

В.М. Ломакін, доц., канд. техн. наук, **В.В. Пукалов**, доц., канд. техн. наук,
Л.А. Молокост

*Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна
e-mail: vik284333@gmail.com*

Методологічні аспекти моделювання та розрахунку теплових процесів у багатомісних кокілях

У статті розглянуто окремі аспекти спрощеного чисельного моделювання теплових процесів у ливарних багатомісних кокілях, зокрема затвердіння виливків чавунних мелючих куль.

Перший аспект моделювання стосується зменшення обчислювальної складності процесу за рахунок переходу від багатомісної ливарної форми до одномісної сферичної моделі, шляхом введення у багатомісному кокілі вертикальних серединних площин симетрії з умовою нульового теплового потоку. Це дозволило аналізувати лише сегмент форми з одним виливком кулі, вільний від теплообміну через умовні межі, з охолодженням через відкриті зовнішні поверхні, які не межують із сусідніми сегментами форми і контактують з навколишнім повітрям. Для коректного переходу до сферичної моделі кокіля запропоновано методику прирівнювання її об'єму до об'єму виокремленого сегмента ливарної форми з коригуванням коефіцієнта тепловіддачі конвекцією для забезпечення рівності теплових потоків з зовнішніх поверхонь таких тіл.

Другий аспект моделювання присвячено опису фазових переходів у виливку, що твердне в кокілі, без явного введення граничних умов між фазами. При застосуванні чисельного методу скінченних різниць виключили з розгляду міжфазні границі, залишивши лише приграничні вузли (об'єми) просторово-часової сітки. Це дозволило за допомогою прямої і зворотної рекурентної прогонки обчислювати температурне поле в межах кожної фази, змінюючи коефіцієнт теплопровідності при переході між фазами.

Досить специфічною особливістю процесів затвердіння сплавів у металевих формах є вплив термічного опору зазору з газом між виливком і кокілем на швидкість охолодження поверхневого шару виробу і на теплообмін загалом. Для врахування динаміки утворення зазору при моделюванні запропоновано ввести уявлення про фіктивний контрольний об'єм у точці контакту виливка кулі зі стінкою ливарної форми. Поточна ширина зазору визначалася на кожному кроці чисельного інтегрування як сукупний ефект термічного розширення стінки кокіля і усадки виливка. Типові розрахункові формули коефіцієнтів прогонки були модифіковані саме для контрольного граничного об'єму. Такий підхід дозволив описати гальмівний вплив газового прошарку на теплообмін без необхідності адаптації розрахункової сітки або перерахунку розмірів моделі кокіля.

чавунна куля, кокіль, газовий зазор, кінетика затвердіння, моделювання, чисельне дослідження

Постановка проблеми. Процеси лиття чавунних виробів у багатомісних кокілях набули значного розвитку та широкого поширення. Переважно це виробництво однотипних виливків, як-от чавунних мелючих куль і цильпесів, що використовуються у великих кількостях у млинах для подрібнення і розмелювання гірських порід [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Механізація і автоматизація такого виробництва досягається з використанням конвеєрів різних типів. Ливарні форми – чавунні, з вертикальною площиною роз'єму півформ.

Експлуатаційні характеристики мелючих куль значною мірою залежать від хімічного складу чавуну, проте важливу роль відіграє також кінетика затвердіння, яка визначає формування внутрішньої мікроструктури литих виробів. Саме це зумовлює науковий інтерес до розробки інструментарію для дослідження термічного стану та кінетики затвердіння кульових виливків у багатомісних ливарних формах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для розрахунку кінетики затвердіння виливків у багатомісних металевих формах може бути використаний типовий інструментарій. На основі створеної 3D-моделі кокіля з виливками у системі комп'ютерного проектування SolidWorks можна виконати розрахунок процесу затвердіння та охолодження твердих виливків у системі комп'ютерного моделювання LVMFlow, із врахуванням шару вогнетривкої кокільної фарби, характеристики якої присутні в базі системи [7, 8].

Але, при такому підході ігнорується цікава особливість процесу, а саме, виникнення зазору з газовим прошарком між виливком і стінкою кокіля, який здатен значною мірою уповільнити теплопередачу і пригальмувати процес затвердіння. Це гальмування є не менш важливим фактором структуроутворення у виливку, ніж склад чавуну та вуглецевий еквівалент, і його необхідно оцінити.

У роботах [9, 10, 11] відзначається, що вирішення подібних задач є надзвичайно складним. Тому при проектуванні ливарних технологій цю проблему зазвичай ігнорують, керуючись результатами аналітичних розрахунків і практичних досліджень.

Постановка завдання. Метою дослідження є визначення взаємозв'язку ключових факторів теплового процесу, що впливають на формування структури литих виливків чавунних куль Ø40 мм у багатомісному кокілі.

З огляду на зазначене було поставлено такі завдання:

1. Розробити методику чисельного дослідження.
2. Дослідити на ЕОМ термічний стан та кінетику затвердіння виливків чавунних куль Ø40 мм у багатомісному кокілі з урахуванням динаміки утворення зазору з газовим прошарком.
3. Виконати розрахунки при різній товщині стінки ливарної форми.
4. Спрогнозувати структуру та величину вибіленого поверхневого шару в литих виробках.

Виклад основного матеріалу. Після заливки розплаву в багатомісний кокіль відбувається складний тепловий процес. Внаслідок взаємного теплового впливу виливків теплота передається вздовж ширини, довжини і висоти ливарної форми. Для аналізу термічного стану багатомісного кокіля у формі паралелепіпеда з симетрично розташованими виливками ливарну форму можна умовно поділити на окремі сегменти за допомогою **вертикальних площин (серединних)**, які проходять **посередині між сусідніми виливками**. Такий підхід дозволяє при моделюванні теплообміну зменшити обчислювальну складність і розглядати кожен секцію форми, що містить один виливок, як самостійну частину.

У зв'язку із симетричним розташуванням виливків у багатомісному кокілі на умовних граничних площинах виділених сегментів визначено граничні умови симетрії ($\frac{\partial T}{\partial n} = 0$), що відповідають нульовому тепловому потоку (n — нормаль до граничної поверхні).

Виокремлена частина форми акумулює теплоту від одного виливка. Одночасно, в навколишнє середовище віддається теплота тільки з тих поверхонь, що контактують з оточуючим повітрям. Такий підхід є досить вдалим.

Для випадку лиття виливків куль при моделюванні можна перейти до сферичної теплової моделі кокіля з одним виливком в центрі, для якої буде справедливою одновимірною системою координат, що характеризується радіус-вектором з єдиного центра. Для коректності такого переходу необхідне виконання двох умов: 1) однакова теплоакumuлююча здатність форми і сферичної моделі; 2) однакова швидкість тепловіддачі з граничних зовнішніх поверхонь таких тіл. Для виконання першої умови

достатньо прирівняти об'єм сферичної моделі кокіля до об'єму виокремленої частини ливарної форми. Виконати другу умову складніше. При рівності об'ємів величина зовнішньої поверхні сферичної моделі ($S_{\text{сф}}$), неминуче відрізняється від сукупної граничної поверхні виокремленої частини кокіля ($S_{\text{к}}$), що контактує з навколишнім повітрям, і теплові потоки з граничних поверхонь будуть відмінними:

$$\alpha_0(T_0 - T_c)S_{\text{к}} \neq \alpha_1(T_5 - T_c)S_{\text{сф}}, \quad (1)$$

де $S_{\text{к}}$ – величина зовнішньої поверхні виокремленої частини кокіля, що контактує з навколишнім середовищем (повітрям); $S_{\text{сф}}$ – величина поверхні (зовнішньої) сферичної моделі кокіля; α_0 – коефіцієнт тепловіддачі конвекцією з граничної поверхні ($S_{\text{к}}$) виокремленої частини кокіля; α_1 – коефіцієнт тепловіддачі конвекцією з поверхні сферичної моделі кокіля ($S_{\text{сф}}$); T_0 – певна середня (середньоінтегральна) температура на зовнішній поверхні ($S_{\text{к}}$) виокремленої частини кокіля; T_5 – температура на зовнішній поверхні сферичної моделі кокіля ($S_{\text{сф}}$); T_c – температура навколишнього повітря.

Можна підібрати умови за яких нерівність (1) перетворюється в рівність. Очевидно, з кожної одиничної поверхні сферичної теплової моделі кокіля має віддаватися кількість теплоти, що пропорційна відношенню величин поверхонь ($\frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{сф}}}$).

Це можна врахувати в ефективному коефіцієнті тепловіддачі конвекцією:

$$\alpha_1 = \alpha_0 \frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{сф}}}. \quad (2)$$

Як видно, при використанні α_1 в нерівності (1) досягаються однакові умови тепловіддачі. Наслідком цього буде рівність температур на граничних поверхнях ($T_0 = T_5$) для будь-якого поточного моменту часу процесу, а отже і рівність правої і лівої частин.

Іншим аспектом дослідження теплових процесів у багатомісних кокілях є методологія чисельних розрахунків на ЕОМ.

Зазвичай при литті сплавів у виливку утворюється декілька фаз. У математичному формулюванні теплової задачі затвердіння на міжфазних границях призначаються відповідні граничні умови. Проте при реалізації чисельних розрахунків процесу на ЕОМ виникає необхідність визначення положення таких границь у просторі. Використання апроксимації температурного розподілу призводить до ускладнення алгоритму розрахунку.

Більш доцільним є алгоритм без явного виокремлення міжфазних переходів. При цьому ігноруються границі: розплав – двофазна частина виливка і двофазна частина виливка – тверда кірка. Алгоритм ґрунтується на чисельній методиці, зокрема методі скінченних різниць, що передбачає неявний розрахунок температурного поля тіл. Для будь-якого елементарного об'єму сплаву, що перебуває в певній фазі безпосередньо біля границі фазового переходу, теплові потоки, що входять і виходять з нього вздовж нормалі, допустимо визначати за допомогою коефіцієнта теплопровідності цієї фази (λ_i). При переході через границю до наступного елементарного об'єму, в іншій фазі, результуючий тепловий потік визначається аналогічно, через коефіцієнт теплопровідності саме цієї фази. Симетричність чисельного підходу до приграничних вузлів просторово-часової сітки з обох боків від границі дозволяє відкинути граничні умови та значно спрощує алгоритм розв'язання задачі затвердіння виливка при реалізації наскрізної прогонки.

Нарешті, мабуть самим цікавим аспектом розрахунку процесів затвердіння і охолодження виливків у кокілях є гальмування теплопередачі тонким газовим

прошарком у зазорі між виливком і стінкою ливарної форми. Зазор утворюється внаслідок термічного розширення стінки, після заливки розплаву, так і в результаті усадки виливка при охолодженні у формі. Динаміка утворення зазору досить складна і залежить від багатьох факторів, а врахування цих факторів робить розв'язання задачі надзвичайно громіздким.

Незважаючи на малі розміри зазору, його вплив може бути значущим для структуроутворення у виливку. Разом з цим, зазор руйнує при моделюванні класичну різницеву схему і призводить до необхідності адаптації розрахункової просторово-часової сітки, якою покривається тіло виливка і стінка ливарної форми. Базова математична модель теплового процесу значно ускладнюється.

Для подолання таких труднощів було запропоновано застосувати на границі між виливком і стінкою кокіля **фіктивний контрольний об'єм**, як модель ідеалізованого тіла для акумуляції теплоти, в який вбудувати газовий зазор з його поточною шириною і теплофізичними властивостями. Типові розрахункові формули коефіцієнтів прогонки скінченно-різницевої методики, що застосовуються для всіх вузлів розрахункової області, можуть бути **модифіковані** саме для граничного контрольного об'єму.

Це штучна локальна адаптація, яка, з одного боку, дає змогу врахувати термічний опір зазору, а з іншого – забезпечує незмінність схеми дискретизації розрахункової області, що є критично важливим для адекватного розрахунку температурного поля тіл. При цьому усадка виливка та розширення стінки кокіля на схемі безпосередньо не відображаються.

Усі розглянуті прийоми застосували при моделюванні процесу затвердіння виливка чавунної кулі Ø40 мм у сферичній тепловій моделі кокіля з товщиною стінки 40 мм.

Рівняння процесу теплопровідності в сферичній системі координат для виливка кулі і моделі металевої форми має такий вигляд [12, 13]:

$$c_i \rho_i \frac{\partial T_i(r,t)}{\partial t} = \lambda_i \left(\frac{\partial^2 T_i(r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_i(r,t)}{\partial r} \right), \quad (3)$$

де c_i – теплоємність; ρ_i – густина; λ_i – коефіцієнт теплопровідності; T_i – температура; r – радіус-вектор ($r = 0$ в центрі кулі); t – час; i – ідентифікатор (1 – рідка фаза у виливку, 2 – двофазна частина виливка; 3 – тверда фаза (кірка) у виливку; 4 – шар кокільної фарби; 5 – стінка кокіля).

Хімічний склад чавуну виливка враховано при адитивному визначенні теплофізичних констант (c_i, ρ_i, λ_i).

Прийняті початкові умови ($t = 0$) мають такий вигляд:

$$T_1(r, 0) = T_{\text{зал.}}, \quad 0 < r < r_{\text{в}}, \quad (4)$$

$$T_4(r_{\text{в}}, 0) = T_{\text{зал.}}, \quad (5)$$

$$T_5(r, 0) = T_{\text{п.к.}}, \quad r_{\text{в}} < r < (r_{\text{в}} + l), \quad (6)$$

де $r_{\text{в}}$ – радіус виливка кулі; l – товщина стінки кокіля; $T_{\text{зал.}}$ – температура заливки сплаву; $T_{\text{п.к.}}$ – початкова температура кокіля.

Прийняті граничні умови мають такий вигляд:

- в центрі виливка при $r = 0$ (умова симетричного охолодження)

$$\frac{\partial T_i(0,t)}{\partial r} = 0; \quad (7)$$

- на зовнішній поверхні сферичного кокіля при $r = r_{\text{в}} + l$ (теплообмін конвекцією):

$$-\lambda_5 \frac{\partial T_5(r_{\text{в}}+l,t)}{\partial r} = \alpha_1 (T_5(r_{\text{в}} + l, t) - T_{\text{с}}). \quad (8)$$

Ширину зазору – $\Delta z(t)$, між виливком та стінкою металевої форми визначали як сукупний ефект процесів розширення та усадки:

$$\Delta z(t) = \Delta f + \Delta \varepsilon(t) + \Delta u(t), \quad (9)$$

де Δf – товщина шару антипригарної вогнетривкої кокільної фарби; $\Delta \varepsilon(t)$ – поточне значення розширення стінки кокіля для умов неоднорідного температурного розподілу, як сумарний ефект розширення всіх елементів довжиною Δr кожний, що складають стінку:

$$\Delta \varepsilon(t) = \Delta r \beta_5 \sum (T_5(r, t) - T_{п.к.}), \quad (10)$$

де Δr – скінченно-малий приріст радіус-вектора r ; β_5 – коефіцієнт термічного розширення матеріалу кокіля; $\Delta u(t)$ – поточне значення лінійної усадки виливка кулі у ливарній формі:

$$\Delta u(t) = \Delta r \beta_3 \sum (T_{SOL} - T_3(r, t)), \quad (11)$$

де β_3 – коефіцієнт лінійної усадки матеріалу виливка кулі; T_{SOL} – температура солідуса сплаву; $\sum (T_{SOL} - T_3(r, t))$ – по поточній товщині твердої кірки виливка.

Математичну постановку задачі (2)–(11) розв'язано на ЕОМ із використанням попередньо розробленої програми. Алгоритм програми реалізовано згідно з типовою неявною скінченно-різницевою методикою і включає пряму і зворотну рекурентну прогонку при розрахунку температурного поля тіл на сукупності вузлів просторово-часової сітки, якою покрили переріз половини виливка і стінку металевої сферичної форми. Для випадку $i = 4$ рівняння (3) описує теплопередачу одночасно через шар кокільної фарби та газовий прошарок. Граничні умови (7) та (8) апроксимовані методом скінченних різниць і повністю узгоджені із загальною схемою чисельного розрахунку на ЕОМ.

На рис. 1 показано розрахункову зміну температури поверхневого шару виливка кулі та газового зазору (вуглекислий газ і повітря) з шаром вогнетривкої кокільної фарби на основі графіту. Розрахунок проведено від початку теплового процесу до моменту видалення виливка з кокіля (температура на поверхні кулі – 550 °C).

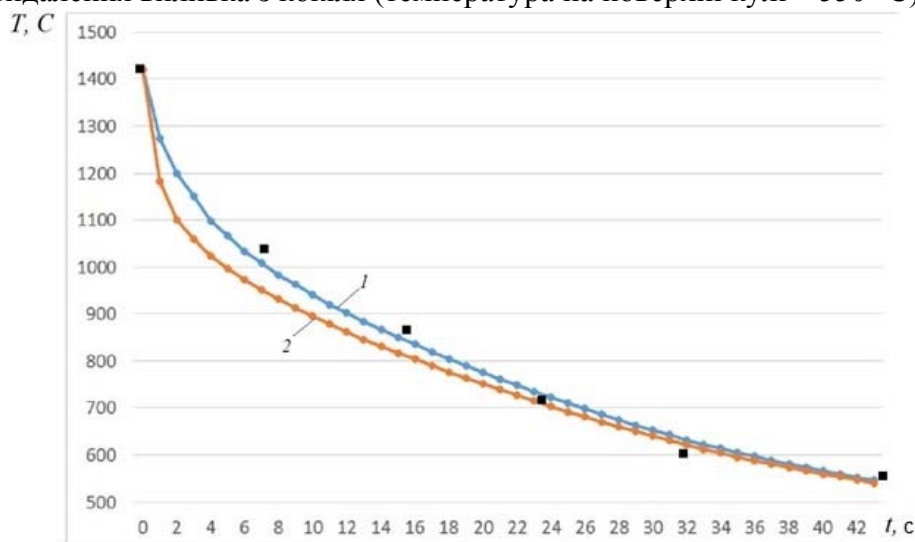


Рисунок 1 – Розрахункова зміна температури поверхневого шару виливка кулі Ø40 мм та зазору з газом і кокільною фарбою (чавун виробу: 2,5 % C, 1 % Si; товщина стінки сферичної моделі чавунного кокіля – 40 мм).

1 – поверхневий шар виливка (базовий варіант моделювання - шар фарби 0,5 мм); 2 – зазор;
■ – показання платинової термодари типу R у поверхневому шарі виливка (отримані на промисловому зразку чотиримісного кокіля з порожнинами Ø40 мм та товщиною стінки 40 мм).

Джерело: розроблено авторами

Як видно, швидкість охолодження поверхневого шару виливка уповільнюється з часом, що є наслідком нагрівання кокіля і зменшення градієнта температури по перерізу його стінки.

Досить цікавим виявилось питання ступеня гальмування теплопередачі через зазор. На рис. 2 показано розподіл температури у виливку від центра до поверхні при повному затвердінні.

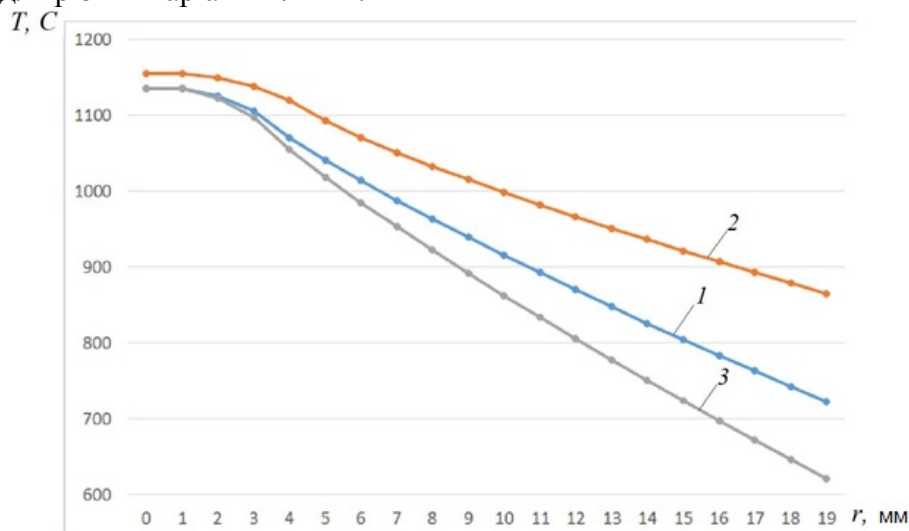


Рисунок 2 – Розподіл температури у виливку кулі Ø40 мм при повному затвердінні (чавун виробу: 2,5 % C, 1 % Si; товщина стінки сферичної моделі чавунного кокіля – 40 мм)

- 1 – базовий варіант моделювання (шар фарби 0,5 мм з розрахунком газового зазору);
2 – варіант порівняння (товщина облицювання 1 мм з розрахунком газового зазору);
3 – нефарбований кокіль (без розрахунку газового зазору).

Джерело: розроблено авторами

На рис. 3 показано розрахункову зміну температури поверхневого шару виливка до повного затвердіння для різних варіантів лиття.

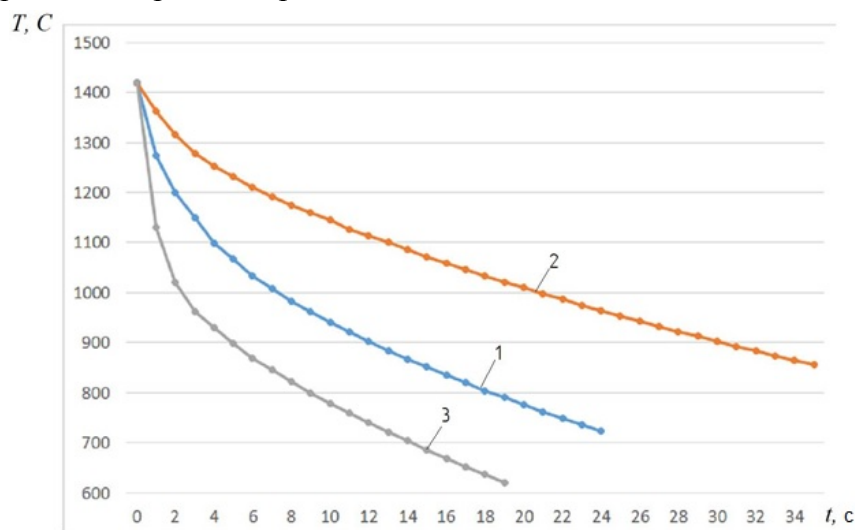


Рисунок 3 – Розрахункова зміна температури поверхневого шару виливка чавунної кулі Ø40 мм до повного затвердіння (чавун виробу: 2,5 % C, 1 % Si; товщина стінки сферичної моделі чавунного кокіля – 40 мм)

- 1 – базовий варіант моделювання (шар фарби 0,5 мм з розрахунком газового зазору);
2 – варіант порівняння (товщина облицювання 1 мм з розрахунком газового зазору);
3 – нефарбований кокіль (без розрахунку газового зазору).

Джерело: розроблено авторами

Результати розрахунків на ЕОМ свідчать про адекватність та широку функціональність розробленої програми.

Висновки. Запропонований комбінований метод моделювання дозволив дослідити безпосередньо в ливарній формі взаємний вплив процесів розширення стінки кокіля, усадки виливка кулі та кінетику його затвердіння. Введення фіктивного контрольного об'єму на границі між виливком і металевою формою дозволило отримати універсальну схему розрахунку, врахувати фізичний ефект проміжного шару (гальмування теплопередачі) й уникнути ускладнень, пов'язаних з рухомими границями та адаптивними сітками.

Основними результатами виконаної роботи є:

1) швидкість затвердіння по перерізу виливка кулі Ø40 мм знаходиться в межах 0,5–0,8 мм/с, що при вуглецевому еквіваленті сплаву $\sum(C + Si) = 3,5 \%$ забезпечує формування структури білого чавуну;

2) гальмування теплопередачі газом в зазорі між виливком і стінкою кокіля недостатнє для графітизації чавуну;

3) у центральній частині сферичного виливка швидкість затвердіння підвищується до рівня $\approx 3,5$ мм/с внаслідок симетрії тіла;

4) при збільшенні товщини стінки кокіля з 40 до 70 мм кінетика затвердіння, через невеликі розміри виливка та швидке охолодження, не змінилася ні якісно, ні кількісно. Тривалість охолодження затверділого виливка в кокілі до температури вибивки зменшилась на $\approx 14 \%$, що пояснюється більшою акумуляцією теплоти більш масивної ливарної форми.

Загалом, чавунні кулі Ø40 мм при експлуатації в млинах зазнають значно менших динамічних навантажень порівняно з мелючими тілами Ø100–120 мм, що зумовлює економічну доцільність використання білого чавуну для їх виробництва.

Список літератури

1. Campbell J. Castings. 2nd ed. Butterworth-Heinemann, 2003. 336 p.
2. Górny M., Kawalec M. Manufacturing scheme of spherical grinding bodies from abrasion-resistant cast iron. *Archives of Foundry Engineering*. 2014. Vol. 14. No. 3. P. 45–50.
3. Aubakirov M., Kulikov V. Wear-Resistant Cast Iron Grinding Media for Ore Grinding Mills. *Metallurgist*. 2020; 63(9-10): 853–860. <https://doi.org/10.1007/s11041-020-00349-5>.
4. Ломакін В.М., Молокост Л.А. Ударостійкий чавун для молотильних тіл. *Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки* : зб. наук. праць 2020. Вип. 3 (34). С. 65-72.
5. Albertin E., Sinatora A. The properties and performance of cast iron grinding media. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*. 1991. Vol. 8. P. 39–46.
6. Suslo N., Panchenko H., Huk Y. Study of the Influence of Modification and Heat Treatment of Cast Iron Grinding Balls on Their Operational Properties. *Economics and Technical Engineering*. 2024;2(2):94–101.
7. Prykhodko, O. V., Linnik, I. E., & Abdulov, A. R. (2013). Development of the foundry technology: from working drawing to the process modeling in the mold. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2013.19312>
8. Malinovsky, A. Improvement of gating systems with the purpose of reducing defects in large-size castings from gray iron. *Helix – The Scientific Explorer*. 2019. 9(04), 5197–5208.
9. Дослідження впливу кінетики кристалізації на властивості кокільних виливків чавунних циліндрів. / В.М. Ломакін, В.В. Клименко, В.В. Пукалов, А.В. Ломакін . *Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація*: зб. наук. праць.. 2016. Вип. 29. С. 132-139.
10. Дослідження процесу затвердіння та прогнозування структури литих чавунних молотильних тіл. / Ломакін В.М., Клименко В.В., Пукалов В.В. та ін. *Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація*: зб. наук. праць. 2018. Вип. 31. С. 66-74.
11. Ломакін В. М., Кропівний В. М., Афтандіянц Є. Г., Гнилокурченко С. В. Моделювання та чисельне дослідження кінетики затвердіння чавунних мелючих куль у кокілі [Електронний ресурс] // Литво. Металургія. 2024 : матеріали 20-ї, 13-ї ювілейної міжнар. наук.-практ. конф., 28-30 травня 2024 р. – Харків; Київ : Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т», 2024. – С. 154-156. [https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/79794?contentReference\[oaicite:0\]{index=0}](https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/79794?contentReference[oaicite:0]{index=0})
12. Stefanescu D. M. Science and Engineering of Casting Solidification. 2nd ed. Springer, 2009. 550 p.
13. Flemings M. C. Solidification Processing. New York: McGraw-Hill, 1974. 364 p.

References

1. Campbell, J. (2003). Castings. 2nd ed. Butterworth-Heinemann. 336 p. [in English].
2. Górný, M. & Kawalec, M. (2014). Manufacturing scheme of spherical grinding bodies from abrasion-resistant cast iron. *Archives of Foundry Engineering*. Vol. 14 (3), 45–50. [in English].
3. Aubakirov, M. & Kulikov, V. (2020). Wear Resistant Cast Iron Grinding Media for Ore Grinding Mills. *Metallurgist*. 63(9–10), 853–860. <https://doi.org/10.1007/s11041-020-00349-5> [in English].
4. Lomakin, V. M. & Molokost, L. A. (2020). Udarostijkyj chavun dlya molol'nyh til [Research and comparative analysis of wear resistance of cast grinding media from chromium cast irons]. *Zbirnyk naukovykh prac' Central'noukrains'koho nacional'noho tehnichnoho universytetu*. 3(34), 65–72. [in Ukrainian].
5. Albertin, E. & Sinatora, A. (1991). The properties and performance of cast iron grinding media. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*. 8, 39–46. [in English].
6. Suslo, N., Panchenko, H. & Huk, Y. (2024). Study of the Influence of Modification and Heat Treatment of Cast Iron Grinding Balls on Their Operational Properties. *Economics and Technical Engineering*. 2(2), 94–101. [in English].
7. Prykhodko, O. V., Linnik, I. E. & Abdulov, A. R. (2013). Development of the foundry technology: from working drawing to the process modeling in the mold. *Eastern European Journal of Enterprise Technologies*. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2013.19312> [in English].
8. Malinovsky, A. (2019). Improvement of gating systems with the purpose of reducing defects in large size castings from gray iron. *Helix – The Scientific Explorer*, 9(04), 5197–5208. [in English].
9. Lomakin, V. M., Klymenko, V. V., Pukalov, V. V. & Lomakin, A. V. (2016). Doslidzhennya vplyvu kinetyky krystalizatsii na vlastyivosti kokil'nykh vylyviv chavunnykh cyl'pebsiv [Investigation of the effect of crystallization kinetics on the properties of chill castings of cast iron grinding bodies]. *Zbirnyk naukovykh prac' Kirovohrads'koho nacional'noho tehnichnoho universytetu*. 29, 132–139. [in Ukrainian].
10. Lomakin, V. M., Klymenko, V. V., Pukalov, V. V., Kuzyk, O. V., Dubodelov, V. I. & Goryuk, M. S. (2018). Doslidzhennya procesu zatverdinnya ta prognozuvannya struktury lytykh chavunnykh molol'nykh til [Investigation of the process of solidification and prediction of the structure of cast iron grinding bodies]. *Zbirnyk naukovykh prac' Central'noukrains'koho nacional'noho tehnichnoho universytetu*. 31, 66–74. [in Ukrainian].
11. Lomakin, V. M., Kropivnyi, V. M., Aftandilyants, Ye. H., & Hnyloskurenko, S. V. (2024). Modeliuvannya ta chyselne doslidzhennya kinetyky zatverdinnya chavunnykh melyuchykh kul u kokili [Modeling and numerical study of the solidification kinetics of cast iron grinding balls in a mold] [Electronic resource]. *Lytvo. Metalurii. Materials of the 20th, 13th Jubilee International Scientific-Practical Conference*, 28–30 May 2024. Kharkiv; Kyiv: National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, 2024, 154–156. [in Ukrainian].
12. Stefanescu, D. M. (2009). *Science and Engineering of Casting Solidification*. 2nd ed. Springer. 550 p. [in English].
13. Flemings, M. C. (1974). *Solidification Processing*. New York: McGraw-Hill. 364 p. [in English].

Viktor Lomakin, Assos. Prof., PhD in tech. sci., **Viktor Pukalov**, Assos. Prof., PhD in tech. sci., **Lyudmyla Molokost**

Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine

Methodological Aspects of Modeling and Calculation of Thermal Processes in Multi-Seat Chill Molds

Calculation of the hardening kinetics of cast iron castings in multi-place molds is of great practical importance. The results of such a study can help optimize casting technology while ensuring high quality of cast products.

The article considers some aspects of simplified numerical modeling of thermal processes in multi-seat casting molds, in particular, the solidification of castings iron grinding balls.

The first aspect of modeling concerns the reduction of the computational complexity of the process by moving from a multi-cavity casting mold to a single-cavity spherical model by introducing vertical mid-planes of symmetry in the multi-cavity chill mold with the condition of zero heat flux. This allowed us to analyze only a segment of the mold with one ball casting, free from heat exchange through conditional boundaries, with cooling through open outer surfaces that do not border on adjacent mold segments and are in contact with the surrounding air. To ensure a correct transition to a spherical model of the chill mold, a method is proposed for equating its volume to the volume of a selected segment of the casting mold with an adjustment of the convection heat transfer coefficient to ensure equality of heat flows from the external surfaces of such bodies.

The second aspect is devoted to the description of phase transitions in casting without explicitly introducing boundary conditions between phases. Using a numerical finite difference method, it is proposed to exclude interphase boundaries from consideration, retaining only the near-boundary nodes (volumes). This allows recurrently calculating the temperature fields within each phase, changing the thermal conductivity coefficient during the transition between phases.

The central issue of the work was a numerical study of the reduction of heat transfer rate of heat transfer by a gap with a gas layer, due to thermal expansion of the chill mold material, and of casting shrinkage, and its effect on

the kinetics of solidification and the structure of the cast product. To do this, a fictitious layer (volume) is introduced between the metal and the mold wall, which allows describing the effect of the gas gap on heat transfer without the need to adapt the mesh or model geometry.

Computer calculations indicate a distribution of the solidification rate across the cross-section of the ball casting (0.5-0.8 mm/s), at which a white cast iron structure is formed across the entire cross-section of the cast product. Based on the calculated data, graphical dependencies were constructed for changes in the casting surface layer temperature and gas gap over time. The calculations were performed for various casting regimes (painted chill mold, lined chill mold, unpainted chill mold).

When the thickness of the chill mold wall increased from 40 to 70 mm, the kinetics of curing, due to the small size of the casting and rapid cooling, did not change qualitatively or quantitatively. At the same time, the cooling time of the solidified casting in the chill mold to the knockout temperature was somewhat reduced (~14%), which can be explained by the greater accumulation of heat in the more massive casting mold.

In general, Ø40 mm cast iron balls receive significantly lower dynamic loads when operated in mills compared to Ø100-120 mm grinding bodies, and white cast iron may be an economically viable material for their production.

cast iron ball, chill mold, gas gap, solidification kinetics, modeling, numerical study

Одержано (Received) 19.01.2026

Прорецензовано (Reviewed) 11.02.2026

Прийнято до друку (Approved) 26.02.2026

УДК 621.432

[https://doi.org/10.32515/2664-262X.2026.14\(45\).163-171](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2026.14(45).163-171)

А. В. Рутковський, ст. наук. співр., канд. техн. наук,

О.Г. Трапезон, пров. наук. співр., д-р. техн. наук,

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренко НАН України, м. Київ, Україна

С.І. Маркович, доц., канд. техн. наук,

О.В. Бевз, доц., канд. техн. наук

Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна

e-mail: rut2000@ukr.net, coating@ipp.kiev.ua, marko60@ukr.net, oleg_bevz@ukr.net

Дослідження втомної міцності титанових сплавів, модифікованих вакуумним іонним азотуванням в імпульсному режимі, при високочастотному навантаженні

В роботі проведено експериментальні дослідження з визначення втомної міцності тонколистового титану BT1-0 до та після модифікування поверхневого шару вакуумним іонним азотуванням в імпульсному режимі. Втомні випробування призматичних зразків при їх резонансних згинних коливаннях проведено при високій частоті навантаження – (11-12) кГц. Побудовані в результаті проведених випробувань втомні криві на базі 10^7 циклів навантаження. Проведено випробування п'яти груп зразків – одна група в стані поставки без обробки і чотири групи після технологічного модифікування шару. З кривих втоми отримано значення меж витривалості σ_{-1} при симетричному змінному навантаженні. Показано, що незалежно від варіації параметрів технології вакуумного іонного азотування в імпульсному режимі в заданому їх діапазоні, значення межі витривалості σ_{-1} титану BT1-0 з модифікованою поверхнею вище на (12-17)% порівняно зі значенням σ_{-1} не модифікованого титану BT1-0.

іонне азотування, імпульсний режим, титановий сплав, межа витривалості, навантаження