

Л.М. Блохін, проф., д-р техн. наук

Національний авіаційний університет, м. Київ

С.І. Осадчий, доц., канд. техн. наук

Кіровоградський національний технічний університет

Оптимальна система стохастичної стабілізації багатовимірного нестійкого безпілотного об'єкта

Синтезовано оптимальну багатовимірну систему стохастичної стабілізації крейсерського руху нестійкого безпілотного об'єкта у збуреному середовищі. Визначено граничні значення дисперсій похибок стабілізації його кутових та лінійних координат. Проілюстрована необхідність розгляду даного класу об'єктів без розділення на канали.

стабілізація, синтез, матриця спектральних щільностей, факторизація, сепарація

Постійне зростання вимог до точності виконання заданих траєкторій руху різноманітних безпілотних об'єктів вимагає вдосконалення існуючих або розробки нових систем керування, які б в реальних експлуатаційних умовах забезпечували оптимізацію обраного показника якості. Особлива складність знаходження оптимальних систем стабілізації виникає, якщо об'єкт управління – багатовимірний, нестійкий та працює при випадкових впливах.

До теперішнього часу відомі, наприклад [1], вітчизняні методи синтезу оптимальних систем стабілізації, які успішно пройшли експериментальну перевірку при модернізації аерокосмічної техніки. Проте вони розраховані і застосовувалися лише для управління складними але стійкими рухомими об'єктами. Поширення ідей даних методів на випадок нестійких об'єктів керування привело до обґрунтування нової методології створення оптимальних систем стабілізації, яка викладена в [2,3].

Нестійкий безпілотний об'єкт (БПО), що розглядається, призначений для руху у збуреному середовищі, яке здійснює вплив на його лінійні координати та кутову орієнтацію. Дані впливи [4,5] наближаються до векторного стаціонарного випадкового процесу.

Аналіз конструкції БПО та його динаміки [6] показує, що він: може бути класифікований як апарат з двома площинами симетрії та відсутністю примусового обертання навколо повздовжньої вісі; має органи керування з приводами (носовий насадок та рулі у хвостовій частині); знаходиться у режимі стабілізації на траєкторії більшу частину часу; оснащений штатною системою стабілізації, що має незалежні канали керування, а його центр мас не співпадає з центром тисків. Випробування БПО показали, що досить часто виникають сходження об'єкта з заданої траєкторії.

Таким чином, стає актуальною проблема модернізації структури та параметрів штатного регулятора з метою усунення ефектів відхилення від траєкторії та оцінювання можливих рубежів точності стабілізації БПО в реальних експлуатаційних умовах. Вона полягає у тому, щоб при заданих конструкції об'єкта, існуючих системі датчиків первинної інформації та приводів рулів знайти такі структуру та параметри регулятора, щоб гарантувати відсутність сходів с траєкторії в крейсерському режимі руху та визначити можливі рубежі якості в реальних експлуатаційних умовах.

Основу для пошуку рішення даної проблеми склала нова методологія конструювання систем стохастичної стабілізації багатовимірних об'єктів викладена у

[2], яка доповнена результатом з [3]. Вона передбачає виконання цілого ряду взаємозв'язаних етапів:

- планування та проведення натурних випробувань БПО з метою отримання записів зміни керуючих діянь та вихідних координат в крейсерському режимі;
- визначення математичних моделей сигналів у контурах керування;
- структурна ідентифікація БПО, як багатовимірного нестійкого об'єкта в реальних експлуатаційних умовах;
- синтез оптимальної багатовимірної системи стабілізації;
- аналіз якості оптимальної системи та визначення експлуатаційних обмежень.

Результати перших трьох етапів модернізації, висвітлені в [6], включають:

- математичну модель БПО в крейсерському режимі у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь;
- модель зовнішніх впливів, що намагаються відхилити БПО від траєкторії, у вигляді матриці спектральних щільностей.

Їх аналіз вказує на неможливість розділення об'єкта на повздовжній та боковий канали, а також підтверджує наявність нестійких полюсів у об'єкта керування.

Дана стаття присвячена оцінюванню можливих рубежів якості стабілізації БПО в реальних експлуатаційних умовах шляхом синтезу оптимальної сохастичної системи стабілізації та аналізу її точності.

Постановка задачі. Припустимо що рух об'єкта стабілізації характеризує наступна система лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами

$$P \cdot x = M \cdot u + \psi, \quad (1)$$

де x – n -вимірний вектор вихідних координат об'єкта;

u – m -вимірний вектор сигналів керування на входах приводів рулів;

P – поліноміальна матриця розмірності $n \times n$, що характеризує динаміку БПО ;
 M – поліноміальна матриця розмірності $n \times m$, елементи яких операторні поліноми від аргумента $p = d/dt$; ψ - вектор збурень, що являє собою n -вимірний центрований стаціонарний процес з відомою матрицею спектральних щільностей $S_{\psi\psi}$. Визначник матриці P має нестійкі корені.

Будемо вважати також, що для рішення задачі стабілізації вимірюються усі координати вектора x , а інтенсивність шуму мала, в такому разі сигнал керування визначається рівнянням

$$u = W \cdot x, \quad (2)$$

де W – матриця передатних функцій регулятора.

Необхідно знайти таку матрицю передатних функцій фізично-реалізуємого регулятора W , щоб замкнена система була стійкою, а функціонал якості

$$J = \langle x \cdot R \cdot x \rangle + \langle u \cdot C \cdot u \rangle \quad (3)$$

досягав мінімуму та оцінити дисперсії компонентів вектора x , де R та C – вагові матриці відповідної розмірності; $\langle \rangle$ - знак математичного очікування, ' – знак транспонування.

Алгоритм рішення. Оскільки визначник $|P|$ має два кореня з додатними дійсними частинами, а на вході системи діє багатовимірне стаціонарне збурення, то для рішення поставленої задачі доцільно застосувати алгоритм з [2,3] адаптований до розглянутих умов. В такому разі шукана матриця W може бути визначена у вигляді

$$W = F_u^\psi \cdot (F_x^\psi)^{-1}, \quad (4)$$

де F_u^ψ - матрична передатна функція системи від входу ψ до вектора керувань u ;

F_x^ψ - матрична передатна функція системи від входу ψ до вектора вихідних координат.

Як відомо [2-4], між F_x^ψ та F_u^ψ існує рівняння зв'язку отримане на основі (1)

$$P \cdot F_x^\psi - M \cdot F_u^\psi = E_n, \quad (5)$$

в якому E_n - одинична матриця розміру $n \times n$. В термінах роботи [3] алгоритм знаходження матриці F_u^ψ має вигляд

$$F_u^\psi = B \cdot \Phi + A, \quad (6)$$

де B - результат правостороннього видалення нестійких полюсів [8] з добутку

$$P^{-1} \cdot M = \tilde{M} \cdot B^{-1}; \quad (7)$$

A - поліноміальна матриця знайдена з рівняння

$$(P^{-1} \cdot M \cdot A)_- = -P_-^{-1}; \quad (8)$$

P_-^{-1} - дробово-раціональна матриця нестійкої частини сепарації [7] оберненої матриці об'єкта;

„-” - знак знаходження нестійкої частини сепарації;

Φ - варійована матриця, структура та параметри якої визначаються динамікою БПО та умовами його експлуатації

$$\Phi = -\Gamma^{-1} \cdot (T_0 + T_+) \cdot D_0^{-1}; \quad (9)$$

Γ - стійка дробово-раціональна матриця знайдена на основі факторизації [8] наступної суми добутків

$$\Gamma_* \cdot \Gamma = B_* \cdot (M_* \cdot P_*^{-1} \cdot R \cdot P_*^{-1} \cdot M + C) \cdot B; \quad (10)$$

„*” - знак ермітового спряження матриць [9]; D_0 - дробово-раціональна матриця - результат факторизації

$$D_0 \cdot D_{0*} = S'_{\psi\psi}; \quad (11)$$

$T_0 + T_+$ - результат сепарації дробово-раціональної матриці T

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} \cdot B_* \cdot [M_* \cdot P_*^{-1} \cdot R \cdot P_*^{-1} \cdot (M \cdot A + E_n) + C \cdot A] \cdot D_0. \quad (12)$$

Якщо розв'язати (5) відносно F_x^ψ з урахуванням (6), то легко визначити що

$$F_x^\psi = P^{-1} \cdot M \cdot B \cdot \Phi + P^{-1} \cdot M \cdot A + P^{-1}. \quad (13)$$

В результаті виконання розкладання на елементарні дроби

$$P^{-1} \cdot M \cdot A = (P^{-1} \cdot M \cdot A)_+ + (P^{-1} \cdot M \cdot A)_- \quad (14)$$

рівняння (13) з урахуванням (8) може бути спрощене до вигляду

$$F_x^\psi = \tilde{M} \cdot \Phi + (P^{-1} \cdot M \cdot A)_+ + P_+^{-1}, \quad (15)$$

звідки видно, що F_x^ψ має лише стійкі полюси.

Для оцінки якості стабілізації достатньо розрахувати значення показника (3), який на основі теореми Парсеваля з урахуванням співвідношень (6)-(15) може бути представлено у наступній формі [7]

$$J = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ (T_0 + T_+)_* \cdot (T_0 + T_+) + (T_0 + T_+)_* \cdot T + T_* \cdot (T_0 + T_+) + \sum \} ds, \quad (16)$$

де tr слід матриці;

j - комплексна одиниця

$$\sum = D \cdot D_* \cdot [(A_* \cdot M_* + E_n) \cdot P_*^{-1} \cdot R \cdot P_*^{-1} \cdot (E_n + M \cdot A) + A_* \cdot C \cdot A].$$

Оцінка дисперсій компонентів вектора вихідних координат може бути знайдена на основі відомих результатів статистичної динаміки систем управління [1], якщо визначена матриця F_x^ψ з наступного рівняння

$$d_{xi} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} S_{xi}(s) ds, \quad \forall i \in 1, n, \quad (17)$$

в якому $S_{xi}(s)$ - i - ий діагональний елемент матриці спектральних щільностей вихідних координат системи, яка дорівнює

$$S'_{xx} = F_x^\psi \cdot S'_{\psi\psi} \cdot F_{x*}^\psi; \quad (18)$$

d_{xi} - дисперсія елемента вектора вихідних координат з номером i .

Таким чином наведено алгоритм рішення поставленої задачі, в якому для знаходження матриці передатних функцій замкненої системи F_x^ψ запропоновано використання співвідношення (15) замість (13) з метою зменшення похибок обчислень.

Результати синтезу. Аналіз результатів структурної ідентифікації БПО за даними випробувань з [6] показує, що вектор вихідних координат

$$x = [\gamma_1 \quad \vartheta \quad \varepsilon \quad V \quad h \quad z] \quad (19)$$

компонентами якого є відхилення кутів крену γ_1 , тангажу ϑ та рискання ε БПО, а також швидкості V , висоти h та лінійного бокового відхилення z має розмірність $n = 6$; вектор сигналів керування на входах приводів рулів містить три компоненти

$$u = [u_1 \quad u_2 \quad u_3],$$

тому $m = 3$; поліноміальна матриця P може бути представлена у вигляді

$$P = \begin{bmatrix} -s^4 + 0.2429 s^3 - 0.3296 s^2 + 0.6294 s + 0.06658 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s^3 - 0.0065 s^2 + 0.1067 s + 0.01723 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s^4 + 1.158 s^3 + 2.948 s^2 + 1.93 s + 1.455 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s^4 + 1.07 s^3 + 2.037 s^2 + 0.634 s + 0.044 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s^3 + 0.1 s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s^5 + 0.602 s^4 + 0.8382 s^3 + 0.0788 s^2 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

а поліноміальна матриця M – наступним співвідношенням

$$M = \begin{bmatrix} -0.9604 s^3 - 1.364 s^2 + 1.63 s + 0.1757 & -0.7865 s^3 + 2.388 s^2 - 0.8597 s - 0.1106 & -0.2203 s^3 - 0.6318 s^2 + 0.102 s + 0.4977 \\ 0.3401 s^2 - 0.4099 s + 0.121 & -0.4792 s^2 + 0.1447 s - 0.2162 & 4.418 s^2 - 2.692 s + 0.3809 \\ -0.1585 s^3 - 2.089 s^2 - 0.8832 s - 4.008 & -3.073 s^3 - 4.313 s^2 - 3.699 s - 1.198 & 3.69 s^3 + 14.33 s^2 + 10.96 s + 26.07 \\ 1.461 s^3 + 1.05 s^2 + 2.57 s - 0.002518 & -0.9108 s^3 + 2.482 s^2 + 0.9576 s + 0.07003 & 4.454 s^3 + 4.32 s^2 + 8.64 s + 1.96 \\ -0.3813 s^2 - 0.388 s - 0.2818 & 0.487 s^2 - 0.9513 s - 0.1 & 0.3731 s^2 - 1.15 s - 1.413 \\ 0.0441 s^4 + 0.0185 s^3 + 0.2213 s^2 + 0.09169 s + 0.1484 & -0.06753 s^4 - 0.05453 s^3 - 0.9864 s^2 - 0.656 s - 0.05579 & 0.2888 s^4 + 0.4117 s^3 + 0.5525 s^2 + 0.306 s + 0.1505 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Матриця спектральних щільностей збурень, що діють на БПО у крейсерському режимі має блочну структуру

$$S'_{\psi\psi} = \frac{\sigma_\psi^2}{\pi} \cdot \begin{bmatrix} S'_{11} & O_3 \\ O_3 & \gamma^2 \cdot S'_{22} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

де σ_ψ - максимальне середньоквадратичне відхилення збурення по кутовій координаті;

γ - співвідношення між максимумами середньоквадратичних відхилень лінійних та кутових збурень;

O_3 - нульова матриця розмірності 3×3 ;

S_{11} - матриця нормованих спектральних щільностей збурень кутових координат

$$S'_{11} = \begin{bmatrix} \frac{-1.2385e-009 (s-2.114) (s+2.114)}{(s^2 - 1.64s + 10.24) (s^2 + 1.64s + 10.24)} & \frac{4.5592e-010 (s+2.72)}{(s^2 + 1.64s + 10.24) (s^2 - 1.64s + 10.24)} & \frac{2.9419e-008 (s-0.9898) (s+0.2243)}{(s^2 - 1.92s + 10.24) (s^2 + 1.64s + 10.24)} \\ \frac{-4.5592e-010 (s-2.72)}{(s^2 + 1.64s + 10.24) (s^2 - 1.64s + 10.24)} & \frac{-1.7783e-009 (s-1.148) (s+1.148)}{(s^2 - 1.64s + 10.24) (s^2 + 1.64s + 10.24)} & \frac{6.1907e-009 (s^2 - 1.653s + 2.029)}{(s^2 - 1.92s + 10.24) (s^2 + 1.64s + 10.24)} \\ \frac{2.9419e-008 (s+0.9898) (s-0.2243)}{(s^2 + 1.92s + 10.24) (s^2 - 1.64s + 10.24)} & \frac{6.1907e-009 (s^2 + 1.653s + 2.029)}{(s^2 + 1.92s + 10.24) (s^2 - 1.64s + 10.24)} & \frac{-9.8954e-006 (s-1.774) (s+1.774)}{(s^2 + 1.92s + 10.24) (s^2 - 1.92s + 10.24)} \end{bmatrix};$$

S_{22} - матриця нормованих спектральних щільностей збурень лінійних координат

$$S'_{22} = \begin{bmatrix} \frac{-1.6264e-012 (s-0.4662) (s+0.4662)}{(s^2 - 0.068s + 0.4624) (s^2 + 0.068s + 0.4624)} & \frac{-2.5571e-012 (s-1.333)}{(s+7) (s^2 + 0.068s + 0.4624)} & 0 \\ \frac{-2.5571e-012 (s+1.333)}{(s-7) (s^2 - 0.068s + 0.4624)} & \frac{-1.1668e-011 (s-0.5464) (s+0.5464)}{(s^2 - 0.068s + 0.4624) (s^2 + 0.068s + 0.4624)} & \frac{3.9527e-011}{(s^2 - 1.806s + 18.49)} \\ 0 & \frac{3.9527e-011}{(s^2 + 1.806s + 18.49)} & \frac{-2.2648e-010 (s-3.787) (s+3.787)}{(s^2 + 1.806s + 18.49) (s^2 - 1.806s + 18.49)} \end{bmatrix}.$$

Наведені матриці (20)-(22) складають необхідну для застосування алгоритму синтезу (4)-(15) множину вихідних даних.

Аналіз коренів полінома-визначника матриці P з (20) показав, що БПО має чотири нестійкі полюси, тому в результаті сепарації оберненої матриці об'єкта визначено, що

$$P_{-}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-0.00011569}{(s-0.8449)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-0.00049973}{(s-0.3858)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-0.1 (s-0.1)}{s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-0.10637 (s-0.9401)}{s^2} \end{bmatrix}; \quad (23)$$

а поліноміальні матриці A та B знайдені з рівнянь (7), (8) з урахуванням (20), (21) мають вигляд

$$A = \begin{bmatrix} -0.01292 s^2 & -0.086111 s^2 & 0 & 0 & -0.00075574 & -0.0066219 \\ -0.00074994 s^2 & 0 & 0 & 0 & \frac{0.001 (s-0.2935) (s-0.8449)}{s^2} & \frac{0.0023 (s-0.02983) (s-0.8449)}{s^2} \\ 0.01 s^2 & 0.01 s^2 & 0 & 0 & -0.0005663 (s-1.484) & 0.00085 (s+1.545) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$B = \begin{bmatrix} -s^2 (s-0.3858) & 0 & 0 \\ 0 & s^2 (s-0.3858) (s-0.8449) & 0 \\ 0 & 0 & s^2 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Вагові матриці R та C узгоджують між собою різноманітні складові обраного критерію якості та можуть бути побудовані за методикою з [3] як:

$$R = \begin{bmatrix} 3.8207e+002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1940e+003 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.1940e+003 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.9619e+0020 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.7553e+003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.4317e+002 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$C = \lambda^2 \begin{bmatrix} 5.2415e+004 & 0 & 0 \\ 0 & 2.1840e+003 & 0 \\ 0 & 0 & 8.7358e+003 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

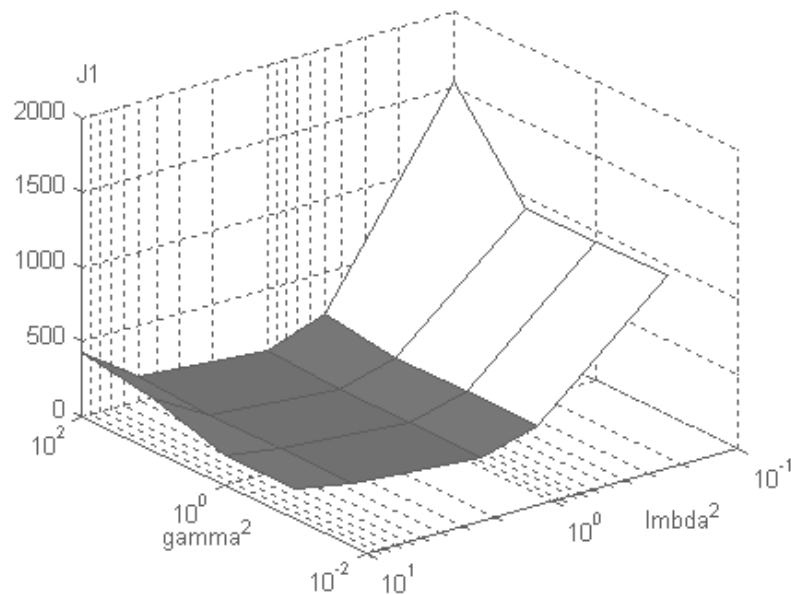
Матриця R обмежує дисперсії компонентів вектора вихідних координат x ; C – дисперсії вектора керуючих дій; λ^2 - варійований ваговий коефіцієнт, який характеризує експлуатаційні обмеження на потужність керування.

В результаті синтезу оптимальної системи стабілізації БПО здійсненого для наступних експлуатаційних обмежень та умов:

$$\lambda^2 = [0.1 \ 0.5 \ 1 \ 5 \ 10]; \quad \gamma^2 = [0.1 \ 1 \ 10 \ 100]$$

отримані множини шуканих матриць передатних функцій Φ , F_u^ψ , F_x^ψ та W , а також побудована поверхня зміни значень критерію якості (16) рис.1. Аналіз зміни J у функції від λ^2 та γ^2 показує, що якість стабілізації в оптимальній системі „БПО-регулятор” по різному залежить від співвідношення між дисперсіями кутових і лінійних збурень та від обмежень на керуючі дії. Поверхня зміни якості від γ має монотонний характер, а від λ існує глобальний екстремум при $\lambda = 1$.

Дослідження зміни структури та параметрів зазначених вище матриць в залежності від обраних експлуатаційних обмежень вказують на те, що вони при фіксованому λ не змінюються внаслідок варіації γ . В той же час спостерігається варіація параметрів матриці $T_0 + T_+$ з (12) в залежності від γ . Даний факт пояснюється відсутністю кореляції між кутовими та лінійними збуреннями БПО в крейсерському режимі. Зміна λ не впливає на структуру матриць Φ , F_u^ψ , F_x^ψ та W , а лише на їх коефіцієнти.



$$J1 = J / \sigma_\psi^2$$

Рисунок 1– Поверхня зміни якості стабілізації

Варійована матриця передатних функцій Φ визначена при $\lambda=1$ з (9) має наступний вигляд

$$\Phi = \begin{bmatrix} \frac{-61.3669(s+1.031)(s^2+0.3193s+0.5724)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.8542s+0.6803)} & \frac{-499.6642(s+0.6951)(s^2+0.6793s+0.9209)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.8784s+0.7423)} & \frac{-0.023649(s+10.1)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.6389s+1.722)} \\ \frac{3.562(s+5.424)(s-3.229)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.8542s+0.6803)} & 40.2377 & -0.20565 \\ \frac{-47.4973(s+0.6379)(s-0.2802)(s^2+0.6067s+0.2347)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.8542s+0.6803)} & \frac{-58.0259(s+0.6359)(s-0.3451)(s^2+0.6977s+0.8793)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.8784s+0.7423)} & \frac{0.098291(s^2-0.6258s+0.1998)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.6389s+1.722)} \\ \frac{2.454(s-1.32)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.6389s+1.722)} & \frac{-8.979(s-0.0487)}{(s+0.2674)(s+0.1)(s+0.0564)(s+5.097)} & \frac{5.1985(s+0.0207)}{(s+0.0564)(s+0.2674)(s^2+0.1102s+0.02371)} \\ \frac{-5.7604}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.6389s+1.722)} & \frac{-1.0354(s+5.842)(s-0.2286)}{(s+0.2674)(s+0.1)(s+0.0564)(s+5.097)} & \frac{-2.9847(s+0.7817)(s+0.008297)}{(s+0.0564)(s+0.2674)(s^2+0.1102s+0.02371)} \\ \frac{0.3459(s-1.63)(s-0.467)}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.6389s+1.722)} & \frac{0.5663(s-16.67)(s-0.05914)(s-0.02594)}{(s+0.2674)(s+0.1)(s+0.0564)(s+5.097)} & \frac{-1.0816(s-2.22)(s+0.08347)(s+0.0484)}{(s+0.0564)(s+0.2674)(s^2+0.1102s+0.02371)} \\ \frac{-}{(s^2+0.1102s+0.02371)(s^2+0.6389s+1.722)} & \frac{-}{(s+0.2674)(s+0.1)(s+0.0564)(s+5.097)} & \frac{-}{(s+0.0564)(s+0.2674)(s^2+0.1102s+0.02371)} \end{bmatrix}, (28)$$

а структура оптимальної передатної функції багатомірного регулятора, знайдена на основі (4) з урахуванням (6), (15), (20), (21), (24), (25) та (28) після спрощень може бути представлена як

$$W = \begin{bmatrix} \frac{-0.6325(s-6.656)(s+0.026)(s^2+0.502s+0.788)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)} & \frac{-4.275(s+0.2411)(s-4.419)(s^2+0.3923s+0.04467)}{(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} & \frac{-0.16425(s-0.03177)(s^2+0.8784s+0.7423)(s^2+0.28s+1.96)}{(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} \\ \frac{1.9659(s+0.033)(s-0.1093)(s^2+0.502s+0.788)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)} & \frac{3.6878(s+0.02592)(s-2.154)(s^2+0.3923s+0.04467)}{(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} & \frac{0.086936(s-0.00337)(s^2+0.8784s+0.7423)(s^2+0.28s+1.96)}{(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} \\ \frac{-0.53853(s+0.026)(s+2.752)(s^2+0.502s+0.788)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)} & \frac{1.5838(s+0.087)(s-9.908)(s^2+0.3923s+0.04467)}{(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} & \frac{0.04764(s-0.0318)(s^2+0.8784s+0.7423)(s^2+0.28s+1.96)}{(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} \\ \frac{1.1925(s+0.05)(s+0.0164)(s^2+0.72s+1.76)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)} & \frac{1.1224(s+0.1)(s+0.0564)(s+0.313)(s+0.396)(s-101.8)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} & \frac{-59.24(s+0.1)(s+0.05707)(s-0.528)^2}{(s^2+0.502s+0.788)} \\ \frac{-1.4365(s^2+0.01596s+0.0002146)(s^2+0.72s+0.36)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)} & \frac{-1.2653(s+0.072)(s-1.72)(s+42.5)(s^2+0.0253s+0.0007568)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} & \frac{59.(s+0.5)(s+0.2552)(s^2+0.02599s+0.0007621)(s^2+0.502s+0.788)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} \\ \frac{-0.81535(s+0.031)(s+0.0664)(s^2+0.72s+0.36)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)} & \frac{-0.39665(s+0.1)(s+0.04407)(s+0.3043)(s-0.4803)(s+98)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} & \frac{16.(s+0.5)(s+0.2441)(s^2+0.01246s+0.01622)(s^2+0.502s+0.788)}{(s-12.5)(s^2-0.04437s+0.003289)(s^2+1.763s+59.4)} \end{bmatrix}, (29)$$

Точність стабілізації положення БПО, оснащеного оптимальним багатовимірним регулятором W , оцінена в результаті розрахунку дисперсії кожної з вихідних координат на основі алгоритму (17), (18). Нормовані дисперсії вихідних координат БПО при

Таблиця 1

γ^2	$\frac{d_{x1}}{\sigma_{\gamma 1}^2}$	$\frac{d_{x3}}{\sigma_{\epsilon}^2}$	$\frac{d_{x3}}{\sigma_{\vartheta}^2}$	$\frac{d_{x4}}{\sigma_V^2}$
0.1	1.1445e-001	6.0954e-002	2.6399e-001	2.9860e-002
1	1.1447e-001	6.1235e-002	2.7387e-001	3.1461e-002
10	1.1633e-001	6.1998e-002	2.9204e-001	3.1928e-002
100	1.1788e-001	1.0605e-001	1.1441e+000	6.2741e-002

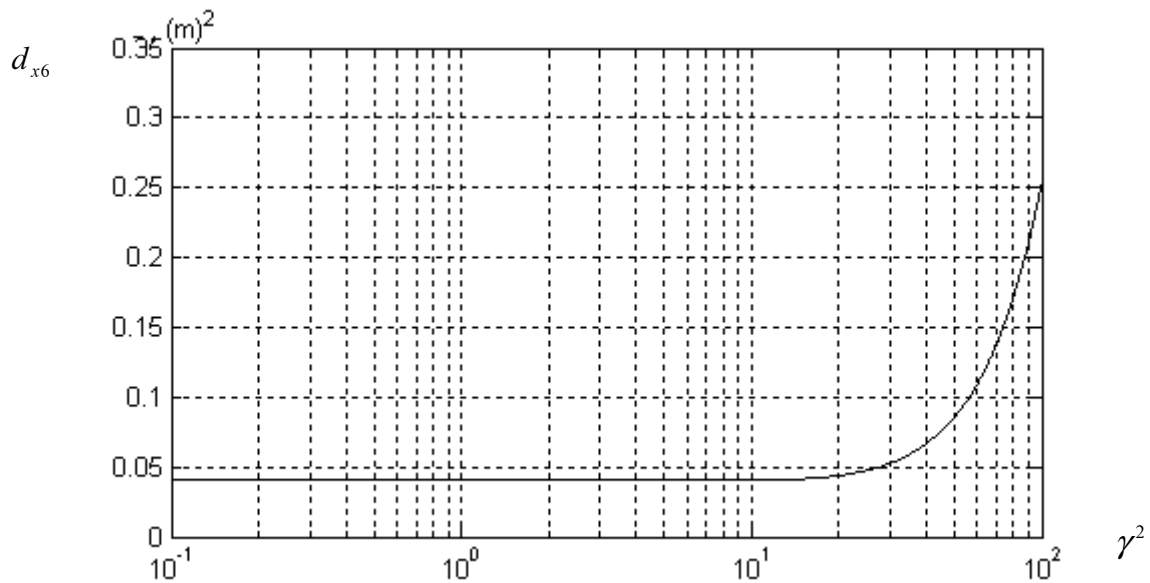


Рисунок 2 – Дисперсія коливань бокового відхилення

фіксованій λ ($\lambda=1$) та зміні γ в діапазоні від 0,01 до 100 представлені у вигляді табл.1, в якій $\sigma_{\gamma 1}$, σ_{ϑ} і т.д. – середньоквадратичні відхилення випадкової складової коливань відповідної вихідної координати, знайдені в результаті обробки даних натурних випробувань. Аналіз графіків зміни нормованих дисперсій показав, що усі вони мають однаковий вигляд (рис.2), а синтезована система майже не змінює якості стабілізації при варіації співвідношення між кутковими та лінійними збуреннями в діапазоні від 0.1 до $\sqrt{10}$.

Результати отримані вище показують, що для гарантії відсутності сходів с траекторії нестійкого БПО у крейсерському режимі необхідно застосовувати оптимальний багатовимірний регулятор, структура та параметри якого повинні визначатися в результаті синтезу оптимальної стохастичної системи стабілізації з використанням квадратичного критерію якості без розділення об'єкта на канали.

Застосування такого підходу дозволило знайти структуру та параметри оптимального багатовимірного регулятора, який гарантує відсутність сходів БПО з траекторії та зменшує у тричі середньоквадратичні похибки стабілізації. Встановлено також, що оптимальна система зберігає вказану якість за умови, що інтенсивність збурень лінійних координат перевищує інтенсивність куткових збурень не більше ніж у 10 разів.

Список літератури

1. Блохін Л.М., Буриченко М.Ю. Статистична динаміка систем управління: Підручник. – К.: НАУ, 2003. – 208с.
2. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н., Житецкий Л.С. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации. – К.: НАУ, 2006. – 437с.
3. Блохин Л.Н., Осадчий С.И., Бескоровайный Ю.Н. Технология структурной идентификации и последующего синтеза оптимальных систем стабилизации неустойчивых динамических объектов// Проблемы управления и информатики.-2007.-№6.-С.57-65
4. Ривкин С.С. Стабилизация измерительных устройств на качающемся основании. – М.: Наука, 1978. – 320с.
5. Вовк В.Г., Страшко В.А., Тимошенко Н.А. Трехмерная модель динамики стохастических угловых движений корабля в крейсерском движении// VI міжнародна науково-технічна конференція „Гіротехнології, навігація, керування рухом та конструювання авіаційно-космічної техніки”: Збірка доповідей. Ч.ІІ – К.: НТУУ „КПІ”, 2007.–С.14-20.
6. Осадчий С.І., Прокоф'єва І.Ю. Структурна ідентифікація багатовимірного автономного об'єкта за даними реєстрації параметрів його руху у збуреному середовищі // VI міжнародна науково-технічна конференція „Гіротехнології, навігація, керування рухом та конструювання авіаційно-космічної техніки”: Збірка доповідей. Ч.ІІ – К.: НТУУ „КПІ”, 2007.– Сс.84-91.
7. Алиев Ф.А., Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления.- К.: Наук.думка, 1978.-327с.
8. Davis M.C. Factoring the Spectral Matrix. – IEEE Trans. Auto. Cont., 1963,AG-8, N4. – p. 296-305.
9. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552с.

Синтезирована оптимальная многомерная система стохастической стабилизации крейсерского движения неустойчивого беспилотного объекта, движущегося в возмущенной среде. Определены граничные значения ошибок стабилизации его угловых и линейных координат. Проиллюстрирована необходимость рассматривать объекты данного класса без разделения их на каналы.

The optimum multidimensional system of the stochastic stabilizing of cruiser motion of unsteady pilot loose object is synthesized. The scopes values of its angular and linear co-ordinates errors of stabilizing are certain. A necessity to examine the objects of this class without the division them on ducting is illustrated.