

УДК 331.103

**О.М. Гребінчук, асп.**

*Кіровоградський національний технічний університет*

## Економіко–математичне моделювання попиту підприємств на робочу силу

У статті представлена авторську точку зору на моделювання попиту на робочу силу підприємства, як комплексну функцію попиту на продукти їхнього виробництва у поєднанні з характеристиками конкретного виробничого процесу. У результаті побудови економіко – математичної моделі (ЕММ), попит представлено у залежності не лише від ціни праці, але й цін інших факторів виробництва.

**економіко–математичне моделювання, робоча сила, ринок праці, попит на робочу силу підприємства, пропозиція робочої сили**

**Актуальність проблеми.** Стратегія поводження підприємства на ринку вимагає здійснення процесу дієвого прогнозування його ресурсних можливостей, організації планування у часі. Можливі підходи до розв'язання цієї проблеми безпосередньо залежать від можливості здійснення комплексного аналізу його ресурсних можливостей.

**Аналіз останніх наукових досліджень.** Всебічне обґрунтування процесу виконання виробничих завдань підприємства було і залишається об'єктом наукових досліджень не лише вітчизняних вчених, але й зарубіжних науковців. В 70–80–х роках попереднього сторіччя підходи до розв'язання зазначеної проблеми були сформульовані знаними науковцями, серед яких слід відзначити А.Г. Аганбегяна, В.В. Адамчука [1], Д.П. Богиню [2], М.І. Бондаренка [3], Н.П. Бусленка, В.А. Винокурова [4], В.В. Вітлінського, В.Я. Горфинкеля [10], О.А. Грішнову [2], В.П. Грузинова [5], Ю.М. Єрмолаєва, Л.І. Жукова [11], Л.В. Канторовича, Ю.Г. Лисенка [6], Р. Марра [7], В.С. Михалевича, С.І. Наконечного, Г.Р. Погосяна [11], Т.П. Подчасової, С.Ф. Покропивного, В.І. Сивцова [11], В.Ф. Ситника, Н.П. Федоренка, Л.М. Фільштейна [8], В.В. Шкурби, Г. Шмидта [7], О.І. Ястремського.

Проте, перехід від адміністративних важелів впливу на тотально державну економіку до ринкового самофінансування та самозабезпечення відокремлених підприємств, змушує їх здійснювати самостійний пошук параметрів діяльності із широким застосуванням формальних методів економічних розрахунків. Це вимагає проведення значної роботи з уточнення, розширення та конкретизації теоретичних здобутків зазначених авторів.

**Мета роботи.** Система управління виробництвом визначає стратегію формування усього виробничого процесу. З цією метою на підприємстві постає завдання розробки детального плану розвитку його трудових ресурсів. окремими розділами такого плану мають бути: визначення мети його діяльності, аналіз середовища, стратегії підприємства; прогнозовані планові зміни типів продукції, обсягів випуску, ресурсів.

Метою даної публікації є розробка ЕММ, що забезпечують розрахунок детального прогнозу попиту на трудові ресурси (із встановленням їх кількості, якості, рівня кваліфікації); чисельний вираз стратегії управління ними (параметри набору, скорочення, переміщення); програм використання працівників (набір/скорочення, навчання/перенавчання, управління і професійне удосконалення, підвищення продуктивності, визначення витрат на робочу силу, поліпшення умов праці).

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Загальний обсяг продукції, що випускається, і те, яким чином підприємства сполучають фактори виробництва, залежить від попиту на його кінцевий продукт. Він визначає обсяг факторів виробництва, який підприємства можуть одержати за даними цінам, а також вибір технологій, що перебувають в їхньому розпорядженні.

При моделюванні попиту на робочу силу виділяють три основних ринки: капіталу, праці і продукту. На перших двох підприємствами здобуваються фактори виробництва, а на останньому реалізується їх продукція.

З одного боку праця – основний фактор виробництва, формоутворюючий елемент ринку капіталу і ринку продуктів. З іншого боку, від економічного стану виробництва залежить обсяг попиту на працю, що безпосередньо впливає на доходи населення, соціальну мобільність і демографію – фактори формування пропозиції праці. Таким чином, на ринок праці поширюється принцип зворотного зв'язку. Ось чому механізми його регулювання повинні вивчатись з урахуванням особливостей процесів, що протикають у виробничій системі.

Зовнішнє середовище шляхом кон'юнктурного впливу сприяє формуванню відповідної системи управління виробництвом, робочою силою, а через них – виробничим процесом та кінцевою оцінкою ефективності управління.

Таким чином, прийшовши до висновку про виробничий характер провідного структуроутворюючого фактора попиту на робочу силу, одночасно відзначимо, що окрім підприємства не має впливу на ціни, що склалися на зовнішніх ринках. Лише зовнішнє середовище визначає основні параметри моделі його попиту на робочу силу: ціну одиниці праці (рівень заробітної плати), ціну капіталу (вартість інвестицій), ціну проміжного продукту.

Моделювання попиту підприємства на робочу силу ґрунтуються на економіко-виробничих характеристиках його діяльності. Для ідентифікації методу побудови ЕММ можуть бути використані наступні підходи: метод, заснований на застосуванні фундаментальних законів розвитку об'єкта, ієрархічний, принцип аналогій та варіаційні принципи.

Перший поширюється на моделі, у середовищі функціонування яких діють загальновизнані, багаторазово підтвердженні досвідом закони. Ієрархічний полягає в реалізації принципу, згідно якого наступний крок уточнення ЕММ здійснюється після докладного вивчення спрощеної вихідної моделі. При цьому вибудовується ієрархія усе більш повних покровових моделей. Найбільш широко використовуваними у моделюванні є варіаційні принципи, що застосовуються у вигляді аналогій. Цей метод дає можливість побудувати ЕММ за умови неможливості прямо вказати на фундаментальні закони, яким вона підлегла. Варіаційні принципи являють собою гранично узагальнені уявлення про економічний об'єкт, що вивчається, і припускають, що з усіх можливих варіантів його поводження вибираються лише ті, котрі задовольняють певному набору умов. Зазначений принцип знайшов своє широке застосування в ЕММ, що базуються на використанні концепції граничної продуктивності, теорії корисності, за яких обраний економічний об'єкт підкоряється чітким критеріям оптимальності.

Побудова функції попиту підприємств на робочу силу реалізується у два етапи:

- на першому проводиться узагальнена ідентифікація системи управління робочою силою. Основною задачею в рамках етапу є визначення динаміки руху кадрового потенціалу підприємств при заданому обсязі необхідної праці;
- на другому формалізуються економічні параметри системи управління виробництвом (виробничим процесом) для визначення стратегії формування необхідного обсягу робочої сили.

Якщо припустити, що обсяг робочої сили  $L_f$  для здійснення усього виробничого процесу попередньо визначено, то динаміка обсягу персоналу  $L(t)$  може описуватись наступним рівнянням:

$$\frac{dL}{dt} = \alpha L(t) + \beta U(t), \quad (1)$$

де  $\alpha$  і  $\beta$  – відповідно, відсоток прийнятих і звільнених співробітників;

$L(t)$  – обсяг персоналу в момент часу  $t$ ;

$U(t)$  – параметр управління, що описує кількість прийнятих чи звільнених співробітників у момент часу  $t$ .

Якщо переписати рівняння (1) у вигляді:

$$\frac{dL}{dt} - (\alpha - \beta)L(t) = \beta L_f, \quad (2)$$

то це співвідношення представлятиме собою лінійне диференціальне рівняння першого порядку, загальне рішення якого може бути визначено з рівності:

$$L = e^{-(\beta-\alpha)t} \left( C + \beta L_f \int e^{(\beta-\alpha)t} dt \right), \quad (3)$$

де  $C$  – довільна постійна.

Рішення рівняння (3) набуде виду:

$$L(t) = Ce^{-(\beta-\alpha)t} + \frac{\beta}{\beta - \alpha} L_f. \quad (4)$$

Динаміка руху кадрового потенціалу підприємств, представлена останньою рівністю, є функцією попиту підприємств на робочу силу у випадку заданого обсягу необхідної праці.

Враховуючи, що зв'язок між різними економічними показниками є, як правило, нелінійним, одночасно може виникнути потреба у введенні до рівняння зв'язку часового фактора.

Такий підхід до побудови моделі регресії суттєво відрізняється від класичного, адже спостереження у цьому випадку здійснюється не за зміною двох величин відносно одна одної, а за зміною їхніх відношень протягом деякого проміжку часу. Це дозволяє апроксимувати відношення економічних показників за функцією часу, а також уникнути наявності “поля” крапок спостереження, за якої питання про наявність зв'язку залишається відкритим.

Вибір поліноміальної залежності обумовлений тим, що система рівнянь, отримана в результаті використання методу найменших квадратів, буде мати точне рішення, що, у кінцевому рахунку, впливає на якість побудови апроксимації.

При використанні іншого типу взаємозв'язку можуть виникнути наступні труднощі: не усі функції піддаються безпосередній лінеаризації, використання методу найменших квадратів може привести до задачі нелінійної оптимізації, що ускладнює процес моделювання. Застосовані при цьому ітераційні методи не будуть більш простим способом розв'язання поставленої задачі.

У рамках реалізації другого етапу для побудови функції попиту на робочу силу визначається стратегія формування необхідного обсягу праці.

Попит на робочу силу, відповідно до теорії граничної продуктивності, визначається граничним доходом підприємства, що отримується від продажу продукту, виготовленого у зв'язку із залученням додаткової робочої сили на одиницю продукту.

Приведемо метод побудови статичної варіаційної моделі попиту підприємств на робочу силу з використанням теорії граничної продуктивності.

Нехай обсяг виробництва підприємства описується двофакторною виробничу функцією  $Q = Q(K, L)$ ,

де  $K$  – виробничий капітал, а  $L$  – обсяг робочої сили. Якщо прибуток підприємства  $PR$  представити у вигляді залежності:

$$PR = pQ(K, L) - wL - xK, \quad (5)$$

де  $x$  – витрати, пов’язані з використанням виробничого капіталу, у тому числі амортизація, то для довгострокового періоду діяльності забезпечення його граничної ефективності являє собою віднаходження глобального абсолютно максимуму функції прибутку при  $K > 0$  і  $L > 0$ .

З математичного аналізу відомо, що точки локального абсолютно максимуму слід шукати серед рішень системи рівнянь, які після перетворень набудуть виду:

$$\begin{cases} p \frac{\partial Q(K, L)}{\partial K} = x, \\ p \frac{\partial Q(K, L)}{\partial L} = w. \end{cases} \quad (6)$$

Якщо другі похідні виробничої функції для всіх  $K > 0$  і  $L > 0$  такі, що виконуються наступні умови:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 Q(K, L)}{\partial K^2} & \frac{\partial^2 Q(K, L)}{\partial K \partial L} \\ \frac{\partial^2 Q(K, L)}{\partial K \partial L} & \frac{\partial^2 Q(K, L)}{\partial L^2} \end{vmatrix} > 0 ; \frac{\partial^2 Q(K, L)}{\partial K^2} < 0 , \quad (7)$$

то графік виробничої функції  $Q = Q(K, L)$  у тривимірному просторі  $OKLQ$  буде представлено у вигляді поверхні, що випукла вгору.

Оскільки прибуток  $PR(K, L)$  отримується шляхом вирахування з  $pQ(K, L)$  площини витрат  $wL + xK$ , то система (6) має єдине рішення  $(K_0, L_0)$ , що є точкою глобального максимуму прибутку. Вектор  $(K_0, L_0)$ , що є рішенням задачі максимізації прибутку, є локальною ринковою умовою рівноваги фірми на тривалому проміжку часу.

Після підстановки  $(K_0, L_0)$  у рівняння системи (6) і почленного ділення отриманих тотожностей, одержимо граничну норму заміщення капіталу працею в точці  $(K_0, L_0)$ , що дорівнює відношенню ринкових цін на дані ресурси. Значення  $K_0$  і  $L_0$ , які одержуються у вигляді розв’язку системи (6) і виступають функціями цін  $(p, w, x)$ , являють собою вираз попиту на фактори виробництва. Зокрема, функція попиту на робочу силу має вигляд:

$$L_D = L^0(p, w, x). \quad (8)$$

Побудова функції попиту підприємств на робочу силу протягом короткотермінового періоду часу має свої особливості, адже величина капіталу  $K$  вважається на його протязі постійною. При цьому система (6) зводиться до рівняння:

$$p \frac{\partial Q}{\partial L} - w = 0. \quad (9)$$

Розв’язок рівняння (8) відносно  $L$  є функцією попиту на робочу силу протягом короткого терміну роботи підприємства:

$$L_D(w/p, K, v) = K(v(1-\alpha))^{\frac{1}{\alpha}} \left( \frac{w}{p} \right)^{-\frac{1}{\alpha}}. \quad (10)$$

У підсумку буде отримано функцію попиту на робочу силу від параметрів зовнішнього середовища ( $w / p, K, v$ ). До того ж, отриманий результат відповідає припущенням про зворотну залежність попиту на робочу силу і величини заробітної плати [7, 10, 12].

З одного боку, досліджувана модель носить статичний характер, тому що часовий фактор у ній відсутній, а з іншого – теорія граничної продуктивності за своєю природою динамічна, процеси, що відбуваються в ній, протікають у часі і не можуть бути відірвані від нього. Проте, слід зазначити, що отриманий результат є граничною умовою динамічної моделі попиту на робочу силу.

#### **Висновки та перспективи подальших наукових розробок в даному напрямі.**

Попит на робочу силу має виробничий характер. У більшості випадків підприємства наймають робочу силу не стільки в розрахунку на негайне одержання економічного ефекту, скільки очікуючи, що робоча сила здатна здійснити свій внесок у виробництво товарів на продаж у перспективі.

Тому попит на робочу силу з боку підприємств слід розглядати як функцію попиту на продукти їхнього виробництва. Одночасно, попит на робочу силу є функцією характеристик конкретного виробничого процесу. Це означає, що чисельно він демонструє, наскільки робоча сила може бути замінена капіталом та іншими факторами виробництва. І, як наслідок ЕММ, попит на робочу силу представляється функцією не тільки ціни праці, але й цін інших факторів виробництва.

#### **Список літератури**

1. Адамчук В.В., Романов О.В., Сорокіна М.Е. Экономика и социология труда: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ, 1999 . – 407 с.
2. Богиня Д.П., Грішнова О.А. Основи економіки праці: Навч. Посіб. – К.: “Знання–прес”, 2002. – 313 с.
3. Бондаренко М.И., Евтушенко А.Г. Экономика труда: Учебно–метод. пособие / Международная кадровая академия, Харьковский ин–т бизнеса и менеджмента. – Х., – 1998. – 194 с.
4. Винокуров В.А. Организация стратегического управления на предприятии. – М.: Центр экономики и маркетинга, 1996. – 160 с;
5. Грузинов В.П., Максимов К.К., Эриашвили Н.Д. Экономика предприятия: Учебник для вузов / Под ред. проф. В.П. Грузинова – М.: “Банки и биржи”, ЮНИТИ, 1998. – 535 с.;
6. Модели управления квалифицированной рабочей силой / Под ред. Лысенко Ю.Г. – Донецк: ООО “Юго–Восток, ЛТД”, 2005. – 183 с.;
7. Управление персоналом в условиях социальной рыночной экономики / Под ред. Р. Марра, Г. Шмидта. – М.: Издательство МГУ. 1997.
8. Фільтайн Л.М. Менеджмент виробництва (промислове виробництво) К–д. Видавництво “Народне слово”, 2001, 76 с.
9. Шмален Г. Основы и проблемы экономики предприятия. – М.: “Финансы и статистика”, 1996. – 360 с.
10. Экономика предприятия: Учебник для вузов / В.Я. Горфинкель, Е.М. Купряков, В.П. Прасолова и др.. М.: “Банки и биржи”, ЮНИТИ, 1996.
11. Экономика труда: Учебник для вузов / Л.И. Жуков, Г.Р. Погосян, В.И. Сивцов и др.; Под ред. Г.Р.Погосяна, Л.И. Жукова. – М.: “Экономика”, 1991. – 304 с.
12. Эренберг Р.Дж., Сміт Р.С. Современная экономика труда. Теория и государственная политика. – М.: МГУ, 1996. – 800 с.

В статье представлена авторская точка зрения на моделирование спроса на рабочую силу предприятия, которая рассматривается как комплексная функция спроса на продукты его производства в сочетании с характеристиками конкретными производственного процесса. Построенная экономико-математическая модель представляет спрос в зависимости не только от цены труда, но и цен других факторов производства.

Modelling of a labour demand of the enterprise is offered for spending in the form of construction of complex function of demand for products of their manufacture taking into account characteristics of concrete production. Constructed economic–mathematical model represents demand in the form of function of the price of work, and also the prices of other factors of manufacture.

*Одержано 13.05.09*