right. \\ & - \Phi \begin{bmatrix} S'_{\hat{x}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_2\hat{u}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\varphi}_1} \\ O_{n \times n} \end{bmatrix} - [S'_{\hat{u}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{x}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_2}, O_{n \times n}] \Phi_* + \\ & \left. \left. \left. + (S'_{\hat{x}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_2\hat{x}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\varphi}_2}) \right\} R \right) \right) ds. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Завдання ідентифікації співпадає з завданням, що визначене у підрозділі 5.1 із зміною показника якості на функціонал (5.15).

Для розв'язання завдання методом Вінера-Колмогорова, спочатку визначено першу варіацію функціоналу (5.15), а потім умова тотожної рівності варіації нулю на класі стійких разом з оберненими матриць Φ . Перша варіація функціоналу (5.15) має вигляд

$$\begin{aligned} \delta e_0 = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ R \left[\Phi \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{pmatrix} - (S'_{\hat{u}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{x}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_2}, O_{n \times n} \right) \delta \Phi_* + \delta \Phi \left[\begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{pmatrix} \Phi_* - \right. \right. \\ & \left. \left. \begin{pmatrix} S'_{\hat{x}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_2\hat{u}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\varphi}_1} \end{pmatrix} \right] R \right\} ds \end{aligned} \quad (5.16)$$

Введення позначень

$$\begin{aligned} \Gamma_* \Gamma = R; D_0 D_{0*} = & \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{pmatrix}; \\ T_0 = T_{00} + T_{0+} + T_{0-} = & \Gamma (S'_{\hat{u}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{x}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_2}, O_{n \times n}) D_{0*}^{-1}, \end{aligned} \quad (5.17)$$

дозволяє переписати варіацію (5.16) як

$$\delta e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma \Phi D_0 - T_0) D_{0*} \delta \Phi_* + \delta \Phi D_0 (D_{0*} \Phi_* \Gamma_* - T_{0*}) \Gamma] ds,$$

тому умова тотожної рівності цієї варіації визначена у вигляді наступного рівняння:

$$\Gamma \Phi D_0 = T_{00} + T_{0+}.$$

Розв'язок цього рівняння складає алгоритм та правило ідентифікації матриці передавальних функцій Φ у вигляді

$$\Phi = \Gamma^{-1} (T_{00} + T_{0+}) D_0^{-1}. \quad (5.18)$$

Таким чином, поставлене вище завдання структурної ідентифікації моделей динаміки рухомого об'єкта при «покрашеному» спостереженні векторів сигналів «вхід-вихід» вирішено повністю.

5.3 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки багатовимірною об'єкта при «ідеальному» спостереженні векторів сигналів «вхід-вихід» та збурення

Це завдання виникає у випадку, коли окрім векторів сигналів «вхід-вихід» об'єкта, як це було представлено в підрозділах 5.1, 5.2, додатково вимірюється вектор випадкових збурень ψ за допомогою спеціального вимірювача з матрицею передавальних функцій K_0 (рис. 5.3).

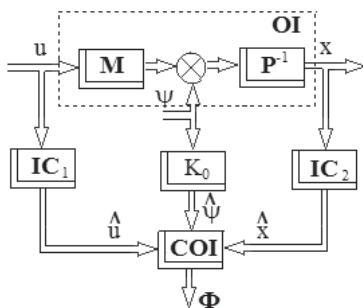


Рис. 5.3. Структурна схема систем ідентифікації з вимірюванням збурення

Якщо вимірювач збурення є стійким, то вектор збурень дорівнює

$$\psi = K_0^{-1}\hat{\psi},$$

а динаміка **ОІ** характеризується системою рівнянь вигляду

$$x = P^{-1}Mu + P^{-1}\psi = P^{-1}Mu + P^{-1}K_0^{-1}\hat{\psi} \quad (5.19)$$

Розгляд структурної схеми (рис. 5.3) показує, що додатково до векторів оцінок \hat{x} та \hat{u} на вхід **СОІ** подається вектор оцінок збурень $\hat{\psi}$. Отримані таким чином оцінки діють на входах системи обробки інформації **СОІ**. Вона призначена для ідентифікації матриць передавальних функцій **ОІ** від вектору сигналів управління до вектору вихідних координат

$$\Phi_{11} = P^{-1}M$$

та від вектору збурень до вектору вихідних координат

$$\Phi_{12} = P^{-1}.$$

Отже на виході **СОІ** формується матриця ідентифікованих передавальних функцій Φ (рис. 5.3) вигляду

$$\Phi = (\Phi_{11} \quad \Phi_{12}).$$

Якщо прийняти до уваги наведене вище та визначити розширений вектор вихідних сигналів системи ідентифікації \hat{f} як

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} u \\ K_0^{-1}\hat{\psi} \end{pmatrix},$$

то рівняння (5.19) можна переписати у вигляді

$$\hat{x} = \Phi \hat{f}, \quad (5.20)$$

а вектор помилок ідентифікації матриці Φ можна записати таким чином

$$\varepsilon = \hat{x} - x = \Phi \hat{f} - \hat{x}. \quad (5.21)$$

Транспонована матриця спектральних щільностей вектору (5.21) на основі теореми Вінера-Хінчина визначається рівнянням

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon\varepsilon} = & \Phi \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} & S'_{\hat{\psi}\hat{u}}K_0^{-1} \\ K_0^{-1}S'_{\hat{u}\hat{\psi}} & K_0^{-1}S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}}K_0^{-1} \end{pmatrix} \Phi_* - \Phi \begin{pmatrix} S'_{\hat{x}\hat{u}} \\ K_0^{-1}S'_{\hat{x}\hat{\psi}} \end{pmatrix} - \\ & - \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{x}} & S'_{\hat{\psi}\hat{x}}K_0^{-1} \end{pmatrix} \Phi_* + S'_{\hat{x}\hat{x}}. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Якість ідентифікації, як і раніше, визначається показником (5.4).

Підстановка до виразу (5.4) матриці (5.22) дозволяє записати його у вигляді

$$\begin{aligned} e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ \left[\Phi \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} & S'_{\hat{\psi}\hat{u}}K_0^{-1} \\ K_0^{-1}S'_{\hat{u}\hat{\psi}} & K_0^{-1}S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}}K_0^{-1} \end{pmatrix} \Phi_* - \Phi \begin{pmatrix} S'_{\hat{x}\hat{u}} \\ K_0^{-1}S'_{\hat{x}\hat{\psi}} \end{pmatrix} - \right. \right. \\ & \left. \left. S'_{\hat{\psi}\hat{x}}K_0^{-1} \right) \Phi_* + S'_{\hat{x}\hat{x}} \right] R \Big\} ds. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Завдання ідентифікації співпадає з завданням, що визначене у підрозділі 5.1 із зміною показника якості на функціонал (5.23).

Для розв'язання цього завдання методом Вінера-Колмогорова, спочатку слід визначити першу варіацію функціоналу (5.23), а потім умову тотожної

рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій Φ .

Перша варіація функціоналу (5.23) набуває вигляду

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ R \left[\Phi \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} & S'_{\hat{\psi}\hat{u}} K_{0*}^{-1} \\ K_0^{-1} S'_{\hat{u}\hat{\psi}} & K_0^{-1} S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}} K_{0*}^{-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{x}} & S'_{\hat{\psi}\hat{x}} K_{0*}^{-1} \end{pmatrix} \right] \delta \Phi_* + \right. \\ \left. + \delta \Phi \left[\begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} & S'_{\hat{\psi}\hat{u}} K_{0*}^{-1} \\ K_0^{-1} S'_{\hat{u}\hat{\psi}} & K_0^{-1} S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}} K_{0*}^{-1} \end{pmatrix} \Phi_* - \begin{pmatrix} S'_{\hat{x}\hat{u}} \\ K_0^{-1} S'_{\hat{x}\hat{\psi}} \end{pmatrix} \right] R \right\} ds \quad (5.24)$$

Введення таких позначень, як

$$\Gamma_* \Gamma = R; DD_* = \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{u}} & S'_{\hat{\psi}\hat{u}} K_{0*}^{-1} \\ K_0^{-1} S'_{\hat{u}\hat{\psi}} & K_0^{-1} S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}} K_{0*}^{-1} \end{pmatrix}; \\ T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma \begin{pmatrix} S'_{\hat{u}\hat{x}} & S'_{\hat{\psi}\hat{x}} K_{0*}^{-1} \end{pmatrix} D_*^{-1} \quad (5.25)$$

дозволило переписати варіацію (5.24)

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma \Phi D - T) D_* \delta \Phi_* + \delta \Phi D (D_* \Phi_* \Gamma_* - T_*) \Gamma] ds,$$

та отримати наступну умову її тотожної рівності нулю

$$\Gamma \Phi D = (T_0 + T_+).$$

Отже, правило та алгоритм ідентифікації матриці Φ слід записати так

$$\Phi = \Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (5.26)$$

Таким чином, поставлене завдання структурної ідентифікації моделей динаміки об'єкта при «ідеальному» спостереженні векторів сигналів «вхід-вихід» та збурення вирішено повністю.

5.4 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого лінійного рухомого об'єкта при «неідеальному» вимірі векторів сигналів «вхід-вихід» та випадкових впливах

Нехай за даними натурних випробувань рухомого об'єкта отримані записи векторів спостереження y_1, y_2 , та перешкод вимірювання φ_1, φ_2 (рис. 5.4), а також встановлено, що зазначені випадкові процеси належать до

багатовимірних центрованих стаціонарних випадкових функцій. На цьому рисунку за аналогією з попередніми розділами глави 5 показана структурна схема системи ідентифікації, а також блоки вимірювальних пристроїв векторів сигналів "вхід-вихід" з їх матрицями передавальних функцій K_1 і K_2 .

Будемо вважати, як і раніше, що динаміку об'єкта характеризує система звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами (5.1), а початкові умови нульові. Після введення позначень

$$\Phi = (P^{-1}M, P^{-1}\Psi) \text{ та } f = \begin{pmatrix} u \\ \Delta \end{pmatrix},$$

систему рівнянь (5.1) можна переписати як показано у рівнянні (5.2).

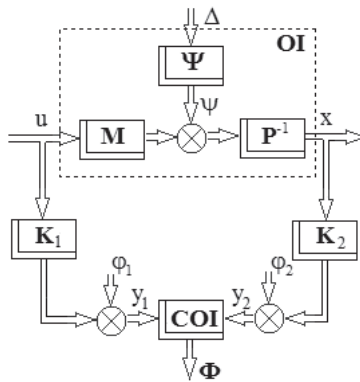


Рис. 5.4. Структурна схема ідентифікації об'єкта із вимірювальним комплексом

Як видно із структурної схеми (рис. 5.4) вектори сигналів спостережень y_1 та y_2 зв'язані з сигналами «вхід - вихід» рівняннями

$$y_1 = K_1 u + \varphi_1; y_2 = K_2 x + \varphi_2. \quad (5.27)$$

При стійкості системи вимірювання рівняння (5.27) дозволяють визначити вектори сигналів керування і виходу об'єкта у вигляді

$$u = K_1^{-1}(y_1 - \varphi_1), x = K_2^{-1}(y_2 - \varphi_2), \quad (5.28)$$

а вектор \hat{f} переписати так

$$\hat{f} = \left(K_1^{-1}(y_1 - \varphi_1) \right). \quad (5.29)$$

З урахуванням виразів (5.2) та (5.28), вектор оцінок вихідних координат об'єкта можна записати наступним чином

$$\hat{x} = \Phi \left[K_1^{-1}(y_1 - \varphi_1) \right], \quad (5.30)$$

а вектор помилок ідентифікації в оцінюванні виходу об'єкта ε , матиме вигляд

$$\varepsilon = \hat{x} - x = \Phi \left[K_1^{-1}(y_1 - \varphi_1) \right] - K_2^{-1}(y_2 - \varphi_2). \quad (5.31)$$

Функціонал якості ідентифікації матриці Φ представляється виразом

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon\varepsilon} R) ds,$$

де відповідно до теореми Вінера-Хінчина та співвідношенням (5.31) транспонована матриця спектральних щільностей вектора (5.31) матиме вигляд

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon\varepsilon} = & \Phi \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1}(S'_{y_1 y_1} - S'_{\varphi_1 y_1} - S'_{y_1 \varphi_1} + S'_{\varphi_1 \varphi_1}) K_1^{-1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{array} \right] \Phi_* - \\ & - \Phi \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1}(S'_{y_2 y_1} - S'_{\varphi_2 y_1} - S'_{y_2 \varphi_1} + S'_{\varphi_2 \varphi_1}) K_2^{-1} & \\ O_{n \times n} & \end{array} \right] - [K_2^{-1}(S'_{y_1 y_2} - S'_{\varphi_1 y_2} - S'_{y_1 \varphi_2} + \\ & + S'_{\varphi_1 \varphi_2}) K_1^{-1}, O_{n \times n}] \Phi_* + K_2^{-1}(S'_{y_2 y_2} - S'_{\varphi_2 y_2} - S'_{y_2 \varphi_2} + S'_{\varphi_2 \varphi_2}) K_2^{-1}. \quad (5.32) \end{aligned}$$

Після підстановки матриці (5.32) у функціонал якості ідентифікації останній запишеться так

$$\begin{aligned} e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(\left(\Phi \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1}(S'_{y_1 y_1} - S'_{\varphi_1 y_1} - S'_{y_1 \varphi_1} + S'_{\varphi_1 \varphi_1}) K_1^{-1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{array} \right] \Phi_* - \right. \right. \right. \\ & - \Phi \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1}(S'_{y_2 y_1} - S'_{\varphi_2 y_1} - S'_{y_2 \varphi_1} + S'_{\varphi_2 \varphi_1}) K_2^{-1} & \\ O_{n \times n} & \end{array} \right] - [K_2^{-1}(S'_{y_1 y_2} - S'_{\varphi_1 y_2} - S'_{y_1 \varphi_2} + \\ & + S'_{\varphi_1 \varphi_2}) K_1^{-1}, O_{n \times n}] \Phi_* + K_2^{-1}(S'_{y_2 y_2} - S'_{\varphi_2 y_2} - S'_{y_2 \varphi_2} + \\ & \left. \left. \left. S'_{\varphi_2 \varphi_2}) K_2^{-1} \right) R \right) \right) ds. \quad (5.33) \end{aligned}$$

В такому разі, завдання структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого лінійного рухомого об'єкта при «неідеальному» вимірі векторів сигналів «вхід-вихід» та випадкових впливах полягає у тому, щоб сформулювати таке правило визначення елементів матриці Φ , при використанні якого показник якості (5.33) стає мінімальним.

Розв'язання цього завдання методом Вінера-Колмогорова передбачає виконання двох послідовних кроків. Спочатку необхідно визначити першу варіацію функціоналу (5.33), а потім умову тотожної рівності варіації нулю на класі стійких фізично реалізованих матриць передавальних функцій Φ .

Перша варіація функціоналу (5.33) має вигляд

$$\begin{aligned} \delta e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(R \left\{ \Phi \begin{bmatrix} K_1^{-1}(S'_{y_1 y_1} - S'_{\varphi_1 y_1} - S'_{y_1 \varphi_1} + S'_{\varphi_1 \varphi_1}) K_1^{-1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{bmatrix} - \right. \right. \\ & - \left. \left. [K_2^{-1}(S'_{y_1 y_2} - S'_{\varphi_1 y_2} - S'_{y_1 \varphi_2} + S'_{\varphi_1 \varphi_2}) K_1^{-1}, O_{n \times n}] \right\} \delta \Phi_* + \right. \\ & + \delta \Phi \left\{ \begin{bmatrix} K_1^{-1}(S'_{y_1 y_1} - S'_{\varphi_1 y_1} - S'_{y_1 \varphi_1} + S'_{\varphi_1 \varphi_1}) K_1^{-1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{bmatrix} \Phi_* - \right. \\ & \left. \left. - \left[K_1^{-1}(S'_{y_2 y_1} - S'_{\varphi_2 y_1} - S'_{y_2 \varphi_1} + S'_{\varphi_2 \varphi_1}) K_2^{-1} \right] \right\} R \right) \right) ds. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Доцільно ввести наступні позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_* \Gamma = R; DD_* = & \begin{bmatrix} K_1^{-1}(S'_{y_1 y_1} - S'_{\varphi_1 y_1} - S'_{y_1 \varphi_1} + S'_{\varphi_1 \varphi_1}) K_1^{-1} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{bmatrix}; \\ T = T_0 + T_+ + T_- = & \Gamma [K_2^{-1}(S'_{y_1 y_2} - S'_{\varphi_1 y_2} - S'_{y_1 \varphi_2} + S'_{\varphi_1 \varphi_2}) K_1^{-1}, O_{n \times n}] D_*^{-1}. \end{aligned} \quad (5.35)$$

З урахуванням позначень (5.35) варіація (5.34) отримає наступний вигляд

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma \Phi D - T) D_* \delta \Phi_* + \delta \Phi D (D_* \Phi_* \Gamma_* - T_*) \Gamma] ds,$$

тому умова тотожної рівності варіації нулю буде такою

$$\Gamma \Phi D = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм ідентифікації матриці Φ за вихідними даними завдання слід записати так

$$\Phi = \Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (5.36)$$

Таким чином, і це нове завдання ідентифікації матриці Φ за вихідними даними про вектори u та x розв'язане повністю.

5.5 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки рухомого лінійного об'єкта за даними «неідеальних» вимірів його векторів сигналів «вхід-вихід» та збурення

Структурна схема досліджуваної у цій задачі системи ідентифікації дещо відрізняється від системи (рис. 5.4) попереднього розділу та представлена на рисунку 5.5

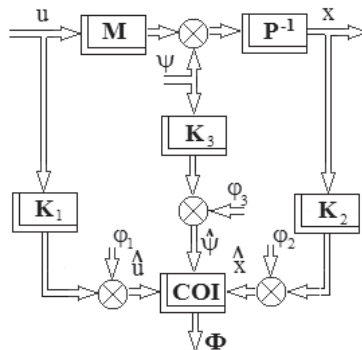


Рис.5.5. Структурна схема ідентифікуючої системи об'єкта, вимірювання векторів, що цікавлять сигналів якого неідеальні

Тут є тракт вимірювання вектора випадкових збурень об'єкта ψ . Він утворений сенсорами з матрицею передавальних функцій K_3 . Всі вимірювання векторів сигналів об'єкта, що цікавлять, супроводжуються центрованими векторними випадковими перешкодами $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ з відомими матрицями спектральних щільностей оцінок зазначених векторів $(\widehat{\varphi}_1, \widehat{\varphi}_2, \widehat{\varphi}_3)$

Як і раніше вважається, що динаміка **ОІ** описується системою рівнянь. За результатами натурних випробувань відомі оцінки матриць спектральних та

взаємних спектральних щільностей векторів сигналів \hat{u} , \hat{x} та $\hat{\psi}$. У відповідності до структурної схеми (рис. 5.5) виконуються рівняння

$$\hat{u} = K_1 u + \hat{\varphi}_1, \hat{x} = K_2 x + \hat{\varphi}_2, \hat{\psi} = K_3 \psi + \hat{\varphi}_3, \quad (5.37)$$

з яких випливають вирази, що безпосередньо визначають вектори сигналів об'єкта ідентифікації

$$u = K_1^{-1}(\hat{u} - \hat{\varphi}_1), x = K_2^{-1}(\hat{x} - \hat{\varphi}_2), \psi = K_3^{-1}(\hat{\psi} - \hat{\varphi}_3). \quad (5.38)$$

Як і раніше, на основі виразів (5.38) доцільно записати наступне рівняння динаміки об'єкта

$$\hat{\hat{x}} = \Phi \hat{f},$$

$$\text{где } \Phi = (P^{-1}M, P^{-1}), \hat{f} = \begin{bmatrix} u \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1^{-1}(\hat{u} - \hat{\varphi}_1) \\ K_3^{-1}(\hat{\psi} - \hat{\varphi}_3) \end{bmatrix},$$

а вектор сигналів помилок ідентифікації матриці Φ , використавши перше з рівнянь (5.37), можна переписати так

$$\varepsilon = \hat{\hat{x}} - x = \Phi \begin{bmatrix} K_1^{-1}(\hat{u} - \hat{\varphi}_1) \\ K_3^{-1}(\hat{\psi} - \hat{\varphi}_3) \end{bmatrix} - K_2^{-1}(\hat{x} - \hat{\varphi}_2). \quad (5.39)$$

Враховуючи теорему Вінера-Хінчина, транспоновану матрицю спектральних щільностей $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ слід записати у вигляді

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon\varepsilon} &= \\ &= \Phi \begin{bmatrix} K_1^{-1}(S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_1})K_{1*}^{-1} & K_1^{-1}(S'_{\hat{\psi}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_3\hat{u}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_3\hat{\varphi}_1})K_{1*}^{-1} \\ K_3^{-1}(S'_{\hat{u}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\psi}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_3} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_3})K_{1*}^{-1} & K_3^{-1}(S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\varphi}_3\hat{\psi}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\varphi}_3} + S'_{\hat{\varphi}_3\hat{\varphi}_3})K_{1*}^{-1} \end{bmatrix} \Phi_* - \\ &- \Phi \begin{bmatrix} K_1^{-1}(S'_{\hat{x}\hat{u}} - S'_{\hat{\varphi}_2\hat{u}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_1} + S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\varphi}_1})K_{2*}^{-1} \\ K_3^{-1}(S'_{\hat{x}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\psi}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_3} + S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\varphi}_3})K_{2*}^{-1} \end{bmatrix} - \\ &- [K_2^{-1}(S'_{\hat{u}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_1\hat{x}} - S'_{\hat{u}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_1\hat{\varphi}_2})K_{1*}^{-1}, \quad K_2^{-1}(S'_{\hat{\psi}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_3\hat{x}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_3\hat{\varphi}_2})K_{3*}^{-1}] \Phi_* + \\ &+ K_2^{-1}(S'_{\hat{x}\hat{x}} - S'_{\hat{\varphi}_2\hat{x}} - S'_{\hat{x}\hat{\varphi}_2} + S'_{\hat{\varphi}_2\hat{\varphi}_2})K_{2*}^{-1} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Як і в попередніх задачах, функціонал якості ідентифікації матриці передавальних функцій Φ має вигляд

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon\varepsilon} R) ds,$$

Підстановкою матриці (5.40) у функціонал, можна представити останній наступним чином

$$\begin{aligned}
e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left((\Phi \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_1}) K_1^{-1} & K_1^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{u}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_1}) K_1^{-1} \\ K_3^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{\psi}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_3}) K_3^{-1} & K_3^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{\psi}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_3}) K_3^{-1} \end{array} \right] \Phi_* - \right. \\
& - \Phi \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1} (S'_{\hat{x}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_2\hat{u}} - S'_{\hat{x}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_2\hat{\phi}_1}) K_2^{-1} & \\ K_3^{-1} (S'_{\hat{x}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_2\hat{\psi}} - S'_{\hat{x}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_2\hat{\phi}_3}) K_2^{-1} & \end{array} \right] - \\
& - \left[K_2^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{x}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{x}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_2} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_2}) K_1^{-1}, \quad K_2^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{x}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{x}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_2} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_2}) K_3^{-1} \right] \Phi_* + \\
& + K_2^{-1} (S'_{\hat{x}\hat{x}} - S'_{\hat{\phi}_2\hat{x}} - S'_{\hat{x}\hat{\phi}_2} + S'_{\hat{\phi}_2\hat{\phi}_2}) K_2^{-1} \} R) ds. \tag{5.41}
\end{aligned}$$

В такому разі завдання ідентифікації полягає у визначенні алгоритму пошуку реалізованої фізично матриці передавальних функцій Φ , яка доставляє мінімум виразу (5.41).

Для розв'язання завдання ідентифікації матриці Φ методом Вінера-Колмогорова, спочатку слід визначити першу варіацію функціоналу (5.41), а потім умову тотожної рівності цієї варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій Φ .

Перша варіація функціоналу (5.41) матиме вигляд

$$\begin{aligned}
\delta e = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left((R \{ \Phi \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_1}) K_1^{-1} & K_1^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{u}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_1}) K_1^{-1} \\ K_3^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{\psi}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_3}) K_3^{-1} & K_3^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{\psi}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_3}) K_3^{-1} \end{array} \right] - \right. \\
& - \left[K_2^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{x}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{x}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_2} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_2}) K_1^{-1}, \quad K_2^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{x}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{x}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_2} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_2}) K_3^{-1} \right] \delta \Phi_* + \\
& + \delta \Phi \left\{ \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_1}) K_1^{-1} & K_1^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{u}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_1}) K_1^{-1} \\ K_3^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{\psi}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_3}) K_3^{-1} & K_3^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{\psi}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_3}) K_3^{-1} \end{array} \right] \Phi_* \right. \\
& - \\
& \left. - \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1} (S'_{\hat{x}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_2\hat{u}} - S'_{\hat{x}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_2\hat{\phi}_1}) K_2^{-1} & \\ K_3^{-1} (S'_{\hat{x}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_2\hat{\psi}} - S'_{\hat{x}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_2\hat{\phi}_3}) K_2^{-1} & \end{array} \right] \} R) \right) ds. \tag{5.42}
\end{aligned}$$

Доцільно ввести позначення

$$\Gamma_* \Gamma = R;$$

$$DD_* = \left[\begin{array}{cc} K_1^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{u}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_1}) K_1^{-1} & K_1^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{u}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{u}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_1} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_1}) K_1^{-1} \\ K_3^{-1} (S'_{\hat{u}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_1\hat{\psi}} - S'_{\hat{u}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_1\hat{\phi}_3}) K_3^{-1} & K_3^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}} - S'_{\hat{\phi}_3\hat{\psi}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_3} + S'_{\hat{\phi}_3\hat{\phi}_3}) K_3^{-1} \end{array} \right],$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma \left[K_2^{-1} (S'_{u\hat{x}} - S'_{\phi_1\hat{x}} - S'_{\hat{u}\phi_2} + S'_{\phi_1\hat{\phi}_2}) K_1^{-1}, K_2^{-1} (S'_{\hat{\psi}\hat{x}} - S'_{\phi_3\hat{x}} - S'_{\hat{\psi}\hat{\phi}_2} + S'_{\phi_3\hat{\phi}_2}) K_3^{-1} \right] D_*^{-1}. \quad (5.43)$$

З урахуванням позначень (5.43) варіація (5.42) подається як

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma \Phi D - T) D_* \delta \Phi_* + \delta \Phi D (D_* \Phi_* \Gamma_* - T_*) \Gamma] ds,$$

умова рівності варіації (5.43) нулю на вибраному класі матриць Φ буде

$$\Gamma \Phi D = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм ідентифікації структури Φ у розглянутій задачі буде таким

$$\Phi = \Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (5.44)$$

Очевидно, що підстановка в алгоритм (5.44) вихідних даних задачі, що розглядається, відразу ж визначить шукану структуру матриці Φ (5.38).

5.6. Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки лінійного рухомого об'єкта за даними оптимального спостереження векторів сигналів «вхід-вихід»

Структурна схема досліджуваної системи ідентифікації відрізняється від представленої на рисунку 5.4 схеми лише введенням у вимірювальні тракти блоків оптимальних спостережень з матрицями передавальних функцій G_1 і G_2 .

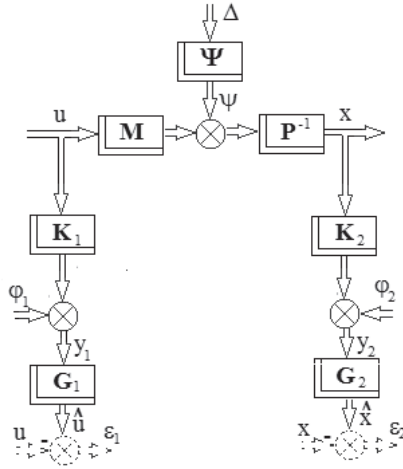


Рис. 5.6. Структурна схема системи ідентифікації моделей динаміки об'єкта, що розглядається у задачі

Вважається, що за результатами попередніх випробувань бортового вимірювального комплексу об'єкта, що розглядається, відомі оцінки матриць передавальних функцій K_1 та K_2 , статистичні характеристики векторів спостережень y_1 і y_2 вимірювальних трактів, а також векторів перешкод вимірювань φ_1 і φ_2 . Такими статистичними характеристиками є транспоновані матриці спектральних та взаємних спектральних щільностей $S'_{y_1 y_1}$, $S'_{y_2 y_2}$, $S'_{\varphi_1 \varphi_1}$, $S'_{\varphi_2 \varphi_2}$, $S'_{\varphi_1 y_1}$ та $S'_{\varphi_2 y_2}$.

Завдання ідентифікації полягає у тому, щоб за даними, які перелічені вище, знайти матриці передавальних функцій ОІ від вектору сигналів управління до вектору вихідних координат

$$\Phi_{11} = P^{-1}M$$

та від вектору білих шумів до вектору вихідних координат

$$\Phi_{12} = P^{-1}\Psi.$$

Поставлене завдання доцільно вирішувати у два етапи. На першому етапі слід, за вже відомою (див. розділ 4) процедурою, синтезувати оптимальні

структури G_1 і G_2 спостерігачів у кожному з вимірювальних трактів і отримати найкращі оцінки статистичних характеристик векторів сигналів «вхід-вихід» рухомого об'єкта, що ідентифікується.

Другий етап поставленого вище завдання має бути присвячений безпосередньо вирішенню задачі ідентифікації моделей динаміки об'єкта.

5.6.1 Синтез оптимальних структур G_1 і G_2 вимірювальних трактів вхідів та виходів об'єкта передбачає розв'язання наступної задачі: за відомими матрицями передавальних функцій сенсорів K_1 та K_2 , а також транспонованими матрицями спектральних та взаємних спектральних щільностей $S'_{y_1 y_1}$, $S'_{y_2 y_2}$, $S'_{\varphi_1 \varphi_1}$, $S'_{\varphi_2 \varphi_2}$, $S'_{\varphi_1 y_1}$ та $S'_{\varphi_2 y_2}$ знайти матриці передавальних функцій спостерігачів G_1 та G_2 , які дозволяють визначити вектори оцінок \hat{u} та \hat{x} з мінімальними дисперсіями елементів векторів похибок ε_1 , ε_2 (рис. 5.6).

Для розв'язання поставленої задачі спочатку визначені вирази для векторів спостереження вхідів та виходів об'єкта у вигляді

$$y_1 = K_1 u + \varphi_1; \quad (5.45)$$

$$y_2 = K_2 x + \varphi_2. \quad (5.46)$$

Розв'язок рівнянь (5.45) та (5.46) дозволяє оцінити вектори сигналів входу та виходу об'єкта, таким чином

$$u = K_1^{-1}(y_1 - \varphi_1); \quad (5.47)$$

$$x = K_2^{-1}(y_2 - \varphi_2). \quad (5.48)$$

В той же час на виходах спостерігачів формуються оцінки оцінки зазначених векторів після їх спостереження

$$\hat{u} = G_1 y_1; \quad (5.49)$$

$$\hat{x} = G_2 y_2. \quad (5.50)$$

Попарне використання виразів (5.47) та (5.49), (5.48) та (5.50), дозволяє скласти рівняння для векторів помилок визначення векторів сигналів керування та вихідних сигналів об'єкта у вигляді

$$\varepsilon_1 = \hat{u} - u = (G_1 - K_1^{-1})y_1 + K_1^{-1}\varphi_1, \quad \varepsilon_{1*} = y_{1*}(G_{1*} - K_{1*}^{-1}) + \varphi_{1*}K_{1*}^{-1} \quad (5.51)$$

$$\varepsilon_2 = \hat{x} - x = (G_2 - K_2^{-1})y_2 + K_2^{-1}\varphi_2, \quad \varepsilon_{2*} = y_{2*}(G_{2*} - K_{2*}^{-1}) + \varphi_{2*}K_{2*}^{-1} \quad (5.52)$$

Застосування теореми Вінера-Хінчина до векторів (5.51) і (5.52) дозволило представити транспоновані матриці спектральних щільностей $S'_{\varepsilon_1\varepsilon_1}$ та $S'_{\varepsilon_2\varepsilon_2}$ як

$$S'_{\varepsilon_1\varepsilon_1} = (G_1 - K_1^{-1})S'_{y_1y_1}(G_{1*} - K_{1*}^{-1}) + (G_1 - K_1^{-1})S'_{\varphi_1y_1}K_{1*}^{-1} + K_1^{-1}S'_{y_1\varphi_1}(G_{1*} - K_{1*}^{-1}) + K_1^{-1}S'_{\varphi_1\varphi_1}K_{1*}^{-1}; \quad (5.53)$$

$$S'_{\varepsilon_2\varepsilon_2} = (G_2 - K_2^{-1})S'_{y_2y_2}(G_{2*} - K_{2*}^{-1}) + (G_2 - K_2^{-1})S'_{\varphi_2y_2}K_{2*}^{-1} + K_2^{-1}S'_{y_2\varphi_2}(G_{2*} - K_{2*}^{-1}) + K_2^{-1}S'_{\varphi_2\varphi_2}K_{2*}^{-1}; \quad (5.54)$$

Функціонали якості спостереження сигналів «вхід-вихід» об'єкта мають вигляд

$$e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon_1\varepsilon_1} R) ds; \quad (5.55)$$

$$e_2 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon_2\varepsilon_2} R) ds, \quad (5.56)$$

Після підстановки матриць (5.53) і (5.54) у функціонали (5.55) і (5.56) відповідно останні дорівнюють

$$e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(G_1 - K_1^{-1})S'_{y_1y_1}(G_{1*} - K_{1*}^{-1}) + (G_1 - K_1^{-1})S'_{\varphi_1y_1}K_{1*}^{-1} + K_1^{-1}S'_{y_1\varphi_1}(G_{1*} - K_{1*}^{-1}) + K_1^{-1}S'_{\varphi_1\varphi_1}K_{1*}^{-1}] R \} ds; \quad (5.57)$$

$$e_2 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(G_2 - K_2^{-1})S'_{y_2y_2}(G_{2*} - K_{2*}^{-1}) + (G_2 - K_2^{-1})S'_{\varphi_2y_2}K_{2*}^{-1} + K_2^{-1}S'_{y_2\varphi_2}(G_{2*} - K_{2*}^{-1}) + K_2^{-1}S'_{\varphi_2\varphi_2}K_{2*}^{-1}] R \} ds. \quad (5.58)$$

Вирішуючи завдання синтезу оптимальних структур спостерігачів G_1 та G_2 методом Вінера-Колмогорова, спочатку необхідно визначити перші варіації функціоналів (5.57) та (5.58), а потім умови тотожної рівності нулю кожної з них.

Перші варіації функціоналів e_1 та e_2 матимуть види

$$\delta e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [R(G_1 S'_{y_1y_1} + K_1^{-1} S'_{y_1\varphi_1}) \delta G_{1*} + \delta G_1 (S'_{y_1y_1} G_{1*} + S'_{\varphi_1y_1} K_{1*}^{-1}) R] ds; \quad (5.59)$$

$$\delta e_2 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [R(G_2 S'_{y_2 y_2} + K_2^{-1} S'_{y_2 \varphi_2}) \delta G_{2*} + \delta G_2 (S'_{y_2 y_2} G_{2*} + S'_{\varphi_2 y_2} K_2^{-1}) R] ds. \quad (5.60)$$

Необхідно ввести такі позначення

$$\Gamma_* \Gamma = R; D_1 D_{1*} = S'_{y_1 y_1}; T_1 = T_{10} + T_{1+} + T_{1-} = \Gamma K_1^{-1} S'_{y_1 \varphi_1} D_{1*}^{-1}; \quad (5.61)$$

$$\Gamma_* \Gamma = R; D_2 D_{2*} = S'_{y_2 y_2}; T_2 = T_{20} + T_{2+} + T_{2-} = \Gamma K_2^{-1} S'_{y_2 \varphi_2} D_{2*}^{-1}. \quad (5.62)$$

З урахуванням позначень (5.61) та (5.62), варіації (5.59) та (5.69) можна записати так

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_* (\Gamma G_1 D_1 - T_1) D_{1*} \delta G_{1*} + \delta G_1 D_1 (D_{1*} G_{1*} \Gamma_* - T_{1*}) \Gamma] ds;$$

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_* (\Gamma G_2 D_2 - T_2) D_{2*} \delta G_{2*} + \delta G_2 D_2 (D_{2*} G_{2*} \Gamma_* - T_{2*}) \Gamma] ds,$$

умови їх тотожної рівності нулю слід записати у вигляді

$$\Gamma G_1 D_1 = (T_{10} + T_{1+}) \text{ и } \Gamma G_2 D_2 = (T_{20} + T_{2+}),$$

а алгоритм визначення оптимальних структур спостерегачів \hat{G}_1 та \hat{G}_2 за вихідними даними завдань будуть такими

$$\hat{G}_1 = \Gamma^{-1} (T_{10} + T_{1+}) D_1^{-1}, \quad (5.63)$$

$$\hat{G}_2 = \Gamma^{-1} (T_{20} + T_{2+}) D_2^{-1}. \quad (5.64)$$

Вирази (5.63) і (5.64) – результат успішного завершення першого етапу завдання, що розглядається в розділі 5.6.

5.6.2 Структурна ідентифікація моделей динаміки лінійного об'єкта за даними його напівнатурних випробувань

Для успішного розв'язання задачі ідентифікації, необхідно: врахувати отримані вище структури спостерегачів \hat{G}_1 та \hat{G}_2 , відповідні спектральні характеристики оцінок (5.49) та (5.50) векторів сигналів «вхід-вихід» та рівняння руху об'єкта вигляду

$$x = P^{-1} M u + P^{-1} \Psi \Delta, \quad (5.65)$$

ввести наступні позначення

$$\Phi = (P^{-1} M, P^{-1} \Psi), \hat{f} = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \Delta \end{pmatrix}, \quad (5.66)$$

та представити рівняння (5.65) таким чином

$$\hat{x} = \Phi \hat{f} \quad (5.67)$$

З урахуванням рівняння (5.67) та виразів (5.49) та (5.50), вектор сигналів помилок ідентифікації моделей динаміки об'єкта слід записати так

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \hat{x} - x = \Phi \hat{f} - \hat{G}_2 y_2 = \Phi \left(\begin{array}{c} \hat{G}_1 y_1 \\ \Delta \end{array} \right) - \hat{G}_2 y_2, \\ \varepsilon_{0*} &= (y_{1*} \hat{G}_{1*}, \Delta_*) \Phi_* - y_{2*} \hat{G}_{2*}, \end{aligned} \quad (5.68)$$

а з урахуванням теореми Вінера-Хінчина транспоновану матрицю $S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0}$ представити в наступному вигляді

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0} &= \Phi \left(\begin{array}{cc} \hat{G}_1 S'_{y_1 y_1} \hat{G}_{1*} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{array} \right) \Phi_* - \Phi \left(\begin{array}{c} \hat{G}_1 S'_{y_2 y_1} \hat{G}_{2*} \\ O_{n \times n} \end{array} \right) - \\ &(\hat{G}_2 S'_{y_1 y_2} \hat{G}_{1*}, O_{n \times n}) \Phi_* + \\ &+ \hat{G}_2 S'_{y_2 y_2} \hat{G}_{2*}. \end{aligned} \quad (5.69)$$

В такому разі, показник якості ідентифікації моделей динаміки об'єкта матиме вигляд

$$e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0} R) ds,$$

а після підстановки до нього матриці (5.69) він набуває вигляду функціоналу

$$\begin{aligned} e_0 &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ \left[\Phi \left(\begin{array}{cc} \hat{G}_1 S'_{y_1 y_1} \hat{G}_{1*} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{array} \right) \Phi_* - \Phi \left(\begin{array}{c} \hat{G}_1 S'_{y_2 y_1} \hat{G}_{2*} \\ O_{n \times n} \end{array} \right) - \right. \right. \\ &\left. \left. - (\hat{G}_2 S'_{y_1 y_2} \hat{G}_{1*}, O_{n \times n}) \Phi_* + \hat{G}_2 S'_{y_2 y_2} \hat{G}_{2*} \right] R \right\} ds. \end{aligned} \quad (5.70)$$

Вирішуючи завдання синтезу структури Φ методом Вінера-Колмогорова, спочатку слід визначити першу варіацію функціоналу (5.70), потім визначити умову її тотожної рівності нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій Φ . Перша варіація функціоналу (5.70) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \delta e_0 &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ R \left[\Phi \left(\begin{array}{cc} \hat{G}_1 S'_{y_1 y_1} \hat{G}_{1*} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{array} \right) - (\hat{G}_2 S'_{y_1 y_2} \hat{G}_{1*}, O_{n \times n}) \right] \delta \Phi_* + \right. \\ &\left. + \delta \Phi \left[\left(\begin{array}{cc} \hat{G}_1 S'_{y_1 y_1} \hat{G}_{1*} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{array} \right) \Phi_* - \left(\begin{array}{c} \hat{G}_1 S'_{y_2 y_1} \hat{G}_{2*} \\ O_{n \times n} \end{array} \right) \right] R \right\} ds. \end{aligned} \quad (5.71)$$

Необхідно вести такі позначення

$$\Gamma_* \Gamma = R; D_0 D_{0*} = \begin{pmatrix} \hat{G}_1 S'_{y_1 y_1} \hat{G}_{1*} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{pmatrix};$$

$$T_0 = T_{00} + T_{0+} + T_{0-} = \Gamma(\hat{G}_2 S'_{y_1 y_2} \hat{G}_{1*}, O_{n \times n}) D_{0*}^{-1}. \quad (5.72)$$

З урахуванням позначень (5.72), варіацію (5.71) слід переписати як

$$\delta e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_* (\Gamma \Phi D_0 - T_0) D_{0*} \delta \Phi_* + \delta \Phi D_0 (D_{0*} \Phi_* \Gamma_* - T_{0*}) \Gamma] ds,$$

умова рівності варіації (5.71) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій Φ буде наступною

$$\Gamma \Phi D_0 = (T_{00} + T_{0+}),$$

а алгоритм розрахунку за вихідними даними задачі оптимальної матриці Φ слід записати так

$$\Phi = \Gamma^{-1} (T_{00} + T_{0+}) D_0^{-1}. \quad (5.73)$$

Таким чином, поставлене вище завдання вирішено повністю.

5.7 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки лінійного об'єкта за даними «покращених» оптимальних спостережень векторів сигналів «вхід-вихід»

Для вирішення поставленої задачі спочатку слід скласти структурну схему системи, яка може бути використана в даному випадку і представлена на рисунку 5.7. Ця структурна схема відрізняється від показаної на рисунку 5.6 лише додатковим введенням у схему ззовні передбачуваних оцінок перешкод вимірювань $\eta_1 = \varphi_1 - \hat{\varphi}_1$ і $\eta_2 = \varphi_2 - \hat{\varphi}_2$ передбачаються відомими.

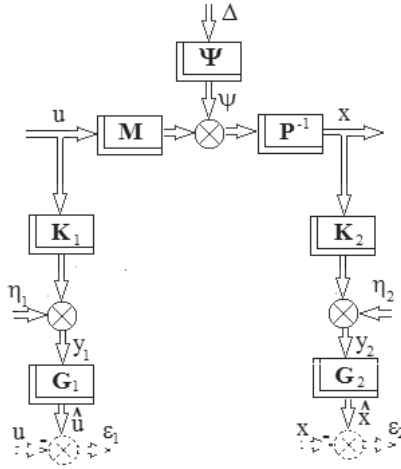


Рис. 5.7. Структурна схема системи ідентифікації моделей динаміки об'єкта з компенсацією перешкод вимірювань.

Розглянуте завдання, як і попереднє, має вирішуватися у два етапи. Перший етап спрямовано на синтез оптимальних структур спостерігачів \hat{G}_1 і \hat{G}_2 , але вже за умови заміни реальних перешкод вимірювань φ_1 і φ_2 їх різницевиими аналогами η_1 і η_2 , одержуваними шляхом часткової компенсації реальних перешкод.

При вирішенні задач синтезу процедури рішення, описані для першого етапу рішення в розділі 5.6, повністю зберігаються. Необхідні лише заміни статистичних характеристик перешкод φ_1 та φ_2 їх аналогами – статистичними моделями сигналів η_1 та η_2 відповідно.

Як і в зіставленому випадку, тут вирази (5.45) та (5.46), слід записати так

$$y_1 = K_1 u + \eta_1; \quad (5.74)$$

$$y_2 = K_2 x + \eta_2, \quad (5.75)$$

а вирази (5.47) та (5.48) у вигляді

$$u = K_1^{-1}(y_1 - \eta_1); \quad (5.76)$$

$$x = K_2^{-1}(y_2 - \eta_2), \quad (5.77)$$

а вектори ε_1 і ε_2 представити наступним чином

$$\varepsilon_1 = \hat{u} - u = (G_1 - K_1^{-1})y_1 + K_1^{-1}\eta_1, \quad \varepsilon_{1*} = y_{1*}(G_{1*} - K_{1*}^{-1}) + \eta_{1*}K_{1*}^{-1}; \quad (5.78)$$

$$\varepsilon_2 = \hat{x} - x = (G_2 - K_2^{-1})y_2 + K_2^{-1}\eta_2, \quad \varepsilon_{2*} = y_{2*}(G_{2*} - K_{2*}^{-1}) + \eta_{2*}K_{2*}^{-1}. \quad (5.79)$$

З урахуванням зазначених вище змін, транспоновані матриці спектральних щільностей $S'_{\varepsilon_1\varepsilon_1}$ і $S'_{\varepsilon_2\varepsilon_2}$, набувають вигляду

$$S'_{\varepsilon_1\varepsilon_1} = (G_1 - K_1^{-1})S'_{y_1y_1}(G_{1*} - K_{1*}^{-1}) + (G_1 - K_1^{-1})S'_{\eta_1y_1}K_{1*}^{-1} + K_1^{-1}S'_{y_1\eta_1}(G_{1*} - K_{1*}^{-1}) + K_1^{-1}S'_{\eta_1\eta_1}K_{1*}^{-1}, \quad (5.80)$$

$$S'_{\varepsilon_2\varepsilon_2} = (G_2 - K_2^{-1})S'_{y_2y_2}(G_{2*} - K_{2*}^{-1}) + (G_2 - K_2^{-1})S'_{\eta_2y_2}K_{2*}^{-1} + K_2^{-1}S'_{y_2\eta_2}(G_{2*} - K_{2*}^{-1}) + K_2^{-1}S'_{\eta_2\eta_2}K_{2*}^{-1}. \quad (5.81)$$

Як і раніше, функціонали якості спостереження сигналів «вхід-вихід» повинні мати вигляд, зазначений у виразах (5.55) і (5.56), а їх перші варіації з урахуванням зазначених вище змін будуть такими

$$\delta e_1 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [R(G_1 S'_{y_1y_1} + K_1^{-1} S'_{y_1\eta_1}) \delta G_{1*} + \delta G_1 (S'_{y_1y_1} G_{1*} + S'_{\eta_1y_1} K_{1*}^{-1}) R] ds; \quad (5.82)$$

$$\delta e_2 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [R(G_2 S'_{y_2y_2} + K_2^{-1} S'_{y_2\eta_2}) \delta G_{2*} + \delta G_2 (S'_{y_2y_2} G_{2*} + S'_{\eta_2y_2} K_{2*}^{-1}) R] ds. \quad (5.83)$$

Позначення (5.61) і (5.62) набудуть вигляду

$$\Gamma_* \Gamma = R; D_1 D_{1*} = S'_{y_1y_1}; T_1 = T_{10} + T_{1+} + T_{1-} = \Gamma K_1^{-1} S'_{y_1\eta_1} D_{1*}^{-1};$$

$$\Gamma_* \Gamma = R; D_2 D_{2*} = S'_{y_2y_2}; T_2 = T_{20} + T_{2+} + T_{2-} = \Gamma K_2^{-1} S'_{y_2\eta_2} D_{2*}^{-1},$$

а алгоритми синтезу оптимальних структур G_1 і G_2 слід записати за аналогією з рівняннями (5.63) і (5.64)

$$\hat{G}_1 = \Gamma^{-1}(T_{10} + T_{1+})D_{1*}^{-1}, \quad \hat{G}_2 = \Gamma^{-1}(T_{20} + T_{2+})D_{2*}^{-1}.$$

Другий етап розв'язання поставленої задачі, при врахуванні зазначених вище змін в позначеннях перешкод, не відрізняється від описаного в розділі 5.6. Тут збережені вирази (5.65), (5.66), (5.67), (5.68) та (5.69). Як і раніше, функціонал якості ідентифікації моделі динаміки Φ об'єкта може бути

представлений виразом (5.70), перша варіації цього функціоналу виразом (5.71), а алгоритм визначення шуканої структури Φ , виразом (5.73), де використані позначення (5.72)

$$\Gamma_*\Gamma = R; D_0D_{0*} = \begin{pmatrix} \hat{G}_1 S'_{y_1 y_1} \hat{G}_{1*} & O_{m \times n} \\ O_{n \times m} & E_n \end{pmatrix};$$

$$T_0 = T_{00} + T_{0+} + T_{0-} = \Gamma(\hat{G}_2 S'_{y_1 y_2} \hat{G}_{1*}, O_{n \times n})D_{0*}^{-1}.$$

Таким чином, поставлене у розділі 5.7 завдання вирішено повністю. Враховуючи здійснену корекцію («компенсацію») реальних перешкод вимірювань, точнісні результати структурної ідентифікації моделей динаміки Φ у практичних розв'язуваних задачах, повинні бути вищими за процедури, описані в розділі 5.6.

РОЗДІЛ 6 СТРУКТУРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ БАГАТОВИМІРНОГО ЛІНІЙНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ВПЛИВАХ

У розділі вважається, що рух лінійного об'єкта у стабілізаційних режимах функціонування при нульових початкових умовах можна описати системою звичайних диференціальних рівнянь, перетворених за Фур'є, виду

$$x = P^{-1}Mu + P^{-1}\Psi\delta,$$

де збурення $\psi = \Psi\delta$ представлено деякою матрицею передавальних функцій Ψ і n - вимірним вектором одиничних функцій. Передбачається також, що після натурних випробувань досліджуваного об'єкта стають відомими:

- оцінки матриць передавальних функцій вимірювальних пристроїв K_1 та K_2 , встановлених на вході та виході об'єкта, що досліджується відповідно (рис. 6.1);
- динамічні характеристики векторів сигналів виходів вимірювачів y_1 і y_2 ;
- зображення Фур'є перешкод вимірювань φ_1 , φ_2 входів та виходів досліджуваного об'єкта.

Тут прийнято наступний вид запису динамічних характеристик досліджуваних відомих детермінованих сигналів

$$y_1 = \theta_{y_1}L_{m \times 1}, y_2 = \theta_{y_2}L_{n \times 1}, \varphi_1 = \theta_{\varphi_1}L_{v_1 \times 1}, \varphi_2 = \theta_{\varphi_2}L_{v_2 \times 1}, \quad (6.1)$$

де θ_{y_1} , θ_{y_2} , θ_{φ_1} , θ_{φ_2} - квадратні діагональні матриці із складових відповідних характеристик, $L_{i \times 1}$ одиничні вектори стовпці зазначених в індексах розмірностей.

6.1 Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого об'єкта при детермінованих впливах та відсутності спостерігачів векторів сигналів «вхід-вихід»

Структурну схему об'єкта, досліджуваного у даному розділі, можна представити рисунком 6.1. Тут матриці P , M і Ψ до ідентифікації вважаються невідомими, а також невідомими вважаються вектори сигналів управління u і вихідних координат об'єкта x , які мають розмірності m і n відповідно. Крім того, матриці K_1 і K_2 покладаються квадратними.

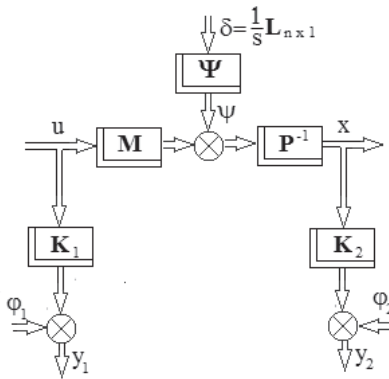


Рис. 6.1. Структурна схема об'єкта, моделі динаміки якого підлягають ідентифікації

Сигнали y_1 та y_2 , що спостерігаються, можна записати в наступному вигляді

$$y_1 = K_1 u + \varphi_1 \quad y_2 = K_2 x + \varphi_2, \quad (6.2)$$

а шукані вектори сигналів u та x таким чином

$$u = K_1^{-1}(y_1 - \varphi_1) \quad x = K_2^{-1}(y_2 - \varphi_2). \quad (6.3)$$

Вводячи позначення

$$\Phi = (P^{-1}M, P^{-1}\Psi) \quad \text{и} \quad f = \begin{pmatrix} u \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_1^{-1}(y_1 - \varphi_1) \\ \frac{1}{s}L_{n \times 1} \end{bmatrix}, \quad (6.4)$$

і враховуючи вирази (6.4), рівняння руху об'єкта слід записати так

$$\hat{x} = \Phi \hat{f}. \quad (6.5)$$

Враховуючи позначення (6.1) та вирази (6.4), вектор збурень f можна записати в такому вигляді

$$f = \begin{bmatrix} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})L_{m \times 1} \\ \frac{1}{s}L_{n \times 1} \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

Якщо ввести до розгляду рівняння

$$L_{m \times 1} = B_1 L_{n \times 1}; L_{1 \times m} = B_2 L_{1 \times n}, \quad (6.7)$$

де

$$B_1 = [E_m, O_{m \times (n-m)}], B_2 = \begin{bmatrix} E_m \\ O_{(n-m) \times m} \end{bmatrix},$$

то вектор f повинен бути змінений

$$f = \begin{bmatrix} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{bmatrix} L_{n \times 1}, \quad f_* = L_{1 \times n} [B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_{1^*}^{-1}, \quad (6.8)$$

$$\frac{1}{-s}E_n],$$

а вектор сигналів помилок ідентифікації перебудований так

$$\varepsilon = \hat{x} - x = \left\{ \Phi \begin{bmatrix} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{bmatrix} - K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2}) \right\} L_{n \times 1},$$

$$\varepsilon_* = L_{1 \times n} \left\{ [B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_{1^*}^{-1}, \frac{1}{-s}E_n] \Phi_* - (\theta_{y_2^*} - \theta_{\varphi_2^*})K_{2^*}^{-1} \right\}. \quad (6.9)$$

Функціонал якості структурної ідентифікації досліджуваного об'єкта при детермінованих впливах матиме вигляд

$$\begin{aligned} \Xi &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\varepsilon \varepsilon_*^* R) ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(\left(\Phi \begin{bmatrix} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{bmatrix} - K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. - \theta_{\varphi_2}) \right\} L_n \left\{ [B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_{1^*}^{-1}, \frac{1}{-s}E_n] \Phi_* - (\theta_{y_2^*} - \theta_{\varphi_2^*})K_{2^*}^{-1} \right\} R \right) \right) ds = \\ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(\left(\Phi \begin{bmatrix} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{bmatrix} L_n [B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_{1^*}^{-1}, \frac{1}{-s}E_n] \Phi_* - \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\Phi \left[\begin{array}{c} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{array} \right] L_n(\theta_{y_2^*} - \theta_{\varphi_2^*})K_2^{-1} - K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})L_n \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \right. \\
& \left. - \theta_{\varphi_1^*})K_1^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right] \Phi_* + K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})L_n(\theta_{y_2^*} - \theta_{\varphi_2^*})K_2^{-1} \left. \right\} R \Big) ds. \quad (6.10)
\end{aligned}$$

Вирішуючи завдання ідентифікації матриці передавальних функцій Φ методом Вінера-Колмогорова, спочатку необхідно визначити першу варіацію функціоналу (6.10), а потім умову її тотожної рівності нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій. Перша варіація функціоналу (6.10) матиме вигляд

$$\begin{aligned}
\delta E &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(R \left\{ \Phi \left[\begin{array}{c} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{array} \right] L_n \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_1^{-1}, \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \frac{1}{-s}E_n \right] - K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})L_n \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_1^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right] \right\} \delta \Phi_* + \right. \\
& + \delta \Phi \left\{ \left[\begin{array}{c} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{array} \right] L_n \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_1^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right] \Phi_* - \right. \\
& \left. \left. \left. - \left[\begin{array}{c} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{array} \right] L_n(\theta_{y_2^*} - \theta_{\varphi_2^*})K_2^{-1} \right\} R \right) \right) ds. \quad (6.11)
\end{aligned}$$

У загальному випадку мінімізація функціоналу (6.10) вимагає введення наступних позначень

$$\begin{aligned}
\Gamma_* \Gamma &= RDL_n D_* = \left[\begin{array}{c} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{array} \right] L_n \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_1^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right] \\
T &= T_0 + T_+ + T_- = \Gamma K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})L_n \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_1^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right] \times \\
& \quad \times \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_1^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right]^\# (L_n)^{-1}, \quad (6.12)
\end{aligned}$$

де "#" - символ псевдообігу матриці.

Якщо властивості динамічних характеристик елементів досліджуваної системи такі, що результат факторизації матриці DL_nD_* призводить до рівності матриць

$$D_* = \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_{1^*}^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right], \quad (6.13)$$

то варіацію (6.11) слід переписати у вигляді

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(R \left\{ \Phi \left[\begin{array}{c} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{array} \right] - K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \theta_{\varphi_2} \right) \right\} L_n \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_{1^*}^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right] \delta \Phi_* + \right. \\ & \delta \Phi \left[\begin{array}{c} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{array} \right] L_n \left\{ \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_{1^*}^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right] \Phi_* - (\theta_{y_2^*} - \right. \\ & \left. \left. \left. \theta_{\varphi_2^*})K_{2^*}^{-1} \right\} R \right) \right) ds, \end{aligned} \quad (6.14)$$

а позначення (6.12) подати так

$$\begin{aligned} \Gamma_* \Gamma = RDL_nD_* = & \left[\begin{array}{c} K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{array} \right] L_n \left[B_2(\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*})K_{1^*}^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right] \\ T = T_0 + T_+ + T_- = & \Gamma K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2}). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Варіант рівності матриць (6.13) приватна, але частіше зустрічається в практиці ситуація, яку надалі слід вважати базовою.

З урахуванням позначень (6.12) варіації (6.11) та (6.14) узагальнено слід записати так

$$\delta \mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma \Phi D - T) L_n D_* \delta \Phi_* + \delta \Phi D L_n (D_* \Phi_* \Gamma_* - T_*) \Gamma] ds,$$

а умову рівності варіації $\delta \mathcal{E}$ нулю уявити як

$$\Gamma \Phi D = (T_0 + T_+),$$

тоді алгоритм ідентифікації матриці Φ набуде вигляду рівняння

$$\Phi = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (6.16)$$

Таким чином, поставлене у розділі завдання вирішено.

6.2. Завдання та алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки стійкого об'єкта при детермінованих впливах та оптимальному спостереженні векторів сигналів «вхід-вихід»

Нехай рух ідентифікованого об'єкта (рис.6.2) можна описати системою рівнянь виду (5.1)

$$x = P^{-1}Mu + P^{-1}\Psi\delta.$$

Як і попередньому розділі після напівнатурних випробувань об'єкта вважаються відомими квадратні матриці передавальних функцій вимірювачів K_1 та K_2 , а також динамічні характеристики векторів детермінованих сигналів y_1 та y_2 , φ_1 та φ_2 . Динамічні характеристики зазначених векторів сигналів записуватимуться виразами (6.1). На рисунку 6.2 вказані блоки спостерігачів векторів сигналів "вхід-вихід", оптимальні структури G_1 і G_2 матриць передавальних функцій спостерігачів повинні бути визначені на першому етапі вирішення поставленого завдання.

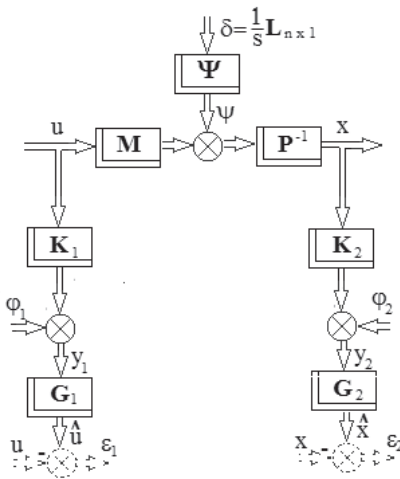


Рис.6.2 Структурна схема ідентифікації моделі динаміки об'єкта зі спостереженням векторів сигналів "вхід-вихід"

Перший етап розв'язання задачі починається з синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій G_1 та відшукування оцінки вектора сигналів входу \hat{u} .

Відповідно до виразів (6.2) та (6.3) можна записати

$$y_1 = K_1 u + \varphi_1 \quad u = K_1^{-1}(y_1 - \varphi_1),$$

друге, з яких з урахуванням виразів (6.1) набуде вигляду

$$u = K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})L_{m \times 1}. \quad (6.17)$$

Оцінка \hat{u} вектора управлінь та має вигляд

$$\hat{u} = G_1 y_1 = G_1 \theta_{y_1} L_{m \times 1}. \quad (6.18)$$

Врахування виразів (6.17) та (6.18) дозволяє представити вектор сигналів помилок оцінювання входу в об'єкт як

$$\varepsilon_1 = \hat{u} - u = [G_1 \theta_{y_1} - K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})]L_{m \times 1}. \quad (6.19)$$

Функціонал якості спостереження вектора управлінь u з урахуванням виразу (6.19) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [G_1 \theta_{y_1} L_m \theta_{y_1^*} G_{1^*} - G_1 \theta_{y_1} L_m (\theta_{y_1^*} - \theta_{\varphi_1^*}) K_{1^*}^{-1} - \\ K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1}) L_m \theta_{y_1^*} G_{1^*} + K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1}) L_m (\theta_{y_1^*} - \\ - \theta_{\varphi_1^*}) K_{1^*}^{-1}] R_1 \} ds. \end{aligned} \quad (6.20)$$

Перша варіація цього функціоналу, знайдена при варіюванні матрицею передатних функцій G_1 , дорівнюватиме

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ R_1 [G_1 \theta_{y_1} - K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1})] L_m \theta_{y_1^*} \delta G_{1^*} + \\ \delta G_1 \theta_{y_1} L_m [\theta_{y_1^*} G_{1^*} - (\theta_{y_1^*} - \\ \theta_{\varphi_1^*}) K_{1^*}^{-1}] R_1 \} ds, \end{aligned} \quad (6.21)$$

якщо всі особливості матриці θ_{y_1} лежать тільки в лівій напівплощині комплексної змінної $s = j\omega$.

Доцільними є наступні позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_{1^*} \Gamma_1 = R_1 D_1 L_m D_{1^*} = \theta_{y_1} L_m \theta_{y_1^*} \\ T_1 = T_{10} + T_{1+} + T_{1-} = \Gamma_1 K_1^{-1}(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1}). \end{aligned} \quad (6.22)$$

Як відомо з попередніх розділів, оптимальна структура G_1 матриці передавальних функцій спостерігача вектора сигналів управління визначиться алгоритмом

$$G_1 = \Gamma_1^{-1}(T_{10} + T_{1+})D_1^{-1}, \quad (6.23)$$

найкраща за точністю оцінка вектора u буде наступною

$$\hat{u} = G_1 \theta_{y_1} L_{m \times 1}. \quad (6.24)$$

За аналогією з попередньою задачею синтезу слід визначити оптимальну структуру G_2 матриці передавальних функцій спостерігача вихідних координат об'єкта. Як випливає з рисунка 6.2 і виразу (6.3), вектор x повинен мати вигляд

$$x = K_2^{-1}(y_2 - \varphi_2) = K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})L_{n \times 1},$$

а вектор сигналів помилок спостереження вектора x буде таким

$$\varepsilon_2 = \hat{x} - x = [G_2 \theta_{y_2} - K_2^{-1}(\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})]L_{n \times 1}. \quad (6.25)$$

Функціонал якості спостереження вектора вихідних сигналів з урахуванням виразу (6.25) має вигляд

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [G_2 \theta_{y_2} L_n \theta_{y_2^*} G_{2^*} - G_2 \theta_{y_2} L_n (\theta_{y_2^*} - \theta_{\varphi_2^*}) K_{2^*}^{-1} - K_2^{-1} (\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2}) L_n \theta_{y_2^*} G_{2^*} + K_2^{-1} (\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2}) L_n (\theta_{y_2^*} - \theta_{\varphi_2^*}) K_{2^*}^{-1}] R_2 \} ds. \end{aligned} \quad (6.26)$$

Для вирішення задач синтезу методом Вінера-Колмогорова необхідно визначити першу варіацію функціоналу (6.26)

$$\begin{aligned} \delta \bar{\varepsilon}_2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ R_2 [G_2 \theta_{y_2} - K_2^{-1} (\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})] L_n \theta_{y_2^*} \delta G_{2^*} + \delta G_2 \theta_{y_2} L_n [\theta_{y_2^*} G_{2^*} - (\theta_{y_2^*} - \theta_{\varphi_2^*}) K_{2^*}^{-1}] R_2 \} ds \end{aligned} \quad (6.27)$$

У варіації (6.27) необхідні такі позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_2 \Gamma_2 &= R_2 D_2 L_n D_{2^*} = \theta_{y_2} L_n \theta_{y_2^*} \\ T_2 &= T_{20} + T_{2+} + T_{2-} = \Gamma_2 K_2^{-1} (\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2}). \end{aligned} \quad (6.28)$$

При визначенні варіації (6.27), як і раніше вважалося, що $D_2 = \theta_{y_2}$.

З урахуванням позначень (6.28) варіацію (6.27) слід переписати у вигляді

$$\delta \mathcal{E}_2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_{2*} (\Gamma_2 G_2 D_2 - T_2) L_n D_{2*} \delta G_{2*} + \delta G_2 D_2 L_n (D_{2*} G_{2*} \Gamma_{2*} - T_{2*}) \Gamma_2] ds,$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури G_2 матриці передавальних функцій оптимального спостерігача вихідних координат об'єкта визначити виразом

$$G_2 = \Gamma_2^{-1} (T_{20} + T_{2+}) D_2^{-1}. \quad (6.29)$$

Вектор сигналів оцінок вихідних координат об'єкта матиме вигляд

$$\hat{x} = G_2 y_2 = G_2 \theta_{y_2} L_{n \times 1}. \quad (6.30)$$

Наступний етап вирішення поставленого вище завдання полягає у безпосередній структурній ідентифікації досліджуваного рухомого об'єкта.

Ввівши позначення типу (6.4), які тепер мають вигляд

$$\Phi = (P^{-1}M, P^{-1}\Psi) \text{ и } \hat{f} = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 y_1 \\ \delta \end{pmatrix}, \quad (6.31)$$

можна уявити вектор сигналів оцінок вихідних координат об'єкта таким чином

$$\hat{x} = G_2 \theta_{y_2} L_{n \times 1}. \quad (6.32)$$

Вектор сигналів вихідних координат об'єкта матиме вигляд

$$x = \Phi \hat{f} = \Phi \begin{pmatrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{pmatrix} L_{n \times 1}, \quad (6.33)$$

$$\text{де } B_1 = [E_m, O_{m \times (n-m)}], B_2 = B_{1*} = \begin{bmatrix} E_m \\ O_{(n-m) \times m} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Вектор сигналів помилок ідентифікації матриці Φ слід записати так

$$\varepsilon_0 = x - \hat{x} = \left[\Phi \begin{pmatrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{pmatrix} - G_2 \theta_{y_2} \right] L_{n \times 1}. \quad (6.34)$$

З урахуванням вектора (6.34) функціонал якості ідентифікації матриці передавальних функцій Φ матиме вигляд

$$\begin{aligned} \Xi_0 = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ \left[\Phi \left(\begin{matrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{matrix} \right) L_n \left(B_2 \theta_{y_1^*} G_{1^*}, \frac{1}{-s} E_n \right) \Phi_* - \right. \right. \\ & \Phi \left(\begin{matrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{matrix} \right) L_n \theta_{y_2^*} G_{2^*} - -G_2 \theta_{y_2} L_n \left(B_2 \theta_{y_1^*} G_{1^*}, \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{-s} E_n \right) \Phi_* + G_2 \theta_{y_2} L_n \theta_{y_2^*} G_{2^*} \right] R_0 \left. \right\} ds. \end{aligned} \quad (6.35)$$

Поставлене завдання вирішується методом Вінера-Колмогорова.

Перша варіація функціоналу (6.35) дорівнює

$$\begin{aligned} \delta \Xi_0 = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ R_0 \left[\Phi \left(\begin{matrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{matrix} \right) L_n \left(B_2 \theta_{y_1^*} G_{1^*}, \frac{1}{-s} E_n \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. -G_2 \theta_{y_2} L_n \left(B_2 \theta_{y_1^*} G_{1^*}, \frac{1}{-s} E_n \right) \right] \delta \Phi_* + \right. \\ \delta \Phi \left[& \left(\begin{matrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{matrix} \right) L_n \left(B_2 \theta_{y_1^*} G_{1^*}, \frac{1}{-s} E_n \right) \Phi_* - \right. \\ & \left. \left. - \left(\begin{matrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{matrix} \right) L_n \theta_{y_2^*} G_{2^*} \right] R_0 \right\} ds. \end{aligned} \quad (6.36)$$

Вважаючи, що матриця $\begin{pmatrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{pmatrix}$ має особливості тільки в лівій

напівплощині комплексного змінного $s=j\omega$, можна ввести такі позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_{0^*} \Gamma_0 = & R_0 D_0 L_n D_{0^*} = \begin{pmatrix} G_1 \theta_{y_1} B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{pmatrix} L_n \left(B_2 \theta_{y_1^*} G_{1^*}, \frac{1}{-s} E_n \right) \\ T_0 = & T_{00} + T_{0+} + T_{0-} = \Gamma_0 G_2 \theta_{y_2}. \end{aligned} \quad (6.37)$$

З урахуванням позначень (6.37) варіацію (6.36) можна переписати як

$$\begin{aligned} \delta \Xi_0 = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left[\Gamma_{0^*} (\Gamma_0 \Phi D_0 - T_0) L_n D_{0^*} \delta \Phi_* + \right. \\ & \left. + \delta \Phi D_0 L_n (D_{0^*} \Phi_* \Gamma_{0^*} - T_{0^*}) \Gamma_0 \right] ds, \end{aligned}$$

а алгоритм ідентифікації за вихідними даними завдання записати так

$$\Phi = \Gamma_0^{-1} (T_{00} + T_{0+}) D_0^{-1}. \quad (6.38)$$

детермінованих сигналів спостереження y_0, y_{1+}, y_{2-} та перешкод вимірювань φ_0 и φ , причому вектори сигналів $y_0, \varphi_0, y_{1+}, \varphi, \varphi$ не мають трендів, що розходяться.

Відповідно до структурної схеми (рис.6.3) систему диференціальних рівнянь, перетворену за Фур'є для стійкої частини об'єкта слід записати так

$$x_{1+} = P_{1+}^{-1}Mu + P_{1+}^{-1}\Psi\delta, \quad (6.40)$$

а систему рівнянь руху нестійкої частини об'єкта як

$$x_{2-} = P_{2-}^{-1}Mu + P_{2-}^{-1}\Psi\delta. \quad (6.41)$$

Ввівши позначення

$$\Phi_1 = (P_{1+}^{-1}M, P_{1+}^{-1}\Psi), \Phi_2 = (P_{2-}^{-1}M, P_{2-}^{-1}\Psi) \text{ и } f = \begin{pmatrix} u \\ \delta \end{pmatrix}, \quad (6.42)$$

рівняння (6.40) та (6.41) можна записати так

$$x_{1+} = \Phi_1 f, x_{2-} = \Phi_2 f, \quad (6.43)$$

причому враховуючи вирази (6.6) та (6.7), вектор f повинен представлятися у вигляді

$$f = \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{bmatrix} L_{n \times 1}. \quad (6.44)$$

Враховуючи особливості нестійкого каналу об'єкта, можна записати вектор сигналів x_{2-} таким чином

$$x_{2-} = K^{-1}(y_{2-} - \varphi) = K^{-1}(\theta_{y_{2-}} + \theta_{y_{2-}} - \theta_{\varphi})L_{n \times 1} \approx K^{-1}\theta_{y_{2-}}L_{n \times 1}. \quad (6.45)$$

Так як стійкі частини виразу (6.45) зникають, вектор x_{1+} стійких сигналів виходу об'єкта може бути записано так

$$x_{1+} = K^{-1}(y_{1+} - \varphi) = K^{-1}(\theta_{y_{1+}} - \theta_{\varphi})L_{n \times 1}. \quad (6.46)$$

Тепер є можливість розпочати структурну ідентифікацію моделей динаміки стійкого та нестійкого каналів об'єкта послідовно.

Враховуючи перше із рівнянь (6.43) та вираз (6.46) вектор сигналів помилок ідентифікації структури Φ_1 матриці передавальних функцій стійкого каналу об'єкта можна записати так

$$\varepsilon_{1+} = \hat{x}_{1+} - x_{1+} = \left\{ \Phi_1 \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{bmatrix} - K^{-1}(\theta_{y_{1+}} - \theta_{\varphi}) \right\} L_{n \times 1}. \quad (6.47)$$

З урахуванням вектора (6.47) функціонал якості ідентифікації структури Φ_1 представляється таким чином

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_+ = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\varepsilon_{1+} \varepsilon_{1++} R^+) ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(\left(\Phi_1 \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0}) B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{bmatrix} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - K^{-1}(\theta_{y_{1+}} - \theta_{\varphi}) \right) L_n \left\{ \left[B_2(\theta_{y_0^*} - \theta_{\varphi_0^*}) K_{0^*}^{-1}, \frac{1}{-s} E_n \right] \Phi_{1^*} - (\theta_{y_{1++}} - \right. \right. \\ & \left. \left. \theta_{\varphi_0^*}) K_{*}^{-1} \right\} R^+ \right) ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(\left(\Phi_1 \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0}) B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{bmatrix} L_n \left[B_2(\theta_{y_0^*} - \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \theta_{\varphi_0^*}) K_{0^*}^{-1}, \frac{1}{-s} E_n \right] \Phi_{1^*} - \Phi_1 \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0}) B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{bmatrix} L_n (\theta_{y_{1++}} - \theta_{\varphi_0^*}) K_{*}^{-1} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. K^{-1}(\theta_{y_{1+}} - \theta_{\varphi}) L_n \left[B_2(\theta_{y_0^*} - \theta_{\varphi_0^*}) K_{0^*}^{-1}, \frac{1}{-s} E_n \right] \Phi_{1^*} + K^{-1}(\theta_{y_{1+}} - \right. \right. \\ & \left. \left. \theta_{\varphi}) L_n (\theta_{y_{1++}} - \theta_{\varphi_0^*}) K_{*}^{-1} \right\} R^+ \right) ds \quad (6.48) \end{aligned}$$

Завдання ідентифікації матриці Φ_1 вирішується методом Вінера-Колмогорова. Перша варіація функціоналу (6.48) буде такою

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{E}_+ = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(\left(R^+ \left\{ \Phi_1 \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0}) B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{bmatrix} - K^{-1}(\theta_{y_{1+}} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - \theta_{\varphi}) \right\} L_n \left[B_2(\theta_{y_0^*} - \theta_{\varphi_0^*}) K_{0^*}^{-1}, \frac{1}{-s} E_n \right] \delta \Phi_{1^*} + \right. \\ & \left. + \delta \Phi_1 \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0}) B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{bmatrix} L_n \left\{ \left[B_2(\theta_{y_0^*} - \theta_{\varphi_0^*}) K_{0^*}^{-1}, \frac{1}{-s} E_n \right] \Phi_{1^*} - (\theta_{y_{1++}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \theta_{\varphi_0^*}) K_{*}^{-1} \right\} R^+ \right) ds. \quad (6.49) \end{aligned}$$

Необхідно ввести позначення

$$\Gamma_{1*}\Gamma_1 = R^+D_1L_nD_{1*} = \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{bmatrix} L_n \left[B_2(\theta_{y_0*} - \theta_{\varphi_0*})K_{0*}^{-1}, \frac{1}{-s}E_n \right]$$

$$T_1 = T_{10} + T_{1+} + T_{1-} = \Gamma_1 K^{-1}(\theta_{y_{1+}} - \theta_{\varphi}). \quad (6.50)$$

З урахуванням позначень (6.50) варіацію (6.49) слід записати у вигляді

$$\delta E_+ = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_{1*}(\Gamma_1\Phi_1D_1 - T_1)L_nD_{1*}\delta\Phi_{1*} + \\ + \delta\Phi_1D_1L_n(D_{1*}\Phi_{1*}\Gamma_{1*} - T_{1*})\Gamma_1] ds,$$

а алгоритм ідентифікації за вихідними даними задачі є виразом

$$\Phi_1 = \Gamma_1^{-1}(T_{10} + T_{1+})D_1^{-1}. \quad (6.51)$$

Процедура ідентифікації структури Φ_2 істотно відмінна від описаної вище.

Введені раніше позначення (6.42) можемо записати так

$$\Phi_1 = (P_+^{-1}M, P_+^{-1}\Psi) = P_+^{-1}(M, \Psi) = P_+^{-1}\Phi_0, \\ , \Phi_2 = (P_-^{-1}M, P_-^{-1}\Psi) = P_-^{-1}(M, \Psi) = P_-^{-1}\Phi_0 \quad (6.52)$$

Визначивши структуру Φ_1 за допомогою рівняння (6.51), неважко уточнити і матрицю $\Phi_0 = (M, \Psi)$ за виразом

$$\Phi_0 = P_+\Phi_1, \quad (6.53)$$

а знаючи матрицю Φ_0 (6.53), для визначення структури Φ необхідно встановити лише матрицю P_-^{-1} . Визначення матриці P_-^{-1} можна виконати в такий спосіб. Вважаючи, що вектор x_{2-} має лише нестійкі динамічні характеристики своїх компонентів і, скориставшись виразом (6.45), вектор оцінок сигналів x_{2-} можна записати як

$$\hat{x}_{2-} \approx K^{-1}\theta_{y_{2-}}L_{n \times 1},$$

а вектор вихідних координат x_{2-} об'єкта, що ідентифікується, враховуючи вирази (6.52) і (6.53), подати у вигляді

$$x_{2-} = \Phi_2 f = P_-^{-1}\Phi_0 f = P_-^{-1}P_+\Phi_1 \begin{bmatrix} K_0^{-1}(\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0})B_1 \\ \frac{1}{s}E_n \end{bmatrix} L_{n \times 1}. \quad (6.54)$$

Вектор сигналів помилок ідентифікації структури Φ_2 , враховуючи вирази (6.45), (6.53) та (6.54), доцільно подати так

$$\varepsilon_{2-} = x_{2-} - \hat{x}_{2-} = \left\{ P_{2-}^{-1} P_+ \Phi_1 \begin{bmatrix} K_0^{-1} (\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0}) B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{bmatrix} - K^{-1} \theta_{y_{2-}} \right\} L_{n \times 1} \quad (6.55)$$

Вважаючи вектор сигналів ε_2 таким, що прагне до нуля, можна записати рівність

$$P_{2-}^{-1}(M, \Psi) \begin{bmatrix} K_0^{-1} (\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0}) B_1 \\ \frac{1}{s} E_n \end{bmatrix} = K^{-1} \theta_{y_{2-}}, \quad (6.56)$$

де невідомою матрицею буде P_{2-}^{-1} .

Вирішивши рівняння (6.56) щодо матриці P_{2-}^{-1} , можна отримати результат у вигляді

$$P_{2-}^{-1} = K^{-1} \theta_{y_{2-}} \left[M K_0^{-1} (\theta_{y_0} - \theta_{\varphi_0}) B_1 + \frac{1}{s} \Psi \right]^{-1}, \quad (6.57)$$

а підставивши, результат (6.57) у відповідний вираз (6.42), можна ідентифікувати структуру матриці передавальних функцій нестійкого каналу об'єкта ідентифікації Φ_2

$$\Phi_2 = P_{2-}^{-1} \Phi_0 = P_{2-}^{-1}(M, \Psi).$$

Таким чином, завдання ідентифікації об'єкта із довільністю у динаміці, поставлене у розділі 6.3, вирішено повністю.

РОЗДІЛ 7 ОСОБЛИВОСТІ ПОСТАНОВКИ ТА АЛГОРИТМИ ВИРІШЕННЯ БАЗОВИХ ЗАВДАНЬ СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ ОБ'ЄКТІВ ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ВПЛИВАХ ЗА ДАНИМИ НАТУРНИХ ТА НАПІВНАТУРНИХ ВИПРОБУВАНЬ ВИРОБІВ

Як уже зазначено раніше, реальні рухливі об'єкти, як правило, функціонують при стохастичних (спільних детермінованих та випадкових) впливах. Ця обставина вимагає від розробників систем управління або стабілізації рухомих об'єктів досить складних особливих підходів як до завдань ідентифікації моделей динаміки об'єктів та впливів на них, так і до задач управління (стабілізації) досліджуваних об'єктів.

7.1 Постановки та стадії вирішення завдань структурної ідентифікації моделей динаміки об'єктів при стохастичних впливах на них

Якщо досліджуваний рухомий об'єкт лінійний, стійкий, багатовимірний та працює в умовах дії стохастичних збурень, то структурну схему такого об'єкта та бортових засобів вимірювання і спостереження його вихідних координат (за аналогією, наприклад, з рисунком 6.1) можна представити як показано на рис. 7.1. Тут індексами «~» позначені випадкові стаціонарні сигнали входів-виходів об'єкта, а індексами «-» - детерміновані сигнали. Бортовий блок вимірювачів характеризується відомою матрицею передавальних функцій K ; блоки оптимальних спостерігачів виходів об'єкта визначені синтезованими матрицями передавальних функцій $\bar{\Phi}$ і $\tilde{\Phi}$; $\bar{\psi}$ і $\tilde{\psi}$ вектори збурень, що діють на досліджуваний об'єкт та підлягають визначенню; $\bar{\varphi}$ і $\tilde{\varphi}$ вектори перешкод вимірювань векторів вихідних координат об'єкта \bar{x} і \tilde{x} ; \bar{y} і \tilde{y} - вектори спостережень відповідних векторів виходів об'єкта. Змінюваними при випробуваннях будуть вектори сигналів управліннь \bar{u} та \tilde{u} , вектори

спостережень \bar{y} і \tilde{y} , а також вектори перешкод $\bar{\varphi}$ і $\tilde{\varphi}$. Векторами \hat{x} та \tilde{x} позначені результати спостережень відповідних векторів виходів об'єкта синтезованими оптимальними спостерігачами з передатними функціями $\bar{\Phi}$ та $\tilde{\Phi}$.

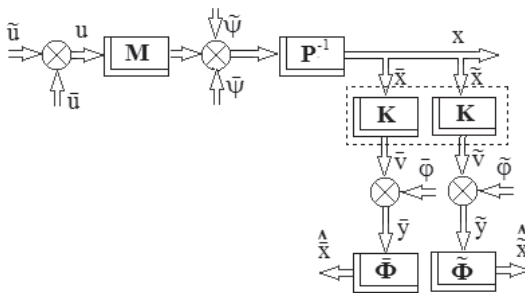


Рис. 7.1 Структурна схема стійкого об'єкта, що ідентифікується, при стохастичних впливах

Системи диференціальних рівнянь, перетворені за Фур'є і описуючі випадкові та детерміновані рухи об'єкта, що досліджується, можна записати наступним чином

$$\begin{aligned} P\dot{\tilde{x}} &= M\dot{\tilde{u}} + \dot{\tilde{\psi}}; \\ P\dot{\bar{x}} &= M\dot{\bar{u}} + \dot{\bar{\psi}} \end{aligned} \quad (7.1)$$

а вимірювані в процесах випробувань складові вектора, що цікавлять, вихідних сигналів об'єкта мають вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= K^\#(\tilde{y} - \tilde{\varphi}); \\ \bar{x} &= K^\#(\bar{y} - \bar{\varphi}), \end{aligned} \quad (7.2)$$

тут знак "#" символ обігу прямокутної матриці. Враховуючи вирази (7.1) та (7.2), можна записати наступні вирази

$$\varepsilon = K^\#(\tilde{y} - \tilde{\varphi}) - (P^{-1}M)\tilde{u} - (P^{-1}\tilde{\psi})\Delta; \quad (7.3)$$

$$\bar{\varepsilon} = K^\#(\bar{y} - \bar{\varphi}) - (P^{-1}M)\bar{u} - (P^{-1}\bar{\psi})\Delta, \quad (7.4)$$

які описують виникаючі неузгодженості в трактах випадкових та детермінованих сигналів. Тут вектор "Δ" - вектор "білих" шумів.

Як і раніше детерміновані сигнали в системі змін видаються так

$$\bar{y} = \theta_y L_{v \times 1}, \bar{\varphi} = \theta_\varphi L_{v \times 1}, \bar{u} = \theta_u L_{m \times 1}, \bar{\psi} = \theta_\psi L_{n \times 1},$$

де θ_i діагональні квадратні матриці відповідних сигналів, на головній діагоналі яких стоять зображення Лапласа відповідних сигналів; $L_{i \times 1}$ – подинки вектори відповідних різниць; розмірності досліджуваних матриць будуть такими $P_{n \times n}$, $M_{n \times m}$, $K_{n \times v}$.

З урахуванням зазначеного опису тракту детермінованих сигналів вираз (7.4) можна подати так

$$\bar{\varepsilon} = \theta_\varepsilon L_{n \times 1} = [K^\#(\theta_y - \theta_\varphi) - (P^{-1}M)_- \theta_u - (P^{-1}\theta_\psi)_-] L_{n \times 1}$$

$$\text{або} \quad \theta_\varepsilon = K^\#(\theta_y - \theta_\varphi) - (P^{-1}M)_- \theta_u - (P^{-1}\theta_\psi)_-. \quad (7.5)$$

Якщо об'єкт, що досліджується, має довільність в динаміці (нестійку частину), то в цьому варіанті структурна схема системи ідентифікації об'єкта матиме вигляд (рис. 7.2).

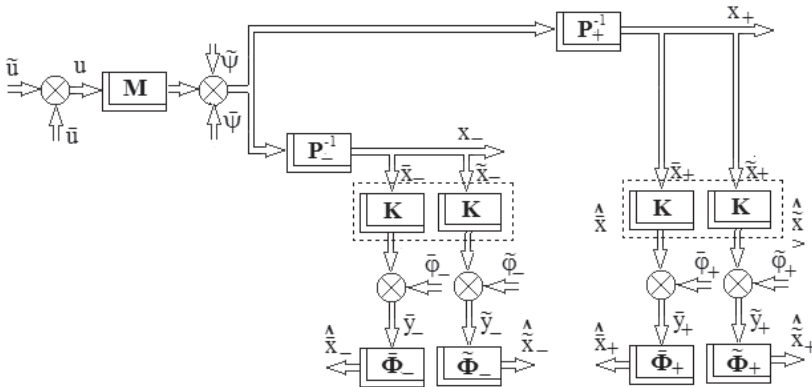


Рис. 7.2 Структурна схема системи ідентифікації моделей об'єкта зі свавіллям у динаміці при стохастичних впливах

Відмінні риси рис. 7.2 від рис. 7.1 лише у появі нестійкого тракту, що починається з нестійкої матриці P_-^{-1} .

Оскільки в попередніх розділах зміст оптимальних структур $\tilde{\Phi}(\Phi)$ у ситуаціях, близьких до показаних на рисунках 7.1 та 7.2, описаний досить докладно, у цьому розділі будуть розглянуті лише завдання, що безпосередньо описують структурну ідентифікацію моделей динаміки об'єкта у варіантах відображених на рисунках 7.1 та 7.2.

Спочатку доцільно провести структурну ідентифікацію стійкої частини лінійного багатовимірного рухомого об'єкта при стохастичних впливах, структурна схема системи ідентифікації моделей динаміки якого показано на рис. 7.3.

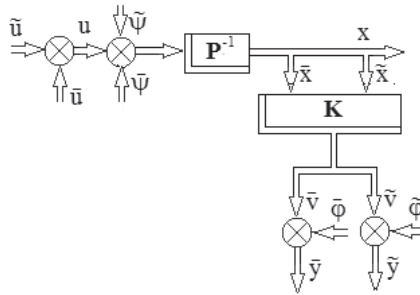


Рис. 7.3 Структурна схема системи ідентифікації моделей динаміки стійкого об'єкта при стохастичних впливах

На рис. 7.3 збережені вище введені базові позначення.

7.2 Стадії та алгоритм розв'язання задачі структурної ідентифікації лінійного багатовимірного об'єкта при стохастичних впливах

Вважається, що завдання ідентифікації моделей динаміки зазначеного об'єкта вирішується на дві стадії. На першій стадії ідентифікується тракт об'єкта, схильного тільки до детермінованих впливів, на другій стадії – тракт об'єкта, схильного до стаціонарних випадкових збурень.

7.2.1 Стадія структурної ідентифікації моделей динаміки тракту об'єкта, що досліджується при дії детермінованих впливів

Для вирішення поставленої задачі експеримент, що дає дані для ідентифікації, слід повторити двічі при векторах сигналів управління $\bar{u}_1 = \theta_{u_1} L_{m \times 1}$ і $\bar{u}_2 = \theta_{u_2} L_{m \times 1}$, неконтрольоване детерміноване збурення $\bar{\psi}$ вважають незмінним. За результатами випробувань можна скласти таку систему рівнянь руху детермінованого тракту досліджуваного об'єкта

$$\begin{aligned} K^\#(\bar{y}_1 - \bar{\varphi}_1) &= (P^{-1}M)_- \bar{u}_1 + (P^{-1}\bar{\psi})_-, \\ K^\#(\bar{y}_2 - \bar{\varphi}_2) &= (P^{-1}M)_- \bar{u}_2 + (P^{-1}\bar{\psi})_-. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Вирішуючи систему рівнянь (7.6) спільно та враховуючи раніше прийняті позначення (7.5) слід записати такий результат

$$\begin{aligned} K^\#[(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1}) - (\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})]L_{v \times 1} &= \\ = (P^{-1}M)_- (\theta_{u_1} - \theta_{u_2})L_{m \times 1} &= (P^{-1}M)_- \theta_u L_{m \times 1}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Вважаючи величини розмірності векторів такими, що справедливі співвідношення $m \geq v$ і $n \geq m$, можна скласти матрицю θ_u

$$\theta_u = \begin{bmatrix} Q_{u(v \times v)} & O_{v \times (m-v)} \\ O_{(m-v) \times v} & Q_{(m-v) \times (m-v)} \end{bmatrix}, \quad (7.8)$$

де матриці Q_u і Q – діагональні.

С урахуванням матриці (7.8) вираз (7.7) можна записати так

$$(P^{-1}\widehat{M})_- \approx K^\#[(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1}) - (\theta_{y_2} - \theta_{\varphi_2})]Q_u^{-1}. \quad (7.9)$$

Якщо доданок $(P^{-1}\bar{\psi})_-$ у виразі (7.6) переставити у вигляді

$$(P^{-1}\bar{\psi})_- = (P^{-1}\theta_\psi)_- L_{n \times 1},$$

то з урахуванням вже знайденої матриці (7.9) шукану матрицю $(P^{-1}\widehat{\theta}_\psi)_-$ слід записати так

$$(P^{-1}\widehat{\theta}_\psi)_- = K^\#(\theta_{y_1} - \theta_{\varphi_1}) - (P^{-1}\widehat{M})_- \theta_{u_1}. \quad (7.10)$$

Отже, шукані моделі динаміки детермінованого тракту лінійного об'єкта (рис. 7.3) знайдено.

7.2.2 Стадія структурної ідентифікації моделей динаміки тракту досліджуваного лінійного об'єкта при дії випадкових стаціонарних впливів

Для проведення стадії структурної ідентифікації моделей динаміки тракту досліджуваного лінійного об'єкта, схильного лише до випадкових стаціонарних впливів також доцільно використовувати рисунок 7.3, згідно з яким можна записати що

$$\tilde{x}_+ = K^\#(\tilde{y} - \tilde{\varphi}) \approx P^{-1}M\tilde{u} + P^{-1}\tilde{\psi} = \tilde{x}. \quad (7.11)$$

Вважається, що вектор сигналів випадкових впливів $\tilde{\psi}$ являє собою «білий» шум з інтенсивністю A

$$\tilde{\psi} = A\Delta, \quad (7.12)$$

вектор помилок у визначенні вихідних координат досліджуваного тракту об'єкта доцільно записати, використовуючи вирази (7.11) та (7.12) таким чином

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{x} - \tilde{x}_+ = P^{-1}M\tilde{u} + P^{-1}A\Delta - K^\#(\tilde{y} - \tilde{\varphi}). \quad (7.13)$$

Транспоновану матрицю спектральних щільностей вектора $\tilde{\varepsilon}$ слід записати у вигляді

$$\begin{aligned} S'_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}} = & (P^{-1}M)_{\sim} S'_{\tilde{u}\tilde{u}} (P^{-1}M)_{\sim*} - (P^{-1}M)_{\sim} (S'_{\tilde{y}\tilde{u}} - S'_{\tilde{\varphi}\tilde{u}}) K^\# + \\ & + (P^{-1}A)_{\sim} (P^{-1}A)_{\sim*} - K^\# (S'_{\tilde{u}\tilde{y}} - S'_{\tilde{u}\tilde{\varphi}}) (P^{-1}M)_{\sim*} + K^\# (S'_{\tilde{y}\tilde{y}} - \\ & S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}) K^\#, \end{aligned} \quad (7.14)$$

де транспонована матриця спектральних щільностей вектора \tilde{x}_+ буде такою

$$S'_{\tilde{x}_+\tilde{x}_+} = K^\# (S'_{\tilde{y}\tilde{y}} - S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}) K^\#,$$

а транспонована матриця спектральних щільностей вектора \tilde{x} має вид

$$S'_{\tilde{x}\tilde{x}} = (P^{-1}M)_{\sim} S'_{\tilde{u}\tilde{u}} (P^{-1}M)_{\sim*} + (P^{-1}A)_{\sim} (P^{-1}A)_{\sim*}.$$

Нехай функціонал якості ідентифікації структури $(P^{-1}M)$ можна представити так

$$e_{\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr (S'_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}} R_{\sim}) ds. \quad (7.15)$$

Підстановка у функціонал (7.15) матриці (7.14) дозволяє переписати останній у вигляді

$$e_{\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr\{[(P^{-1}M)_{\sim} S'_{\tilde{u}\tilde{u}}(P^{-1}M)_{\sim*} - (P^{-1}M)_{\sim}(S'_{\tilde{y}\tilde{u}} - S'_{\tilde{\varphi}\tilde{u}})K_{*}^{\#} + \\ + (P^{-1}A)_{\sim}(P^{-1}A)_{\sim*} - K^{\#}(S'_{\tilde{u}\tilde{y}} - S'_{\tilde{u}\tilde{\varphi}})(P^{-1}M)_{\sim*} + \\ + K^{\#}(S'_{\tilde{y}\tilde{y}} - S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}})K_{*}^{\#}]R_{\sim}\}ds \quad (7.16)$$

Першу варіацію функціонала (7.16) слід записати так

$$\delta e_{\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr\{R_{\sim}[(P^{-1}M)_{\sim} S'_{\tilde{u}\tilde{u}} - K^{\#}(S'_{\tilde{u}\tilde{y}} - S'_{\tilde{u}\tilde{\varphi}})]\delta(P^{-1}M)_{\sim*} + \\ + \delta(P^{-1}M)_{\sim}[S'_{\tilde{u}\tilde{u}}(P^{-1}M)_{\sim*} - (S'_{\tilde{y}\tilde{u}} - S'_{\tilde{\varphi}\tilde{u}})K_{*}^{\#}]R_{\sim}\}ds. \quad (7.17)$$

Доцільно ввести наступні позначення

$$\Gamma_{\sim*}\Gamma_{\sim} = R_{\sim}; D_{\sim}D_{\sim*} = S'_{\tilde{u}\tilde{u}}; \\ T_{\sim} = T_{\sim 0} + T_{\sim +} + T_{\sim -} = \Gamma_{\sim}^{-1}K^{\#}(S'_{\tilde{u}\tilde{y}} - S'_{\tilde{u}\tilde{\varphi}})D_{\sim*}^{-1}. \quad (7.18)$$

З урахуванням позначень (7.18) варіацію (7.17) можливо переписати у вигляді

$$\delta e_{\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr\{\Gamma_{\sim*}[\Gamma_{\sim}(P^{-1}M)_{\sim}D_{\sim} - (T_{\sim 0} + T_{\sim +})]\delta(P^{-1}M)_{\sim*} + \\ + \delta(P^{-1}M)_{\sim}[D_{\sim*}(P^{-1}M)_{\sim*}\Gamma_{\sim*} - (T_{\sim 0} + T_{\sim +})_{*}]\Gamma_{\sim}\}ds. \quad (7.19)$$

Умова тотожної рівності варіації (7.19) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій $(P^{-1}M)_{\sim}$ виглядає так

$$\Gamma_{\sim}(P^{-1}M)_{\sim}D_{\sim} = (T_{\sim 0} + T_{\sim +}),$$

а алгоритм визначення оптимальної структури $(P^{-1}M)_{\sim}$ буде таким

$$(P^{-1}M)_{\sim} = \Gamma_{\sim}^{-1}(T_{\sim 0} + T_{\sim +})D_{\sim}^{-1}. \quad (7.20)$$

Транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\xi = (P^{-1}A)$ буде такою (7.21)

$$S'_{\xi\xi} = K^{\#}(S'_{\tilde{y}\tilde{y}} - S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}})K_{*}^{\#} - K^{\#}(S'_{\tilde{u}\tilde{y}} - S'_{\tilde{u}\tilde{\varphi}})(P^{-1}M)_{\sim*} - \\ - (P^{-1}M)_{\sim}(S'_{\tilde{y}\tilde{u}} - S'_{\tilde{\varphi}\tilde{u}})K_{*}^{\#} + (P^{-1}M)_{\sim}S'_{\tilde{u}\tilde{u}}(P^{-1}M)_{\sim*} = \hat{D}\hat{D}_{*}. \quad (7.21)$$

Як результат факторизації функції (7.21) шукана матриця буде мати вид (7.22)

$$(P^{-1}A)_{\sim} = \hat{D}. \quad (7.22)$$

7.3 Постановка та стадії розв'язання задачі структурної ідентифікації моделей об'єкта із довільністю у динаміці

З метою полегшення поставленої задачі ідентифікації об'єкта з довільністю у динаміці, структурна схема системи ідентифікації якого представлена на рисунку 7.2, слід дещо видозмінити з урахуванням доцільного форматування з перешкод вимірювань уточнених моделей векторів збурень. Видозмінена структурна схема системи ідентифікації об'єкта, що досліджується, показана на рисунку 7.4

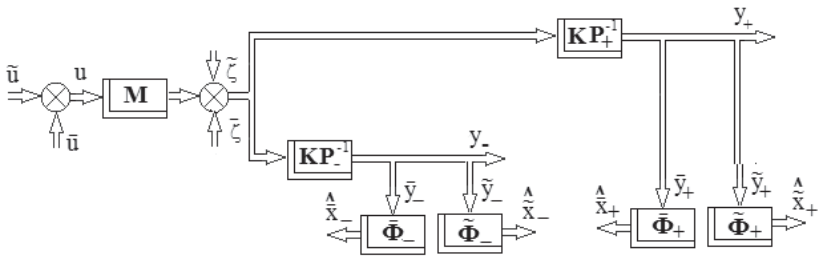


Рис 7.4 Модернізована структурна схема системи ідентифікації моделей нестійкого об'єкта

На рис. 7.4 надано перетворені моделі динаміки векторів збурень, що діють на об'єкт – вектори $\tilde{\zeta}$ і $\bar{\zeta}$, які слід записати так

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta} &= \tilde{\psi} + P_+ K^\# \tilde{\varphi}_+; \\ \bar{\zeta} &= \bar{\psi} + P_- K^\# \bar{\varphi}_-. \end{aligned} \quad (7.23)$$

Сигнали спостережень в обох трактах об'єкта, що досліджується, можна записати у вигляді (7.24)

$$\begin{aligned} \hat{y}_+ &= KP_+^{-1}(M\tilde{u} + \tilde{\zeta}) = KP_+^{-1}(M\tilde{u} + \tilde{\psi}) + \tilde{\varphi}_+ = K\tilde{x}_+ + \tilde{\varphi}_+; \\ \hat{y}_- &= KP_-^{-1}(M\bar{u} + \bar{\zeta}) = KP_-^{-1}(M\bar{u} + \bar{\psi}) + \bar{\varphi}_- = K\bar{x}_+ + \bar{\varphi}_+; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_- &= KP_-^{-1}(M\tilde{u} + \tilde{\zeta}) = KP_-^{-1}(M\tilde{u} + \tilde{\psi}) + \tilde{\varphi}_- = K\tilde{x}_- + \tilde{\varphi}_-; \\
\bar{y}_- &= KP_-^{-1}(M\bar{u} + \bar{\zeta}) = KP_-^{-1}(M\bar{u} + \bar{\psi}) + \bar{\varphi}_- = K\bar{x}_- + \bar{\varphi}_-; \\
\hat{x}_+ &= K^\#(\tilde{y}_+ - \tilde{\varphi}_+); \quad \bar{x}_+ = K^\#(\bar{y}_+ - \bar{\varphi}_+); \\
\hat{x}_- &= K^\#(\tilde{y}_- - \tilde{\varphi}_-); \quad \bar{x}_- = K^\#(\bar{y}_- - \bar{\varphi}_-),
\end{aligned} \tag{7.24}$$

а вектори оцінок виходів обох досліджуваних трактів об'єкта після подальшого синтезу оптимальних структур усіх спостерігачів будуть такими $\hat{x}_+ = \tilde{\Phi}_+\tilde{y}_+$; $\hat{x}_+ = \bar{\Phi}_+\bar{y}_+$; $\hat{x}_- = \tilde{\Phi}_-\tilde{y}_-$; $\hat{x}_- = \bar{\Phi}_-\bar{y}_-$.

7.3.1 Алгоритми вирішення завдань структурної ідентифікації моделей динаміки ланок тракту об'єкта, що враховує лише нестійку частину об'єкта

Спочатку доцільно ідентифікувати моделі елементів нестійкого тракту об'єкта, що переробляють лише детерміновану інформацію. Як і раніше, необхідний для цього експеримент із знімання досягнутої інформації потрібно провести двічі. Враховуючи відповідні вирази (7.24) та (7.25), можна скласти таку систему рівностей

$$\begin{aligned}
K^\#(\bar{y}_{1-} - \bar{\varphi}_{1-}) &\approx (P_-^{-1}M)_-\bar{u}_1 + (P_-^{-1}\bar{\psi})_-, \\
K^\#(\bar{y}_{2-} - \bar{\varphi}_{2-}) &\approx (P_-^{-1}M)_-\bar{u}_2 + (P_-^{-1}\bar{\psi})_-.
\end{aligned} \tag{7.26}$$

Вирішуючи систему рівнянь (7.26) спільно та використовуючи раніше введені позначення (7.7), можна отримати співвідношення у вигляді

$$\begin{aligned}
K^\#(\theta_{\bar{y}_1} - \theta_{\bar{\varphi}_1} - \theta_{\bar{y}_2} + \theta_{\bar{\varphi}_2}) &\approx (P_-^{-1}M)_-(\theta_{\bar{u}_1} - \theta_{\bar{u}_2}) = \\
(P_-^{-1}M)_-\theta_{\bar{u}}.
\end{aligned} \tag{7.27}$$

Враховуючи розмірності векторів $m \geq v$, $n \geq t$ та матрицю (7.8) за аналогією з рівнянням (7.9) можливо визначити потрібну модель динаміки $(P_-^{-1}M)_-$ у такому вигляді

$$(\widehat{P_-^{-1}M})_- = K^\#[(\theta_{\bar{y}_1} - \theta_{\bar{\varphi}_1}) - (\theta_{\bar{y}_2} + \theta_{\bar{\varphi}_2})]\theta_{\bar{u}}^{-1}, \tag{7.28}$$

а шукану модель динаміки $(P_-^{-1}\theta_{\bar{\psi}})_-$ так

$$(\widehat{P_-^{-1}\theta_{\bar{\psi}}})_- = K^\#(\theta_{\bar{y}_1} - \theta_{\bar{\varphi}_1}) - (\widehat{P_-^{-1}M})_-\theta_{\bar{u}_1}. \tag{7.29}$$

За аналогією з процедурою складання рівняння (7.11) та враховуючи вирази (7.24) та (7.25), слід скласти рівняння

$$\tilde{x}_{1-} = K^\#(\tilde{y}_{1-} - \tilde{\varphi}_{1-}) \approx (P_-^{-1}M)_\sim \tilde{u} + (P_-^{-1}A)_\sim \Delta = \tilde{x}_-, \quad (7.30)$$

а вектор помилок визначення координат досліджуваного тракту об'єкта доцільно записати як

$$\tilde{\varepsilon}_- = \tilde{x}_- - \tilde{x}_{1-}.$$

Транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\tilde{\varepsilon}_-$ буде мати вид

$$\begin{aligned} S'_{\tilde{\varepsilon}_- \tilde{\varepsilon}_-} &= (P_-^{-1}M)_\sim S'_{uu} (P_-^{-1}M)_{\sim*} - (P_-^{-1}M)_\sim (S'_{y_{1-}u} - S'_{\varphi_{1-}u}) K^\# + \\ &+ (P_-^{-1}A)_\sim (P_-^{-1}A)_{\sim*} - K^\# (S'_{uy_{1-}} - S'_{u\varphi_{1-}}) (P_-^{-1}M)_{\sim*} + K^\# (S'_{y_{1-}y_{1-}} - \\ &- S'_{\varphi_{1-}\varphi_{1-}}) K^\#_*, \end{aligned} \quad (7.31)$$

где $S'_{\tilde{x}_{1-} \tilde{x}_{1-}} = K^\# (S'_{y_{1-}y_{1-}} - S'_{\varphi_{1-}\varphi_{1-}}) K^\#_*$,

$$S'_{\tilde{x}_- \tilde{x}_-} = (P_-^{-1}M)_\sim S'_{uu} (P_-^{-1}M)_{\sim*} + (P_-^{-1}A)_\sim (P_-^{-1}A)_{\sim*}.$$

Нехай функціонал якості ідентифікації у досліджуваному варіанті тракту об'єкта буде

$$e_{\tilde{\varepsilon}_-} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr (S'_{\tilde{\varepsilon}_- \tilde{\varepsilon}_-} R_\sim) ds. \quad (7.32)$$

Підстановка виразів (7.31) у функціонал (7.32) дозволяє записати останній у вигляді

$$\begin{aligned} e_{\tilde{\varepsilon}_-} &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ [(P_-^{-1}M)_\sim S'_{uu} (P_-^{-1}M)_{\sim*} - (P_-^{-1}M)_\sim (S'_{y_{1-}u} - S'_{\varphi_{1-}u}) K^\# + \\ &+ (P_-^{-1}A)_\sim (P_-^{-1}A)_{\sim*} - K^\# (S'_{uy_{1-}} - S'_{u\varphi_{1-}}) (P_-^{-1}M)_{\sim*} + \\ &+ K^\# (S'_{y_{1-}y_{1-}} - S'_{\varphi_{1-}\varphi_{1-}}) K^\#_*] R_\sim \} ds. \end{aligned} \quad (7.33)$$

Перша варіація функціонала (7.33) буде мати вид

$$\begin{aligned} \delta e_{\tilde{\varepsilon}_-} &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ R_\sim [(P_-^{-1}M)_\sim S'_{uu} - K^\# (S'_{uy_{1-}} - S'_{u\varphi_{1-}})] \delta (P_-^{-1}M)_{\sim*} + \\ &+ \delta (P_-^{-1}M)_\sim [S'_{uu} (P_-^{-1}M)_{\sim*} - (S'_{y_{1-}u} - S'_{\varphi_{1-}u}) K^\#_*] R_\sim \} ds. \end{aligned} \quad (7.34)$$

Доцільно ввести наступні вирази

$$\begin{aligned} \Gamma_{\sim*} \Gamma_\sim &= R_\sim; D_\sim D_{\sim*} = S'_{uu}; \\ T_\sim &= T_{\sim 0} + T_{\sim +} + T_{\sim -} = \Gamma_{\sim*}^{-1} K^\# (S'_{uy_{1-}} - S'_{u\varphi_{1-}}) D_{\sim*}^{-1}. \end{aligned} \quad (7.35)$$

З урахуванням позначень (7.35) варіацію (7.34) слід записати так

$$\delta e_{\tilde{z}_-} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ \Gamma_{\sim*} [\Gamma_{\sim} (P_{\sim}^{-1} M)_{\sim} D_{\sim} - (T_{\sim 0} + T_{\sim +})] \delta (P_{\sim}^{-1} M)_{\sim*} + \\ + \delta (P_{\sim}^{-1} M)_{\sim} [D_{\sim*} (P_{\sim}^{-1} M)_{\sim*} \Gamma_{\sim*} - (T_{\sim 0} + T_{\sim +})_*] \Gamma_{\sim} \} ds.$$

Умови тотожної рівності варіації нулю будуть такими

$$\Gamma_{\sim} (P_{\sim}^{-1} M)_{\sim} D_{\sim} = (T_{\sim 0} + T_{\sim +}),$$

а алгоритм вивода оптимальної структури $(\widehat{P_{\sim}^{-1} M})_{\sim}$ має вид

$$(\widehat{P_{\sim}^{-1} M})_{\sim} = \Gamma_{\sim}^{-1} (T_{\sim 0} + T_{\sim +}) D_{\sim}^{-1}. \quad (7.36)$$

За аналогією з матрицею (7.21), транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\xi_{\sim} = (P_{\sim}^{-1} A)_{\sim}$ буде мати такий вид

$$S'_{\xi_{\sim} \xi_{\sim}} = \widehat{D}_{\sim} \widehat{D}_{\sim*} = K^{\#} (S'_{y_{1-} y_{1-}} - S'_{\varphi_{1-} \varphi_{1-}}) K_{\#}^{\#} - K^{\#} (S'_{uy_{1-}} - \\ S'_{u\varphi_{1-}}) (\widehat{P_{\sim}^{-1} M})_{\sim*} - \\ - (\widehat{P_{\sim}^{-1} M})_{\sim} (S'_{y_{1-u}} - S'_{\varphi_{1-u}}) K_{\#}^{\#} + (\widehat{P_{\sim}^{-1} M})_{\sim} S'_{uu} (\widehat{P_{\sim}^{-1} M})_{\sim*}, \\ \text{т.е. } (P_{\sim}^{-1} A)_{\sim} = \widehat{D}_{\sim}. \quad (7.37)$$

7.3.2 Алгоритми вирішення задачі структурної ідентифікації моделей динаміки ланок тракту об'єкта, що враховує лише стійку частину останнього

Як і раніше, спочатку слід ідентифікувати моделі елементів сталого тракту об'єкта, що переробляють лише довільну інформацію. У цьому випадку експеримент із знімання доступної інформації потрібно проводити двічі.

Скориставшись виразами (7.24) і (7.25), можна скласти таку систему рівностей, що характеризує лише детерміновані частини досліджуваного тракту

$$K^{\#} (\bar{y}_{1+} - \bar{\varphi}_{1+}) \approx (P_{+}^{-1} M)_{\sim} \bar{u}_1 + (P_{+}^{-1} \bar{\psi})_{\sim}, \\ K^{\#} (\bar{y}_{2+} - \bar{\varphi}_{2+}) \approx (P_{+}^{-1} M)_{\sim} \bar{u}_2 + (P_{+}^{-1} \bar{\psi})_{\sim}. \quad (7.38)$$

Вирішивши систему рівнянь (7.38), використавши раніше введені позначення (7.7), можливо отримати співвідношення

$$K^{\#} [(\theta_{\bar{y}_1} - \theta_{\bar{\varphi}_1}) - (\theta_{\bar{y}_2} + \theta_{\bar{\varphi}_2})] \approx (P_{+}^{-1} M)_{\sim} (\theta_{\bar{u}_1} - \theta_{\bar{u}_2}) = (P_{+}^{-1} M)_{\sim} \theta_{\bar{u}}. \quad (7.39)$$

Враховуючи можливі ситуації з різницями векторів ($m \geq v, n \geq m$) і матриці (7.8) за аналогією з рівнянням (7.9) можна визначити модель динаміки $(P_+^{-1}M)_-$ - у вигляді

$$(\widehat{P_+^{-1}M})_- = K^\#[(\theta_{\bar{y}_1} - \theta_{\bar{\varphi}_1}) - (\theta_{\bar{y}_2} + \theta_{\bar{\varphi}_2})]\theta_{\bar{u}}^{-1}, \quad (7.40)$$

а шукану модель $(P_+^{-1}\theta_{\bar{\psi}})_-$ записати так

$$(\widehat{P_+^{-1}\theta_{\bar{\psi}}})_- = K^\#(\theta_{\bar{y}_1} - \theta_{\bar{\varphi}_1}) - (\widehat{P_+^{-1}M})_- \theta_{\bar{u}_1}. \quad (7.41)$$

За аналогією з процедурою складання рівнянь (7.11) або (7.30) та враховуючи потрібні складові виразів (7.24) та (7.25), можливо скласти рівняння

$$\tilde{x}_{1+} = K^\#(\tilde{y}_{1+} - \tilde{\varphi}_{1+}) \approx (P_+^{-1}M)_{\sim} \tilde{u} + (P_+^{-1}A)_{\sim} \Delta = \tilde{x}_+. \quad (7.42)$$

Вектор помилок визначення координат досліджуваного в даному розділі тракту об'єкта доцільно подати так

$$\tilde{\varepsilon}_+ = \tilde{x}_+ - \tilde{x}_{1+}.$$

Транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\tilde{\varepsilon}_+$ записується в такий спосіб (7.43)

$$\begin{aligned} S'_{\tilde{\varepsilon}_+\tilde{\varepsilon}_+} = & (P_+^{-1}M)_{\sim} S'_{uu} (P_+^{-1}M)_{\sim*} - (P_+^{-1}M)_{\sim} (S'_{y_{1+}u} - S'_{\varphi_{1+}u}) K_*^\# + \\ & + (P_+^{-1}A)_{\sim} (P_+^{-1}A)_{\sim*} - K^\#(S'_{uy_{1+}} - S'_{u\varphi_{1+}}) (P_+^{-1}M)_{\sim*} + K^\#(S'_{y_{1+}y_{1+}} - \\ & S'_{\varphi_{1+}\varphi_{1+}}) K_*^\#, \end{aligned} \quad (7.43)$$

$$\text{где } S'_{\tilde{x}_{1+}\tilde{x}_{1+}} = K^\#(S'_{y_{1+}y_{1+}} - S'_{\varphi_{1+}\varphi_{1+}}) K_*^\#,$$

$$S'_{\tilde{x}_+\tilde{x}_+} = (P_+^{-1}M)_{\sim} S'_{uu} (P_+^{-1}M)_{\sim*} + (P_+^{-1}A)_{\sim} (P_+^{-1}A)_{\sim*}$$

Функціонал якості ідентифікації у досліджуваному варіанті тракту об'єкта має вигляд

$$e_{\tilde{\varepsilon}_+} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\tilde{\varepsilon}_+\tilde{\varepsilon}_+} R_{\sim}) ds. \quad (7.44)$$

Підстановка матриці (7.43) у диференціал (7.44) дозволяє переписати його так

$$\begin{aligned} e_{\tilde{\varepsilon}_+} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(P_+^{-1}M)_{\sim} S'_{uu} (P_+^{-1}M)_{\sim*} - (P_+^{-1}M)_{\sim} (S'_{y_{1+}u} - S'_{\varphi_{1+}u}) K_*^\# + \\ & + (P_+^{-1}A)_{\sim} (P_+^{-1}A)_{\sim*} - K^\#(S'_{uy_{1+}} - S'_{u\varphi_{1+}}) (P_+^{-1}M)_{\sim*} + \end{aligned}$$

$$+K^\#(S'_{y_1+y_{1+}} - S'_{\varphi_{1+}\varphi_{1+}})K^\#]R_\sim\}ds. \quad (7.45)$$

Перша варіація функціонала (7.45) така

$$\begin{aligned} \delta e_{\varepsilon_+} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{R_\sim[(P_+^{-1}M)_\sim S'_{uu} - K^\#(S'_{uy_{1+}} - S'_{u\varphi_{1+}})]\delta(P_+^{-1}M)_\sim + \\ & + \delta(P_+^{-1}M)_\sim[S'_{uu}(P_+^{-1}M)_\sim - (S'_{y_{1+}u} - S'_{\varphi_{1+}u})K^\#]R_\sim\}ds. \end{aligned} \quad (7.46)$$

Доцільно ввести наступні позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_\sim \Gamma_\sim &= R_\sim; D_\sim D_\sim = S'_{uu}; \\ T_\sim &= T_{\sim 0} + T_{\sim +} + T_{\sim -} = \Gamma_\sim^{-1} K^\#(S'_{uy_{1+}} - S'_{u\varphi_{1+}}) D_\sim^{-1}. \end{aligned} \quad (7.47)$$

З урахуванням позначень (7.47) варіацію (7.46) можна записати у виді

$$\begin{aligned} \delta e_{\varepsilon_+} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}\{\Gamma_\sim [\Gamma_\sim (P_+^{-1}M)_\sim D_\sim - (T_{\sim 0} + T_{\sim +})]\delta(P_+^{-1}M)_\sim + \\ & + \delta(P_+^{-1}M)_\sim [D_\sim (P_+^{-1}M)_\sim \Gamma_\sim - (T_{\sim 0} + T_{\sim +})_*]\Gamma_\sim\}ds. \end{aligned}$$

Умова тотожної рівності варіації (7.46) нулю має бути такою

$$\Gamma_\sim (P_+^{-1}M)_\sim D_\sim = (T_{\sim 0} + T_{\sim +}).$$

Алгоритм визначення оптимальної структури $(\widehat{P_+^{-1}M})_-$ - матиме вигляд

$$(\widehat{P_+^{-1}M})_\sim = \Gamma_\sim^{-1}(T_{\sim 0} + T_{\sim +})D_\sim^{-1}. \quad (7.48)$$

За аналогією з матрицею (7.21), транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\xi_+ = (P_+^{-1}A)_-$ - буде такою

$$\begin{aligned} S'_{\xi_+\xi_+} = & \widehat{D}_+ \widehat{D}_{+*} = K^\#(S'_{y_1+y_{1+}} - S'_{\varphi_{1+}\varphi_{1+}})K^\# - K^\#(S'_{uy_{1+}} - \\ & S'_{u\varphi_{1+}})(\widehat{P_+^{-1}M})_{-*} - \\ & - (\widehat{P_+^{-1}M})_-(S'_{y_{1+}u} - S'_{\varphi_{1+}u})K^\# + (\widehat{P_+^{-1}M})_- S'_{uu} (\widehat{P_+^{-1}M})_{-*}. \end{aligned} \quad (7.49)$$

Факторизувавши матрицю (7.49) відразу ж можна отримати оптимальну структуру, що шукається

$$(\widehat{P_+^{-1}A})_\sim = \widehat{D}_+. \quad (7.50)$$

Таким чином, у цьому розділі представлені алгоритми, за допомогою яких можливо проводити структурну ідентифікацію моделей основних трактив та елементів об'єкта з довільністю у динаміці при стохастичних впливах. Структурну схему з основними результатами такої ідентифікації (необхідними

моделями динаміки об'єкта в дослідженому варіанті системи) представлено на рис. 7.5.

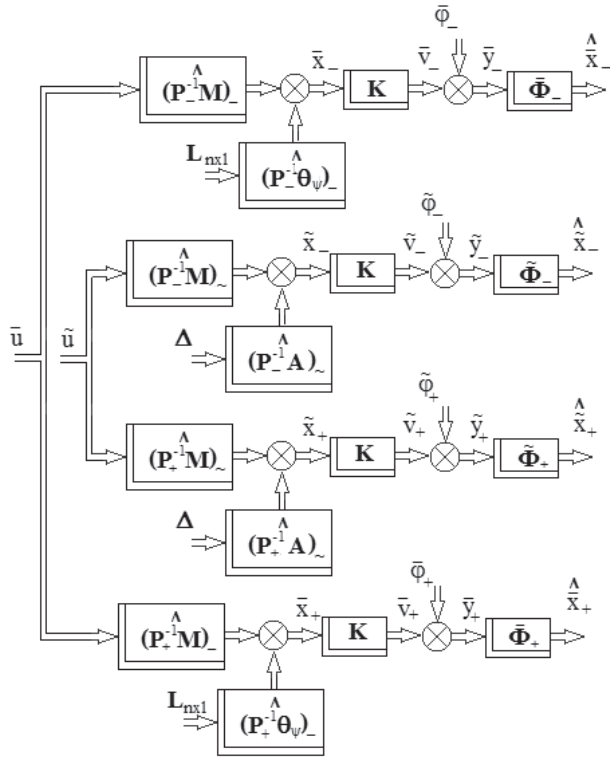


Рис. 7.5 Структурна схема з базовими моделями елементів досліджуваних трактів як результатів ідентифікації об'єкта з довільністю у динаміці при стохастичних впливах, а також базовими елементами системи вимірювань вихідних координат об'єкта

РОЗДІЛ 8 ЗАМКНЕНІ ТА РОЗІМКНЕНІ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ, УМОВИ ЇХНЬОЇ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНИХ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ВПЛИВАХ

Загально прийняті структури розімкнених і замкнених багатовимірних систем стабілізації представлені на рисунку 8.1 (а, б).

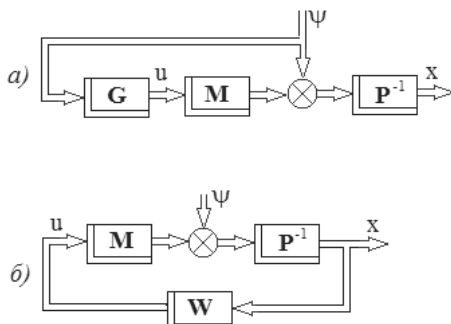


Рис. 8.1. Загально прийняті структурні схеми розімкнутої а) та замкнутої б) систем стабілізації

Тут в обох випадках рух багатовимірного лінійного об'єкта в режимі стабілізації його вихідних координат можна, як і раніше, описати системою звичайних диференціальних рівнянь, перетвореною за Фур'є, виду

$$Px = Mu + \psi, \quad (8.1)$$

де x – n -мірний вектор вихідних координат об'єкта стабілізації; u – m -мірний вектор його управляючих координат; ψ – n -мірний вектор або випадкових, або детермінованих, або стохастичних впливів; G – матриця передавальних функцій регулятора в разомкнутій системі розмірності $m \times n$, W – матриця передавальних функцій регулятора замкнутої системи розмірності $m \times n$.

Більш близькі до реальності типові структурні схеми розімкнутої та замкнутої систем, що враховують властивості датчиків, представлені на рисунку 8.2 (а, б).

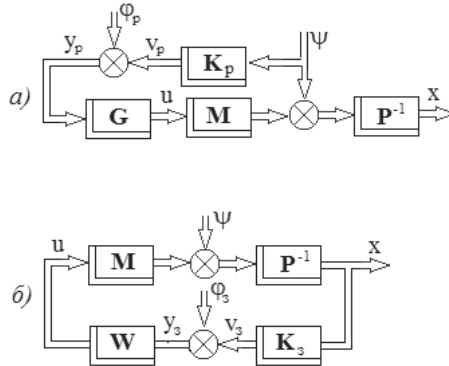


Рис. 8.2. Типові структурні схеми розімкнутої а) та замкнутої б) систем

На рисунку 8.2 на відміну від рисунка 8.1 додатково відображені матриці передавальних функцій вимірювальних пристроїв розімкнутих K_p та замкнутих K_s систем стабілізації (розмірність матриці $K_p - n \times n$, розмірність матриці $K_s - v \times n$), а також відповідні вектора сигналів перешкод φ_p и φ_s .

Структурні схеми можна побудувати для так званих базових (розрахункових) систем. У цьому випадку до всіх елементів структур, показаних на рисунку 8.1 та 8.2, необхідно додавати індекс «0».

При необхідності перебудови типової структурної схеми розімкненої системи (рис. 8.2,а) до стандартної доцільно встановити структуру вектора спостереження \hat{y}_p у виді

$$\hat{y}_p = K_p \psi + \varphi_p,$$

а потім використовувати спостережний вектор \hat{y}_p у типовій структурі розімкнутої системи стабілізації (рис. 8.3), а рівняння руху об'єкта в цьому варіанті записати так

$$x = P^{-1}(M G \hat{y}_p + \psi). \quad (8.2)$$

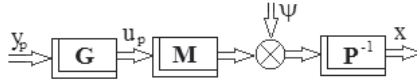


Рис. 8.3. Типова структурна схема розімкнутої системи стабілізації

Для перебудови типової структури замкнутої системи (рис. 8.2,б) до стандартної форми доцільно спочатку скласти рівняння

$$V_3 = K_3 \cdot x \text{ або } x = K_3^{\#} \cdot V_3, \quad (8.3)$$

де «#» – символ псевдообертання відповідної прямокутної матриці, і підставити його у рівняння (8.1), помноживши на матрицю K_3 ($K_3^{\#} K_3 = E_v$). Це приведе до такого рівняння руху об'єкта

$$V_3 = K_3 P^{-1} (Mu + \psi) \quad (8.4)$$

та до нової структурної схеми замкнутої системи, виду (рис. 8.4).

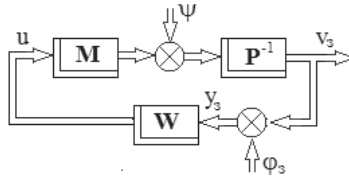


Рис. 8.4. Структурна схема частково перетвореної типової системи стабілізації

Необхідне ще одне перетворення структурної схеми (рис. 8.4) для визначення стандартної структурної схеми системи – еквівалентне усунення вектора перешкод φ_3 зі зворотнього зв'язку. Таке перетворення приводить до структурної схеми, що представлена на рисунку 8.5.

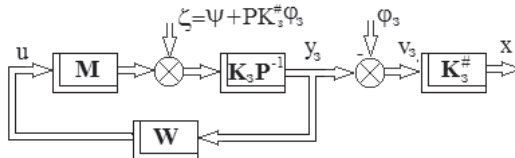


Рис. 8.5. Структурна схема типової системи стабілізації, перетворена до стандартної форми

8.1 Основні поняття про базові (розрахункові) та реальні системи стабілізації. Еквівалентність аналізованих систем

Очевидно, що моделі динаміки елементів реальних систем можуть суттєво відрізнятиметься від їх розрахункових аналогів. Зазначена відмінність буде мати наслідком зміну якості стабілізації реального об'єкта керування. Нижче буде розглянуто вплив цих відмінностей більш детально. На рисунку 8.6 представлені стандартні структурні схеми базових (розрахункових) та реальних розімкнених систем стабілізації.

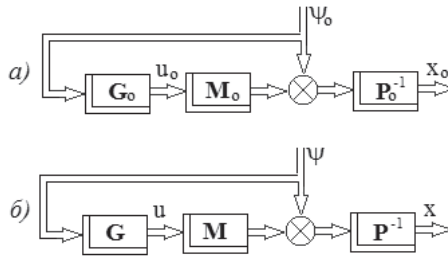


Рис. 8.6. Стандартні структурні схеми розрахункової а) та реальної б) розімкнутих систем стабілізації руху об'єкта

Очевидно, що вектори вихідних сигналів об'єкта x_0 та x для обох розімкнутих систем можна визначити так

$$\begin{aligned} x_0 &= P_0^{-1}(M_0 G_0 + E_n)\psi_0, \\ x &= P^{-1}(M G + E_n)\psi. \end{aligned} \quad (8.5)$$

Виходячи зі структурної схеми (рис. 8.6 а) у розрахунковій розімкнутій системі виконуються наступні рівняння зв'язку

$$x_0 = F_{x_0}\psi_0; \quad u_0 = G_0\psi_0; \quad F_{x_0} = P_0^{-1}(M_0 G_0 + E_n), \quad (8.6)$$

де F_{x_0} и G_0 – матриці передавальних функцій розрахункової розімкненої системи за вихідною координатою та за управлінням.

Аналогічно в реальній розімкненій системі стабілізації (рис. 8.6 б) виконуються співвідношення

$$x = F_x \psi, \quad u = G\psi, \quad F_x = P^{-1}(MG + E_n), \quad (8.7)$$

де F_x и G - матриці передавальних функцій реальної системи стабілізації руху об'єкта.

Структурні схеми стандартних замкнутих розрахункової та реальної систем стабілізації руху об'єкта представлені на рисунку 8.7.

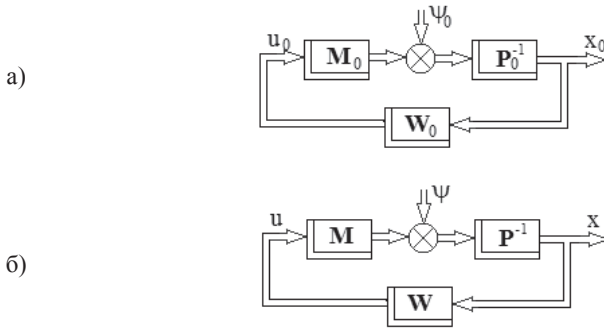


Рис. 8.7. Стандартні структурні схеми розрахункової а) та реальної б) замкнутих систем стабілізації руху об'єкта

За аналогією з розімкненими системами у замкнутих також виконуються такі рівняння для розрахункової системи

$$x_0 = F_{x_0} \psi_0, \quad u_0 = F_{u_0} \psi_0, \quad F_{x_0} = P_0^{-1}(M_0 F_{u_0} + E_n) \quad (8.8)$$

і для реальної системи

$$x = F_x \psi, \quad u = F_u \psi, \quad F_x = P^{-1}(M F_u + E_n) \quad (8.9)$$

де $F_{x_0}(F_x), F_{u_0}(F_u)$ - матриці передавальних функцій замкнутих систем від збурень до векторів $x_0(x)$ і $u_0(u)$ відповідно.

З виразів (8.6) та (8.8) видно, що розрахункові розімкнена (рис. 8.6 а) та замкнена (рис. 8.7 б) системи стабілізації можуть бути еквівалентами за результатами стабілізації. Умовою еквівалентності буде така рівність

$$G_0 = F_{u_0}^3. \quad (8.10)$$

Якщо рівність (8.10) дотримано, то справедливі й рівняння

$$F_{x_0}^3 = P_0^{-1}(M_0 G_0 + E_n), G_0 = W_0 F_{x_0}^3. \quad (8.11)$$

Якщо на розрахункові розімкнену та замкнену еквівалентні системи впливають однакові збурення ψ_0 , то можна скласти такі вирази

$$u_0 = G_0 \psi_0 = W_0 F_{x_0}^3 \psi_0, \quad W_0 = G_0 (F_{x_0}^3)^{-1}. \quad (8.12)$$

При однакових збуреннях $\psi = \psi_0$, вектор помилки результатів стабілізації об'єкта в розрахункових та реальних розімкнених системах матиме вигляд

$$\begin{aligned} \varepsilon = x_0 - x &= [P_0^{-1}(M_0 G_0 + E_n) - P^{-1}(MG + E_n)]\psi_0 = \\ &= [(P_0^{-1} - P^{-1}) + (P_0^{-1} M_0 G_0 - P^{-1} MG)]\psi_0, \end{aligned} \quad (8.13)$$

а вектор помилок в оцінюванні результатів стабілізації об'єкта в розрахунковій та реальній замкнутих системах буде таким

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} = \bar{x}_0 - \bar{x} &= [P_0^{-1}(M_0 F_{u_0} + E_n) - P^{-1}(M F_u + E_n)]\psi_0 = \\ &= [(P_0^{-1} - P^{-1}) + (P_0^{-1} M_0 F_{u_0} - P^{-1} M F_u)]\psi_0. \end{aligned} \quad (8.14)$$

Вектор неузгодженості результатів стабілізації об'єкта розімкнутої та замкнутої систем з урахуванням співвідношень (8.13), (8.14) має вигляд

$$\eta = \varepsilon - \bar{\varepsilon} = [(P_0^{-1} M_0 G_0 - P^{-1} MG)\psi_0 - (P_0^{-1} M_0 F_{u_0} - P^{-1} M F_u)]\psi_0. \quad (8.15)$$

Вектор η (8.15) можна визначити як функцію чутливості систем. Якщо виконуються умови еквівалентності розімкнених та замкнених розрахункових систем, то вектор (8.15) слід записати так

$$\eta^3 = P^{-1} M (F_u - G)\psi_0. \quad (8.16)$$

Для дослідження чутливості розімкненої та замкненої систем стабілізації до відхилень параметрів об'єкта управління від розрахункових

доцільно визначити оптимальні структури функцій F_u і G в системах при однаковому випадковому стаціонарному впливі ψ_0 .

Спочатку синтезується структура G матриці передавальних функцій регулятора в розімкненій системі стабілізації. Функціонал якості стабілізації у цьому випадку має вигляд

$$e_x = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{xx}R)ds, \quad (8.17)$$

а транспонована матриця спектральних щільностей S'_{xx} представляється як

$$S'_{xx} = P^{-1}(MGS'_{\psi_0\psi_0}G_*M_* + MGS'_{\psi_0\psi_0} + S'_{\psi_0\psi_0}G_*M_* + S'_{\psi_0\psi_0})P_*^{-1}. \quad (8.18)$$

Підставивши матрицю (8.18) у функціонал (8.17) та визначивши його першу варіацію можна отримати наступний результат

$$\delta e_x = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(M_*P_*^{-1}RP^{-1}MGS'_{\psi_0\psi_0} + M_*P_*^{-1}RP^{-1}S'_{\psi_0\psi_0})\delta G_* + \delta G(S'_{\psi_0\psi_0}G_*M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + S'_{\psi_0\psi_0}P_*^{-1}RP^{-1}M)]ds. \quad (8.19)$$

Доцільно ввести наступні позначення

$$\Gamma_*\Gamma = M_*P_*^{-1}RP^{-1}M; DD_* = S'_{\psi_0\psi_0}; T = T_0 + T_+ + T_- =$$

$$\Gamma_*^{-1}M_*P_*^{-1}RP^{-1}D,$$

з урахуванням яких варіація (8.19) прийме вид

$$\delta e_x = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma GD + T)D_*\delta G_* + \delta GD(D_*G_*\Gamma_* + T_*)\Gamma]ds.$$

Умова її рівності нулю на класі стійких та фізично реалізованих матриць передатних функцій G виражається рівнянням

$$\Gamma GD = -(T_0 + T_+),$$

тоді алгоритм синтезу оптимальної структури G є формулою

$$G = -\Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (8.20)$$

Функціонал якості стабілізації об'єкта замкненою системою має вигляд, аналогічний виразу (8.17), але транспонована матриця, що використовується в ньому $S'_{\hat{x}\hat{x}}$ дещо відмінна від виразу (8.18)

$$S'_{\hat{x}\hat{x}} = P^{-1}(MF_uS'_{\psi_0\psi_0}F_{u*}M_* + MF_uS'_{\psi_0\psi_0} + S'_{\psi_0\psi_0}F_{u*}M_* + S'_{\psi_0\psi_0})P_*^{-1}.$$

Підстановка у функціонал якості отриманої матриці дозволяє записати останній так

$$e_{\hat{x}} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\hat{x}\hat{x}} R) ds = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [P^{-1} (MF_u S'_{\psi_0 \psi_0} F_{u*} M_* + MF_u S'_{\psi_0 \psi_0} + S'_{\psi_0 \psi_0} F_{u*} M_* + S'_{\psi_0 \psi_0}) P_*^{-1} R] ds.$$

Для розв'язання завдання методом Вінер-Колмогорова необхідно визначити першу варіацію функціоналу, яка матиме вигляд

$$\delta e_{\hat{x}} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(M_* P_*^{-1} R P_*^{-1} M F_u S'_{\psi_0 \psi_0} + M_* P_*^{-1} R S'_{\psi_0 \psi_0}) \delta F_{u*} + \delta F_u (S'_{\psi_0 \psi_0} F_{u*} M_* P_*^{-1} R P_*^{-1} M + S'_{\psi_0 \psi_0} R P_*^{-1} M)] ds.$$

Якщо ввести позначення

$$\Gamma_* \Gamma = M_* P_*^{-1} R P_*^{-1} M; DD_* = S'_{\psi_0 \psi_0}; T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} M_* P_*^{-1} R D,$$

то умова тотожної рівності цієї варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій F_u може бути представлена як

$$\Gamma F_u D = -(T_0 + T_+),$$

а алгоритм вибору оптимальної структури матриці F_u виражений співвідношенням

$$F_u = -\Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (8.21)$$

Порівняння функцій чутливості систем стабілізації, виконане у монографії [7], показало перевагу замкнених систем перед розімкненими. Понад те, лише у замкнених системах стабілізації можливе досягнення робастності.

8.2 Завдання та алгоритм синтезу оптимальних робастних замкнених систем стабілізації рухомих об'єктів при випадкових стаціонарних впливах (загальний випадок)

Доцільно розглянути можливе перетворення традиційної (рис. 8.8) системи стабілізації багатовимірного стійкого рухомого об'єкта до стандартного виду (рис. 8.1 б). На рисунку 8.8 представлено традиційну структурну схему замкнутої системи стабілізації об'єкта. При побудові цієї схеми вважається, що рівняння руху об'єкта управління представлено так

$$P_1 x = M_1 u + \psi_1, \quad (8.1)$$

де x – n -мірний вектор вихідних координат об'єкта; P_1 – поліноміальна матриця розмірності $n \times n$, елементи якої – поліноми від оператора диференціювання; u – m -мірний вектор сигналів управління; M_1 – поліноміальна матриця розмірності $n \times m$; ψ_1 – n -мірний вектор стаціонарних центрованих випадкових впливів, з відомою матрицею спектральних щільностей $S_{\psi_1 \psi_1}$. Враховано також, що вимірювання відхилень компонентів вектора вихідних координат здійснюють неідеальний бортовий вимірювальний пристрій з матрицею передавальних функцій K , що має розмірність $v \times n$, на виході якої діють v -мірні вектори сигналів вихода бортового вимірювального пристрою v та центрованих стаціонарних шумів вимірювання φ з відомою матрицею спектральних щільностей $S_{\varphi \varphi}$.

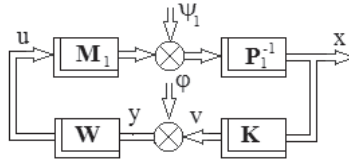


Рис. 8.8 Структурна схема традиційної замкненої системи стабілізації рухомого об'єкта з урахуванням динаміки датчиків

Зв'язок між векторами x та v з урахуванням рис. 8.8 виражається рівнянням

$$v = Kx. \quad (8.22)$$

Приступаючи до процедури перетворення традиційної схеми до стандартного виду (ця процедура коротко розглянута в розділі 8.1) спочатку за виразом (8.22) слід представити вектор x у виді

$$x = K^{\#}v, \quad (8.23)$$

де « $\#$ » – символ псевдообертання відповідної прямокутної матриці (в даному випадку матриці K).

Підстановка вектора (8.23) у рівняння (8.1) призведе до нового рівняння руху об'єкта вигляду

$$K^\# v = P_1^{-1} M_1 u + P_1^{-1} \psi_1,$$

множення якого на матрицю K приведе до наступного результату

$$v = K P_1^{-1} M_1 u + K P_1^{-1} \psi_1 \quad (8.24)$$

и нової структурної схеми системи (рис. 8.9). На рис. 8.9 показані v -вимірні вектори перешкод вимірювань φ та сигналів спостереження y .

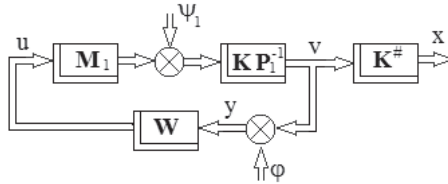


Рис. 8.9. Проміжна структурна схема системи стабілізації

Наступний етап перетворення отриманої структурної схеми до стандартного вигляду пов'язаний із спеціальним перенесенням вектора φ до точки прикладення збурень до об'єкта (рис. 8.10)

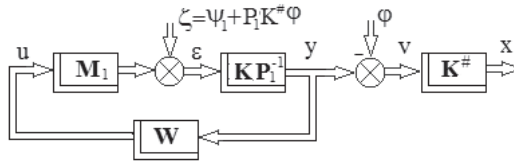


Рис. 8.10. Структурна схема стандартної системи стабілізації об'єкта

Відповідно до рисунка вектори сигналів на виході блоку вимірювачів y та еквівалентного збурення ζ визначаються рівняннями

$$y = K P_1^{-1} (M_1 u + \zeta), \quad \zeta = (\psi_1 + P_1 K^\# \varphi), \quad (8.25)$$

а вектор вихідних координат об'єкта x буде мати вид

$$x = P_1^{-1}(M_1 u + \psi_1). \quad (8.26)$$

Вектор сигналів управління системою u слід записати так

$$u = F_u \zeta, \quad (8.27)$$

де F_u – матриця передавальних функцій замкнутого контура стандартної системи стабілізації від вектора сигналів збурень ζ до вектора сигналів u , структура якої підлягає визначенню в задачі синтезу, що вирішується нижче.

Вектор вихідних сигналів замкнутого контуру структури (рис. 8.10) має виглядати так

$$y = F_y \zeta, \quad (8.28)$$

де F_y – матриця передавальних функцій замкнутого контуру структури (рис. 8.10) від вектора сигналів збурень ζ до вектора сигналів y , причому матриця F_y може бути виражена через матрицю F_u наступним рівнянням зв'язку

$$F_y = K P_1^{-1}(M_1 F_u + E_n). \quad (8.29)$$

З урахуванням виразів (8.27) и (8.28) вектор сигналів x набуде вигляду

$$x = P_1^{-1}(M_1 F_u \zeta + \psi_1), \quad (8.30)$$

а вектор сигналів u вже представлений виразами (8.27).

Транспоновані матриці спектральних щільностей S'_{xx} , S'_{uu} та $S'_{\zeta\zeta}$, які необхідні у передбачуваному завданні синтезу, при застосуванні теореми Вінера-Хінчина до виразів (8.25) - (8.27) будуть такими

$$S'_{xx} = P_1^{-1}(M_1 F_u S'_{\zeta\zeta} F_u^* M_1^* + M_1 F_u S'_{\psi_1 \zeta} + S'_{\zeta \psi_1} F_u^* M_1^* + S'_{\psi_1 \psi_1}) P_1^{-1*}; \quad (8.31)$$

$$S'_{uu} = F_u S'_{\zeta\zeta} F_u^*; \quad (8.32)$$

$$S'_{\zeta\zeta} = \Psi_1 \Psi_1^* + P_1 K^\# S'_{\varphi\varphi} K^{\#*} P_1^*. \quad (8.33)$$

Функціонал якості стабілізації за аналогією з монографіями [7, 9] представляється у вигляді інтегралу

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{xx} R + S'_{uu} C) ds,$$

у якому R і C – позитивно визначені вагові матриці розмірності $n \times n$ та $m \times m$, що визначають вплив дисперсій компонентів векторів x та u на якість стабілізації.

Підстановка виразів (8.31) - (8.33) у цей функціонал дозволяє представити останній у вигляді

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [P_1^{-1}(M_1 F_u S'_{\zeta\zeta} F_u^* M_{1*} + M_1 F_u S'_{\psi_1\zeta} + S'_{\zeta\psi_1} F_u^* M_{1*} + S'_{\psi_1\psi_1}) P_1^{-1} R + F_u S'_{\zeta\zeta} F_u^* C] ds. \quad (8.34)$$

Для розв'язання задачі синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій F_u методом Вінера-Колмогорова необхідно визначити першу варіацію функціоналу (8.34) та умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій, що варіюються.

Перша варіація функціоналу (8.34) буде такою

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ ([M_{1*} P_{1*}^{-1} R P_1^{-1} M_1 + C] F_u S'_{\zeta\zeta} + M_{1*} P_{1*}^{-1} R P_1^{-1} S'_{\zeta\psi_1}) \delta F_{u*} + \delta F_u [S'_{\zeta\zeta} F_u^* (M_{1*} P_{1*}^{-1} R P_1^{-1} M_1 + C) + S'_{\psi_1\zeta} P_{1*}^{-1} R P_1^{-1} M_1] \} ds. \quad (8.35)$$

Доцільні наступні позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_* \Gamma &= M_{1*} P_{1*}^{-1} R P_1^{-1} M_1 + C; \quad D D_* = S'_{\zeta\zeta}; \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} M_{1*} P_{1*}^{-1} R P_1^{-1} S'_{\zeta\psi_1} D_*^{-1}. \end{aligned} \quad (8.36)$$

З урахуванням позначень (8.36), перша варіація (8.35) набуде вигляду

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma F_u D + T) D_* \delta F_{u*} + \delta F_u D (D_* F_u^* \Gamma_* + T_*) \Gamma] ds,$$

тоді умова тотожної рівності варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць F_u виражає наступне рівняння

$$\Gamma F_u D = -(T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу за вихідними даними задачі оптимальної структури матриці передавальних функцій F_u прийме вид

$$F_u = -\Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (8.37)$$

З урахуванням матриці (8.37) оптимальна структура матриці F_y з виразу (8.29) має бути записана так

$$F_y = K P_1^{-1} (M_1 F_u + E_n),$$

а оптимальна структура регулятора W буде мати вигляд

$$W = F_u(F_y)^{-1}. \quad (8.38)$$

При вирішенні завдань синтезу оптимальних систем стабілізації є можливості наділяти останні властивістю робастності [7], що має позитивно впливати на результати такого синтезу.

Структурна схема стандартної системи стабілізації (рис. 8.10) відбиває наявність вектора сигналів неузгодженості ε , який являє собою різницю векторів сигналів збурень на об'єкт стабілізації ζ та сигналів управління $M_1 u$ в системі (рис. 8.10)

$$\varepsilon = \zeta - M_1 u = (E_n - M_1 F_u) \zeta.$$

Вектор сигналів ε можливо використовувати для побудови оптимальної робастної системи стабілізації.

Нехай функціонал якості системи стабілізації об'єкта (рис. 8.10) має вигляд

$$e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{xx} R + S'_{uu} C + \Lambda S'_{\zeta\varepsilon} + S'_{\varepsilon\zeta} \Lambda) ds, \quad (8.39)$$

де, як і раніше, R , C та Λ - вагові позитивно визначені матриці, $S'_{\zeta\varepsilon}$ та $S'_{\varepsilon\zeta}$ - транспоновані матриці взаємних спектральних щільностей векторів сигналів, зазначених в індексах, які визначені за допомогою рівнянь

$$S'_{\varepsilon\zeta} = S'_{\zeta\zeta} (E_n - F_{u*} M_{1*}); S'_{\zeta\varepsilon} = (E_n - M_1 F_u) S'_{\zeta\zeta}. \quad (8.40)$$

З урахуванням виразів (8.31), (8.32), (8.33) та (8.40) функціонал якості стабілізації (8.39) слід переписати так

$$e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ P_1^{-1} (M_1 F_u S'_{\zeta\zeta} F_{u*} M_{1*} + M_1 F_u S'_{\psi_1 \zeta} + S'_{\zeta \psi_1} F_{u*} M_{1*} + S'_{\psi_1 \psi_1}) P_1^{-1} R + F_u S'_{\zeta\zeta} F_{u*} C + \Lambda (E_n - M_1 F_u) S'_{\zeta\zeta} + S'_{\zeta\zeta} (E_n - F_{u*} M_{1*}) \Lambda \} ds. \quad (8.41)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури \hat{F}_u методом Вінера-Колмогорова необхідно визначити першу варіацію функціоналу (8.41) та умову тотожної рівності її нулю на класі стійких та фізично реалізованих матриць F_u . Перша варіація функціонала має вид

$$\delta e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ [(M_{1*}P_{1*}^{-1}RP_1^{-1}M_1 + C)F_u S'_{\zeta\zeta} + M_{1*}P_{1*}^{-1}RP_1^{-1}S'_{\zeta\psi_1} - M_{1*}AS'_{\zeta\zeta}] \delta F_{u*} + \delta F_u [S'_{\zeta\zeta} F_{u*} (M_{1*}P_{1*}^{-1}RP_1^{-1}M + C) + S'_{\psi_1\zeta} P_{1*}^{-1}RP_1^{-1}M_1 - S'_{\zeta\zeta} \Lambda M_1] \} ds. \quad (8.42)$$

Доцільно ввести наступні позначення

$$\Gamma_* \Gamma = M_{1*}P_{1*}^{-1}RP_1^{-1}M + C; DD_* = S'_{\zeta\zeta};$$

$$T_0 = T_{00} + T_{0+} + T_{0-} = \Gamma_*^{-1}M_{1*}(P_{1*}^{-1}RP_1^{-1}S'_{\zeta\psi_1}D_*^{-1} - \Lambda D). \quad (8.43)$$

З урахуванням позначень (8.43) вираз (8.42) зміниться і стане рівним

$$\delta e_0 = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_* (\Gamma F_u D + T_0) D_* \delta F_{u*} + \delta F_u D (D_* F_{u*} \Gamma_* + T_{0*}) \Gamma] ds,$$

умова тотожної рівності цієї варіації нулю буде

$$\Gamma F_u D = -(T_{00} + T_{0+}),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури матриці F_u за вихідними даними розв'язуваної задачі синтезу буде

$$F_u = -\Gamma^{-1}(T_{00} + T_{0+})D^{-1}.$$

Оптимальна структура матриці F_y , враховуючи вираз (8.29), буде

$$F_y = KP^{-1}(M_1 F_u + E_n),$$

а оптимальна структура регулятора W повинна визначатися так

$$W = F_u (F_y)^{-1}. \quad (8.44)$$

8.3 Синтез оптимальної структури регулятора в замкнутій системі стабілізації лінійного багатовимірного стійкого об'єкта при стохастичних впливах за результатами структурної ідентифікації моделей його динаміки

Структурну схему досліджуваної системи стабілізації, що має контури (тракти) проходження детермінованої та випадкової стаціонарної інформації, можна подати у вигляді (рис. 8.11). Елементи та вектори сигналів контуру проходження випадкової інформації на схемі позначені індексом «~».

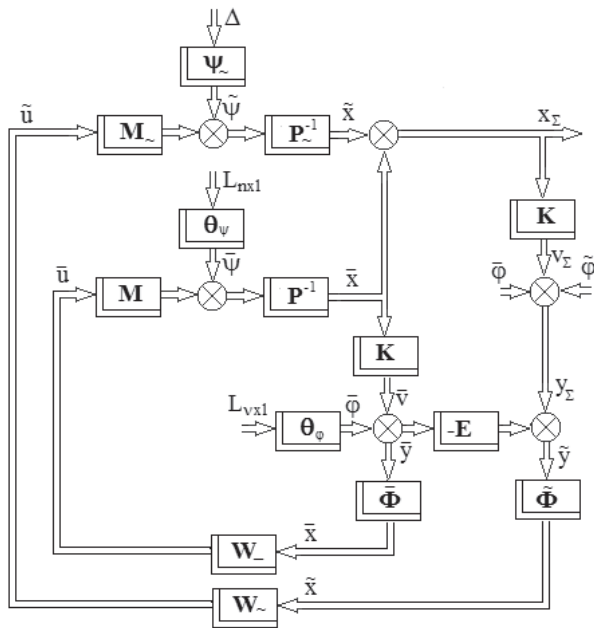


Рис. 8.11. Структурна схема досліджуваної системи стабілізації

На схемі матриця передавальних функцій вимірального пристрою позначена як K та має ν рядків та n стовпців; вектори детермінованих сигналів $\bar{\psi}$ та $\bar{\varphi}$, як і раніше, позначені

$$\bar{\psi} = \theta_\psi \cdot L_{n \times 1} \text{ і } \bar{\varphi} = \theta_\varphi \cdot L_{\nu \times 1},$$

а вектор випадкових збурень об'єкта

$$\tilde{\psi} = \Psi_\Delta \Delta,$$

де Ψ_Δ - матриця передавальних функцій формуючого фільтра; Δ - вектор «білого» шуму; M_\sim та P_\sim - поліноміальні матриці, які визначають динаміку реакцій об'єкта стабілізації на випадкові впливи розмірності $n \times m$ та $n \times n$ відповідно; $\bar{\Phi}$ та $\tilde{\Phi}$ - матриці передавальних функцій оптимальних спостерігачів векторів сигналів \bar{x} і \tilde{x} ; W_\sim та W_\sim - матриці передавальних функцій регуляторів у відповідних контурах стабілізації; x_Σ - n -мірний сумарний вектор вихідних координат системи, що досліджується.

Вектори сигналів спостережень в обох контурах досліджуваної системи доцільно визначити рівняннями

$$\tilde{y} = y_{\Sigma} - \bar{y} = K\tilde{x} + \tilde{\varphi}; \bar{y} = K\bar{x} + \bar{\varphi}, \quad (8.45)$$

а вектори оптимальних спостережень вихідних сигналів обох контурів представлені у вигляді

$$\hat{\tilde{x}} = \tilde{\Phi}\tilde{y}, \hat{\bar{x}} = \bar{\Phi}\bar{y}, \quad (8.46)$$

можуть бути визначені після синтезу оптимальних структур спостерігачів $\bar{\Phi}$ і $\tilde{\Phi}$.

Синтез оптимальних структур спостерігачів відбувається у припущенні того, що під час руху об'єкта управління діють нульові вектори сигналів управління \bar{u} і \tilde{u} . Структурні схеми трактів досліджуваної системи стабілізації, необхідні для виконання синтезу оптимальних структур матриць $\bar{\Phi}$ і $\tilde{\Phi}$, з урахуванням прийнятого припущення подано на рис. 8.12 (а, б).

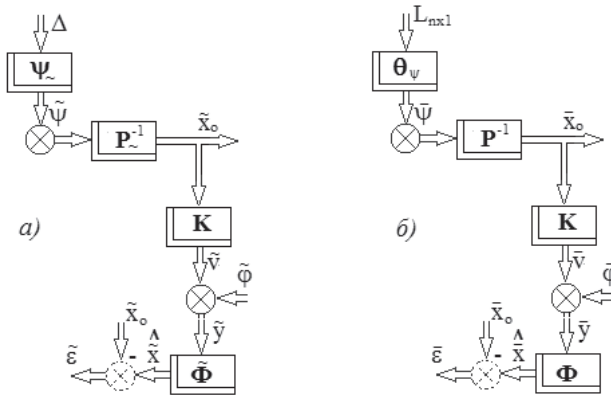


Рис. 8.12. Структурні схеми трактів синтезу оптимальних структур $\tilde{\Phi}$ та $\bar{\Phi}$ спостерігачів випадкової а) та детермінованої б) інформації у системі стабілізації об'єкта

Вектор спостережень випадкової інформації у системі (рис. 8.12 а) має вигляд

$$\tilde{y} = K\tilde{x} + \tilde{\varphi} = KP^{-1}\Psi\Delta + \tilde{\varphi}, \quad (8.47)$$

тоді вектор оптимальних оцінок випадкових вихідних координат об'єкта має бути записано так

$$\hat{x} = \tilde{\Phi}\tilde{y} = \tilde{\Phi}(KP^{-1}\Psi\Delta + \tilde{\varphi}). \quad (8.48)$$

За аналогією, якщо вектор спостережень детермінованої інформації у системі (рис. 8.12 б) подати у вигляді

$$\bar{y} = K\bar{x} + \bar{\varphi} = (KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_{\nu \times 1}, \quad (8.49)$$

то вектор оптимальних оцінок детермінованих вихідних координат об'єкта представляється так

$$\hat{x} = \bar{\Phi}\bar{y} = \bar{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_{n \times 1}. \quad (8.50)$$

З урахуванням виразів (8.45)-(8.48) та структури (рис. 8.12а) вектор помилок визначення випадкових сигналів вихідних координат об'єкта матиме вигляд

$$\varepsilon = \hat{x} - \tilde{x}_0 = \tilde{\Phi}(KP^{-1}\Psi\Delta + \tilde{\varphi}) - P^{-1}\Psi\Delta; \quad (8.51)$$

а матриця спектральних щільностей цього вектора, отже, така

$$S'_{\varepsilon\varepsilon} = \tilde{\Phi}(KP^{-1}\Psi\Psi^*P^{-1}K_* + S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}})\tilde{\Phi}^* - \tilde{\Phi}KP^{-1}\Psi\Psi^*P^{-1} - P^{-1}\Psi\Psi^*P^{-1}K_*\tilde{\Phi}^* + P^{-1}\Psi\Psi^*P^{-1} \quad (8.52)$$

З урахуванням виразів (8.45)-(8.50) та структури (рис. 8.12б) вектор оптимальних оцінок помилок спостереження детермінованих сигналів вихідних координат об'єкта слід записати так

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \hat{x} - \bar{x}_0 = [\tilde{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi) - P^{-1}\theta_\psi]L_{n \times 1}; \\ \bar{\varepsilon}_* &= L_{1 \times n}[(\theta_{\psi*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi*})\tilde{\Phi}_* - \theta_{\psi*}P_*^{-1}], \end{aligned} \quad (8.53)$$

а множення векторів $\bar{\varepsilon}$ і $\bar{\varepsilon}_*$ представляється у вигляді

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}_* &= [\tilde{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi) - P^{-1}\theta_\psi]L_n[(\theta_{\psi*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi*})\tilde{\Phi}_* - \theta_{\psi*}P_*^{-1}] = \\ &= \tilde{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_n(\theta_{\psi*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi*})\tilde{\Phi}_* - \tilde{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_n\theta_{\psi*}P_*^{-1} - \\ &- P^{-1}\theta_\psi L_n(\theta_{\psi*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi*})\tilde{\Phi}_* + P^{-1}\theta_\psi L_n\theta_{\psi*}P_*^{-1}, \end{aligned} \quad (8.54)$$

где $L_n = L_{n \times 1}L_{1 \times n}$.

Знаючи вирази (8.45)-(8.54), можна приступити до вирішення задач синтезу оптимальних структур $\tilde{\Phi}$ та $\bar{\Phi}$.

Функціонал якості спостереження вектора вихідних сигналів $\tilde{\epsilon}$ об'єкта має вигляд

$$\tilde{\epsilon} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\tilde{\epsilon}\tilde{\epsilon}} R) ds \quad (8.55)$$

Підстановка матриці (8.52) у функціонал (8.55), дозволяє переписати останній так

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ & [\tilde{\Phi} (KP^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}K_* + S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}) \tilde{\Phi}_* - \tilde{\Phi} KP^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1} - \\ & - P^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}K_* \tilde{\Phi}_* + P^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}] R \} ds. \end{aligned} \quad (8.56)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури спостерігача методом Вінера-Колмогорова, слід визначити першу варіацію функціоналу (8.56) та умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій, що варіюються.

Перша варіація $\delta\tilde{\epsilon}$ буде такою

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\epsilon} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ & R [\tilde{\Phi} (KP^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}K_* + S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}) - P^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}K_*] \delta\tilde{\Phi}_* + \\ & + \delta\tilde{\Phi} [(KP^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}K_* + S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}) \tilde{\Phi}_* - KP^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}] R \} ds \end{aligned} \quad (8.57)$$

Введемо позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_* \Gamma &= R; DD_* = KP^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}K_* + S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}; \\ T &= T_0 + T_+ + T_- = KP^{-1}\Psi_{\sim}\Psi_{\sim*}P^{-1}D_*^{-1}. \end{aligned} \quad (8.58)$$

Враховуючи раніше висловлені положення про операції факторизації та сепарації матриць, слід записати умови тотожної рівності варіації (8.58) нулю на вибраному класі матриць передавальних функцій так

$$\Gamma \tilde{\Phi} D = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури $\tilde{\Phi}$ у виді

$$\tilde{\Phi} = \Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (8.59)$$

Як уже визначено раніше, вектор спостережень детермінованої інформації у досліджуваній системі має вигляд

$$\bar{y} = K\bar{x} + \bar{\varphi} = (KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_{v \times 1}, \quad (8.49)$$

а вектор оптимальних оцінок детермінованих вихідних координат об'єкта має бути записано так

$$\hat{\bar{x}} = \bar{\Phi}\bar{y} = \bar{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_{n \times 1}. \quad (8.50)$$

Як і раніше, з урахуванням структурної схеми (рис. 8.12б) та виразу (8.50) вектор оптимальних оцінок помилок спостереження детермінованих вихідних координат об'єкта повинен мати вигляд

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \hat{\bar{x}} - \bar{x}_0 = [\bar{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi) - P^{-1}\theta_\psi]L_{n \times 1}; \\ \bar{\varepsilon}_* &= L_{1 \times n}[(\theta_{\psi_*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi_*})\bar{\Phi}_* - \theta_{\psi_*}P_*^{-1}], \end{aligned} \quad (8.53)$$

а множення векторів $\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}_*$ представлено так

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}_* &= \bar{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_n(\theta_{\psi_*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi_*})\bar{\Phi}_* - \bar{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \\ &\theta_\varphi)L_n\theta_{\psi_*}P_*^{-1} - P^{-1}\theta_\psi L_n(\theta_{\psi_*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi_*})\bar{\Phi}_* + P^{-1}\theta_\psi L_n\theta_{\psi_*}P_*^{-1}. \end{aligned} \quad (8.54)$$

Функціонал якості синтезу оптимальної структури $\bar{\Phi}$ спостерігача детермінованої інформації виходу об'єкта має бути записано так

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}_*R)ds. \quad (8.60)$$

Підстановка множення (8.54) у функціонал (8.60) дозволяє переписати його як

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [\bar{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_n(\theta_{\psi_*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi_*})\bar{\Phi}_* - \bar{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \\ &+ \theta_\varphi)L_n\theta_{\psi_*}P_*^{-1} - P^{-1}\theta_\psi L_n(\theta_{\psi_*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi_*})\bar{\Phi}_* + \\ &P^{-1}\theta_\psi L_n\theta_{\psi_*}P_*^{-1}]R \} ds. \end{aligned} \quad (8.61)$$

Вирішуючи підставлену задачу синтезу методом Вінера-Колмогорова, необхідно спочатку визначити першу варіацію функціоналу (8.61), а потім умову тотожної рівності її нулю та алгоритм синтезу за вихідною інформацією оптимальної структури $\bar{\Phi}$ спостерігача.

Перша варіація функціоналу $\delta\mathcal{E}$ буде мати вид

$$\delta\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ R[\bar{\Phi}(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi)L_n(\theta_{\psi_*}P_*^{-1}K_* + \theta_{\varphi_*}) -$$

$$-P^{-1}\theta_\psi L_n(\theta_{\psi_*} P_*^{-1} K_* + \theta_{\varphi_*})] \delta \bar{\Phi}_* + \delta \bar{\Phi} [(KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi) L_n(\theta_{\psi_*} P_*^{-1} K_* + \theta_{\varphi_*}) \bar{\Phi}_* - (KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi) L_n \theta_{\psi_*} P_*^{-1}] R \} ds. \quad (8.62)$$

Доцільні позначення

$$\Gamma_* \Gamma = R; DL_n D_* = (KP^{-1}\theta_\psi + \theta_\varphi) L_n (\theta_{\psi_*} P_*^{-1} K_* + \theta_{\varphi_*});$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} P^{-1} \theta_\psi L_n (\theta_{\psi_*} P_*^{-1} K_* + \theta_{\varphi_*}) D_*^{-1} (L_n)^{-1}.$$

Якщо $(\theta_{\psi_*} P_*^{-1} K_* + \theta_{\varphi_*}) = D_*$, то $T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} P^{-1} \theta_\psi$.

Умова тотожної рівності варіації (8.62) нулю буде

$$\Gamma \bar{\Phi} D = (T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}$ спостерігача вектора детермінованих сигналів виходу об'єкта

$$\hat{\Phi} = \Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (8.63)$$

Після визначення оптимальних структур спостерігачів $\hat{\Phi}$ (8.59) та $\hat{\Phi}$ (8.63) стало можливим розділити контури обробки детермінованої та випадкової інформації в досліджуваній системі стабілізації об'єкта при стохастичних впливах та приступити безпосередньо до синтезу оптимальних структур регуляторів у кожному контурі.

На рис. 8.13 (а, б) представлені структурні схеми контурів стабілізації об'єкта при випадкових та детермінованих впливах з урахуванням відомих структур матриць передавальних функцій $\hat{\Phi}$ та $\hat{\Phi}$.

Вектор \tilde{z} і \bar{z} мають вид

$$\tilde{z} = \hat{\Phi} K \tilde{x}, \quad (8.64)$$

$$\bar{z} = \hat{\Phi} K \bar{x}. \quad (8.65)$$

Вектори \tilde{x} і \bar{x} представимо таким чином

$$\tilde{x} = (\hat{\Phi} K)^{-1} \tilde{z}, \quad (8.66)$$

$$\bar{x} = (\hat{\Phi} K)^{-1} \bar{z}. \quad (8.67)$$

Підстановка виразів (8.66) та (8.67) у відповідні рівняння руху об'єкта

$$\dot{\tilde{x}} = P_*^{-1} (M_* \tilde{u} + \Psi_* \Delta),$$

$$\dot{\bar{x}} = P^{-1} (M \theta_{\bar{u}} + \theta_\psi) L_n \times 1,$$

призводить до виразів

$$\tilde{z} = (\hat{\Phi}K)P^{-1}(M\tilde{u} + \Psi\Delta), \quad (8.68)$$

$$\bar{z} = (\hat{\Phi}K)P^{-1}(M\theta_u + \theta_\psi)L_{n \times 1}. \quad (8.69)$$

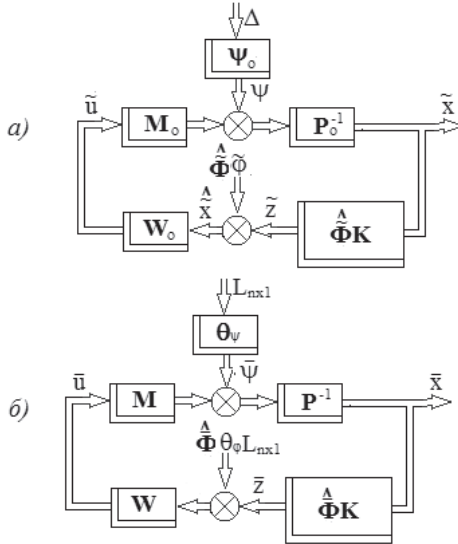


Рис. 8.13 (а, б). Проміжні структурні схеми контурів стабілізації випадкової (а) та детермінованої (б) інформації.

З урахуванням рівнянь (8.68) та (8.69) проміжні структурні схеми обох каналів матимуть вигляд (рис. 8.14).

Для приведення структурних схем (рис. 8.14) до стандартного вигляду, необхідно у зворотних зв'язках позбавитися перешкод вимірювань і перенести їх у точку застосування збурень.

Наведений вплив у контурі а) буде

$$\zeta = \Psi\Delta + P(\hat{\Phi}K)^{-1}\hat{\Phi}\tilde{\varphi}, \quad (8.70)$$

а наведений вплив у контурі б) має вигляд

$$\bar{\zeta} = \theta_\psi L_{n \times 1} + P(\hat{\Phi}K)^{-1}\hat{\Phi}\theta_\varphi L_{\nu \times 1} = [\theta_\psi + P(\hat{\Phi}K)^{-1}\hat{\Phi}\theta_\varphi]L_{n \times 1}. \quad (8.71)$$

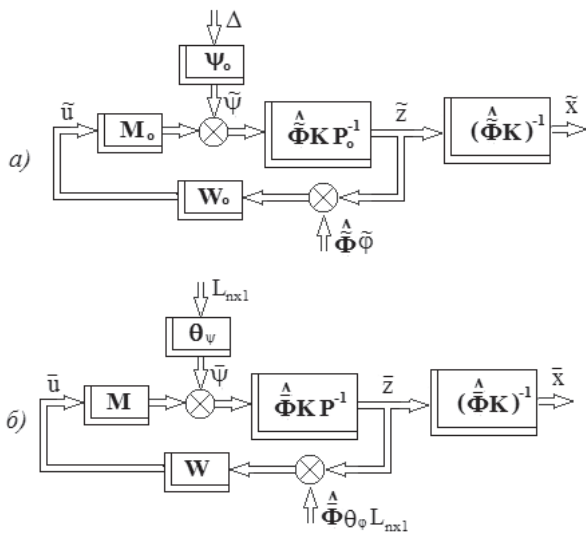


Рис. 8.14 (а,б) Проміжні структурні схеми контурів стабілізації випадкової а) та детермінованої б) інформації у досліджуваній системі з урахуванням виразів (8.70) та (8.71) стандартні структурні схеми каналів а) та б) набудуть вигляду (рис. 8.15).

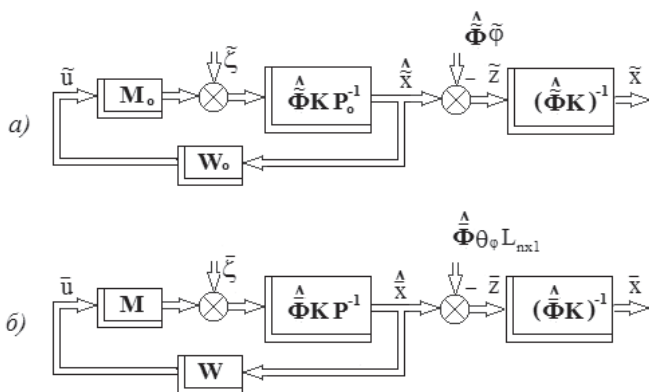


Рис. 8.15 (а,б) Традиційні структурні схеми каналів стабілізації об'єкта при випадкових а) та детермінованих б) впливах

За схемою (рис. 8.15) видно, що можна запровадити шукану матрицю передатних функцій системи $F_{\tilde{u}}$ та з її допомогою оцінити вектор сигналів управління контуру

$$\tilde{u} = F_{\tilde{u}}\tilde{\zeta}. \quad (8.72)$$

Вектор сигналів оцінок виходів об'єкта буде

$$\hat{\tilde{x}} = F_{\hat{\tilde{x}}}\tilde{\zeta}, \quad (8.73)$$

причому матриця $F_{\hat{\tilde{x}}}$ пов'язана з матрицею $F_{\tilde{u}}$ рівнянням зв'язку виду

$$F_{\hat{\tilde{x}}} = (\hat{\Phi}K)P_{\sim}^{-1}(M_{\sim}\tilde{u} + \tilde{\zeta}) = (\hat{\Phi}K)P_{\sim}^{-1}(M_{\sim}F_{\tilde{u}} + E_n), \quad (8.74)$$

а шукана матриця передавальних функцій регулятора W_{\sim} у каналі визначається виразом

$$W_{\sim} = F_{\tilde{u}}(F_{\hat{\tilde{x}}})^{-1}. \quad (8.75)$$

Вважається, що якість обробки випадкової інформації в контурі можна оцінити функціоналом виду

$$\tilde{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\hat{\tilde{x}}\hat{\tilde{x}}}R + S'_{\tilde{u}\tilde{u}}C) ds. \quad (8.76)$$

Транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\hat{\tilde{x}}$ згідно теореми Вінера-Хінчина матиме вигляд

$$S'_{\hat{\tilde{x}}\hat{\tilde{x}}} = (\hat{\Phi}K)P_{\sim}^{-1}(M_{\sim}F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}}F_{\tilde{u}*}M_{\sim*} + M_{\sim}F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}} + S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}}F_{\tilde{u}*}M_{\sim*} + S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}})P_{\sim}^{-1}(\hat{\Phi}K)_{*}, \quad (8.77)$$

$$S'_{\tilde{u}\tilde{u}} = F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}}F_{\tilde{u}*}; \quad (8.78)$$

$$S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}} = \Psi_{\sim}\Psi_{\sim*} + P_{\sim}(\hat{\Phi}K)^{-1}\hat{\Phi}S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}\hat{\Phi}_{*}(\hat{\Phi}K)^{-1}P_{\sim*}. \quad (8.79)$$

Підстановка матриць (8.77), (8.78) та (8.79) у функціонал (8.76) дозволяє переписати останній у вигляді

$$\tilde{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{[(\hat{\Phi}K)P_{\sim}^{-1}(M_{\sim}F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}}F_{\tilde{u}*}M_{\sim*} + M_{\sim}F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}} + S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}}F_{\tilde{u}*}M_{\sim*} + S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}})P_{\sim}^{-1}(\hat{\Phi}K)_{*}]R + F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\zeta}\tilde{\zeta}}F_{\tilde{u}*}C\} ds. \quad (8.80)$$

Для розв'язання завдання синтезу структури $F_{\tilde{u}}$ методом Вінера-Колмогорова потрібно визначити першу варіацію функціоналу (8.80) та прирівняти її до нуля. Перша варіація функціоналу матиме вигляд

$$\begin{aligned}
\delta \tilde{e} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left(([M_{\sim*} P_{\sim*}^{-1} (\widehat{\Phi}K)_* R (\widehat{\Phi}K) P_{\sim}^{-1} M_{\sim} + C] F_{\tilde{u}} S'_{\zeta\zeta} + \right. \\
& + M_{\sim*} P_{\sim*}^{-1} (\widehat{\Phi}K)_* R (\widehat{\Phi}K) P_{\sim}^{-1} S'_{\zeta\zeta}) \delta F_{\tilde{u}*} + \\
& + \delta F_{\tilde{u}} \{ S'_{\zeta\zeta} F_{\tilde{u}*} [M_{\sim*} P_{\sim*}^{-1} (\widehat{\Phi}K)_* R (\widehat{\Phi}K) P_{\sim}^{-1} M_{\sim} + C] + \\
& \left. + S'_{\zeta\zeta} P_{\sim*}^{-1} (\widehat{\Phi}K)_* R (\widehat{\Phi}K) P_{\sim}^{-1} M_{\sim} \} \right) ds. \tag{8.81}
\end{aligned}$$

Необхідно ввести позначення

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\sim*} \Gamma_{\sim} &= M_{\sim*} P_{\sim*}^{-1} (\widehat{\Phi}K)_* R (\widehat{\Phi}K) P_{\sim}^{-1} M_{\sim} + C; \quad D_{\sim} D_{\sim*} = S'_{\zeta\zeta}; \\
T_{\sim} &= T_{\sim 0} + T_{\sim +} + T_{\sim -} = \Gamma_{\sim*}^{-1} M_{\sim*} P_{\sim*}^{-1} (\widehat{\Phi}K)_* R (\widehat{\Phi}K) P_{\sim}^{-1} D_{\sim}.
\end{aligned}$$

Умова тотожної рівності варіації (8.81) нулю буде

$$\Gamma_{\sim} F_{\tilde{u}} D_{\sim} = -(T_{\sim 0} + T_{\sim +}),$$

а алгоритм вибору структури $\widehat{F}_{\tilde{u}}$ слід записати так

$$\widehat{F}_{\tilde{u}} = -\Gamma_{\sim}^{-1} (T_{\sim 0} + T_{\sim +}) D_{\sim}^{-1},$$

алгоритм вибору структури $\widehat{F}_{\hat{x}}$ буде таким

$$\widehat{F}_{\hat{x}} = (\widehat{\Phi}K) P_{\sim}^{-1} (M_{\sim} \widehat{F}_{\tilde{u}} + E_n),$$

а оптимальна структура регулятора W_{\sim} має вид (8.75)

$$W_{\sim} = \widehat{F}_{\tilde{u}} (\widehat{F}_{\hat{x}})^{-1}. \tag{8.82}$$

При знанні типової структури каналу перетворення детермінованої інформації (рис. 8.15 б), а також виразу (8.71) є можливість приступити до завдання синтезу оптимальної структури W регулятора у каналі стабілізації вектора детермінованих сигналів \hat{x} , а за необхідності й x .

Як видно зі схеми (рис. 8.15 б), завжди є можливість ввести матрицю передавальних функцій каналу від збурення, що шукається ζ до вектора сигналів керування u , яка відповідатиме рівнянню

$$\bar{u} = F_u \bar{\zeta}, \tag{8.83}$$

а також матрицю передавальних функцій каналу від збурень $\bar{\zeta}$ до вектора \hat{x} оцінок вихідних детермінованих сигналів об'єкта вида

$$\hat{x} = F_{\hat{x}} \bar{\zeta}, \tag{8.84}$$

при чому згідно схеми (рис. 8.15 б) вектор сигналів \hat{x} можливо записати так

$$\hat{x} = (\widehat{\Phi}K)P^{-1}(M\bar{u} + \bar{\zeta}) = (\widehat{\Phi}K)P^{-1}(MF_u + E_n)\bar{\zeta}, \quad (8.85)$$

а матрицю $F_{\hat{x}}$ знайти за рівнянням зв'язку

$$F_{\hat{x}} = (GK)P^{-1}(MF_u + E_n). \quad (8.86)$$

Враховуючи рівняння (8.71), (8.83) та (8.85) можна скласти такі множення ермітово сполучених векторів як $\hat{x}\hat{x}_*$, $\bar{u}\bar{u}_*$ і $\bar{\zeta}\bar{\zeta}_*$, які будуть потрібні при вирішенні поставленого вище завдання синтезу структури F_u .

Отже, враховуючи вираз (8.71), слід записати множення $\bar{\zeta}\bar{\zeta}_*$ таким чином

$$\bar{\zeta}\bar{\zeta}_* = [\theta_{\psi} + P(\widehat{G}K)^{-1}\widehat{G}\theta_{\varphi}]L_n[\theta_{\psi*} + \theta_{\varphi*}\widehat{G}_*(\widehat{G}K)_*^{-1}P_*]; \quad (8.87)$$

$$\hat{x}\hat{x}_* = (\widehat{\Phi}K)P^{-1}(MF_u + E_n)\bar{\zeta}\bar{\zeta}_*(F_u*M_* + E_n)P_*^{-1}(\widehat{\Phi}K)_*; \quad (8.88)$$

$$\bar{u}\bar{u}_* = F_u\bar{\zeta}\bar{\zeta}_*F_{u*}; \quad (8.89)$$

Як функціонал якості перетворення детермінованої інформації у досліджуваному контурі стабілізації використовується вираз

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr(\hat{x}\hat{x}_*R + \bar{u}\bar{u}_*C)ds. \quad (8.90)$$

Підстановка виразів (8.87)-(8.89) у функціонал (8.90) передбачає подання останнього у вигляді

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr[(\widehat{\Phi}K)P^{-1}(MF_u + E_n)\bar{\zeta}\bar{\zeta}_*(F_u*M_* + E_n)P_*^{-1}(\widehat{\Phi}K)_*R + \\ & + F_u\bar{\zeta}\bar{\zeta}_*F_{u*}C]ds. \end{aligned} \quad (8.91)$$

Вирішуючи завдання синтезу структури F_u методом Вінера-Колмогорова, спочатку визначимо першу варіацію функціоналу (8.91) та умову тотожної рівності її нулю, а потім алгоритм синтезу за вихідними даними задачі оптимальної структури \hat{F}_u , оптимальних структур матриць $\hat{F}_{\hat{x}}$ та \hat{W} .

Перша варіація функціоналу (8.91) матиме вигляд

$$\delta\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr(\{[M_*P_*^{-1}(\widehat{\Phi}K)_*R(\widehat{\Phi}K)P^{-1}M + C]F_u\bar{\zeta}\bar{\zeta}_* +$$

$$+M_*P_*^{-1}(\widehat{\Phi K})_*R(\widehat{\Phi K})P^{-1}\bar{\zeta}\bar{\zeta}_* \delta F_{u*} + \delta F_{u*}\{\bar{\zeta}\bar{\zeta}_*F_{u*}[M_*P_*^{-1}(\widehat{\Phi K})_*R(\widehat{\Phi K})P^{-1}M + C] + \bar{\zeta}\bar{\zeta}_*P_*^{-1}(\widehat{\Phi K})_*R(\widehat{\Phi K})P^{-1}M)\} ds. \quad (8.92)$$

Необхідні такі позначення

$$\Gamma_- \Gamma_- = M_*P_*^{-1}(\widehat{\Phi K})_*R(\widehat{\Phi K})P^{-1}M + C; D_-L_nD_{-*} = S'_{\bar{\zeta}\bar{\zeta}}; \\ T_- = T_{-0} + T_{-+} + T_{--} = \Gamma_*^{-1}M_*P_*^{-1}(\widehat{\Phi K})_*R(\widehat{\Phi K})P^{-1}D_{-}. \quad (8.93)$$

З урахуванням позначень (8.93) варіацію (8.92) слід переписати як

$$\delta \Xi = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_* (\Gamma_- F_u D_- + T_-) L_n D_{-*} \delta F_{u*} + \\ + \delta F_{u*} D_- L_n (D_{-*} F_{u*} \Gamma_{-*} + T_{-*}) \Gamma_-] ds,$$

а умову тотожної рівності варіації нулю так

$$\Gamma_- F_u D_- = -(T_{-0} + T_{-+}).$$

Алгоритм синтезу оптимальної структури матриці \hat{F}_u буде наступним

$$\hat{F}_u = -\Gamma_*^{-1}(T_{-0} + T_{-+})D_{-}^{-1}, \quad (8.94)$$

алгоритм синтезу оптимальної структури матриці \hat{F}_x (8.86) представляється так

$$\hat{F}_x = (GK)P^{-1}(M\hat{F}_u + E_n),$$

а оптимальна структура матриці \hat{W} регулятора буде

$$\hat{W} = \hat{F}_u(\hat{F}_x)^{-1}. \quad (8.95)$$

Таким чином, визначені умови еквівалентності замкнених та розімкнених системи стабілізації та обґрунтовані правила синтезу оптимальних лінійних систем стабілізації при стохастичних впливах за результатами структурної ідентифікації моделей динаміки об'єкта керування при регулярних та випадкових вхідних впливах.

Запропоновано використання двох трактів у системі стабілізації для досягнення високих показників точності стабілізації багатовимірною об'єкта, який по різному реагує на детерміновані та випадкові впливи.

РОЗДІЛ 9 ОПТИМАЛЬНІ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ У ПРОСТОРІ ЧИ НА ЗАДАНІЙ ТРАЄКТОРІЇ РУХУ БАГАТОВИМІРНОГО ЛІНІЙНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ВПЛИВАХ

Як відомо з розділу 1.1.2 монографії [7] «Шляхи, що призводять до створення оптимальних систем стабілізації рухомих об'єктів та їх бортових кібернетичних комплексів різного призначення» прямують через розв'язання завдань оптимального синтезу регуляторів зазначених систем як при випадкових, так і детермінованих впливах. Відомо також, що реальні системи стабілізації або управління рухом функціонують в умовах одночасної сумарної (стохастичного) дії цих зовнішніх впливів. Оптимальні системи стабілізації лінійні об'єктів допускають можливість побудови роздільних траєктів стабілізації рухів об'єкта при дії на нього лише детермінованих або випадкових збурень, оскільки у таких системах виконується адитивний принцип.

У цьому розділі розглядається ряд можливих постановок та алгоритмів розв'язання практичних завдань синтезу оптимальних багатовимірних регуляторів у системах стабілізації рухів об'єкта при детермінованих факторах, що збурюють. Відмінною рисою зазначених регуляторів є відсутність спеціальних компенсаторів перехресних зв'язків об'єкта керування.

9.1 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора багатовимірної системі стабілізації при «ідеальних» сенсорах

Припустимо, що до структурної схеми системи стабілізації руху багатовимірний лінійний об'єкта (рис. 9.1) надходить n -вимірний вектор детермінованих збурень ψ . Він сформований з одиничного вектору $L_{n \times 1}$, який має n рядків, за допомогою формувального фільтру з діагональною матрицею передавальних функцій θ_ψ . Структура та параметри цієї матриці визначені попередньо в результаті постановки та розв'язання завдання ідентифікації. Під

дією вектору ψ та вектору сигналів керування u (рис. 9.1) відбувається зміна вектору сигналів на виході системи x . Як і в попередніх розділах, будемо вважати, що зв'язок між змінами векторів ψ , u та x описується системою звичайних диференціальних рівнянь, перетвореною за Фур'є при нульових початкових умовах, виду

$$Px = Mu + \psi, \quad (9.1)$$

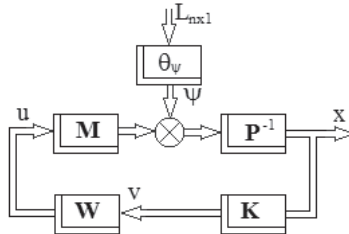


Рис.9.1 Структурна схема досліджуваної системи стабілізації рухомого об'єкта

в якій вектор детермінованих збурень ψ подається у вигляді

$$\psi = \theta_\psi L_{n \times 1}; \quad (9.2)$$

P та M – поліноміальні матриці розмірностей $n \times n$ та $n \times m$ відповідно, x – n -вимірний вектор вихідних координат об'єкта, u – m -вимірний вектор управляючих сигналів.

На рисунку 9.1. блоком « K » показана матриця передавальних функцій «ідеального» бортового вимірювача розмірності $n \times n$, а блоком « W » – матриця передавальних функцій регулятора в системі стабілізації розмірності $m \times n$.

Вектор спостережень, у даному разі, сигналів виходів об'єкта v можна записати так

$$v = Kx. \quad (9.3)$$

З виразу (9.3) випливає, що при стійкій та мінімально фазній матриці передавальних функцій K вектор x може бути представлений у такому вигляді

$$x = K^{-1}v. \quad (9.4)$$

Підставивши вектор (9.4) до рівняння (9.1), останнє можна переписати так

$$v = KP^{-1}(Mu + \psi). \quad (9.5)$$

Як і раніше, при відомій матриці передавальних функцій замкненої системи F_u можливе представлення детермінованого вектора u у вигляді виразу $u = F_u\psi$. Прийняття до уваги виразу (9.2) дозволяє переписати рівняння (9.5)

$$v = KP^{-1}(MF_u + E_n)\theta_\psi L_{n \times 1}, \quad (9.6)$$

де F_u - матриця передавальних функцій замкненої системи від вектору ψ до вектору u .

Відповідну виразу (9.6) структурну схему перетвореної системи стабілізації можна представити у вигляді (рис.9.2).

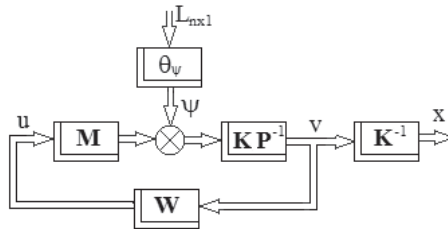


Рис. 9.2. Перетворена структурна схема досліджуваної системи стабілізації руху об'єкта

Для структурної схеми (рис.9.2) зручно запровадити такі вирази

$$u = F_u\psi; v = F_v\psi, \quad (9.7)$$

де F_v - матриця передавальних функцій замкненої системи від збурення ψ до виходу v , яка виражається через матрицю F_u рівнянням зв'язку виду

$$F_v = KP^{-1}(MF_u + E_n). \quad (9.8)$$

Враховуючи очевидний вираз

$$u = Wv, \quad (9.9)$$

а також рівняння (9.7), неважко встановити рівність

$$W = F_u(F_v)^{-1}. \quad (9.10)$$

Нехай функціонал якості стабілізації руху об'єкта досліджуваної системи має вигляд

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (vv_*R + uu_*C) ds, \quad s = j\omega. \quad (9.11)$$

В такому разі, завдання синтезу оптимальної структури регулятора багатовимірної системи стабілізації при «ідеальних» сенсорах полягає у тому, щоб знайти правило знаходження такої стійкої та реалізованої фізично матриці передавальних функцій F_u , при підстановці якої до виразів (9.7) функціонал якості (9.11) набував би мінімуму. Таке правило повинно зв'язати

Підстановка у функціонал (9.11) виразів (9.7) та (9.8) дозволяє переписати останній у вигляді

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [KP^{-1}(MF_u + E_n)\theta_\psi L_n \theta_{\psi^*} (F_u^* M_* + E_n) P_*^{-1} K_*] R + F_u \theta_\psi L_n \theta_{\psi^*} F_u^* C \} ds, \quad (9.12)$$

де $L_n = L_{n \times 1} L_{1 \times n}$.

Вирішуючи завдання синтезу оптимальної структури F_u методом Вінера-Колмогорова, необхідно спочатку визначити першу варіацію функціоналу (9.12), а потім умову її тотожної рівності нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць F_u , що варіюються.

Перша варіація функціоналу $\delta\mathcal{E}$ матиме вигляд

$$\delta\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(M_* P_*^{-1} K_* R K P^{-1} M + C) F_u \theta_\psi L_n \theta_{\psi^*} + M_* P_*^{-1} K_* R K P^{-1} \theta_\psi L_n \theta_{\psi^*}] \delta F_u + \delta F_u [\theta_\psi L_n \theta_{\psi^*} F_u^* (M_* P_*^{-1} K_* R K P^{-1} M + C) + \theta_\psi L_n \theta_{\psi^*} P_*^{-1} K_* R K P^{-1} M] ds. \quad (9.13)$$

Необхідні позначення

$$\Gamma_* \Gamma = M_* P_*^{-1} K_* R K P^{-1} M + C; \quad D L_n D_* = \theta_\psi L_n \theta_{\psi^*}; \\ T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} M_* P_*^{-1} K_* R K P^{-1} D; \quad (9.14)$$

З урахуванням позначення (9.14) умова тотожної рівності варіації (9.13) нулю буде

$$\Gamma F_u D = -(T_0 + T_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури F_u за вихідними даними задачі

$$F_u = -\Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}, \quad (9.15)$$

оптимальна структура матриці F_v

$$F_v = KP^{-1}(MF_u + E_n),$$

а оптимальна структура матриці передавальних функцій регулятора

$$W = F_u(F_v)^{-1}. \quad (9.16)$$

Таким чином, обґрунтовано алгоритм розрахунку матриці передавальних функцій регулятора, увімкнення якого до кола зворотного зв'язку (рис. 9.2) забезпечує стійкість системи стабілізації та мінімізує обраний критерій якості її роботи, якщо об'єкт стабілізації є стійким, вимірюються усі компоненти вектору сигналів на виході системи, а шум вимірювання відсутній.

9.2 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в системі стабілізації при вимірі вектору сигналів на виході з похибками

Розглянута нижче задача відрізняється від наведеної в розділі 9.1 лише урахуванням детермінованих перешкод вимірювань (похибок) векторів сигналів досліджуваної системи, що цікавлять, і деякими додатковими особливостями перетворення досліджуваної структури системи до стандартного виду. Структурну схему досліджуваної системи стабілізації у традиційній формі показано на рисунку 9.3. Тут, як і раніше, вважається, що моделі динаміки векторів сигналів об'єкта та вимірювального пристрою вже відомі після етапів їхньої структурної ідентифікації.

Як і раніше, вектор сигналів на виході матриці K передавальних функцій вимірювального пристрою розмірності $(v \times n)$ записаний так

$$v = Kx, \quad (9.3)$$

а вектор сигналів (виходи об'єкта) x наступним чином

$$x = K^\# v, \quad (9.17)$$

де " $\#$ " - символ псевдообертання прямокутних матриць.

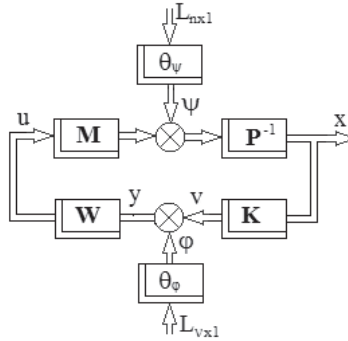


Рис.9.3. Структурна схема системи стабілізації об'єкта у традиційній формі

Підстановка виразу (9.17) у відоме рівняння руху об'єкта виду

$$x = P^{-1}(Mu + \psi),$$

проводить останнє до вигляду

$$v = KP^{-1}(Mu + \psi) \quad (9.18)$$

та до можливості побудови проміжної структурної схеми системи стабілізації (рис.9.4).

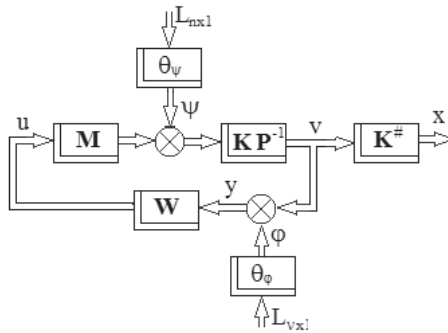


Рис. 9.4. Проміжний варіант побудови структурної схеми досліджуваної системи стабілізації руху об'єкта

Для приведення структури (рис.9.4.) до стандартного вигляду потрібне еквівалентне перенесення вектора сигналів перешкод у точку збурення.

При цьому структурна схема досліджуваної системи стабілізації набуває стандартного вигляду (рис.9.5). Наведений на рис.9.5 еквівалентний сумарний детермінований вектор сигналу збурень ζ дорівнює

$$\zeta = (\theta_\psi + PK^\# \theta_\varphi) L_{n \times 1} = \theta_\zeta L_{n \times 1}. \quad (9.19)$$

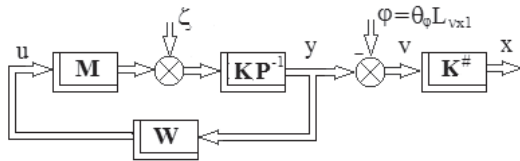


Рис. 9.5. Структурна схема досліджуваної системи стабілізації руху об'єкта у стандартній формі

Доцільно ввести матриці передавальних функцій замкнутої системи F_u та F_y , які пов'язують сумарний вектор збурень з векторами сигналів u та y рівняннями

$$u = F_u \zeta, \quad y = F_y \zeta, \quad (9.20)$$

причому матриці F_u та F_y пов'язані між собою співвідношенням

$$F_y = KP^{-1}(MF_u + E_n), \quad (9.21)$$

а шукана, зрештою, оптимальна структура матриці передавальних функцій регулятора в системі стабілізації повинна мати вигляд

$$W = F_u(F_y)^{-1}.$$

Як показник (функціонал) якості стабілізації руху об'єкта у досліджуваній системі можна використовувати функціонал виду

$$\bar{E} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (xx_* R + uu_* C) ds.$$

Відповідно до схеми (рис.9.5) вектор x зображень вихідних сигналів об'єкта, що стабілізується, матиме вигляд

$$x = K^\# v = K^\# (y - \varphi) = K^\# F_y \zeta - K^\# \varphi. \quad (9.22)$$

Підстановка виразів (9.18), (9.19), (9.20) та (9.22) у функціонал $\bar{\Xi}$ дозволяє уявити останній таким чином

$$\begin{aligned} \bar{\Xi} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [P^{-1}(MF_u + E_n)\theta_\zeta - K^\#\theta_\varphi] L_n[\theta_{\zeta^*}(F_{u^*}M_* + \\ + E_n)P_*^{-1} - \theta_{\varphi^*}K_*^\#]R + F_u\theta_\zeta L_n\theta_{\zeta^*}F_{u^*}C \} ds. \end{aligned} \quad (9.23)$$

Вирішуючи поставлене завдання методом Вінера-Колмогорова необхідно визначити першу варіацію функціоналу (9.23) та умову тотожної рівності її нулю. Перша варіація $\delta\bar{\Xi}$ матиме вигляд

$$\begin{aligned} \delta\bar{\Xi} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C)F_u\theta_\zeta L_n\theta_{\zeta^*} + M_*P_*^{-1}RP^{-1}\theta_\zeta L_n\theta_{\zeta^*} - \\ M_*P_*^{-1}RK^\#\theta_\varphi L_n\theta_{\zeta^*}] \delta F_{u^*} + \delta F_u [\theta_\zeta L_n\theta_{\zeta^*}F_{u^*}(M_*P_*^{-1}RP^{-1}M + C) + \\ \theta_\zeta L_n\theta_{\zeta^*}P_*^{-1}RP^{-1}M + \theta_\zeta L_n\theta_{\varphi^*}K_*^\#RP^{-1}M] \} ds. \end{aligned} \quad (9.24)$$

Доцільно ввести такі позначення

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_* \bar{\Gamma} = M_*P_*^{-1}RP^{-1} + C; \quad \bar{D}L_n\bar{D}_* = \theta_\zeta L_n\theta_{\zeta^*}; \\ \bar{T} = \bar{T}_0 + \bar{T}_+ + \bar{T}_- = \bar{\Gamma}_*^{-1}M_*P_*^{-1}R(P^{-1}\theta_\zeta - K^\#\theta_\varphi)L_n\theta_{\zeta^*}(L_n\bar{D}_*)^{-1}. \end{aligned} \quad (9.25)$$

З урахуванням позначень (9.25) умова тотожної рівності варіації (9.24) нулю має вигляд

$$\bar{\Gamma}F_u\bar{D} = -(\bar{T}_0 + \bar{T}_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури стійкої і фізично реалізованої матриці передавальних функцій F_u , що варіюються, за вихідними даними задачі

$$F_u = -\bar{\Gamma}_*^{-1}(\bar{T}_0 + \bar{T}_+)\bar{D}_*^{-1}, \quad (9.26)$$

оптимальна структура F_y на підставі рівняння зв'язку буде

$$F_y = KP^{-1}(M\hat{F}_u + E_n),$$

а оптимальна структура матриці передавальних функцій регулятора в досліджуваній системі стабілізації буде представлена таким чином

$$W = F_u(F_y)^{-1}. \quad (9.27)$$

Таким чином, обґрунтовано алгоритм розрахунку матриці передавальних функцій регулятора, увімкнення якого до кола зворотного зв'язку (рис. 9.5) забезпечує стійкість системи стабілізації та мінімізує обраний критерій якості її роботи, якщо об'єкт стабілізації є стійким, вимірюється лише частина компонентів вектору сигналів на виході системи, а вимірювання супроводжується дією детермінованих перешкод (похибок).

9.3 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в системі стабілізації нестійкого об'єкта при детермінованих впливах з урахуванням перешкод вимірювань

Розглянута нижче задача відрізняється від наведеної в розділі 9.2 тим, що об'єкт стабілізації може бути нестійким, а також виникненням деяких додаткових особливостей перетворення досліджуваної структури системи до стандартного вигляду. Нестійкість об'єкта стабілізації викликає те, що матриця P з системи рівнянь (9.1) має стійкі та нестійкі корені полінома визначника, тому обернена матриця P^{-1} може бути представлена у вигляді наступної суми

$$P^{-1} = P_+^{-1} + P_-^{-1}, \quad (9.28)$$

де матриця P_+^{-1} – дробово-раціональна матриця з полюсами у лівій на півплощині комплексної змінної; матриця P_-^{-1} – дробово-раціональна матриця з полюсами у правій на півплощині комплексної змінної.

Структурну схему системи стабілізації руху такого об'єкта (рис. 9.6) на основі принципу суперпозиції можна представити у вигляді двох трактів керування (зворотних зв'язків). На входах системи діють детерміновані вектори збурень ψ та перешкод вимірювань φ . Вважається, що їх зображення визначаються наступними рівняннями

$$\psi = \theta_\psi L_{n \times 1}; \quad \varphi = \theta_\varphi L_{v \times 1};$$

у яких θ_ψ - діагональна матриця передавальних функцій формувального фільтру збурень розміру $n \times n$; θ_φ - діагональна матриця передавальних функцій формувального фільтру збурень розміру $v \times v$; $L_{v \times 1}$ - вектор з v одиниць. Тракти керування утворені блоками Φ^+ і Φ^- -спостерігачів стійкої та нестійкої інформації виходів об'єкта x_+ та x_- , які вимірюються пристроєм з матрицею передатних функцій K розмірності $v \times n$, а вимірювання супроводжуються вектором сигналів детермінованих перешкод φ .

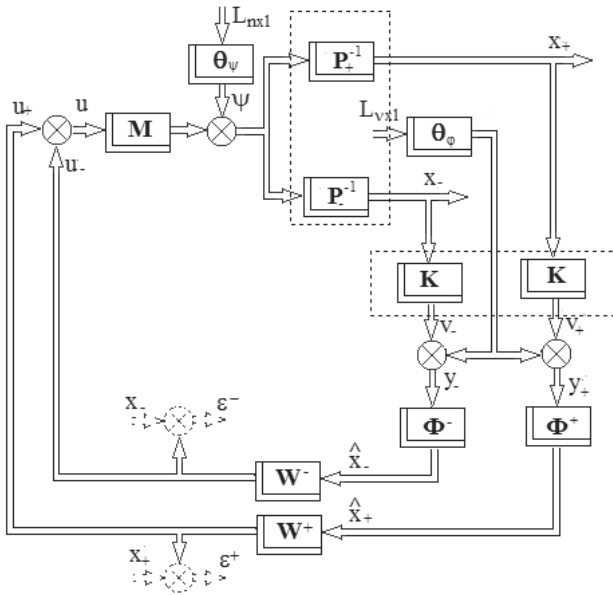


Рис.9.6. Структурна схема досліджуваної системи стабілізації руху об'єкта

На входи спостерігачів надходять вектори сигналів спостережень y_+ та y_- - отримані за допомогою датчиків, а на їх виходах виникають вектори сигналів найкращих точнісних оцінок вихідних координат об'єкта \hat{x}_+ і \hat{x}_- . Вибір раціональних структур спостерігачів Φ^+ та Φ^- проводиться з

урахуванням теореми поділу, тобто вектор u вважається нульовим, а вектори сигналів виходів об'єкта мають вигляд

$$x_+ = P_+^{-1}\theta_\psi L_{n \times 1}, \quad x_- = P_-^{-1}\theta_\psi L_{n \times 1}. \quad (9.29)$$

Для подальшого необхідно враховувати такі очевидні співвідношення

$$\begin{aligned} v_- &= Kx_-, & v_+ &= Kx_+; \\ x_- &= K^\#v_-, & x_+ &= K^\#v_+, \end{aligned} \quad (9.30)$$

де "#" - символ псевдообігу матриці;

$$\begin{aligned} y_- &= v_- + \varphi = Kx_- + \varphi, \\ y_+ &= v_+ + \varphi = Kx_+ + \varphi. \end{aligned} \quad (9.31)$$

З урахуванням виразів (9.30) та (9.31) можна представити вектори сигналів помилок спостережень вихідних координат об'єкта в такому вигляді

$$\varepsilon^- = \hat{x}_- - x_- = \Phi^- y_- - x_- = (\Phi^- \theta_{y_-} - P_-^{-1} \theta_\psi) L_{n \times 1}; \quad (9.32)$$

$$\varepsilon^+ = \hat{x}_+ - x_+ = \Phi^+ y_+ - x_+ = (\Phi^+ \theta_{y_+} - P_+^{-1} \theta_\psi) L_{n \times 1}. \quad (9.33)$$

Знаючи вирази (9.32) та (9.33), можна приступити до вирішення задач синтезу оптимальних структур матриць передавальних функцій спостерігачів Φ^+ та Φ^- .

Функціонал якості спостереження нестійкої складової вектора вихідних сигналів об'єкта може мати вигляд

$$\mathcal{E}^- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\varepsilon^- \varepsilon_*^- R_1) ds. \quad (9.34)$$

Підстановка у функціонал (9.34) векторів (9.32) дозволяє записати останній у вигляді

$$\mathcal{E}^- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(\Phi^- \theta_{y_-} - P_-^{-1} \theta_\psi) L_n (\theta_{y_-} \Phi_*^- - \theta_{\psi_*} P_*^{-1}) R_1] ds. \quad (9.35)$$

Завдання синтезу оптимальної структури Φ^- вирішується методом Вінера-Колмогорова. Для цього необхідно визначити першу варіацію функціоналу і умову тотожної рівності її нулю за умови стійкості та фізичної реалізованості матриці Φ^- . Перша варіація функціоналу (9.35) матиме вигляд

$$\delta \mathcal{E}^- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [R_1 (\Phi^- \theta_{y_-} L_n \theta_{y_*} - P_-^{-1} \theta_\psi L_n \theta_{y_*}) \delta \Phi_*^- +$$

$$+\delta\Phi^-(\theta_{y_-}L_n\theta_{y_*}\Phi_*^- - \theta_{y_-}L_n\theta_{\psi_*}P_*^{-1})R_1]ds. \quad (9.36)$$

Необхідні позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_1\Gamma_{1*} &= R_1; \quad D_*^-L_nD^- = \theta_{y_-}L_n\theta_{y_*}; \\ T^- &= T_0^- + T_+^- + T_-^- = \Gamma_1^{-1}\theta_{\psi}L_n\theta_{y_*}(L_nD^-)^{-1}. \end{aligned} \quad (9.37)$$

З урахуванням позначень (9.37) варіацію (9.36) слід переписати так

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon^- &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_1(\Gamma_{1*}\Phi^-D_*^- - T^-)L_nD^- \delta\Phi_*^- + \\ &+ \delta\Phi^-D_*^-L_n(D^- \Phi_*^- \Gamma_1 - T_*^-)\Gamma_{1*}]ds, \end{aligned}$$

умову тотожної рівності цієї варіації нулю необхідно представити у вигляді

$$\Gamma_{1*}\Phi^-D_*^- = T_*^-,$$

а алгоритм синтезу за вихідними даними оптимальної структури матриці передавальних функцій спостерігача Φ^- наступним рівнянням

$$\Phi^- = \Gamma_{1*}^{-1}T_*^-(D_*^-)^{-1} \quad (9.38)$$

Функціонал якості спостереження сталої складової вектора вихідних сигналів об'єкта слід вважати таким

$$\varepsilon^+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr (\varepsilon^+\varepsilon_*^+R_2)ds. \quad (9.39)$$

Підстановка векторів (9.33) у функціонал (9.39) дозволяє записати останній таким чином

$$\varepsilon^+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [(\Phi^+\theta_{y_+} - P_+^{-1}\theta_{\psi})L_n(\theta_{y_*}\Phi_*^+ - \theta_{\psi_*}P_*^{-1})R_2]ds. \quad (9.40)$$

Як і в попередньому випадку, вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури спостерігача Φ^+ методом Вінера-Колмогорова спочатку необхідно визначити першу варіацію функціоналу (9.40) та умову тотожної рівності її нулю за умови дотримання стійкості та фізичної реалізованості матриці Φ^+ . Перша варіація функціоналу (9.40) має вигляд

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon^+ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [R_2(\Phi^+\theta_{y_+}L_n\theta_{y_*} - P_+^{-1}\theta_{\psi}L_n\theta_{y_*})\delta\Phi_*^+ + \\ &+ \delta\Phi^+(\theta_{y_+}L_n\theta_{y_*}\Phi_*^+ - \theta_{y_+}L_n\theta_{\psi_*}P_*^{-1})R_2]ds. \end{aligned} \quad (9.41)$$

Якщо ввести позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_{2*}\Gamma_2 &= R_2; \quad D^+L_nD_*^+ = \theta_{y_+}L_n\theta_{y_+*}; \\ T^+ &= T_0^+ + T_+^+ + T_-^+ = \Gamma_{2*}^{-1}P_+^{-1}\theta_\psi L_n\theta_{y_+*}(L_nD_*^+)^{-1}, \end{aligned} \quad (9.42)$$

то перша варіація функціонала (9.41) отримає вид

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{E}^+ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_{2*}(\Gamma_2\Phi^+D^+ - T^+)L_nD_*^+\delta\Phi_*^+ + \\ &+ \delta\Phi^+D^+L_n(D_*^+\Phi_*^+\Gamma_{2*} - \\ &T_*^+)\Gamma_2] ds. \end{aligned}$$

Умова тотожної рівності варіації (9.41) нулю визначається рівністю

$$\Gamma_2\Phi^+D^+ = (T_0^+ + T_+^+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій спостерігача Φ^+ буде таким

$$\Phi^+ = \Gamma_2^{-1}(T_0^+ + T_+^+)(D^+)^{-1}. \quad (9.43)$$

Після синтезу оптимальної структури спостерігача Φ^- [алгоритм (9.38)] можна приступити до синтезу оптимальної структури регулятора W^- в нестійкому тракті системи стабілізації. Аби вирішити це завдання доцільно провести перебудову структури досліджуваного тракту системи стабілізації до стандартного виду. Проміжний етап перебудови структури зазначеного тракту показано на рисунку 9.7.

Стандартна структурна схема (рис. 9.8) нестійкого тракту досліджуваної системи виникає після перенесення перешкоди φ^- в точку застосування дії.

Доцільно ввести матриці F_{u^-} та $F_{\hat{x}^-}$ передавальних функцій сигналів наведених збурень ζ^- , які слід записати в такому вигляді

$$\begin{aligned} \zeta^- &= [\theta_\psi + (\Phi^-KP_-^{-1})^{-1}\Phi^-\theta_\varphi]L_{n \times 1} = \theta_{\zeta^-}L_{n \times 1} \\ \zeta_*^- &= L_{1 \times n}[\theta_{\psi_*} + \theta_{\varphi_*}\Phi_*^-(\Phi^-KP_-^{-1})_*^{-1}] = L_{1 \times n}\theta_{\zeta_*^-}. \end{aligned} \quad (9.44)$$

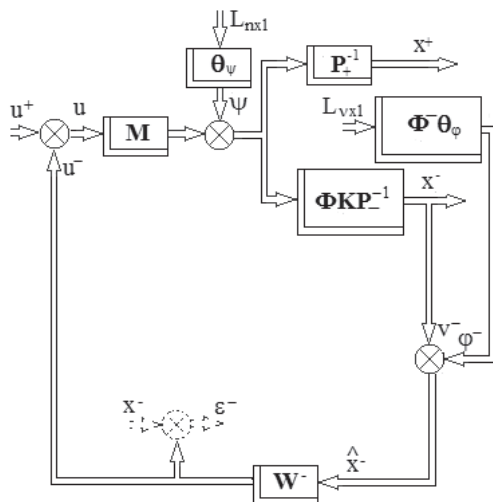


Рис.9.7. Проміжна структурна схема нестійкого тракту системи стабілізації об'єкта, що досліджується

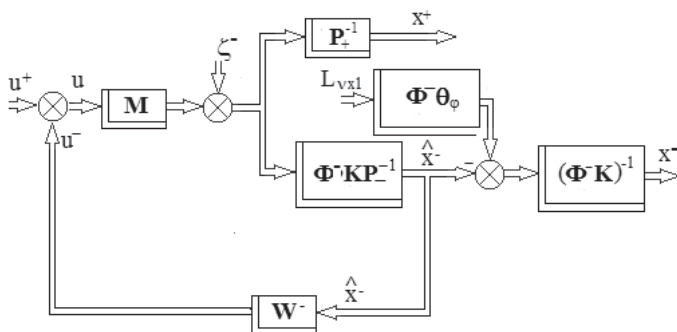


Рис.9.8. Традиційна структурна схема нестійкого тракту системи стабілізації об'єкта, що досліджується

Вказані вище матриці, які повинні забезпечити стійкість стабілізованого контуру, видаються так

$$u^- = F_u - \zeta^-, \quad \hat{x}^- = F_{\hat{x}} - \zeta^-, \quad (9.45)$$

причому матриця $F_{\hat{x}^-}$ пов'язана з матрицею F_{u^-} рівнянням виду

$$F_{\hat{x}^-} = (\Phi^- KP_-^{-1})(MF_{u^-} + E_n), \quad (9.46)$$

а структура регулятора W^- , що підлягає оптимальному вибору, повинна визначитися виразом

$$W^- = F_{u^-}(F_{\hat{x}^-})^{-1} \quad (9.47)$$

Нехай функціонал якості стабілізації об'єкта у нестійкому тракті досліджуваної системи має вигляд

$$\mathcal{E}^- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\hat{x}^- \hat{x}_*^- R_1 + u^- u_*^- C_1) ds \quad (9.48)$$

Враховуючи структуру (рис.9.8) та рівняння (9.45), вектор оцінок сигналів стабілізованого виходу об'єкта \hat{x}^- слід записати так

$$\hat{x}^- = (\Phi^- KP_-^{-1})(MF_{u^-} + E_n)\zeta^-, \quad (9.49)$$

а вектор управлінь у такому вигляді

$$u^- = F_{u^-}\zeta^-. \quad (9.50)$$

Підставивши вектори (9.49) та (9.50) у функціонал (9.48) можна уявити останній таким чином

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^- = & \\ = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(\Phi^- KP_-^{-1})(MF_{u^-} + E_n)\theta_{\zeta^-} L_n \theta_{\zeta_*^-} (F_{u_*^-} M_* + E_n)(\Phi^- KP_-^{-1})_* R_1 + \\ & + F_{u^-} \theta_{\zeta^-} L_n \theta_{\zeta_*^-} F_{u_*^-} C_1] ds. \end{aligned} \quad (9.51)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури F_{u^-} методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (9.51) та умову тотожної рівності її нулю на певному класі матриць F_{u^-} .

Перша варіація функціоналу (9.51) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{E}^- = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\{ [M_* (\Phi^- KP_-^{-1})_* R_1 (\Phi^- KP_-^{-1}) M + C_1] F_{u^-} \theta_{\zeta^-} L_n \theta_{\zeta_*^-} + \\ & + M_* (\Phi^- KP_-^{-1})_* R_1 (\Phi^- KP_-^{-1}) \theta_{\zeta^-} L_n \theta_{\zeta_*^-} \} \delta F_{u_*^-} + \\ & + \delta F_{u^-} \{ \theta_{\zeta^-} L_n \theta_{\zeta_*^-} F_{u_*^-} [M_* (\Phi^- KP_-^{-1})_* R_1 (\Phi^- KP_-^{-1}) M + C_1] + \\ & + \theta_{\zeta^-} L_n \theta_{\zeta_*^-} F_{u_*^-} (\Phi^- KP_-^{-1})_* R_1 (\Phi^- KP_-^{-1}) M \}) ds \end{aligned} \quad (9.52)$$

Необхідно ввести наступні позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_1^- \Gamma_1^- &= M_*(\Phi^- K P_-^{-1})_* R_1(\Phi^- K P_-^{-1}) M + C_1; \quad D_1^- D_1^- = \theta_{\zeta^-} L_n \theta_{\zeta_*}^-; \\ T^- &= T_0^- + T_+^- + T_-^- = \\ (\Gamma_1^-)^{-1} M_*(\Phi^- K P_-^{-1})_* R_1(\Phi^- K P_-^{-1}) \theta_{\zeta^-} L_n \theta_{\zeta_*}^- F_{u_*}^- (L_n D_1^-)^{-1} \end{aligned} \quad (9.53)$$

З урахуванням позначень (9.53) варіацію (9.52) слід переписати так

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{E}^- &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ \Gamma_1^- (\Gamma_1^- F_{u_*}^- D_1^- + T^-) L_n D_1^- \delta F_{u_*}^- + \\ &+ \delta F_{u_*}^- D_1^- L_n (D_1^- F_{u_*}^- \Gamma_1^- + T_+^-) \Gamma_1^{-1} \} ds. \end{aligned} \quad (9.54)$$

Умова тотожної рівності варіації (9.54) нулю буде такою

$$\Gamma_1^- F_{u_*}^- D_1^- = -(T_0^- + T_+^-),$$

алгоритм синтезу оптимальної структури $F_{u_*}^-$ має вигляд

$$F_{u_*}^- = -(\Gamma_1^-)^{-1} (T_0^- + T_+^-) (D_1^-)^{-1}, \quad (9.55)$$

оптимальна структура матриці $F_{\hat{x}^-}$ (9.49), (9.50) має бути такою

$$F_{\hat{x}^-} = (\Phi^- K P_-^{-1}) (M F_{u_*}^- + E_n),$$

а оптимальна структура регулятора в нестійкому тракті системи стабілізації об'єкта визначається так

$$W^- = (F_{u_*}^-) (F_{\hat{x}^-})^{-1}. \quad (9.56)$$

Маючи результати синтезу оптимальних структур спостерігача Φ^+ у стійкому тракті та регулятора W^- у нестійкому тракті досліджуваної системи стабілізації, стало можливим приступити до вирішення задачі синтезу оптимальної структури W^+ у стійкому тракті системи (рис.9.6).

Перебудована із зазначеною метою структурна схема досліджуваної системи стабілізації представлена на рисунку 9.9.

Тут вектори управління u^- та збурення ζ^- , що діють у нестійкому тракті системи, вже описані управліннями (9.44) - (9.45). Ці вектори сигналів діють у стійкому тракті. Додатковий вектор ζ^+ , вираз якого має вигляд

$$\zeta^+ = (\Phi^+ K P_+^{-1})^{-1} \Phi^+ \theta_\varphi L_{n \times 1}, \quad (9.57)$$

також діє у стійкому тракті системи.

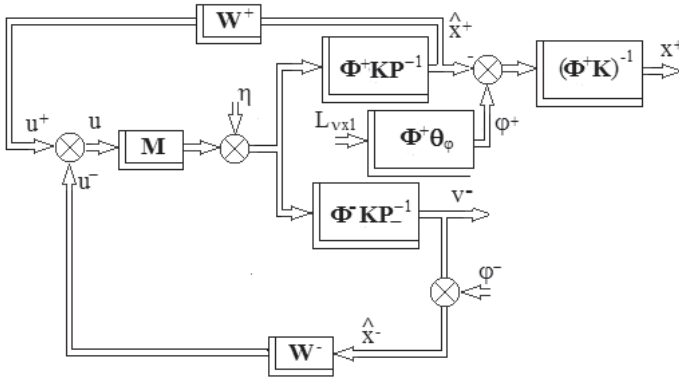


Рис.9.9. Традиційна структурна схема стійкого тракту досліджуваної системи стабілізації при детермінованих впливах

Сумарний вектор наведених сигналів збурень, що діють у стійкому тракті досліджуваної системи стабілізації – це сума виразів (9.44) та (9.57), а саме

$$\xi^+ = \zeta^- + \zeta^+ = [\theta_\psi + (\Phi^-KP_-^{-1})^{-1}\Phi^-\theta_\varphi + (\Phi^+KP_+^{-1})^{-1}\Phi^+\theta_\varphi]L_{n \times 1}. \quad (9.58)$$

У стійкому тракті системи діє як обурення і вектор сигналів ξ_u

$$\xi_u = Mu^- + MF_{u^-}\zeta^- = \theta_{\xi_u}L_{n \times 1}, \quad (9.59)$$

де F_{u^-} визначається виразом (9.55).

З урахуванням векторів (9.58) та (9.59), вектор результуючого збурення η у стійкому тракті слід записати так

$$\eta = \xi^+ + \xi_u = \{(E_n + M\hat{F}_{u^-})[\theta_\psi + (\Phi^-KP_-^{-1})^{-1}\Phi^-\theta_\varphi] + (\Phi^+KP_+^{-1})^{-1}\Phi^+\theta_\varphi\}L_{n \times 1} = \theta_\eta L_{n \times 1}. \quad (9.60)$$

Як і в попередній, так і в розв'язуваній задачі необхідно ввести матриці F_{u^+} і $F_{\hat{x}^+}$ передавальних функцій замкнутої системи, що характеризують зв'язок результуючого вектора збурень з векторами u^+ і \hat{x}^+

$$u^+ = F_{u^+}\eta, \quad \hat{x}^+ = F_{\hat{x}^+}\eta, \quad (9.61)$$

причому матриця $F_{\hat{x}^+}$ пов'язана з матрицею F_{u^+} рівнянням виду

$$F_{\hat{x}^+} = (\Phi^+KP_+^{-1})(MF_{u^+} + E_n), \quad (9.62)$$

а структура регулятора W^+ , що підлягає безпосередньому вибору, визначається виразом

$$W^+ = F_{u^+}(F_{\hat{x}^+})^{-1}. \quad (9.63)$$

Функціонал якості стабілізації об'єкта у стійкому тракті досліджуваної системи має вигляд

$$\mathcal{E}^+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (x^+ x_*^+ R_2 + u^+ u_*^+ C_2) ds. \quad (9.64)$$

Враховуючи структурну схему (рис.9.9) та рівняння (9.60) та (9.62) оцінок сигналів спектрів виходу об'єкта у стійкому тракті, можливо вектор x^+ записати у вигляді

$$\begin{aligned} x^+ &= (\Phi^+ K)^{-1}(\hat{x}^+ - \varphi^+) = (\Phi^+ K)^{-1}(F_{\hat{x}^+} y_+ - \varphi^+) = \\ &= (\Phi^+ K)^{-1}[(\Phi^+ K P_+^{-1})(M u + \eta) - \varphi^+] = (\Phi^+ K)^{-1}[(\Phi^+ K P_+^{-1})(M F_{u^+} + \\ &E_n)\eta - \\ &-\Phi^+ \varphi^+] = (\Phi^+ K)^{-1}[(\Phi^+ K P_+^{-1})(M F_{u^+} + E_n)\theta_\eta - \Phi^+ \theta_\varphi] L_{n \times 1}; \end{aligned} \quad (9.65)$$

а вектор управлiнь u^+ таким чином

$$u^+ = F_{u^+} \eta = F_{u^+} \theta_\eta L_{n \times 1}. \quad (9.66)$$

Підстановка векторів (9.60), (9.65) та (9.66) у функціонал (9.64) дозволяє переписати останній так

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^+ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ (\Phi^+ K)^{-1} [(\Phi^+ K P_+^{-1})(M F_{u^+} + E_n)\theta_\eta - \Phi^+ \theta_\varphi] L_n \times \\ &\times [\theta_{\eta_*} (F_{u_*^+} M_* + E_n)(\Phi^+ K P_+^{-1})_* - \theta_{\varphi_*} \Phi_*^+] (\Phi^+ K)_*^{-1} R_2 + \\ &+ F_{u^+} \theta_\eta L_n \theta_{\eta_*} F_{u_*^+} C_2 \} ds \end{aligned} \quad (9.67)$$

Вважаючи функцію, що варіюється, матрицю F_{u^+} і вирішуючи задачу синтезу методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (9.67) і умову тотожної рівності її нулю.

Перша варіація $\delta \mathcal{E}^+$ матиме вигляд

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{E}^+ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ \{ \{ M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_2 (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M + \\ &+ C_2 \} F_{u^+} \theta_\eta L_n \theta_{\eta_*} + M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_2 (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) \theta_\eta L_n \theta_{\eta_*} - \\ &- M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_2 (\Phi^+ K)^{-1} \Phi^+ \theta_\varphi L_n \theta_{\eta_*} \} \delta F_{u^+} + \\ &+ \delta F_{u^+} \{ \theta_\eta L_n \theta_{\eta_*} F_{u_*^+} [M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_2 (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M + C_2] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\theta_\eta L_n \theta_{\eta_*} (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_2 (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M - \\
& -\theta_\eta L_n \theta_{\varphi_*} \Phi_*^+ (\Phi^+ K)^{-1} R_2 (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M \}} ds. \tag{9.68}
\end{aligned}$$

Доцільно ввести такі позначення

$$\begin{aligned}
\Gamma_{2*}^+ \Gamma_2^+ &= M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_2 (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M + C_2; \\
D_2^+ L_n D_{2*}^+ &= \theta_\eta L_n \theta_{\eta_*}; \\
T^+ &= T_0^+ + T_+^+ + T_-^+ = (\Gamma_{2*}^+)^{-1} M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_2 (\Phi^+ K)^{-1} \times \\
& \times [(\Phi^+ K P_+^{-1}) \theta_\eta - \Phi^+ \theta_\varphi] L_n \theta_{\eta_*} (L_n D_{2*}^+)^{-1}. \tag{9.69}
\end{aligned}$$

З урахуванням позначень (9.69) варіацію (9.68) логічно записати так

$$\begin{aligned}
\delta \mathcal{E}^+ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_{2*}^+ (\Gamma_2^+ F_{u^+} D_2^+ + T^+) L_n D_{2*}^+ \delta F_{u^+} + \\
& + \delta F_{u^+} D_2^+ L_n (D_{2*}^+ F_{u^+} \Gamma_{2*}^+ + T^+) \Gamma_2^+] ds, \tag{9.70}
\end{aligned}$$

а умову тотожної рівності варіації (9.70) нулю на класі стійких матриць передавальних функцій F_{u^+} записати у вигляді

$$\Gamma_2^+ F_{u^+} D_2^+ = -(T_0^+ + T_+^+). \tag{9.71}$$

Алгоритм синтезу оптимальної структури матриці F_{u^+} буде таким

$$F_{u^+} = -(\Gamma_2^+)^{-1} (T_0^+ + T_+^+) (D_2^+)^{-1}, \tag{9.72}$$

оптимальна структура матриці $F_{\hat{x}^+}$ матиме вигляд (9.62)

$$F_{\hat{x}^+} = (\Phi^+ K P_+^{-1}) (M \hat{F}_{u^+} + E_n),$$

а оптимальна структура регулятора у стійкому тракті досліджуваної системи стабілізації з урахуванням виразу (9.63) визначається виразом

$$W^+ = (F_{u^+}) (F_{\hat{x}^+})^{-1}. \tag{9.73}$$

Таким чином, задача синтезу оптимальної структури регулятора у стійкому тракті системи стабілізації досліджуваного об'єкта вирішена повністю.

Отже завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в системі стабілізації нестійкого об'єкта при детермінованих впливах з урахуванням перешкод вимірювань розв'язане повністю. Відкритим

лишається лише питання розробки системи розділення вектору вихідних сигналів об'єкта стабілізації на дві складові.

9.4 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в системі слідування за заданою детермінованою траєкторією при детермінованих збуреннях та завадах вимірювання

Структурна схема досліджуваної системи слідування за заданим детермінованим програмним сигналом, яка включає об'єкт керування з довільністю у динаміці, що функціонує в умовах дії детермінованого збурення та завад вимірювання, представлена на рисунку 9.10. Як раніше обумовлено, система в цьому випадку має стійкий та нестійкий контури. При синтезі вважається, що вектор \hat{r}^- виходу нестійкого тракту системи являє собою вектор помилок тракту вектор ε^- , а різницевий вектор ε^+ виходу стійкого тракту системи \hat{r}^+ і вектора програми руху r_0 характеризує вектор помилок досліджуваної системи.

На структурній схемі (рис.9.10) представлені вектор r_0 розмірності $n \times 1$ детермінованих сигналів програми руху, матриця N_0 розмірності $n \times n$ передатних функцій задатчика програми руху, вектор φ_0 розмірності $n \times 1$ детермінованих перешкод завдання програми руху, вектору $0 - n$ -мірний вектор сигналів спостереження виходів задатчика програми; відома за результатами попередніх етапів ідентифікації моделей динаміки об'єкта система диференціальних рівнянь, перетворена за Фур'є і описує рух об'єкта, що має вигляд

$$Pr = Mu + \psi, \quad (9.1)$$

де вектор $r = r^+ + r^-$ - n -мірний вектор сигналів відхилень об'єкта від заданої траєкторії руху, m -вимірний вектор управлінь u системою дорівнює сумі векторів управлінь у трактах та спостереження програми ($u = u^+ + u^- + y_0$), ψ - n -мірний вектор детермінованих впливів на об'єкт стабілізації. Тут матриця P^{-1} складається з двох частин $P^{-1} = P_+^{-1} + P_-^{-1}$, причому її частина P_+^{-1} формує стійкий тракт системи, частина P_-^{-1} формує нестійкий тракт.

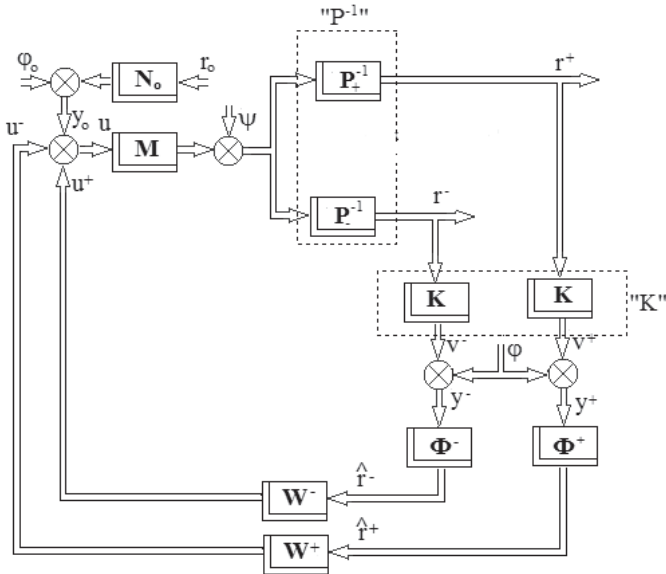


Рис.9.10. Структурна схема досліджуваної системи стабілізації на траєкторії руху об'єкта із довільністю у динаміці.

Сигнали виходів трактів r_+ та r_- - надходять на єдиний вимірник K розмірності $\nu \times n$, а виміри супроводжуються перешкодами φ (вектор її спектрів має розмірність $\nu \times 1$).

Як і раніше, всі вектори детермінованих сигналів у системі записуються як множення діагональних матриць перетворень Лапласа компонентів кожного вектора на відповідній розмірності одиничний вектор-стовпець (наприклад $\varphi_0 = \theta_{\varphi_0} L_{n \times 1}$, $\varphi = \theta_{\varphi} L_{\nu \times 1}$, $y_0 = \theta_{y_0} L_{n \times n}$ і т.д.).

Як і в багатьох раніше розглянутих варіантах завдань, у схемі досліджуваної системи (рис.9.10) передбачені оптимальні спостерігачі з матрицями передавальних функцій Φ^+ і Φ^- , які повинні бути синтезовані певним, вже відомим із попереднього викладу матеріалу книги способом. Вихідні сигнали спостерігачів \hat{r}^+ і \hat{r}^- являють собою, по-перше, найкращі

точнісні оцінки векторів r_+ і r_- , і, по-друге, вектори вхідних сигналів до структур регуляторів W^+ та W^- відповідно.

У зазначених умовах для вибору структур матриць Φ^+ і Φ^- - необхідні наступні дії. Вважаючи, що у варіантах синтезу структур спостерігачів вектори u^+ та u^- можна вважати нульовими, слід визначити еквівалентну в цьому випадку структуру узагальненого збурення на об'єкт таким чином

$$\psi_0 = M(N_0 r_0 + \varphi_0) + \psi = [M(N_0 \theta_{r_0} + \theta_{\varphi_0}) + \theta_{\psi}] L_{n \times 1} = \theta_{\psi_0} L_{n \times 1}, \quad (9.74)$$

а вектори вихідних сигналів об'єкта в цих випадках повинні мати вигляд

$$r_0^+ = P_+^{-1} \psi_0 = P_+^{-1} \theta_{\psi_0} L_{n \times 1}, \quad (9.75)$$

$$r_0^- = P_-^{-1} \psi_0 = P_-^{-1} \theta_{\psi_0} L_{n \times 1}. \quad (9.76)$$

Вектори сигналів помилок спостереження обох виходів об'єкта з урахуванням виразів (9.74)-(9.76) будуть такими

$$\varepsilon^+ = \Phi^+ y^+ - r_0^+ = (\Phi^+ \theta_{y^+} - P_+^{-1} \theta_{\psi_0}) L_{n \times 1}; \quad (9.77)$$

$$\varepsilon^- = \Phi^- y^- - r_0^- = (\Phi^- \theta_{y^-} - P_-^{-1} \theta_{\psi_0}) L_{n \times 1}. \quad (9.78)$$

Після чого сформулювати та вирішити задачу синтезу оптимальної структури матриці Φ^+ . Для вирішення цього завдання використовується функціонал якості виду

$$\Xi_0^+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\varepsilon^+ \varepsilon_*^+ R_{01}) ds, \quad s = j\omega. \quad (9.79)$$

Підстановка виразу (9.77) у функціонал (9.79) дозволяє переписати останній так

$$\Xi_0^+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(\Phi^+ \theta_{y^+} - P_+^{-1} \theta_{\psi_0}) L_n (\theta_{y^+} \Phi_*^+ - \theta_{\psi_0} P_{+*}^{-1}) R_{01}] ds. \quad (9.80)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури Φ^+ методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (9.80) та знайти стійку матрицю Φ^+ , що забезпечує умову тотожної рівності нулю першої варіації функціоналу.

Перша варіація функціоналу (9.80) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \Xi_0^+ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [R_{01}(\Phi^+ \theta_{y^+} L_n \theta_{y^+} - P_+^{-1} \theta_{\psi_0} L_n \theta_{y^+}) \delta \Phi_*^+ + \\ &+ \delta \Phi^+ (\theta_{y^+} L_n \theta_{y^+} \Phi_*^+ - \theta_{y^+} L_n \theta_{\psi_{0*}} P_{+*}^{-1}) R_{01}] ds. \end{aligned} \quad (9.81)$$

Необхідне введення наступних позначень

$$\begin{aligned} \Gamma_{01*} \Gamma_{01} &= R_{01}; \quad D_{01}^+ L_n D_{01*}^+ = \theta_{y^+} L_n \theta_{y^+}; \\ T_0^+ &= T_{00}^+ + T_{0+}^+ + T_{0-}^+ = \Gamma_{01*}^{-1} P_+^{-1} \theta_{\psi_0} L_n \theta_{y^+} (L_n D_{01*}^+)^{-1}. \end{aligned} \quad (9.82)$$

З урахуванням позначень (9.82) варіація (9.81) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \delta \Xi_0^+ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_{01*} (\Gamma_{01} \Phi^+ D_{01}^+ - T_0^+) L_n D_{01*}^+ \delta \Phi_*^+ + \\ &+ \delta \Phi^+ D_{01}^+ L_n (D_{01*}^+ \Phi_*^+ \Gamma_{01*} - T_{0*}^+) \Gamma_{01}] ds, \end{aligned}$$

а умова тотожної рівності її нулю виражає рівність

$$\Gamma_{01} \Phi^+ D_{01}^+ = (T_{00}^+ + T_{0+}^+).$$

Отже, алгоритм синтезу оптимальної структури спостерігача Φ^+ можна представити так

$$\Phi^+ = \Gamma_{01}^{-1} (T_{00}^+ + T_{0+}^+) (D_{01}^+)^{-1}. \quad (9.83)$$

Підставивши в алгоритм (9.83) необхідні вихідні дані досліджуваного завдання, відразу можна визначити і реалізувати засобами обчислювальної техніки отриману структуру Φ^+ , а також дослідити її мінливість при варіюванні вихідними даними.

Для синтезу оптимальної структури спостерігача Φ^- доцільно використовувати функціонал якості спостереження нестійкої частини вихідних сигналів об'єкта такого виду

$$\Xi_0^- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr (\varepsilon^- \varepsilon_*^- R_{02}) ds. \quad (9.84)$$

Після підстановки у функціонал (9.84) вирази (9.78) показник якості буде виглядати так

$$\Xi_0^- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [(\Phi^- \theta_{y^-} - P_-^{-1} \theta_{\psi_0}) L_n (\theta_{y^-} \Phi_*^- - \theta_{\psi_{0*}} P_{-*}^{-1}) R_{02}] ds. \quad (9.85)$$

Як і раніше для вирішення задачі синтезу оптимальної структури спостерігача Φ^- методом Вінера-Колмогорова визначаються перша варіація функціоналу (9.85) та умова тотожної рівності її нулю. Першу варіацію функціоналу слід записати так

$$\delta \mathcal{E}_0^- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [R_{02}(\Phi^- \theta_{y^-} L_n \theta_{y_*^-} - P_-^{-1} \theta_{\psi_0} L_n \theta_{y_*^-}) \delta \Phi_*^- + \delta \Phi^- (\theta_{y^-} L_n \theta_{y_*^-} \Phi_*^- - \theta_{y^-} L_n \theta_{\psi_0} P_*^{-1}) R_{02}] ds. \quad (9.86)$$

Необхідно ввести такі позначення

$$\Gamma_{02} \Gamma_{02*} = R_{02}; \quad D_{02*}^- L_n D_{02}^- = \theta_{y^-} L_n \theta_{y_*^-}; \\ T_0^- = T_{00}^- + T_{0+}^- + T_{0-}^- = \Gamma_{02}^{-1} P_-^{-1} \theta_{\psi_0} L_n \theta_{y_*^-} (L_n D_{02}^-)^{-1}. \quad (9.87)$$

З урахуванням позначень (9.87) першу варіацію (9.86) слід переписати так

$$\delta \mathcal{E}_0^- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_{02} (\Gamma_{02*} \Phi^- D_{02*}^- - T^-) L_n D_{02}^- \delta \Phi_*^- + \delta \Phi_*^- D_{02*}^- L_n (D_{02}^- \Phi_*^- \Gamma_{02} - T_*^-) \Gamma_{02*}] ds,$$

а умову тотожної рівності варіації (8.86) нулю визначити як

$$\Gamma_{02*} \Phi^- D_{02*}^- = T^-.$$

Таким чином, алгоритм синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій спостерігача Φ^- повинен бути таким

$$\Phi^- = \Gamma_{02*}^{-1} T^- (D_{02*}^-)^{-1}. \quad (9.88)$$

Як і раніше, в алгоритм (9.88) можна підставити вихідні дані цієї задачі синтезу, реалізувати результати синтезу структури Φ^- і простежити їх мінливість при варіюванні вихідними даними.

Для підстановок та подальших рішень намічених завдань синтезу оптимальних структур матриць передавальних функцій W^+ та W^- частин регулятора, розташованих відповідно у стійкому та нестійкому контурах системи керування рухом об'єкта по заданій детермінованій траєкторії, враховуючи вже відомі оптимальні структури Φ^+ та Φ^- спостерігачів у

зазначених каналах, необхідно скласти рівняння векторів сигналів і структурну схему всієї системи лідування в зручному для подальших цілей вигляді.

Як видно зі структурної схеми системи (рис.9.10) на входи частин регулятора W^+ і W^- надходять відповідно вектори найкращих точнісних оцінок виходів об'єкта \hat{r}^+ і \hat{r}^- , пов'язані з векторами виходів об'єкта y^+ і y^- наступним чином

$$\hat{r}^+ = \Phi^+ y^+ = \Phi^+ \theta_{y^+} L_{nx1}. \quad (9.89)$$

$$\hat{r}^- = \Phi^- y^- = \Phi^- \theta_{y^-} L_{nx1}. \quad (9.90)$$

Якщо вектори (9.89) і (9.90) вважати входами обох замкнутих контурів досліджуваної до проміжного виду системи стабілізації, то справедлива структура системи (рис. 9.11).

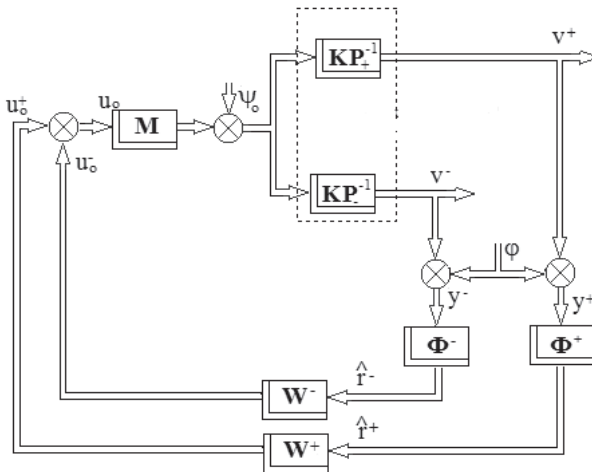


Рис.9.11. Проміжний варіант структурної схеми системи стабілізації об'єкта із довільністю у динаміці на заданій траєкторії руху

Для побудови проміжної схеми досліджуваної системи стабілізації необхідно врахувати вектори (9.74), (9.75), які діють на об'єкт (рис.9.10) і визначити загальний вектор збурення виду

$$\eta_0 = \psi_0 + \zeta_0^+ + \zeta_0^- = (\theta_{\psi_0} + \theta_{\zeta_0^+} + \theta_{\zeta_0^-})L_{n \times 1} = \theta_{\eta_0}L_{n \times 1}; \quad (9.91)$$

де ζ_0^- , ζ_0^+ - вектори шумів вимірювань стійкої та нестійкої частин, наведені до входу збурення ψ_0 (рис. 9.10), які рівні

$$\zeta_0^- = (KP_-^{-1})^{-1}\theta_{\varphi}L_{n \times 1} = \theta_{\zeta_0^-}L_{n \times 1}; \quad (9.92)$$

$$\zeta_0^+ = (KP_+^{-1})^{-1}\theta_{\varphi}L_{n \times 1} = \theta_{\zeta_0^+}L_{n \times 1}. \quad (9.93)$$

Структурна схема досліджуваної системи стабілізації у проміжному варіанті представлена на рисунку 9.11.

З урахуванням виразів (9.74), (9.75), (9.91)-(9.93) можна скласти структурну схему досліджуваної системи стабілізації у традиційному варіанті (рис.9.12).

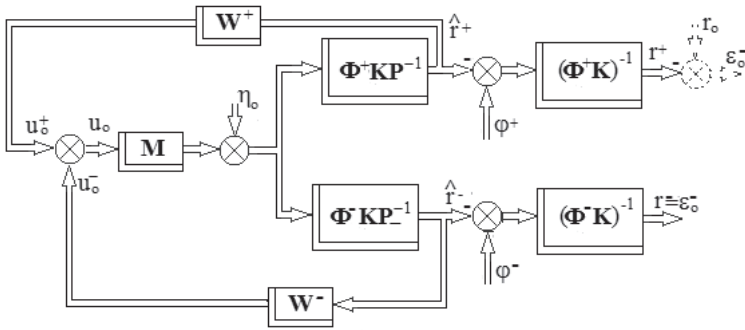


Рис. 9.12. Традиційна структурна схема системи стабілізації об'єкта із довільністю у динаміці на заданій детермінованій траєкторії руху

За структурною схемою системи (рис.9.12), враховуючи вирази (9.74), (9.75), (9.91)-(9.93), можна скласти вектори вихідних сигналів кожного з досліджуваних трактів стабілізації, припускаючи автономію процедури синтезу частини регулятора W^- в нестійкому тракті

$$r^+ = (\Phi^+ K)^{-1}[(\Phi^+ K P_+^{-1})(M F_{u^+} + E_n)\theta_{\eta_0} - \Phi^+ \theta_{\varphi}]L_{n \times 1}; \quad (9.94)$$

$$r^- = (\Phi^- K)^{-1}[(\Phi^- K P_-^{-1})(M F_{u^-} + E_n)\theta_{\eta_0} - \Phi^- \theta_{\varphi}]L_{n \times 1}; \quad (9.95)$$

де вектори перешкод мають вигляд $\varphi^+ = \Phi^+ \theta_{\varphi}L_{n \times 1}$, $\varphi^- = \Phi^- \theta_{\varphi}L_{n \times 1}$.

У виразах (9.94) і (9.95) введені функції F_{u^+} і F_{u^-} , які являють собою матриці передавальних функцій від впливу η_0 до векторів оцінок виходів об'єкта \hat{r}^+ і \hat{r}^- системи. За допомогою цих матриць можна записати рівняння

$$u^+ = F_{u^+}\eta_0, \quad u^- = F_{u^-}\eta_0, \quad (9.96)$$

які описують вектори управління у стійкому та нестійкому трактах системи, а також вирази

$$\hat{r}^+ = F_{\hat{x}^+}\eta_0, \quad \hat{r}^- = F_{\hat{x}^-}\eta_0, \quad (9.97)$$

описують точнісні оцінки виходів стійкого та нестійкого замкнутих трактів, системи стабілізації.

Відомо також, що матриці $F_{\hat{x}^+}$ і F_{u^+} , $F_{\hat{x}^-}$ і F_{u^-} пов'язані між собою рівняннями зв'язку

$$\begin{aligned} F_{\hat{x}^+} &= (\Phi^+ K P_+^{-1}) [M(F_{u^+} + F_{u^-}) + E_n]; \\ F_{\hat{x}^-} &= (\Phi^- K P_-^{-1}) (M F_{u^-} + E_n). \end{aligned} \quad (9.98)$$

Очевидно, що, знаючи матриці $F_{\hat{x}^+}$ і F_{u^+} , $F_{\hat{x}^-}$ і F_{u^-} , неважко визначити структури частин регулятора в кожному з трактів та безпосередньо вектори управління u^+ і u^- таким чином

$$\begin{aligned} W^+ &= (F_{u^+})(F_{\hat{x}^+})^{-1}, \quad u^+ = W^+ \hat{r}^+; \\ W^- &= (F_{u^-})(F_{\hat{x}^-})^{-1}, \quad u^- = W^- \hat{r}^-. \end{aligned} \quad (9.99)$$

Якщо у майбутніх завданнях синтезу структур W^+ і W^- регулятора як варійовані у відповідних функціоналах якості вибирати функції F_{u^+} і F_{u^-} , то з урахуванням виразів (9.96)-(9.99) поставлені завдання синтезу матимуть рішення.

Для синтезу оптимальної структури W^- припустимо, що вектор вихідних сигналів тракту r^- є вектором сигналів помилок нестійкого тракту системи ε_0^- , які також являють собою сигнали, що розходяться. Вважається також, що матриці $F_{\hat{x}^-}$ і F_{u^-} характеризують рух у замкнутому нестійкому контурі.

Для вирішення поставленої задачі використовуємо вектор r^- , знайдений згідно зі схемою (рис.9.12) у вигляді співвідношення (9.95). Вектор сигналів управління u^- у досліджуваному контурі визначається виразами (9.96).

Функціонал якості функціонування нестійкого замкненого контуру досліджуваної системи буде таким

$$\mathcal{E}_{0-} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\varepsilon_{0-} \varepsilon_{0-*} R_{01} + u^- u_*^- C_{01}) ds. \quad (9.100)$$

Підстановка виразів (9.95) та (9.96) у функціонал (9.100) визначить такий вид функціоналу якості

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{0-} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ (\Phi^- K)^{-1} [(\Phi^- K P_-^{-1}) (M F_{u^-} + E_n) \theta_{\eta_0} - \Phi^- \theta_\varphi] L_n \times \\ & \times [\theta_{\eta_{0*}} (F_{u_*^-} M_* + E_n) (\Phi^- K P_-^{-1})_* - \theta_{\varphi_*} \Phi_*^-] (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} + \\ & + F_{u^-} \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} F_{u_*^-} C_{01} \} ds. \end{aligned} \quad (9.101)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури F_{u^-} методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (9.101) та умову тотожної рівності її нулю.

Перша варіація функціоналу $\delta \mathcal{E}_{0-}$ матиме вигляд

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{E}_{0-} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\{ [M_* (\Phi^- K P_-^{-1})_* (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} (\Phi^- K)^{-1} (\Phi^- K P_-^{-1}) M + C_{01}] \\ & \times \\ & \times F_{u^-} \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} + M_* (\Phi^- K P_-^{-1})_* (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} (\Phi^- K)^{-1} (\Phi^- K P_-^{-1}) \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} - \\ & - M_* (\Phi^- K P_-^{-1})_* (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} (\Phi^- K)^{-1} \Phi^- \theta_\varphi L_n \theta_{\eta_{0*}} \} \delta F_{u_*^-} + \\ & + \delta F_{u^-} \{ \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} F_{u_*^-} [M_* (\Phi^- K P_-^{-1})_* (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} (\Phi^- K)^{-1} (\Phi^- K P_-^{-1}) M + \\ & C_{01}] + \\ & + \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} (\Phi^- K P_-^{-1})_* (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} (\Phi^- K)^{-1} (\Phi^- K P_-^{-1}) M - \\ & - \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\varphi_*} \Phi_*^- (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} (\Phi^- K)^{-1} (\Phi^- K P_-^{-1}) M \}) ds. \end{aligned} \quad (9.102)$$

Доцільно ввести наступні позначення

$$\Gamma_0^- \Gamma_{0*}^- = M_* (\Phi^- K P_-^{-1})_* (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} (\Phi^- K)^{-1} (\Phi^- K P_-^{-1}) M + C_{01};$$

$$D_{0*}^- L_n D_0^- = \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}};$$

$$\begin{aligned} T_0^- = & T_{00}^- + T_{0+}^- + T_{0-}^- = (\Gamma_0^-)^{-1} M_* (\Phi^- K P_-^{-1})_* (\Phi^- K)_*^{-1} R_{01} (\Phi^- K)^{-1} \times \\ & \times [(\Phi^- K P_-^{-1}) \theta_{\eta_0} - \Phi^- \theta_\varphi] L_n \theta_{\eta_{0*}} (L_n D_0^-)^{-1}. \end{aligned} \quad (9.103)$$

З урахуванням позначень (9.103) варіація (9.102) матиме вигляд

$$\delta E_{0-} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_0^- (\Gamma_{0*}^- F_{u-} D_{0*}^- + T_0^-) L_n D_0^- \delta F_{u-} + \\ + \delta F_{u-} D_{0*}^- L_n (D_0^- F_{u*} \Gamma_0^- + T_{0*}^-) \Gamma_{0*}^-] ds.$$

Умова тотожної рівності варіації (9.102) нулю буде такою

$$\Gamma_{0*}^- F_{u-} D_{0*}^- = -(T_{0-}^-),$$

а алгоритм синтезу за вихідними даними задачі оптимальної структури матриці F_{u-} слід записати так

$$F_{u-} = -(\Gamma_{0*}^-)^{-1} (T_{0-}^-) (D_{0*}^-)^{-1}. \quad (9.104)$$

Відповідно до рівняння (9.95) оптимальна структура матриці F_{r-} матиме вигляд

$$F_{r-} = (\Phi^- K)^{-1} (\Phi^- K P_-^{-1}) (M F_{u-} + E_n),$$

а оптимальна структура матриці передатних функцій W^- частини регулятора в нестійкому контурі системи керування буде такою (див. вираз (9.99))

$$W^- = F_{u-} (F_{r-})^{-1}. \quad (9.105)$$

Для синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій W^+ (рис.9.12) можна скласти рівняння, що визначає вектор сигналів r^+ як вхідний для стійкого тракту, у такому вигляді

$$r^+ = (\Phi^+ K)^{-1} \{ (\Phi^+ K P_+^{-1}) [M (F_{u^+} + \hat{F}_{u^-}) + E_n] \theta_{\eta_0} - \Phi^+ \theta_{\varphi} \} L_{n \times 1}. \quad (9.106)$$

У виразі (9.106) міститься невідома шукана функція F_{u^+} і вже відома (9.104) матриця \hat{F}_{u^-} . Функція F_{u^+} являє собою матрицю передавальних функцій від сумарного впливу η_0 до вектора сигналів u^+ управління у стійкому контурі системи

$$u^+ = F_{u^+} \eta_0, \quad (9.107)$$

а матриця $F_{\hat{r}^+}$ формує вектор \hat{r}^+ найкращих за точністю оцінок виходів об'єкта досліджуваного контуру управління

$$\hat{r}^+ = F_{\hat{r}^+} \eta_0.$$

Знаючи матриці $F_{\hat{r}^+}$ та F_{u^+} , можливо визначити структуру частини регулятора, що шукається так

$$W^+ = (F_{u^+})(F_{\hat{x}^+})^{-1}.$$

Приступаючи безпосередньо до вирішення задачі синтезу оптимальної структури W^+ частини регулятора досліджуваної системи доцільно функціонал якості стабілізації об'єкта у стійкому замкнутому контурі уявити так

$$\Xi_{0+} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\varepsilon_{0+} \varepsilon_{0+*} R_{02} + u^+ u_*^+ C_{02}) ds. \quad (9.108)$$

Підстановка виразів (9.106) та (9.107) у функціонал (9.108) зумовить такий його вигляд

$$\begin{aligned} \Xi_{0+} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (((\Phi^+ K)^{-1} \{(\Phi^+ K P_+^{-1}) [M(F_{u^+} + \hat{F}_{u^-}) + E_n] \theta_{\eta_0} - \Phi^+ \theta_\varphi\} L_n \times \\ & \times \{\theta_{\eta_{0*}} [(F_{u_*^+} + \hat{F}_{u_*^-}) M_* + E_n] (\Phi^+ K P_+^{-1})_* - \theta_{\varphi*} \Phi_*^+\} (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} + \\ & + F_{u^+} \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} F_{u_*^+} C_{02})) ds. \end{aligned} \quad (9.109)$$

Як і раніше, вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури матриці F_{u^+} методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (9.109) та умову тотожної рівності її нулю.

Перша варіація $\delta \Xi_{0+}$ буде такою

$$\begin{aligned} \delta \Xi_{0+} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} ((([M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M + C_{02}] \times \\ & \times F_{u^+} \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} + M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) \times \\ & \times (M \hat{F}_{u^-} + E_n) \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} - M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} (\Phi^+ K)^{-1} \times \\ & \times \Phi^+ \theta_\varphi L_n \theta_{\eta_{0*}} \} \delta F_{u^+} + \delta F_{u^+} \{ \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} F_{u_*^+} \times \\ & \times [M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M + C_{02}] + \\ & + \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}} (\hat{F}_{u^-} M_* + E_n) (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M - \\ & - \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\varphi*} \Phi_*^+ (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M]) ds. \end{aligned} \quad (9.110)$$

Доцільно ввести наступні позначення

$$\Gamma_{0*}^+ \Gamma_0^+ = M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} (\Phi^+ K)^{-1} (\Phi^+ K P_+^{-1}) M + C_{02};$$

$$D_0^+ L_n D_{0*}^+ = \theta_{\eta_0} L_n \theta_{\eta_{0*}};$$

$$T_0^+ = T_{00}^+ + T_{0+}^+ + T_{0-}^+ = (\Gamma_{0*}^+)^{-1} M_* (\Phi^+ K P_+^{-1})_* (\Phi^+ K)_*^{-1} R_{02} (\Phi^+ K)^{-1} \times \\ \times [(\Phi^+ K P_+^{-1}) (M \hat{F}_{u-} + E_n) \theta_{\eta_0} - \Phi^+ \theta_\varphi] L_n \theta_{\eta_{0*}} (L_n D_{0*}^+)^{-1}. \quad (9.111)$$

З урахуванням позначень (9.111) варіацію (9.110) можна записати так

$$\delta E_{0+} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma_{0*}^+ (\Gamma_0^+ F_{u^+} D_0^+ + T_0^+) L_n D_{0*}^+ \delta F_{u^+} + \\ + \delta F_{u^+} D_0^+ L_n (D_{0*}^+ F_{u^+} \Gamma_{0*}^+ + T_0^+) \Gamma_0^+] ds.$$

Умови тотожної рівності варіації (9.110) нулю матиме вигляд

$$\Gamma_0^+ F_{u^+} D_0^+ = -(T_{00}^+ + T_{0+}^+).$$

Алгоритм синтезу за вихідними даними розв'язуваної задачі оптимальної структури матриці F_{u^+} буде таким

$$F_{u^+} = -(\Gamma_0^+)^{-1} (T_{00}^+ + T_{0+}^+) (D_0^+)^{-1}. \quad (9.112)$$

Відповідно до структурної схеми (рис.9.12) матрицю $F_{\hat{x}^+}$ передавальних функцій стійкого замкнутого контуру від впливу η_0 до виходу \hat{r}^+ слід визначати за рівнянням

$$\hat{x}^+ = \hat{F}_{\hat{x}^+} \eta_0 = (\Phi^+ K P_+^{-1}) [M (\hat{F}_{u^+} + \hat{F}_{u^-}) + E_n] \theta_{\eta_0} L_{n \times 1}$$

наступним чином

$$F_{\hat{x}^+} = (\Phi^+ K P_+^{-1}) [M (\hat{F}_{u^+} + \hat{F}_{u^-}) + E_n]. \quad (9.113)$$

Враховуючи матриці (9.112) та (9.113), оптимальну структуру частини регулятора W^+ можна визначити так

$$W^+ = (F_{u^+}) (F_{\hat{x}^+})^{-1}. \quad (9.114)$$

Таким чином, обґрунтовані нові завдання та алгоритм синтезу оптимальної структури регулятора в системі слідкування за заданою детермінованою траєкторією при детермінованих збуреннях та завадах вимірювання. Вони передбачають розділення сигналів відхилення об'єкта керування від вектору програмних сигналів на дві складові.

РОЗДІЛ 10 ОПТИМАЛЬНІ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ РУХУ БАГАТОВИМІРНОГО ЛІНІЙНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ ВИПАДКОВИХ СТАЦІОНАРНИХ ВПЛИВАХ

Як вже зазначено у попередньому розділі, реальні системи управління рухом багатовимірних об'єктів керування функціонують в умовах одночасної сумарної (стохастичного) дії детермінованих та випадкових зовнішніх впливів. Оптимальні системи стабілізації лінійних об'єктів допускають можливість побудови роздільних трактів стабілізації рухів об'єкта при дії на нього лише детермінованих або випадкових збурень, оскільки у таких системах виконується принцип суперпозиції.

У цьому розділі розглядається ряд можливих постановок та алгоритмів розв'язання практичних завдань синтезу оптимальних багатовимірних регуляторів у системах управління (стабілізації) рухом багатовимірною об'єкта, можливо нестійкого, при випадкових впливах. Відмінною рисою зазначених регуляторів є відсутність спеціальних компенсаторів перехресних зв'язків об'єкта керування.

10.1 Синтез оптимальної багатовимірної системи стабілізації з оптимальним спостереженням векторів сигналів, що характеризують положення об'єкта відносно заданої траєкторії руху

Структурна схема досліджуваної системи слідування за заданим випадковим програмним сигналом, яка включає об'єкт керування з довільністю у динаміці, що функціонує в умовах дії випадкових збурень та завад вимірювання, представлена на рисунку 10.1. Як і у попередньому розділі прийнято припущення про те, що система в цьому випадку має стійкий та нестійкий тракти керування.

На структурній схемі (рис.10.1) представлені вектор \vec{r}_0 розмірності $n \times 1$ стаціонарних центрованих сигналів програми руху з відомою матрицею

спектральних щільностей, матриця N_0 розмірності $n \times n$ передавальних функцій формувача програми руху, вектор $\tilde{\varphi}_0$ розмірності $n \times 1$ стаціонарних центрованих перешкод завдання програми руху з відомими статистичними характеристиками; вектор \tilde{y}_0 – n -мірний вектор сигналів спостереження виходів формувача програми; динаміку об'єкта характеризують матриці M та P .

При побудові структурної схеми (рис 10.1) покладається також, що, попередньо, після етапів структурної ідентифікації моделей динаміки об'єкта і динамічної атестації його бортових вимірювачів вже відомі моделі динаміки стійкої і нестійкої частин об'єкта P_+^{-1} та P_-^{-1} , матриця передавальних функцій вимірювача K та матриця спектральних щільностей вектору перешкод вимірювань $\tilde{\varphi}$. Оптимальні структури матриць передавальних функцій частин спостерігача випадкових сигналів $\tilde{\Phi}^+$, $\tilde{\Phi}^-$ та регулятора W^+ , W^- надалі підлягають визначенню.

Оскільки об'єкт стабілізації підданого дії лише випадкових впливів, а також при його випробуваннях можливо фіксувати та оцінювати лише випадкові сумарні та нестійкі частини сигналів виходів об'єкта (сигнали спостережень \hat{y}^- та \tilde{y}^z), то для оцінювання стійкого випадкового виходу об'єкта при його функціонуванні здійснено пошук різниці векторів $\tilde{y}^z - \hat{y}^- = \hat{y}^+$. Вектор \hat{y}^+ надалі використовується як аналог реального вектора \hat{y}^+ .

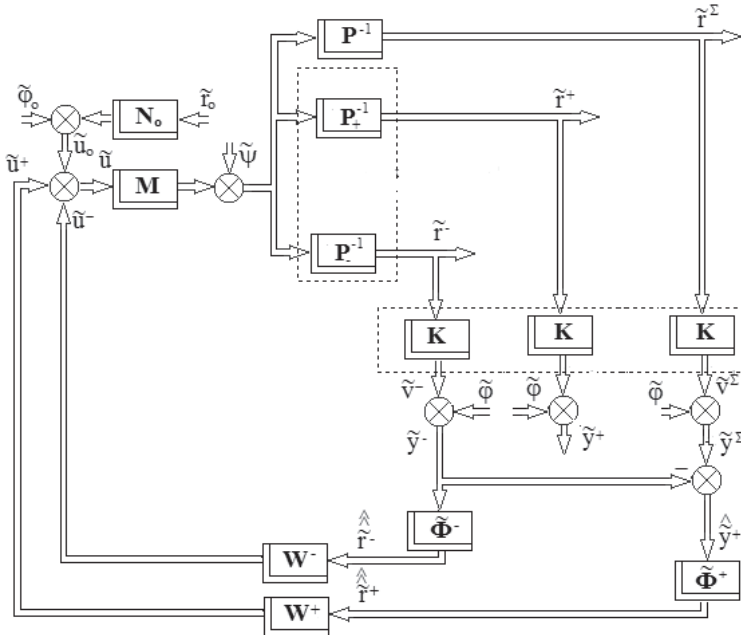


Рис.10.1 Структурна схема стабілізації об'єкта з довільністю у динаміці, схильного до випадкового впливу

Як і раніше, при розв'язанні задач синтезу структур оптимальних спостерігачів $\tilde{\Phi}^+$ и $\tilde{\Phi}^-$ (рис 10.1) необхідно вважати нульовим вектор управління \tilde{u} . Тоді вектори вихідних сигналів об'єкта у нестійкому та стійкому трактатах слід записувати так

$$\tilde{r}_0^- = P_-^{-1}\tilde{\psi}, \tilde{r}_0^+ = P_+^{-1}\tilde{\psi}, \quad (10.1)$$

а оптимальні оцінки цих векторів отримані за допомогою блоків спостерігачів, що вводяться, повинні мати вигляд

$$\hat{\tilde{r}}^- = \tilde{\Phi}^-\hat{\tilde{y}}^-, \hat{\tilde{r}}^+ = \tilde{\Phi}^+\hat{\tilde{y}}^+ \quad (10.2)$$

10.1.1 Завдання синтезу оптимальної структури спостерігача $\tilde{\Phi}^-$ у нестійкому тракті системи стабілізації об'єкта

Вектор помилок оцінювання вихідного вектора спостерігача з урахуванням виразів (10.1) та (10.2) у нестійкому тракті системи стабілізації буде таким

$$\tilde{\varepsilon}_n^- = \hat{\tilde{r}}^- - \tilde{r}_0^- = \tilde{\Phi}^- \hat{y}^- - P_-^{-1} \tilde{\psi}; \quad (10.3)$$

а функціонал якості спостереження вектора \tilde{r}^- слід записати так

$$\tilde{e}_n^- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\tilde{\varepsilon}_n^- \tilde{\varepsilon}_n^-} R_n^-) ds, \quad (10.4)$$

де згідно з теоремою Вінера-Хінчина транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\tilde{\varepsilon}_n^-$ матиме вигляд

$$S'_{\tilde{\varepsilon}_n^- \tilde{\varepsilon}_n^-} = \tilde{\Phi}^- S'_{\tilde{y}^- \tilde{y}^-} \tilde{\Phi}_*^- - \tilde{\Phi}^- S'_{\tilde{\psi} \tilde{y}^-} P_{-*}^{-1} - P_-^{-1} S'_{\tilde{y}^- \tilde{\psi}} \tilde{\Phi}_*^- + P_-^{-1} S'_{\tilde{\psi} \tilde{\psi}} P_{-*}^{-1}. \quad (10.5)$$

Підставивши матрицю (10.5) у функціонал (10.4), слід переписати останній так

$$\begin{aligned} \tilde{e}_n^- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [& (\tilde{\Phi}^- S'_{\tilde{y}^- \tilde{y}^-} \tilde{\Phi}_*^- - \tilde{\Phi}^- S'_{\tilde{\psi} \tilde{y}^-} P_{-*}^{-1} - P_-^{-1} S'_{\tilde{y}^- \tilde{\psi}} \tilde{\Phi}_*^- + \\ & + P_-^{-1} S'_{\tilde{\psi} \tilde{\psi}} P_{-*}^{-1}) R_n^-] ds. \end{aligned} \quad (10.6)$$

Вирішуючи задачу синтезу структури матриці $\tilde{\Phi}^-$ методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (10.6) та умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій спостерігача. Перша варіація функціоналу (10.6) буде такою

$$\begin{aligned} \delta \tilde{e}_n^- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [& R_n^- (\tilde{\Phi}^- S'_{\tilde{y}^- \tilde{y}^-} - P_-^{-1} S'_{\tilde{y}^- \tilde{\psi}}) \delta \tilde{\Phi}_*^- + \delta \tilde{\Phi}^- (S'_{\tilde{y}^- \tilde{y}^-} \tilde{\Phi}_*^- - \\ & - S'_{\tilde{\psi} \tilde{y}^-} P_{-*}^{-1}) R_n^-] ds. \end{aligned} \quad (10.7)$$

У розглянутому нижче варіанті задачі синтезу структури $\tilde{\Phi}^-$ обговорюються два варіанти введення позначень використовуваних у варіації (10.7), що пов'язано з двома можливостями факторизації матриць $S'_{\tilde{y}^- \tilde{y}^-}$ та R_n^- . Перший варіант позначень, що вводяться, може бути таким

$$\Gamma_{1n*}^- \Gamma_{1n}^- = R_n^-; D_1^- D_{1*}^- = S'_{\tilde{y}^- \tilde{y}^-};$$

$$T_{1n}^- = T_{1n0}^- + T_{1n+}^- + T_{1n-}^- = \Gamma_{1n}^- P_{-1}^{-1} S'_{\hat{y}^- \tilde{\psi}} (D_{1*}^-)^{-1}. \quad (10.8)$$

Другий варіант позначень, що вводяться, потрібно записати так

$$\begin{aligned} \Gamma_{2n}^- \Gamma_{2n*}^- &= R_n^-; D_{2*}^- D_2^- = S'_{\hat{y}^- \tilde{\psi}}; \\ T_{2n}^- &= T_{2n0}^- + T_{2n+}^- + T_{2n-}^- = \Gamma_{2n*}^- P_{-1}^{-1} S'_{\hat{y}^- \tilde{\psi}} (D_2^-)^{-1}. \end{aligned} \quad (10.9)$$

З урахуванням першого варіанта позначень (10.8) умову тотожної рівності нулю варіації (10.7) слід подати у вигляді

$$\Gamma_{1n}^- \tilde{\Phi}^- D_1^- = T_{1n0}^- + T_{1n+}^-,$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}^-$ буде таким

$$\hat{\Phi}_1^- = (\Gamma_{1n}^-)^{-1} (T_{1n0}^- + T_{1n+}^-) (D_1^-)^{-1}. \quad (10.10)$$

При використанні другого варіанта позначень умова тотожної рівності нулю варіації (10.7) виявляється такою

$$\Gamma_{2n*}^- \tilde{\Phi}^- D_{2*}^- = T_{2n-}^-,$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}^-$ має виглядати так

$$\hat{\Phi}_2^- = (\Gamma_{2n*}^-)^{-1} T_{2n-}^- (D_{2*}^-)^{-1}. \quad (10.11)$$

Оскільки спостерігається вектор нестійких випадкових сигналів \hat{y}^- , слід очікувати найбільшій якості спостережень у другому варіанті завдання. Це доведено на прикладі, викладеному нижче.

10.1.2 Приклад, що ілюструє доцільний вибір варіанта розв'язку задачі синтезу оптимальної структури спостерігача нестійких випадкових виходів об'єкта

Вихідні дані прикладу:

$$R_n^- = A^2; P_{-1}^{-1} = \frac{1}{(-Ts+1)}; S'_{\hat{y}^- \tilde{\psi}} = \frac{\sigma_{\hat{y}^-}^2}{\pi} \frac{1}{|s(\tau s+1)|^2}; S'_{\tilde{\psi} \tilde{\psi}} = \frac{\sigma_{\tilde{\psi}}^2}{\pi} \frac{1}{|\mu s+1|^2}; \quad (10.12)$$

Варіант I прикладу:

$$S'_{\tilde{\psi} \hat{y}^-} = \frac{\sigma_{\hat{y}^-} \sigma_{\tilde{\psi}}}{\pi} \frac{1}{s(\tau s+1)(-\mu s+1)}, \quad S'_{\hat{y}^- \tilde{\psi}} = \frac{\sigma_{\hat{y}^-} \sigma_{\tilde{\psi}}}{\pi} \frac{1}{-s(-\tau s+1)(\mu s+1)}. \quad (10.13)$$

Варіант II прикладу:

$$S'_{\tilde{\psi} \hat{y}^-} = \frac{\sigma_{\hat{y}^-} \sigma_{\tilde{\psi}}}{\pi} \frac{1}{s(\tau s+1)(\mu s+1)}, \quad S'_{\hat{y}^- \tilde{\psi}} = \frac{\sigma_{\hat{y}^-} \sigma_{\tilde{\psi}}}{\pi} \frac{1}{-s(-\tau s+1)(-\mu s+1)}. \quad (10.14)$$

Процедура синтезу оптимальної структури $\widehat{\Phi}^-$ спостерігача в першому варіанті прикладу така. Підставивши вихідні дані (10.12) та (10.13) у вирази (10.8), можна отримати наступні результати

$$\Gamma_{1n}^- = \Gamma_{1n*}^- = A; D_1^- = \frac{\sigma_{\bar{y}^-}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{s(\tau s + 1)}; D_{1*}^- = \frac{\sigma_{\bar{y}^-}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{-s(-\tau s + 1)};$$

$$T_{1n}^- = -\frac{\sigma_{\bar{\psi}}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{A} \frac{-\tau s + 1}{(-Ts + 1)(\tau s + 1)(-\mu s + 1)}; T_{1n0}^- = 0; T_{1n+}^- = -\frac{\sigma_{\bar{\psi}}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{A} \frac{2\tau}{(\tau + \mu)} \frac{1}{(\tau s + 1)}.$$

Підстановка результатів першого варіанта завдання у формулу (10.10) визначить оптимальну структуру $\widehat{\Phi}^-$ спостерігача у першому варіанті завдання у вигляді

$$\widehat{\Phi}_1^- = \frac{\sigma_{\bar{\psi}}}{\sigma_{\bar{y}^-}} \frac{2\tau}{A^2(\tau + \mu)} \frac{-s(-\tau s + 1)}{(\tau s + 1)} \quad (10.15)$$

Процедура синтезу оптимальної структури $\widehat{\Phi}^-$ спостерігача у другому варіанті прикладу наступна. Підставивши вихідні дані завдання у вираз (10.9), можна одержати такі рівності

$$\Gamma_{2n}^- = \Gamma_{2n*}^- = A; D_2^- = \frac{\sigma_{\bar{y}^-}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{s(\tau s + 1)}; D_{2*}^- = \frac{\sigma_{\bar{y}^-}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{-s(-\tau s + 1)};$$

$$T_{2n}^- = -\frac{\sigma_{\bar{\psi}}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{A} \frac{\tau s + 1}{(-Ts + 1)(-\tau s + 1)(\mu s + 1)}; T_{2n0}^- = 0; T_{2n+}^- = -\frac{\sigma_{\bar{\psi}}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{A} \frac{T(T-\tau)}{(T+\tau)(T-\mu)} \frac{1}{(-Ts + 1)}.$$

Підстановка зазначених рівностей у вираз (10.11) дозволить визначити оптимальну структуру $\widehat{\Phi}^-$ спостерігача у другому варіанті задачі такою

$$\widehat{\Phi}_2^- = \frac{\sigma_{\bar{\psi}}}{\sigma_{\bar{y}^-}} \frac{T(T-\tau)}{A^2(T+\tau)(T-\mu)} \frac{s(\tau s + 1)}{(-Ts + 1)}. \quad (10.16)$$

Необхідно оцінити і порівняти досяжну в прикладі якість спостереження вектора спектрів сигналів \tilde{r}_0^- (10.1) оптимальними структурами (10.15) і (10.16). Використовуючи результати факторизації матриць $S'_{y^-y^-}$ та $S'_{\bar{\psi}\bar{\psi}}$ для оцінки векторів \hat{y}^- і $\hat{\psi}$, можливо, по-перше, визначити оцінки векторів спектрів сигналів виходу із спостерігача із синтезованими структурами $\widehat{\Phi}_1^-$ та $\widehat{\Phi}_2^-$, визначити вектор \hat{r}_0^- , а, по-друге, визначити якісну відмінність оцінок векторів \hat{r}_1^- та \hat{r}_2^- шляхом порівняння останніх з оцінкою вектора \tilde{r}_0^- . Оцінку вектора \tilde{r}_0^- (10.1) з урахуванням вищесказаного слід записати так

$$\hat{r}_0^- = \frac{\sigma_{\tilde{y}}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(-Ts+1)(\mu s+1)}, \quad (10.17)$$

а оцінки векторів \hat{r}_1^- і \hat{r}_2^- з урахуванням виразів (10.15) та (10.16), а також обумовленого вище результату організації матриці $S'_{\tilde{y}-\tilde{y}}$ представити у виді

$$\begin{aligned} \hat{r}_1^- &= \hat{\Phi}_1^- \tilde{y}^- = -\frac{\sigma_{\tilde{y}}}{\sigma_{\tilde{y}^-}} \frac{2\tau}{A^2(\tau+\mu)} \frac{-s(-\tau s+1)}{(\tau s+1)} \frac{\sigma_{\tilde{y}^-}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{-s(-\tau s+1)} = \\ &= -\frac{\sigma_{\tilde{y}}}{\sqrt{\pi}} \frac{2\tau}{A^2(\tau+\mu)} \frac{1}{(\tau s+1)}, \quad (10.18) \\ \hat{r}_2^- &= \hat{\Phi}_2^- \tilde{y}^- = \frac{\sigma_{\tilde{y}}}{\sigma_{\tilde{y}^-}} \frac{T(T-\tau)}{A^2(T+\tau)(T-\mu)} \frac{s(\tau s+1)}{(-Ts+1)} \frac{\sigma_{\tilde{y}^-}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{-s(-\tau s+1)} = \\ &= \frac{\sigma_{\tilde{y}}}{\sqrt{\pi}} \frac{T(T-\tau)}{A^2(T+\tau)(T-\mu)} \frac{(\tau s+1)}{(-Ts+1)}. \quad (10.19) \end{aligned}$$

Оцінки якості спостереження вектора \hat{r}_0^- (10.17) спочатку спостерігачем зі структурою $\hat{\Phi}_1^-$ (10.15), а потім спостерігачем зі структурою $\hat{\Phi}_2^-$ (10.16) можна отримати, порівнюючи різниці \hat{r}_1^-/\hat{r}_0^- та \hat{r}_2^-/\hat{r}_0^- , які при врахуванні виразу (10.17) будуть такими

$$\tilde{v}_1^- = \frac{\hat{r}_1^-}{\hat{r}_0^-} = -\frac{2\tau}{A^2(\tau+\mu)} \frac{(-Ts+1)(\mu s+1)}{(\tau s+1)}, \quad (10.20)$$

$$\tilde{v}_2^- = \frac{\hat{r}_2^-}{\hat{r}_0^-} = \frac{T(T-\tau)}{A^2(T+\tau)(T-\mu)} \frac{(\tau s+1)(\mu s+1)}{(-\tau s+1)}. \quad (10.21)$$

За результатами аналізу різниць (10.20) і (10.21) видно, що оскільки постійна часу T набагато більше постійних τ і μ , а різниця поліномів $\frac{(\tau s+1)}{(-\tau s+1)}$ така, що ефект від впливу кожного з них мінімальний, то характеристика (10.21) суттєво слабше спотворює вектор \hat{r}_0^- порівняно з характеристикою (10.20). Іншими словами, для оптимального спостереження нестійкого вектора спектрів сигналів \tilde{r}_0^- за допомогою оптимального спостерігача синтез структури останнього $\hat{\Phi}^-$ по другому з розглянутих варіантів завдань синтезу краще.

10.1.3 Синтез оптимальної структури спостерігача у стійкому тракті системи стабілізації об'єкта на заданій траєкторії руху

Як показано на структурній схемі системи стабілізації (рис.10.1.) оцінка вектора спектрів сигналів спостереження у стійкому тракті розглядається як

різниця векторів спостереження результуючих вихідних сигналів системи \hat{y}^{Σ} і вектора \hat{y}^- оцінки сигналів спостереження виходів нестійкого тракту системи (вектор \hat{y}^+).

Якщо відома оптимальна структура спостерігача у стійкому тракті $\tilde{\Phi}^+$, то вектор оцінок сигналів спостереження у стійкому тракті системи слід записати так

$$\hat{r}^+ = \tilde{\Phi}^+ \hat{y}^+ = \tilde{\Phi}^+ (\hat{y}^{\Sigma} - \hat{y}^-), \quad (10.22)$$

а вектор оцінок початкових сигналів виходів стійкого тракту в припущенні (як і в попередньому розділі цієї глави монографії), що вектор управлiнь \tilde{u} дорівнює нулю, повинен мати вигляд

$$\hat{r}_0^+ = P_+^{-1} \tilde{\psi}. \quad (10.23)$$

Враховуючи вектори (10.22) і (10.23), вектор спектрів сигналів помилок стійкого тракту щодо структури спостерігача $\widehat{\Phi}^+$, необхідно подати у вигляді

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{H}}^+ &= \tilde{\Phi}^+ (\hat{y}^{\Sigma} - \hat{y}^-) - P_+^{-1} \tilde{\psi} = \tilde{\Phi}^+ \hat{y}^+ - P_+^{-1} \tilde{\psi}; \\ \varepsilon_{\text{H}^*}^+ &= (\hat{y}_*^{\Sigma} - \hat{y}_*^-) \tilde{\Phi}_*^+ - \tilde{\psi}_* P_{+*}^{-1} = \hat{y}_*^+ \tilde{\Phi}_*^+ - \tilde{\psi}_* P_{+*}^{-1}. \end{aligned} \quad (10.24)$$

Функціонал якості спостереження вихідних сигналів стійкого тракту системи стабілізації має вигляд

$$\begin{aligned} \bar{e}_{\text{H}}^+ &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon_{\text{H}}^+ \varepsilon_{\text{H}}^+} R_{\text{H}}^+) ds = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(\tilde{\Phi}^+ S'_{\hat{y}^+ \hat{y}^+} \tilde{\Phi}_*^+ - \tilde{\Phi}^+ S'_{\hat{y}^+ \hat{y}^-} P_{+*}^{-1} - \\ &\quad - P_+^{-1} S'_{\hat{y}^+ \tilde{\psi}} \tilde{\Phi}_*^+ + P_+^{-1} S'_{\tilde{\psi} \tilde{\psi}} P_{+*}^{-1}) R_{\text{H}}^+] ds, \end{aligned} \quad (10.25)$$

де, на підставі теореми Вінера-Хінчина, транспонована матриця спектральних щільностей вектора \hat{y}^+ ($S'_{\hat{y}^+ \hat{y}^+}$) представляється такою

$$S'_{\hat{y}^+ \hat{y}^+} = S'_{\hat{y}^{\Sigma} \hat{y}^{\Sigma}} - S'_{\hat{y}^{\Sigma} \hat{y}^-} - S'_{\hat{y}^- \hat{y}^{\Sigma}} + S'_{\hat{y}^- \hat{y}^-}, \quad (10.26)$$

а транспоновані матриці $S'_{\hat{y}^+ \tilde{\psi}}$ и $S'_{\tilde{\psi} \hat{y}^+}$ слід писати у виді

$$S'_{\hat{y}^+ \tilde{\psi}} = S'_{\hat{y}^{\Sigma} \tilde{\psi}} - S'_{\hat{y}^- \tilde{\psi}}, \quad S'_{\tilde{\psi} \hat{y}^+} = S'_{\tilde{\psi} \hat{y}^{\Sigma}} - S'_{\tilde{\psi} \hat{y}^-}. \quad (10.27)$$

Завдання синтезу оптимальної структури $\widehat{\Phi}^+$ спостерігача у стійкому тракті системи стабілізації слід вирішувати методом Вінера-Колмогорова. Для цього необхідно визначити першу варіацію функціоналу (10.25) та визначити

умову тотожної рівності варіацій нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць $\widehat{\Phi}^+$.

Перша варіація функціоналу (10.25) матиме вигляд

$$\delta \tilde{\varepsilon}_n^+ = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [R_n^+ (\tilde{\Phi}^+ S'_{\tilde{y}^+ \tilde{y}^+} - P_+^{-1} S'_{\tilde{y}^+ \tilde{\psi}}) \delta \tilde{\Phi}_*^+ + \delta \tilde{\Phi}^+ (S'_{\tilde{y}^+ \tilde{y}^+} \tilde{\Phi}_*^+ - S'_{\tilde{\psi} \tilde{y}^+} P_+^{-1})] ds. \quad (10.28)$$

Доцільно ввести позначення

$$\Gamma_n \Gamma_{n*} = R_n^+; D_n D_{n*} = S'_{\tilde{y}^+ \tilde{y}^+} = S'_{\tilde{y}^x \tilde{y}^x} - S'_{\tilde{y}^x \tilde{y}^-} - S'_{\tilde{y}^- \tilde{y}^x} + S'_{\tilde{y}^- \tilde{y}^-}; \\ T_n = T_{n0} + T_{n+} + T_{n-} = \Gamma_n P_+^{-1} (S'_{\tilde{y}^x \tilde{\psi}} - S'_{\tilde{y}^- \tilde{\psi}}) D_{n*}^{-1}. \quad (10.29)$$

В позначеннях (10.29) використані вирази (10.26) та (10.27).

З урахуванням позначень (10.29) варіацію (10.28) можна переписати так

$$\delta \tilde{\varepsilon}_n^+ = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_{n*} (\Gamma_n \tilde{\Phi}^+ D_n - T_n) \delta \tilde{\Phi}_*^+ + \delta \tilde{\Phi}^+ (D_{n*} \tilde{\Phi}_*^+ \Gamma_{n*} - T_{n*}) \Gamma_n] ds,$$

а умова тотожної рівності варіації (10.28) нулю виглядатиме таким чином

$$\Gamma_n \tilde{\Phi}^+ D_n = (T_{n0} + T_{n+}).$$

Алгоритм синтезу оптимальної структури $\tilde{\Phi}^+$ спостерігача у стійкому тракті системи стабілізації має вигляд наступного рівняння

$$\tilde{\Phi}^+ = \Gamma_n^{-1} (T_{n0} + T_{n+}) D_n^{-1}. \quad (10.30)$$

Таким чином, завдання синтезу структури $\tilde{\Phi}^+$ вирішено.

10.2 Постановки та алгоритми розв'язання задач синтезу оптимальних структур частин регулятора в системі стабілізації об'єкта

Для вирішення поставлених завдань спочатку необхідно скласти вектор еквівалентних впливів на досліджувану систему. Вводиться вектор сигналів із векторів зображень програмної траєкторії об'єкта \tilde{r}_0 та базового збурення $\tilde{\psi}$ на об'єкт

$$\tilde{\xi} = M(N_0 \tilde{r}_0 + \tilde{\varphi}_0) + \tilde{\psi}, \quad \tilde{\xi}_* = (\tilde{r}_{0*} N_{0*} + \tilde{\varphi}_{0*}) M_* + \tilde{\psi}_*, \quad (10.31)$$

а також вектори зображень збурень, викликаних перешкодами вимірювань векторів \tilde{r}^- та \tilde{r}^+ , які цікавлять

$$\tilde{\zeta}_1 = K^\# P_- \tilde{\varphi}, \quad \tilde{\zeta}_{1*} = \tilde{\varphi}_* P_{-*} K^\#; \quad \tilde{\zeta}_2 = K^\# P \tilde{\varphi}; \quad \tilde{\zeta}_{2*} = \tilde{\varphi}_* P_* K^\#. \quad (10.32)$$

Враховуючи вирази (10.31) та (10.32) вектор зображень η сумарного впливу на об'єкт можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \tilde{\eta} &= \tilde{\xi} + \tilde{\zeta}_1 + \tilde{\zeta}_2 = M(N_0 \tilde{r}_0 + \tilde{\varphi}_0) + \tilde{\psi} + K^\#(P_- + P)\tilde{\varphi}; \\ \tilde{\eta}_* &= (\tilde{r}_{0*} N_{0*} + \tilde{\varphi}_{0*}) M_* + \tilde{\psi}_* + \tilde{\varphi}_*(P_{-*} + P_*) K^\#. \end{aligned} \quad (10.33)$$

Для синтезу структур W^+ та W^- частин регулятора у системі стабілізації доцільно перебудувати структурну схему системи стабілізації (рис.10.1) до виду, представленому на рисунку 10.2. Цей вигляд структурної схеми

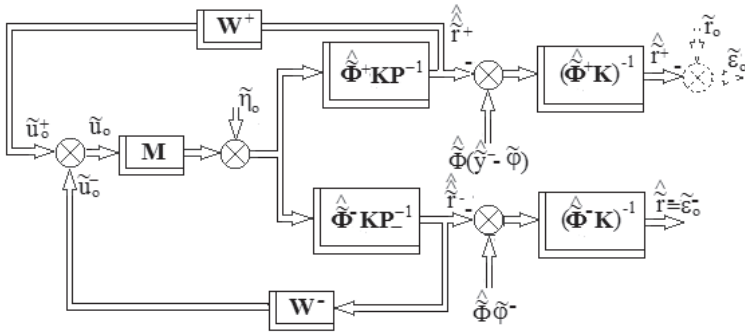


Рис.10.2. Структурна схема систем стабілізації об'єкта з довільністю у динаміці при випадкових впливах

системи утворюється після необхідної її перебудови для правильного обліку векторів сигналів спостереження \hat{y}^Σ , \hat{y}^- и \hat{y}^+ . Крім того, необхідно скласти ряд виразів зв'язку векторів сигналів системи між собою. Для тракту нестійких сигналів системи справедливі такі рівняння:

$$\hat{r}^- = \hat{\Phi}^- \hat{y}^- = \hat{\Phi}^- (K \hat{r}^- + \hat{\varphi}), \quad \hat{r}^- = (\hat{\Phi}^- K)^{-1} (\hat{r}^- - \hat{\Phi}^- \hat{\varphi}), \quad (10.34)$$

а для стійкого тракту системи необхідні такі вирази

$$\begin{aligned} \hat{r}^+ &= \hat{\Phi}^+ \hat{y}^+ = \hat{\Phi}^+ (\hat{y}^\Sigma - \hat{y}^-) = \hat{\Phi}^+ (K \hat{r}^+ + \hat{\varphi} - \hat{y}^-), \\ \hat{r}^+ &= (\hat{\Phi}^+ K)^{-1} [\hat{r}^+ - \hat{\Phi}^+ (\hat{y}^- - \hat{\varphi})]. \end{aligned} \quad (10.35)$$

З урахуванням виразів (10.31)-(10.35) новий варіант структурної схеми системи стабілізації матиме вигляд (рис.10.2).

На структурній схемі (рис.10.2) легко виділяються два замкнутих контури (стійкий і нестійкий тракти), що включають шукані частини регулятора в системі, оптимальні структури W^+ і W^- яких слід відшукати за результатами вирішення відповідних завдань синтезу.

10.2.1 Завдання синтезу оптимальної структури W^- частини регулятора в нестійкому тракті системи стабілізації об'єкта

Нехай рух об'єкта стабілізації в нестійкому тракті системи, згідно з його структурною схемою (рис.10.2), з урахуванням виразу (10.23) описується виразом

$$\begin{aligned} \hat{r}^- &= (\hat{\Phi}^- K)^{-1}(\hat{r}^- - \hat{\Phi}^- \tilde{\varphi}) = (\hat{\Phi}^- K)^{-1}[(\hat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M \tilde{u}^- + \tilde{\eta}) - \hat{\Phi}^- \tilde{\varphi}] = \\ &= (\hat{\Phi}^- K)^{-1}[(\hat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M F_{\tilde{u}^-} + E_n) \tilde{\eta} - \hat{\Phi}^- \tilde{\varphi}] = \\ &= (\hat{\Phi}^- K)^{-1}\{(\hat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M F_{\tilde{u}^-} + E_n)[M(N_0 \tilde{r}_0 + \tilde{\varphi}_0) + \tilde{\psi} + K^\#(P_- + P)\tilde{\varphi}] - \\ &\hat{\Phi}^- \tilde{\varphi}\}, \end{aligned} \quad (10.36)$$

де $F_{\tilde{u}^-}$ - матриця передавальних функцій нестійкого тракту системи від еквівалентного впливу $\tilde{\eta}$ до вектора управлінь \tilde{u}^- . Зв'язок між виходом зазначеного вище тракту \hat{r}^- та вектором управлінь \tilde{u}^- визначається рівнянням

$$\tilde{u}^- = W^- \hat{r}^- = F_{\tilde{u}^-} \tilde{\eta}, \quad (10.37)$$

де W^- - шукана структура (матриця передавальних функцій) частини регулятора в нестійкому тракті.

Матриця передавальних функцій замкнутого нестійкого тракту системи від еквівалентного збурення $\tilde{\eta}$ до виходу контуру \hat{r}^- позначена $F_{\hat{r}^-}$ рівняння тракту, що визначається нею, має вигляд

$$\hat{r}^- = F_{\hat{r}^-} \tilde{\eta}, \quad (10.38)$$

а структуру частини регулятора в контурі W^- можна оцінити за рівнянням

$$W^- = (F_{\tilde{u}^-})(F_{\hat{r}^-})^{-1}, \quad (10.39)$$

якщо якимось чином виявляться відомими функції $F_{\tilde{u}^-}$ і $F_{\hat{\tilde{r}}^-}$, які, як легко показати, однозначно пов'язані між собою

$$F_{\hat{\tilde{r}}^-} = (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M F_{\tilde{u}^-} + E_n). \quad (10.40)$$

Тепер є можливість розпочати безпосередньо завдання синтезу оптимальної структури W^- .

Вважається, що функціонал якості стабілізації об'єкта в нестійкому тракті має вигляд

$$\bar{e}^- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\hat{\tilde{r}}^- \hat{\tilde{r}}^-} R_1 + S'_{\tilde{u}^- \tilde{u}^-} C_1) ds, \quad (10.41)$$

де $S'_{\hat{\tilde{r}}^- \hat{\tilde{r}}^-}$ і $S'_{\tilde{u}^- \tilde{u}^-}$ - транспоновані матриці спектральних площин векторів $\hat{\tilde{r}}^-$ та \tilde{u}^- , які відповідно до теореми Вінера-Хінчина та виразів (10.36) та (10.37) мають вигляд:

$$\begin{aligned} S'_{\hat{\tilde{r}}^- \hat{\tilde{r}}^-} = & (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} \{ (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M F_{\tilde{u}^-} + E_n) [M(N_0 S'_{\tilde{r}_0 \tilde{r}_0} N_{0*} + S'_{\tilde{\varphi}_0 \tilde{\varphi}_0}) M_* + \\ & + S'_{\tilde{\psi} \tilde{\psi}} + K^\#(P_- + P) S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\#] (F_{\tilde{u}_*^-} M_* + E_n) (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* - \\ & - (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M F_{\tilde{u}^-} + E_n) K^\#(P_- + P) S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} \widehat{\Phi}_*^- - \widehat{\Phi}^- S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\# (F_{\tilde{u}_*^-} M_* + \\ & + E_n) (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* + \widehat{\Phi}^- S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} \widehat{\Phi}_*^- \} (\widehat{\Phi}^- K)^{-1}; \end{aligned} \quad (10.42)$$

$$S'_{\tilde{u}^- \tilde{u}^-} = F_{\tilde{u}^-} [M(N_0 S'_{\tilde{r}_0 \tilde{r}_0} N_{0*} + S'_{\tilde{\varphi}_0 \tilde{\varphi}_0}) M_* + S'_{\tilde{\psi} \tilde{\psi}} + K^\#(P_- + P) S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\#] F_{\tilde{u}_*^-}. \quad (10.43)$$

У матрицях (10.42) і (10.43) вважається, що вектори сигналів \tilde{r}_0 , $\tilde{\varphi}_0$, $\tilde{\psi}$ і $\tilde{\varphi}$ некореловані між собою.

Підстановка матриць (10.42) та (10.43) у функціонал (10.41) визначить такий вигляд останнього

$$\begin{aligned} \bar{e}^- = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (((\widehat{\Phi}^- K)^{-1} \{ (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M F_{\tilde{u}^-} + E_n) [M(N_0 S'_{\tilde{r}_0 \tilde{r}_0} N_{0*} + \\ & + S'_{\tilde{\varphi}_0 \tilde{\varphi}_0}) M_* + S'_{\tilde{\psi} \tilde{\psi}} + K^\#(P_- + P) S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} (P_{-*} + \\ & P_*) K_*^\#] (F_{\tilde{u}_*^-} M_* + E_n) (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* - - (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M F_{\tilde{u}^-} + E_n) K^\#(P_- + \\ & P) S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} \widehat{\Phi}_*^- - \widehat{\Phi}^- S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\# (F_{\tilde{u}_*^-} M_* + + E_n) (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* + \end{aligned}$$

$$\widehat{\Phi}^{-1} S'_{\widehat{\varphi}\widehat{\varphi}} \widehat{\Phi}^{-1} \{(\widehat{\Phi}^{-1} K)^{-1} R_1 + F_{\widehat{u}^-} [M(N_0 S'_{\widehat{\tau}_0 \widehat{\tau}_0} N_{0*} + S'_{\widehat{\varphi}_0 \widehat{\varphi}_0}) M_* + S'_{\widehat{\psi} \widehat{\psi}} + K^\#(P_- + P) S'_{\widehat{\varphi}\widehat{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\#] F_{\widehat{u}^-} C_1)\} ds. \quad (10.44)$$

Вирішуючи задачу синтезу методом Вінера-Колмогорова, необхідно знайти першу варіацію функціоналу (10.44) та умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій $F_{\widehat{u}^-}$. Перша варіація функціоналу матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \delta \tilde{e}^- = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ ([M_* (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} R_1 (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1}) M + \\ & + C_1] F_{\widehat{u}^-} S'_{\widehat{\eta}\widehat{\eta}} + M_* (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} R_1 (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1}) S'_{\widehat{\eta}\widehat{\eta}} - \\ & - M_* (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} R_1 \widehat{\Phi}^{-1} S'_{\widehat{\varphi}\widehat{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\# \} \delta F_{\widehat{u}^-} + \\ & + \delta F_{\widehat{u}^-} \{ S'_{\widehat{\eta}\widehat{\eta}} F_{\widehat{u}^-} [M_* (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} R_1 (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1}) M + C_1] + \\ & + S'_{\widehat{\eta}\widehat{\eta}} (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} R_1 (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1}) M - -K^\#(P_- + \\ & P) S'_{\widehat{\varphi}\widehat{\varphi}} \widehat{\Phi}^{-1} R_1 (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1}) M \} \} ds. \end{aligned} \quad (10.45)$$

У варіацію (10.45) необхідно ввести такі позначення

$$\begin{aligned} \Gamma^- \Gamma_*^- &= M_* (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} R_1 (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1}) M + C_1; \\ D_*^- D^- &= S'_{\widehat{\eta}\widehat{\eta}} = M(N_0 S'_{\widehat{\tau}_0 \widehat{\tau}_0} N_{0*} + S'_{\widehat{\varphi}_0 \widehat{\varphi}_0}) M_* + S'_{\widehat{\psi} \widehat{\psi}} + \\ & + K^\#(P_- + P) S'_{\widehat{\varphi}\widehat{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\#; \\ T^- &= T_0^- + T_+^- + T_-^- = \\ (\Gamma^-)^{-1} M_* (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}^- K)^{-1} R_1 [(\widehat{\Phi}^- K)^{-1} (\widehat{\Phi}^- K P_-^{-1}) - \\ & - \widehat{\Phi}^{-1} S'_{\widehat{\varphi}\widehat{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\# (D^-)^{-1}]. \end{aligned} \quad (10.46)$$

З урахуванням позначень (10.46) варіація (10.45) набуде вигляду

$$\delta \tilde{e}^- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\Gamma^- (\Gamma_*^- F_{\widehat{u}^-} D_*^- - T^-) D^- \delta F_{\widehat{u}^-} + \delta F_{\widehat{u}^-} D_*^- (D^- F_{\widehat{u}^-} \Gamma^- - T_*^-) \Gamma_*^-] ds,$$

а умова тотожної рівності варіації нулю буде такою

$$\Gamma_*^- F_{\widehat{u}^-} D_*^- = T_*^- ,$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури $\widehat{F}_{\widehat{u}^-}$ виглядає так

$$\widehat{F}_{\widehat{u}^-} = (\Gamma_*^-)^{-1} T_*^- (D_*^-)^{-1}. \quad (10.47)$$

З урахуванням виразу (10.40) алгоритм синтезу оптимальної структури $\hat{F}_{\hat{r}^-}$ має бути таким

$$\hat{F}_{\hat{r}^-} = (\hat{\Phi}^- K P_-^{-1})(M \hat{F}_{\hat{u}^-} + E_n),$$

а, враховуючи ще матрицю (10.39), оптимальну структуру \hat{W}^- частини регулятора нестійкого тракту потрібно записати так

$$\hat{W}^- = (\hat{F}_{\hat{u}^-})(\hat{F}_{\hat{r}^-})^{-1}. \quad (10.48)$$

10.2.2 Завдання синтезу оптимальної структури W^+ частини регулятора у стійкому тракті системи стабілізації об'єкта

Рухи об'єкта стабілізації у стійкому тракті системи згідно зі схемою (рис.10.2) з урахуванням вектора (10.33) можна описати так

$$\begin{aligned} \hat{r}^+ &= (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}(\hat{r}^+ - \hat{\Phi}^+ \varphi) = (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}[(\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1})(M \hat{u}^+ + \tilde{\eta}) - \hat{\Phi}^+ \varphi] = \\ &= (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}[(\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1})(M \hat{F}_{\hat{u}^+} + E_n)\tilde{\eta} - \hat{\Phi}^+ \varphi], \end{aligned} \quad (10.49)$$

де $F_{\hat{u}^+}$ - матриця передавальних функцій стійкого тракту системи від еквівалентного впливу $\tilde{\eta}$ до вектора управлінь \hat{u}^+ , а саме

$$\hat{u}^+ = F_{\hat{u}^+} \tilde{\eta}. \quad (10.50)$$

Матриця передавальних функцій замкнутого стійкого тракту системи від еквівалентного збурення $\tilde{\eta}$ до виходу контуру \hat{r}^+ позначена $F_{\hat{r}^+}$

$$\hat{r}^+ = F_{\hat{r}^+} \tilde{\eta} \quad (10.51)$$

і має визначатися рівнянням

$$F_{\hat{r}^+} = (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1})(M \hat{F}_{\hat{u}^+} + E_n), \quad (10.52)$$

а матриця передавальних функцій частини регулятора у стійкому тракті системи матиме вигляд

$$W^+ = (F_{\hat{u}^+})(F_{\hat{r}^+})^{-1} \quad (10.53)$$

Далі безпосередньо вирішується завдання синтезу оптимальної структури W^+ частини регулятора, що цікавить.

Як функціонал якості стабілізації об'єкта в варіанті завдання синтезу, що розглядається, використовується вираз

$$\tilde{e}^+ = \frac{1}{j} \int_{-j^\infty}^{j^\infty} tr (S'_{\tilde{\varepsilon}+\tilde{\varepsilon}^+} R_2 + S'_{\tilde{u}^+\tilde{u}^+} C_2) ds, \quad (10.54)$$

де $S'_{\tilde{\varepsilon}+\tilde{\varepsilon}^+}$ та $S'_{\tilde{u}^+\tilde{u}^+}$ - транспоновані матриці спектральних щільностей векторів $\tilde{\varepsilon}^+$ и \tilde{u}^+ (рис.10.2).

Вектор зображень сигналів помилок основного тракту $\tilde{\varepsilon}^+$ з урахуванням виразу (10.49) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}^+ = \hat{r}^+ - \tilde{r}_0 = & (\hat{\Phi}^+ K)^{-1} (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1}) (M F_{\tilde{u}^+} + E_n) [M (N_0 \tilde{r}_0 + \tilde{\varphi}_0) + \tilde{\psi} + \\ & + K^\# (P_- + P) \tilde{\varphi}] - [(\hat{\Phi}^+ K)^{-1} \hat{\Phi}^+ \tilde{\varphi} + \tilde{r}_0] = (\hat{\Phi}^+ K)^{-1} (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1}) (M F_{\tilde{u}^+} + \\ & E_n) \tilde{\eta} - [(\hat{\Phi}^+ K)^{-1} \hat{\Phi}^+ \tilde{\varphi} + \tilde{r}_0], \end{aligned}$$

а його транспонована матриця спектральних щільностей $S'_{\tilde{\varepsilon}+\tilde{\varepsilon}^+}$ за теоремою Вінера-Хінчина з урахуванням виразу (10.33) визначиться так

$$\begin{aligned} S'_{\tilde{\varepsilon}+\tilde{\varepsilon}^+} = & (\hat{\Phi}^+ K)^{-1} (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1}) (M F_{\tilde{u}^+} + E_n) S'_{\tilde{\eta}\tilde{\eta}} (F_{\tilde{u}^+} M_* + \\ & E_n) (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1})_* (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}_* - - (\hat{\Phi}^+ K)^{-1} (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1}) (M F_{\tilde{u}^+} + \\ & E_n) [S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}} \hat{\Phi}^+ (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{\eta}}] - - [(\hat{\Phi}^+ K)^{-1} \hat{\Phi}^+ S'_{\tilde{\eta}\tilde{\varphi}} + S'_{\tilde{\eta}\tilde{r}_0}] (F_{\tilde{u}^+} M_* + \\ & E_n) (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1})_* (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}_* + + [(\hat{\Phi}^+ K)^{-1} \hat{\Phi}^+ S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}} \hat{\Phi}^+ (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}], \quad (10.55) \end{aligned}$$

де матриця $S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}} = K^\# (P_- + P) S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}$, матриця $S'_{\tilde{r}_0\tilde{\eta}} = M N_0 S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}$, матриця $S'_{\tilde{\eta}\tilde{\varphi}} = S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K^\#$, матриця $S'_{\tilde{\eta}\tilde{r}_0} = S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0} N_{0*} M_*$, матриці $S'_{\tilde{\varphi}\tilde{r}_0}$ і $S'_{\tilde{r}_0\tilde{\varphi}}$ нульові. Використовуючи вирази (10.36), можна записати матрицю $S'_{\tilde{\eta}\tilde{\eta}}$ так

$$\begin{aligned} S'_{\tilde{\eta}\tilde{\eta}} = & M (N_0 S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0} N_{0*} + S'_{\tilde{\varphi}_0\tilde{\varphi}_0}) M_* + S'_{\tilde{\psi}\tilde{\psi}} + K_* (P_- + P) S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}} (P_{-*} + P_*) K_*^\#; \\ S'_{\tilde{u}^+\tilde{u}^+} = & F_{\tilde{u}^+} S'_{\tilde{\eta}\tilde{\eta}} F_{\tilde{u}^+}^{-1}. \quad (10.56) \end{aligned}$$

Використовуючи матриці (10.55) та (10.56) функціонал (10.54) слід записати у вигляді

$$\begin{aligned} \tilde{e}^+ = & \frac{1}{j} \int_{-j^\infty}^{j^\infty} tr (\{ (\hat{\Phi}^+ K)^{-1} (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1}) (M F_{\tilde{u}^+} + E_n) S'_{\tilde{\eta}\tilde{\eta}} (F_{\tilde{u}^+} M_* + E_n) \times \\ & \times (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1})_* (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}_* - (\hat{\Phi}^+ K)^{-1} (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1}) (M F_{\tilde{u}^+} + \\ & E_n) [S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}} \hat{\Phi}^+ (\hat{\Phi}^+ K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{\eta}}] - [(\hat{\Phi}^+ K)^{-1} \hat{\Phi}^+ S'_{\tilde{\eta}\tilde{\varphi}} + S'_{\tilde{\eta}\tilde{r}_0}] (F_{\tilde{u}^+} M_* + \end{aligned}$$

$$E_n)(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1} + +[(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}\widehat{\Phi}^+S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}}\widehat{\Phi}^*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1} + S'_{\bar{r}_0\bar{r}_0}]\}R_2 + F_{\bar{u}^+}S'_{\bar{\eta}\bar{\eta}}F_{\bar{u}^+}C_2)ds. \quad (10.57)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій W^+ методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (10.57) та умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передатних функцій $F_{\bar{u}^+}$. Перша варіація функціоналу (10.57) буде такою

$$\begin{aligned} \delta\bar{e}^+ = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ (([M_*(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}R_2(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})M + \\ & + C_2]F_{\bar{u}^+}S'_{\bar{\eta}\bar{\eta}} + M_*(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}R_2(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})S'_{\bar{\eta}\bar{\eta}} - \\ & - M_*(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}R_2[(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}\widehat{\Phi}^+S'_{\bar{\eta}\bar{\varphi}} + S'_{\bar{\eta}\bar{r}_0}])\} \delta F_{\bar{u}^+}M_* + \\ & + \delta F_{\bar{u}^+}\{S'_{\bar{\eta}\bar{\eta}}F_{\bar{u}^+}[M_*(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}R_2(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})M + C_2] + \\ & + S'_{\bar{\eta}\bar{\eta}}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}R_2(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})M - [S'_{\bar{\varphi}\bar{\eta}}\widehat{\Phi}^*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1} + \\ & + S'_{\bar{r}_0\bar{\eta}}]R_2(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})M)\}ds. \end{aligned} \quad (10.58)$$

У варіацію (10.58) слід ввести позначення

$$\begin{aligned} \Gamma_*^+\Gamma^+ &= M_*(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}R_2(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})M + C_2; \\ D^+D_*^+ &= S'_{\bar{\eta}\bar{\eta}} = M(N_0S'_{\bar{r}_0\bar{r}_0}N_{0*} + +S'_{\bar{\varphi}_0\bar{\varphi}_0})M_* + S'_{\bar{\psi}\bar{\psi}} + \\ & + K^\#(P_- + P)S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}}(P_- + P)K_*^\#; \\ T^+ &= T_0^+ + T_+^+ + T_-^+ = \\ (\Gamma_*^+)^{-1}M_*(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}R_2[(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})D^+ - \\ & - (\widehat{\Phi}^+K)^{-1}\widehat{\Phi}^+S'_{\bar{\eta}\bar{\varphi}} + S'_{\bar{\eta}\bar{r}_0}] = (\Gamma_*^+)^{-1}M_*(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})_*(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}R_2 \times \\ & \times [(\widehat{\Phi}^+K)^{-1}(\widehat{\Phi}^+KP_+^{-1})D^+ - (\widehat{\Phi}^+K)^{-1}\widehat{\Phi}^+S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}}(P_- + P)K_*^\# - \\ & S'_{\bar{r}_0\bar{r}_0}N_{0*}M_*]. \end{aligned} \quad (10.59)$$

З урахуванням позначень (10.59) варіацію (10.58) слід переписати так

$$\delta\bar{e}^+ = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_*^+(\Gamma^+F_{\bar{u}^+}D^+ - T^+)D_*^+\delta F_{\bar{u}^+} + \delta F_{\bar{u}^+}D^+(D_*^+F_{\bar{u}^+}\Gamma_*^+ - T_*^+)\Gamma^+]ds,$$

а умова рівності її нулю буде такою

$$\Gamma^+F_{\bar{u}^+}D^+ = -(T_0^+ + T_+^+).$$

Алгоритм синтезу оптимальної структури $\hat{F}_{\bar{u}^+}$ слід записати так

$$\hat{F}_{\bar{u}^+} = -(\Gamma^+)^{-1}(T_0^+ + T_+^+) (D^+)^{-1}, \quad (10.60)$$

оптимальну структуру матриці $\hat{F}_{\hat{p}^+}$ згідно з виразом (10.52) подати у вигляді

$$\hat{F}_{\hat{p}^+} = (\hat{\Phi}^+ K P_+^{-1})(M \hat{F}_{\bar{u}^+} + E_n),$$

а оптимальну структуру \hat{W}^+ матриці передавальних функцій частини регулятора стійкого контуру системи стабілізації таким чином

$$\hat{W}^+ = (\hat{F}_{\bar{u}^+})(\hat{F}_{\hat{p}^+})^{-1}. \quad (10.61)$$

Отже, завдання синтезу оптимальної структури частини регулятора в об'єкті, що досліджується, вирішена.

10.3 Постановка та алгоритм синтезу оптимальної робастної системи стабілізації об'єкта на заданій траєкторії руху, яка носить випадковий характер

У зв'язку з прогресом у техніці, зростанням конкуренції на ринках її збуту та споживання до якості функціонування цілого ряду систем, що стабілізуються, головною стороною яких виступає точність, сучасна практика висуває все зростаючі вимоги. Відмінною особливістю сучасних постановок задач синтезу високоточних систем стабілізації виявляються такі моменти, як обов'язковий облік можливих довільностей в моделях динаміки об'єкта стабілізації, стохастичний характер зовнішніх і внутрішніх факторів, що збурюють, недосконалі уявлення про реальні механізми дії останніх, характер мінливості моделей динаміки об'єкта та збурень у процес, інші суттєві моменти. Для послаблення негативних наслідків, викликаних нечіткими уявленнями про необхідні в конкретних завданнях синтезу моделей динаміки об'єкта, збурень та механізми дії останніх, синтезують так звані робастні, малочутливі до збурень системи.

Очевидно, що традиційні оптимальні системи вже мають вагомий захід «нечутливості» до нечітких уявлень про моделі, що використовуються в

задачах синтезу. Однак цього у деяких завданнях синтезу високоточних систем виявляється недостатньо.

У цих завданнях синтезу необхідно враховувати деякі додаткові обставини, наприклад, забезпечення оптимальних робастних систем.

Далі розглядається завдання синтезу структури регулятора в системі оптимальної робастної стабілізації лінійного багатовимірного об'єкта на заданій траєкторії його руху, що має випадковий стаціонарний характер.

За аналогією зі структурною схемою системи (рис.10.1) структурну схему системи стабілізації у досліджуваному варіанті слід подати у вигляді (рис.10.3). Тут, як і раніше, рух об'єкта стабілізації описується системою звичайних диференціальних рівнянь, перетвореною за Фур'є

$$P\tilde{r} = M\tilde{u}_0 + \tilde{\psi}, \tag{10.62}$$

де \tilde{r} , \tilde{u}_0 і $\tilde{\psi}$ - вектори зображень сигналів виходів системи, управління та збурення в системі, P та M – відомі матриці передавальних функцій досліджуваного об'єкта розмірностей $n \times n$ і $n \times m$; $\tilde{\varphi}_0$ і $\tilde{\varphi}$ вектори зображень сигналів перешкод завдання програми руху \tilde{r}_0 та вимірювань виходу об'єкта; K - матриця передавальних функцій вимірювача у системі розмірності $v \times n$, W – шукана структура (матриця передавальних функцій) регулятора.

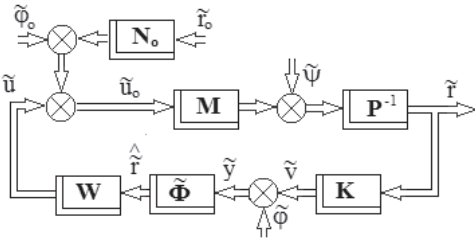


Рис. 10.3. Структурна схема досліджуваної системи оптимальної стабілізації об'єкта

Для вирішення задачі синтезу оптимальної структури (матриці передавальних функцій) спостерігача Φ вважається, що сумарний вектор управліннь \tilde{u}_0 дорівнює нулю, а вектор зображень вихідних сигналів \tilde{r}_0 у цьому випадку дорівнює

$$\tilde{r}_0 = P^{-1}\tilde{\psi}. \quad (10.63)$$

Оцінювання вектора зображень сигналів виходів об'єкта \hat{r} синтезованою оптимальною структурою $\tilde{\Phi}$ відповідає рівнянню

$$\hat{r} = \tilde{\Phi}\tilde{y}, \quad (10.64)$$

де \tilde{y} – v -мірний вектор зображень сигналів спостереження в системі, який дорівнює

$$\tilde{y} = K\tilde{r} + \tilde{\varphi}. \quad (10.65)$$

Рівняння (10.65) за результатами вимірювань у системі визначає вектор \tilde{r} так

$$\tilde{r} = K^\#(\tilde{y} - \tilde{\varphi}), \quad (10.66)$$

де символ «#» - знак псевдообігу прямокутних матриць.

Використовуючи рівняння (10.63) і (10.65) можна приступити до задачі синтезу оптимальної структури спостерігача $\tilde{\Phi}$ в системі.

10.3.1 Завдання синтезу оптимальної структури $\tilde{\Phi}$ спостерігача в системі

З урахуванням рівняння (10.63) вектор зображень сигналів помилок спостереження вектора \tilde{r} буде мати вигляд

$$\tilde{\varepsilon}_H = \tilde{\Phi}\tilde{y} - \tilde{r}_0 = \tilde{\Phi}\tilde{y} - P^{-1}\tilde{\psi}, \quad (10.67)$$

а транспонована матриця спектральних щільностей зазначеного вектора згідно з теоремою Вінера-Хінчина буде такою

$$S'_{\tilde{\varepsilon}_H\tilde{\varepsilon}_H} = \tilde{\Phi}S'_{\tilde{y}\tilde{y}}\tilde{\Phi}^* - \tilde{\Phi}S'_{\tilde{y}\tilde{y}}P_*^{-1} - P^{-1}S'_{\tilde{y}\tilde{y}}\tilde{\Phi}^* + P^{-1}S'_{\tilde{y}\tilde{y}}P_*^{-1}. \quad (10.68)$$

Функціонал якості спостереження вихідних сигналів об'єкта має вигляд

$$\tilde{\varepsilon}_H = \frac{1}{J} \int_{-\infty}^{+\infty} tr(S'_{\tilde{\varepsilon}_H\tilde{\varepsilon}_H}R_0)ds,$$

а з урахуванням матриці (10.68) функціонал можна уявити як

$$\tilde{e}_H = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [(\tilde{\Phi} S'_{\tilde{y}\tilde{y}} \tilde{\Phi}_* - \tilde{\Phi} S'_{\tilde{\psi}\tilde{y}} P_*^{-1} - P^{-1} S'_{\tilde{y}\tilde{\psi}} \tilde{\Phi}_* + P^{-1} S'_{\tilde{\psi}\tilde{\psi}} P_*^{-1}) R_0] ds. \quad (10.69)$$

Відповідно до методу Вінера-Колмогорова перша варіація функціоналу (10.69) визначається виразом

$$\delta \tilde{e}_H = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [R_0 (\tilde{\Phi} S'_{\tilde{y}\tilde{y}} - P^{-1} S'_{\tilde{y}\tilde{\psi}}) \delta \tilde{\Phi}_* + \delta \tilde{\Phi} (S'_{\tilde{y}\tilde{y}} \tilde{\Phi}_* - S'_{\tilde{\psi}\tilde{y}} P_*^{-1}) R_0] ds. \quad (10.70)$$

Необхідне введення наступних позначень

$$\Gamma_0 * \Gamma_0 = R_0; D_0 * D_0 = S'_{\tilde{y}\tilde{y}}; T_0 = T_{00} + T_{0+} + T_{0-} = \Gamma_0^{-1} P^{-1} S'_{\tilde{y}\tilde{\psi}} D_0^{-1}. \quad (10.71)$$

З урахуванням позначень (10.71) умова тотожної рівності нулю варіації (10.70) на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій буде такою

$$\Gamma_0 \tilde{\Phi} D_0 = (T_{00} + T_{0+}),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій спостерігача набуде вигляду

$$\tilde{\Phi} = \Gamma_0^{-1} (T_{00} + T_{0+}) D_0^{-1}. \quad (10.72)$$

10.3.2 Завдання синтезу структури регулятора у досліджуваній оптимальній системі стабілізації об'єкта

Необхідно навести структурну схему досліджуваної системи (рис.10.3) до стандартного виду. Переклад, як і раніше, пов'язаний насамперед із формуванням еквівалентного впливу на систему стабілізації, вектор якого повинен мати вигляд

$$\tilde{\eta}_0 = M(N_0 \tilde{r}_0 + \tilde{\varphi}_0) + \tilde{\psi} + K^* P \tilde{\varphi}, \quad (10.73)$$

а його транспонована матриця спектральних щільностей за умови некорелювання векторів \tilde{r}_0 , $\tilde{\varphi}_0$, $\tilde{\psi}$ и $\tilde{\varphi}$ між собою буде такою

$$S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} = M(N_0 S'_{\tilde{r}_0 \tilde{r}_0} N_0 * + S'_{\tilde{\varphi}_0 \tilde{\varphi}_0}) M_* + S'_{\tilde{\psi} \tilde{\psi}} + K^* P S'_{\tilde{\varphi} \tilde{\varphi}} P_* K^{\#}. \quad (10.74)$$

Стандартна структурна схема досліджуваної системи стабілізації з урахуванням виразів (10.64) та (10.65) представлена на рисунку 10.4.

За аналогією з виразом (10.49) можливо визначити вектор \tilde{r} наступним чином

$$\begin{aligned}\tilde{r} &= (\hat{\Phi}K)^{-1}(\hat{r} - \hat{\Phi}\tilde{\varphi}) = (\hat{\Phi}K)^{-1}[(\hat{\Phi}KP^{-1})(M\tilde{u} + \tilde{\eta}_0) - \hat{\Phi}\tilde{\varphi}] = \\ &= (\hat{\Phi}K)^{-1}[(\hat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)\tilde{\eta}_0 - \hat{\Phi}\tilde{\varphi}] = \\ &= (\hat{\Phi}K)^{-1}\{(\hat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)[M(N_0\tilde{r}_0 + \tilde{\varphi}_0) + \tilde{\psi} + K^{\#}P\tilde{\varphi}] - \hat{\Phi}\tilde{\varphi}\}. \quad (10.75)\end{aligned}$$

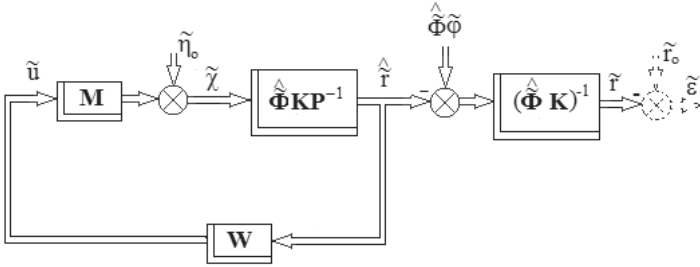


Рис.10.4. Стандартна структурна схема досліджуваної задачі системи стабілізації об'єкта на траєкторії руху

Вектор сигналів помилки стабілізації досліджуваної системи у такому разі буде таким

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{r} - \tilde{r}_0 = (\hat{\Phi}K)^{-1}(\hat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)\tilde{\eta}_0 - [(\hat{\Phi}K)^{-1}\hat{\Phi}\tilde{\varphi} + \tilde{r}_0],$$

а транспоновану матрицю спектральних щільностей вектора сигналів помилок системи слід визначити у вигляді

$$\begin{aligned}S'_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}} &= (\hat{\Phi}K)^{-1}(\hat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}(F_{\tilde{u}*}M_* + E_n)(\hat{\Phi}KP^{-1})_*(\hat{\Phi}K)^{-1}_* - \\ &- (\hat{\Phi}K)^{-1}(\hat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)[S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}_0}\hat{\Phi}_*(\hat{\Phi}K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{\eta}_0}] - \\ &- [(\hat{\Phi}K)^{-1}\hat{\Phi}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\varphi}} + S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{r}_0}](F_{\tilde{u}*}M_* + E_n)(\hat{\Phi}KP^{-1})_*(\hat{\Phi}K)^{-1}_* + \\ &+ (\hat{\Phi}K)^{-1}\hat{\Phi}S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}\hat{\Phi}_*(\hat{\Phi}K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}, \quad (10.76)\end{aligned}$$

де матриця $S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}$ визначається виразом (10.73) і (10.74), матриця $S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}_0}$ виразом $S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}P_*K^{\#}$, матриця $S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{r}_0}$ виразом $S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}N_{0*}M_*$, а матриці взаємних спектральних щільностей некорельованих векторів сигналів нульові.

Транспонована матриця спектральних щільностей вектора сигналів управління \tilde{u} буде такою

$$S'_{\tilde{u}\tilde{u}} = F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}F_{\tilde{u}*} \quad (10.77)$$

Функціонал якості досліджуваної системи стабілізації слід записати так

$$\tilde{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr (S'_{\tilde{e}\tilde{e}}R + S'_{\tilde{u}\tilde{u}}C) ds. \quad (10.78)$$

Підстановка у функціонал (10.78) виразів (10.76) та (10.77) дозволяє переписати останній у такому вигляді

$$\begin{aligned} \tilde{e} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ ((\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}(F_{\tilde{u}*}M_* + E_n)(\widehat{\Phi}KP^{-1})_* \times \\ & \times (\widehat{\Phi}K)^{-1} - (\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)[K^{\#}PS'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}\widehat{\Phi}_*(\widehat{\Phi}K)^{-1} + \\ & MN_0S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}] - \\ & - [(\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}P_*K^{\#} + S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}N_{0*}M_*](F_{\tilde{u}*}M_* + E_n)(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1} + \\ & + (\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}\widehat{\Phi}_*(\widehat{\Phi}K)^{-1} + S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}\}R + F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}F_{\tilde{u}*}C) ds. \end{aligned} \quad (10.79)$$

За методом Вінера-Колмогорова перша варіація функціоналу (10.79) дорівнює

$$\begin{aligned} \delta\tilde{e} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ ([M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M + C]F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0} + \\ & + M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0} - M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}R \times \\ & \times [(\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}P_*K^{\#} + S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}N_{0*}M_*]\} \delta F_{\tilde{u}*} + \\ & + \delta F_{\tilde{u}}\{S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}F_{\tilde{u}*}[M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M + C] + \\ & + S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M - [K^{\#}PS'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}\widehat{\Phi}_*(\widehat{\Phi}K)^{-1} + \\ & + MN_0S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}]R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M\} ds. \end{aligned} \quad (10.80)$$

У варіацію (10.80) необхідно ввести такі позначення

$$\Gamma_*\Gamma = [M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M + C];$$

$$DD_* = S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0} = M(N_0S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}N_{0*} + S'_{\tilde{\varphi}_0\tilde{\varphi}_0})M_* + S'_{\tilde{\psi}\tilde{\psi}} + K^{\#}PS'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}P_*K^{\#};$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} M_* (\widehat{\Phi} K P^{-1})_* (\widehat{\Phi} K)_*^{-1} R \times \\ \times [(\widehat{\Phi} K)^{-1} (\widehat{\Phi} K P^{-1}) D - (\widehat{\Phi} K)^{-1} \widehat{\Phi} S'_{\bar{\varphi}\bar{\varphi}} P_* K_*^\# + S'_{\bar{r}_0 \bar{r}_0} N_{0*} M_*]. \quad (10.81)$$

У позначеннях (10.81) варіація (10.80) перетворюється так

$$\delta \tilde{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\Gamma_* (\Gamma F_{\bar{u}} D + T) D_* \delta F_{\bar{u}*} + \delta F_{\bar{u}} D (D_* F_{\bar{u}*} \Gamma_* + T_*) \Gamma] ds,$$

а умова тотожної рівності варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій, що варіюються, буде такою

$$\Gamma F_{\bar{u}} D = -(T_0 + T_+).$$

Алгоритм синтезу за вихідними даними розв'язуваної задачі має вигляд

$$\widehat{F}_{\bar{u}} = -\Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1} \quad (10.82)$$

Оптимальна структура (матриця передавальних функцій замкнутого контуру (рис.10.4)) $\widehat{F}_{\hat{r}}$ при цьому така

$$\widehat{F}_{\hat{r}} = (\widehat{\Phi} K P^{-1}) (\widehat{F}_{\bar{u}} M + E_n), \quad (10.83)$$

а оптимальна структура матриці передавальних функцій регулятора \widehat{W} в системі стабілізації визначається виразом

$$\widehat{W} = (\widehat{F}_{\bar{u}}) (\widehat{F}_{\hat{r}})^{-1}. \quad (10.84)$$

Таким чином, поставлене вище завдання синтезу оптимальної структури регулятора \widehat{W} вирішено повністю.

10.3.3 Завдання та алгоритм синтезу оптимальної робастної системи стабілізації об'єкта на заданій траєкторії руху

Структурна схема досліджуваної у цьому випадку системи стабілізації не відрізняється від наведеної на рисунку 10.4, проте тепер необхідно при синтезі регулятора враховувати вектор сигналів $\tilde{\chi}$, враховуючи, що він становить різницю векторів

$$\tilde{\chi} = -M\tilde{u} + \tilde{\eta}_0 = (-M F_{\bar{u}} + E_n) \tilde{\eta}_0 \quad (10.85)$$

і вважаючи, що його врахування у процедурі синтезу регулятора може суттєво посилити властивість робастності синтезованої системи.

Як і в задачі синтезу регулятора (пункт 10.3.2) у розглянутій задачі справедливий вираз (10.75) для вихідного вектора системи

$$\tilde{r} = (\widehat{\Phi}K)^{-1}[(\widehat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)\tilde{\eta}_0 - \widehat{\Phi}\tilde{\varphi}],$$

а також вираз вектора помилок стабілізації досліджуваної системи

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{r} - \tilde{r}_0 = (\widehat{\Phi}K)^{-1}[(\widehat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)\tilde{\eta}_0 - [(\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}\tilde{\varphi} + \tilde{r}_0]]$$

і матриці транспонованих спектральних щільностей зазначеного вектора $\tilde{\varepsilon}$

$$\begin{aligned} S'_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}} &= (\widehat{\Phi}K)^{-1}[(\widehat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}(F_{\tilde{u}*}M_* + E_n)(\widehat{\Phi}KP^{-1})_* (\widehat{\Phi}K)^{-1}_* - \\ &- (\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)[S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}_0}\widehat{\Phi}_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{\eta}_0}] - \\ &- [(\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\varphi}} + S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{r}_0}](F_{\tilde{u}*}M_* + E_n)(\widehat{\Phi}KP^{-1})_* (\widehat{\Phi}K)^{-1}_* + \\ &+ (\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}\widehat{\Phi}_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}, \end{aligned} \quad (10.76)$$

Транспонована матриця спектральних щільностей вектора управління \tilde{u} в системі визначається виразом (10.77)

$$S'_{\tilde{u}\tilde{u}} = F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}F_{\tilde{u}*}.$$

Для забезпечення бажаної властивості робастності синтезованої оптимальної системи стабілізації доцільно використовувати такий функціонал якості

$$\tilde{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr (S'_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}}R + S'_{\tilde{u}\tilde{u}}C + S'_{\tilde{\chi}\tilde{\eta}_0}A + AS'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\chi}}) ds, \quad (10.86)$$

де $S'_{\tilde{\chi}\tilde{\eta}_0}$ і $S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\chi}}$ - транспоновані матриці взаємних спектральних щільностей векторів $\tilde{\chi}$ і $\tilde{\eta}_0$, а R , C і A - позитивно визначені вагові матриці.

Транспоновані матриці взаємних спектральних щільностей, використовуючи формулу (10.85), можна визначити за теоремою Вінера-Хінчина таким чином

$$S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\chi}} = (-MF_{\tilde{u}} + E_n)S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}; S'_{\tilde{\chi}\tilde{\eta}_0} = S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}(-M_*F_{\tilde{u}*} + E_n). \quad (10.87)$$

Підстановка виразів (10.76, 10.77 та 10.87) у функціонал (10.86) представляє останній у вигляді:

$$\begin{aligned} \tilde{e} &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr (((\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}(F_{\tilde{u}*}M_* + E_n)(\widehat{\Phi}KP^{-1})_* \times \\ &\times (\widehat{\Phi}K)^{-1}_* - (\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)[S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}_0}\widehat{\Phi}_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{\eta}_0}] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -[(\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\varphi}} + S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{r}_0}](F_{\tilde{u}*}M_* + E_n)(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_* + \\
& + (\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}\widehat{\Phi}_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}\}R + F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}F_{\tilde{u}*}C + \\
& + S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}(-M_*F_{\tilde{u}*} + E_n)\Lambda + \Lambda(-MF_{\tilde{u}} + E_n)S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0})ds. \tag{10.88}
\end{aligned}$$

Як і раніше, завдання синтезу оптимальної структури $F_{\tilde{u}}$ має вирішуватися методом Вінера-Колмогорова. Перша варіація $\delta\tilde{e}$ функціоналу (10.88) матиме вигляд

$$\begin{aligned}
\delta\tilde{e} = & \frac{1}{j} \int_{-j^\infty}^{j^\infty} tr \{ ([M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_*R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M + C]F_{\tilde{u}}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0} + \\
& + M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_*R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0} - M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_*R \times \\
& \times [(\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\varphi}} + S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{r}_0}] - M_*\Lambda S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}\}\delta F_{\tilde{u}*} + \\
& + \delta F_{\tilde{u}}\{S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}F_{\tilde{u}*}[M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_*R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M + C] + \\
& + S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_*R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M - [S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}_0}\widehat{\Phi}_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_* + S'_{\tilde{r}_0\tilde{\eta}_0}] \times \\
& \times R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M - S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}\Lambda M\})\}ds. \tag{10.89}
\end{aligned}$$

де $S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\varphi}} = S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}P_*K_*^\#, S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\eta}_0} = K^\#PS'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}};$

$$S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{r}_0} = S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}N_{0*}M_*, S'_{\tilde{r}_0\tilde{\eta}_0} = MN_{0*}S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}.$$

У виразі (10.89) необхідно ввести такі позначення

$$\Gamma_{0*}\Gamma_0 = [M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_*R(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})M + C]; D_0D_{0*} = S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0};$$

$$\begin{aligned}
T_0 = & T_{00} + T_{0+} + T_{0-} = \Gamma_{0*}^{-1}\{M_*(\widehat{\Phi}KP^{-1})_*(\widehat{\Phi}K)^{-1}_*R[(\widehat{\Phi}K)^{-1}(\widehat{\Phi}KP^{-1})S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0} - \\
& - (\widehat{\Phi}K)^{-1}\widehat{\Phi}S'_{\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}}P_*K_*^\# + S'_{\tilde{r}_0\tilde{r}_0}N_{0*}M_*] - M_*\Lambda S'_{\tilde{\eta}_0\tilde{\eta}_0}\}D_{0*}^{-1}. \tag{10.90}
\end{aligned}$$

З урахуванням позначень (10.90) варіація (10.89) є виразом

$$\delta\tilde{e} = \frac{1}{j} \int_{-j^\infty}^{j^\infty} tr [\Gamma_{0*}(\Gamma_0F_{\tilde{u}}D_0 + T_0)D_{0*}\delta F_{\tilde{u}*} + \delta F_{\tilde{u}}D_0(D_{0*}F_{\tilde{u}*}\Gamma_{0*} + T_{0*})\Gamma_0]ds,$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури $\hat{F}_{\tilde{u}}$ за вихідними даними розв'язуваної задачі має вигляд

$$\hat{F}_{\tilde{u}} = -\Gamma_0^{-1}(T_{00} + T_{0+})D_0^{-1}, \tag{10.91}$$

оптимальна матриця передавальних функцій замкнутого контуру системи

буде такою

$$\hat{F}_{\hat{r}} = (\hat{\Phi}KP^{-1})(\hat{F}_{\hat{u}}M + E_n),$$

а оптимальну структуру матриці передавальних функцій регулятора в системі \hat{W} слід визначити за формулою

$$\hat{W} = (\hat{F}_{\hat{u}})(\hat{F}_{\hat{r}})^{-1}. \quad (10.92)$$

Таким чином, поставлена в пункті розділу, що розглядається, завдання синтезу оптимальної робастної системи стабілізації об'єкта на заданій випадковій траєкторії руху вирішена повністю.

РОЗДІЛ 11 ПОСТАНОВКА ТА АЛГОРИТМИ ВИРІШЕННЯ БАЗОВОГО ЗАВДАННЯ СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНИХ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ВПЛИВАХ

З розвитком техніки складаються ситуації, коли у процесах управління особливо рухливими об'єктами необхідно враховувати непередбачувані сигнали і перешкоди вимірів багатьох важкодоступних параметрів. Виникла потреба в оптимальному, саме стохастичному управлінні.

Один із основоположників вчення про стохастичне управління Дж. Сарідіс [43] так визначив особливості стохастичного управління «Завдання стохастичного управління характеризується тим, що ступінь невизначеності, властива досліджуваному процесу, не може бути зменшена в ході процесу за рахунок стохастичної обробки вимірюваних величин». Іншими словами, виникла необхідність алгоритмічно враховувати зовнішні та внутрішні стохастичні збурення у досліджуваній системі. У схемах без зворотнього зв'язку – це взагалі непереборні невизначеності, ступінь яких іноді може бути знижена за допомогою відомостей, одержуваних у процесах роботи досліджень системи. Для цього знадобилися спеціальні методи оцінювання стану керованої системи та її частин, методи ідентифікації моделей динаміки системи та її сигналів, які дозволяли б знижувати ступінь невизначеності в системі безпосередньо в процесі управління або хоча б використовувати отримані результати майбутніх розробок. Деякі ефективні у практиці методи та алгоритми оцінювання та ідентифікації обговорені в перших розділах цієї монографії.

11.1 Основні моменти постановок базових завдань синтезу оптимальних структур частин регуляторів у лінійних системах стохастичної стабілізації

Мета цього розділу монографії – обговорити один із можливих для використання у практиці підходів до вирішення складних завдань оптимальної стохастичної стабілізації у просторі рухомих об'єктів.

Нижче розглядаються постановка та алгоритми розв'язання задачі синтезу оптимальних структур систем стабілізації рухомого об'єкта на заданій траєкторії руху у просторі при врахуванні стохастичних впливів на досліджуваний об'єкт.

На рисунку 11.1 представлена структурна схема досліджуваної системи стабілізації рухомого об'єкта при експлуатаційних стохастичних впливах на

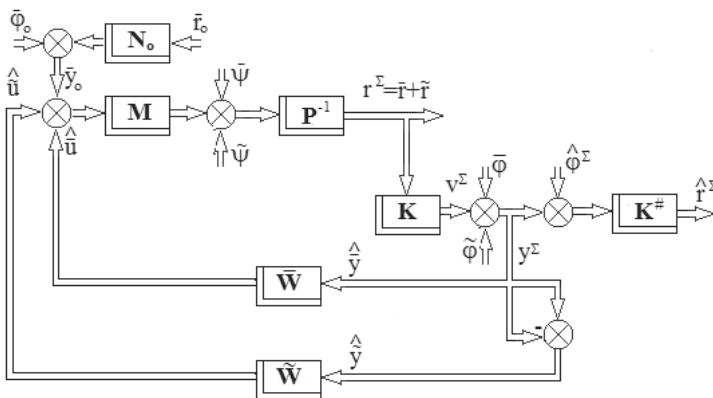


Рис. 11.1. Структурна схема досліджуваної системи стабілізації рухомого об'єкта при стохастичних впливах

нього. Основні позначення та елементи досліджуваної структурної схеми не відрізняються від введених у попередніх розділах монографії. Відмінність лише тому, що вектори, що характеризують детерміновані впливи та сигнали,

позначені рисою над вектором «~», а випадкові вектори впливів і сигналів позначені символом «~» над кожним вектором. Такі ж позначки відрізняють частини регулятора \bar{W} та \tilde{W} в детермінованих і випадкових трактах системи стабілізації. Враховується також обставина, що при практичних дослідженнях системи спочатку можливі лише наближені оцінки детермінованих впливів і сигналів.

Потім, враховуючи вже зазначені оцінки, у ряді випадків, можливо, приблизно оцінювати і випадкові вектори впливів і сигналів.

На структурній схемі системи (рис 11.1) представлені вектори наступних впливів та сигналів:

вектор заданої детермінованої програми руху об'єкта

$$\bar{y}_0 = (N_0 \bar{r}_0 + \bar{\varphi}_0); \quad (11.1)$$

вектор сумарного детермінованого впливу на об'єкт стабілізації

$$\hat{\eta}_0 = M(N_0 \bar{r}_0 + \bar{\varphi}_0) + \hat{\psi} + \hat{\zeta} = M(N_0 \bar{r}_0 + \bar{\varphi}_0) + \hat{\psi} + PK^\# \hat{\varphi}; \quad (11.2)$$

вектор сумарного випадкового стаціонарного впливу

$$\hat{\eta}_0 = \hat{\psi} + \hat{\zeta} = \hat{\psi} + PK^\# \hat{\varphi}. \quad (11.3)$$

Поява доданків векторів $\hat{\zeta}$ і $\hat{\zeta}$ пов'язана з еквівалентним перенесенням векторів перешкод вимірювань $\hat{\varphi}$ і $\hat{\varphi}$ у точку прикладення сумарних впливів безпосередньо на об'єкт стабілізації.

Важливим моментом у викладі матеріалу виявляється вираз, що відображає оцінку вектора \hat{r}^Σ , одержувану за вимірами вектора сумарних сигналів спостереження

$$y^\Sigma = Kr^\Sigma + \hat{\varphi}^\Sigma,$$

тобто вектора

$$\hat{r}^\Sigma = K^\#(y^\Sigma - \hat{\varphi}^\Sigma). \quad (11.4)$$

Визначивши вектори $\hat{\eta}_0$ і $\hat{\eta}_0$ за виразами (11.2) та (11.3), а також враховуючи вираз (11.4), можна таким чином визначити вектор \hat{r}^Σ

$$\hat{r}^\Sigma = K^\#(y^\Sigma - \hat{\varphi}^\Sigma) = K^\#[(KP^{-1})(Mu^\Sigma + \hat{\eta}_0 + \hat{\eta}_0) - \hat{\varphi}^\Sigma], \quad (11.5)$$

а потім побудувати структурну схему досліджуваної системи стабілізації у вигляді, представленою на рисунку 11.2.

Важливо відмітити, що оцінний вектор спектрів випадкових сигналів спостереження $\hat{\hat{y}}$ у цьому варіанті завдання можна отримати лише шляхом віднімання оцінного вектора спектрів детермінованих сигналів спостереження $\hat{\hat{y}}$, одержуваного при випробуваннях системи у процесах її штатного функціонування, з вектора спектрів сумарного спостереження \hat{y}^Σ також фіксованого у процесі випробувань системи.

Після побудови та обстеження стандартної структурної схеми системи стабілізації (рис. 11.2.) з'являється можливість вирішення задачі синтезу оптимальних структур \bar{W} і \hat{W} .

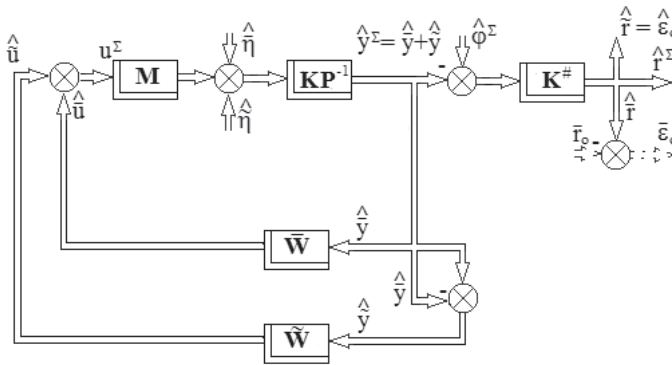


Рис.11.2. Стандартна структурна схема системи стабілізації рухомого об'єкта на заданій траєкторії руху, причому об'єкт піддається стохастичним впливам

Так, за структурною схемою (рис. 11.2) можна скласти опис оцінних векторів сигналів виходів детермінованого тракту системи у такому вигляді

$$\hat{r} = K^\#(\hat{\hat{y}} - \hat{\phi}) = K^\#[(KP^{-1})(M\bar{u} + \hat{\eta}_0) - \hat{\phi}] =$$

$$= K^\#(KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)\hat{\eta}_0 - K^\#\hat{\phi}, \quad (11.6)$$

де $F_{\bar{u}}$ - матриця передавальних функцій замкнутого детермінованого контуру системи стабілізації від збурення $\hat{\eta}_0$ до сигналу управління контурі \bar{u} .

Аналогічно за структурною схемою (рис. 11.2) можна описати вектор оцінок сигналів виходів випадкового тракту досліджуваної системи

$$\begin{aligned} \hat{r} &= K^\#(\hat{y} - \hat{\phi}) = K^\#[(KP^{-1})(M\tilde{u} + \hat{\eta}_0) - \hat{\phi}] = \\ &= K^\#(KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)\hat{\eta}_0 - K^\#\hat{\phi}, \end{aligned} \quad (11.7)$$

де $F_{\tilde{u}}$ - матриця передавальних функцій замкнутого випадкового контуру системи стабілізації від випадкового збурення $\hat{\eta}_0$ до сигналу управління у досліджуваному контурі \tilde{u} .

Таким чином, матриці $F_{\bar{u}}$ і $F_{\tilde{u}}$ є основою рівнянь

$$\bar{u} = F_{\bar{u}}\hat{\eta}_0, \quad (11.8)$$

$$\tilde{u} = F_{\tilde{u}}\hat{\eta}_0. \quad (11.9)$$

Матриця передавальних функцій детермінованого контуру системи від збурення $\hat{\eta}_0$ до виходу контуру \hat{y} позначена $F_{\bar{y}}$, а матриця передавальних функцій випадкового контуру системи від збурення $\hat{\eta}_0$ до виходу контуру \hat{y} позначена $F_{\tilde{y}}$.

Матриці $F_{\bar{y}}$ та $F_{\tilde{y}}$ - базова частина рівнянь

$$\hat{y} = F_{\bar{y}}\hat{\eta}_0, \quad (11.10)$$

$$\hat{y} = F_{\tilde{y}}\hat{\eta}_0. \quad (11.11)$$

Враховуючи рівняння частин регулятора $\bar{u} = \bar{W}\hat{y}$, і $\tilde{u} = \tilde{W}\hat{y}$, а також рівняння (11.8) - (11.11), нескладно скласти алгоритми визначення матриць передавальних функцій \bar{W} і \tilde{W} таким чином

$$\bar{W} = (F_{\bar{u}})(F_{\bar{y}})^{-1}, \quad (11.12)$$

$$\tilde{W} = (F_{\tilde{u}})(F_{\tilde{y}})^{-1}. \quad (11.13)$$

Вважаючи функції $F_{\bar{u}}$ і $F_{\tilde{u}}$ як варійовані у відповідних функціоналах якості стабілізації об'єкта для кожного з досліджуваних контурів, можливо приступати до вирішення намічених вище завдань оптимального синтезу

керуючих структур обох досліджуваних контурів, для цього необхідно ще визначити управління зв'язку між зазначеними матрицями $F_{\bar{u}}$ і $F_{\bar{y}}$, $F_{\bar{u}}$ і $F_{\bar{y}}$. Як впливає із структурної схеми системи (рис. 11.2) та рівнянь

$$\begin{aligned}\hat{y} &= F_{\bar{y}}\hat{\eta}_0 = (KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)\hat{\eta}_0, \\ \hat{y} &= F_{\bar{y}}\hat{\eta}_0 = (KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)\hat{\eta}_0,\end{aligned}$$

шукані рівняння зв'язку будуть такими

$$F_{\bar{y}} = (KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n), \quad (11.14)$$

$$F_{\bar{y}} = (KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n). \quad (11.15)$$

Приступаючи до вирішення наміченої задачі синтезу структури частини регулятора \bar{W} необхідно визначити вектор спектрів оціночних сигналів помилки у детермінованому контурі системи $\bar{\varepsilon}_0$ при виконанні запропонованої програми руху (вектор \bar{r}_0).

11.1.1 Алгоритм розв'язання задачі синтезу оптимальної структури частини регулятора \bar{W} , розташованої в детермінованому контурі системи стабілізації об'єкта

Вектор оціночних сигналів детермінованих виходу системи вже визначений рівнянням (11.6).

Таким чином, вектор помилок визначення оціночних сигналів контуру можна описати так

$$\hat{\varepsilon} = \hat{r} - \bar{r}_0 = K^\#(KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)\hat{\eta}_0 - (K^\#\hat{\varphi} + \bar{r}_0), \quad (11.16)$$

а вектор сигналів управління у детермінованому контурі визначається рівнянням (11.8).

Як відомо із сучасної теорії управління, функціонал якості стабілізації детермінованого контуру на заданій програмі руху буде таким

$$\mathcal{E}_{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}_*R_1 + \bar{u}\bar{u}_*C_1) ds. \quad (11.17)$$

Підстановка виразів (11.16) та (11.8) у функціонал (11.17) дозволить записати останній у вигляді

$$\begin{aligned}
\Xi_{\bar{\varepsilon}} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [K^\#(KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)\hat{\eta}_0 - (K^\#\hat{\varphi} + \bar{r}_0)] \times \\
&\times [\hat{\eta}_0^*(F_{\bar{u}*}M_* + E_n)(KP^{-1})_*K_*^\# - (\hat{\varphi}_*K_*^\# + \bar{r}_{0*})]R_1 + F_{\bar{u}}\hat{\eta}_0\hat{\eta}_{0*}F_{\bar{u}*}C_1\} ds = \\
&= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [K^\#(KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)\hat{\eta}_0\hat{\eta}_{0*}(F_{\bar{u}*}M_* + E_n)(KP^{-1})_*K_*^\# - \\
&- K^\#(KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)(\hat{\eta}_0\hat{\varphi}_*K_*^\# + \hat{\eta}_0\bar{r}_{0*}) - (K^\#\hat{\varphi}\hat{\eta}_{0*} + \bar{r}_0\hat{\eta}_{0*}) \times \\
&\times (F_{\bar{u}*}M_* + E_n)(KP^{-1})_*K_*^\# + (K^\#\hat{\varphi}\hat{\varphi}_*K_*^\# + K^\#\hat{\varphi}\bar{r}_{0*} + \bar{r}_0\hat{\varphi}_*K_*^\# + \bar{r}_0\bar{r}_{0*})] R_1 + \\
&+ F_{\bar{u}}\hat{\eta}_0\hat{\eta}_{0*}F_{\bar{u}*}C_1\} ds. \tag{11.18}
\end{aligned}$$

Вирішуючи поставлене завдання синтезу оптимальної структури \widehat{W} методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (11.18) на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій і умову тотожної рівності її нулю.

Перша варіація функціоналу (11.18) буде такою

$$\begin{aligned}
\delta\Xi_{\bar{\varepsilon}} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ (([M_*(KP^{-1})_*K_*^\#R_1K^\#(KP^{-1})M + C_1]F_{\bar{u}}\hat{\eta}_0\hat{\eta}_{0*} + \\
&+ M_*(KP^{-1})_*K_*^\#R_1K^\#(KP^{-1})\hat{\eta}_0\hat{\eta}_{0*} - M_*(KP^{-1})_*K_*^\#R_1(K^\#\hat{\varphi}\hat{\eta}_{0*} + \\
&\bar{r}_0\hat{\eta}_{0*}))\delta F_{\bar{u}*} + \\
&+ \delta F_{\bar{u}}\{\hat{\eta}_0\hat{\eta}_{0*}F_{\bar{u}*}[M_*(KP^{-1})_*K_*^\#R_1K^\#(KP^{-1})M + C_1] + \hat{\eta}_0\hat{\eta}_{0*}(KP^{-1})_*K_*^\# \times \\
&\times R_1K^\#(KP^{-1})M - (\hat{\eta}_0\hat{\varphi}_*K_*^\# + \hat{\eta}_0\bar{r}_{0*})R_1K^\#(KP^{-1})M\}) ds. \tag{11.19}
\end{aligned}$$

Необхідні такі позначення

$$\begin{aligned}
\bar{\Gamma}_*\bar{\Gamma} &= M_*(KP^{-1})_*K_*^\#R_1K^\#(KP^{-1})M + C_1; \quad \bar{D}\bar{D}_* = \hat{\eta}_0\hat{\eta}_{0*}; \\
\bar{T} &= \bar{T}_0 + \bar{T}_+ + \bar{T}_- = (\bar{\Gamma}_*)^{-1}M_*(KP^{-1})_*K_*^\#R_1[K^\#(KP^{-1})\bar{D} - \\
&- (K^\#\hat{\varphi}\hat{\eta}_{0*} + \bar{r}_0\hat{\eta}_{0*})]. \tag{11.20}
\end{aligned}$$

Умови тотожної рівності її нулю на необхідному класі матриць передавальних функцій $F_{\bar{u}}$ має вигляд

$$\bar{\Gamma}F_{\bar{u}}\bar{D} = -(\bar{T}_0 + \bar{T}_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури $\widehat{F}_{\bar{u}}$ слід записати так

$$\widehat{F}_{\bar{u}} = -(\bar{\Gamma})^{-1}(\bar{T}_0 + \bar{T}_+)(\bar{D})^{-1}. \tag{11.21}$$

Знаючи оптимальну матрицю $\hat{F}_{\bar{u}}$ (11.21), за рівняннями зв'язку (11.4) можливо визначити і оптимальну матрицю $\hat{F}_{\bar{y}}$.

Враховуючи матриці (11.21) та (11.4) та формулу (11.12), можна визначити і оптимальну матрицю передавальних функцій \widehat{W} частини регулятора, розташованої в детермінованому контурі системи стабілізації. Матриця \widehat{W} визначатиметься так

$$\widehat{W} = (\hat{F}_{\bar{u}})(\hat{F}_{\bar{y}})^{-1}. \quad (11.23)$$

Вона підлягає реалізації у відповідній частині обчислювального блоку системи.

11.1.2 Алгоритм вирішення задачі синтезу оптимальної структури частини регулятора \widehat{W} , розташованої в контурі системи стабілізації, схильному до випадкових стаціонарних впливів

Як і в попередньому випадку (пункт 11.2 розділу), спочатку необхідно визначити вектор випадкових складових помилок оцінних сигналів $\tilde{\xi}_0$ в досліджуваному контурі системи стабілізації. Оскільки об'єкт стабілізується лише на детермінованій програмній траєкторії руху, очевидно, що вектор $\tilde{\xi}_0$, що шукається, дорівнюватиме вектору спектрів вихідних випадкових сигналів системи (11.7), тобто

$$\tilde{\xi}_0 = \hat{r}.$$

Відповідно до теореми Вінера-Хінчина, транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\tilde{\xi}_0$ буде такою

$$\begin{aligned} S'_{\tilde{\xi}_0 \tilde{\xi}_0} &= K^\#(KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} \times \\ &\times (F_{\bar{u}*}M_* + E_n)(KP^{-1})_*K_*^\# - K^\#(KP^{-1})(MF_{\bar{u}} + E_n)S'_{\hat{\varphi}_0 \hat{\varphi}_0} K_*^\# - \\ &- K^\#S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\varphi}_0} (F_{\bar{u}*}M_* + E_n)(KP^{-1})_*K_*^\# + K^\#S'_{\hat{\varphi}_0 \hat{\varphi}_0} K_*^\#, \end{aligned} \quad (11.24)$$

а транспонована матриця $S'_{\tilde{u}\tilde{u}}$ спектральних щільностей вектора управління \tilde{u} з урахуванням рівняння (11.9) матиме вигляд

$$S'_{\tilde{u}\tilde{u}} = F_{\tilde{u}} S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} F_{\tilde{u}*}. \quad (11.25)$$

Функціонал якості стабілізації об'єкта досліджуваним контуром системи слід представити так

$$e_{\tilde{z}} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\tilde{z}_0 \tilde{z}_0} R_2 + S'_{\tilde{u}\tilde{u}} C_2) ds. \quad (11.26)$$

Підстановка матриць (11.24) та (11.25) у функціонал (11.26) наводить останній до вигляду

$$\begin{aligned} e_{\tilde{z}} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [K^\#(KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} (F_{\tilde{u}*} M_* + E_n)(KP^{-1})_* K^\# - \\ & - K^\#(KP^{-1})(MF_{\tilde{u}} + E_n)S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} K^\# - K^\# S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\varphi}} (F_{\tilde{u}*} M_* + E_n)(KP^{-1})_* K^\# + \\ & + K^\# S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} K^\#] R_2 + F_{\tilde{u}} S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} F_{\tilde{u}*} C_2 \} ds. \end{aligned} \quad (11.27)$$

Вирішуючи задачу оптимізації функціоналу (11.27) методом Вінера-Колмогорова, необхідно спочатку визначити першу варіацію функціоналу, а потім умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій, що варіюються.

Перша варіація функціоналу (11.27) буде такою

$$\begin{aligned} \delta e_{\tilde{z}} = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\{ \{ M_*(KP^{-1})_* K^\# R_2 K^\# (KP^{-1}) M + C_2 \} F_{\tilde{u}} S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} + \\ & + M_*(KP^{-1})_* K^\# R_2 K^\# (KP^{-1}) S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} - M_*(KP^{-1})_* K^\# R_2 K^\# S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\varphi}} \} \delta F_{\tilde{u}*} + \\ & + \delta F_{\tilde{u}} \{ S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} F_{\tilde{u}*} [M_*(KP^{-1})_* K^\# R_2 K^\# (KP^{-1}) M + C_2 \} + \\ & + S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} (KP^{-1})_* K^\# R_2 K^\# (KP^{-1}) M - S'_{\hat{\varphi} \hat{\eta}_0} K^\# R_2 K^\# (KP^{-1}) M \} \}) ds. \end{aligned} \quad (11.28)$$

З урахуванням виразу (11.2) необхідно ввести такі позначення

$$\tilde{\Gamma}_* \tilde{\Gamma} = M_*(KP^{-1})_* K^\# R_2 K^\# (KP^{-1}) M + C_2; \quad \tilde{D} \tilde{D}_* = S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0};$$

$$\tilde{T} = \tilde{T}_0 + \tilde{T}_+ + \tilde{T}_- = (\tilde{\Gamma}_*)^{-1} M_* (K P^{-1})_* K_*^\# R_2 K^\# [(K P^{-1}) \tilde{D} - S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} K_*^\# P_*], \quad (11.29)$$

а матрицю $S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0}$ спектральних площин вектора $\hat{\eta}_0$ записати так

$$\begin{aligned} S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} &= \langle \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0^* \rangle = \langle (\hat{\psi} + P K^\# \hat{\varphi}) (\hat{\psi} + \hat{\varphi}_* K_*^\# P_*) \rangle = \\ &= S'_{\hat{\psi} \hat{\psi}} + P K^\# S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} K_*^\# P_*. \end{aligned} \quad (11.30)$$

Підстановка позначень (11.29) у варіацію (11.28) дозволяє уявити останню у вигляді

$$\delta e_{\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{j} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr} [\tilde{\Gamma}_* (\tilde{\Gamma} F_{\tilde{u}} \tilde{D} + \tilde{T}) \tilde{D}_* \delta F_{\tilde{u}^*} + \delta F_{\tilde{u}} \tilde{D} (\tilde{D}_* F_{\tilde{u}^*} \tilde{\Gamma}_* + \tilde{T}_*) \tilde{\Gamma}] ds,$$

умову рівності варіації нулю на вказаному вище класі матриць передавальних функцій $F_{\tilde{u}}$ записати так

$$\tilde{\Gamma} F_{\tilde{u}} \tilde{D} = -(\tilde{T}_0 + \tilde{T}_+),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури матриці $\hat{F}_{\tilde{u}}$ потрібно визначити наступним співвідношенням

$$\hat{F}_{\tilde{u}} = -\tilde{\Gamma}^{-1} (\tilde{T}_0 + \tilde{T}_+) \tilde{D}^{-1}. \quad (11.31)$$

Знаючи оптимальну структуру матриці $\hat{F}_{\tilde{u}}$ (11.31) за рівнянням зв'язку (11.15) нескладно оцінити оптимальну структуру матриці передавальних функцій $\hat{F}_{\tilde{y}}$.

Враховуючи матриці (11.31) і (11.14), а також формулу (11.13), можна описати оптимальну структуру матриці передавальних функцій \hat{W} таким чином

$$\hat{W} = (\hat{F}_{\tilde{u}}) (\hat{F}_{\tilde{y}})^{-1}. \quad (11.33)$$

Матриця (11.33) також підлягає реалізації у відповідній частини обчислювального блоку системи стабілізації.

Таким чином, завдання синтезу оптимальної структури регулятора стохастичної системи стабілізації руху стійкого багатовимірного об'єкта за детермінованою програмною траєкторією вирішено повністю.

11.2 Постановка задачі синтезу оптимальних структур спостерігачів, розташованих у стійкому та нестійкому контурах системи стохастичної стабілізації рухомого об'єкта з довільністю у динаміці

У загальному випадку структурна схема системи стохастичної стабілізації на детермінованій траєкторії руху лінійного багатовимірного об'єкта з довільністю в динаміці являє собою громіздку структуру, що включає фактично чотири стабілізуючі контури для парірування детермінованих і випадкових впливів. Зберігаючи незмінними прийняті у попередніх розділах монографії позначення, можна подати зазначену вище структурну схему системи стабілізації, що підлягає дослідженню у розділі рисунком 11.3. Як і раніше рух об'єкта стабілізації описується системою диференціальних рівнянь, перетвореною за Фур'є, виду

$$P^{\wedge Z} = M\hat{u} + \hat{\psi} + \hat{\psi}. \quad (11.34)$$

У досліджуваному варіанті завдання всі використані вектори спектрів сигналів носять оцінний характер (символ « \wedge » згори), а символи «-» і «~» досліджуваних векторів вказують на їх детерміновану або випадкову природу.

Тут вважається, що при випробуваннях вектори \hat{y}^Z і \hat{y}_- (\hat{y}_- , \hat{y}_-) оцінюються безпосередньо, а вектор \hat{y}_+ (\hat{y}_+ , \hat{y}_+) - результат віднімання ($\hat{y}_+ = \hat{y}^Z - \hat{y}_-$), виконаного після експерименту. Усі елементи стійких контурів у системі стабілізації позначені знизу символом «+», проте елементи нестійких контурів – символом «-» знизу. Усі елементи структурної схеми системи, позначені символом « \wedge » є оцінними. Усі блоки на схемі охоплені пунктиром, є єдиними блоками « P^{-1} » і « K » і, коли це необхідно, частинами самих блоків.

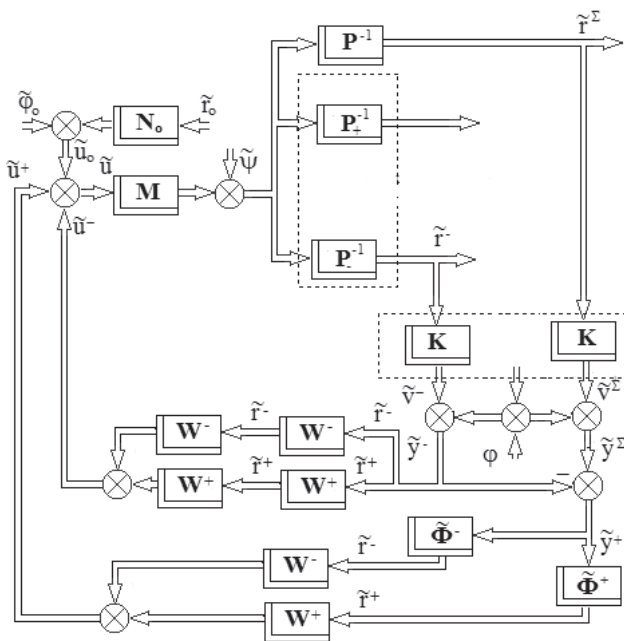


Рис. 11.3. Структурна схема системи стохастичної стабілізації на детермінованій траєкторії руху лінійного об'єкта з довільністю у динаміці з оптимальним спостереженням сигналів виходів об'єкта

Доцільно розпочати вирішення завдань синтезу оптимальних структур спостерігачів $\tilde{\Phi}_-$, $\tilde{\Phi}_-$, $\tilde{\Phi}_+$ і $\tilde{\Phi}_+$ у відповідних контурах стабілізації об'єкта. При розв'язанні задач синтезу оптимальних структур спостерігачів вектор управлінь \hat{u} покладається нульовим, а вихідні вектори сигналів у вимірювальних трактах \tilde{r}_- , \tilde{r}_- , \tilde{r}_+ і \tilde{r}_+ такими

$$\tilde{r}_{0+} = P_+^{-1}\hat{\psi}; \tilde{r}_{0+} = P_+^{-1}\hat{\psi}; \tilde{r}_{0-} = P_-^{-1}\hat{\psi}; \tilde{r}_{0-} = P_-^{-1}\hat{\psi}. \quad (11.35)$$

11.2.1 Алгоритми вирішення задач синтезу оптимальних структур спостерігачів у нестійкому контурі системи стабілізації

Спочатку визначається алгоритм вирішення задачі синтезу оптимальної структури спостерігача $\bar{\Phi}_-$, розташованого в нестійкому контурі системи стабілізації об'єкта і схильного до детермінованих впливів.

Відповідно до структурної схеми (рис. 11.3) вектор сигналів спостереження $\bar{\Phi}_-$ дорівнює

$$\hat{y}_- = K\hat{r}_- + \hat{\phi}. \quad (11.36)$$

З урахуванням рівняння (11.36) легко визначити вектор сигналів виходів синтезованого фільтра $\bar{\Phi}_-$ оптимальну оцінку вектора \hat{x}_- , яка матиме вигляд

$$\hat{x}_- = \bar{\Phi}_-\hat{y}_- = \bar{\Phi}_-(K\hat{r}_- + \hat{\phi}) = \bar{\Phi}_-K\hat{r}_- + \bar{\Phi}_-\hat{\phi}. \quad (11.37)$$

З рівняння (11.37) можна оцінити і вектор вихідних сигналів об'єкта \hat{r}_- таким чином

$$\hat{r}_- = (\bar{\Phi}_-K)^{-1}(\hat{x}_- - \bar{\Phi}_-\hat{\phi}), \quad (11.38)$$

який можна використовувати при побудові стандартної структурної схеми досліджуваної системи стабілізації.

Вектор $\hat{\varepsilon}_{0-}$ сигналів різниці векторів \hat{x}_- (11.37) та \hat{r}_{0-} (11.35), необхідний для синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}_-$ спостерігача у досліджуваному контурі стабілізації має бути представлений так

$$\hat{\varepsilon}_{0-} = \hat{x}_- - \hat{r}_{0-} = \bar{\Phi}_-\hat{y}_- - P_-^{-1}\hat{\psi}. \quad (11.39)$$

Функціонал якості спостереження вектора \hat{r}_{0-} має вигляд

$$\bar{\mathcal{E}}_{0-} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\hat{\varepsilon}_{0-}\hat{\varepsilon}_{0-*}\bar{R}_{0-}) ds, \quad (11.40)$$

який необхідно підставляти вираз (11.39). Після зазначеної підстановки функціонал (11.40) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{E}}_{0-} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(\bar{\Phi}_-\hat{y}_-\hat{y}_{-*}\bar{\Phi}_{-*} - \bar{\Phi}_-\hat{y}_-\hat{\psi}_*P_{-*}^{-1} - P_{-*}^{-1}\hat{\psi}_{-*}\bar{\Phi}_{-*} + \\ & + P_{-*}^{-1}\hat{\psi}_{-*}\hat{\psi}_{-*}P_{-*}^{-1})\bar{R}_{0-}] ds. \end{aligned} \quad (11.41)$$

Вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури $\widehat{\Phi}_-$ методом Вінера-Колмогорова необхідно спочатку визначити першу варіацію функціоналу (11.41), а потім умову тотожної рівності варіації нулю.

Перша варіація функціоналу (11.41) виглядає таким чином

$$\delta \bar{\Xi}_{0-} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\bar{R}_{0-} (\bar{\Phi}_- \hat{y}_- \hat{y}_{-}^* - P_-^{-1} \hat{\psi} \hat{y}_{-}^*) \delta \bar{\Phi}_{-*} + \delta \bar{\Phi}_- (\hat{y}_- \hat{y}_{-}^* \bar{\Phi}_{-*} - \hat{y}_- \hat{\psi}_* P_{-*}^{-1}) \bar{R}_{0-}] ds. \quad (11.42)$$

Доцільно ввести такі позначення

$$\begin{aligned} \bar{R}_{0-} &= \bar{\Gamma}_{0-} \bar{\Gamma}_{0-*}; \quad \bar{D}_{0-*} \bar{D}_{0-} = \hat{y}_- \hat{y}_{-}^*; \\ \bar{T}_{0-} &= \bar{T}_{0-0} + \bar{T}_{0-+} + \bar{T}_{0--} = (\bar{\Gamma}_{0-})^{-1} P_-^{-1} \hat{\psi} \hat{y}_{-}^* (\bar{D}_{0-})^{-1}. \end{aligned} \quad (11.43)$$

З урахуванням позначень (11.43) варіація (11.42) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \delta \bar{\Xi}_{0-} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\bar{\Gamma}_{0-} (\bar{\Gamma}_{0-*} \bar{\Phi}_- \bar{D}_{0-*} - \bar{T}_{0-}) \bar{D}_{0-} \delta \bar{\Phi}_{-*} + \\ &+ \delta \bar{\Phi}_- \bar{D}_{0-*} (\bar{D}_{0-} \bar{\Phi}_- \bar{\Gamma}_{0-} - \bar{T}_{0-}) \bar{\Gamma}_{0-*}] ds, \end{aligned}$$

умова тотожної рівності варіації нулю буде такою

$$\bar{\Gamma}_{0-*} \bar{\Phi}_- \bar{D}_{0-*} = (\bar{T}_{0--}),$$

а алгоритм синтезу структури $\widehat{\Phi}_-$ необхідно записати так

$$\widehat{\Phi}_- = (\bar{\Gamma}_{0-*})^{-1} (\bar{T}_{0--}) (\bar{D}_{0-*})^{-1}. \quad (11.44)$$

Тепер визначається алгоритм вирішення задачі синтезу оптимальної структури спостереження $\widehat{\Phi}_-$, розташованого в нестійкому контурі стабілізації об'єкта, схильного до випадкових впливів.

Вектор $\hat{\varepsilon}_-$ спектрів сигналів різниці векторів \hat{x}_- та \hat{r}_{0-} (11.35), що використовуються для синтезу оптимальної структури $\widehat{\Phi}_-$ спостерігача у досліджуваному контурі стабілізації (рис. 11.3), має вигляд

$$\hat{\varepsilon}_- = \hat{x}_- - \hat{r}_{0-} = \bar{\Phi}_- \hat{y}_- - P_-^{-1} \hat{\psi}. \quad (11.45)$$

Функціонал якості спостереження вектора \hat{r}_{0-} представляється таким

$$\bar{e}_- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\varepsilon_- \varepsilon_-} \bar{R}_{0-}) ds, \quad (11.46)$$

де транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\hat{\varepsilon}_-$, отримана на підставі теореми Вінера-Хінчина, має бути такою

$$\begin{aligned}
& S'_{\tilde{\varepsilon}_- \tilde{\varepsilon}_-} = \\
& = \tilde{\Phi}_- S'_{\tilde{y}_- \tilde{y}_-} \tilde{\Phi}_{-*} - \tilde{\Phi}_- S'_{\tilde{\psi}_- \tilde{y}_-} P_{-*}^{-1} - P_{-*}^{-1} S'_{\tilde{y}_- \tilde{\psi}_-} \tilde{\Phi}_{-*} + P_{-*}^{-1} S'_{\tilde{\psi}_- \tilde{\psi}_-} P_{-*}^{-1}. \quad (11.47)
\end{aligned}$$

За структурною схемою (рис. 11.3) видно, що початковий вектор спостереження \hat{y}_- в досліджуваному тракті системи матиме вигляд

$$\hat{y}_- = K P_{-*}^{-1} \hat{\psi} + \hat{\phi}. \quad (11.48)$$

Використовуючи вираз (11.48) і враховуючи некорельованість векторів $\hat{\psi}$ і $\hat{\phi}$, транспоновану матрицю взаємних спектральних щільностей зазначених векторів $S'_{\tilde{y}_- \tilde{\psi}_-}$ слід подати так

$$S'_{\tilde{y}_- \tilde{\psi}_-} = S'_{\tilde{\psi}_- \tilde{\psi}_-} P_{-*}^{-1} K_*.$$

Завдання синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}_-$ доцільно вирішувати методом Вінера-Колмогорова. Перша варіація функціоналу (11.46) має вигляд

$$\begin{aligned}
\delta \tilde{\varepsilon}_- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\tilde{R}_{0-} (\tilde{\Phi}_- S'_{\tilde{y}_- \tilde{y}_-} - P_{-*}^{-1} S'_{\tilde{y}_- \tilde{\psi}_-}) \delta \tilde{\Phi}_{-*} + \\
+ \delta \tilde{\Phi}_- (S'_{\tilde{y}_- \tilde{y}_-} \tilde{\Phi}_{-*} - S'_{\tilde{\psi}_- \tilde{y}_-} P_{-*}^{-1}) \tilde{R}_{0-}] ds. \quad (11.49)
\end{aligned}$$

Доцільно ввести такі позначення

$$\begin{aligned}
\tilde{\Gamma}_{0-} \tilde{\Gamma}_{0-*} = \tilde{R}_{0-}; \quad \tilde{D}_{0-*} \tilde{D}_{0-} = S'_{\tilde{y}_- \tilde{y}_-}; \\
\tilde{T}_{0-} = \tilde{T}_{0-0} + \tilde{T}_{0-+} + \tilde{T}_{0--} = (\tilde{\Gamma}_{0-})^{-1} P_{-*}^{-1} S'_{\tilde{y}_- \tilde{\psi}_-} (\tilde{D}_{0-})^{-1}. \quad (11.50)
\end{aligned}$$

З урахуванням позначень (11.50) варіація (11.49) набуде вигляду

$$\begin{aligned}
\delta \tilde{\varepsilon}_- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\tilde{\Gamma}_{0-} (\tilde{\Gamma}_{0-*} \tilde{\Phi}_- \tilde{D}_{0-*} - \tilde{T}_{0-}) \tilde{D}_{0-} \delta \tilde{\Phi}_{-*} + \\
+ \delta \tilde{\Phi}_- \tilde{D}_{0-*} (\tilde{D}_{0-} \tilde{\Phi}_- \tilde{\Gamma}_{0-} - \tilde{T}_{0-*}) \tilde{\Gamma}_{0-*}] ds,
\end{aligned}$$

Умова тотожної рівності варіації (11.49) нулю буде такою

$$\tilde{\Gamma}_{0-*} \tilde{\Phi}_- \tilde{D}_{0-*} = (\tilde{T}_{0--}),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}_-$ спостерігача за вихідними даними розв'язуваної задачі має бути таким

$$\hat{\Phi}_- = (\tilde{\Gamma}_{0-*})^{-1} (\tilde{T}_{0--}) (\tilde{D}_{0-*})^{-1} \quad (11.51)$$

Отриманий результат дозволяє перейти до розгляду сталого контуру стабілізації.

11.2.2 Алгоритм розв'язання задач оптимальних структур спостерегачів, розташованих у стійкому контурі досліджуваної системи стабілізації

Спочатку визначається відповідно до структурної схеми (рис. 11.3) оцінка вектора спектрів сигналів спостереження \hat{y}_+ , яка знаходиться як різниця векторів $\hat{y}^S - \hat{y}_-$ і поділяється на оцінки векторів \hat{y}_+ і $\hat{\hat{y}}_+$. Найкраща точна оцінка $\hat{\hat{x}}_+$ детермінованих виходів є таким чином

$$\hat{\hat{x}}_+ = \bar{\Phi}_+ \hat{y}_+,$$

а різниця векторів $\hat{\hat{x}}_+$ та \bar{r}_{0+} (11.35) визначає оцінку вектора помилок

$$\hat{\hat{e}}_{0+} = \hat{\hat{x}}_+ - \bar{r}_{0+} = \bar{\Phi}_+ \hat{y}_+ - P_+^{-1} \hat{\psi}. \quad (11.52)$$

Функціонал якості спостереження вектора \hat{r}_{0+} тоді має бути таким

$$\bar{E}_{0+} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\hat{\hat{e}}_{0+} \hat{\hat{e}}_{0+}^* \bar{R}_{0+}) ds.$$

Після підстановки у нього виразів (11.52) цей функціонал представляється як

$$\begin{aligned} \bar{E}_{0+} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[(\bar{\Phi}_+ \hat{y}_+ - P_+^{-1} \hat{\psi})(\hat{y}_{+*} \bar{\Phi}_{+*} - \hat{\psi}_* P_{+*}^{-1}) \bar{R}_{0+}] ds = \\ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[(\bar{\Phi}_+ \hat{y}_+ \hat{y}_{+*} \bar{\Phi}_{+*} - \bar{\Phi}_+ \hat{y}_+ \hat{\psi}_* P_{+*}^{-1} - P_+^{-1} \hat{\psi} \hat{y}_{+*} \bar{\Phi}_{+*} + \\ &+ P_+^{-1} \hat{\psi} \hat{\psi}_* P_{+*}^{-1}) \bar{R}_{0+}] ds \end{aligned} \quad (11.53)$$

Вирішуючи поставлену задачу синтезу оптимальної структури $\hat{\hat{\Phi}}_+$ методом Вінера-Колмогорова, спочатку необхідно визначити першу варіацію функціоналу (11.53), а потім умову тотожної рівності цієї варіації нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць варійованих передавальних функцій $\bar{\Phi}_+$.

Перша варіація функціоналу (11.53) буде такою

$$\begin{aligned} \delta \bar{E}_{0+} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}[\bar{R}_{0+} (\bar{\Phi}_+ \hat{y}_+ \hat{y}_{+*} - P_+^{-1} \hat{\psi} \hat{y}_{+*}) \delta \bar{\Phi}_{+*} + \\ &+ \delta \bar{\Phi}_+ (\hat{y}_+ \hat{y}_{+*} \bar{\Phi}_{+*} - \hat{y}_+ \hat{\psi}_* P_{+*}^{-1}) \bar{R}_{0+}] ds \end{aligned} \quad (11.54)$$

Доцільне введення наступних позначень

$$\bar{\Gamma}_{0+*}\bar{\Gamma}_{0+} = \bar{R}_{0+}; \bar{D}_{0+}\bar{D}_{0+*} = \hat{y}_+\hat{y}_{+*};$$

$$\bar{T}_{0+} = \bar{T}_{0+0} + \bar{T}_{0++} + \bar{T}_{0+-} = (\bar{\Gamma}_{0+*})^{-1}P_+^{-1}\hat{\psi}\hat{y}_{+*}(\bar{D}_{0+*})^{-1}. \quad (11.55)$$

З урахуванням позначень (11.43) варіація (11.42) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \delta\bar{\mathcal{E}}_{0+} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\bar{\Gamma}_{0+*}(\bar{\Gamma}_{0+}\bar{\Phi}_+\bar{D}_{0+} - \bar{T}_{0+})\bar{D}_{0+*}\delta\bar{\Phi}_{+*} + \\ & + \delta\bar{\Phi}_+\bar{D}_{0+}(\bar{D}_{0+*}\bar{\Phi}_{+*}\bar{\Gamma}_{0+*} - \bar{T}_{0+*})\bar{\Gamma}_{0+}] ds, \end{aligned}$$

умова тотожної рівності варіації (11.54) нулю записується так

$$\bar{\Gamma}_{0+}\bar{\Phi}_+\bar{D}_{0+} = (\bar{T}_{0+0} + \bar{T}_{0++}),$$

а алгоритм синтезу за вихідними даними завдання оптимальної структури

спостерігача $\hat{\Phi}_+$ виражається рівнянням

$$\hat{\Phi}_+ = (\bar{\Gamma}_{0+})^{-1}(\bar{T}_{0+0} + \bar{T}_{0++})(\bar{D}_{0+})^{-1}. \quad (11.56)$$

Нижче визначається алгоритм розв'язання задачі синтезу оптимальної структури спостерігача, розташованого у стійкому контурі стабілізації об'єкта та схильного до випадкових впливів.

Вектор $\hat{\varepsilon}_+$ сигналів різниці векторів \hat{x}_+ та \tilde{r}_{0+} (11.35), необхідний для процедури синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}_+$ спостерігача у досліджуваному контурі стабілізації (рис.11.3), має вигляд

$$\hat{\varepsilon}_+ = \hat{x}_+ - \tilde{r}_{0+} = \tilde{\Phi}_+\hat{y}_+ - P_+^{-1}\hat{\psi}. \quad (11.57)$$

Функціонал якості спостереження вектора \hat{r}_{0+} тоді має бути таким

$$\bar{e}_+ = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\bar{\varepsilon}_+\bar{\varepsilon}_+}\bar{R}_{0+}) ds, \quad (11.58)$$

де $S'_{\bar{\varepsilon}_+\bar{\varepsilon}_+}$ - транспонована матриця спектральних щільностей вектора $\hat{\varepsilon}_+$, отримана на підставі теореми Вінера-Хінчина, така

$$\begin{aligned} & S'_{\bar{\varepsilon}_+\bar{\varepsilon}_+} = \\ = & \tilde{\Phi}_+S'_{\hat{y}_+\hat{y}_+}\tilde{\Phi}_{+*} - \tilde{\Phi}_+S'_{\hat{\psi}\hat{y}_+}P_{+*}^{-1} - P_+^{-1}S'_{\hat{y}_+\hat{\psi}}\tilde{\Phi}_{+*} + P_+^{-1}S'_{\hat{\psi}\hat{\psi}}P_{+*}^{-1}. \end{aligned} \quad (11.59)$$

На структурній схемі (рис.11.3) показано, що вектор \hat{y}_+ , що спостерігається в цьому випадку, може бути обчислений за векторами шумів і збурень

$$\hat{y}_+ = \hat{y}^z - \hat{y}_- = KP_+^{-1}\hat{\psi} + \hat{\phi}. \quad (11.60)$$

Використавши рівняння (11.60) та враховуючи факт некорельованості векторів $\hat{\psi}$ і $\hat{\phi}$, транспоновану матрицю взаємних спектральних щільностей зазначених векторів слід оцінювати так

$$S'_{\hat{y}_+\hat{\psi}} = S'_{\tilde{\psi}\tilde{\psi}}P_{+*}^{-1}K_*.$$

Завдання синтезу оптимальної структури $\hat{\Phi}_+$ доцільно вирішувати також методом Вінера-Колмогорова. Перша варіація функціоналу (11.58) має вигляд

$$\begin{aligned} \delta \tilde{e}_+ = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\tilde{R}_{0+}(\tilde{\Phi}_+ S'_{\hat{y}_+\hat{y}_+} - P_+^{-1} S'_{\hat{y}_+\tilde{\psi}}) \delta \tilde{\Phi}_{+*} + \\ & + \delta \tilde{\Phi}_+ (S'_{\hat{y}_+\hat{y}_+} \tilde{\Phi}_{+*} - S'_{\tilde{\psi}\hat{y}_+} P_{+*}^{-1}) \tilde{R}_{0+}] ds. \end{aligned} \quad (11.61)$$

Доцільно ввести позначення у варіацію

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{0+*} \tilde{\Gamma}_{0+} = \tilde{R}_{0+}; \quad \tilde{D}_{0+} \tilde{D}_{0+*} = S'_{\hat{y}_+\hat{y}_+}; \\ \tilde{T}_{0+} = \tilde{T}_{0+0} + \tilde{T}_{0++} + \tilde{T}_{0+-} = (\tilde{\Gamma}_{0+*})^{-1} P_+^{-1} S'_{\hat{y}_+\tilde{\psi}} (\tilde{D}_{0+})^{-1}. \end{aligned} \quad (11.62)$$

З урахуванням позначень (11.50) варіація (11.49) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \delta \tilde{e}_+ = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\tilde{\Gamma}_{0+*} (\tilde{\Gamma}_{0+} \tilde{\Phi}_+ \tilde{D}_{0+} - \tilde{T}_{0+}) \tilde{D}_{0+*} \delta \tilde{\Phi}_{+*} + \\ & + \delta \tilde{\Phi}_+ \tilde{D}_{0+} (\tilde{D}_{0+*} \tilde{\Phi}_{+*} \tilde{\Gamma}_{0+*} - \tilde{T}_{0+*}) \tilde{\Gamma}_{0+}] ds, \end{aligned}$$

умова тотожної рівності варіації (11.61) нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць передавальних функцій, що варіюються, виглядає так

$$\tilde{\Gamma}_{0+} \tilde{\Phi}_+ \tilde{D}_{0+} = (\tilde{T}_{0+0} + \tilde{T}_{0++}),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури матриці передавальних функцій спостерігача $\hat{\Phi}_+$ формалізований у вигляді співвідношення

$$\hat{\Phi}_+ = (\tilde{\Gamma}_{0+})^{-1} (\tilde{T}_{0+0} + \tilde{T}_{0++}) (\tilde{D}_{0+})^{-1}. \quad (11.63)$$

Після визначення оптимальних структур частин спостерігача в системі стабілізації з'являється можливість синтезувати структури частин \bar{W}_- , \tilde{W}_- , \bar{W}_+ і \tilde{W}_+ регулятора в досліджуваній системі.

11.3 Постановка задач синтезу оптимальних структур частин регулятора у стійкому та нестійкому контурах досліджуваної системи стабілізації

З урахуванням структурної схеми (рис. 11.3), базових результатів пункту 11.3 та деяких результатів пункту 11.2 можливо скласти стандартну структурну схему системи стохастичної стабілізації, що досліджується (рис. 11.4). За аналогією з пунктом 11.2 (формули (11.2) та (11.3)) на рисунку 11.4 показані приведені збурення

$$\hat{\eta} = M(N_0 \bar{r}_0 + \bar{\varphi}_0) + \bar{\psi} + PK^{\#} \hat{\varphi};$$

$$\hat{\eta}_0 = \hat{\psi} + PK^{\#} \hat{\varphi}. \quad (11.64)$$

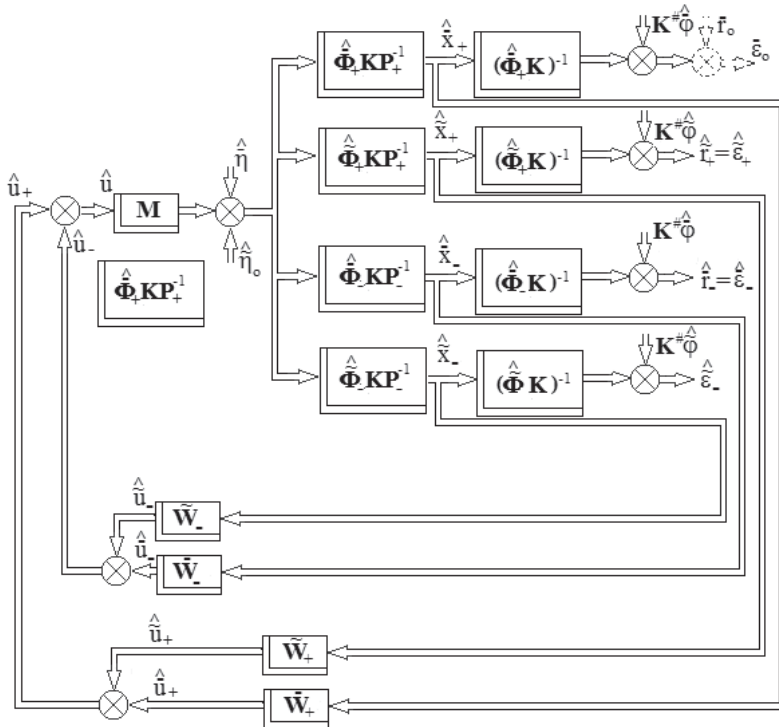


Рис. 11.4. Стандартна структурна схема досліджуваної системи стохастичної стабілізації рухомого об'єкта

Зі структурної схеми (рис. 11.4.) можна зробити висновок, що досліджувана система стохастичної стабілізації включає два стійких і два нестійких контури стабілізації. У перших двох визначенню підлягають оптимальні структури матриць передавальних функцій \bar{W}_+ і \tilde{W}_+ перших двох частин регулятора в системі, у других - оптимальні структури \bar{W}_- і \tilde{W}_- третьої і четвертої частин регулятора. Якість стабілізації визначає в першу чергу вектор $\bar{\varepsilon}_0$, що характеризує відхилення рухомого об'єкта від детермінованої програми руху, а вектори відхилень об'єкта від програми \hat{r}_+ , \hat{r}_- та \hat{r}_- також повинні бути зменшені. Покладається також, що базові вектори $\hat{u} = \hat{u}_+ + \hat{u}_-$, $\hat{\eta}$ та $\hat{\eta}$ діють злагоджено та не протидіють один одному.

11.3.1 Алгоритми вирішення задач синтезу оптимальних структур \bar{W}_- і \tilde{W}_- частин регулятора (нестійкі контури)

Для вирішення задачі синтезу оптимальної структури \bar{W}_- частини регулятора в нестійкому контурі, що парує детермінованому впливу, спочатку необхідно скласти рівняння вектора вихідних сигналів досліджуваного контуру \hat{x}_- , яке відповідно до схеми (рис. 11.4) має вигляд

$$\begin{aligned} \hat{x}_- &= (\hat{\Phi}_-K)^{-1}(\hat{x}_- - \hat{\Phi}_-\hat{\phi}) = (\hat{\Phi}_-K)^{-1}[(\hat{\Phi}_-KP^{-1})(M\hat{u}_- + \hat{\eta}) - \hat{\Phi}_-\hat{\phi}] = \\ &= (\hat{\Phi}_-K)^{-1}[(\hat{\Phi}_-KP^{-1})(MF_{\hat{u}_-} + E_n)\hat{\eta}_0 - \hat{\Phi}_-\hat{\phi}], \end{aligned} \quad (11.65)$$

де $F_{\hat{u}_-}$ - матриця передавальних функцій замкнутого контуру від вектора наведених збурень $\hat{\eta}$ до вектора сигналів керування контуром \hat{u} . Матриця $F_{\hat{u}_-}$ пов'язана з матрицею $F_{\hat{x}_-}$ рівнянням виду

$$F_{\hat{x}_-} = (\hat{\Phi}_-KP^{-1})(MF_{\hat{u}_-} + E_n). \quad (11.66)$$

Шукана матриця передавальних функцій \bar{W}_- частини регулятора в досліджуваному контурі, як впливає з рівнянь

$$\hat{u}_- = F_{\hat{u}_-}\hat{\eta} = \bar{W}_-F_{\hat{x}_-}\hat{\eta},$$

може бути знайдена з наступного співвідношення

$$\bar{W}_- = (F_{\hat{u}_-})(F_{\hat{x}_-})^{-1}. \quad (11.67)$$

Матриця $F_{\bar{u}_-}$ є частиною рівнянь (11.65) і (11.66) і може служити як варійована в процедурах синтезу оптимальної структури частини регулятора \bar{W}_- .

Як функціонал якості стабілізації об'єкта досліджуванним контуром системи можна використовувати такий

$$\bar{\Xi}_- = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\hat{r} \hat{r}_* \bar{R}_1 + \hat{u}_- \hat{u}_* \bar{C}_1) ds. \quad (11.68)$$

Підстановка у функціонал (11.68) виразів (11.65) та (11.66) дозволяє записати останній у вигляді

$$\begin{aligned} \bar{\Xi}_- &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ (\hat{\Phi}_- K)^{-1} [(\hat{\Phi}_- K P^{-1}) (M F_{\bar{u}_-} + E_n) \hat{\eta}_0 - \hat{\Phi}_- \hat{\phi}] \times \\ &\times [\hat{\eta}_0^* (F_{\bar{u}_*} M_* + E_n) (\hat{\Phi}_- K P^{-1})_* - \hat{\phi}_* \hat{\Phi}_*] (\hat{\Phi}_- K)^{-1} \bar{R}_1 + \\ &F_{\bar{u}_-} \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0^* F_{\bar{u}_*} \bar{C}_1 \} ds = \\ &= \\ &\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ (\hat{\Phi}_- K)^{-1} [(\hat{\Phi}_- K P^{-1}) (M F_{\bar{u}_-} + E_n) \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0^* (F_{\bar{u}_*} M_* + E_n) (\hat{\Phi}_- K P^{-1})_* - \\ &- (\hat{\Phi}_- K P^{-1}) (M F_{\bar{u}_-} + E_n) \hat{\eta}_0 \hat{\phi}_* \hat{\Phi}_* - \hat{\Phi}_- \hat{\phi} \hat{\eta}_0^* (F_{\bar{u}_*} M_* + E_n) (\hat{\Phi}_- K P^{-1})_* + \\ &+ \hat{\Phi}_- \hat{\phi} \hat{\phi}_* \hat{\Phi}_*] (\hat{\Phi}_- K)^{-1} \bar{R}_1 + F_{\bar{u}_-} \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0^* F_{\bar{u}_*} \bar{C}_1 \} ds \end{aligned} \quad (11.69)$$

Вирішуючи завдання синтезу оптимальних структур матриць передавальних функцій регулятора у системі стабілізації методом Вінера-Колмогорова, необхідно спочатку визначити першу варіацію функціоналу (11.69), а потім умову тотожної рівності її нулю. Перша варіація функціоналу (11.69) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \delta \bar{\Xi}_- &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ ([M_* (\hat{\Phi}_- K P^{-1})_* (\hat{\Phi}_- K)^{-1} \bar{R}_1 (\hat{\Phi}_- K)^{-1} (\hat{\Phi}_- K P^{-1}) M + \bar{C}_1] \times \\ &F_{\bar{u}_-} \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0^* + M_* (\hat{\Phi}_- K P^{-1})_* (\hat{\Phi}_- K)^{-1} \bar{R}_1 (\hat{\Phi}_- K)^{-1} (\hat{\Phi}_- K P^{-1}) \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0^* - \\ &M_* (\hat{\Phi}_- K P^{-1})_* (\hat{\Phi}_- K)^{-1} \bar{R}_1 \hat{\Phi}_- \hat{\phi} \hat{\eta}_0^* \} \delta F_{\bar{u}_*} + \\ &+ \delta F_{\bar{u}_-} \{ \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0^* F_{\bar{u}_*} [M_* (\hat{\Phi}_- K P^{-1})_* (\hat{\Phi}_- K)^{-1} \bar{R}_1 (\hat{\Phi}_- K)^{-1} (\hat{\Phi}_- K P^{-1}) M + \bar{C}_1] + \\ &+ \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0^* (\hat{\Phi}_- K P^{-1})_* (\hat{\Phi}_- K)^{-1} \bar{R}_1 (\hat{\Phi}_- K)^{-1} (\hat{\Phi}_- K P^{-1}) M - \end{aligned}$$

$$-\hat{\eta}_0 \hat{\varphi}_* \hat{\Phi}_{-s} \bar{R}_1 (\hat{\Phi}_{-K})^{-1} (\hat{\Phi}_{-K} P^{-1} M)) ds. \quad (11.70)$$

Необхідно ввести позначення

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_{-*} \bar{\Gamma}_{-} &= M_* (\hat{\Phi}_{-K} P^{-1})_* (\hat{\Phi}_{-K})_*^{-1} \bar{R}_1 (\hat{\Phi}_{-K})^{-1} (\hat{\Phi}_{-K} P^{-1}) M + \bar{C}_1; \bar{D}_{-} \bar{D}_{-*} = \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_{0*}; \\ \bar{T}_{-} &= \bar{T}_{-0} + \bar{T}_{-+} + \bar{T}_{--} = (\bar{\Gamma}_{-})^{-1} M_* (\hat{\Phi}_{-K} P^{-1})_* (\hat{\Phi}_{-K})_*^{-1} \bar{R}_1 \times \\ &\times [(\hat{\Phi}_{-K})^{-1} (\hat{\Phi}_{-K} P^{-1}) \hat{\eta}_0 \hat{\eta}_{0*} - \hat{\Phi}_{-} \hat{\varphi} \hat{\eta}_{0*}] (\bar{D}_{-})^{-1}. \end{aligned} \quad (11.71)$$

Варіація (11.70) з урахуванням позначень (11.71) матиме такий вигляд

$$\begin{aligned} \delta \bar{E}_{-} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\bar{\Gamma}_{-*} (\bar{\Gamma}_{-} F_{\bar{u}_{-}} \bar{D}_{-} + \bar{T}_{-}) \bar{D}_{-*} \delta F_{\bar{u}_{-*}} + \\ &+ \delta F_{\bar{u}_{-}} \bar{D}_{-} (\bar{D}_{-*} F_{\bar{u}_{-*}} \bar{\Gamma}_{-*} + \bar{T}_{-*}) \bar{\Gamma}_{-}] ds. \end{aligned}$$

Умова її тотожної рівності нулю є рівнянням

$$\bar{\Gamma}_{-} F_{\bar{u}_{-}} \bar{D}_{-} = -(\bar{T}_{-+} + \bar{T}_{--}),$$

рішення якого формалізує алгоритм синтезу оптимальної структури матриці

$\hat{F}_{\bar{u}_{-}}$ таким співвідношенням

$$\hat{F}_{\bar{u}_{-}} = -(\bar{\Gamma}_{-})^{-1} (\bar{T}_{-+} + \bar{T}_{--}) (\bar{D}_{-})^{-1}. \quad (11.72)$$

Скориставшись виразом (11.66) і рівнянням (11.67), враховуючи матрицю (11.72), співвідношення визначення структури \hat{W}_{-} частини регулятора в нестійкому контурі системи стабілізації слід записати так

$$\hat{W}_{-} = (\hat{F}_{\bar{u}_{-}}) (\hat{F}_{\hat{x}_{-}})^{-1}. \quad (11.73)$$

Таким чином, оптимальна структура матриці передавальних функцій частини регулятора нестійкого контуру системи \hat{W}_{-} , схильна до дії детермінованих збурень в системі визначена.

Наступною стадією вирішення задачі синтезу буде синтез оптимальної структури W - другої частини регулятора в нестійких контурах системи стабілізації. Для її виконання, як і раніше, спочатку необхідно скласти рівняння вектора вихідних сигналів досліджуваного контуру \hat{r}_{-} , яке відповідно до схеми (рис.11.4) має вигляд

$$\begin{aligned} \hat{r}_{-} &= (\hat{\Phi}_{-K})^{-1} (\hat{\hat{x}}_{-} - \hat{\Phi}_{-} \hat{\varphi}) = (\hat{\Phi}_{-K})^{-1} [(\hat{\Phi}_{-K} P^{-1}) (M \hat{u}_{-} + \hat{\eta}) - \hat{\Phi}_{-} \hat{\varphi}] = \\ &= (\hat{\Phi}_{-K})^{-1} [(\hat{\Phi}_{-K} P^{-1}) (M F_{\bar{u}_{-}} + E_n) \hat{\eta}_0 - \hat{\Phi}_{-} \hat{\varphi}], \end{aligned} \quad (11.74)$$

де $F_{\tilde{u}_-}$ - матриця передавальних функцій замкнутого контуру від вектора випадкових збурень $\hat{\eta}$ до вектора випадкових сигналів керування контуром \hat{u}_- . Матриця $F_{\tilde{u}_-}$ пов'язана з матрицею передавальних функцій контуру $F_{\hat{x}_-}$ від вектора збурень $\hat{\eta}$ до вектора виходів контуру \hat{x}_- , і визначається рівнянням

$$F_{\hat{x}_-} = (\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})(MF_{\tilde{u}_-} + E_n). \quad (11.75)$$

Шукана матриця передавальних функцій \tilde{W}_- частини регулятора в досліджуваному нестійкому контурі, як це випливає з рівнянь

$$\hat{u}_- = F_{\tilde{u}_-} \hat{\eta} = \tilde{W}_- F_{\hat{x}_-} \hat{\eta}$$

визначається так

$$\tilde{W}_- = (F_{\tilde{u}_-})(F_{\hat{x}_-})^{-1}. \quad (11.76)$$

Як функціонал якості стабілізації досліджуваного нестійкого контуру системи використовується такий

$$\check{e}_- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\hat{r}_- \hat{r}_-} \tilde{R}_1 + S'_{\tilde{u}_- \tilde{u}_-} \tilde{C}_1) ds \quad (11.77)$$

Відповідно до теореми Вінера-Хінчина матриця спектральних щільностей вектора \hat{r}_- матиме вигляд

$$\begin{aligned} S'_{\hat{r}_- \hat{r}_-} = & (\hat{\Phi}_- K)^{-1} [(\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})(MF_{\tilde{u}_-} + E_n)S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} (F_{\tilde{u}_-} M_* + E_n)(\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* - \\ & - (\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})(MF_{\tilde{u}_-} + E_n)S'_{\hat{\varphi} \hat{\eta}_0} \hat{\Phi}_-^* - \hat{\Phi}_- S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\varphi}} (F_{\tilde{u}_-} M_* + E_n)(\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* + \\ & + \hat{\Phi}_- S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} \hat{\Phi}_-^*] (\hat{\Phi}_- K)^{-1}, \end{aligned} \quad (11.78)$$

а матриця $S'_{\tilde{u}_- \tilde{u}_-}$ повинна бути записана так

$$S'_{\tilde{u}_- \tilde{u}_-} = F_{\tilde{u}_-} S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} F_{\tilde{u}_-}^*. \quad (11.79)$$

Підстановка матриць (11.78) та (11.79) у функціонал (11.77) дозволяє переписати останній у вигляді

$$\begin{aligned} \check{e}_- = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ (\hat{\Phi}_- K)^{-1} [(\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})(MF_{\tilde{u}_-} + E_n)S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} \times \\ & \times (F_{\tilde{u}_-} M_* + E_n)(\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* - (\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})(MF_{\tilde{u}_-} + E_n)S'_{\hat{\varphi} \hat{\eta}_0} \hat{\Phi}_-^* - \\ & - \hat{\Phi}_- S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\varphi}} (F_{\tilde{u}_-} M_* + E_n)(\hat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* + \hat{\Phi}_- S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} \hat{\Phi}_-^*] (\hat{\Phi}_- K)^{-1} \tilde{R}_1 + \end{aligned}$$

$$+F_{\tilde{u}_-} S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} F_{\tilde{u}_-} \tilde{C}_1 \} ds. \quad (11.80)$$

Як і раніше, вирішуючи завдання оптимального синтезу методом Вінера-Колмогорова, необхідно визначити першу варіацію функціоналу (11.80), а потім умову тотожної рівності її нулю.

Перша варіація функціоналу (11.80) має вигляд

$$\begin{aligned} \delta \tilde{e}_- = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ ([M_* (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} \tilde{R}_1 (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1}) M + \tilde{C}_1] \times \\ & \times F_{\tilde{u}_-} S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} + M_* (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} \tilde{R}_1 (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1}) S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} - \\ & - M_* (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} \tilde{R}_1 \widehat{\Phi}_- S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} \} \delta F_{\tilde{u}_-} + \\ & + \delta F_{\tilde{u}_-} \{ S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} F_{\tilde{u}_-} [M_* (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} \tilde{R}_1 (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1}) M + \tilde{C}_1] + \\ & + S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} \tilde{R}_1 (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1}) M - \\ & - S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} \widehat{\Phi}_- \tilde{R}_1 (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1}) M \} \} ds. \quad (11.81) \end{aligned}$$

Доцільно ввести такі позначення

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_- \tilde{\Gamma}_- = & M_* (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} \tilde{R}_1 (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1}) M + \tilde{C}_1; & \tilde{D}_- \tilde{D}_- = \\ S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0}; & \\ \tilde{T}_- = & \tilde{T}_- + \tilde{T}_+ + \tilde{T}_- = (\tilde{\Gamma}_-)^{-1} M_* (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1})_* (\widehat{\Phi}_- K)^{-1} \tilde{R}_1 \times \\ & \times [(\widehat{\Phi}_- K)^{-1} (\widehat{\Phi}_- KP_-^{-1}) S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0} - \widehat{\Phi}_- S'_{\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}_0}] (\tilde{D}_-)^{-1}. \quad (11.82) \end{aligned}$$

У позначеннях (11.82) варіація (11.81) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \delta \tilde{e}_- = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [\tilde{\Gamma}_- (\tilde{\Gamma}_- F_{\tilde{u}_-} \tilde{D}_- + \tilde{T}_-) \tilde{D}_- \delta F_{\tilde{u}_-} + \\ & + \delta F_{\tilde{u}_-} \tilde{D}_- (\tilde{D}_- F_{\tilde{u}_-} \tilde{\Gamma}_- + \tilde{T}_-) \tilde{\Gamma}_-] ds, \end{aligned}$$

умова тотожної рівності варіації (11.81) нулю буде такою

$$\tilde{\Gamma}_- F_{\tilde{u}_-} \tilde{D}_- = -(\tilde{T}_+ + \tilde{T}_-),$$

а алгоритм синтезу за вихідними даними розв'язуваної задачі оптимальної структури $\hat{F}_{\tilde{u}_-}$ представляється у вигляді рівняння

$$\hat{F}_{\tilde{u}_-} = -(\tilde{\Gamma}_-)^{-1} (\tilde{T}_+ + \tilde{T}_-) (\tilde{D}_-)^{-1}. \quad (11.83)$$

Скориставшись рівняннями (11.75) і (11.76), враховуючи матрицю (11.83), вираз, що визначає потрібну оптимальну структуру \widehat{W}_- частини регулятора в нестійкому контурі системи стабілізації слід записати таким чином

$$\widehat{W}_- = (F_{\widehat{u}_-})(F_{\widehat{x}_-})^{-1} \quad (11.84)$$

Отже, шукана оптимальна структура матриці передавальних функцій частини регулятора нестійкого контуру системи стабілізації \widehat{W}_- , схильна до дії випадкових збурень, синтезована.

11.3.2 Алгоритми вирішення задач синтезу оптимальних структур \overline{W}_+ та \overline{W}_+ (стійкі контури)

Для вирішення задачі синтезу оптимальної структури \overline{W}_+ частини регулятора у стійкому контурі, що парує детерміновані дії, необхідно скласти рівняння вектора вихідних сигналів \widehat{r}_+ , яке згідно зі схемою (рис. 11.4) має вигляд

$$\begin{aligned} \widehat{r}_+ &= (\widehat{\Phi}_+K)^{-1}(\widehat{x}_+ - \widehat{\Phi}_+\widehat{\phi}) = (\widehat{\Phi}_+K)^{-1}[(\widehat{\Phi}_+KP_+^{-1})(M\widehat{u}_+ + \widehat{\eta}) - \widehat{\Phi}_+\widehat{\phi}] = \\ &= (\widehat{\Phi}_+K)^{-1}[(\widehat{\Phi}_+KP_+^{-1})(MF_{\widehat{u}_+} + E_n)\widehat{\eta} - \widehat{\Phi}_+\widehat{\phi}], \end{aligned} \quad (11.85)$$

де $F_{\widehat{u}_+}$ - матриця передавальних функцій замкнутого контуру від вектора вхідних детермінованих збурень $\widehat{\eta}$ до вектора сигналів керування \widehat{u} . Матриця $F_{\widehat{u}_+}$ пов'язана з $F_{\widehat{x}_+}$ (матрицею передатних функцій від вектора $\widehat{\eta}$ до вектора \widehat{x}_+) рівнянням виду

$$F_{\widehat{x}_+} = (\widehat{\Phi}_+KP_+^{-1})(MF_{\widehat{u}_+} + E_n). \quad (11.86)$$

Шукана матриця передавальних функцій \overline{W}_+ частини регулятора в досліджуваному контурі, як впливає з рівняння

$$\widehat{u}_+ = F_{\widehat{u}_+}\widehat{\eta} = \overline{W}_+F_{\widehat{x}_+}\widehat{\eta},$$

визначається таким чином

$$\overline{W}_+ = (F_{\widehat{u}_+})(F_{\widehat{x}_+})^{-1}. \quad (11.87)$$

Необхідно оцінити також вид різниці векторів \widehat{r}_+ та \overline{r}_0 (помилки стабілізації), тобто. досягаємо та задану програми руху об'єкта

$$\bar{\varepsilon}_0 = \hat{r}_+ - \bar{r}_0 = (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) (M F_{\bar{u}_+} + E_n) \hat{\eta} - [K^\# \hat{\varphi} + \bar{r}_0]. \quad (11.88)$$

Як функціонал якості стабілізації об'єкта стійким контуром системи, що досліджується, можливий такий

$$\bar{\Xi}_+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\bar{\varepsilon}_0 \bar{\varepsilon}_0^* \bar{R}_2 + \bar{u}_+ \bar{u}_+^* \bar{C}_2) ds. \quad (11.89)$$

Підставивши у функціонал (11.89) рівняння (11.88) та

$$\hat{u}_+ = F_{\bar{u}_+} \hat{\eta}$$

можна переписати його в наступному вигляді

$$\begin{aligned} \bar{\Xi}_+ = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\{(\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) (M F_{\bar{u}_+} + E_n) \hat{\eta} - [K^\# \hat{\varphi} + \bar{r}_0]\} \times \\ & \times \{\hat{\eta}^* (F_{\bar{u}_+} M_* + E_n) (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1})^* (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} - [\hat{\varphi}^* K^\# + \bar{r}_0^*]\} \bar{R}_2 + \\ & + F_{\bar{u}_+} \hat{\eta} \hat{\eta}^* F_{\bar{u}_+}^* \bar{C}_2) ds. \end{aligned} \quad (11.90)$$

За методом Вінера-Колмогорова, вирішуючи задачу синтезу оптимальної структури матриці $F_{\bar{u}_+}$, спочатку необхідно визначити першу варіацію функціоналу (11.90), а потім умову тотожної рівності її нулю на класі стійких і фізично реалізованих матриць $F_{\bar{u}_+}$.

Перша варіація функціоналу (11.90) має вигляд

$$\begin{aligned} \delta \bar{\Xi}_+ = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (\{([M_* (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1})^* (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} \bar{R}_2 (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) M + \bar{C}_2] \times \\ & \times F_{\bar{u}_+} \hat{\eta} \hat{\eta}^* + M_* (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1})^* (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} \bar{R}_2 (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) \hat{\eta} \hat{\eta}^* - \\ & - M_* (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1})^* (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} \bar{R}_2 [K^\# \hat{\varphi} \hat{\eta}^* + \bar{r}_0 \hat{\eta}^*] \} \delta F_{\bar{u}_+} + \\ & + \delta F_{\bar{u}_+} \{ \hat{\eta} \hat{\eta}^* F_{\bar{u}_+}^* [M_* (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1})^* (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} \bar{R}_2 (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) M + \bar{C}_2] + \\ & + \hat{\eta} \hat{\eta}^* (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1})^* (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} \bar{R}_2 (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) M - \\ & - [\hat{\eta} \hat{\varphi}^* K^\# + \hat{\eta} \bar{r}_0^*] \bar{R}_2 (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) M \} \} ds. \end{aligned} \quad (11.91)$$

Необхідне введення таких позначень

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_+ \bar{\Gamma}_+^* = & M_* (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1})^* (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} \bar{R}_2 (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) M + \bar{C}_2; \quad \bar{D}_+ \bar{D}_+^* = \hat{\eta} \hat{\eta}^*; \\ \bar{T}_+ = & \bar{T}_{+0} + \bar{T}_{++} + \bar{T}_{+-} = (\bar{\Gamma}_+^*)^{-1} M_* (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1})^* (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} \bar{R}_2 \times \\ & \times [(\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) \hat{\eta} \hat{\eta}^* - K^\# \hat{\varphi} \hat{\eta}^* + \bar{r}_0 \hat{\eta}^*] (\bar{D}_+^*)^{-1}. \end{aligned} \quad (11.92)$$

З урахуванням позначень (11.92) варіація (11.91) вийде такою

$$\delta \bar{\Sigma}_+ = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\bar{\Gamma}_{+*} (\bar{\Gamma}_+ F_{\bar{u}_+} \bar{D}_+ + \bar{T}_+) \bar{D}_{+*} \delta F_{\bar{u}_+*} + \\ + \delta F_{\bar{u}_+} \bar{D}_+ (\bar{D}_{+*} F_{\bar{u}_+*} \bar{\Gamma}_{+*} + \bar{T}_{+*}) \bar{\Gamma}_+] ds,$$

умова тотожної рівності варіації (11.90) нулю є матричним рівнянням

$$\bar{\Gamma}_+ F_{\bar{u}_+} \bar{D}_+ = -(\bar{T}_{+0} + \bar{T}_{++}),$$

а алгоритм синтезу за вихідними даними оптимальної структури матриці $\hat{F}_{\bar{u}_+}$ має вигляд

$$\hat{F}_{\bar{u}_-} = -(\bar{\Gamma}_+)^{-1} (\bar{T}_{+0} + \bar{T}_{++}) (\bar{D}_+)^{-1}. \quad (11.93)$$

Скориставшись рівнянням (11.86), а також рівнянням (11.87), можна визначити оптимальну структуру матриці передавальних функцій частини регулятора у стійкому контурі системи \bar{W}_+ так

$$\widehat{W}_+ = (\hat{F}_{\bar{u}_+}) (\hat{F}_{\hat{x}_+})^{-1}. \quad (11.94)$$

Таким чином, оптимальна структура \widehat{W}_+ частини регулятора у стійкому контурі системи стабілізації при детермінованих впливах визначена.

Для вирішення задачі синтезу оптимальної структури \widehat{W}_+ частини регулятора, що парирує випадкові збурення, необхідно спочатку скласти рівняння вектора вихідних сигналів \hat{r}_+ , яке згідно зі схемою (рис.11.4) має вигляд

$$\hat{r}_+ = (\widehat{\Phi}_+ K)^{-1} [(\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) (M F_{\hat{u}_+} + E_n) \hat{\eta}_0 - \widehat{\Phi}_+ \hat{\varphi}]. \quad (11.95)$$

Тут функція $F_{\hat{u}_+}$ матриця передавальних функцій замкнутого контуру від вектора вхідних випадкових збурень $\hat{\eta}_0$ до вектора сигналів управління \hat{u}_+ , як частини вектора \hat{u}_+ .

Матриця $F_{\hat{u}_+}$ пов'язана з матрицею передавальних функцій $F_{\hat{x}_+}$ від вектора $\hat{\eta}_0$ до вектора \hat{x}_+ рівнянням виду

$$F_{\hat{x}_+} = (\widehat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) (M F_{\hat{u}_+} + E_n) \quad (11.96)$$

Матриця $F_{\hat{u}_+}$ пов'язана з матрицями $F_{\hat{x}_+}$ та \tilde{W}_+ (шуканою структурою матриці передавальних функцій частини регулятора в досліджуваному замкнутому контурі стабілізації) таким виразом

$$\hat{u}_+ = F_{\hat{u}_+} \hat{\eta}_0 = \tilde{W}_+ F_{\hat{x}_+} \hat{\eta}_0 \text{ или } F_{\hat{u}_+} = \tilde{W}_+ F_{\hat{x}_+}. \quad (11.97)$$

Вектор \hat{r}_+ (11.95) є одночасно вектором сигналів помилок стабілізації в досліджуваному контурі.

Як функціонал якості стабілізації випадкових сигналів досліджуванним контуром стабілізації слід використовувати вираз виду

$$\bar{e}_- = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{\hat{r}_+ \hat{r}_+} \tilde{R}_2 + S'_{\hat{u}_+ \hat{u}_+} \tilde{C}_2) ds. \quad (11.98)$$

Відповідно до теореми Вінера-Хінчина транспоновану матрицю спектральних площин вектора \hat{r}_+ (11.95) слід визначити таким чином

$$\begin{aligned} S'_{\hat{r}_+ \hat{r}_+} = & (\hat{\Phi}_+ K)^{-1} [(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})(M F_{\hat{u}_+} + E_n) S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} (F_{\hat{u}_+} M_* + E_n) (\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_* - \\ & - (\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})(M F_{\hat{u}_+} + E_n) S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} \hat{\Phi}_{+*} - \hat{\Phi}_+ S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} (F_{\hat{u}_+} M_* + E_n) (\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_* + \\ & + \hat{\Phi}_+ S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} \hat{\Phi}_{+*}] (\hat{\Phi}_+ K)^{-1}, \end{aligned} \quad (11.99)$$

де з урахуванням рівняння (11.3) матриця $S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} = P_+ K^\# S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0}$, матриця $S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} = S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} K^\# P_{+*}$.

Відповідно до рівняння (11.97) транспонована матриця $S'_{\hat{u}_+ \hat{u}_+}$ буде такою

$$S'_{\hat{u}_+ \hat{u}_+} = F_{\hat{u}_+} S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} F_{\hat{u}_+} \quad (11.100)$$

Підстановка виразів (11.99) та (11.100) у функціонал (11.97) дозволяє переписати останній у вигляді

$$\begin{aligned} \bar{e}_+ = & \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ (\hat{\Phi}_+ K)^{-1} [(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})(M F_{\hat{u}_+} + E_n) S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} \times \\ & \times (F_{\hat{u}_+} M_* + E_n) (\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_* - (\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})(M F_{\hat{u}_+} + E_n) P_+ K^\# S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} \hat{\Phi}_{+*} - \\ & - \hat{\Phi}_+ S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} K^\# P_{+*} (F_{\hat{u}_+} M_* + E_n) (\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_* + \hat{\Phi}_+ S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} \hat{\Phi}_{+*}] (\hat{\Phi}_+ K)^{-1} \tilde{R}_2 + \\ & + F_{\hat{u}_+} S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} F_{\hat{u}_+} \tilde{C}_2 \} ds. \end{aligned} \quad (11.101)$$

Завдання синтезу оптимальної структури матриці $F_{\hat{u}_+}$ вирішується методом Вінера-Колмогорова.

Перша варіація функціоналу (11.101) має вигляд

$$\begin{aligned} \delta \tilde{e}_+ = & \frac{1}{j} \int_{-\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ ([M_*(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_*(\hat{\Phi}_+ K)_*^{-1} \tilde{R}_2(\hat{\Phi}_+ K)^{-1}(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})M + \tilde{C}_2] \times \\ & \times F_{\hat{u}_+} S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} + M_*(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_*(\hat{\Phi}_+ K)_*^{-1} \tilde{R}_2(\hat{\Phi}_+ K)^{-1}(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} - \\ & - M_*(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_*(\hat{\Phi}_+ K)_*^{-1} \tilde{R}_2(\hat{\Phi}_+ K)^{-1} \hat{\Phi}_+ S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} K_*^\# P_{+*} \} \delta F_{\hat{u}_+} + \\ & \delta F_{\hat{u}_+} \{ S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} F_{\hat{u}_+} [M_*(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_*(\hat{\Phi}_+ K)_*^{-1} \tilde{R}_2(\hat{\Phi}_+ K)^{-1}(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})M + \tilde{C}_2] + \\ & + S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0} (\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_*(\hat{\Phi}_+ K)_*^{-1} \tilde{R}_2(\hat{\Phi}_+ K)^{-1}(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})M - \\ & - P_+ K^\# S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} \hat{\Phi}_{+*} (\hat{\Phi}_+ K)^{-1} \tilde{R}_2(\hat{\Phi}_+ K)^{-1}(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})M \} ds. \end{aligned} \quad (11.102)$$

Необхідно ввести такі позначення

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{+*} \tilde{\Gamma}_+ = & M_*(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_*(\hat{\Phi}_+ K)_*^{-1} \tilde{R}_2(\hat{\Phi}_+ K)^{-1}(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})M + \tilde{C}_2; & \tilde{D}_+ \tilde{D}_{+*} = \\ & S'_{\hat{\eta}_0 \hat{\eta}_0}; \\ \tilde{\Gamma}_+ = & \tilde{\Gamma}_{+0} + \tilde{\Gamma}_{++} + \tilde{\Gamma}_{+-} = (\tilde{\Gamma}_{+*})^{-1} M_*(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1})_*(\hat{\Phi}_+ K)_*^{-1} \tilde{R}_2(\hat{\Phi}_+ K)^{-1} \times \\ & \times [(\hat{\Phi}_+ K P_+^{-1}) \tilde{D}_+ - \hat{\Phi}_+ S'_{\hat{\varphi} \hat{\varphi}} K_*^\# P_{+*}]. \end{aligned} \quad (11.103)$$

З урахуванням позначень (11.103) варіацію (11.102) слід переписати так

$$\begin{aligned} \delta \tilde{e}_+ = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} \text{tr} [\tilde{\Gamma}_{+*} (\tilde{\Gamma}_+ F_{\hat{u}_+} \tilde{D}_+ + \tilde{\Gamma}_+) \tilde{D}_{+*} \delta F_{\hat{u}_+} + \\ & + \delta F_{\hat{u}_+} \tilde{D}_+ (\tilde{D}_{+*} F_{\hat{u}_+} \tilde{\Gamma}_{+*} + \tilde{\Gamma}_{+*}) \tilde{\Gamma}_+] ds, \end{aligned}$$

умова тотожної рівності варіації нулю має вигляд

$$\tilde{\Gamma}_+ F_{\hat{u}_+} \tilde{D}_+ = -(\tilde{\Gamma}_{+0} + \tilde{\Gamma}_{++}),$$

а алгоритм синтезу оптимальної структури стійкої та фізично реалізованої матриці $\hat{F}_{\hat{u}_+}$ слід записати так

$$\hat{F}_{\hat{u}_+} = -(\tilde{\Gamma}_+)^{-1} (\tilde{\Gamma}_{+0} + \tilde{\Gamma}_{++}) (\tilde{D}_+)^{-1}. \quad (11.104)$$

Використовуючи рівняння типу (11.96) та (11.97) оптимальну структуру матриці передавальних функцій частини регулятора \widehat{W}_+ у досліджуваному контурі стабілізації слід записати так

$$\widehat{W}_+ = (F_{\widehat{u}_+})(F_{\widehat{x}_+})^{-1}. \quad (11.105)$$

Таким чином, поставлене завдання синтезу оптимальної структури частини регулятора \widehat{W}_+ у стійкому контурі стабілізації об'єкта, схильного до випадкових впливів вирішена. Цією стадією рішень закінчується поставлене вище завдання синтезу оптимальних частин регулятора у стійкому та нестійкому контурах системи стохастичної стабілізації, що досліджується.

За результатами вирішення завдань синтезу оптимальних структур у дослідженій системі стохастичного управління можна зробити такі висновки

- результати, що досягаються під час вирішення завдання синтезу оптимальної структури частини регулятора конкретного контуру управління (стійкого чи нестійкого, паруючого детерміновані і стаціонарні випадкові впливи) суворо гарантовані лише за автономної роботи досліджуваного каналу;

- ефективне та налагоджене оптимальне управління досліджуваною системою, за допомогою якого можна отримувати представлені в розглянутій главі монографії результати, досягається лише при керуванні лінійним об'єктом або в режимах жорсткої стабілізації об'єкта на заданій програмі детермінованої руху;

- розглянуті ілюстративні приклади синтезу управління нестійкими каналами досліджуваної системи показують, що, як правило, вихідні оптимальні сигнали зазначених каналів також є нестійкими.

ВИСНОВКИ

1. Через відсутність простих та зручних в інженерній практиці методів та алгоритмів синтезу оптимальних структур систем стабілізації або управління програмним рухом таких динамічних об'єктів, як літальний апарат, надводне та підводне судно, різні імітатори рухів, деякі бортові функціональні комплекси рухомих об'єктів, інші складні динамічні системи, а також достовірної інформації про моделі динаміки ланок, сигналів та впливів у цих системах, існуючі регулятори руху зазначених об'єктів, як правило, не є оптимальними. Зазначена причина веде до зниження досяжних рівнів безпеки рухів об'єктів стабілізації чи управління, втрати конкурентоспроможності керованих об'єктів.

2. За наявності зручних у практиці методів та алгоритмів оптимальних систем стохастичної стабілізації або управління можливе попереднє динамічне проектування зазначених систем. При позитивному висновку про якість майбутньої системи за результатами динамічного проектування, з'являється можливість приступати до базового проектування конкурентоспроможної системи.

3. Вказані вище ситуації, а також факти мінливості моделей динаміки досліджуваних рухомих об'єктів та їх елементів у процесі їхньої тривалої експлуатації ставлять на порядок денний необхідність систематичної динамічної атестації як самих об'єктів, так і їх бортових інформаційних комплексів в умовах, близьких до реальних експлуатаційних. Порівняльна простота та прозорість запропонованих у монографії методів та алгоритмів синтезу та спостереження дозволяють використовувати останні як теоретичну базу при проектуванні оптимальних систем стабілізації або управління відповідальними рухомими об'єктами.

4. Запропоновані алгоритми структурної ідентифікації моделей динаміки об'єктів та їх елементів у реальних експлуатаційних режимах їхньої дії мають дуже велику ефективність. За результатами структурної ідентифікації можна використовувати для корекції досліджуваних змін відомі методи оптимізації параметрів управління.

5. Запропоновані в монографії алгоритми багатовимірної фільтрації та комплексування можуть становити основу створення конкурентоспроможних за якістю бортових інформаційно-вимірювальних комплексів рухомих об'єктів.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Александров Є.Є. та ін. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами: Навч. посіб.: У 4т. – Т.2: Автоматичне керування рухом літальних апаратів / Є.Є. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнєцов; За заг. ред. Є.Є. Александрова. – Харків: НТУ «ХП», 2006. – 528 с.
2. Ажогин В.В., Костюк В.І. Оптимальні системи цифрового керування технологічними процесами. – К.: Техніка, 1982. – 175 с.
3. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н. Об одной задаче аналитического конструирования регуляторов. – Кибернетика и вычислительная техника. – К.: Наук. думка, 1981. – Вып.51. – С. 59-61.
4. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н. К вопросу оптимизации точности тренажеров с системой подвижности // Эргономические вопросы тренировки и подготовки операторов. – К.: КИИГА, 1983. – С. 68-72.
5. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н., Житецкий Л.С., Куссуль Н.Н. Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления. – К.: НАУ. 2004. – 498 с.
6. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н. Постановка, методика и некоторые результаты решения проблемы идентификации модели динамики пилота при полуавтоматическом управлении полетом // Кибернетика и вычислительная техника. – 2003. – Вып. 140. – С. 12-22
7. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н., Житецкий Л.С. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации, монография. – К.: НАУ. – 2006. – 438 с.
8. Синглазов В.М. Філяшкін М.К. Автоматизовані системи управління повітряних суден: Підручник – К.: НАУ, 2013. – 502 с.
9. Алиев Ф.А., Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления. – К.: Наук. думка, 1978. – 327 с.

10. Алиев Ф.А., Ларин В.Б. Синтез оптимальных импульсных регуляторов при идеальном измерении координат объекта // Навигационные гироскопические системы. – К.: Ин-т математики АН УССР, 1973. – с. 5-28.

11. Алиев Ф.А., Ларин В.Б. Синтез дискретных инвариантных во времени систем стабилизации // Дискретные системы управления. – К.: Ин-т кибернетики АН УССР, 1974. – с. 3-22

12. Optimization of stochastic systems, by M. Aoki. Academic Press, New York - London, 1967. xv + 354 pages.

13. Box E. P., Jenkins G. M. Some Statistical Aspects of Adaptive Optimization and Control Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), Volume 24, Issue 2, July 1962, Pages 297–331, <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1962.tb00460.x>

14. Bellman, Richard E.. Adaptive Control Processes: A Guided Tour, Princeton: Princeton University Press, 1961. <https://doi.org/10.1515/9781400874668>

15. Блохин Л.Н. Аналитическое конструирование системы стабилизации линейного объекта // Электронное моделирование. – К.: Наук. думка, 1977. – С. 120-128

16. Trends and best practices for flight simulation : Information paper. <https://cdn2.unrealengine.com/unreal-engine-project-antoinette-information-paper-9885c3cfac34.pdf>

17. Харченко В.П. Авіоніка: навч. посіб. / В.П. Харченко, І.В. Остроумов. – К. : НАУ, 2013. – 272 с.

18. Блохин Л.Н., Осадчий С.И. Аналитическое конструирование систем стабилизации ЛА и оценка эффективности результатов на примере канала стабилизации вертолета. Навигация и управление движением механических систем. – К. Издательство ИМ АН УССР, 1980. – С. 107-121

19. Блохин Л.Н., Казак В.Н. Синтез оптимальной робастной системы стабилизации объекта с отказывающимися элементами // Кибернетика и системный анализ. – 2000. – Вып. 3. – С. 151-158.

20. Блохин Л.Н. Модернизированная многомерная винеровская фильтрация // Кибернетика и вычислительная техника. – 2002. – Вып.136. – С. 77-88.
21. Блохин Л.Н., Житецкий Л.С. Нелинейные оптимальные системы стохастической стабилизации // Кибернетика и вычислительная техника. – 2003. – Вып. 139. – С. 12-23.
22. Блохин Л.Н., Билак Н.В. Новый функционал и задача синтеза робастных оптимальных систем стохастической стабилизации // Кибернетика и вычислительная техника. – 2004. – Вып. 144. – С. 83-98.
23. Блохін Л.М. Найважливіша науково-організаційна проблема вітчизняної авіації // Вісник ПНЦ ТАУ. – 1999. – Вип.2. – С. 5-6
24. Блохин Л.Н. Оптимальные системы стабилизации. – К.: Техніка. – 1982. – 143 с.
25. Блохін Л.М., Буриченко Н.Ю. Статистична динаміка систем управління. – Підручник для ВНЗ. – К.: НАУ, - 2003. – 208 с.
26. Блохін Л.М., Білак Н.В. та інші. Статистична динаміка систем управління. – Підручник для ВНЗ. – К.: НАУ. – 2014. – 299 с.
27. Инерциально-спутникові навігаційні системи / М.К.Філяшкін, В.О.Рогожин, А.В. Скрипець, Т.І. Лукінова– К.: НАУ, 2009. – 272 с.
28. Харченко В.П. та ін. Авіоніка безпілатних літальних апаратів / В.П. Харченко, В.І. Чепіженко, А.А. Тунік, С.В. Павлова. – К.: ТОВ «Абрис-принт», 2012. – 464 с.
29. Arthur E. Bryson, Yu-Chi Ho Applied Optimal Control. Optimisation, Estimation, and Control. – N Y: Taylor and Francis group, 1975. – 496 с.
30. Lewis, David. Matrix Theory. [edition unavailable]. World Scientific Publishing Company, 1991. Web. 14 Oct. 2022.
31. Бабак В.П., Марченко Б.Г., Fryz, Mykhailo. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика. – К.: Техніка, 2004. – 568 с.
32. Dryden, Hugh L., and Abbott, Ira H., "The design of low-turbulence wind tunnels", NASA, Technical Note 1755, Nov 1949.

33. Astrom K.J. Introduction to Stochastic Control Theory. – N Y.: Academic Press, 1970. – 295 с.
34. Kwakernaak H., Sivan R. Linear optimal control systems. – NY: Wiley-interscience, 1972. – 650 p.
35. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей. – Изв. АН СССР, 1941, Серия матем. №1, - С. 3-14.
36. Kurfess T. R., Nagaruka M. L. New Design Paradigms for MIMO Control System Synthesis, Carnegie Mellon University Engineering Design Research Center, 1991.
37. Ларин В.Б. О временном и спектральном методах синтеза оптимальных линейных систем // Кибернетика и вычислительная техника. – 1975. – Вып.27. – С. 87-92.
38. B. Etkin, L. D. Reid Dynamics of Flight Stability and Control Third ed., Hamilton Printing Company, 1995.
39. Malyshev V.V. Programming optimal control of aircraft. - M .: MAI, 1982.
40. John H. Blakelock Automatic Control of Aircraft and Missiles. – NY: John Wiley & Sons, 1991 p. - 672 pp.
41. Nelson S. Flight Stability & Automatic Ctrl 2E Sie . - McGraw-Hill Education (India) Pvt Limited, 2010. - 441 pp.
42. Roy Langton Stability and Control of Aircraft Systems: Introduction to Classical Feedback Control .- NY: Wiley, 2006. - 254 pp.
43. G.N. Saridis Analytic Formulation of the Principle of Increasing Precision with Decreasing Intelligence for Intelligent Machines. October 1988IFAC Proceedings Volumes 21(16): P. 529-534
44. Pedro Albertos, Iven Mareels Feedback and Control for Everyone. – NY: Springer Science & Business Media, 2010. - 318 pp.
45. Control and Dynamic Systems. Advances in Theory and Applications / C.T. Leondes - Holland: Elsevier Science, 2014. – 625 pp.

46. F. Gustafsson et al., "Particle filters for positioning, navigation, and tracking," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 2, pp. 425-437, Feb. 2002, doi: 10.1109/78.978396.

47. Yakubovich V. A. Optimization and invariance of linear stationary control systems. *Avtomatika i Telemekhanika*, 1984, Issue 8, Pages 5–45

48. *Advances in Intelligent Robotics and Collaborative Automation. Chapter 2. The Dynamic Characteristics of the Manipulator With Parallel Kinematic Structure Based on Experimental Data.* / S.Osadchy, V. Zozulya, A. Timoshenko – River Publishers, 2015. – pp. 27-48

49. Davis M.C. Factoring the Spectral Matrix. – *IEEE Trans. Auto Cont.*, 1963, AG-8, №4. – p. 296-305.

50. Klein V. Structure and Parameters of an Airplane from Pre-and-Post Stall Flight Data. – *AJAA Pap. NASA, Langley Fesearch Centre Hampton V.A.*, 1981, №1876. – p. 10.

51. Saridis G.N., Stein G. Stochastic Approximation Algorithms for Linear Discrete – Time System Identification. – *IEEE Trans. Auto. Cont.*, 1968, AC – 13(5). – p. 515-523.

Монографія

Блохін Леонід Миколайович,
Осадчий Сергій Іванович,
Дідик Олександр Костянтинович,
Віхрова Лариса Григорівна,
Каліч Віктор Михайлович

**Технології конструювання
сучасних конкурентоспроможних комплексів
керування стохастичним рухом об'єктів**

Під редакцією Осадчого С.І..
Технічний редактор Лисенко В.Ф.

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. лист. 16,9. Тираж 98. Зам. № 433

Виготовлювач СПД ФО Лисенко С. В.
25029, м. Кропивницький, вул. Дворцова, 31, кв. 4