УДК 539.3

И.А. Цурпал, проф., д-р техн. наук, В.Н. Юрков, канд. техн. наук
Нежинский агротехнический институт НУБиП Украины

К задачам расчета КИН в оболочках с разрезами-трещинами

В статье рассмотены задачи расчета коэфициента К для оболочек, содержащих разрезы-трещины, описываемых геометрически и физически нелинейной теорией изотропного материала. Приведенные примеры подтверждают, что этот расчет контролируется КИН. Амплитуда коэфициента зависит от длинны разреза-трещины, кривизны и трансверсальности по толщине оболочки. Показано, что степень ортотропии не влияет на величину КИН.

оболочки с разрезами-трещинами, комплексные подходы, коэффициент интенсивности напряжений, расчет, энергия, численный

В работах [1–10] проведен численный анализ классических параметров механики трещин в оболочках. К этим параметрам относится коэффициент интенсивности напряжений (КИН), играющий фундаментальную роль в расчете оболочек с разрезами-трещинами на прочность.

Расчет КИН производился на основе комплексных подходов: вариационного нелинейно-энергетического подхода конечных разностей (ВНЭПКР) и вариационного нелинейно-энергетического подхода вариации трещины (ВНЭПВТ). Эти подходы реализованы при помощи вариационного метода конечных элементов (ВМКЭ) в варианте перемещений. Матрица жесткости выведена для треугольного конечного элемента ненулевой гауссовой кривизны геометрически и физически нелинейной теории из слоистого ортотропного материала, учитывающая поперечный сдвиг (модель Тимошенко).

Расчет КИН для оболочек с разрезами-трещинами производился на основании следующих формул: потенциальная энергия оболочки с разрезом-трещиной определялась по формуле, вытекающей из теоремы Клапейрона для линейных задач, а для нелинейных задач — из теоремы Клапейрона-Новожилова:

$$V = \frac{1}{2}\iint_S qrdS = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} q_{ij}r_{ij}\,, \qquad (1)$$

где q_{ij} — интенсивность внешней нагрузки, действующей на поверхность оболочки с разрезом-трещиной;

r_{ij} — перемещение точек срединной поверхности в направлении приложенных нагрузок;

n, m — количество узлов, которыми дискретизируется оболочка;

S — поверхность, занятая нагрузкой.

Интенсивность высвобождения потенциальной энергии вычисляется согласно формулы

$$G = \partial V / \partial L = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta L}\,, \qquad (2)$$

где L — полудлина разреза;

ΔL — приращение разреза для узлов i и i+1.

КИН (К) вычисляем по формуле для ортотропного материала

$$K_I^2 = G_I \Big/ \left\{ \left(\frac{A_{11}A_{22}}{2} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{A_{22}}{A_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2A_{12} + A_{66}}{2A_{11}} \right]^{1/2} \right\}, \qquad (3)$$

где K_I — КИН при нормальном отрыве;

A_{ij} (i=1, 2; j=6) — упругие константы, характеризующие ортотропный материал; для трансверсально-изотропного или изотропного материала

$$K_I^2 = G_I E, \qquad (4)$$

где E — модуль упругости Юнга.

На основании вышеизложенных комплексных подходов проведем численное исследование, из которого определим влияние кривизны, сложности геометрической формы поверхности оболочки с разрезом, трансверсальности по толщине и ортотропности материала на коэффициент K_I.

Рассмотрим изотропную свободно опертую пологую оболочку "Дарбази" [11], изображенную на рис. 1, представляющую собой квадратную в плане эллипсоидальную поверхность, содержащую вдоль оси симметрии три случая расположения разреза-трещины: I — в центре, II — сбоку, III — коллинеарно с обеих сторон. Физико-геометрические характеристики следующие: h = 0.01 м, a = 0,30 м, f = 0,0678 м, ν = 0,3. На внешнюю поверхность оболочки действует поперечная нормальная нагрузка q_n.

Решение рассматриваемой задачи сводится к вычислению коэффициента K_I. Для его определения применяются комплексные подходы ВНЭПКР и ВНЭПВТ, причем первый подход используется для решения задачи с менее густой сеткой.

На рис. 1,а для первого случая расположения разреза-трещины представлены графики, иллюстрирующие зависимость коэффициента K_I от L/a. Построение этих графиков осуществлялось по линейной теории (сплошные линии) при дискретизации четверти поверхности оболочки с разрезом-трещиной криволинейными треугольными конечными элементами с разбивкой ее оси симметрии на n = 13 и n = 25 узлов. Относительная погрешность между численными расчетами не превосходит 6 %. Для сравнения полученных результатов с другими данными, например, приведен график, построенный по аналитической теории Си Д., Хагендорфа Г. [12]. Этот график изображен штриховой линией. При сравнении значений, полученных численным путем и аналитическим решением, выяснилось, что относительная погрешность результатов составляет менее 3 %.

На рис. 1,б изображены графики, показывающие зависимость коэффициентов K_I от L/a для второго и третьего случаев расположения разреза-трещины. Сплошными линиями обозначены графики, построенные на основании линейной теории при разбивке оси симметрии оболочки с разрезом-трещиной n = 13 и n = 25 узлов. Штрих-пунктирной линией изображены графики, показывающие изменение КИН по геометрически нелинейной теории. Относительная погрешность между соответствующими графиками как для линейной, так и для геометрически нелинейной теориям составляет менее 5 %.

Рассмотрим трансверсально-изотропную квадратную шарнирно круговую цилиндрическую панель с тремя случаями расположения разреза-трещины: I — в центре, II — с боку, III — коллинеарно с обеих сторон. Геометрические и физические характеристики панели, изображенной на рис. 2, следующие: h = 0.01 м, R = 0,20 м, a = 0,30, f = 0,0677 м, ν = 0,3. На внешнюю поверхность панели действует нормальная поперечная нагрузка q_n.

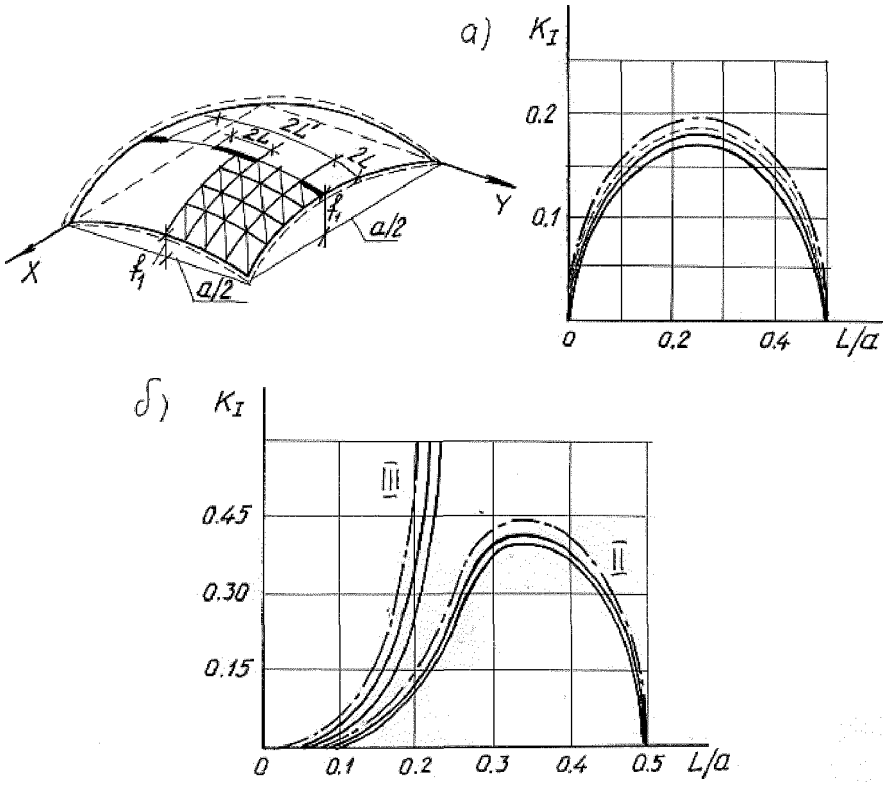


Рисунок 1 – Графики, иллюстрирующие зависимость КИН от полудлины разреза

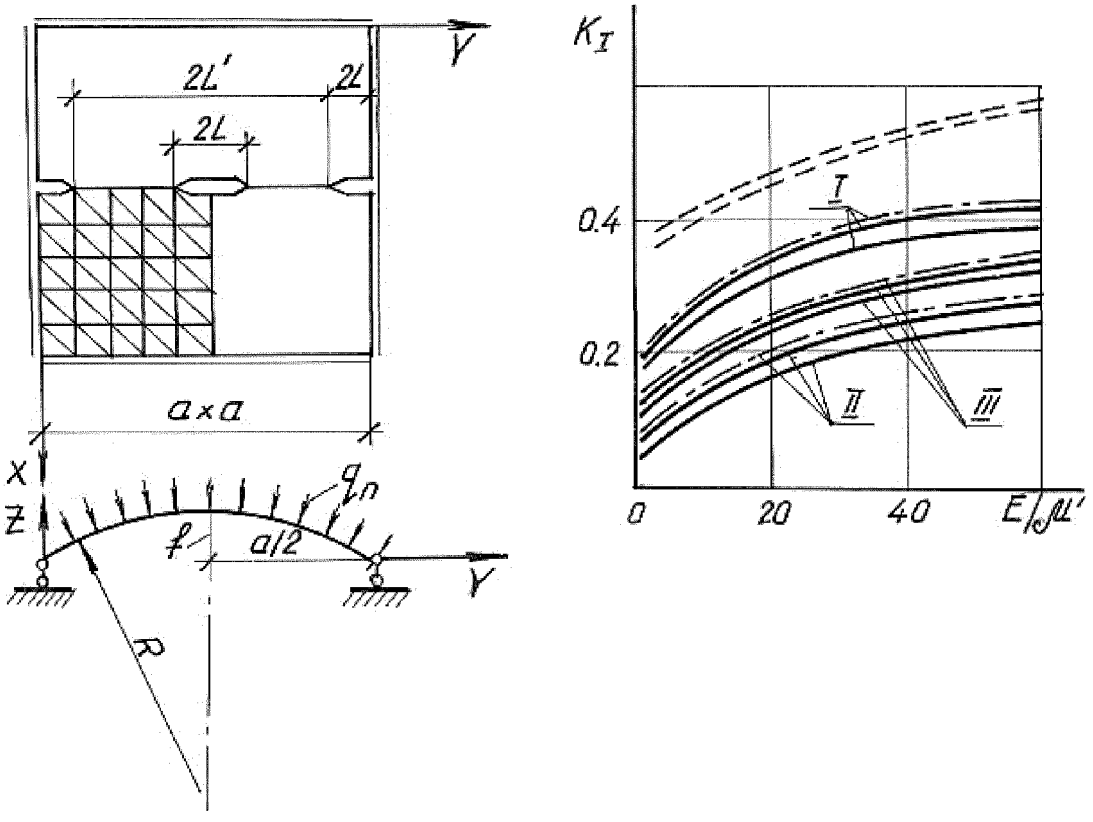


Рисунок 2 – Расчет оболочки с разрезами и график, иллюстрирующий зависимость КИН от трансверсальности μ'

На рис. 2 представлены графики зависимости K_I от параметра E/μ', где μ' — характеризует трансверсальность панели по толщине. Для всех случаев расположения разреза-трещины получены графики при h/L = 1 при разбивке оси симметрии панели на n = 13 и n = 25 узлов. Причем при разбивке оси панели на 13 узлов коэффициент K_I подсчитывался согласно ВНЭПКР, а при разбивке ее на 25 узлов — ВНЭПВТ. Относительная погрешность между графиками, не превышает 6 %.

Для сравнения приведены результаты, полученные методами, изложенными в [12, 13] и представленные на рис. 2 штрих-пунктирными кривыми. Относительная погрешность между соответствующими графиками для всех случаев расположения разреза-трещины не превышает 2 %.

Из анализа графиков, представленных на рис. 2, можно сделать вывод, что коэффициент K_I существенно зависит от трансверсальности по толщине панели, содержащей разрезы-трещины.

На рис. 2 изображен штриховой линией график, полученный на основании [14] для изгиба пластины с центральным разрезом-трещиной. Из анализа соответствующих графиков можно сделать вывод, что кривизна панели с разрезом-трещиной существенно уменьшает величину КИН, т.е. увеличивает сопротивляемость материала развитию в нем трещины.

Расчет КИН для ортотропной цилиндрической панели с разрезом-трещиной. Для рассматриваемой цилиндрической панели с первым случаем расположения разреза-трещины, но изготовленную из ортотропного материала. Материал панели с разрезом-трещиной изготовлен из стеклопластика СВАМ (1 : 5) на эпоксидной смоле ЭД-6 и на стеклошпоне толщиной $0{,}35–0{,}40.10^{-3}$ м, для которого имеем [15]: $E_x = 3{,}05.10^4$ МПа, $E_y = I{,}88.I0^4$ МПа, $M_{xy} = 0{,}49.10^4$ МПа, $\nu_{xy} = 0{,}12$, $\mu_{xz} = 0{,}3.10^4$ МПа, $\mu_{yz} = 0{,}2.10^4$ МПа. Для этой панели определим влияние степени ортотропии E_x/E_y на величину КИН. Разбивка оси симметрии панели с разрезом-трещиной и комплексные подходы, используемые для расчета КИН, точно такие же как н в предыдущем пункте. Результаты расчета приведены в таблице.

Таблица 1 – Результаты расчета КИН для ортотропной цилиндрической панели с разрезом-трещиной

h/L	E_x/E_y					
	1,6	3,0	6,0	12,0	24,0	48,0
I	13 узлов					
	0,306	0,309	0,309	0,310	0,309	0,309
	25 узлов					
	0,325	0,328	0,328	0,326	0,328	0,329

Из анализа данных таблицы можно сделать вывод, что степень ортотропии E_x/E_y не влияет на величину коэффициента K_I. Имеющая место относительная погрешность между расчетами относится к вычислительной погрешности и влиянию густоты сетки.

Таким образом, на коэффициент K_I существенно влияют кривизна оболочки, трансверсальность по толщине, а степень ортотропии практически не влияет на амплитуду коэффициента K_I.

Список литературы

1. Юрков В.Н. Энергетический подход к решению задач неклассической теории неоднородных анизотропных оболочек, содержащих трещины-разрезы // Прикл. механика и техн. физика. - 1992. - №3. - С. 108–112.
2. Юрков В.Н. Энергетические методы в решении сложных задач неклассической теории оболочек, содержащих трещины-разрезы // Механика твердого тела. - 1993. - №5. - С. 154–159.

3. Юрков В.Н. Энергетический подход к решению нелинейных краевых задач неклассической теории анизотропных слоистых оболочек с разрезами-трещинами // Прикл. механика и техн. физика. - 1994. - №3. - С. 131–135.
4. Юрков В.Н. Энергетическая теория линейной механики разрушения оболочек с трещинами-разрезами // Пробл. прочности. - 1995. - №7. - С. 59–67.
5. Юрков В.Н. Оценка влияния контакта поверхностей трещины-разреза на распределение напряжений в оболочке // Пробл. прочн. - 1995. - №8. - С. 42–47.
6. Цурпал И.А., Юрков В.Н. Численное решение задач адгезионного разрушения оболочек, содержащих трещины-разрезы // Науковий вісник Національного аграрного університету. - 2003. Вип. 60. - С. 334–339.
7. Цурпал И.А., Чаусов Н.Г., Юрков В.Н. Податливость в задачах расчета оболочек, содержащих разрезы-трещины // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. - 2003. - Вип. 33. - С. 74–80.
8. Цурпал И.А., Юрков В.Н. Исследование погрешностей комплексных подходов к расчету оболочек с разрезами-трещинами // Науковий вісник Національного аграрного університету. - 2005. - № 80, ч. 2. - С. 333–337.
9. Цурпал И.А., Юрков В.Н. Механика деталей машин и конструкций в виде оболочек с разрезом-трещиной // Техніка АПК. - 2008. - №2. - С. 34–36.
10. Цурпал И.А., Юрков В.Н. Численный анализ КИН для сложных задач механики оболочечных деталей машин с трещинами // Техніка АПК. - 2008. - № 3–4. - С. 41–42.
11. Справочник по теории упругости. / Под редак. П.М. Варвака, А.Ф.Рябова. - Киев: Будівельник, 1971. - 418 с.
12. Тонкостенные оболчечные конструкции. // Перев. с англ. под ред. Э.Н. Григолюка. - М.: Машиностроение, 1980. - 608 с.
13. Осадчук В.А. Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами. - Киев: Наук. думка, 1985. - 221 с.
14. Пелех Б.Л., Лазько В.А. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений. - Киев: Наук. думка, 1988. - 296 с.
15. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. - М.: Наука, 1974. - 448 с.

І. Цурпал, В. Юрков

До задач розрахунку КІН для оболонок, що містять розрізи-тріщини

В статті розглянуті задачі розрахунку коефіцієнта К для оболонок, які мають розрізи-тріщин та описуються геометрично і фізично нелінійною теорією ізотропного матеріалу. Показано на прикладах, що цей розрахунок контролюється КІН. Амплітуда коефіцієнта залежить від довжини розрізу-тріщини, кривизни та трансверсальності по товщині оболонки. Показано, що ступінь ортотропії не впливає на величину КІН.

I. Tzurpal, V. Yurkov

The objectives of the SIF calculation in the shells with cuts – cracks

The article considers the problem of of the coefficient K calculation for the coverings containing the cuts - cracks described by a geometrically and physically nonlinear theory of isotropic material. These examples confirm that this calculation is controlled by SIF. The amplitude factor depends on the length of a cut - crack, the curvature and the transversality of the shell thickness. It is shown that the degree of orthotropic do not affect the value of SIF.

Одержано 03.09.09