

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет
автоматики та енергетики

Кафедра
електротехнічних
систем та енергетичного
менеджменту

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ТА МАГНІТНИХ КІЛ

*методичні рекомендації до виконання контрольної роботи
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
зі спеціальності 123 "Комп'ютерна інженерія"*

Затверджено
на засіданні кафедри
електротехнічних систем та
енергетичного менеджменту
Протокол № 13 від 05.05.2022 р.

Кропивницький
2022

Теорія електричних та магнітних кіл: методичні рекомендації до виконання контрольної роботи для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня зі спеціальності 123 "Комп'ютерна інженерія" / [уклад.: К.Г. Петрова, В.П. Солдатенко], Центральноукр. нац. техн. ун-т. – Кропивницький: ЦНТУ, 2022 – 32 с.

Укладачі: К.Г. Петрова – доц., к.т.н., доц. каф. ЕТС та ЕМ
В.П. Солдатенко – доц., к.т.н., доц. каф. ЕТС та ЕМ

Рецензент: С. В.Серебренніков – к.т.н., проф.каф. ЕТС та ЕМ ЦНТУ

© Петрова К.Г., Солдатенко В.П. 2022
© Центральноукраїнський
національний технічний університет,
2022

Умова завдання

1. Для заданої схеми і умови задачі згідно варіанта (див. табл.1 та рис.1-20) виконати підготовчі кроки:
 - а) підрахувати кількість вузлів та віток, вказати їх;
 - б) підрахувати кількість незалежних контурів, вказати їх;
 - в) для кожної вітки довільно обрати умовно додатній напрямок струму та вказати на схемі;
 - г) для кожного незалежного контура довільно обрати умовно додатній напрямок обходу та вказати на схемі;
 - д) записати систему рівнянь за законами Кірхгофа для початкової схеми з джерелами струму.
2. Провести спрощення початкової схеми наступним чином:
 - а) замінити активні опори, які з'єднані послідовно та паралельно відповідними еквівалентними опорами;
 - б) замінити джерела струму еквівалентними їм джерелами ЕРС.
 - в) зобразити спрощену схему кола окремо, вказати для неї кількість вузлів, віток, незалежних контурів і нанести відповідні позначення;
 - г) переписати систему рівнянь за законами Кірхгофа для спрощеної схеми.
3. Знайти струми у вітках спрощеної схеми методом контурних струмів.
4. Знайти струми у вітках спрощеної схеми методом вузлових потенціалів.
5. Результати розрахунку струмів, проведеного двома методами в п.п.3 та п.п.4, звести в таблицю, порівняти між собою, зробити висновки.
6. Скласти баланс потужностей для спрощеної схеми, розрахувавши окремо сумарну потужність джерел та приймачів (опорів).
7. Визначити струм I_1 методом еквівалентного генератора в спрощеній схемі. Записати рівняння вольт-амперної характеристики для еквівалентного генератора $U = f(I)$ та побудувати її в діапазоні струму $0 \div I_{1КЗ}$
8. Накреслити потенціальну діаграму для будь-якого замкнутого контура, що включає усі ЕРС спрощеної схеми.
9. Для початкової схеми визначити струми віток, скласти рівняння балансу потужностей та перевірити його.

Таблиця 1. Війхідні дані до розрахунку кола постійного струму

| Варіант № | Рисунок | R_1 | R_2 | R_3 | R_4' | R_4'' | R_5 | R_6' | R_6'' | E_1 | E_2 | E_3 | J_1 | J_2 | J_3 |
|-----------|---------|-------|-------|-------|--------|---------|-------|--------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | В | В | В | А | А | А |
| 1 | 15 | 19,5 | 7,5 | 13,5 | 21 | 21 | 15 | 4 | 2 | - | 9 | 45 | - | 0,8 | 0,37 |
| 2 | 1 | 19,5 | 7,5 | 3 | 1 | 11 | 16,5 | 30 | 90 | - | 12 | 30 | - | 0,8 | 2 |
| 3 | 16 | 6 | 12 | 9 | 10 | 5 | 19,5 | 16 | 240 | - | 21 | 22,5 | - | 2 | 0,94 |
| 4 | 11 | 30 | 120 | 150 | 210 | 70 | 225 | 12 | 48 | - | 90 | 375 | - | 0,5 | 0,1 |
| 5 | 7 | 15 | 27 | 7,5 | 14 | 1 | 12 | 13,5 | 27 | - | 16,5 | 52,5 | - | 0,5 | 1 |
| 6 | 3 | 6 | 19,5 | 13,5 | 10 | 5 | 7,5 | 36 | 12 | - | 16,2 | 15 | - | 0,4 | 0,28 |
| 7 | 7 | 195 | 60 | 90 | 150 | 600 | 165 | 40 | 27,5 | 10,2 | 37,5 | - | 0,04 | 0,175 | - |
| 8 | 20 | 9 | 7,5 | 12 | 22,5 | 315 | 10,5 | 0 | 12 | - | 15 | 33 | - | 2 | 0,5 |
| 9 | 8 | 82,5 | 120 | 150 | 20 | 40 | 105 | 504 | 280 | - | 25,5 | 22,5 | - | 0,1 | 0,03 |
| 10 | 10 | 165 | 90 | 67,5 | 25 | 200 | 120 | 100 | 300 | 21 | 21 | - | 0,1 | 0,11 | - |
| 11 | 9 | 10,5 | 18 | 6 | 10 | 3,5 | 22,5 | 15 | 60 | - | 12 | 15 | - | 1 | 1 |
| 12 | 18 | 45 | 60 | 33 | 60 | 20 | 21 | 50 | 25 | - | 16,5 | 22,5 | - | 0,3 | 0,075 |
| 13 | 12 | 22,5 | 18 | 15 | 135 | 15 | 12 | 5,5 | 5 | 15 | 30 | - | 0,2 | 0,5 | - |
| 14 | 4 | 18 | 52,5 | 33 | 6 | 3 | 15 | 90 | 30 | - | 9 | 18 | - | 0,4 | 0,3 |
| 15 | 13 | 6 | 10,5 | 15 | 11 | 7 | 30 | 16,5 | 16,5 | - | 9 | 30 | - | 2 | 0,2 |
| 16 | 5 | 6 | 16,5 | 7,5 | 6 | 12 | 10,5 | 36 | 18 | 25,5 | 15 | - | 2 | 0,3 | - |
| 17 | 14 | 13,5 | 30 | 24 | 90 | 180 | 45 | 12 | 21 | - | 15 | 27 | - | 1 | 0,25 |
| 18 | 6 | 7,5 | 15 | 18 | 5 | 5,5 | 12 | 24 | 360 | - | 15 | 37,5 | - | 0,5 | 0,5 |
| 19 | 19 | 7,5 | 10,5 | 15 | 5 | 1 | 22,5 | 42 | 105 | 15 | - | 45 | 1 | - | 0,2 |
| 20 | 2 | 12 | 15 | 9 | 36 | 60 | 31,5 | 31 | 8 | 25,5 | - | 30 | 1 | - | 1 |

Продовження таблиці 1

| Варіант № | Рисунок | R_1 | R_2 | R_3 | R_4' | R_4'' | R_5 | R_6' | R_6'' | E_1 | E_2 | E_3 | J_1 | J_2 | J_3 |
|-----------|---------|-------|-------|-------|--------|----------|-------|----------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | В | В | В | А | А | А |
| 21 | 15 | 6,5 | 2,5 | 4,5 | 3,5 | ∞ | 5 | 1 | 1 | - | 4 | 15 | - | 0,4 | 1,11 |
| 22 | 1 | 6,5 | 2,5 | 1 | 4 | 0 | 5,5 | 10 | 30 | - | 5 | 10 | - | 0,4 | 2 |
| 23 | 16 | 2 | 4 | 3 | 2 | 3 | 6,5 | 7 | 17,5 | - | 11 | 7,5 | - | 1 | 1 |
| 24 | 11 | 10 | 40 | 50 | 140 | 20 | 75 | 15 | 5 | - | 34 | 125 | - | 0,4 | 0,2 |
| 25 | 17 | 5 | 9 | 2,5 | 3 | 2 | 4 | 9 | 4,5 | - | 8,2 | 17,5 | - | 0,2 | 3 |
| 26 | 3 | 2 | 6,5 | 4,5 | 1 | 4 | 2,5 | 7,5 | 5 | - | 6,7 | 5 | - | 0,2 | 1,11 |
| 27 | 7 | 65 | 20 | 30 | 60 | 120 | 55 | 12,5 | 10 | 4,7 | 12,5 | - | 0,02 | 0,25 | - |
| 28 | 20 | 3 | 2,5 | 4 | 105 | 7,5 | 3,5 | 2 | 2 | - | 7,5 | 11 | - | 1 | 1 |
| 29 | 8 | 27,5 | 40 | 50 | 12 | 8 | 35 | 150 | 100 | - | 6,5 | 7,5 | - | 0,15 | 0,05 |
| 30 | 10 | 55 | 30 | 22,5 | 60 | 15 | 40 | 50 | 50 | 8,1 | 7 | - | 0,08 | 0,1 | - |
| 31 | 9 | 3,5 | 6 | 2 | 3 | 1,5 | 7,5 | 12 | 6 | - | 7 | 5 | - | 0,5 | 2 |
| 32 | 18 | 15 | 20 | 11 | 30 | 6 | 7 | 10 | 15 | - | 7,5 | 7,5 | - | 0,2 | 0,23 |
| 33 | 12 | 7,5 | 6 | 5 | 5 | 45 | 4 | 1,5 | 2 | 3,5 | 10 | - | 0,4 | 1 | - |
| 34 | 4 | 6 | 17,5 | 11 | 2 | 1 | 5 | 30 | 10 | - | 6,5 | 6 | - | 0,2 | 0,09 |
| 35 | 13 | 2 | 3,5 | 5 | 5 | 1 | 10 | ∞ | 2,75 | - | 6,5 | 10 | - | 1 | 1 |
| 36 | 5 | 2 | 5,5 | 2,5 | 0 | 6 | 3,5 | 12 | 6 | 10,5 | 5 | - | 1 | 0,18 | - |
| 37 | 14 | 4,5 | 10 | 8 | 100 | 25 | 15 | 6 | 5 | - | 10 | 9 | - | 0,5 | 0,5 |
| 38 | 6 | 2,5 | 5 | 6 | 2 | 1,5 | 4 | ∞ | 7,5 | - | 6 | 12,5 | - | 0,3 | - |
| 39 | 19 | 2,5 | 3,5 | 5 | 1 | 1 | 7,5 | 14 | 35 | 7 | - | 15 | 0,2 | - | 1 |
| 40 | 2 | 4 | 5 | 3 | 12 | 20 | 10,5 | 9 | 4 | 10,5 | - | 10 | 0,5 | - | 1 |

Продовження таблиці 1

| Варіант № | Рисунок | R_1 | R_2 | R_3 | R_4' | R_4'' | R_5 | R_6' | R_6'' | E_1 | E_2 | E_3 | J_1 | J_2 | J_3 |
|-----------|---------|-------|-------|-------|--------|---------|-------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| | | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | В | В | В | А | А | А |
| 41 | 15 | 26 | 10 | 18 | 26,25 | 30 | 20 | 3 | 5 | - | 20 | 24 | - | 0,5 | 2 |
| 42 | 1 | 26 | 10 | 4 | 12 | 4 | 22 | 40 | 120 | - | 24 | 32 | - | 0,5 | 2 |
| 43 | 16 | 8 | 16 | 12 | 10 | 10 | 26 | 220 | 22 | - | 60 | 24 | - | 0,25 | 0,5 |
| 44 | 11 | 40 | 160 | 200 | 120 | 168 | 300 | 40 | 40 | - | 200 | 200 | - | 0,25 | 1,5 |
| 45 | 17 | 20 | 36 | 10 | 8 | 12 | 16 | 18 | 36 | - | 40 | 40 | - | 0,25 | 3 |
| 46 | 3 | 8 | 26 | 18 | 17 | 3 | 10 | 60 | 15 | - | 32 | 11 | - | 0,5 | 0,5 |
| 47 | 7 | 260 | 80 | 120 | 200 | 800 | 220 | 70 | 20 | 24 | 34 | - | 0,023 | 0,2 | - |
| 48 | 20 | 12 | 10 | 16 | 420 | 30 | 14 | 15 | 1 | - | 40 | 12 | - | 0,1 | 2 |
| 49 | 8 | 110 | 160 | 200 | 60 | 20 | 140 | 360 | 720 | - | 50 | 22 | - | 0,0625 | 0,04 |
| 50 | 10 | 220 | 120 | 90 | 150 | 150 | 160 | 100 | ∞ | 50 | 22 | - | 0,009 | 0,05 | - |
| 51 | 9 | 14 | 24 | 8 | 11 | 7 | 30 | 80 | 20 | - | 40 | 12 | - | 0,25 | 1 |
| 52 | 18 | 60 | 80 | 44 | 40 | 40 | 28 | 50 | 50 | - | 46 | 8 | - | 0,05 | 0,5 |
| 53 | 12 | 30 | 24 | 20 | 180 | 20 | 16 | 10 | 4 | 26 | 28 | - | 0,1 | 0,5 | - |
| 54 | 4 | 24 | 70 | 44 | 5 | 7 | 20 | 40 | 120 | - | 40 | 19,6 | - | 0,1 | 0,1 |
| 55 | 13 | 8 | 14 | 20 | 10 | 14 | 40 | 132 | 12 | - | 40 | 10 | - | 0,5 | 1,5 |
| 56 | 5 | 8 | 22 | 10 | 10 | 14 | 14 | 16 | ∞ | 50 | 16,6 | - | 1 | 0,2 | - |
| 57 | 14 | 18 | 40 | 32 | 160 | 160 | 60 | 20 | 24 | - | 60 | 28 | - | 0,25 | 0,25 |
| 58 | 6 | 10 | 20 | 24 | 6 | 8 | 16 | 32 | 480 | - | 30 | 38 | - | 0,25 | 0,5 |
| 59 | 19 | 10 | 14 | 20 | 2 | 6 | 30 | ∞ | 40 | 30 | - | 20 | 0,5 | - | 2 |
| 60 | 2 | 16 | 20 | 12 | 80 | 48 | 42 | 25 | 27 | 50 | - | 34 | 0,5 | - | 0,5 |

Продовження таблиці 1

| Варіант № | Рисунок | R_1 | R_2 | R_3 | R_4' | R_4'' | R_5 | R_6' | R_6'' | E_1 | E_2 | E_3 | J_1 | J_2 | J_3 |
|-----------|---------|-------|-------|-------|--------|----------|-------|--------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | В | В | В | А | А | А |
| 61 | 15 | 32,5 | 12,5 | 22,5 | 140 | 20 | 25 | 6 | 4 | - | 20 | 75 | - | 0,4 | 0,44 |
| 62 | 1 | 32,5 | 12,5 | 5 | 5 | 15 | 27,5 | 50 | 150 | - | 25 | 50 | - | 0,4 | 1 |
| 63 | 16 | 10 | 20 | 15 | 11 | 14 | 32,5 | 650 | 26 | - | 35 | 37,5 | - | 2 | 0,5 |
| 64 | 11 | 50 | 200 | 250 | 87 | ∞ | 375 | 0 | 100 | - | 150 | 625 | - | 0,5 | 0,5 |
| 65 | 17 | 25 | 45 | 12,5 | 17 | 8 | 20 | 45 | 22,5 | - | 32 | 87,5 | - | 0,4 | 1 |
| 66 | 3 | 10 | 32,5 | 22,5 | 2 | 23 | 12,5 | 90 | 18 | - | 27 | 25 | - | 0,4 | 0,22 |
| 67 | 7 | 325 | 100 | 150 | 400 | 400 | 275 | 100 | 12 | 17 | 62,5 | - | 0,04 | 0,125 | - |
| 68 | 20 | 15 | 12,5 | 20 | 525 | 37,5 | 17,5 | 14 | 6 | - | 25 | 55 | - | 2 | 0,25 |
| 69 | 8 | 137 | 200 | 250 | 50 | 50 | 175 | 600 | 600 | - | 34,5 | 37,5 | - | 0,14 | 0,022 |
| 70 | 10 | 275 | 150 | 112 | 175 | 200 | 200 | 750 | 150 | 24 | 35 | - | 0,14 | 0,1 | - |
| 71 | 9 | 17,5 | 30 | 10 | 12,5 | 10 | 37,5 | 30 | 60 | - | 26 | 25 | - | 0,8 | 0,5 |
| 72 | 18 | 75 | 100 | 55 | 30 | 150 | 35 | 50 | 75 | - | 32,5 | 27,5 | - | 0,25 | 0,1 |
| 73 | 12 | 37,5 | 30 | 25 | 25 | 225 | 20 | 12 | 5,5 | 25 | 50 | - | 0,2 | 0,2 | - |
| 74 | 4 | 30 | 87,5 | 55 | 10 | 5 | 25 | 150 | 50 | - | 15 | 30 | - | 0,4 | 0,18 |
| 75 | 13 | 10 | 17,5 | 25 | 15 | 15 | 50 | 15 | 165 | - | 15 | 50 | - | 2 | 0,2 |
| 76 | 5 | 10 | 27,5 | 12,5 | 20 | 10 | 17,5 | 40 | 40 | 32,5 | 25 | - | 3 | 0,18 | - |
| 77 | 14 | 22,5 | 50 | 40 | 100 | ∞ | 75 | 30 | 25 | - | 35 | 45 | - | 0,8 | 0,2 |
| 78 | 6 | 12,5 | 25 | 30 | 5,5 | 12 | 20 | 40 | 600 | - | 35 | 62,5 | - | 0,1 | 0,25 |
| 79 | 19 | 12,5 | 17,5 | 25 | 5 | 5 | 37,5 | 175 | 70 | 30 | - | 75 | 0,6 | - | 0,2 |
| 80 | 2 | 20 | 25 | 15 | 60 | 100 | 52,5 | 35 | 30 | 50,5 | - | 50 | 0,6 | - | 0,2 |

Продовження таблиці 1

| Варіант № | Рисунок | R_1 | R_2 | R_3 | R_4' | R_4'' | R_5 | R_6' | R_6'' | E_1 | E_2 | E_3 | J_1 | J_2 | J_3 |
|-----------|---------|-------|-------|-------|--------|---------|-------|--------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | В | В | В | А | А | А |
| 81 | 15 | 13 | 5 | 9 | 12 | 16,8 | 10 | 0 | 4 | - | 10 | 21 | - | 0,11 | 1 |
| 82 | 1 | 13 | 5 | 2 | 4 | 4 | 11 | 20 | 60 | - | 12 | 16 | - | 1 | 2 |
| 83 | 16 | 4 | 8 | 6 | 6 | 4 | 13 | 110 | 11 | - | 30 | 9 | - | 1 | 1 |
| 84 | 11 | 20 | 80 | 100 | 70 | 70 | 150 | 24 | 16 | - | 100 | 150 | - | 0,125 | 1 |
| 85 | 17 | 10 | 18 | 5 | 3 | 7 | 8 | 18 | 9 | - | 20 | 30 | - | 0,11 | 1 |
| 86 | 3 | 4 | 13 | 9 | 5 | 5 | 5 | 7 | 42 | - | 16 | 8,2 | - | 0,077 | 0,2 |
| 87 | 7 | 130 | 40 | 60 | 90 | 720 | 110 | 30 | 15 | 12 | 13 | - | 0,077 | 0,3 | - |
| 88 | 20 | 6 | 5 | 8 | 15 | 210 | 7 | 2 | 6 | - | 20 | 14 | - | 1 | 1 |
| 89 | 8 | 55 | 80 | 100 | 10 | 30 | 70 | 600 | 150 | - | 25 | 10 | - | 0,05 | 0,05 |
| 90 | 10 | 110 | 60 | 45 | 100 | 50 | 80 | 300 | 60 | 25 | 8 | - | 0,09 | 0,1 | - |
| 91 | 9 | 7 | 12 | 4 | 4 | 5 | 15 | 9 | 72 | - | 20 | 8 | - | 0,5 | 0,5 |
| 92 | 18 | 30 | 40 | 22 | 12 | 60 | 14 | 40 | 10 | - | 23 | 9,5 | - | 0,1 | 0,25 |
| 93 | 12 | 15 | 12 | 10 | 90 | 10 | 8 | 3 | 4 | 13 | 14 | - | 0,33 | 0,5 | - |
| 94 | 4 | 12 | 35 | 22 | 2 | 4 | 10 | 20 | 60 | - | 20 | 7,6 | - | 0,2 | 0,2 |
| 95 | 13 | 4 | 7 | 10 | 7 | 5 | 20 | 6 | 66 | - | 20 | 10 | - | 1 | 1 |
| 96 | 5 | 4 | 11 | 5 | 6 | 6 | 7 | 12 | 24 | 25 | 4,5 | - | 1 | 0,5 | - |
| 97 | 14 | 9 | 20 | 16 | 120 | 60 | 30 | 15 | 7 | - | 30 | 10 | - | 0,25 | 0,5 |
| 98 | 6 | 5 | 10 | 12 | 2 | 5 | 8 | 240 | 16 | - | 15 | 13 | - | 0,5 | 1 |
| 99 | 19 | 5 | 7 | 10 | 0 | 4 | 15 | 70 | 28 | 15 | - | 20 | 1 | - | 1 |
| 100 | 2 | 8 | 10 | 6 | 40 | 24 | 21 | 12 | 14 | 25 | - | 14 | 1 | - | 1 |

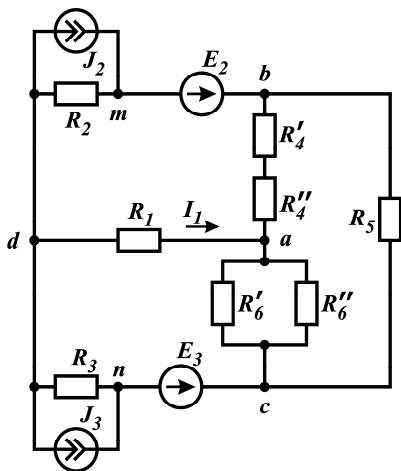


Рис. 1

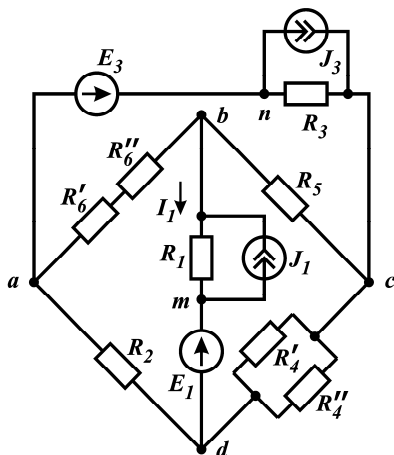


Рис. 2

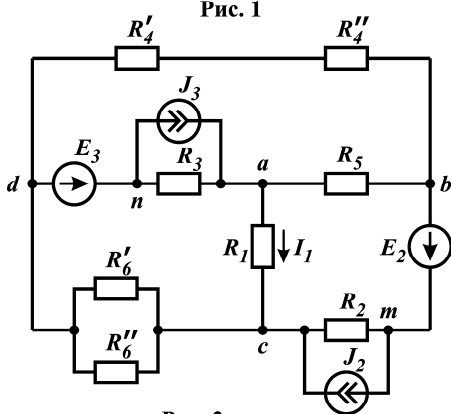


Рис. 3

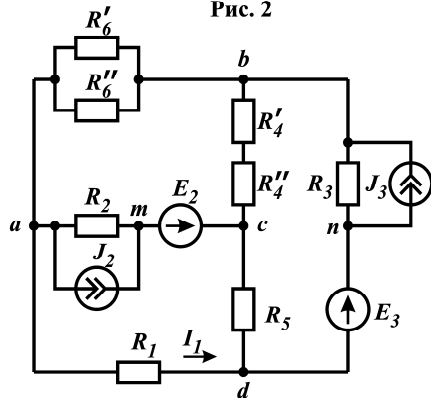


Рис. 4

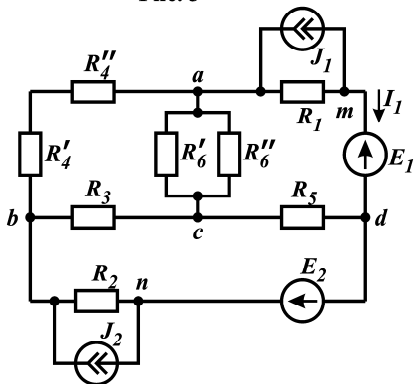


Рис. 5

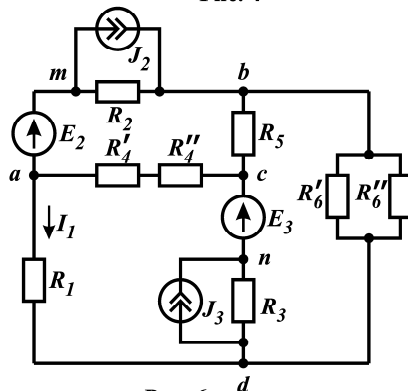


Рис. 6

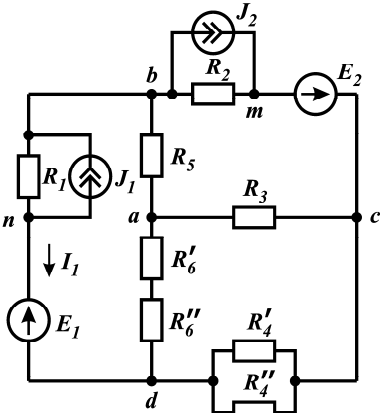


Рис. 7

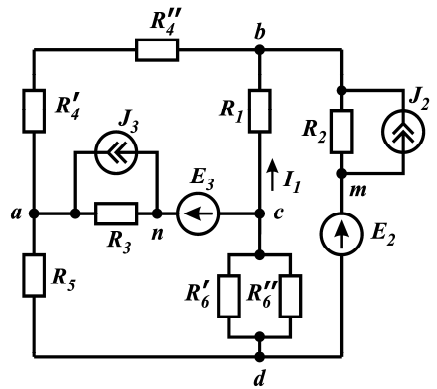


Рис. 8

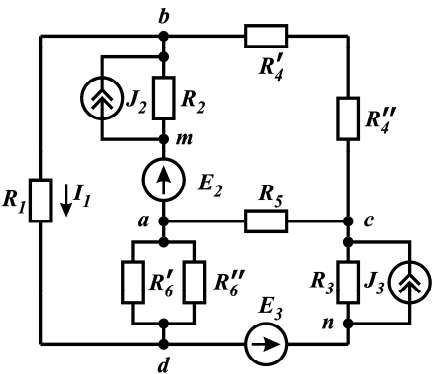


Рис. 9

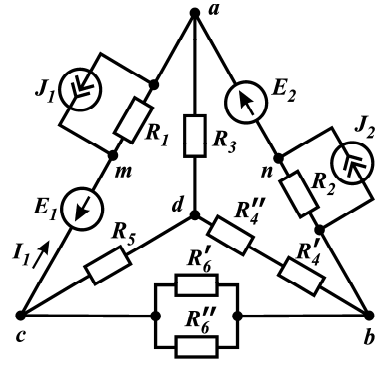


Рис. 10

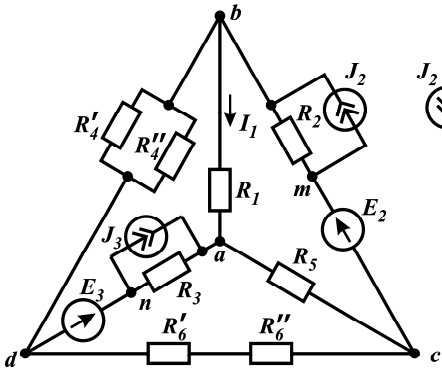


Рис. 11

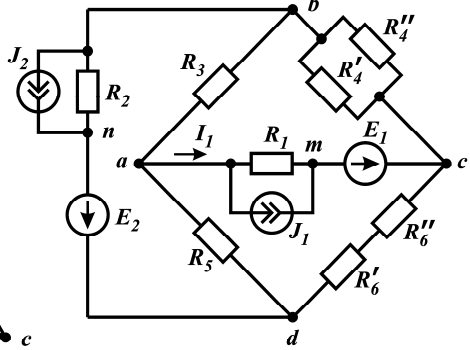


Рис. 12

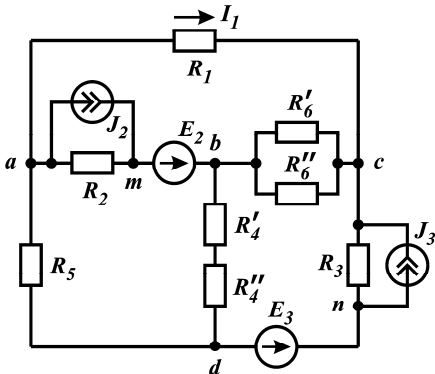


Рис. 13

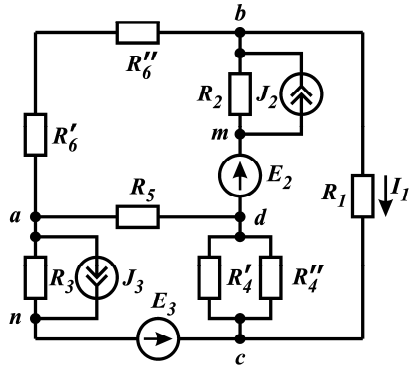


Рис. 14

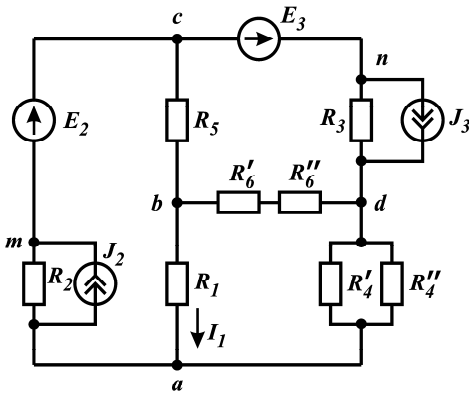


Рис. 15

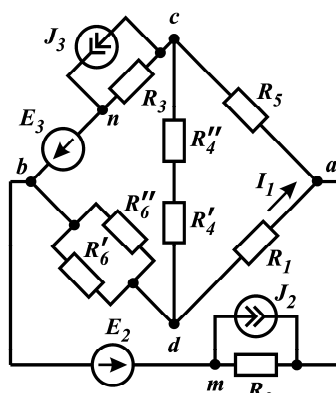


Рис. 16

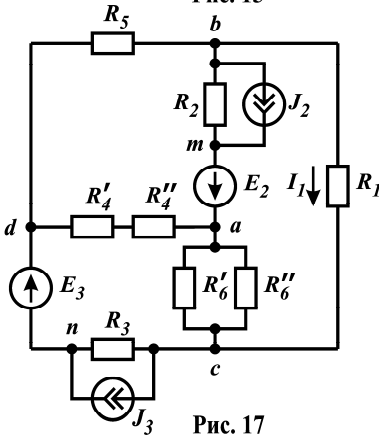


Рис. 17

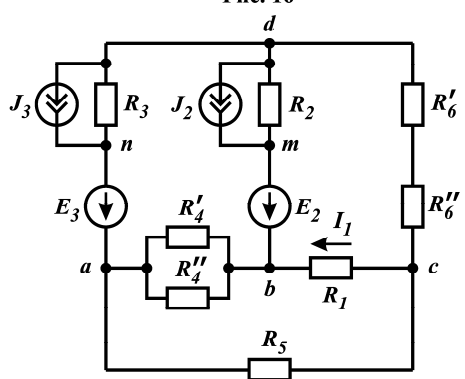


Рис. 18

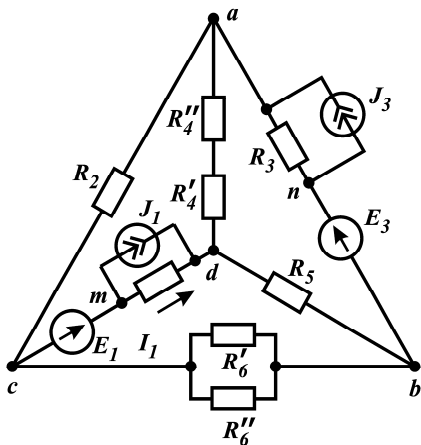


Рис. 19

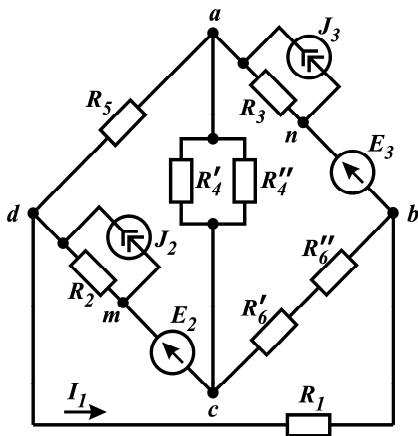


Рис. 20

Приклад. Варіант №100. Номер рисунка згідно варіанта – 2, параметри елементів схеми:

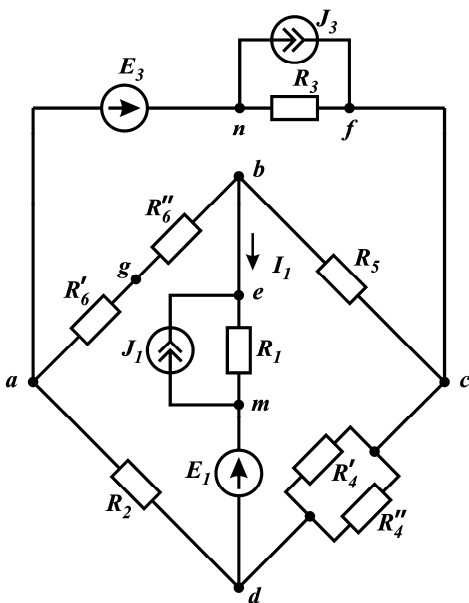


Рисунок 21. Схема до умови задачі згідно варіанта

- $R_1 = 8 \text{ Ом}, R_2 = 10 \text{ Ом},$
 $R_3 = 6 \text{ Ом}, R'_4 = 40 \text{ Ом},$
 $R''_4 = 24 \text{ Ом}, R_5 = 21 \text{ Ом},$
 $R'_6 = 12 \text{ Ом}, R''_6 = 14 \text{ Ом},$
 $E_1 = 25 \text{ В}, E_3 = 14 \text{ В}$
 $J_1 = 0,5 \text{ А}, J_3 = 1 \text{ А}.$

Елементи E_2 та J_2 в схемі відсутні, тому в таблиці варіантів для них стоять прочки.

Для заданої схеми виконати пункти 1-10 завдання.

1. Для схеми рис.21 виконаємо підготовчі кроки.

Схема має $y = 6$ вузлів, $N = 11$ віток, $l = 6$ взаємно-незалежних контурів:

- а) вузли – $a, v=e, c=f, d, n, m$;
- б) вітки зі струмами – $I_1, I'_1, J_1, I_2, I_3, I'_3, J_3, I_4, I'_4, I_5, I_6$;
- в) контури – 1- $anfcbga$, 2- $bcdmeb$, 3- $agbemda$, 4- cdc , 5- eme , 6- nfn .

Умовно додатні напрямки струмів та обходу контурів приведені на рис.22.

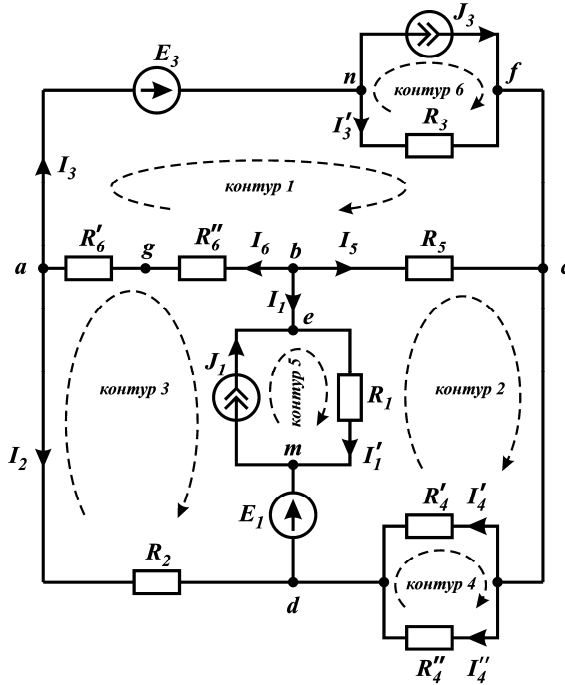


Рисунок 22. Схема за умовою задачі з додатніми напрямками обходу контурів та струмами

Запишемо систему рівнянь за законами Кірхгофа для схеми рис.22. Як було показано вище, схема рис.22 містить $N = 11$ віток із струмами, з яких $n = 2$ вітки містять джерела струму J_1 та J_3 з відомими струмами згідно умови задачі. Тому для знаходження невідомих $N - n = 11 - 2 = 9$ струмів потрібно скласти за законами Кірхгофа $N - n = 9$ рівнянь. За першим законом складають $y - 1 = 6 - 1 = 5$ рівнянь. Тоді за другим законом потрібно скласти $N - n - (y - 1) = 11 - 2 - (6 - 1) = 4$ рівняння.

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{1-й закон Кірхгофа} \\
 \text{вузол } a \quad -I_2 - I_3 + I_6 = 0 \\
 \text{вузол } b \quad -I_1 - I_5 - I_6 = 0 \\
 \text{вузол } c \quad I_3 - I'_4 - I''_4 + I_5 = 0 \\
 \text{вузол } m \quad I'_1 - I_1 - J_1 = 0 \\
 \text{вузол } n \quad -I'_3 + I_3 - J_3 = 0 \\
 \text{2-й закон Кірхгофа} \\
 \text{контур } 1 \quad R_3 I'_3 - R_5 I_5 + R'_6 I_6 + R''_6 I_6 = E_3 \\
 \text{контур } 2 \quad R_5 I_5 + R'_4 I'_4 - R_1 I'_1 = E_1 \\
 \text{контур } 3 \quad -R'_6 I_6 - R''_6 I_6 + R_1 I'_1 - R_2 I_2 = -E_1 \\
 \text{контур } 4 \quad -R'_4 I'_4 + R''_4 I''_4 = 0
 \end{array} \right\}$$

2. Спростимо схему за рис.22, здійснивши еквівалентні перетворення.

Замінімо паралельно з'єднані опори R'_4 та R''_4 еквівалентним R_4 :

$$R_4 = \frac{R'_4 \cdot R''_4}{R'_4 + R''_4} = \frac{40 \cdot 24}{40 + 24} = 15 \text{ Ом}$$

Замінімо послідовно з'єднані опори R'_6 та R''_6 еквівалентним R_6 :

$$R_6 = R'_6 + R''_6 = 12 + 14 = 26 \text{ Ом}$$

Замінімо джерела струму J_1 та J_3 еквівалентними додатковими джерелами ЕРС E_{J_1} та E_{J_3} :

$$E_{J_1} = J_1 \cdot R_1 = 0,5 \cdot 8 = 4 \text{ В}, \quad E_{J_3} = J_3 \cdot R_3 = 1 \cdot 6 = 6 \text{ В}$$

Спрощена схема приведена на рис.23. і має $y=4$ вузла, $N=6$ віток, $l=3$ незалежних контура. Запишемо систему рівнянь за законами Кірхгофа для схеми рис.23. Для знаходження невідомих $m=6$ струмів потрібно скласти за законами Кірхгофа $m=6$ рівнянь. За першим законом можна скласти $n-1=4-1=3$ рівняння, за другим законом потрібно скласти $m-(n-1)=6-(4-1)=3$ рівняння:

$$\begin{array}{l}
 \text{1-й закон Кірхгофа} \\
 \text{вузол } a \quad -I_2 - I_3 + I_6 = 0 \\
 \text{вузол } b \quad -I_1 - I_5 - I_6 = 0 \\
 \text{вузол } c \quad I_3 - I_4 + I_5 = 0 \\
 \text{2-й закон Кірхгофа} \\
 \text{контур 1} \quad R_3 I_3 - R_5 I_5 + R_6 I_6 = E_3 + E_{J3} \\
 \text{контур 2} \quad R_5 I_5 + R_4' I_4' - R_1 I_1 = E_1 + E_{J1} \\
 \text{контур 3} \quad -R_6 I_6 + R_1 I_1 - R_2 I_2 = -E_1 - E_{J1}
 \end{array}$$

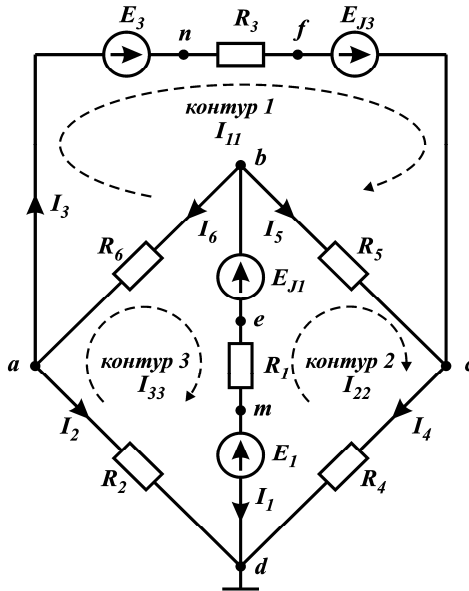


Рисунок 23. Спрощена схема

3. Визначимо струми у всіх вітках схеми методом контурних струмів.

Будемо вважати, що в кожному з трьох контурів на схемі за рис.23 протікає власний струм, який чисельно дорівнює струму у *несуміжній* вітці контура. Будемо називати ці струми контурними та позначати I_{11} , I_{22} , I_{33} . Умовно додатні напрямки контурних струмів можна обирати довільно. Оберемо їх такими, що співпадають з умовно додатніми напрямками обходу відповідних контурів (див. рис.23).

Запишемо систему рівнянь за другим законом Кірхгофа для схеми рис.23, використовуючи контурні струми:

$$\left. \begin{array}{l} \text{контур 1} \quad (R_3 + R_5 + R_6)I_{11} - R_5I_{22} - R_6I_{33} = E_3 + E_{J_3} \\ \text{контур 2} \quad -R_5I_{11} + (R_1 + R_4 + R_5)I_{22} - R_1I_3 = E_1 + E_{J_1} \\ \text{контур 3} \quad -R_6I_{11} - R_1I_{22} + (R_1 + R_2 + R_6)I_{33} = -E_1 - E_{J_1} \end{array} \right\}$$

Підставимо відомі параметри у попередню систему рівнянь.

$$\left. \begin{array}{l} (6 + 21 + 26) \cdot I_{11} - 21 \cdot I_{22} - 26 \cdot I_{33} = 14 + 6 \\ -21 \cdot I_{11} + (8 + 15 + 21) \cdot I_{22} - 8 \cdot I_{33} = 25 + 4 \\ -26 \cdot I_{11} - 8 \cdot I_{22} + (8 + 10 + 26) \cdot I_{33} = -25 - 4 \end{array} \right\}$$

Після спрощення отримаємо наступну систему трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими контурними струмами I_{11} , I_{22} , I_{33} :

$$\left. \begin{array}{l} 53 \cdot I_{11} - 21 \cdot I_{22} - 26 \cdot I_{33} = 20 \\ -21 \cdot I_{11} + 44 \cdot I_{22} - 8 \cdot I_{33} = 29 \\ -26 \cdot I_{11} - 8 \cdot I_{22} + 44 \cdot I_{33} = -29 \end{array} \right\}$$

Вирішимо попередню систему рівнянь одним із відомих методів розв'язування систем лінійних рівнянь (визначники, метод знаходження оберненої матриці, метод виключення). Скористаємося визначниками. Згідно даного методу невідомі знаходяться за наступними формулами:

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

де Δ – головний, а Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 – допоміжні визначники системи рівнянь.

Запишемо та розрахуємо (за правилом зірки) головний визначник Δ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 53 & -21 & -26 \\ -21 & 44 & -8 \\ -26 & -8 & 44 \end{vmatrix} = 53 \cdot 44 \cdot 44 + (-21) \cdot (-8) \cdot (-26) + (-21) \cdot (-8) \cdot (-26) - (-26) \cdot 44 \cdot (-26) - (-21) \cdot (-21) \cdot 44 - (-8) \cdot (-8) \cdot 53 =$$

$$= 102608 - 4368 - 4368 - 29744 - 19404 - 3392 = 41332$$

Запишемо та розрахуємо допоміжні визначники Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -21 & -26 \\ 29 & 44 & -8 \\ -29 & -8 & 44 \end{vmatrix} = 20 \cdot 44 \cdot 44 + (-21) \cdot (-8) \cdot (-29) + 29 \cdot (-8) \cdot (-26) -$$

$$\begin{aligned}
 & -(-29) \cdot 44 \cdot (-26) - 29 \cdot (-21) \cdot 44 - (-8) \cdot (-8) \cdot 20 = \\
 & = 38720 - 4872 + 6032 - 33176 + 26796 - 1280 = 32220
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 53 & 20 & -26 \\ -21 & 29 & -8 \\ -26 & -29 & 44 \end{vmatrix} = 53 \cdot 29 \cdot 44 + 20 \cdot (-8) \cdot (-26) + (-21) \cdot (-29) \cdot (-26) - \\
 & -(-26) \cdot 29 \cdot (-26) - (-21) \cdot 20 \cdot 44 - (-29) \cdot (-8) \cdot 53 = \\
 & = 67628 + 4160 - 15834 - 19604 + 18480 - 12296 = 42534
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_3 &= \begin{vmatrix} 53 & -21 & 20 \\ -21 & 44 & 29 \\ -26 & -8 & -29 \end{vmatrix} = 53 \cdot 44 \cdot (-29) + (-21) \cdot 29 \cdot (-26) + (-21) \cdot (-8) \cdot 20 - \\
 & -(-26) \cdot 44 \cdot 20 - (-21) \cdot (-21) \cdot (-29) - (-8) \cdot 29 \cdot 53 = \\
 & = -67628 + 15834 + 3360 + 22880 + 12789 + 12296 = -469
 \end{aligned}$$

Розрахуємо контурні струми за вищенаведеними формулами:

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{32220}{41332} = 0,77954 \text{ A}, \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{42534}{41332} = 1,02908 \text{ A},$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-469}{41332} = -0,01135 \text{ A}$$

В схемі рис.23 є вітки, що належать лише одному контуру (вітки з опорами R_2 , R_3 , R_4). Їх називають *несуміжними*, а струми цих віток рівні відповідним контурним струмам з урахуванням умовно додатнього напрямку:

$$I_{11} = I_3 = 0,77954 \text{ A}$$

$$I_{22} = I_4 = 1,02908 \text{ A}$$

$$I_{33} = -I_2 = -0,01135 \text{ A}$$

Вітки схеми, які належать одночасно двом контурам (вітки з опорами R_1 , R_5 , R_6) називаються *суміжними*. Струми цих віток є результатом накладання (алгебраїчної суми) контурних струмів відповідних контурів:

$$I_1 = -I_{22} + I_{33} = -1,02908 + (-0,01135) = -1,04043 \text{ A}$$

$$I_5 = -I_{11} + I_{22} = -0,77954 + 1,02908 = 0,24954 \text{ A}$$

$$I_6 = I_{11} - I_{33} = 0,77954 - (-0,01135) = 0,79089 \text{ A}$$

Таким чином в результаті розрахунку струмів методом контурних струмів були визначені струми в усіх вітках схеми.

4. Визначимо струми у всіх вітках схеми методом вузлових потенціалів

Згідно методу вузлових потенціалів один із вузлів схеми можна заземлити (тобто вважати потенціал вузла рівним нулю). Прийнемо потенціал вузла d за нуль $\varphi_d = 0$. Тоді у схемі рис.23 залишається три вузла (a, b, c), потенціали яких не відомі. Визначимо їх, для чого запишемо систему рівнянь по методу вузлових потенціалів у загальному вигляді.

$$\left. \begin{aligned} G_{aa} \cdot \varphi_a + G_{ab} \cdot \varphi_b + G_{ac} \cdot \varphi_c &= \mathbf{I}_a \\ G_{ba} \cdot \varphi_a + G_{bb} \cdot \varphi_b + G_{bc} \cdot \varphi_c &= \mathbf{I}_b \\ G_{ca} \cdot \varphi_a + G_{cb} \cdot \varphi_b + G_{cc} \cdot \varphi_c &= \mathbf{I}_c \end{aligned} \right\}$$

У цій системі рівнянь прийнято наступні позначення:

$\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ – невідомі потенціали вузлів;

G_{aa}, G_{bb}, G_{cc} – вузлові провідності (сума провідностей віток, які утворюють відповідний вузол);

$G_{ab}, G_{ba}, G_{ac}, G_{ca}, G_{bc}, G_{cb}$ – провідності безпосередньо між вузлами (сума провідностей віток між відповідними вузлами) взяті зі знаком „мінус”;

$\mathbf{I}_a, \mathbf{I}_b, \mathbf{I}_c$, – вузлові струми.

Визначимо вузлові провідності.

Вузол a утворений вітками з опорами R_2, R_3, R_6 , тому вузлова провідність для вузла a розраховується:

$$G_{aa} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{10} + \frac{1}{6} + \frac{1}{26} = 0,1 + 0,16667 + 0,03846 = 0,30513 \text{ См}$$

Аналогічно вузли b та c утворені вітками з опорами R_1, R_5, R_6 та R_3, R_4, R_5 відповідно. Тоді вузлові провідності вузлів b і c визначатимуться:

$$G_{bb} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{8} + \frac{1}{21} + \frac{1}{26} = 0,125 + 0,04762 + 0,03846 = 0,21108 \text{ См}$$

$$G_{cc} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} = 0,16667 + 0,06667 + 0,04762 = 0,28096 \text{ См}$$

Визначимо провідності між двома вузлами.

Вузол **a** сполучається безпосередньо з вузлом **b** однією віткою з опором R_6 . Аналогічно вузол **b** сполучається з **a** теж однією віткою з R_6 . Тому:

$$G_{ab} = G_{ba} = -\frac{1}{R_6} = -\frac{1}{26} = -0,03846 \text{ См}$$

Аналогічно для інших вузлів знаходимо:

$$G_{ac} = G_{ca} = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{6} = -0,16667 \text{ См}$$

$$G_{bc} = G_{cb} = -\frac{1}{R_5} = -\frac{1}{21} = -0,04762 \text{ См}$$

В утворенні вузлових струмів беруть участь лише активні вітки (які містять джерела енергії). Коли джерело енергії діє в напрямку до вузла, то складова вузлового струму від нього береться з додатнім знаком, в протилежному разі – з від’ємним. Визначимо вузлові струми для схеми рис.3.

$$I_a = -\frac{E_3}{R_3} - \frac{E_{J_3}}{R_3} = -\frac{14}{6} - \frac{6}{6} = -2,33333 - 1 = -3,33333 \text{ A}$$

$$I_b = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_{J_1}}{R_1} = \frac{25}{8} + \frac{4}{8} = 3,125 + 0,5 = 3,625 \text{ A}$$

$$I_c = \frac{E_3}{R_3} + \frac{E_{J_3}}{R_3} = \frac{14}{6} + \frac{6}{6} = 2,33333 + 1 = 3,33333 \text{ A}$$

Підставимо знайдені значення провідностей та вузлових струмів у систему рівнянь по методу вузлових потенціалів:

$$\left. \begin{aligned} 0,30513 \cdot \varphi_a - 0,03846 \cdot \varphi_b - 0,16667 \cdot \varphi_c &= -3,33333 \\ -0,03846 \cdot \varphi_a + 0,21108 \cdot \varphi_b - 0,04762 \cdot \varphi_c &= 3,625 \\ -0,16667 \cdot \varphi_a - 0,04762 \cdot \varphi_b + 0,28096 \cdot \varphi_c &= 3,33333 \end{aligned} \right\}$$

Скористаємося визначниками для розв’язання системи лінійних рівнянь.

Розрахуємо основний та допоміжні визначники системи рівнянь:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,30513 & -0,03846 & -0,16667 \\ -0,03846 & 0,21108 & -0,04762 \\ -0,16667 & -0,04762 & 0,28096 \end{vmatrix} = 0,30513 \cdot 0,21108 \cdot 0,28096 +$$

$$\begin{aligned}
&+(-0,03846) \cdot (-0,04762) \cdot (-0,16667) + (-0,03846) \cdot (-0,04762) \cdot (-0,16667) - \\
&-(-0,16667) \cdot 0,21108 \cdot (-0,16667) - (-0,03846) \cdot (-0,03846) \cdot 0,28096 - \\
&-(-0,04762) \cdot (-0,04762) \cdot 0,30513 = 18,096 \cdot 10^{-3} - 0,305 \cdot 10^{-3} - 0,305 \cdot 10^{-3} - \\
&-5,864 \cdot 10^{-3} - 0,416 \cdot 10^{-3} - 0,692 \cdot 10^{-3} = 10,514 \cdot 10^{-3}
\end{aligned}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -3,33333 & -0,03846 & -0,16667 \\ 3,625 & 0,21108 & -0,04762 \\ 3,33333 & -0,04762 & 0,28096 \end{vmatrix} = (-3,33333) \cdot 0,21108 \cdot 0,28096 +$$

$$\begin{aligned}
&+(-0,03846) \cdot (-0,04762) \cdot 3,33333 + 3,625 \cdot (-0,04762) \cdot (-0,16667) - \\
&-3,33333 \cdot (0,21108) \cdot (-0,16667) - 3,625 \cdot (-0,03846) \cdot (0,28096) - \\
&-(-0,04762) \cdot (-0,04762) \cdot (-3,33333) = -197,68 \cdot 10^{-3} + 6,105 \cdot 10^{-3} + \\
&+ 28,771 \cdot 10^{-3} + 117,269 \cdot 10^{-3} + 39,171 \cdot 10^{-3} + 7,559 \cdot 10^{-3} = 1,195 \cdot 10^{-3}
\end{aligned}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,30513 & -3,33333 & -0,16667 \\ -0,03846 & 3,625 & -0,04762 \\ -0,16667 & 3,33333 & 0,28096 \end{vmatrix} = 0,30513 \cdot 3,625 \cdot 0,28096 +$$

$$\begin{aligned}
&+(-3,33333) \cdot (-0,04762) \cdot (-0,16667) + (-0,03846) \cdot 3,33333 \cdot (-0,16667) - \\
&-(-0,16667) \cdot 3,625 \cdot (-0,16667) - (-0,03846) \cdot (-3,33333) \cdot (0,28096) - \\
&-3,33333 \cdot (-0,04762) \cdot (0,30513) = 310,769 \cdot 10^{-3} - 26,456 \cdot 10^{-3} + 21,367 \cdot 10^{-3} - \\
&-100,698 \cdot 10^{-3} - 36,019 \cdot 10^{-3} + 48,434 \cdot 10^{-3} = 217,397 \cdot 10^{-3}
\end{aligned}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,30513 & -0,03846 & -3,33333 \\ -0,03846 & 0,21108 & 3,625 \\ -0,16667 & -0,04762 & 3,33333 \end{vmatrix} = 0,30513 \cdot 0,21108 \cdot 3,33333 +$$

$$\begin{aligned}
&+(-0,03846) \cdot 3,625 \cdot (-0,16667) + (-0,03846) \cdot (-0,04762) \cdot (-3,33333) - \\
&-(-0,16667) \cdot (0,21108) \cdot (-3,33333) - (-0,03846) \cdot (-0,03846) \cdot 3,33333 - \\
&-(-0,04762) \cdot 3,625 \cdot 0,30513 = 214,689 \cdot 10^{-3} + 23,237 \cdot 10^{-3} - 6,105 \cdot 10^{-3} - \\
&-117,269 \cdot 10^{-3} - 4,931 \cdot 10^{-3} + 52,672 \cdot 10^{-3} = 162,293 \cdot 10^{-3}
\end{aligned}$$

Невідомі потенціали вузлів розрахуємо:

$$\varphi_a = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1,195 \cdot 10^3}{10,514 \cdot 10^3} = 0,11366 \text{ В}, \quad \varphi_b = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{217,397 \cdot 10^3}{10,514 \cdot 10^3} = 20,67691 \text{ В},$$

$$\varphi_c = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{162,293 \cdot 10^3}{10,514 \cdot 10^3} = 15,4359 \text{ В.}$$

Струми у вітках визначимо із закону Ома.

Виразимо, для прикладу, потенціал вузла b через потенціал вузла d :

$$\varphi_b = \varphi_d + E_1 + R_1 \cdot I_1' + E_{J_1}.$$

З останнього рівняння можна визначити струм у першій вітці:

$$I_1 = \frac{\varphi_b - \varphi_d - E_1 - E_{J_1}}{R_1} = \frac{20,67691 - 0 - 25 - 4}{8} = -1,04039 \text{ А}$$

Розмірковуючи аналогічно можна визначити струми в інших вітках.

$$I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_d}{R_2} = \frac{0,11366 - 0}{10} = 0,01137 \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_c + E_3 + E_{J_3}}{R_3} = \frac{0,11366 - 15,4359 + 14 + 6}{6} = 0,77963 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_c - \varphi_d}{R_4} = \frac{15,4359 - 0}{15} = 1,02906 \text{ А}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = \frac{20,67691 - 15,4359}{21} = 0,24957 \text{ А}$$

$$I_6 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R_6} = \frac{20,67691 - 0,11366}{26} = 0,79089 \text{ А}$$

5. Порівняємо струми віток розраховані двома методами між собою

У таблицю 1 зведено результати розрахунку струмів двома методами. Як видно струми дещо відрізняються, що викликано округленням при розрахунках. Загалом результати розрахунків за двома методами співпадають.

Таблиця 1.

| Метод розрахунку | $I_1, \text{ А}$ | $I_2, \text{ А}$ | $I_3, \text{ А}$ | $I_4, \text{ А}$ | $I_5, \text{ А}$ | $I_6, \text{ А}$ |
|----------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Метод контурних струмів | -1,04043 | 0,01135 | 0,77954 | 1,02908 | 0,24954 | 0,79089 |
| Метод вузлових потенціалів | -1,04039 | 0,01137 | 0,77963 | 1,02906 | 0,24957 | 0,79089 |

6. Складемо рівняння балансу потужностей та перевіримо його виконання

Якщо струм протікає по опорам, то в останніх виділяється тепло. З законом збереження енергії кількість теплоти, яка виділяється в одиницю часу в

опорах схеми (у приймачах), повинна дорівнювати енергії, яку постачають за той же час джерела енергії:

$$P_{\text{джерел}} = P_{\text{приймачів}}$$

Рівняння енергетичного балансу для енергетичних кіл з джерелами ЕРС має вигляд:

$$\sum_{i=1}^N (\pm E_i I_i) = \sum_{i=1}^N (I_i^2 R_i)$$

де i – порядковий номер вітки, N – кількість віток схеми, E_i , I_i , R_i – ЕРС, струм та опір i -тої вітки.

Якщо напрям струму I_i , який протікає через джерело ЕРС E_i , має однаковий напрям з напрямом ЕРС, то джерело ЕРС постачає в коло енергію в одиницю часу (потужність) і вираз $E_i I_i$ має додатній знак в рівнянні енергетичного балансу.

Якщо напрям струму I_i і напрям ЕРС джерела протилежні, то джерело ЕРС не постачає енергію, а споживає її (наприклад, зарядка акумулятора) і вираз $E_i I_i$ має від’ємний знак в рівнянні енергетичного балансу.

Коли схема має джерела ЕРС та джерела струму, то рівняння енергетичного балансу матиме вигляд

$$\sum_{i=1}^N (\pm E_i I_i) + \sum_{j=1}^n (U_{ab_j} J_j) = \sum_{i=1}^N (I_i^2 R_i)$$

де j – порядковий номер вітки з джерелом струму, n – кількість віток з джерелами струму, J_j – струм джерела струму у j -тій вітці, U_{ab_j} – напруга на затискувачах джерела струму у j -тій вітці (вважають, що струм J_j виходить з вузла b і входить у вузол a).

Складемо рівняння балансу потужностей для схеми рис.23. Схема має шість віток, чотири ЕРС у двох вітках, джерела струму відсутні.

Підрахуємо потужність джерел електричної енергії, користуючись, наприклад, результатами розрахунку струмів за методом вузлових потенціалів):

$$\begin{aligned} P_{\text{джерел}} &= -E_1 I_1 - E_{J_1} I_1 + E_3 I_3 + E_{J_3} I_3 = \\ &= -25 \cdot (-1,04039) - 4 \cdot (-1,04039) + 14 \cdot 0,77963 + 6 \cdot 0,77963 = \\ &= 26,00975 + 4,16156 + 10,91482 + 4,67778 = 45,76391 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Добутки $E_1 I_1$ та $E_{J_1} I_1$ взяті з від'ємним знаком, бо напрямки ЕРС та струмів на схемі рис.23 не збігаються.

Підрахуємо потужність приймачів електричної енергії:

$$\begin{aligned} P_{\text{приймачів}} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = \\ &= (-1,04039)^2 \cdot 8 + 0,01137^2 \cdot 10 + 0,77963^2 \cdot 6 + 1,02906^2 \cdot 15 + \\ &+ 0,24957^2 \cdot 21 + 0,79089^2 \cdot 26 = 8,65929 + 0,00129 + 3,64694 + \\ &+ 15,88447 + 1,30799 + 16,26318 = 45,76316 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Отже, $P_{\text{джерел}} = 45,76391 \text{ Вт} \approx P_{\text{приймачів}} = 45,76316 \text{ Вт}$

Як видно з розрахунків, рівняння балансу потужностей виконується, що свідчить про правильність визначення струмів у вітках схеми.

7. Визначити струм I_1 методом еквівалентного генератора

Метод еквівалентного генератора доцільно використовувати, коли необхідно визначити струм лише в окремій вітці схеми.

Для цього використовують рівняння за законом Ома згідно рис.24:

$$I = \frac{U_{ab \text{ x.x.}}}{R + R_{\text{вх}}}$$

де I – струм, який потрібно визначити;

R – опір, що приєднаний до затискачів a і b і в якому протікає струм I ;

$R_{\text{вх}}$ – внутрішній опір еквівалентного генератора;

$U_{ab \text{ x.x.}}$ – ЕРС еквівалентного генератора.

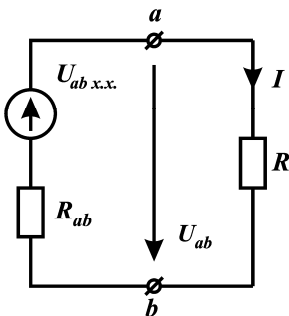


Рисунок 24. Схема до методу еквівалентного генератора

Послідовність розрахунку струму методом еквівалентного генератора:

а) відєднують вітку з опором R і визначають напругу $U_{ab \text{ x.x.}}$ на затискачах a і b ;

б) розраховують вхідний опір $R_{\text{вх}}$ всієї схеми відносно затискачів a і b при замкнених джерелах ЕРС і вилучених джерелах струму (якщо такі є);

в) визначають струм за рівнянням, яке наведене вище.

Отже, згідно завдання потрібно визначити струм I_1 в опорі R_1 схеми рис.3. Визначимо параметри еквівалентного генератора.

Вилучимо зі схеми рис.23 опір R_1 – рис.25

З метою визначення $U_{em.x.x}$ запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контура **abemda** схеми рис.25:

$$-R_6 I_{1K} + (R_2 + R_6) I_{2K} + U_{em.x.x} = -E_1 - E_{J_1}$$

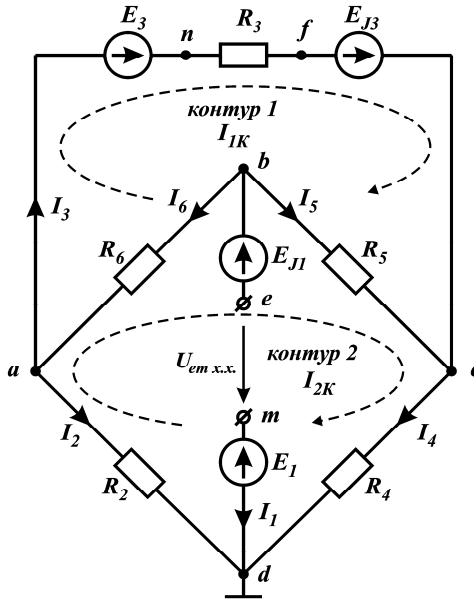


Рисунок 25. Розрахунок напруги холостого ходу

Визначимо з цього рівняння напругу холостого ходу:

$$U_{em.x.x} = R_6 I_{1K} - (R_2 + R_6) I_{2K} - E_1 - E_{J_1}$$

У схемі рис.25 два контури з контурними струмами I_{1K} та I_{2K} , тому:

$$\left. \begin{aligned} (R_3 + R_5 + R_6) I_{1K} - (R_5 + R_6) I_{2K} &= E_3 + E_{J_3} \\ -(R_5 + R_6) I_{1K} + (R_2 + R_4 + R_5 + R_6) I_{2K} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Підставимо числові дані в систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} (6 + 21 + 26) \cdot I_{1K} - (21 + 26) \cdot I_{2K} &= 14 + 6 \\ -(21 + 26) \cdot I_{1K} + (10 + 15 + 21 + 26) \cdot I_{2K} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Спростимо систему рівнянь та вирішимо її використовуючи визначники:

$$\begin{cases} 53 \cdot I_{1K} - 47 \cdot I_{2K} = 20 \\ -47 \cdot I_{1K} + 72 \cdot I_{2K} = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 53 & -47 \\ -47 & 72 \end{vmatrix} = 53 \cdot 72 - (-47) \cdot (-47) = 3816 - 2209 = 1607$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -47 \\ 0 & 72 \end{vmatrix} = 20 \cdot 72 - 0 \cdot (-47) = 1440$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 53 & 20 \\ -47 & 0 \end{vmatrix} = 53 \cdot 0 - (-47) \cdot 20 = 940$$

Визначимо контурні струми:

$$I_{1K} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1440}{1607} = 0,89608 \text{ A}, \quad I_{2K} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{940}{1607} = 0,58494 \text{ A}$$

Тоді ЕРС еквівалентного генератора визначиться:

$$U_{em \text{ x.x.}} = R_6 I_{1K} - (R_2 + R_6) I_{2K} - E_1 - E_{J_1} = 26 \cdot 0,89608 - (10 + 26) \cdot 0,58494 - 25 - 4 = 23,298 - 21,058 - 29 = -26,76 \text{ В}$$

Визначимо внутрішній опір еквівалентного генератора або вхідний опір схеми відносно затискачів e та m . Для цього в схемі рис.25 закортимо усі джерела ЕРС – рис.26.а. Щоб визначити вхідний опір схеми рис.26.а. R_{em} відносно затискачів e та m необхідно перетворити будь-який трикутник опорів у еквівалентну зірку опорів, або навпаки – будь-яку зірку в еквівалентний трикутник.

Перетворимо трикутник опорів $R_3 - R_5 - R_6$ у еквівалентну йому зірку опорів $R_a - R_b - R_c$ – рис.27. Опори променів еквівалентної зірки визначають за формулами еквівалентного перетворення:

$$R_a = \frac{R_3 \cdot R_6}{R_3 + R_5 + R_6} = \frac{6 \cdot 26}{6 + 21 + 26} = \frac{156}{53} = 2,9434 \text{ Ом}$$

$$R_b = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_3 + R_5 + R_6} = \frac{21 \cdot 26}{6 + 21 + 26} = \frac{546}{53} = 10,3019 \text{ Ом}$$

$$R_c = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5 + R_6} = \frac{6 \cdot 21}{6 + 21 + 26} = \frac{126}{53} = 2,3774 \text{ Ом}$$

В результаті еквівалентного перетворення отримаємо схему рис.26.б з послідовно-паралельним з'єднанням опорів. Вхідний опір R_{em} визначиться:

$$R_{em} = R_b + \frac{(R_a + R_2) \cdot (R_c + R_4)}{R_a + R_2 + R_c + R_4} = 10,3019 + \frac{(2,9434 + 10) \cdot (2,3774 + 15)}{2,9434 + 10 + 2,3774 + 15} =$$

$$= 10,3019 + \frac{12,9434 \cdot 17,3774}{30,3208} = 10,3019 + \frac{224,9226}{30,3208} = 17,72 \text{ Ом}$$

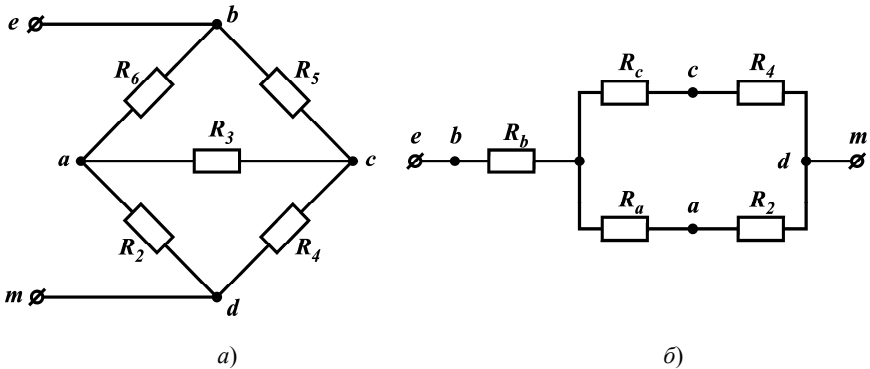


Рисунок 26. Схема для визначення вхідного опору еквівалентного генератора

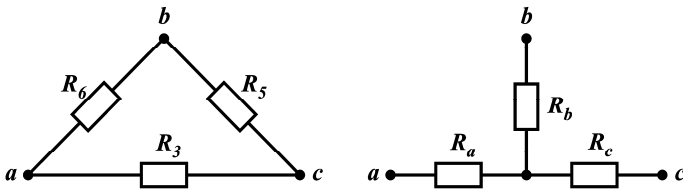


Рисунок 27. Перетворення трикутника опорів у еквівалентну зірку

Схема еквівалентного генератора з його параметрами показана на рис.28.

Визначимо струм в опорі R_1

$$I_1 = \frac{U_{em \text{ x.x.}}}{R_1 + R_{em}} = \frac{-26,76}{8 + 17,72} = \frac{-26,76}{25,72} = -1,04044 \text{ A}$$

Запишемо рівняння вольт-амперної характеристики для еквівалентного генератора, застосовуючи закони Ома для ділянки та повного кола до рис.28:

$$U_{em} = f(I_1) = E_{e2} - I_1 \cdot R_{6x} = U_{em \text{ x.x.}} - I_1 \cdot R_{em}$$

$$U_{em} = -26,76 - 17,72 \cdot I_1$$

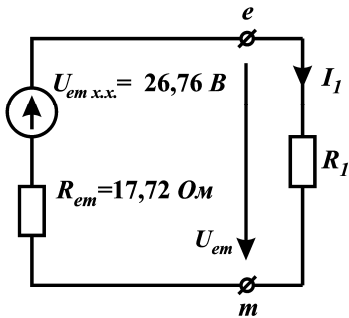


Рисунок 28. Схема еквівалентного генератора

ВАХ еквівалентного генератора побудована на рис.29.

Рівняння ВАХ – це лінійна залежність між струмом та напругою. Тому її можна побудувати по двома точкам, що характеризують роботу при холостому ході та короткому замиканні.

При короткому замиканні $U_{em} = 0$,
 тоді $I_{1кз} = \frac{U_{em.x.x.}}{R_{em}} = \frac{-26,76}{17,72} = -1,51 \text{ A}$.

При холостому ході $I_1 = 0$, тоді
 $U_{em} = U_{em.x.x.} = -26,76 \text{ B}$.

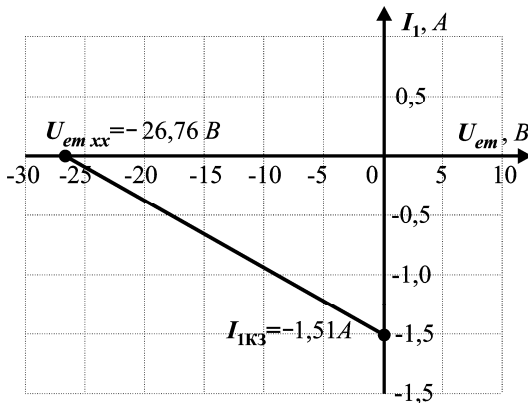


Рисунок 29. Вольт-амперна характеристика еквівалентного генератора

8. Накреслимо потенціальну діаграму для контура *dmebanfcd* спрощеної схеми, що включає обидві ЕРС.

Потенціальна діаграма – це графік зміни потенціалу в контурі *dmebanfcd* на елементах контура. Потенціальна діаграма побудована на рис.30.

Прийmemo потенціал точки *d* рівним нулю $\varphi_d = 0$. Визначимо потенціали інших точок вказаного контура.

$$\varphi_c = \varphi_d + I_4 \cdot R_4 = 0 + 1,02908 \cdot 15 = 15,4362 \text{ B}$$

$$\varphi_f = \varphi_c - E_{J_3} = 15,4362 - 6 = 9,4362 \text{ B}$$

$$\varphi_n = \varphi_f + I_3 \cdot R_3 = 9,4362 + 0,77954 \cdot 6 = 9,4362 + 4,67724 = 14,11344 \text{ В}$$

$$\varphi_a = \varphi_n - E_3 = 14,11344 - 14 = 0,11344 \text{ В}$$

$$\varphi_b = \varphi_a + I_6 \cdot R_6 = 0,11344 + 0,79089 \cdot 26 = 0,11344 + 20,56314 = 20,67658 \text{ В}$$

$$\varphi_e = \varphi_b - E_{J_1} = 20,67658 - 4 = 16,67658 \text{ В}$$

$$\varphi_m = \varphi_e - I_1 \cdot R_1 = 16,67658 - (-1,04043) \cdot 8 = 16,67658 + 8,32344 = 25 \text{ В}$$

$$\varphi_d = \varphi_m - E_1 = 25 - 25 = 0 \text{ В}$$

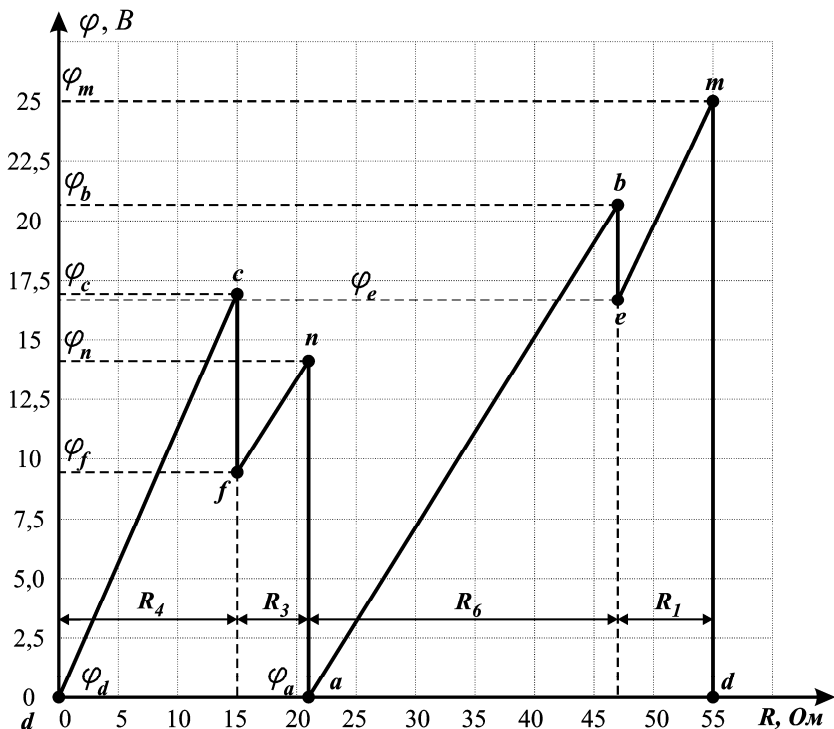


Рисунок 30. Потенціальна діаграма контура

9. Розрахуємо струми та складемо рівняння балансу потужностей для початкової схеми

Використовуючи систему рівнянь на основі законів Кірхгофа, яка була записана у п.п.2 знаходимо невідомі струми для схеми рис.22.

$$I'_1 = I_1 + J_1 = -1,04039 + 0,5 = -0,54039 \text{ А}$$

$$I'_3 = I_3 - J_3 = 0,77963 - 1 = -0,22037 \text{ A}$$

$$I''_4 = I_3 - I_4 + I_5 = 0,77963 - 0,38595 + 0,24957 = 0,64325 \text{ A}$$

де струм I'_4 визначено методом опору чужої вітки:

$$I'_4 = (I_3 + I_5) \cdot \frac{R''_4}{R'_4 + R''_4} = (0,77963 + 0,24957) \cdot \frac{24}{40 + 24} = 0,38595 \text{ A}$$

Визначимо напруги на затискачах віток з джерелами струму.

$$U_{em} = I'_1 \cdot R_1 = -0,54039 \cdot 8 = -4,32312 \text{ B}$$

$$U_{fn} = -I'_3 \cdot R_3 = -(-0,22037) \cdot 6 = 1,32222 \text{ B}$$

Підрахуємо потужність джерел електричної енергії:

$$\begin{aligned} P_{джерел} &= -E_1 I_1 + E_3 I_3 + U_{em} J_1 + U_{fn} J_3 = \\ &= -25 \cdot (-1,04039) + 14 \cdot 0,77963 + (-4,32312) \cdot 0,5 + 1,32222 \cdot 1 = \\ &= 26,00975 + 10,91482 - 2,16156 + 1,32222 = 36,08523 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Підрахуємо потужність споживачів електричної енергії:

$$\begin{aligned} P_{приймачів} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4'^2 R_4 + I_4''^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6'^2 R_6 + I_6''^2 R_6 = \\ &= (-0,54039)^2 \cdot 8 + 0,01137^2 \cdot 10 + (-0,22037)^2 \cdot 6 + 0,38595^2 \cdot 40 + \\ &+ 0,64325^2 \cdot 24 + 0,24957^2 \cdot 21 + 0,79089^2 \cdot 12 + 0,79089^2 \cdot 14 = \\ &= 2,33617 + 0,00129 + 0,29138 + 5,9583 + 9,9305 + 1,30799 + \\ &+ 7,50608 + 8,7571 = 36,0888 \text{ Вт} \end{aligned}$$

$$\text{Отже, } P_{джерел} = 36,08523 \text{ Вт} \approx P_{приймачів} = 36,0888 \text{ Вт}$$

Як видно з розрахунків, рівняння балансу потужностей виконується, що свідчить про правильність визначення струмів у вітках початкової схеми.

Відмітимо, що баланс потужності для схеми з джерелами струму та без них відрізняється. Це пояснюється тим, що заміна джерел струму еквівалентними джерелами ЕРС не є еквівалентною з точки зору виділення енергії в схемі.

Контрольні запитання

Перший рівень

1. Що таке вузол, вітка, контур електричного кола?
2. Сформулювати закон Ома для повного кола.
3. Сформулювати закон Ома для ділянки кола
4. Сформулювати закони Кірхгофа
5. Пояснити суть методу контурних струмів
6. Пояснити суть методу вузлових потенціалів
7. Пояснити суть методу еквівалентного генератора
8. Записати рівняння балансу електричних потужностей
9. Що таке вольт-амперна характеристика?
10. Як перетворити трикутник опорів у еквівалентну зірку та навпаки?
11. Що таке потенційна діаграма і як вона будується?

Другий рівень

Тестові завдання з модуля 1 згідно з додатками (картками).

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Теорія електричних і магнітних кіл: Підручник / С. В. Панченко, О. М. Анянська, М. М. Бабаєв та ін. – 2-ге вид., випр. та допов. – Харків: УкрДУЗТ, 2020. – 246 с., рис. 213, табл. 2.
2. Теоретичні основи електротехніки : [підруч.] / Г. П. Балан, П. О. Кравченко, Ю. Ф. Свергун, О. Є. Щербаков – К. : Інтас, 2007. – 325 с.
3. Теоретичні основи електротехніки. Комп'ютерні розрахунки та моделювання лінійних електричних кіл: навчальний посібник / Ю.О. Карпов, С.Ш. Кацив, В.В. Кухарчук ; Міністерство освіти і науки України, Вінницький національний технічний університет. - Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2019. - 209 с.
4. Електротехніка : підручник для студентів вищих закладів освіти / Коруд В.І., Гамола, О.Є., Малинівський С.М. - Львів: Магнолія 2006, 2018. - 446 с
5. Основи електротехніки та електроніки: підручник / М.П. Матвієнко; Міністерство освіти і науки України, Конотопський інститут Сумського державного університету. - Київ: Видавництво Ліра-К, 2019. - 503 с.
6. Нова електротехніка : лекції професора В. Чабана з теоретичної електротехніки / Василь Чабан. - Львів : Простір М, 2019. - 354 с.
7. Теоретичні основи електротехніки: підручник для студентів спеціальностей: 141 "Електроенергетика, електротехніка і електромеханіка" та "Комп'ютерна інженерія" / В.С. Маляр ; Міністерство освіти і науки України, Національний університет "Львівська політехніка". - Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2018. – 414 с.
8. Теорія електричних кіл. Практикум: навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / В.Ф. Синько, О.В. Вовна, І.С. Лактіонов ; Міністерство освіти і науки України, Державний вищий навчальний заклад "Донецький національний технічний університет". - Покровськ: ДВНЗ "ДонНТУ", 2018. - 214 с.
9. Теорія електричних кіл. Лабораторний практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 171 «Електроніка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Т. А. Хижняк, А. В. Заграничний. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,34 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 78 с.

ДОДАТОК А. Титульний аркуш звіту з контрольної роботи
Центральноукраїнський національний технічний університет
Кафедра «Електротехнічні системи та енергетичний менеджмент»

КОНТРОЛЬНА РОБОТА

з курсу: *«Теорія електричних та магнітних кіл»*
на тему: *«Розрахунок електричного кола постійного струму»*

Виконав здобувач вищої освіти
групи КІ-21 спеціальності
123 «Комп'ютерна інженерія»

Перевірила
к.т.н., доц. К. Петрова

Національна шкала _____

Кількість балів: _____