

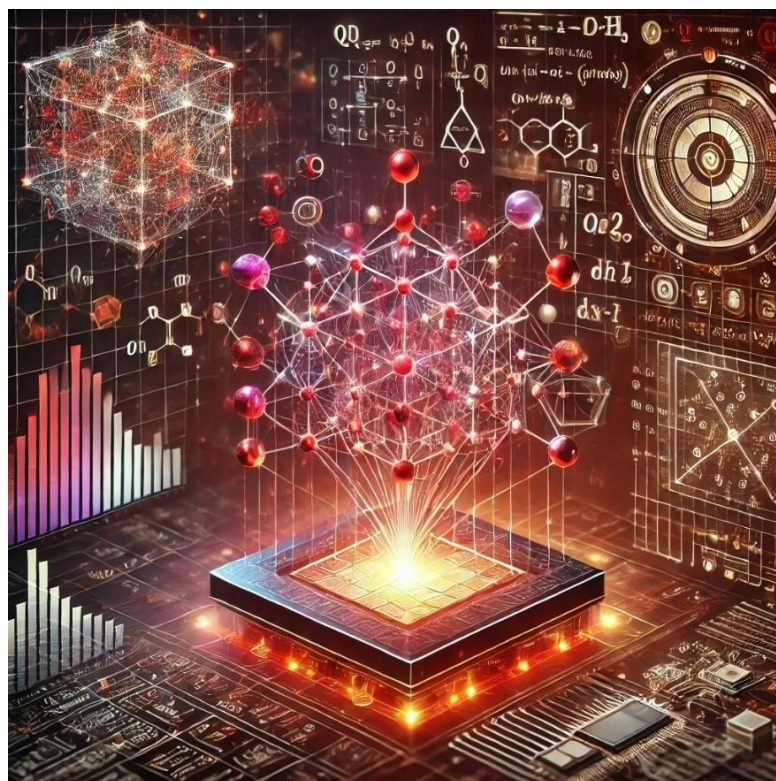
Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Кафедра кібербезпеки та програмного забезпечення



**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ**
з навчальної дисципліни
“АЛГОРИТМИ ТА МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ”

для студентів денної та заочної форм навчання
за спеціальностями

122 «Комп'ютерні науки» та 123 «Комп'ютерна інженерія»



Кропивницький
2025

Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Кафедра кібербезпеки та програмного забезпечення

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
з навчальної дисципліни
“АЛГОРИТМИ ТА МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ”**

для студентів денної та заочної форм навчання
за спеціальностями
122 «Комп'ютерні науки» та 123 «Комп'ютерна інженерія»

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри
кібербезпеки та програмного
забезпечення,
Протокол № 1 від 25.08.2025

Кропивницький
2025

Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни “Алгоритми та методи обчислень” [для студ. денної та заочної форми навч. за спеціальностями 122 “Комп’ютерні науки” та 123 «Комп’ютерна інженерія»] / Уклад. І. А. Лисенко, В.А. Резніченко – Кропивницький: ЦНТУ, 2025.– 32 с.

Укладачі: Лисенко І.А., канд. техн. наук;
Резніченко В.А.

Рецензенти: Смірнов О. А., д-р техн. наук, професор;
Якименко Н. М., канд. фіз.-мат. наук, доцент.

Методичні рекомендації висвітлюють організаційні та практичні аспекти виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни “Алгоритми та методи обчислень” для студентів денної та заочної форм навчання за спеціальностями 122 “Комп’ютерні науки” та 123 «Комп’ютерна інженерія», а також рекомендації щодо ходу виконання робіт, підготовки та представлення отриманих результатів.

© Лисенко І.А., Резніченко В.А. уклад., 2025
© Центральноукраїнський національний
технічний університет, 2025

ЗМІСТ

Вступ	6
Лабораторна робота № 1. Знаходження похибки результату обчислень..	8
Лабораторна робота № 2. Комбінаторні алгоритми.....	11
Лабораторна робота № 3. Задача про потоки. Алгоритм Форда– Фалкерсона.....	14
Лабораторна робота № 4. Апроксимація функцій поліномами Бернштейна.....	17
Лабораторна робота №5. Інтерполяція функцій за допомогою формули Лагранжа та многочлену Ньютона.....	20
Лабораторна робота №6. Розв’язання систем лінійних рівнянь.....	23
Лабораторна робота №7. Розв’язання нелінійних рівнянь та систем нелінійних рівнянь.....	27
Список рекомендованої літератури	29

Вступ

Дисципліна «**Алгоритми та методи обчислень**» є однією з фундаментальних складових підготовки фахівців у галузі комп'ютерних наук, прикладної математики, інженерії та суміжних технічних спеціальностей. Вона формує системне уявлення про принципи побудови алгоритмів, способи формалізації обчислювальних задач та методи їх ефективного розв'язання з використанням сучасних обчислювальних підходів.

Основною метою дисципліни є розвиток алгоритмічного мислення, уміння аналізувати задачі з позицій обчислювальної складності, точності та стійкості, а також набуття практичних навичок застосування чисельних і дискретних методів для розв'язання прикладних задач. Особлива увага приділяється поєднанню теоретичних основ алгоритмів з їх практичною реалізацією та аналізом отриманих результатів.

У межах курсу розглядаються базові поняття теорії алгоритмів: властивості алгоритмів, способи їх подання, оцінювання ефективності за часовою та просторовою складністю. Значне місце відводиться дискретним алгоритмам, зокрема комбінаторним алгоритмам, алгоритмам на графах, задачам оптимізації та пошуку. Ці розділи формують основу для розуміння сучасних алгоритмічних підходів, що широко застосовуються в інформаційних системах, мережевих технологіях, логістиці та аналізі даних.

Важливою складовою дисципліни є **чисельні методи обчислень**, які застосовуються для розв'язання задач, що не мають аналітичного розв'язку або є складними з точки зору точних обчислень. До таких задач належать обчислення з похибками, апроксимація та інтерполяція функцій, розв'язання систем лінійних і нелінійних рівнянь, задачі оптимізації та чисельного інтегрування. У процесі вивчення цих методів студенти знайомляться з поняттями абсолютної та відносної похибки, збіжності чисельних алгоритмів, стійкості обчислювальних схем та оцінювання точності результатів.

Окрему увагу в дисципліні приділено **алгоритмам розв'язання прикладних задач**, таким як алгоритми потоків у мережах, методи лінійної алгебри, ітераційні методи та алгоритми для нелінійних задач. Розгляд таких алгоритмів дозволяє продемонструвати тісний зв'язок між математичною теорією та її практичним застосуванням у техніці, економіці, природничих науках і комп'ютерному моделюванні.

Лабораторний практикум з дисципліни «Алгоритми та методи обчислень» відіграє ключову роль у формуванні практичних компетентностей. Під час виконання лабораторних робіт студенти навчаються реалізовувати алгоритми, аналізувати результати обчислень, будувати графічні інтерпретації, досліджувати вплив параметрів алгоритмів на точність і швидкість збіжності. Це сприяє глибшому розумінню обчислювальних процесів та розвитку навичок самостійної роботи з математичними моделями.

Таким чином, дисципліна «**Алгоритми та методи обчислень**» забезпечує фундаментальну підготовку студентів у сфері алгоритмічного та чисельного аналізу, формує здатність ефективно розв'язувати обчислювальні задачі різної складності та створює основу для подальшого вивчення спеціалізованих курсів з аналізу даних, штучного інтелекту, чисельного моделювання та програмної інженерії. Отримані знання та навички є необхідними для професійної діяльності сучасного фахівця в умовах інтенсивного розвитку інформаційних технологій та обчислювальних систем.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Види похибок. Знаходження похибки результату обчислень

Мета роботи

Ознайомитися з поняттям похибки вимірювань і обчислень; вивчити абсолютну, відносну та граничну похибки; набути практичних навичок знаходження похибки результату обчислень та коректного запису результатів.

Теоретичні відомості

Похибка – це відхилення наближеного значення величини від її істинного значення. У практиці істинне значення, як правило, невідоме, тому використовують оцінки похибок.

Абсолютна похибка

Абсолютна похибка визначається як модуль різниці між наближеним і істинним значенням величини.

Відносна похибка

Відносна похибка – це відношення абсолютної похибки до модуля значення величини. Зазвичай виражається у відсотках.

Гранична похибка

Гранична похибка – це найбільше можливе значення абсолютної похибки, яке не перевищується в процесі вимірювань або обчислень.

Похибка результату обчислень

При додаванні та відніманні величин абсолютні похибки додаються. При множенні та діленні додаються відносні похибки. Для степеневі функції відносна похибка дорівнює добутку показника ступеня на відносну похибку аргументу.

Приклад розв'язання

Нехай $x = 2,50 \pm 0,02$; $y = 1,20 \pm 0,01$. Знайдемо $z = x \cdot y$. Значення $z = 3,00$. Відносні похибки: $\delta x = 0,008$; $\delta y \approx 0,0083$. Абсолютна похибка результату $\Delta z \approx 0,05$. Отже, остаточний результат: $z = 3,00 \pm 0,05$.

Завдання до лабораторної роботи

Для свого варіанта необхідно обчислити значення виразу, визначити абсолютну та відносну похибки результату, а також записати відповідь у стандартному вигляді.

Варіанти індивідуальних завдань

- 1) $x = 4,2 \pm 0,1$; $y = 1,5 \pm 0,05$; $z = x + y$.
- 2) $x = 6,0 \pm 0,2$; $y = 2,0 \pm 0,1$; $z = x - y$.
- 3) $x = 3,5 \pm 0,05$; $y = 2,0 \pm 0,02$; $z = x \cdot y$.
- 4) $x = 8,0 \pm 0,1$; $y = 4,0 \pm 0,05$; $z = x / y$.
- 5) $x = 1,20 \pm 0,01$; $z = x^2$.
- 6) $x = 5,0 \pm 0,1$; $z = \sqrt{x}$.
- 7) $x = 2,5 \pm 0,05$; $y = 1,8 \pm 0,03$; $z = x + 2y$.
- 8) $x = 10,0 \pm 0,2$; $y = 2,0 \pm 0,05$; $z = x \cdot y$.
- 9) $x = 4,0 \pm 0,1$; $z = 1/x$.
- 10) $x = 3,0 \pm 0,05$; $y = 6,0 \pm 0,1$; $z = x / y$.
- 11) $x = 7,5 \pm 0,1$; $z = x^3$.
- 12) $x = 2,0 \pm 0,02$; $y = 5,0 \pm 0,1$; $z = x \cdot y$.
- 13) $x = 9,0 \pm 0,1$; $z = \sqrt{x}$.
- 14) $x = 1,5 \pm 0,02$; $y = 3,0 \pm 0,05$; $z = x + y$.
- 15) $x = 6,4 \pm 0,1$; $z = x^2$.
- 16) $x = 12,0 \pm 0,2$; $y = 3,0 \pm 0,05$; $z = x / y$.
- 17) $x = 2,8 \pm 0,04$; $y = 1,2 \pm 0,02$; $z = x - y$.
- 18) $x = 0,80 \pm 0,01$; $z = 1/x$.
- 19) $x = 4,5 \pm 0,05$; $y = 2,0 \pm 0,02$; $z = x \cdot y$.
- 20) $x = 16,0 \pm 0,2$; $z = \sqrt{x}$.

Контрольні питання

1. Що називається похибкою вимірювання?
2. Які види похибок існують?
3. Що таке абсолютна похибка?
4. Що таке відносна похибка?
5. У яких одиницях вимірюється відносна похибка?

6. Що таке гранична похибка?
7. Яка похибка виникає при округленні чисел?
8. Як визначається похибка суми величин?
9. Як знаходиться похибка різниці?
10. Як визначається похибка добутку?
11. Як знаходиться похибка частки?
12. Що таке непрямі вимірювання?
13. Для чого використовують відносну похибку?
14. Що таке лінійна оцінка похибки?
15. Як записують результат з похибкою?
16. Чому не можна завищувати кількість знаків у похибці?
17. Що таке значущі цифри?
18. Як оцінюється похибка степеневі функції?
19. Чому важливо враховувати похибки в інженерних розрахунках?
20. У чому різниця між теоретичною та експериментальною похибками?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Комбінаторні алгоритми

Мета роботи

Ознайомитися з основними поняттями комбінаторики; вивчити комбінаторні алгоритми перестановок, розміщень і комбінацій; набути практичних навичок застосування комбінаторних формул; сформулювати алгоритмічне мислення при розв'язанні дискретних задач.

Теоретичні відомості

Комбінаторні алгоритми — це алгоритми, призначені для розв'язання задач підрахунку кількості можливих варіантів вибору або впорядкування елементів множини за заданими правилами.

Правило суми

Якщо деяку дію можна виконати m способами або n іншими способами, причому ці способи не перетинаються, то загальна кількість способів дорівнює $m + n$.

Правило добутку

Якщо першу дію можна виконати m способами, а кожну з них продовжити n способами, то загальна кількість можливих варіантів дорівнює $m \cdot n$.

Перестановки

Перестановка — це впорядкування всіх елементів множини з n різних елементів. Кількість перестановок визначається формулою $P_n = n!$.

Розміщення

Розміщення — це впорядкований вибір k елементів з n . Кількість розміщень без повторень: $A_n^k = n! / (n - k)!$.

Комбінації

Комбінація — це неупорядкований вибір k елементів з n . Кількість комбінацій визначається формулою $C_n^k = n! / (k!(n - k)!)$.

Приклад розв'язання

Скількома способами можна вибрати 3 студентів із групи з 10 студентів? Оскільки порядок вибору не має значення, використовується формула комбінацій: $C_{10}^3 = 10! / (3! \cdot 7!) = 120$. Отже, можливих способів — 120.

Завдання до лабораторної роботи

Для свого варіанта необхідно визначити тип комбінаторної задачі, вибрати відповідну формулу, виконати обчислення та записати відповідь з поясненням.

Варіанти індивідуальних завдань

1. Скільки перестановок можна утворити з 5 різних елементів?
2. Скількома способами можна вибрати 2 елементи з 8 різних?
3. Скільки різних тризначних чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4 без повторень?
4. Скільки різних кодів довжини 4 можна скласти з 6 символів без повторень?
5. Скільки способів вибрати 3 книги з 12?
6. Скільки розміщень з 7 елементів по 3?
7. Скільки комбінацій з 9 елементів по 2?
8. Скільки різних слів можна утворити з букв A, B, C, D?
9. Скільки способів обрати старосту і заступника з 10 студентів?
10. Скільки способів розсадити 5 осіб у ряд?
11. Скільки чотиризначних чисел можна утворити з цифр 0–9 без повторень?
12. Скільки різних пар можна утворити з 15 осіб?
13. Скільки способів вибрати 4 студенти з групи з 11?
14. Скільки різних перестановок можна утворити з 6 елементів?
15. Скільки розміщень з 10 елементів по 4?
16. Скільки комбінацій з 8 елементів по 5?
17. Скільки різних кодів довжини 3 можна утворити з 5 символів?
18. Скільки способів вибрати 2 студентів із групи з 20?
19. Скільки перестановок з 7 різних елементів?
20. Скільки різних способів упорядкувати 4 книги на полиці?

Контрольні питання

1. Що таке комбінаторика?
2. Які задачі розв'язують комбінаторні алгоритми?
3. У чому полягає правило суми?
4. Сформулюйте правило добутку.

5. Що називається перестановкою?
6. Запишіть формулу кількості перестановок.
7. Що таке розміщення?
8. Чим розміщення відрізняється від перестановки?
9. Що таке комбінація?
10. У чому різниця між комбінацією та розміщенням?
11. Коли порядок елементів має значення?
12. Коли порядок елементів не має значення?
13. Де застосовуються комбінаторні алгоритми?
14. Як комбінаторика пов'язана з теорією ймовірностей?
15. Що таке факторіал числа?
16. Які обмеження має метод повного перебору?
17. Що таке комбінаторний вибір?
18. Як визначити тип комбінаторної задачі?
19. Чому комбінаторні алгоритми важливі в інформатиці?
20. Наведіть приклад практичного застосування комбінаторики.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

Задача про потоки. Алгоритм Форда-Фалкерсона

Мета роботи

Ознайомитися з поняттям потоків у мережах; вивчити постановку задачі про максимальний потік; розглянути принцип роботи алгоритму Форда–Фалкерсона; набути практичних навичок знаходження максимального потоку; сформувати уявлення про застосування поточкових алгоритмів.

Теоретичні відомості

Потокова мережа подається у вигляді орієнтованого графа, у якому кожному ребру поставлено у відповідність пропускну здатність. У мережі виділяють джерело, з якого виходить потік, і сток, до якого він надходить.

Потік у мережі

Потік – це функція, яка кожному ребру мережі ставить у відповідність величину потоку, що не перевищує пропускну здатність ребра та задовольняє закон збереження потоку у всіх вершинах, крім джерела і стоку.

Задача про максимальний потік

Задача про максимальний потік полягає у знаходженні такого потоку в мережі, для якого сумарний потік, що виходить із джерела, є максимальним.

Залишкова мережа

Залишкова мережа будується на основі поточного потоку та відображає можливість його подальшого збільшення. Для кожного ребра визначається залишкова пропускну здатність.

Алгоритм Форда–Фалкерсона

Алгоритм Форда–Фалкерсона є ітеративним методом пошуку максимального потоку. На кожній ітерації в залишковій мережі шукається збільшуючий шлях, після чого потік уздовж цього шляху збільшується на мінімальну пропускну здатність.

Приклад розв'язання

Розглянемо мережу з джерелом s та стоком t . Після послідовного знаходження збільшуючих шляхів та оновлення залишкової мережі отримаємо максимальний потік. Сумарний потік, що виходить із джерела, є значенням максимального потоку.

Завдання до лабораторної роботи

Для свого варіанта необхідно побудувати потокову мережу, визначити початковий потік, застосувати алгоритм Форда–Фалкерсона, знайти максимальний потік та сформулювати висновок.

Варіанти індивідуальних завдань

1. Знайти максимальний потік у мережі з 4 вершинами та 5 ребрами.
2. Застосувати алгоритм Форда-Фалкерсона для мережі з 5 вершинами.
3. Знайти максимальний потік у мережі з двома паралельними шляхами.
4. Побудувати залишкову мережу для заданого потоку.
5. Знайти максимальний потік у мережі з 6 вершинами.
6. Показати всі збільшуючі шляхи, знайдені алгоритмом.
7. Знайти максимальний потік і мінімальний розріз.
8. Пояснити роботу алгоритму на мережі з циклом.
9. Порівняти різні порядки вибору шляхів.
10. Реалізувати алгоритм вручну для заданої мережі.
11. Пояснити умови завершення алгоритму.
12. Побудувати залишкову мережу після двох ітерацій.
13. Знайти максимальний потік з обмеженнями на вершини.
14. Навести приклад впливу вибору шляху на кількість ітерацій.
15. Розв'язати транспортну задачу як задачу про потоки.
16. Пояснити зв'язок максимального потоку і мінімального розрізу.
17. Застосувати алгоритм Едмондса–Карпа.
18. Знайти максимальний потік у багатoshаровій мережі.
19. Проаналізувати складність алгоритму Форда–Фалкерсона.
20. Навести приклад практичного застосування поточкових алгоритмів.

Контрольні питання

1. Що таке потокова мережа?
2. Які елементи входять до потокової мережі?

3. Що називається потоком?
4. Які умови має задовольняти потік?
5. Що таке пропускна здатність ребра?
6. Як визначається значення потоку?
7. У чому полягає задача про максимальний потік?
8. Що таке залишкова мережа?
9. Що називається збільшуючим шляхом?
10. У чому ідея алгоритму Форда–Фалкерсона?
11. Коли алгоритм завершується?
12. Чи завжди алгоритм знаходить оптимальний розв'язок?
13. Від чого залежить швидкість роботи алгоритму?
14. Що таке мінімальний розріз?
15. Сформулюйте теорему про максимальний потік і мінімальний розріз.
16. Чим відрізняється алгоритм Едмондса–Карпа?
17. Де застосовуються потокові алгоритми?
18. Які обмеження має алгоритм Форда–Фалкерсона?
19. Чому змінюється залишкова мережа?
20. Наведіть приклад практичного застосування поточкових алгоритмів.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Апроксимація функцій поліномами Бернштейна

Мета роботи

Ознайомитися з поняттям апроксимації функцій; вивчити означення та властивості поліномів Бернштейна; дослідити їх збіжність до неперервних функцій; набути практичних навичок побудови апроксимацій; сформулювати уявлення про роль апроксимаційних методів у чисельному аналізі.

Теоретичні відомості

Апроксимація функції полягає у заміні заданої функції іншою, простішою функцією, яка з достатньою точністю відтворює її поведінку на заданому відрізку.

Поліноми Бернштейна

Нехай функція $f(x)$ задана на відрізку $[0,1]$. Поліном Бернштейна степеня n визначається як сума значень функції в рівновіддалених точках, помножених на відповідні біноміальні коефіцієнти.

Властивості поліномів Бернштейна

Поліноми Бернштейна є поліномами скінченного степеня, зберігають знак, монотонність та опуклість функції. Для будь-якої неперервної функції вони рівномірно збігаються до неї на відрізку $[0,1]$.

Теорема Вейєрштраса

Теорема Вейєрштраса стверджує, що будь-яку неперервну функцію на замкненому відрізку можна рівномірно апроксимувати поліномами. Поліноми Бернштейна дають конструктивний доказ цієї теореми.

Приклад розв'язання

Побудуємо поліном Бернштейна третього ступеня для функції $f(x) = x^2$ на відрізку $[0,1]$. Для цього обчислюються значення функції в точках $0, 1/3, 2/3$ та 1 , після чого складається відповідна біноміальна сума.

Завдання до лабораторної роботи

Для свого варіанта необхідно задати функцію, побудувати поліном Бернштейна заданого степеня, обчислити значення апроксимації у вибраних точках, порівняти їх з точними значеннями та зробити висновок щодо якості апроксимації.

Варіанти індивідуальних завдань

1. $f(x) = x, n = 2$.

2. $f(x) = x^2$, $n = 3$.
3. $f(x) = x^3$, $n = 4$.
4. $f(x) = \sqrt{x}$, $n = 3$.
5. $f(x) = x(1 - x)$, $n = 4$.
6. $f(x) = x^2(1 - x)$, $n = 5$.
7. $f(x) = \sin(\pi x)$, $n = 4$.
8. $f(x) = \cos(\pi x)$, $n = 5$.
9. $f(x) = e^x$, $n = 4$.
10. $f(x) = \ln(1 + x)$, $n = 5$.
11. $f(x) = x^4$, $n = 5$.
12. $f(x) = 1 - x^2$, $n = 3$.
13. $f(x) = |x - 0.5|$, $n = 6$.
14. $f(x) = x^3 - x$, $n = 5$.
15. $f(x) = \sqrt{1 - x}$, $n = 4$.
16. $f(x) = x^2 + x$, $n = 3$.
17. $f(x) = x(1 - x)^2$, $n = 5$.
18. $f(x) = \sin(2\pi x)$, $n = 6$.
19. $f(x) = e^{-x}$, $n = 4$.
20. $f(x) = x^2 + 1$, $n = 5$.

Контрольні питання

1. Що називається апроксимацією функції?
2. У чому полягає ідея поліномної апроксимації?
3. Дайте означення поліномів Бернштейна.
4. На якому відрізку визначаються поліноми Бернштейна?
5. Що таке біноміальні коефіцієнти?
6. Які властивості мають поліноми Бернштейна?

7. Що означає рівномірна збіжність?
8. Сформулюйте теорему Вейерштраса.
9. Чому поліноми Бернштейна є конструктивним доказом теореми?
10. Як впливає степінь полінома на якість апроксимації?
11. Чи зберігається знак функції при апроксимації?
12. Чи зберігається монотонність функції?
13. Де застосовуються поліноми Бернштейна?
14. Який зв'язок між поліномами Бернштейна та кривими Безьє?
15. У чому переваги поліномної апроксимації?
16. Які недоліки має поліномна апроксимація?
17. Як вибрати степінь полінома Бернштейна?
18. Чим апроксимація відрізняється від інтерполяції?
19. Які функції можна апроксимувати поліномами Бернштейна?
20. Наведіть приклад практичного застосування апроксимації.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

Інтерполяція функцій за допомогою формули Лагранжа та многочлену Ньютона

Мета роботи

Ознайомитися з поняттям інтерполяції функцій; вивчити інтерполяційний многочлен Лагранжа та многочлен Ньютона; набути практичних навичок побудови інтерполяційних многочленів; навчитися порівнювати методи інтерполяції; сформуванати навички чисельного відновлення функцій за табличними даними.

Теоретичні відомості

Інтерполяція функції полягає у побудові такої функції, яка точно проходить через задані вузлові точки. На відміну від апроксимації, інтерполяційна функція збігається з заданими значеннями у вузлах.

Інтерполяційний многочлен Лагранжа

Інтерполяційний многочлен Лагранжа дозволяє побудувати поліном, який проходить через всі задані точки, без розв'язування систем рівнянь.

Многочлен Ньютона

Інтерполяційний многочлен Ньютона записується у вигляді добутків та базується на використанні розділених різниць. Він зручний при поетапному додаванні нових вузлів.

Розділені різниці

Розділені різниці обчислюються рекурсивно та використовуються для визначення коефіцієнтів многочлена Ньютона.

Приклад розв'язання

Для заданих точок будується інтерполяційний многочлен Лагранжа та Ньютона. Обчислюються коефіцієнти та перевіряється точність інтерполяції у вибраній точці.

Завдання до лабораторної роботи

Для свого варіанта необхідно побудувати таблицю вузлових точок, знайти інтерполяційний многочлен Лагранжа, побудувати інтерполяційний многочлен Ньютона, обчислити значення функції у заданій точці та зробити висновок.

Варіанти індивідуальних завдань

1. (0,0), (1,1), (2,4)
2. (1,2), (2,3), (3,5)

3. (0,1), (2,5), (4,17)
4. (1,1), (2,4), (3,9)
5. (0,0), (1,2), (2,8)
6. (1,0), (2,1), (3,4)
7. (0,1), (1,0), (2,1)
8. (1,3), (2,6), (3,11)
9. (0,2), (1,1), (2,2)
10. (1,4), (2,7), (3,10)
11. (0,1), (1,2), (3,10)
12. (2,1), (3,4), (4,9)
13. (0,0), (2,1), (4,4)
14. (1,1), (3,5), (5,13)
15. (0,3), (1,1), (2,3)
16. (1,2), (2,5), (4,17)
17. (0,1), (1,3), (2,7)
18. (2,4), (3,9), (4,16)
19. (1,0), (2,2), (3,8)
20. (0,2), (1,4), (2,8)

Контрольні питання

1. Що таке інтерполяція функції?
2. Чим інтерполяція відрізняється від апроксимації?
3. Що називається інтерполяційним многочленом?
4. За яких умов існує інтерполяційний многочлен?
5. Запишіть формулу інтерполяційного многочлена Лагранжа.
6. Які переваги та недоліки методу Лагранжа?
7. Запишіть загальний вигляд многочлена Ньютона.

8. Що таке розділені різниці?
9. Як обчислюються розділені різниці?
10. У чому перевага многочлена Ньютона?
11. Як додати новий вузол до многочлена Ньютона?
12. Чи завжди інтерполяційний поліном єдиний?
13. Як змінюється степінь многочлена при додаванні вузлів?
14. Що таке інтерполяційна похибка?
15. Як впливає вибір вузлів на точність інтерполяції?
16. Що таке ефект Рунге?
17. Коли інтерполяція є недоцільною?
18. Де застосовується інтерполяція?
19. Який метод інтерполяції є чисельно стійкішим?
20. Наведіть приклад практичного застосування інтерполяції.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6

Розв'язання систем лінійних рівнянь

Мета роботи

Ознайомитися з поняттям систем лінійних рівнянь; вивчити основні методи їх розв'язання; набути практичних навичок розв'язання систем різними методами; навчитися аналізувати кількість і характер розв'язків; сформулювати уявлення про прикладні застосування систем лінійних рівнянь.

Теоретичні відомості

Система лінійних рівнянь – це сукупність лінійних рівнянь з кількома невідомими. Такі системи широко використовуються в математиці, фізиці, економіці та інженерних задачах.

Матричний запис системи

Систему лінійних рівнянь можна записати у вигляді матричного рівняння $Ax = b$, де A – матриця коефіцієнтів, x – вектор невідомих, b – вектор вільних членів.

$$Ax = b$$

Класифікація систем

Системи лінійних рівнянь поділяються на сумісні визначені, сумісні невизначені та несумісні залежно від кількості розв'язків.

Метод Гаусса

Метод Гаусса ґрунтується на елементарних перетвореннях рядків розширеної матриці системи та дозволяє ефективно розв'язувати системи з великою кількістю рівнянь.

Метод Крамера

Метод Крамера застосовується до квадратних систем, для яких визначник матриці коефіцієнтів не дорівнює нулю. Розв'язки визначаються через відношення визначників.

Приклад розв'язання

Розв'яжемо систему

$$2x + y = 5$$

$$x - y = 1$$

Завдання до лабораторної роботи

Для свого варіанта необхідно розв'язати систему лінійних рівнянь щонайменше двома методами, перевірити розв'язок, визначити тип системи та зробити висновок.

Варіанти індивідуальних завдань

1. $x + y = 4; x - y = 2.$

$$1. x + y = 4; x - y = 2.$$

2. $2x + y = 5; x + y = 4.$

$$2x + y = 5$$

$$x - y = 1$$

3. $3x - y = 5; x + y = 1.$

$$3. 3x - y = 5; x + y = 1.$$

4. $x + 2y = 7; 2x - y = 1.$

$$4. x + 2y = 7; 2x - y = 1.$$

5. $2x + 3y = 11; x + y = 5.$

$$5. 2x + 3y = 11; x + y = 5.$$

6. $x - 2y = -1; 3x + y = 7.$

$$6. x - 2y = -1; 3x + y = 7.$$

7. $4x + y = 9; x + y = 5.$

$$7. 4x + y = 9; x + y = 5.$$

8. $2x - y = 3; x + 3y = 11.$

$$8. 2x - y = 3; x + 3y = 11.$$

9. $x + y = 2; 2x + 2y = 4.$

$$9. x + y = 2; 2x + 2y = 4.$$

10. $x + y = 1; x + y = 3.$

$$10. x + y = 1; x + y = 3.$$

11. $x + y + z = 6; x + y = 4; z = 2.$

$$11. x + y + z = 6; x + y = 4; z = 2.$$

$$12. x - y + z = 1; 2x + y - z = 4; x + z = 3.$$

$$2x + y = 5$$

$$x - y = 1$$

$$13. x + 2y - z = 3; 2x - y + z = 4; x + y + z = 6.$$

$$13. x + 2y - z = 3; 2x - y + z = 4; x + y + z = 6.$$

$$14. x - y = 0; 2x - 2y = 0.$$

$$14. x - y = 0; 2x - 2y = 0.$$

$$15. x + y + z = 3; 2x + 2y + 2z = 6.$$

$$15. x + y + z = 3; 2x + 2y + 2z = 6.$$

$$16. x + y = 2; 2x + 2y = 5.$$

$$16. x + y = 2; 2x + 2y = 5.$$

$$17. x + 2y = 5; 2x + 4y = 10.$$

$$17. x + 2y = 5; 2x + 4y = 10.$$

$$18. x + y - z = 1; 2x - y + z = 2; 3x + y = 5.$$

$$18. x + y - z = 1; 2x - y + z = 2; 3x + y = 5.$$

$$19. x - y + z = 2; x + y + z = 6; 2x + z = 5.$$

$$19. x - y + z = 2; x + y + z = 6; 2x + z = 5.$$

$$20. x + y + z = 1; x + y = 2; z = -1.$$

$$20. x + y + z = 1; x + y = 2; z = -1.$$

Контрольні питання

1. Що називається системою лінійних рівнянь?
2. Як записати систему у матричному вигляді?
3. Які типи систем лінійних рівнянь існують?
4. У чому полягає метод підстановки?
5. У чому суть методу додавання?

6. Які елементарні перетворення використовуються в методі Гаусса?
7. Що таке розширена матриця системи?
8. Коли система має єдиний розв'язок?
9. Коли система є несумісною?
10. Коли система має нескінченно багато розв'язків?
11. У чому полягає метод Крамера?
12. За яких умов застосовується метод Крамера?
13. Що таке визначник матриці?
14. Як визначник пов'язаний з кількістю розв'язків системи?
15. Які переваги методу Гаусса?
16. Які недоліки методу Крамера?
17. Який метод зручніший для великих систем?
18. Де застосовуються системи лінійних рівнянь?
19. Яку роль відіграють СЛР у чисельних методах?
20. Наведіть приклад практичного застосування систем лінійних рівнянь.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7

Розв'язання нелінійних рівнянь та систем нелінійних рівнянь

Мета роботи

Ознайомитися з нелінійними рівняннями та системами нелінійних рівнянь; вивчити чисельні методи їх розв'язання; набути практичних навичок застосування ітераційних алгоритмів; навчитися аналізувати збіжність і точність розв'язків.

Теоретичні відомості

Нелінійним рівнянням називається рівняння виду:

$$f(x) = 0$$

Метод половинного ділення застосовується за умови:

$$f(a) \cdot f(b) < 0$$

$$c = (a + b)/2$$

Метод Ньютона використовує ітераційну формулу:

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k)$$

Система нелінійних рівнянь має вигляд:

$$f_1(x, y) = 0$$

$$f_2(x, y) = 0$$

Метод Ньютона для систем:

$$x^{k+1} = x^k - J^{-1}(x^k) \cdot f(x^k)$$

Приклад розв'язання

Розв'язати рівняння:

$$x^3 - x - 1 = 0$$

Ітераційна формула методу Ньютона:

$$x_{k+1} = x_k - (x_k^3 - x_k - 1)/(3x_k^2 - 1)$$

Завдання до лабораторної роботи

Для свого варіанта необхідно вибрати чисельний метод, задати початкове наближення, виконати ітерації, оцінити похибку та зробити висновок.

Варіанти індивідуальних завдань

Варіант 1

$$x^3 - 2x - 5 = 0$$

Варіант 2

$$x^2 - \cos x = 0$$

Варіант 3

$$e^x - x - 2 = 0$$

Варіант 4

$$x^3 + x - 1 = 0$$

Варіант 5

$$\ln x + x^2 - 3 = 0$$

Варіант 6

$$\sin x - 0.5 = 0$$

Варіант 7

$$x - \tan x = 0$$

Варіант 8

$$x^3 - 4 = 0$$

Варіант 9

$$e^{-x} - x = 0$$

Варіант 10

$$x^2 - e^{-x} = 0$$

Контрольні питання

1. Що називається нелінійним рівнянням?
2. Який геометричний зміст кореня рівняння?
3. У чому полягає метод бісекції?
4. Які умови збіжності методу простої ітерації?

5. У чому полягає метод Ньютона?
6. Що таке система нелінійних рівнянь?
7. Що таке матриця Якобі?
8. Для чого використовується метод Ньютона для систем?
9. Як оцінюється похибка розв'язку?
10. Де застосовуються нелінійні рівняння?

Список рекомендованої літератури

Основна

1. Кормен Томас Г. Вступ до алгоритмів: Переклад з англійської третього видання : [укр.] = Introduction to algorithms : Third Edition : [пер. з англ.] / Томас Г. Кормен, Чарлз Е. Лейзерсон, Роналд Л. Рівест, Кліфорд Стайн, – К: К.І.С., 2019. – 1288 с.

2. Пришвидшений курс PYTHON. Практичний, проектно-орієнтований вступ до програмування [Текст] / Е. Маттес ; Пер. з англ. О. Белова: Львів : Вид-во Старого Лева, 2021, 600 с.

3. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein. Introduction to Algorithms. The MIT Press. 2022 1677 с.

4. Marcello La Rocca. Advanced Algorithms and Data Structures. Manning Publications Co. 2021. 769 с.

5. John Paul Mueller, Luca Massaron. Algorithms for Dummies. John Wiley & Sons, Inc. 2022. 451 с.

6. Вислоух С. П., Волошко О. В., Тимчик Г. С., Філіппова М. В. Комп'ютерне моделювання процесів та систем. Чисельні методи : підручник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2021. – 228 с.
<https://kafvp.kpi.ua/book/komp-iuterne-modeliuvannia-protsesiv-ta-system-chyselni-metody/>

7. Литвинов А. Л. Чисельні методи: теорія і практика : навч. посіб. Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2022. – 166 с.

8. Філіпчук О. І., Малик І. В., Кириченко О. Л. Практикум з чисельних методів : навч. посіб. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, 2023. – 36 с.
https://archer.chnu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/10211/чис_методи_практикум.pdf

Допоміжна

1. Jason Turner. C++ Best Practices. ISBN 979-8690792589. Independently published. 2022. 143 с.

2. Dzejla Medjedovic, Emin Tahirovic. Algorithms and Data Structures for Massive Datasets. Manning Publications Co. 2022. 280 с.

3. Steven C. Chapra, David E. Clough. Applied Numerical Methods with Python for Engineers and Scientists. McGraw Hill LLC. 2022. 1474 с.

4. Massimo Bertaccini. Cryptography Algorithms. Packt Publishing. 2022. 358 с.

5. Jonathan Sande. Data Structures & Algorithms in Dart. Razeware LLC. 2022. 425 с.

6. Yashavant Kanetkar. Data Structures Through C++. BPB Publications. 2022. 346 с.
7. Yehonathan Sharvit. Data Oriented Programming. Manning Publications. 2022. 447 с.
8. Thomas Nield. Essential Math for Data Science. O'Reilly Media. 2022. 452 с.
9. Савеленко О. К., Лисенко І. А., Іванченко О. О. CASE-технології у проектуванні інформаційних систем: навчальний посібник / Мін-во освіти і науки України, Центральноукраїн. нац. техн. ун-т. - Кропивницький: Видавець Лисенко В.Ф., 2018.- 240 с. <https://dspace.kntu.kr.ua/handle/123456789/10278>

Інформаційні ресурси

1. Алгоритми та методи обчислень: система дистанційної освіти ЦНТУ : веб-сайт. – Режим доступу: <https://moodle.kntu.kr.ua/course/view.php?id=738>. - Назва з екрана.
2. Lazarus wiki [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Електронні дані. – Режим доступу: <https://wiki.freepascal.org/> .
3. Wiki for Code:Blocks [Електронний ресурс]:[Веб-сайт]. – Електронні дані. – Режим доступу: https://wiki.codeblocks.org/index.php/Main_Page

Методичне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
“АЛГОРИТМИ ТА МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ”
для студентів денної та заочної форми навчання
за спеціальностями

122 «Комп’ютерні науки» та 123 «Комп’ютерна інженерія»

Укладачі:

Лисенко Ірина Анатоліївна
Резніченко Віталій Анатолійович