

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ВИРОБНИЧИХ
ПРОЦЕСІВ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ З
ДИСЦИПЛІНИ
«ОСНОВИ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ УПРАВЛІННЯ»**

**для здобувачів спеціальності G7«Автоматизація,
комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»
всіх форм навчання**

**“Затверджено”
на засіданні кафедри автоматизації
виробничих процесів,
протокол № 10 від 27 травня 2026 р.**

**КРОПИВНИЦЬКИЙ
2026**

Методичні вказівки до виконання курсової роботи з дисципліни «Основи сучасної теорії управління» для здобувачів спеціальності G7«Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» всіх форм навчання / уклад. А.М. Мацуй, М.О. Федотова – Кропивницький: ЦНТУ, 2026. – 35 с.

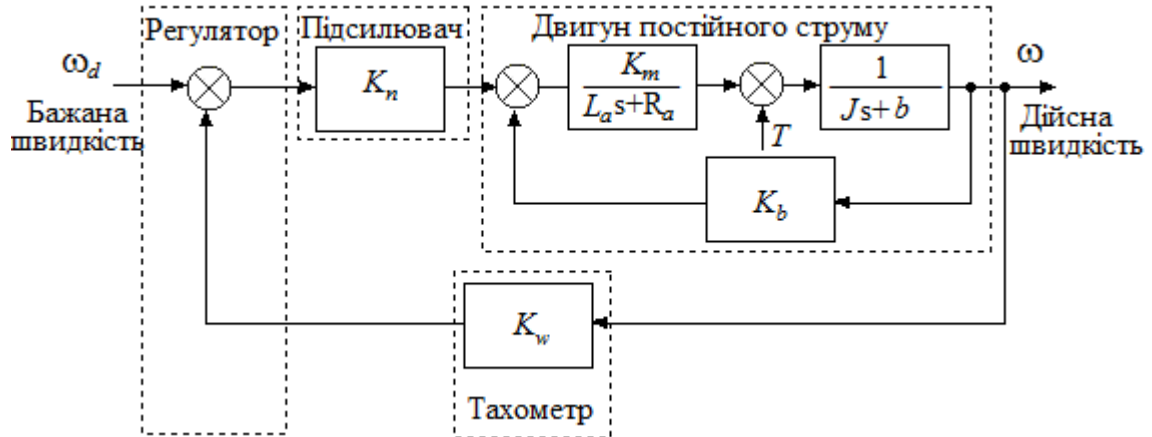
Укладачі : Мацуй А.М., доктор технічних наук, професор
Федотова М.О., кандидат технічних наук, асистент.

Рецензент: Сербул О.М., кандидат технічних наук, доцент.

Варіанти завдань для виконання курсової роботи

Варіант №1

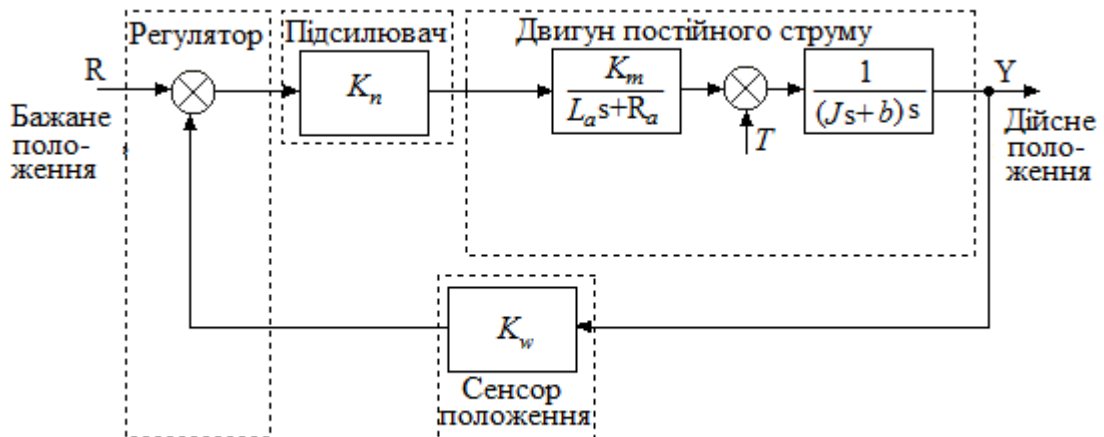
Задано структурну схему системи управління приводом електровозу, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



Варіант	K_n	K_m	L_a	R_a	J	b	K_b	K_w
1	540	10	1	1	2	0.5	0.1	1
2	440	15	0.8	1	2	0.5	0.1	1
3	540	15	1	0.8	2	0.7	0.2	0.8
4	440	10	0.8	1	1.5	0.7	0.1	1
5	640	10	1	0.8	2	0.5	0.2	0.8
6	340	15	0.8	1	1.5	0.5	0.1	1
7	640	15	1	0.8	2	0.7	0.2	0.8
8	340	10	0.8	1	1.5	0.7	0.1	1
9	540	20	1	0.8	2	0.5	0.2	0.8
10	700	15	0.8	1	1.5	0.5	0.1	1

Варіант №2

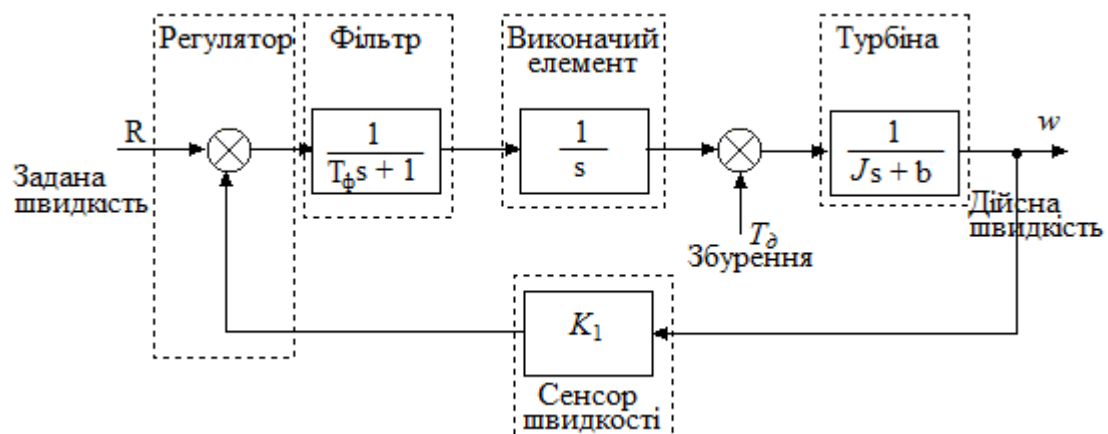
Задано структурну схему системи управління положенням головки зчитування дисководу (Рис.).



Варіант	K_n	K_m	L_a	R_a	J	b	K_w
1	10	5	10^{-3}	1	1	20	1
2	100	10	0.8×10^{-3}	1	1	25	1
3	1000	15	0.4×10^{-3}	0.8	1	30	1
4	10	10	0.4×10^{-3}	1	1.5	20	1
5	100	5	0.8×10^{-3}	0.8	2	25	0.8
6	1000	15	10^{-3}	1	1.5	30	1
7	10	15	0.8×10^{-3}	0.8	2	20	0.8
8	100	15	10^{-3}	1	1.5	25	1
9	1000	5	0.8×10^{-3}	0.8	2	30	0.8
10	10	5	0.4×10^{-3}	1	1.5	25	1

Варіант №3

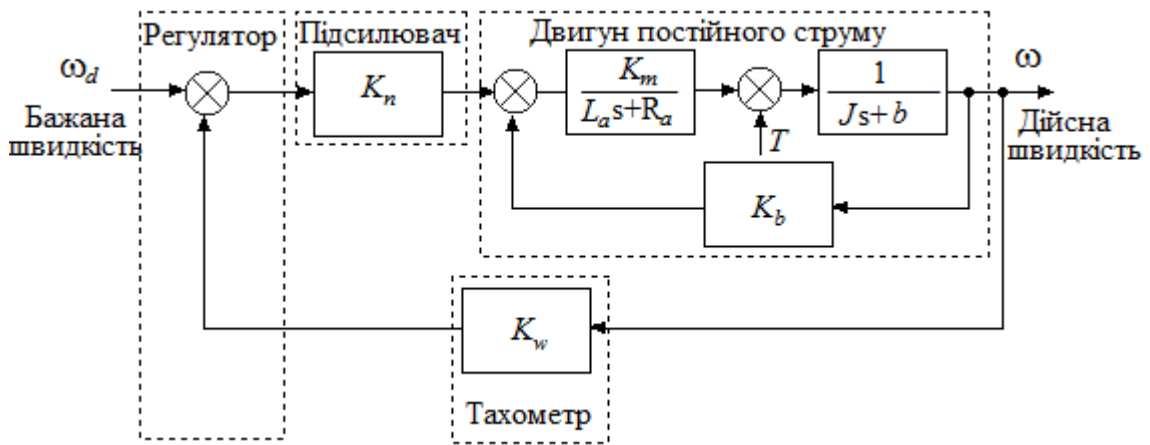
Задано структурну схему системи управління турбіною, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



Варіант	T_ϕ	J	b	K_l
1	0,1	1	0,1	0,5
2	0,2	1	0,1	0,5
3	0,3	1	0,1	0,5
4	0,1	2	0,2	0,8
5	0,2	2	0,2	0,8
6	0,3	2	0,2	0,8
7	0,1	3	0,3	1
8	0,2	3	0,3	1
9	0,3	3	0,3	1
10	0,1	4	0,3	1

Варіант №4

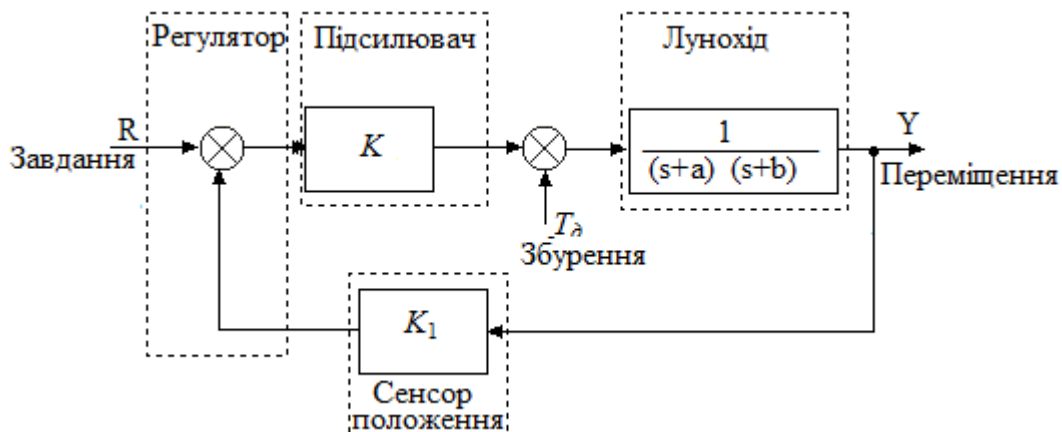
Задано структурну схему системи управління прокатний стан, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



	K_n	K_m	L_a	R_a	J	b	K_b	K_w
1	540	10	1	1	2	0.5	0.1	1
2	440	15	0.8	1	2	0.5	0.1	1
3	540	15	1	0.8	2	0.7	0.2	0.8
4	440	10	0.8	1	1.5	0.7	0.1	1
5	640	10	1	0.8	2	0.5	0.2	0.8
6	340	15	0.8	1	1.5	0.5	0.1	1
7	640	15	1	0.8	2	0.7	0.2	0.8
8	340	10	0.8	1	1.5	0.7	0.1	1
9	540	20	1	0.8	2	0.5	0.2	0.8
10	700	15	0.8	1	1.5	0.5	0.1	1

Варіант №5

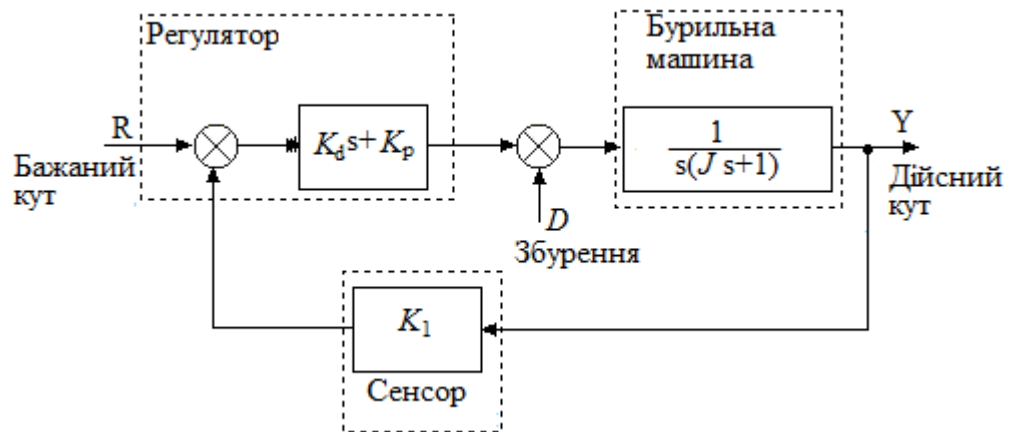
Задано структурну схему системи управління лунохід, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



Варіант	K	a	b	K_I
1	25	1	3	0,5
2	30	1	3	0,5
3	40	1	3	0,5
4	25	2	3.5	0,8
5	30	2	3.5	0,8
6	40	2	3.5	0,8
7	25	3	4	1
8	30	3	4	1
9	40	3	4	1
10	50	4	4	1

Варіант №6

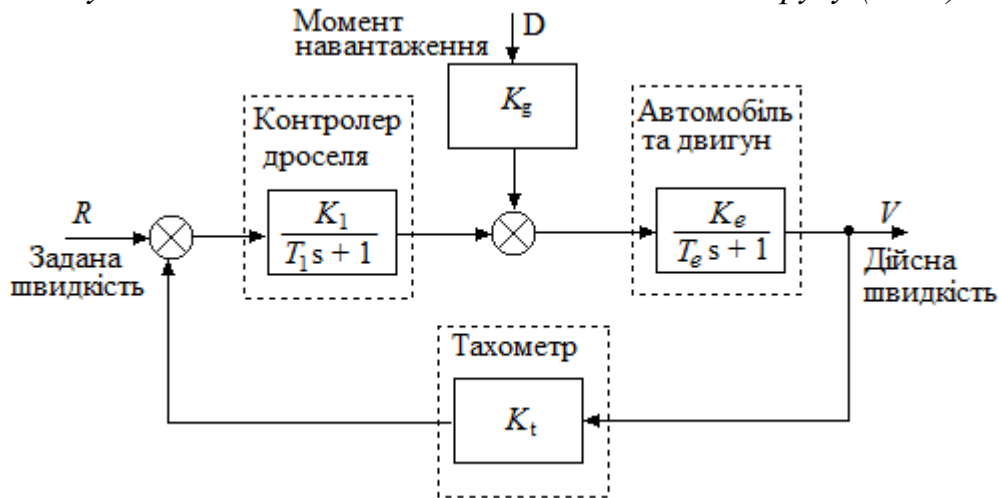
Задано структурну схему системи управління бурильна машина, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



Варіант	K_d	K_p	J	K_I
1	50	11	1	0,5
2	45	11	1	0,5
3	40	11	1	0,5
4	50	12	1.5	0,8
5	45	12	1.5	0,8
6	40	12	1.5	0,8
7	50	13	2	1
8	45	13	2	1
9	40	13	2	1
10	70	14	2	1

Варіант №7

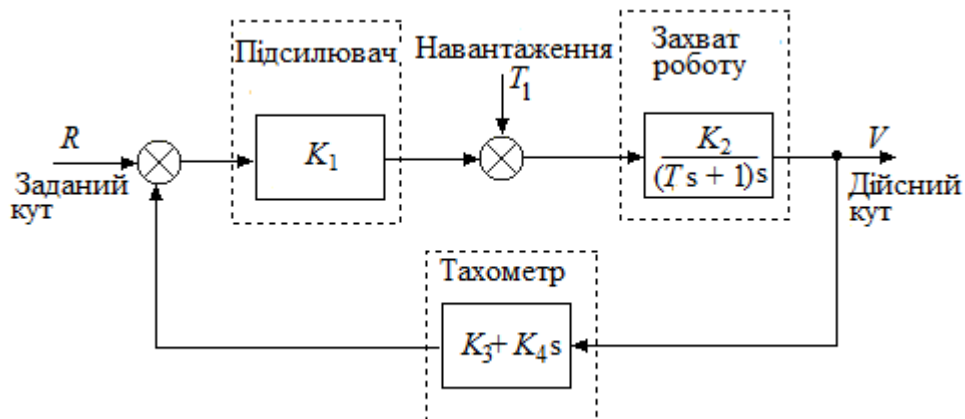
Задано структурну схему системи управління швидкістю автомобіля, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



	K_1	K_g	K_e	T_l	T_e	K_t
1	540	10	10	10	20	1
2	440	15	20	10	20	1
3	540	15	30	8	20	0.8
4	440	10	40	10	25	1
5	640	10	50	8	25	0.8
6	340	15	60	10	25	1
7	640	15	70	8	30	0.8
8	340	10	80	10	30	1
9	540	20	90	8	30	0.8
10	700	15	100	10	35	1

Варіант №8

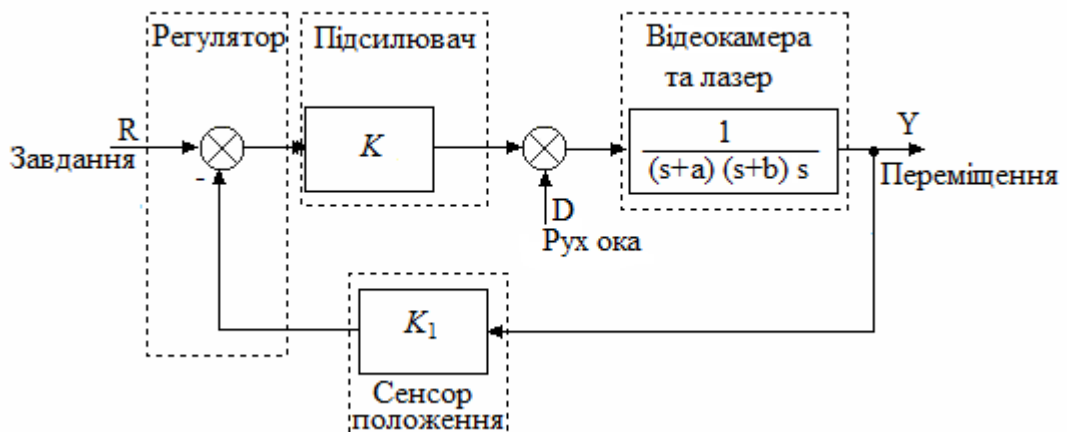
Задано структурну схему системи управління захватом робота, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



Варіант	K_1	K_2	K_3	K_4	T
1	50	11	1	0,5	0.95
2	45	11	1	0,5	0.95
3	40	11	1	0,5	0.95
4	50	12	1.5	0,8	1
5	45	12	1.5	0,8	1
6	40	12	1.5	0,8	1
7	50	13	2	1	1
8	45	13	2	1	1.1
9	40	13	2	1	1.1
10	70	14	2	1	1.1

Варіант №9

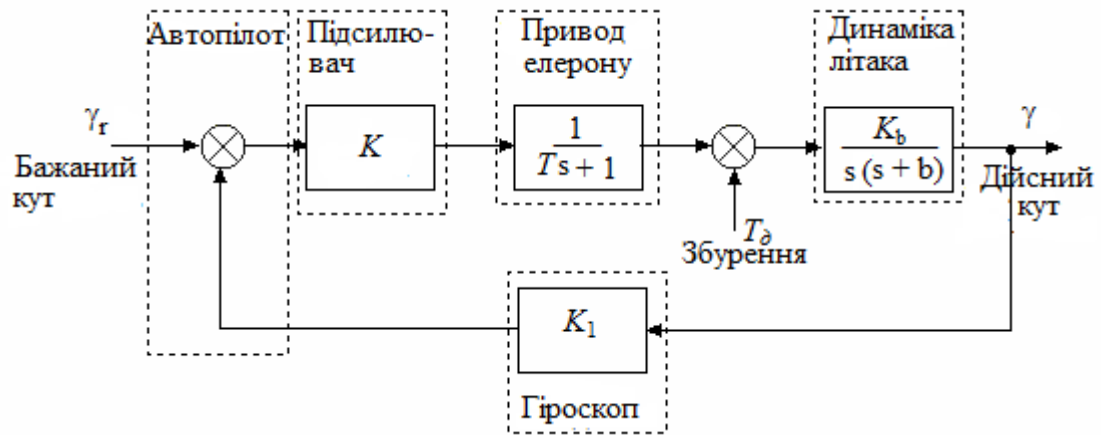
Задано структурну схему системи управління операційною системою, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



Варіант	K	a	b	K_1
1	2	1	4	0,5
2	3	1	1	0,5
3	4	1	1	0,5
4	5	1	1.5	0,8
5	6	1	1.5	0,8
6	7	1	1.5	0,8
7	8	1	2	1
8	9	1	2	1
9	10	1	2	1
10	15	1	2	1

Варіант №10

Задано структурну схему системи управління креном літака, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис.).



Варіант	K	K_1	K_b	b	T
1	20	1	11.4	1.4	0.1
2	21	1	11.4	0,5	0.1
3	22	1	11.4	0,5	0.1
4	23	1	11.4	0,8	0.1
5	24	1	11.4	0,8	0.1
6	25	1	11.4	0,8	0.1
7	26	1	11.4	1	0.1
8	27	1	11.4	1	0.1
9	28	1	11.4	1	0.1
10	29	1	11.4	1	0.1

ПРИКЛАД ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Варіант 8/7 (схема №8 Варіант 7)

Міністерство освіти і науки України
 Кіровоградський національний технічний університет
 Кафедра Автоматизації виробничих процесів

КУРСОВА РОБОТА
 з дисципліни
 Основи сучасної теорії управління
 на тему:
 «Розробка оптимального і модального регулятора»

Студента 5-го курсу гр. КС-14М
 Напрямку підготовки _____
 Спеціальності _____

Керівник: д.т.н., проф. Осадчий С.І.
 Національна шкала _____
 Кількість балів: _____ Оцінка ECTS _____

Члени комісії:

_____ (підпис) _____ (прізвище, ім'я, по-батькові)
 _____ (підпис) _____ (прізвище, ім'я, по-батькові)
 _____ (підпис) _____ (прізвище, ім'я, по-батькові)

Кіровоград 2015

КІРОВОГРАДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
 кафедра Автоматизації виробничих процесів
 Дисципліна: Основи сучасної теорії управління
 Спеціальність: _____
 Курс: _____ Група: _____ семестр: _____

ЗАВДАННЯ

на курсову роботу студента

(прізвище, ім'я, по-батькові)

1. Тема проекту роботи:

2. Строк здачі студентом закінченої роботи _____

3. Вихідні дані до роботи:

Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які підлягають розробці)

4. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

5. Дата видачі завдання _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ п/п	Назва етапів курсової роботи	Строк виконання етапів курсової роботи	примітки
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Студент _____ (підпис) _____ (прізвище, ім'я, по-батькові)

Керівник _____ (підпис) _____ (прізвище, ім'я, по-батькові)

«_____» _____ 20__ рр.

ЗМІСТ

курсвої роботи

ВСТУП

РОЗДІЛ I Синтез модального регулятора

1.1 Опис об'єкта керування, принципу роботи схеми

1.2 Визначення моделі узагальненого об'єкта керування у просторі станів

1.3 Дослідження спостережуваності та керованості узагальненого об'єкта керування

1.3.1 Дослідження керованості узагальненого об'єкта керування

1.3.2 Дослідження спостережуваності узагальненого об'єкта керування

1.4 Проектування модального регулятора

1.4.1 Визначення бажаного характеристичного рівняння замкнутої САК

1.4.2 Визначення матриці передаточних функцій багатовимірного регулятора

1.4.3 Визначення матриці передаточних функцій багатовимірного спостерігача

1.4.4 Проектування імітаційної моделі в Simulink

1.5 Визначення якісних показників перехідного процесу замкнутої САК

РОЗДІЛ II Синтез оптимального регулятора

2.1 Дослідження узагальненого об'єкта керування на керованість та спостережуваність

2.2 Синтез оптимальної системи спостереження УОК

2.3 Синтез оптимального багатовимірного оптимального регулятора

2.4 Оцінювання якості замкнутої САК

2.5 Побудова перехідного процесу і визначення якісних показників

ВИСНОВКИ

ЛІТЕРАТУРА

ВСТУП

Нині, в умовах науково – технічної революції автомати знаходять широке застосування в промисловості, на транспорті й у дослідницьких лабораторіях. Але яку б роботу не виконував автомат, він працює не сам по собі, його робота визначається програмою – послідовністю дій, що задається людиною. Програма роботи автомата може бути закладена в його конструкції. Наприклад, програма роботи часів міститься в пристрої спускового механізму і маятника, що одержують енергію від заводної пружини. У більш складних автоматах, як, наприклад, у верстатах із програмним керуванням, робота програма їх роботи задається ззовні у виді серії сигналів, записаних на магнітну стрічку, перфокарту або на спеціальний чіп. Пристрій, вмонтований у блок керування верстатом, "зчитує" ці сигнали і посиляє їх на механізми, які виконують необхідно задані операції.

Автомати стали безцінними помічниками людини. Автоматичні верстати і лінії допомагають різко підвищити продуктивність праці, звільнили людину від роботи у важкодоступних і небезпечних для життя умовах, швидко і якісно відтворити все те, що задається на вході.

Доручаючи все більш відповідальні справи автоматам, людина безупинно вдосконалює їхню конструкцію, зовнішні і внутрішні зв'язки, шукає нові принципи дії. Щоб краще зрозуміти роботу автоматів, їх можна порівняти з людиною. Природа наділила людину органами почуттів, за допомогою яких вона сприймає й аналізує різноманітні роздратування, що надходять із зовнішнього середовища. Завдяки органам почуттів людина бачить і чує, розрізняє запахи і кольори, відчуває смак, відчуває дотик. Реагуючи на роздратування (збурюючи діяння), органи почуттів виробляють нервові імпульси, котрі по нервових волокнах надходять у центральну нервову систему. У відповідь центральна нервова система посиляє імпульси-накази відповідним групам м'язів, і людина говорить, рухається, переміщає предмети, робить різні дії.

Автомати також мають "органи почуттів"— різноманітні чуттєві елементи, чи датчики, що сприймають зміни освітленості, тиску, переміщення, температури, звуку. Датчики виробляють сигнали, що по «нервових волокнах»— ланцюгам прямого і зворотного зв'язку — надходять у «центральну нервову систему»— пристрій керування автомата. У залежності від призначення автомата і складності його конструкції пристроєм керування може бути звичайне реле, а в складних автоматах — навіть ЕОМ.

У відповідь на сигнали датчиків пристрій керування посилає імпульс-команди — виконавчим пристроям. З їхньою допомогою автомати пересувають важелі, поршні і заслінки робочих машин, пускають у хід високовольтні вимикачі, піднімають багатотонні вантажі, керують кермовими системами кораблів і літаків. Якщо сигнали слабкі, те їх підсилюють у спеціальних пристроях — підсилювачах.

Автоматичне регулювання підтримує сталість режиму роботи машини і приладу (стабілізує їхню роботу) або змінює цей режим по заздалегідь заданому законі регулювання. Так, наприклад, на гідроелектростанції автоматичні регулятори підтримують необхідну частоту обертання гідротурбіни, задані частоту і напругу вироблюваного струму, регулюють електричну потужність. Автомати пускають і зупиняють агрегати станції відповідно до графіка споживання електроенергії. Автоматичне регулювання застосовується не тільки на електростанціях, але і на іншому рівні, відкриття і закриття вентилів, клапанів. Автомати регулюють роботу дробарок, млинів, змішувачів, холодильників. На підприємствах харчової, хімічної та інших галузях промисловості автомати подають сировину на переробку, дозують його і регулюють хід технологічних та хімічних процесів.

При автоматизації виробництва функції контролю також передані автоматичним пристроям. Автомати контролюють рух потягів і літаків, обробляють транспортну документацію і продають квитки. Усі сучасні літаки і судна оснащені автоматичним навігаційним устаткуванням.

В основі автоматизації виробництва лежить системний підхід до побудови і використання комплексу засобів автоматичного керування, регулювання і контролю. В автоматизації широко використовуються новітні досягнення в області науки і техніки, що дозволяє повніше розкрити можливості технологічного устаткування.

Тому курсова робота з дисципліни «ОСТУ» і присвячена синтезу «автомату керування» (регулятора) на основі новітніх методів і принципів їх синтезу, що враховують збурення, які негативно впливають на процес керування технологічним об'єктом. В даній роботі на прикладі буде доступно показано застосування оптимального і модального керування для розробки відповідних регуляторів та здійснено порівняльний аналіз отриманих структур на основі перехідних процесів замкнутої системи, у зворотному зв'язку якої ввімкнено оптимальний і модальний регулятор.

Схема №8

Задано структурну схему системи управління захватом робота, призначену для забезпечення заданої швидкості його руху (Рис. 1).

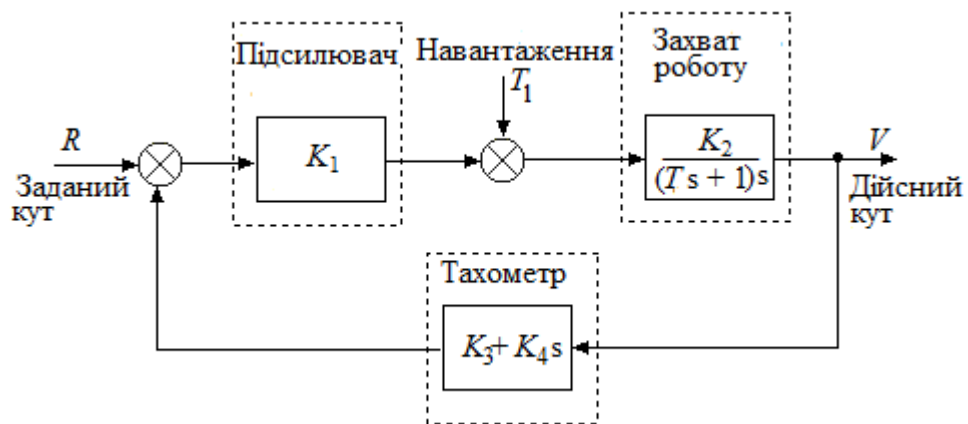


Рис 1. Структурна схема системи управління захватом робота, призначена для забезпечення заданої швидкості його руху

Схема працює наступним чином: вихідна напруга підсилювача K_1 подається на вхід об'єкта керування – робочий орган робота, який виконує переміщення, що визначається дійсним кутом його руху V , який в свою чергу вимірюється тахометром (вимірювальна система). Сигнал (напруга) від датчика (тахометра) порівнюється з заданим кутом переміщення робочого органу R (напруга) і якщо існує сигнал розузгодження (невідповідність заданого і дійсного кута повороту робочого органу робота) то на підсилювач подається електричний сигнал, пропорційний сигналу розбалансу.

Задачею курсової роботи є синтез регулятора двома методами, а саме використовуючи:

1. модальне керування
2. оптимальне керування

в результаті чого порівняти графіки перехідних процесів на базі отриманих передаточних функцій (ПФ) і визначити якісні показники реакції замкнутої САК на збурення при однакових початкових умовах

На першому етапі роботи отримаємо ПФ модального регулятора.

Варіант	K_1	K_2	K_3	K_4	T
7	50	13	2	1	1

РОЗДІЛ І

СИНТЕЗ МОДАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА

1.1. Опис об'єкта керування, принципу роботи схеми

Як показано на рис. 1, об'єкт керування (ОК) має два входи:
 R – заданий кут повороту захватного пристрою робота;
 T_1 – навантаження, що являє собою збурення, котре заважає відпрацюванню потрібного кута повороту V захватного пристрою.

Значить ОК керування описуватиметься двома передаточними функціями:

W_1 – ПФ від входу до виходу
 W_2 – ПФ від збурення до виходу
 Тоді

– зміна кута повороту захвату при зміні заданого кута повороту R ;

$$W_{роб_керув} = \frac{V}{R} = \frac{k_2}{(Ts+1)s} = \frac{13}{s(s+1)}, \quad (1.1)$$

– зміна кута повороту захвату при впливі збурення T_1 .

$$W_{роб_збур} = \frac{V}{T_1} = \frac{k_2}{(Ts+1)s} = \frac{13}{s(s+1)} \quad (1.2)$$

Тепер структурна схема 1 із врахуванням (1.1), (1.2), перетвориться на рис. 2, де захватний пристрій являє собою вже узагальнений об'єкт керування (УОК), що описується матрицею передаточних функцій (МПФ) W ,

$$W = [W_1 \quad W_2], \quad (1.3)$$

де

$$W_1 = k_1 W_{роб_керув} (k_3 + k_4 s), \quad (1.4)$$

$$W_2 = W_{роб_збур} (k_3 + k_4 s). \quad (1.5)$$

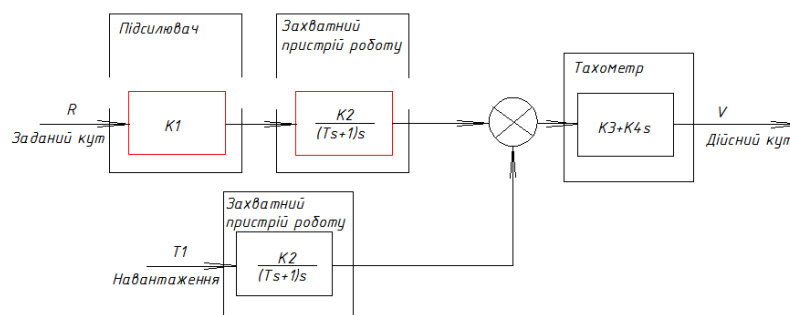


Рис 2. Спрощена структурна схема САК захватом роботу

Тепер виконаємо підстановку (1.1), (1.2), (1.4), (1.5) в (1.3) і отримаємо вже матрицю передаточних функцій УОК у вигляді

$$W = \begin{bmatrix} \frac{650(s+2)}{s(s+1)} & \frac{13(s+2)}{s(s+1)} \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

Таким чином, захватний пристрій робота являє собою багатовимірний об'єкт з двома входами (R – заданим кутом повороту, T_1 – навантаження (збурення)) і одним виходом (V – дійсним кутом повороту захватного пристрою робота), тому його динаміка характеризується МПФ (1.6).

1.2 Визначення моделі узагальненого об'єкта керування у просторі станів

Так як УОК описується МПФ, що являє собою вектор-рядок (1.6), то представимо кожен з елементів цієї матриці у вигляді поліноміального дробу, вид якого показаний нижче

$$W(s) = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{b(s)}{a(s)}. \quad (1.7)$$

Тоді для кожного з елементів матриці (6) його модель у просторі станів визначається так

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1.8)$$

$$y = Cx + Du, \quad (1.9)$$

де

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (1.10)$$

$$C = [b_n - b_0 a_n \quad b_{n-1} - b_0 a_{n-1} \quad \dots \quad b_1 - b_0 a_1]; \quad D = b_0.$$

Враховуючи вищесказане, елементи МПФ УОК (6) здобудуть наступного вигляду:

$$W_1 = \frac{b_{2k} s^2 + b_{1k} s^1 + b_{0k}}{a_{0k} s^2 + a_{1k} s + a_{2k}} = \frac{0s^2 + k_1 k_2 k_4 s + k_1 k_2 k_3}{s^2 + \frac{1}{T} s + 0} = \frac{650s + 1300}{s^2 + s}, \quad (1.11)$$

$$W_2 = \frac{b_{2\bar{3}\bar{6}} s^2 + b_{1\bar{3}\bar{6}} s^1 + b_{0\bar{3}\bar{6}}}{a_{0k} s^2 + a_{1k} s + a_{2k}} = \frac{0s^2 + k_2 k_4 s + k_2 k_3}{s^2 + \frac{1}{T} s + 0} = \frac{13s + 26}{s^2 + s}. \quad (1.12)$$

Так як знаменники останніх виразів однакові, то матриці $A_1 = A_2 = A$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a_{1k} \end{bmatrix}. \quad (1.13)$$

Матриця B_1 і B_2 теж будуть однакові, але загальна матриця B матиме вигляд

$$B = [B_1 \quad B_2], \quad (1.14)$$

де

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Матриця C формується за наступним правилом:

$$C = C_1 + C_2, \quad (1.16)$$

де

$$C_1 = [b_{2k} - b_{0k}a_{2k} \quad b_{1k} - b_{0k}a_{1k}], \quad (1.17)$$

$$C_2 = [b_{2зб} - b_{0зб}a_{2k} \quad b_{1зб} - b_{0зб}a_{1k}]. \quad (1.18)$$

Так як кожен з елементів матриці (6) являє собою строго правильний дріб, то

$$D_1 = D_2 = [0 \quad 0], \quad (1.19)$$

а матриця D , що характеризує УОК визначається так

$$D = [D_1 \quad D_2]. \quad (1.20)$$

Отже, нами було знайдено матриці $A_{2 \times 2}$, $B_{2 \times 2}$, $C_{1 \times 2}$, $D_{1 \times 2}$, що описують УОК в просторі станів в загальному вигляді.

Тепер виконаємо підстановку числових значень у вище виведені формули і отримаємо числові вирази для елементів МПФ УОК та УОК в цілому:

```

W1 =
  650 s + 1300
  -----
    s^2 + s
A1 =
    0    1
    0   -1
B1 =
    0
    1
C1 =
      1300      650
D1 =
    0
W2 =
  13 (s+2)
  -----
    s (s+1)
A2 =
    0    1
    0   -1
B2 =
    0
    1
C2 =
  18.0000    9.6000
D2 =
    0
W =
  From input 1 to output:
  650 (s+2)
  -----
    s (s+1)

  From input 2 to output:
  13 (s+2)
  -----
    s (s+1)
A =
    0    1
    0   -1
B =
    0
    1
C =
  1.0e+03 *
  1.3000    0.6500

```

```

      0.0180    0.0096
D =
      0

```

Отримані числові матриця дозволять нам дослідити УОК на керованість і спостережуваність.

1.3 Дослідження спостережуваності та керованості узагальненого об'єкта керування

Необхідною умовою можливості синтезу модального регулятора є керованість і спостережуваність УОК.

1.3.1 Дослідження керованості УОК

Для дослідження керованості УОК скористаємось спеціально вбудованою в ПП MatLab функцією «ctrb», формат звернення до якої наступний

```

sys1 =

a =
      x1  x2
x1    0   1
x2    0  -1

b =
      u1
x1    0
x2    1

c =
      x1  x2
y1  1300  650
y2   18   9.6

d =
      u1
y1    0
y2    0

Qc =
      0   1
      1  -1
ans =
      2

```

Отже, на основі теореми Калмана про керованість можна стверджувати, що УОК є повністю керованим, так як ранг матриці Qc рівний порядку об'єкта (знаменник елементів МПФ (6)=2)

1.3.2 Дослідження спостережуваності УОК

Для дослідження спостережуваності УОК складемо матрицю спостережуваності Q_0

```
sys2 =  
a =  
    x1  x2  
x1    0   1  
x2    0  -1  
  
b =  
    u1  
x1    0  
x2    1  
  
c =  
    x1    x2  
y1  1318  659.6  
  
d =  
    u1  
y1    0  
  
Qo =  
1.0e+03 *  
    1.3180    0.6596  
         0    0.6584  
  
ans = 2
```

Оскільки ранг матриці Q_0 дорівнює порядку УОК, то такий об'єкта керування є повністю спостережуваним

Тому є можливість спроектувати регулятор методом модального синтезу.

1.4 Проектування модального регулятора

При проектуванні модального регулятора для керування швидкості руху захвату роботу вважають, що збурення T_1 нескінченно мале по відношенню до сигналу керування R ($R \gg T_1$), а також шум, що впливає на вимірювальну систему (тахометр) теж відсутній. В такому разі в якості УОК розглядається наступна система диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + B_1 u \\ y &= C_1 x + D_1 u \end{aligned} \quad (**)$$

Так як вимірюється лише одна вихідна координата ОК – дійсний кут повороту захватного пристрою (V), а порядок ОК другий, то задача модального керування є задачею з неповним вимірюванням векторів стану (кількість входів нерівна кількості виходів). В такому разі модальний регулятор складається з двох частин: спостерігача (для вимірювання другої вихідної координати) та регулятору (рис. 3).

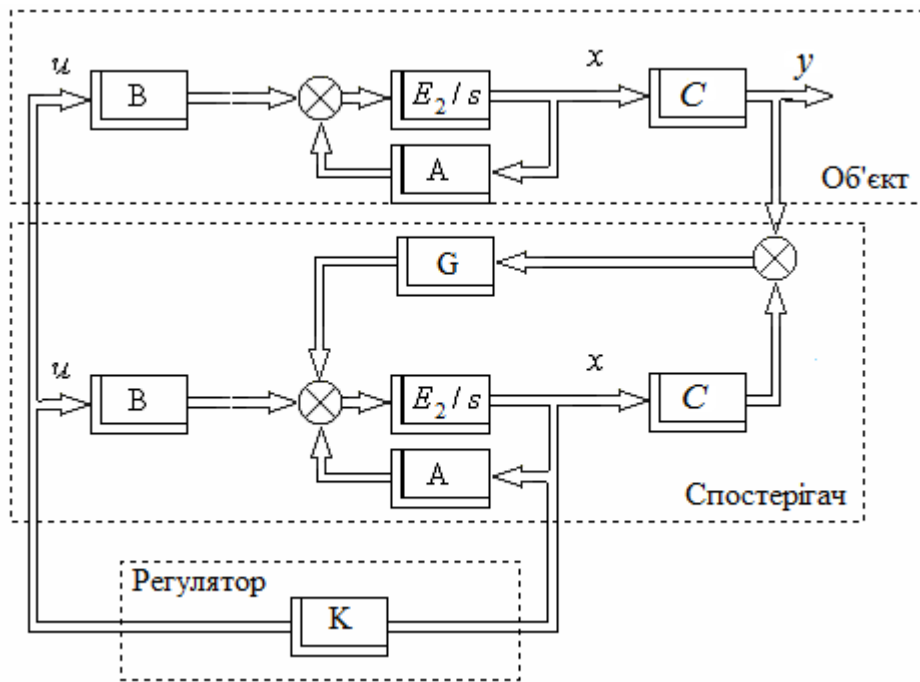


Рис. 3 Структурна схема системи модального керування швидкості руху захватного пристрою роботи

На структурній схемі введені наступні позначення

$$A=A1$$

$$B=B1$$

$$C=C1$$

E_2 – одинична матриця розміром 2×2

G – МПФ багатовимірного спостерігача

K – МПФ багатовимірного регулятора

Оскільки ОК є повністю керованим і спостережуваним, то для розробки модального регулятора необхідно виконати наступні дії:

1. визначити бажане характеристичне рівняння замкненої САК
2. знайти вектор коефіцієнтів передачі регулятора K
3. знайти вектор коефіцієнтів передачі спостерігача G
4. розробити модель системи керування в Simulink
5. здійснити аналіз характеру зміни швидкості кута повороту захватного пристрою при появі ступінчастого збурення

1.4.1 Визначення бажаного характеристичного рівняння замкненої САК

Для визначення бажаного характеристичного рівняння замкненої САК захватом роботу, сформулюємо спочатку вимоги до неї:

1. максимальна швидкодія, що характеризується часом регулювання $t_{рег} \leq 4 \text{сек}$;
2. перерегулювання системи $\delta \leq 5\%$ /

В такому разі бажані корені характеристичного рівняння можна обрати з номограми (рис. 4)

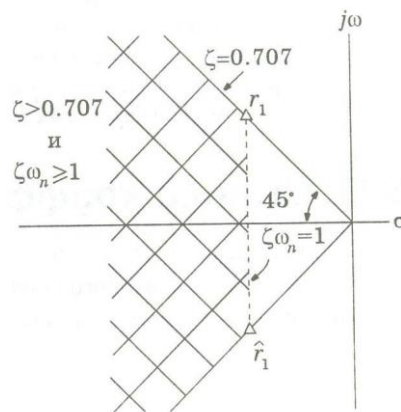


Рис. 4 Комплексна площина із зоною обмежень на корені характеристичного рівняння

Так як ОК (захватний пристрій роботу) має 2 полюси (ступінь знаменника=2), то і характеристичне рівняння буде квадратичне. Значення полюсів потрібно обирати із заштрихованої області на рис. 4. Згідно літературних джерел [Попович, 2000 рік]

$$h = 3 / t_p, \quad (***)$$

де t_p – заданий час регулювання. Таким чином

$$h = 3 / 4 = 0.75. \quad ()$$

Отже модулі коренів бажаного характеристичного рівняння замкненої системи повинні задовольняти умові

$$|\lambda_i| \geq h, \quad ()$$

а їх знак повинен бути від'ємним. Враховуючи останнє прийемо, що

$$\lambda_1 = -1; \lambda_2 = -1.5.$$

В такому разі бажане характеристичне рівняння замкненої системи повинно мати вигляд

$$\varphi_b(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = (\lambda + 1)(\lambda + 1.5) = \lambda^2 + 2.5\lambda + 1.5. \quad (*)$$

```
h_z =
  0.7500
lya_1 =
  -1
lya_2 =
  -1.5000
fib_lya =
  s^2 + 2.5 s + 1.5
```

1.4.2 Визначення матриці передаточних функцій багатовимірного регулятора

Для знаходження матриці коефіцієнтів передачі модального регулятора K скористаємось відомою формулою

$$K = -[0 \quad 0 \quad \dots \quad 1] Q_c^{-1} \varphi_b(A),$$

зміненою з урахування умов задачі до вигляду

$$K = -[0 \ 1]Q_c^{-1}\varphi_b(A), \quad ()$$

$\varphi_b(A)$ – матриця, яка отримана з рівняння (*) при підстановці до нього замість аргументу λ матриці A з формулі (**):

$$\varphi_b(\lambda) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^2 + 2.5 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 & 1.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad ()$$

%Для знаходження матриці коефіцієнтів передачі МР скористаємось формулою

`K=-[0 1]*Qc^-1*fib_a`

Continuous-time transfer function.

`K =`

`-1.5000 -1.5000`

1.4.3 Визначення матриці передаточних функцій багатовимірного спостерігача

Бажане характеристичне рівняння спостерігача будемо визначати, виходячи з того, що перехідний процес у ньому повинен завершуватись швидше, ніж в замкненій САК,

Припустимо, що для цього випадку час регулювання дорівнює

$$t_p = 1 \text{ с.}$$

В такому разі h , знайдене за формулою (***) дорівнює

$$h = 3,$$

а бажані значення коренів спостерігача дорівнюють

$$\lambda_1 = -3.1; \lambda_2 = -3.5.$$

Таким чином, бажане характеристичне рівняння спостерігача має вигляд

$$\varphi_c(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = (\lambda + 3.1)(\lambda + 3.5) = \lambda^2 + 6.6\lambda + 10.85. \quad (18)$$

Для знаходження матриці коефіцієнтів передачі спостерігача формуємо спряжений об'єкт керування `sys2` з допомогою функції `ss`, до якої здійснене звертання командами:

`sys2=ss(A',C1',B',D)`

`sys2 =`

`a =`

`x1 x2`

`x1 0 0`

`x2 1 -1`

`b =`

`u1`

`x1 1300`

`x2 650`

`c =`

`x1 x2`

`y1 0 1`

`d =`

`u1`

`y1 0`

Після чого визначаємо матрицю керованості спряженого об'єкта `Qc1`

`Qc_spr_OK=ctrb(sys2)`

`Qc_spr_OK =`

```

1300      0
650      650

```

Отримані таким чином дані дозволяють знайти матрицю $\varphi_c(A')$ як

```

fib_a =
1.5000    1.5000
0         0

```

Для розрахунку шуканого вектору коефіцієнтів передачі G скористаємось формулою Акермана

$$G' = [0 \ 1] Q_{c1}^{-1} \varphi_c(A') = [0.198 \ 0.126]. \quad (1.21)$$

```

G_t =
0.0003    0.0081
G =
0.0003
0.0081

```

1.4.4 Проектування імітаційної моделі в SIMULINK

Отримані таким чином результати K і G дозволяють визначити реакцію системи на ступінчасту зміну вхідного сигналу, шляхом розробки імітаційної моделі в пакеті Simulink.

Для цього поетапно сформуємо три об'єкти у форматі «ss», які відповідають:

SYS3 – ПФ УОК

SYS4 – ПФ, що відповідає спостерігачу G

SYS5 – ПФ, що відповідає модальному регулятору K

Виконання вказаних кроків виконувалось у ПП MatLab і виглядає наступним чином:

```

>> A3=A1
B3=[B1 B2]
C3=[C1+C2]
D3=zeros(1,1)
SYS3=ss(A3,B3,C3,D3)

A=A1
B=B1
C=C1
A4=[A-G*C]
B4=[B G]
C4=eye(2,2)
D4=zeros(2,2)
SYS4=ss(A4,B4,C4,D4)

K=tf(1,1)*[K(1,1) K(1,2)]
SYS5=ss(K)
A3 =
    0     1
    0    -1
B3 =
    0     0
    1     1
C3 =
 1.0e+03 *
 1.3180    0.6596
D3 =
    0

```

SYS3 =

```
a =
      x1  x2
x1    0   1
x2    0  -1
b =
      u1  u2
x1    0   0
x2    1   1
c =
      x1      x2
y1  1318  659.6

d =
      u1  u2
y1    0   0
A =
      0   1
      0  -1
B =
      0
      1
C =
      1300      650
A4 =
      -0.3500   0.8250
      -10.5000  -6.2500
B4 =
      0   0.0003
      1.0000  0.0081
C4 =
      1   0
      0   1
D4 =
      0   0
      0   0
```

SYS4 =

```
a =
      x1      x2
x1  -0.35  0.825
x2 -10.5  -6.25

b =
      u1      u2
x1    0  0.0002692
x2    1  0.008077

c =
      x1  x2
y1    1   0
y2    0   1

d =
      u1  u2
y1    0   0
y2    0   0
```

K =

```
From input 1 to output:
-1.5
From input 2 to output:
```

```

-1.5
SYS5 =
  d =
      u1    u2
  y1 -1.5 -1.5

```

Тепер спроектуємо імітаційну схему у середовищі SIMULINK так, як це показано на рис. 5. Схема моделі складається з наступних елементів: Step – блок, який призначений для формування збурення ψ у вигляді ступінчастої функції; Mux1 – формує вектор вхідних сигналів для узагальненого об’єкта керування LTI System, LTI System1, LTI System2 – блоки, що моделюють динаміку елементів sys3, sys4, sys5 системи модального керування швидкості руху захватного пристрою робота; Mux2 – формує вектор вхідних сигналів спостерігача; Scope – віртуальний осцилограф для візуалізації результату моделювання – кривої швидкості обертання колеса електровозу при зміні збурення.

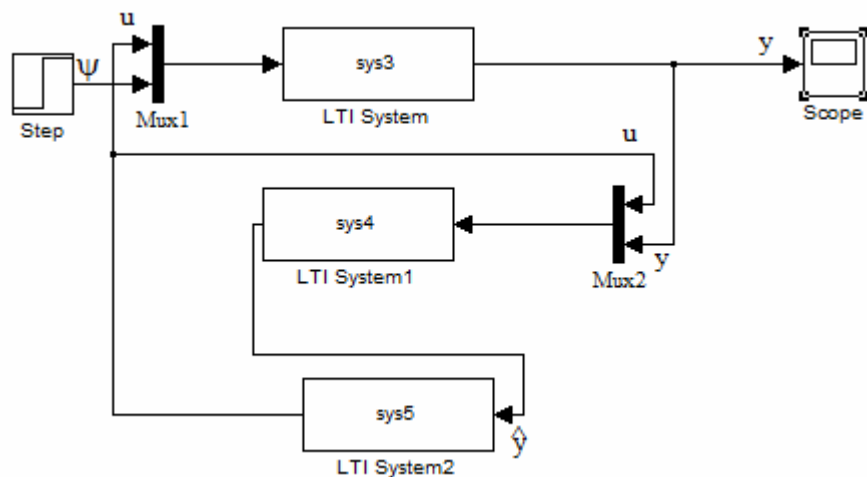


Рис. 5 Модель системи модального керування

Перехідна характеристика (рис.6) показує, що замкнена система забезпечує завершення перехідного процесу протягом 4-5 секунд з моменту зміни навантаження.

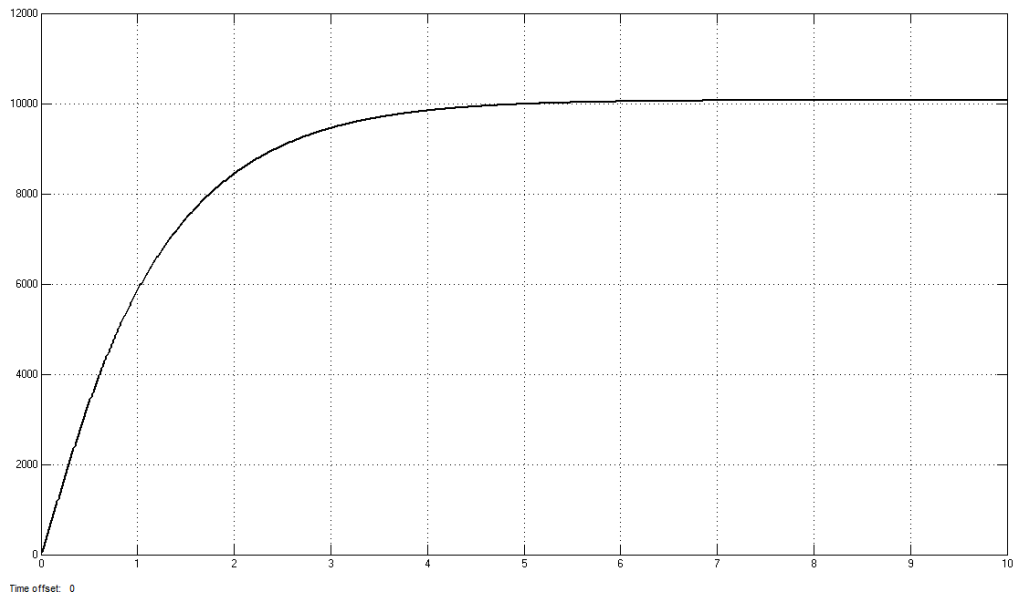


Рис. 6 Реакція замкнутої САК швидкості руху захватного пристрою робота

1.5 Визначення якісних показників перехідного процесу замкненої САК

Аналіз графіку перехідного процесу замкненої САК дозволяє стверджувати, що

1. час регулювання 4 сек
2. пере регулювання складає 0 %

тобто якісні показники кривої розгону задовольняють поставленим вимогам

РОЗДІЛ II СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА

2.1 Дослідження узагальненого об'єкта керування на керованість та спостережуваність

Перейдемо від ПФ до РС складових УОК.

```
SYS1=ss (W1)
SYS2=ss (W2)
W=[W1 W2]
SYS=ss (W)
```

```
>> W1
```

```
W1 =
```

$$\frac{650 (s+2)}{s (s+1)} \quad (2.1)$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

```
>> W2
```

```
W2 =
```

$$\frac{13 (s+2)}{s (s+1)} \quad (2.2)$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

```
>> SYS1=ss (W1)
```

```
SYS1 =
```

```
a =
      x1      x2
x1      0      1.414
x2      0      -1
```

```
b =
      u1
x1      0
x2     32
```

```
c =
      x1      x2
y1    28.73    20.31
```

```
d =
      u1
y1      0
```

Continuous-time state-space model.

```
>> SYS2=ss (W2)
```

```
SYS2 =
```

```

a =
      x1      x2
x1      0      1.414
x2      0      -1

```

```

b =
      u1
x1      0
x2      4

```

```

c =
      x1      x2
y1  4.596      3.25

```

```

d =
      u1
y1      0

```

Continuous-time state-space model.

```
>> W=[W1 W2]
```

(2.3)

```
W =
```

```

From input 1 to output:
650 (s+2)
-----
s (s+1)

```

```

From input 2 to output:
13 (s+2)
-----
s (s+1)

```

Continuous-time zero/pole/gain model.

```
>> SYS=ss(W)
```

```
SYS =
```

```

a =
      x1      x2
x1     -1      2
x2      0      0

```

```

b =
      u1      u2
x1    20.31    0.4062
x2    20.31    0.4062

```

```

c =
      x1      x2
y1    32      0

```

```

d =
      u1      u2
y1      0      0

```

Побудуємо матрицю керованості та визначимо її ранг. Якщо ранг матриці керованості дорівнює порядку знаменника (к-ті змінних стану), то узагальнений ОК є керованим.

Сценарій виконання:

Qc=ctrb (SYS)

(2.4)

rank (Qc)

(2.5)

```
>> Qc=ctrb(SYS)
Qc =
    20.3125    0.4062    20.3125    0.4062
    20.3125    0.4062         0         0
>> rank(Qc)
ans =
     2
```

Сформуємо матрицю спостережуваності та знайдемо її ранг.

Сценарій виконання такий:

>> Qo=obsv (SYS)

(2.6)

```
Qo =
    32.0000         0
   -32.0000    64.0000
```

>> rank (Qo)

(2.7)

```
ans =
     2
```

Так як ранг матриці керованості і спостережуваності=порядку УОК(2), то УОК є повністю керованим і спостережуваним.

2.2. Синтез оптимальної системи спостереження узагальненим об'єктом керування

Так як узагальнений об'єкт керування є повністю керованим і спостережуваним, то при неповних вимірюваннях його вихідних сигналів ОК можна синтезувати спостерігач, який буде давати оцінку двох вихідних сигналів. МПФ спостерігача можна отримати при застосуванні спеціально вбудованої функції, формат звернення якої наступний

```
%синтез фільтра Калмана для оцінювання змінних стану УОК на основі даних
%про випадкові зовнішні збурення і похибках вимірювання
V1=90 %V2-диспер збур, що діють на систему %(момент на колесі=90Нм;
V2=1 %диспер похибки вимірювальної системи (тахометр=1)
[kest, K, P]=kalman (SYS, V2, V1)
%kest- модель ОПТИМ СПОСТЕР, що задана у просторі станів
%K-вектор-стовпчик коефіцієнт підсил СПОСТЕРІГАЧА
%P - матриця дисперс помилок оцінюв вектора стану
```

(2.8)

```
>> V1=90 %V2-диспер збур, що діють на систему %(момент на колесі=90Нм;
V2=1 %диспер похибки вимірювальної системи (тахометр=1)
[kest, K, P]=kalman (SYS, V2, V1)
V1 =
     90
V2 =
```

```

1
kest =

a =
      x1_e   x2_e
x1_e -2.891   2
x2_e -1.37    0

b =
      u1   y1
x1_e 20.31 0.0591
x2_e 20.31 0.04282

c =
      x1_e   x2_e
y1_e 32     0
x1_e 1     0
x2_e 0     1

d =
      u1   y1
y1_e 0   0
x1_e 0   0
x2_e 0   0

```

Continuous-time state-space model.

```

K =
    0.0591
    0.0428
(2.9)

P =
    0.1662    0.1204
    0.1204    0.0916

```

2.3. Синтез оптимального багатовимірного регулятора

Такий регулятор приєднується до виходу СПОСТЕРІГАЧА, його синтез полягає у

визначенні матр коеф передачі F_0 , яка забезпечує стійкість замкнутої системи

УОК-РЕГУЛЯТОР та мінімізувати інтегральну квадратичну помилку s -ми при обмеженні на потужність керування.

Сценарій виконання команд наступний:

```

R1=eye(2,2) %одинична матриця
R2=1 %вагов коеф ситгн керув, чим він більш- %тим менша потужність керув
виграч с-мою
[Fo,S,E]=lqr(SYS.a,SYS.b(:,1),R1,R2)
%Fo-матриця коеф підсилення спостерігача (1x2)
%S-матр дисперс помилок керув (2x2)
%E-службова матриця, що вміщує корені х-ерист р-ня ЗАМКН с-ми

[Fo,S,E]=lqr(SYS.a,SYS.b(:,1),R1,R2)
R1 =
    1    0
    0    1
R2 =
    1

```

```

Fo =
    0.7945    0.6471
S =
    0.1844   -0.1453
   -0.1453    0.1772
E =
  -28.7000
   -1.5826

```

(2.10)

2.4. Оцінювання якості замкнутої САК

Оцінювання якості регулювання замкнутої системи, що вміщує УОК з МПФ W, оптимальний спостерігач з МПФ kest та оптимальний регулятор Fo будемо виконувати за допомогою спеціально вбудованої в ПП MatLab функції lqgreg.

Дана функція формує ЛКГ-регулятор шляхом поєднання розрахованого за допомогою ф-ції kalman фільтра Калмана (СПОСТЕРІГАЧА) і матриці коефіцієнтів зворотнього зв'язку, розрахованої за допомогою ф-ції lqr. Такий ЛКГ-регулятор є оптимальним і мінімізує деякий квадратичний коефіцієнт критерія якості, що оцінює ефективність регулювання і витрати на керування. ЛКГ-регулятор синтезується як динамічний об'єкт, що забезпечує фільтрацію шумів виміральної системи вихідних сигналів УОК

```
>> F=lqgreg(kest,Fo) (2.11)
```

```

F =

a =
      x1_e   x2_e
x1_e  -19.03  -11.15
x2_e  -17.51  -13.15

b =
      y1
x1_e   0.0591
x2_e   0.04282

c =
      x1_e   x2_e
u1  -0.7945  -0.6471

d =
      y1
u1    0

Input groups:
  Name      Channels
Measurement    1

Output groups:
  Name      Channels
Controls    1

```

Continuous-time state-space model.

МПФ послідовного з'єднання оптимального спостерігача та регулятора має вигляд

zpk(F)

ans =

```
From input "y1" to output "u1":  
-0.074665 (s+1.282)  
-----  
(s+30.36) (s+1.812)
```

Continuous-time zero/pole/gain model.

Для дослідження стійкості знайдемо модель замкнутої САК, у зворотній зв'язок

якої ввімкнений і СПОСТЕР і ОПТИМ РЕГУЛЯТОР, з'єднання яких описується МПФ F

```
N1=1 %номер вх УОК SYS, на який подається сигнал керування  
N2=1 %номер вих УОК, з якого знімається інформація про один з вих сигналів  
N3=1 %знак зворотнього зв'язку (-1 ВЗЗ, +1 ДЗЗ)  
C1=feedback(SYS,F,N1,N2,N3) (2.12)
```

C1 =

```
a =  
      ?      ?      x1_e      x2_e  
      ?      -1      2      -16.14      -13.15  
      ?      0      0      -16.14      -13.15  
x1_e      1.891      0      -19.03      -11.15  
x2_e      1.37      0      -17.51      -13.15
```

```
b =  
      u1      u2  
      ?      20.31      0.4062  
      ?      20.31      0.4062  
x1_e      0      0  
x2_e      0      0
```

```
c =  
      ?      ?      x1_e      x2_e  
y1      32      0      0      0
```

```
d =  
      u1      u2  
y1      0      0
```

Для перевірки стійкості замкнутої САК достатньо знайти власні числа матриці A

A=eig(C1)

```
>> A=eig(C1) (2.13)  
A =  
-28.7000 + 0.0000i  
-1.4456 + 0.8068i  
-1.4456 - 0.8068i  
-1.5826 + 0.0000i
```

Так як всі корені характеристичного рівняння (визначника матриці А) мають від'ємну дійсну частину - значить замкнута САК є стійкою.

Для побудови перехідної харктеристики (кривої розгону) замкнутої САК перейдемо від рівняння стану до ПФ. Тоді МПФ замкнутої САК матиме вигляді

$$Wz = zpk(C1) \quad (2.14)$$

Wz =

```
From input 1 to output:
      650 (s+2) (s+1.812) (s+30.36)
-----
(s+28.7) (s+1.583) (s^2 + 2.891s + 2.741)
```

```
From input 2 to output:
      13 (s+2) (s+1.812) (s+30.36)
-----
(s+28.7) (s+1.583) (s^2 + 2.891s + 2.741)
```

2.5. Побудова перехідного процесу і визначення якісних показників

Для побудови графіків перехідної характеристики скористаємось вбудов ф-цією step

$$\text{step}(Wz) \quad (2.15)$$

При "несоизмеримости" графіків, побудуємо їх окремо один від одного.

```
step(Wz(1))
figure
step(Wz(2))
```

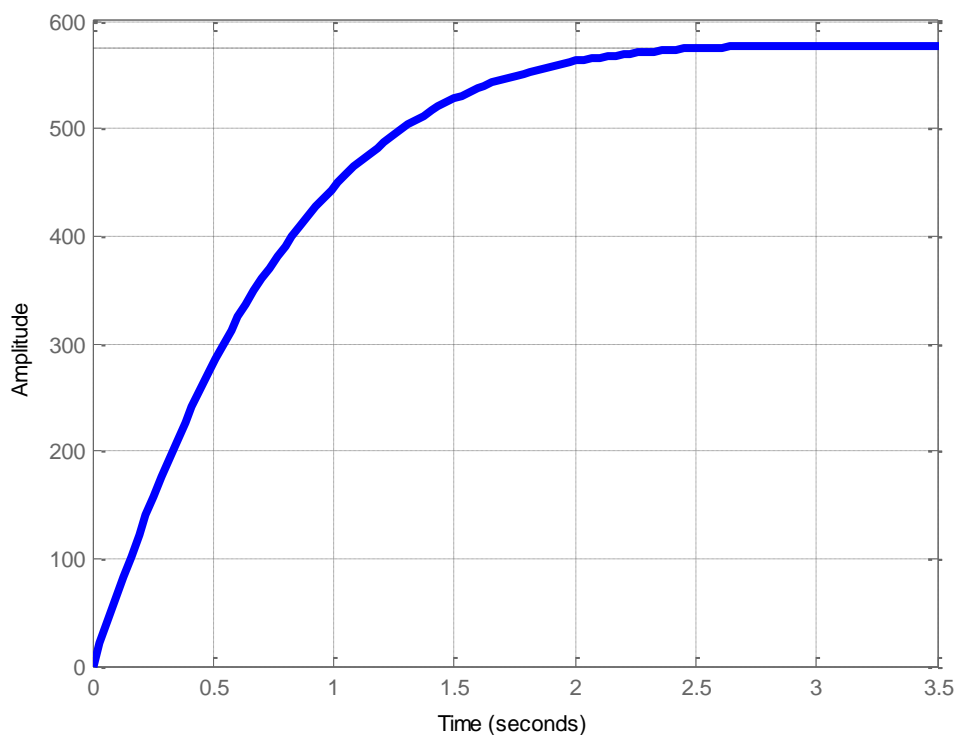


Рис. 2.1 – Реакція об'єкта керування на зміну керуючого сигналу

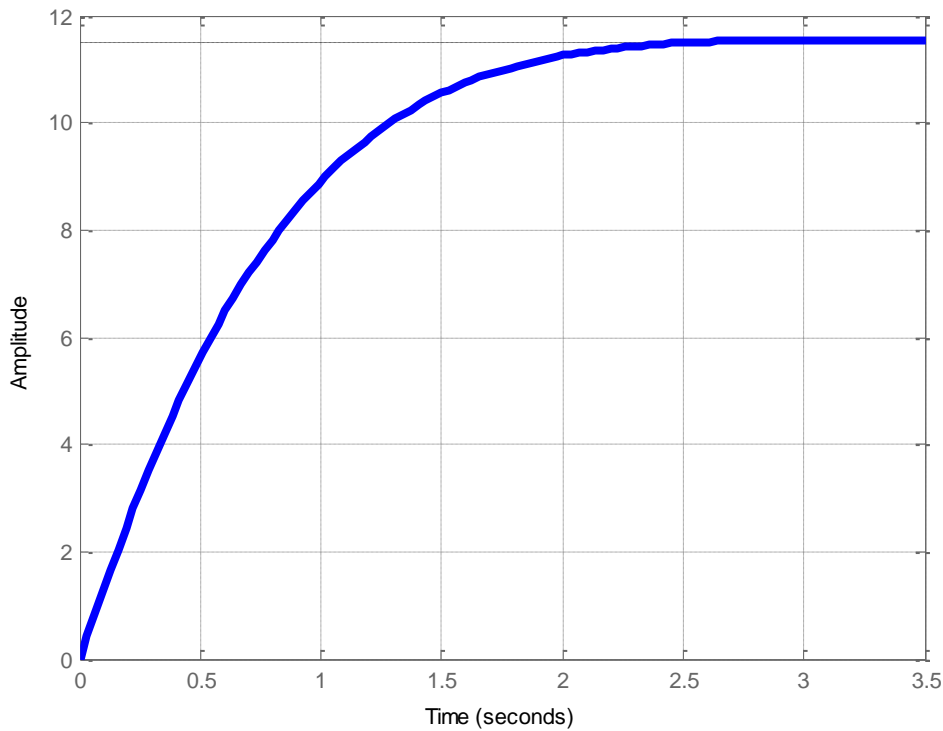


Рис. 2.2 – Реакція об’єкта керування на зміну збурюючого діяння

Аналізуючи обидва графіки можна впевнитись, що зміна збурюючого діяння T1 на УОК майже не впливає на зміну вихідної координати УОК. За графіком (рис. 2.1) можна визначити якісні показники перехідного процесу:

1. час регулювання 2,0 сек
2. перерегулювання 0%

ВИСНОВКИ

В даній курсовій роботі мною розроблені два регулятори на основі модального і оптимального синтезу.

Вимоги, поставлені до синтезованої замкнутої САК наступні:

- Перерегулювання не більше 5%
- Час регулювання не більше 4 сек

Складемо порівняльну таблицю синтезованих регуляторів

Вид регулятора	Перерегулювання, %	Час регулювання, сек
Модальний регулятор	0	4,0
Оптимальний регулятор	0	2,0

Аналіз табличних даних показує, що замкнута система, у зворотній зв’язок якої ввімкнений оптимальний регулятор, володіє найкращим часом регулювання (2,0 сек).

ЛІТЕРАТУРА

1. Ладанюк А. П., Кишенько В. Д., Луцька Н. М., Іващук В. В. Цифрові системи керування : навч. посіб. Київ : НУХТ, 2015. 230 с.
2. Остріков О. В., Василенко П. М. Цифрові системи автоматичного керування : навч. посіб. Харків : НТУ «ХП», 2018. 256 с.
3. Гаєв Є. О., Нестеренко Б. М. Універсальний математичний пакет MATLAB і типові задачі обчислювальної математики : навч. посіб. Київ : НАУ, 2004. 176 с.
4. Довгий Б. П., Вакал Є. С., Вакал Ю. Є., Попов А. В. Використання математичного пакета MATLAB для розв'язування прикладних задач : навч. посіб. Київ : Український фітосоціологічний центр, 2012. 68 с.
5. Ковриго Ю. М., Бунке О. С., Бойко Т. В. Сучасна теорія управління : підручник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 405 с.
6. Трасковецька Л. М. Програмування в середовищі MATLAB : навч.-метод. посіб. Хмельницький, 2023. 132 с.
7. Хоцькіна В. Б., Вдовиченко І. Н. Робота в пакеті MATLAB : навч. посіб. Кривий Ріг : Державний університет економіки і технологій, 2023. 130 с.
8. Забара С. Моделювання систем у середовищі MATLAB : навч. посіб. Київ : Університет «Україна», 2011. 137 с.
9. Palm W. J. Introduction to MATLAB for Engineers. 4th ed. New York : McGraw-Hill Education, 2020. 720 p.
10. Attaway S. MATLAB: A Practical Introduction to Programming and Problem Solving. 6th ed. Amsterdam : Elsevier, 2023. 720 p.
11. Теорія сигналів : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 256 с. (розділи спектрального аналізу та перетворення Фур'є).
12. Талах М. В. Основи та методи цифрової обробки сигналів: від теорії до практики : навч. посіб. Запоріжжя : ЗНУ, 2021. 312 с.
13. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування : підручник. 2-ге вид., перероб. і доп. Київ : Либідь, 2007. 656 с.